

ВОПРОСЫ ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКИ



ИЗДАТЕЛЬСТВО
САРАТОВСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА

Выпуск 14

2007

ОБРАЗОВАНИЕ: УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ РАЗРАБОТКИ

УДК 530.19:537.8

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В КУРСАХ ФИЗИКИ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ЗАОЧНОГО ОТДЕЛЕНИЯ ГЕОЛОГИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА

Е.А. Воробьева, С.В. Клещевская, Б.Н. Кондрашов

Саратовский государственный университет

Воробьева Елена Александровна, инженер центра патентных услуг СГУ, соискатель кафедры материаловедения, технологии и управления качеством, vorobievae@mail.ru

Клещевская Светлана Викторовна, к.ф.-м.н., доцент кафедры прикладной физики, KleshchevskayaSV@info.sgu.ru

Кондрашов Борис Никанорович, старший преподаватель кафедры прикладной физики, заведующий Проблемной лабораторией физических и технологических исследований НИЧ СГУ

В данной работе рассматривается методика введения математического аппарата элементов теории поля, используемого в курсах физики для студентов нефизических специальностей университета.

Теория электромагнитного поля и уравнения Максвелла являются базой для ряда спецкурсов, читаемых на геологическом факультете университета, в том числе и по специальности «геофизика».

Понимание этого вопроса чрезвычайно необходимо на заочном отделении, где число отводимых на рассмотрение данного раздела часов ограничено. Трудности восприятия материала у данной категории студентов связаны с большим количеством новых для них понятий и терминов. Поэтому многоуровневая подача материала в различных разделах курса физики в какой то мере решает проблему, по крайней мере, на понятийном уровне.

Идеи метода заимствованы из курсов общей физики [1,2], в которых основные понятия теории поля вводятся уже в разделе «Механика».

Уже на установочных лекциях, читаемых в конце первого года обучения до начала чтения лекций по

курсу физики, подчеркивается роль математического аппарата. И наряду с повторением уже известных к этому времени студентам основ интегрального и дифференциального исчисления вводится понятие оператора (например, оператор производной), происходит знакомство с различными видами геометрий, с понятием метрики пространства, с интервалом и с совершенно новой для них величиной – тензором (на примере фундаментального метрического тензора).

На вводных лекциях рассматриваются условия деления физики на классическую и квантовую, вводятся две модели материи – механическая и полевая, используемые в классической физике, вводится понятие физических полей – гравитационного, электромагнитного, а также понятие математического поля физических величин, и далее осуществляется знакомство именно с математическими полями и способами их описания [3].



Рис. 1. Схема существующих моделей материи.

Порядок введения материала следующий:

Величины, используемые в физике (скаляры, векторы, тензоры) и их качественное определение в трехмерном пространстве.

Математические поля (скалярные, векторные, тензорные).

Скалярное поле и его дифференциальная характеристика (векторное поле его градиента) на примере поля температур и давлений.

Векторные поля и их дифференциальная характеристика. Тензор-производная как инвариант векторного поля. Введение скалярной и векторной

величин, описывающих векторное поле вместо тензор-производной. Оператор ∇ как псевдовектор. И операции с оператором ∇ , проводимые по аналогии с операциями векторного исчисления.

Скалярные поля рассматриваются как поля скалярной величины $\varphi(x, y, z)$ с физическим соответствием полям температур T и давлений p . Вводятся основные дифференциальные характеристики скалярных величин: производная, производная по направлению и инвариант скалярного поля – градиент.

Таким образом, поясняется, что для полного описания скалярного поля необходимо знать не только значение скалярной величины в каждой точке поля, но и значение ее градиента, то есть каждому скалярному полю необходимо привести в соответствие векторное поле ее градиентов [4]. Конкретное применение этих понятий осуществляется для поля температур T и давлений p .

Векторное поле рассматривается как поле произвольного вектора \mathbf{a} и подчеркивается, что сумма градиентов скалярных составляющих вектора \mathbf{a} , равных

$$\text{grad } a_x = \mathbf{i} \frac{\partial a_x}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial a_x}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial a_x}{\partial z},$$

$$\text{grad } a_y = \mathbf{i} \frac{\partial a_y}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial a_y}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial a_y}{\partial z},$$

$$\text{grad } a_z = \mathbf{i} \frac{\partial a_z}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial a_z}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial a_z}{\partial z},$$

не является инвариантной величиной. Инвариантной является комбинация из составляющих градиентов, записанных особым образом

$$\frac{d\mathbf{a}}{dr} = \begin{pmatrix} \frac{\partial a_x}{\partial x} & \frac{\partial a_x}{\partial y} & \frac{\partial a_x}{\partial z} \\ \frac{\partial a_y}{\partial x} & \frac{\partial a_y}{\partial y} & \frac{\partial a_y}{\partial z} \\ \frac{\partial a_z}{\partial x} & \frac{\partial a_z}{\partial y} & \frac{\partial a_z}{\partial z} \end{pmatrix}.$$

Так осуществляется введение *тензор-производной* – одной из основных дифференциальных характеристик вектора \mathbf{a} .

По аналогии описания скалярных полей поясняется, что для полного описания векторных полей необходимо введение помимо самого векторного поля данной величины, еще и поля тензор-производной. Введение понятия оператора «набла» ∇ , как псевдовектора, дает возможность провести соответствие между уже изученными операциями векторного исчисления: умножения вектора на число, скалярным и векторным произведением двух векторов и операциями, в которых вместо одного из векторов записан псевдовектор ∇ .

Формальное введение величин $\text{rot } \mathbf{a}$ и $\text{div } \mathbf{a}$ через оператор ∇ подкрепляется их записью, как комбинации составляющих тензор-производную

$$\begin{aligned} \mathbf{b}\varphi &\leftrightarrow \nabla\varphi = \text{grad } \varphi, \\ (\mathbf{b}\mathbf{a}) &\leftrightarrow (\nabla\mathbf{a}) = \text{div } \mathbf{a}, \\ [\mathbf{b}\mathbf{a}] &\leftrightarrow [\nabla\mathbf{a}] = \text{rot } \mathbf{a}. \end{aligned}$$

Это, как известно, дает возможность заменить девять компонент тензор-производной в трехмерном пространстве одной компонентой скалярной величины и тройкой – векторных.

Далее вводится понятие векторных линий, геометрическая интерпретация операторов дивергенция $\text{div } \mathbf{a}$ и $\text{rot } \mathbf{a}$, а также физическая

интерпретация, на примере силовых полей и поля скоростей. Приводится пример математической записи произвольного векторного поля \mathbf{a} , а для случая потенциального поля вводится понятие потенциала, эквипотенциальных линий и поверхностей и связи между потенциалом и вектором \mathbf{a} . Применения полученных понятий рассматриваются на примере гравитационного поля Ньютона. Здесь впервые рассматривается понятие напряженности гравитационного поля \mathbf{G} и необходимость ее введения, понятие пробного гравитационного заряда (массы), источника гравитационного поля, причем подчеркивается формальный подход такого описания. В этом же семестре при изучении раздела колебания и волны напоминает вывод уравнения колебаний струны и вводится волновое уравнение для трехмерного пространства. На последних занятиях этого семестра демонстрируется применение полученных знаний для написания уравнений электромагнитного поля Максвелла в дифференциальном виде в системе Гаусса и СИ.

Второй семестр (основной в изучении электромагнитного поля) начинается с повторения уже изученных элементов теории поля и их дифференциальных характеристик и введение интегральных характеристик векторных полей. Показывается связь между интегральными и дифференциальными формами описания и переход от одной формы к другой. После этого осуществляется запись уравнений Максвелла как в интегральной, так и в дифференциальной формах для случая раздельных полей. Причем для облегчения способа запоминания этих уравнений студентам разрешается вместо действительных коэффициентов, стоящих в уравнениях Максвелла, использовать условный коэффициент k_n .

Все лекции этого семестра начинаются с написания уравнений Максвелла с последующим преобразованием их применительно к рассматриваемой теме. Окончание второго семестра подытоживает знания студентов, полученные на занятиях по физике, поскольку для допуска к экзамену требуется свободное владение записью уравнений Максвелла в дифференциальной и интегральной формах в любой системе единиц.

Третий семестр – волновая оптика – опять начинается с напоминания уравнений Максвелла и получения уравнения электромагнитного поля для пустого пространства.

Данная методика в различных модификациях использовалась в двух- и трехсеместровых курсах физики на нефизических специальностях университета, а также в кружковой работе со студентами первого курса и школьниками старших классов средних школ. Для студентов первых курсов знакомство с теорией электромагнитного поля являлось методом опережающего обучения и осмысленного подхода для выбора и написания курсовых работ.

Библиографический список

1. Ландау Л.Д., Ахиезер А.И., Лифшиц Е.М. Курс общей физики. Механика и молекулярная физика. М., 1969.
2. Путилов К.А. Курс физики. Т.1. М., 1962.
3. Мултановский В.В. Курс теоретической физики. М., 1988.
4. Несис Е.И. Методы математической физики. М., 1977.

THE MATHEMATICAL MEANS OF THE ELECTROMAGNETIC FIELD THEORY IN THE PHYSICS COURSE FOR STUDENTS OF CORRESPONDENCE GEOLOGY DEPARTMENT

E.A. Vorobyova, S.V. Kleshchevskaya, B.N. Kondrashov
Saratov State University

In this paper the procedure of introduction of mathematical means of elements of field theory used in physics courses for students of nonphysical department of university is considered.

УДК 531.5:531-9:53.05

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ НА НЕФИЗИЧЕСКИХ ФАКУЛЬТЕТАХ УНИВЕРСИТЕТА И В СТАРШИХ КЛАССАХ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

Е.Б. Бычкунова, Е.А. Воробьева, С.В. Клещевская, Б.Н. Кондрашов

Бычкунова Елена Борисовна, учитель экологии, Средняя общеобразовательная школа № 40 г. Саратова

Воробьева Елена Александровна, инженер центра патентных услуг СГУ, vorobievae@mail.ru

Клещевская Светлана Викторовна, к.ф.-м.н., доцент СГУ, KleshchevskayaSV@info.sgu.ru

Кондрашов Борис Никанорович, старший преподаватель кафедры прикладной физики, заведующий Проблемной лабораторией физических и технологических исследований НИЧ СГУ

В данной работе рассматриваются некоторые упрощенные приемы введения математического аппарата, предназначенные для ознакомления с идеями общей теории относительности (ОТО) в старших классах средней школы и на нефизических факультетах университета, а также простые опыты, демонстрирующие искривление двумерных пространств.

За последние 7-10 лет не прошло ни одной методической конференции, где бы не ставился вопрос о методике преподавания общей теории относительности, как в средней, так и в высшей школах, в том числе и на нефизических факультетах, поскольку эта теория сыграла громадную мировоззренческую роль не только в физике, но и вообще в общественном сознании XX в.

Трудности в понимании идей гравитации А. Эйнштейна сопряжены, во-первых, со сложностью восприятия понятия кривизны четырехмерного пространства-времени, а во-вторых, с тензорным математическим обеспечением этой теории. Не случайно именно этому вопросу тензорного исчисления уделено большое внимание в первых работах А. Эйнштейна по ОТО. А. Эйнштейн активно использовал этот аппарат, так как он являлся последним достижением математики в области дифференциальной геометрии того времени.

В связи с трудностями восприятия понятий многомерной геометрии многие авторы начинают знакомство с ОТО с изучения пространства и пространства-времени меньшего числа измерений, например, двух или трех, и подкрепляют свои рассуждения рисунками, позволяющими зрительно воспринять некоторые элементы ОТО. Не отказались от этого приема и мы, но наряду с рисунками нами были введены различные простые опыты, позволяющие на наш взгляд, сделать

трудные понятия более легкими для понимания. К этим опытам относятся, в частности, опыты по наблюдению искривления поверхности жидкости, под действием плавающих на ней поплавков [1,2]. Эти же опыты позволяют проследить динамику искривления поверхности жидкости при движении по ней поплавков за счет сил поверхностного натяжения. Данные наглядные примеры дают возможность сопоставить предположения Д.А. Гольдгаммера [3] о главенствующей роли промежуточной среды при взаимодействии материальных объектов и эйнштейновскую трактовку причин гравитации.

Совершенно понятно, что начинать разговор об ОТО необходимо с введения понятий, являющихся ее основой (кривизна пространства, тензор и т.п.), и лишь потом переходить к более сложным вопросам.

Дальнейшие рассуждения посвящены первому этапу знакомству с ОТО.

Нашей задачей было упростить математический аппарат ОТО до уровня, доступного для понимания. С этой целью были использованы методические находки Александра Александровича Фридмана [4] и Бориса Григорьевича Кузнецова [5], которые были нами переработаны и адаптированы к условиям нашей задачи.

Как известно, существуют геометрии различных типов.

Евклидова геометрия основана на системе



аксиом, постулатов и теорем, сформулированных Евклидом в III веке до н.э. Основой евклидовой геометрии является постулат о параллельных прямых. Согласно этому постулату, через точку, взятую вне прямой, можно провести только одну прямую, не пересекающуюся с данной прямой. Из этого постулата вытекает, что сумма углов треугольника равна двум прямым углам (180 градусов), и ряд других утверждений, кажущихся на первый взгляд очевидными. Сам Евклид выделял все же постулат о параллельных прямых из числа других аксиом.



Рис. 1. Треугольник в евклидовой геометрии.

В течение многих веков пытались доказать евклидов постулат о параллельных прямых, т.е. вывести его из других аксиом геометрии. Попытки были тщетны. Они состояли в кажущихся доказательствах евклидова постулата, опиравшихся в действительности на теоремы, которые сами вытекали из указанного постулата, т.е. неявно на сам постулат.

Николай Иванович Лобачевский предположил, что может существовать геометрия, отказавшаяся от евклидова постулата о параллельных прямых. Н.И. Лобачевский предложил такую геометрию, в которой существует бесчисленное множество прямых, не пересекающих данную и проходящих через взятую вне ее точку. В геометрии Лобачевского сумма углов треугольника меньше двух прямых углов. Длина вектора в геометрии Лобачевского выражается через его проекции на координатные оси (или, что то же самое, расстояние между точками выражается через их координаты), иначе, чем в известной формуле $\Delta r^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2$

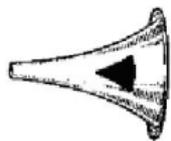


Рис. 2. Пространство типа граммофонной трубы (пространство Лобачевского).

В пятидесятые годы XIX века **Бернгард Риман** выдвинул другую неевклидову геометрию, в которой через точку, взятую вне прямой, нельзя провести ни одной прямой, не пересекающей данную; иными словами, любые две параллельные прямые, продолженные достаточно далеко, обязательно пересекутся. В сущности, геометрия Римана отказывает параллельным прямым в

существовании. В этой геометрии сумма углов треугольника больше двух прямых углов; различные перпендикуляры к прямой не параллельны (в отличие от евклидовой геометрии) и не расходятся (как в геометрии Лобачевского), а пересекаются. Расстояние между точками в геометрии Римана выражается через разность координат иначе, чем в геометрии Лобачевского, и иначе, чем в евклидовой геометрии.

Рис. 3. Пространство Римана.

Важно отметить, что на поверхности сферы геометрические соотношения соответствуют геометрии, которую ввел для плоскости Риман. На поверхности сферы два перпендикуляра к прямой пересекаются, из одной точки – полюса – можно опустить бесчисленное множество перпендикуляров (меридианов) на экватор; сумма углов треугольника, построенного на такой поверхности, больше двух прямых углов. На поверхности сферы используются уже не декартовы прямоугольные координаты, а система пересекающихся меридианов и параллелей, иначе говоря, криволинейные координаты, и длина отрезка определяется здесь иначе, чем в евклидовой геометрии на плоскости.

Можно себе представить кривую поверхность, на которой выполняются соотношения геометрии Лобачевского. Это поверхность типа граммофонной трубы.

Легко увидеть, что на поверхности сферы и на поверхности типа граммофонной трубы роль прямых играют кривые линии, которые имеют то общее свойство с прямой на плоскости, что они являются кратчайшими расстояниями между точками на каждой из указанных поверхностей. Эти линии называются геодезическими.

Более подробно остановимся на введении такого понятия, как метрический тензор.

Можно обобщить формулу, выражающую расстояние на плоскости через декартовы координаты, так, чтобы она могла быть применена к кривым поверхностям, или, что то же самое, могла сохранить свое значение при переходе к геометрии Лобачевского и Римана для двухмерного пространства.

Для этого нужно сделать предположение, что в квадрат длины интервала входят слагаемые не только произведения одинаковых разностей координат, но и разных. Полученная при этом формула должна обязательно, в качестве частного случая, давать длину интервала в любой геометрии. Для этого вводятся перед всеми слагаемыми коэффициенты, в которых должно подтверждаться это предположение, превращающее универсальную формулу в формулу интервала для той или иной геометрии.

Квадрат длины отрезка в евклидовой геометрии равен сумме квадратов разностей координат

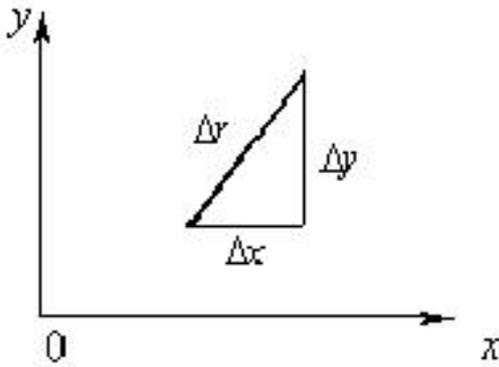


Рис. 4. Расстояние в евклидовой геометрии.

Квадрат – это частный случай произведения двух тождественных величин. Составляют наряду с квадратами разностей координат смешанные произведения неодинаковых разностей координат. Каждое из таких произведений умножают на соответствующий числовой коэффициент g . Чтобы отличить один коэффициент от другого, придают каждому коэффициенту два индекса, указывающие, какие разности координат умножаются одна на другую. Иными словами, g_{xx} – коэффициент при произведении $\Delta x \cdot \Delta x$ (т.е. Δx^2), g_{xy} – коэффициент при произведении $\Delta x \cdot \Delta y$, g_{yy} – коэффициент при произведении $\Delta y \cdot \Delta y$ (т.е. Δy^2) и g_{yx} – коэффициент при произведении $\Delta y \cdot \Delta x$. Тогда мы получаем четыре произведения:

$$g_{xx} \Delta x \cdot \Delta x, \\ g_{xy} \Delta x \cdot \Delta y, g_{yy} \Delta y \cdot \Delta y, g_{yx} \Delta y \cdot \Delta x. (1)$$

Сумма этих произведений всегда, в случае любой поверхности, равна квадрату расстояния Δr . Все различия в коэффициентах g . В случае евклидовой геометрии указанные коэффициенты имеют одни значения; в случае же неевклидовой геометрии, т.е. для искривленной поверхности, – иные. На плоской поверхности (в этом случае выполняются соотношения евклидовой геометрии) $g_{xx} = g_{yy} = 1, g_{xy} = g_{yx} = 0$. При таких значениях g в выражение для $(\Delta r)^2$ входят только члены $g_{xx} \Delta x \cdot \Delta x = \Delta x^2, g_{yy} \Delta y \cdot \Delta y = \Delta y^2$. Другие произведения умножаются на g_{xy} или на g_{yx} , т.е. на нуль, и исчезают. Поэтому квадрат расстояния между точками в этом случае равен сумме квадратов разностей координат

$$\Delta r^2 = g_{xx} \Delta x \cdot \Delta x + g_{yy} \Delta y \cdot \Delta y + g_{yx} \Delta y \cdot \Delta x = \Delta x^2 + \Delta y^2. (2)$$

Если поверхность перестает быть плоской, становится сферической поверхностью (подчиняется римановской геометрии) или

поверхностью типа граммофонной трубы (подчиняется геометрии Лобачевского), то коэффициенты g уже не равны единице и нулю и квадрат расстояния между точками уже не равен сумме квадратов разностей координат. Следовательно, коэффициенты g характеризуют поверхность, на которой мы определяем расстояние между точками. Значения коэффициентов g будут постоянными, если кривизна поверхности постоянна. Но в случае, когда кривизна меняется от точки к точке, соответственно меняются и коэффициенты g .

Четверка коэффициентов g образует тензор. Поскольку этот тензор определяет расстояние между точками, т.е. метрику на рассматриваемой поверхности, его называют *метрическим тензором*.

Обратимся теперь к трехмерному пространству. В евклидовой геометрии длина вектора определяется с помощью формулы $\Delta r^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2$. Эта формула является частным случаем общей формулы

$$\Delta r^2 = g_{xx} \Delta x^2 + g_{xy} \Delta x \cdot \Delta y + g_{xz} \Delta x \cdot \Delta z + \\ + g_{yx} \Delta y \cdot \Delta x + g_{yy} \Delta y^2 + g_{yz} \Delta y \cdot \Delta z + \\ + g_{zx} \Delta z \cdot \Delta x + g_{zy} \Delta z \cdot \Delta y + g_{zz} \Delta z^2. (3)$$

Общая формула переходит в частную, если коэффициенты при квадратах координатных разностей равны единице, а коэффициенты при смешанных произведениях координатных разностей равны нулю. Это условие соответствует евклидову характеру рассматриваемого трехмерного пространства.

Длина отрезка в n -мерном евклидовом пространстве выражается формулой

$$\Delta r^2 = \sum_{i=1}^n \Delta x_i^2 = \Delta x_1^2 + \dots + \Delta x_n^2. (4)$$

В общем случае длина отрезка в n -мерном пространстве определяется формулой

$$\Delta r^2 = g_{11} \Delta x_1^2 + g_{12} \Delta x_1 \Delta x_2 + \dots + g_{1n} \Delta x_1 \Delta x_n + \\ + g_{21} \Delta x_2 \Delta x_1 + \dots + g_{2n} \Delta x_2 \Delta x_n + \dots + \\ + g_{n1} \Delta x_n \Delta x_1 + \dots + g_{nn} \Delta x_n^2. (5)$$

Метрический тензор имеет n^2 составляющих.

Наблюдать искажение изображений можно на любых отражающих свет поверхностях, например, на листе белой бумаги. Источником света может служить обычная настольная лампа.

Поместим между источником света и листом бумаги какую-либо сетку (можно использовать широко распространенную в быту сетку от насекомых), подбирая ее положение относительно источника света и листа бумаги, находим четкое изображение сетки на листе бумаги. Начнем искривлять поверхность листа бумаги, изображение сетки на бумаге начнет искажаться (рис. 5).

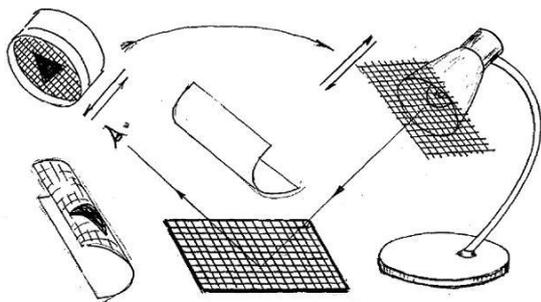


Рис. 5. Искажение изображения сетки при искривлении листка бумаги.

Еще больше возможностей для подобного рода наблюдений дает обычное сито, используемое в хозяйственных целях для просеивания сыпучих продуктов, желательно с крупной ячейкой. Во-первых, его удобно держать в руках или крепить к чему-нибудь за обод, а во-вторых, на дно такого сита можно положить любую плоскую непрозрачную фигуру (например, треугольник), и тогда на искривленной отражающей поверхности можно наблюдать не только искажение ячеек сита, но и искажение формы фигуры (точнее, ее тени).

При помещении на поверхность сетки (в том числе и сетки сита) тяжелых предметов, например, металлических шаров (нами использовались шарики от большого подшипника) происходит прогиб сетки,

и при этом искажается форма ячеек решетки. Этот видеоизмененный опыт по визуализации взаимодействия тел за счет действия сил тяжести при искривлении плоских поверхностей описан в работе [6].

Дальнейшие работы в этом направлении были связаны с рассмотрением понятия времени, причем были сделаны попытки механического моделирования временных интервалов и введения четырехмерного пространства-времени. На занятиях изучение вопроса, связанного с ОТО, заканчивалось тензорной записью закона гравитации Эйнштейна, качественной расшифровкой его физической сущности и рассказом об экспериментах по проверке ОТО. С учетом пожеланий школьников достаточно много времени было уделено вопросам истории создания теории тяготения и мироздания вообще. Но они, как правило, выносились на самостоятельную работу и выливались в реферативно-докладной метод обучения.

Данная методика была испытана на дополнительных занятиях и кружковой работе в средней школе № 40 Заводского района г. Саратова, а также на географическом и геологическом факультетах СГУ. Были проведены открытые уроки с приглашением учителей других школ, материалы были доложены в институте повышения квалификации и на выездных мастер-классах.

Библиографический список

1. Кондрашов Б.Н., Бычкунова Е.Б., Клочков М.А. // Вопросы прикладной физики. Саратов, 1999. Вып.5. С.28.
2. Кондрашов Б.Н., Резков А.Г., Бычкунова Е.Б. // Вопросы прикладной физики. Саратов, 2000. Вып.6. С.5-6.
3. Гольдгаммер Д.А. Курс физики. Петроград, 1917.
4. Фридман А.А. Мир как пространство и время. М., 1963.
5. Кузнецов Б.Г. Беседы о теории относительности. М., 1965.
6. Франк-Каменецкий Д.А. // Природа. 1961. №1. С.17-24.

SOME PROBLEMS OF THE GENERAL THEORY OF RELATIVITY AT NONPHYSICAL DEPARTMENTS OF UNIVERSITY AND IN THE SENIOR CLASSES OF SECONDARY SCHOOL

¹E.B. Bychkunova, ²E.A. Vorobyova, ²S.V. Kleshchevskaya, ²B.N. Kondrashov

¹Secondary school № 40, Saratov

²Saratov State University

In this paper some simplified methods of introduction of the mathematical means, intended for acquaintance with ideas of the general theory of relativity in the senior classes of secondary school and at nonphysical departments of university, and also the simple experiments showing a curvature of two-dimensional spaces are considered.

МЕТОДИКА ВВЕДЕНИЯ ВЕКТОРА ИНДУКЦИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ \mathbf{B}

Е.А. Воробьева, С.В. Клещевская, Б.Н. Кондрашов

Саратовский государственный университет

Воробьева Елена Александровна, инженер центра патентных услуг, vorobievae@mail.ruКлещевская Светлана Викторовна, к.ф.-м.н., доцент кафедры прикладной физики, KleshchevskayaSV@info.sgu.ru

Кондрашов Борис Никанорович, старший преподаватель кафедры прикладной физики, заведующий Проблемной лабораторией физических и технологических исследований

В данной работе рассматривается методика прямого введения вектора индукции магнитного поля \mathbf{B} на основании опытов Х.К. Эрстеда, Ж.Б. Био и Ф. Савара, Г. Роуланда и гипотетической модели, являющейся симбиозом этих опытов.

На нефизических специальностях естественных факультетов университетов на разделы, касающиеся электричества и магнетизма, отводится ограниченное количество времени. В то же время, для формирования научного мировоззрения необходимо вырабатывание правильного понимания элементов теории электромагнитного поля. Поэтому приходится иногда отказываться от исторической последовательности во введении тех или иных физических величин и моделировать гипотетические опыты, которые хотя и не имеют место в действительности, но позволяют схватывать суть и особенности в необходимости введения данных величин. Одним из таких приемов условного моделирования является введение вектора магнитной индукции \mathbf{B} . Традиционно в курсах общей физики он вводится как величина, входящая в определение силы Лоренца [1], или через закон Ампера [2]. Предложенный ниже метод позволяет ввести вектор \mathbf{B} напрямую.

Идея методики введения вектора магнитной индукции \mathbf{B} заимствована из книги А. Эйнштейна, Л. Инфельда «Эволюция физики» [3], причем историческая последовательность работ в расчет не принимается и результаты многочисленных опытов, проводимых с целью изучения взаимодействия движущегося электрического заряда с магнитами, сводятся к условному названию «опыт Роуланда».

Этот гипотетический опыт основан на

1. опыте Эрстеда,
2. опытах Био и Савара,
3. опыте Роуланда [4].

Датский физик Х.К. Эрстед [5] в 1820 году впервые обнаружил действие электрического тока на магнитную стрелку и отметил необычность направления отклонения оси магнитной стрелки вблизи проводника с током, изменение действия проводника с током на стрелку с расстоянием и зависимость этого действия от величины тока.

Количественную характеристику этому явлению, положившему основу новой области физики – электромагнетизму, дали в этом же году французские физики Ж.Б. Био и Ф. Савар и французский же физик, астроном, математик П.С. Лаплас. Ж.Б. Био и Ф. Савар установили закон действия прямолинейного проводника с током на магнитную стрелку (точнее, на один из полюсов магнитной стрелки) в зависимости от расстояния между проводником и стрелкой и от ее направления.

Сила, действующая на магнитную стрелку, оказалась обратно пропорциональна расстоянию от проводника до магнитного полюса стрелки и направлена перпендикулярно проводнику и прямой, соединяющей проводник с полюсом. П.С. Лаплас высказал предположение, что, по-видимому, каждый элемент тока прямого проводника производит на стрелку воздействие обратно пропорциональное квадрату расстояния между полюсом стрелки и проводником с током, что и было впоследствии подтверждено и положено в основу закона Био-Савара-Лапласа, определяющего магнитную индукцию элемента тока [6].

Американский физик Г. Роуланд в 1876 году установил, что движущийся заряженный проводник создает вокруг себя магнитное поле аналогичное магнитному полю, вызванному токами в неподвижном проводнике [4].

Известно, что уединенный неподвижный точечный электрический заряд не оказывает действия на такой индикатор магнитного поля, как магнитная стрелка. Требуется выяснить вопрос о том, будет ли уединенный движущийся точечный электрический заряд оказывать действие на индикатор магнитного поля, то есть, создает ли уединенный движущийся точечный электрический заряд магнитное поле.

Рассмотрим следующую гипотетическую модель, являющуюся обобщением опытов Х.К. Эрстеда, Ж.Б. Био, Ф. Савара и Г. Роуланда. Схематически ее можно изобразить так, как показано на рис. 1.

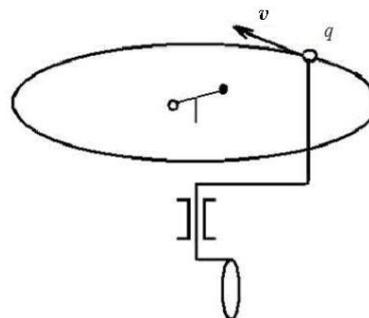


Рис. 1

Представим себе уединенный точечный электрический заряд q в виде шарика (рис. 1), который закреплен на оси, соединенной с каким-либо приводом рукояткой или с электрическим двигателем. Этот уединенный электрический

точечный заряд приводится приводом во вращательное движение в горизонтальной плоскости. В центре окружности помещают необходимый в данном случае индикатор, наблюдая за которым, и оценивают действие уединенного точечного электрического заряда в данной точке наблюдения.

Если в центр окружности поместить в качестве индикатора «электрическую стрелку» [7], то она будет поворачиваться синхронно с перемещением этого уединенного точечного электрического заряда q , поскольку кулоновская сила взаимодействия направлена вдоль линии, соединяющей взаимодействующие заряды (так же как и гравитационные силы).

Поместим в центр окружности в качестве индикатора магнитную стрелку (рис. 2).

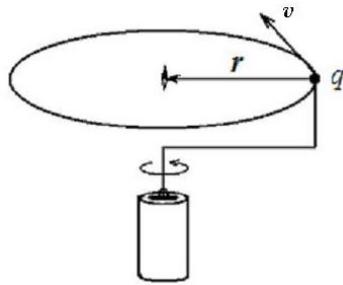


Рис. 2

В случае неподвижного уединенного точечного электрического заряда она никоим образом на него не прореагирует и установится в горизонтальной плоскости в положении Север-Юг. Мысленно исключим действие магнитного поля Земли на магнитную стрелку – она будет находиться в безразличном равновесии (как случайно она была направлена при помещении в центр окружности, так она и будет располагаться).

Приведем уединенный точечный электрический заряд в движение. Магнитная стрелка начнет разворачиваться. Это означает, что движущийся уединенный точечный электрический заряд создает вокруг себя магнитное поле, имеющее какую-то силовую характеристику. Но эта характеристика коренным образом отличается от всех ранее нам известных силовых характеристик электрического и гравитационного полей направлением своей ориентации. Силы взаимодействия и гравитационного и электрического полей, как уже не раз подчеркивалось, действуют вдоль линии соединяющей электрические или гравитационные заряды. Здесь же стрелка начинает поворачиваться, но не вслед за движущимся уединенным точечным электрическим зарядом, а в плоскости перпендикулярной той, в которой движется уединенный точечный электрический заряд, в нашем случае это горизонтальная плоскость.

Запишем результаты этого мысленного опыта, обозначив через X величину и свойства этой «неправильной» магнитной силы, действующей на индикатор – магнитную стрелку, изменяя условия эксперимента, а именно, меняя величину заряда q , его скорость движения v , радиус окружности r , по

которой он движется (r – это расстояние от уединенного точечного электрического заряда до точки нахождения магнитной стрелки). При этом предполагается, что радиус этой окружности достаточно большой для того, чтобы считать малый элемент дуги этой окружности прямолинейным.

1. Чем больше величина движущегося уединенного электрического заряда, тем больше сила, действующая на магнитную стрелку, то есть $|X| \sim q$.
2. Чем больше линейная скорость движущегося уединенного электрического заряда, тем больше сила, действующая на магнитную стрелку, то есть $X \sim v$.
3. Чем больше расстояние между движущимся уединенным электрическим зарядом и магнитной стрелкой, тем меньше сила, действующая на магнитную стрелку, причем зависимость не просто обратная, а обратная квадрату расстояния, то есть $|X| \sim \frac{1}{r^2}$.

Стрелка поворачивается в плоскости, перпендикулярной плоскости, в которой происходит вращение заряда. В горизонтальной плоскости лежат два вектора, характеризующие параметры нашего опыта: вектор линейной скорости движения v уединенного электрического заряда и радиус-вектор r , который направлен от этого заряда к центру окружности.

Итак, $X \perp v$ и $X \perp r$.

Можно сказать, что два вектора v и r лежат в одной плоскости, а третий вектор X в перпендикулярной.

Единственно известной из векторного исчисления операцией, соответствующей такому расположению в пространстве векторов, является векторное произведение двух векторов. Подытожив результаты опыта, можно записать единственную форму связи между X и величинами q , v и r в виде следующего соотношения

$$X \sim \frac{q[vr]}{r^3}. \tag{1}$$

Эту полученную из нашего мысленного эксперимента величину и называют вектором индукции магнитного поля B .

Поэтому можно записать, что $B \sim \frac{q[vr]}{r^3}$.

Чтобы получить равенство, нужно ввести коэффициент пропорциональности. В гауссовой системе единиц он равен $1/c$, где c – электродинамическая постоянная, совпадающая со скоростью света в вакууме.

Таким образом, $B = \frac{q[vr]}{cr^3}$. (2)

Далее непосредственно связываются две основные характеристики электрического и магнитного полей, а именно, вектор напряженности электрического поля E и вектор индукции магнитного поля B в случае, когда уединенный

точечный электрический заряд движется с малой скоростью ($v \ll c$). Причем преимущества изложения теории электромагнитного поля в гауссовой системе единиц здесь особенно очевидны.

Итак, обобщение опытных фактов для движущегося заряда выражается формулой (2).

Вектор напряженности электрического поля E для неподвижного заряда в той же точке наблюдения, определяемой вектором r , записывается как

$$E = \frac{q}{r^3} r. \quad (3)$$

Это выражение пригодно и для медленно движущегося точечного электрического заряда ($v \ll c$).

Подставляя в формулу (2) выражение (3), получаем

$$B = \frac{q[vr]}{cr^3} = \frac{[vqr]}{cr^3} = \frac{1}{c}[vE]. \quad (4)$$

Здесь важно подчеркнуть, что в гауссовой системе единиц основные единицы электромагнитного поля – вектор индукции магнитного поля B и вектор напряженности электрического поля E – имеют одинаковую размерность. Имея формулу для вектора индукции магнитного поля B для уединенного точечного электрического заряда, можно получить закон Био-Савара. Для этого используем методику, примененную Д.В. Сивухиным, введенную, правда, для получения закона Ампера из выражения для силы Лоренца.

Видоизменим опыт и рассмотрим магнитное поле, создаваемое в круговом витке тонкого проводника уже не отдельным точечным зарядом, приводимым в движение внешней механической силой, а движущимися в этом поле точечными электрическими зарядами за счет внешней ЭДС (например, за счет гальванического элемента) (схема опыта изображена на рис. 3).

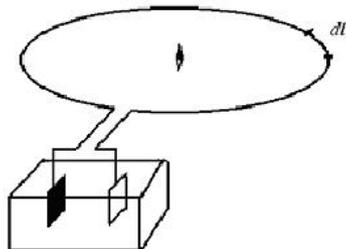


Рис. 3

Оказывается, что и в данном случае, магнитная стрелка также устанавливается в плоскости, перпендикулярной плоскости витка.

Рассмотрим маленький элемент проводника dl (рис. 4), площадью поперечного сечения S и объемом dV , в котором движутся одинаковые (для простоты) точечные электрические заряды q .

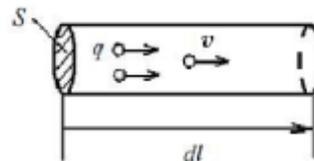


Рис. 4

Нетрудно показать, что плотность тока j связана с силой тока I в данном элементарном объеме следующим соотношением

$$jdV = Idl. \quad (5)$$

Зная это, можно легко получить выражение для вектора индукции магнитного поля, создаваемого уже не единичным точечным электрическим зарядом q , как было в описанном выше опыте, а отдельным элементом тока (объемным jdV или линейным Idl). При этом исходят из принципа суперпозиции вектора индукции магнитного поля B .

В результате получаем для элемента тока I

$$dB = \frac{[jr]}{cr^3} dV \text{ или } dB = \frac{I[dlr]}{cr^3}. \quad (6)$$

$$\text{Тогда } B = \frac{1}{c} \int \frac{[jr]}{r^3} dV \text{ или } B = \frac{I}{c} \int \frac{[dlr]}{r^3} -$$

закон Био-Савара

И Х.К. Эрстед, и Ж.Б. Био, и Ф. Савар, и Г. Руоланд в качестве индикатора магнитного поля использовали магнитную стрелку. Причем Ж.Б. Био и Ф. Савар установили [8], что ток, протекающий по прямому проводнику, не притягивает и не отталкивает магнитный полюс стрелки, но стремится повернуть его по окружности вокруг проводника, а это означает наличие у магнитной стрелки вращательного магнитного момента. Но магнитная стрелка (или магнитный диполь) не лучший индикатор для магнитных полей в силу достаточно плохой повторяемости и отсутствия единого эталона. Поэтому обращается внимание на сходство действия магнитного поля на магнитную стрелку и на контур (виток) тока в смысле схожести их вращательных моментов. Показывается (а в случае отсутствия времени вводится априори) эквивалентность токов и магнитов в отношении действующих на них сил [9]. Причем отмечается эквивалентность в отношении не только самих сил со стороны магнитного поля, действующих на магнитную стрелку и контур, но и эквивалентность в отношении создаваемых ими (стрелкой и контуром) полей.

Данная методика введения вектора индукции магнитного поля B была опробована как на лекционных занятиях со студентами естественных факультетов СГУ, так и в кружковой работе со школьниками старших классов и студентами первых курсов физического факультета, и она дала положительные результаты.

Библиографический список

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. III. Электричество. М., 1977.
2. Иродов И.Е. Основные законы электромагнетизма. М., 1983.

3. Эйнштейн А., Инфельд Л. Эволюция физики. М., 1965.
4. Спасский Б.И. История физики. Т. II. М., 1977.
5. Храмов Ю.А. Физики. Биографический справочник. М., 1983.
6. Терлецкий Я.П., Рыбаков Ю.П. Электродинамика. М., 1980.
7. Михельсон В.А. Физика. М., 1930.
8. Борн М. Эйнштейновская теория относительности. М., 1972.
9. Китайгородский А.И. Введение в физику. М., 1973.

TECHNIQUE OF INTRODUCTION OF THE MAGNETIC FIELD INDUCTION VECTOR B

E.A. Vorobyova, S.V. Kleshchevskaya, B.N. Kondrashov

Saratov State University

In this paper the technique of direct introduction of the magnetic field induction vector on the basis of H.C. Oersted, J.B. Biot and F. Savart, H. Rowland's experiments and of hypothetical model, which is generalization of these experiments, is considered.

УДК 37.1

РАЗВИТИЕ ТВОРЧЕСКИХ СПОСОБНОСТЕЙ УЧАЩИХСЯ НА ПРИМЕРЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НА ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Н.Д.Гаврилов

Филиал СГТУ, г.Балашов

Гаврилов Николай Дмитриевич, к.т.н., доцент, politechadsl@san.ru.

Приведена адаптация методов высшей школы при решении конкурсной задачи по физике на плоскопараллельное движение твердого тела.

Развернувшаяся в последние годы в России система централизованного тестирования выпускников 11 классов средних школ по базовым дисциплинам (физика и математика) ставит перед преподавателями, осуществляющими учебный процесс в рамках довузовской системы образования, новые задачи.

1. Развитие мотивационного компонента в общей системе учебной деятельности в среде учащихся довузовской системы образования.

2. Через решение конкурсных или отборочных задач обеспечить более глубокое изучение физических законов, понятий, явлений.

3. Формирование у учащихся быстрейшего нахождения правильного ответа при решении любой задачи по физике, приводимой в представленном тесте.

Перечисленные задачи продиктованы ограниченными рамками времени, отводимого на тестирование (3 часа), и количеством заданий в тесте (40 заданий).

Для решения этих задач преподаватель организует свою деятельность в соответствии с авторской программой, учитывающей индивидуальную методику проведения занятий, способствующей развитию специальной подготовки и навыков учащихся и включающей в себя наряду со школьными методами решения, методы решения, заимствованные из дисциплин, изучаемых в рамках высшей школы, так как они зачастую позволяют

найти решение задачи более быстро и с более высокой точностью. Кроме перечисленного такая методика должна предоставлять преподавателю возможность доносить материал по изучаемым темам на доступном для восприятия учащимися языке.

Одной из таких тем, относящихся к разделу классической механики И.Ньютона и Г.Галилея и в то же время выходящих за рамки программ средних образовательных школ, изучаемых в условиях профильной довузовской подготовки учащихся по физике, является плоскопараллельное движение твердого тела. Дадим общее определение, сформулированное в отдельном разделе курса теоретической механики, как самостоятельной науки, изучаемой в рамках высшей школы [1]: плоскопараллельным называется движение твердого тела, при котором все точки тела движутся параллельно какой-либо одной неподвижной плоскости. Отличительной способностью этого вида движения является то, что его можно рассматривать как составное, складывающееся из поступательного и вращательного движений. В связи с этим, всякое перемещение плоской фигуры одного положения в другое можно составить из двух перемещений – из поступательного движения вместе с выбранным полюсом и из поворота вокруг этого полюса [1].

Для пояснения сказанного, рассмотрим движение колеса радиуса R , катящегося без скольжения по горизонтальной поверхности, причем

известно, что ось колеса перемещается равномерно со скоростью V_0 , а угловая скорость вращения

колеса относительно оси - ω_0 (рис.1).

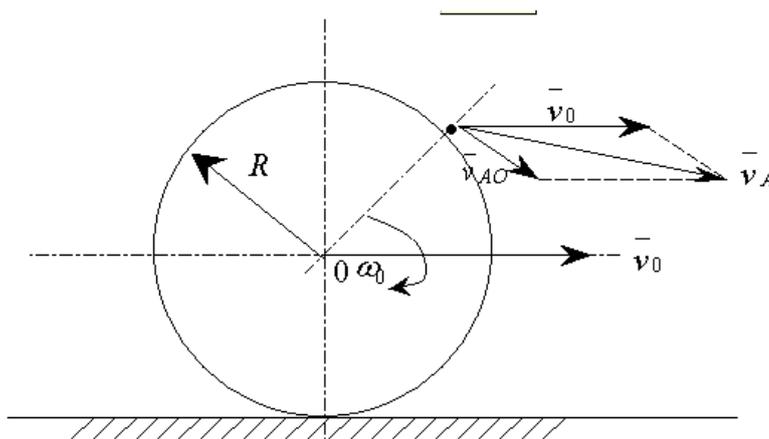


Рис. 1.

Если ставится задача определения скорости некоторой точки A , принадлежащей ободу колеса, относительно горизонтальной поверхности, то придерживаясь сформулированному правилу, необходимо вычислить линейную скорость точки A относительно полюса O по формуле:

$$v_{AO} = \omega_0 R, \quad (1)$$

а затем изобразив её соответствующим вектором \vec{v}_{AO} , приложенным в точке A в выбранном масштабе, геометрически сложить с вектором \vec{v}_0 , скорости поступательного движения полюса, перенесенного параллельно самому себе из точки O в точку A . Полученный в результате геометрического сложения векторов \vec{v}_0 и \vec{v}_{AO} вектор \vec{v}_A будет являться искомой скоростью точки A относительно горизонтальной поверхности движения.

Другой способ определения скорости любой точки тела при его плоскопараллельном движении основан на использовании мгновенного вращательного движения относительно какой-либо точки, находящейся в плоскости вращения.

Всякое перемещение плоской фигуры из одного положения в другое можно осуществить одним поворотом вокруг некоторой точки P , называемой центром конечного вращения или мгновенным центром скоростей. Поскольку эта «замечательная» точка обладает свойством мгновенной неподвижности, её скорость относительно поверхности перемещения в рассматриваемый момент времени равна нулю ($v_p=0$).

Для нахождения точки используется формула [1]

$$OP = \frac{v_0}{\omega_0} \quad (2)$$

и следующее правило: для того чтобы указать положение мгновенного центра скоростей P следует мысленно вектор \vec{v}_0 скорости полюса повернуть на 90° в сторону вращения плоской фигуры (в сторону ω_0), а затем в указанном направлении следует отложить отрезок, величина которого определяется по формуле (2). Конец этого отрезка и укажет положение мгновенного центра скоростей P в данный момент времени [1].

Найдем положение мгновенного центра применительно к рассмотрению случая движения колеса по горизонтальной поверхности (рис.2).

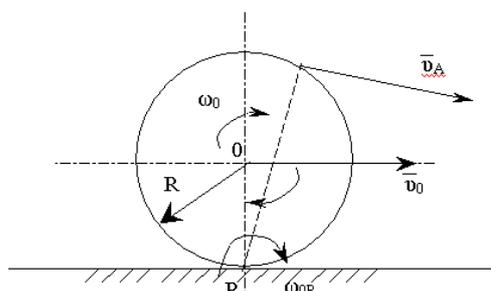


Рис. 2.

Используя формулу (2) нетрудно установить, что мгновенный центр скоростей P будет находиться в точке соприкосновения обода колеса с горизонтальной поверхностью.

$$OP = R \quad (3)$$

Если точка P является мгновенным центром вращения колеса, то все точки, принадлежащие колесу будут совершать мгновенные вращательные движения относительно этого центра. Иными словами, можно найти мгновенную угловую

скорость вращательного движения. Очевидно, она будет представлять собой частное от деления какой-либо известной скорости, например v_0 – скорости полюса на мгновенный радиус $OP=R$, т.е.

$$\omega_{op} = v_0/R \quad (4)$$

В рассматриваемом случае мгновенная угловая скорость ω_{op} численно равна заданной угловой скорости ω_0 .

Теперь, зная численное значение ω_{op} , нетрудно отыскать значение скорости любой точки, принадлежащей колесу относительно поверхности движения. Если нам необходимо найти всё ту же скорость точки A , то соединив её с центром P , получим мгновенный радиус AP вращательного движения A относительно центра P . Тогда, воспользовавшись известным выражением, связывающим угловые и линейные характеристики вращательного движения, найдем численное значение скорости v_A

$$v_A = \omega_{op} \cdot R \quad (5)$$

Направление вектора скорости v_A определяется направлением мгновенной угловой скорости ω_{op} (в ту же сторону) вдоль линии, проведенной перпендикулярно мгновенному радиусу AP .

Из сказанного следует, что в общем случае положение мгновенного центра скоростей с течением времени изменяется и каждому данному моменту времени соответствует свой определенный центр скоростей. Геометрическое место мгновенных центров скоростей при движении плоской фигуры за конечный промежуток времени будет представлять собой непрерывную кривую, которая называется неподвижной центроидой.

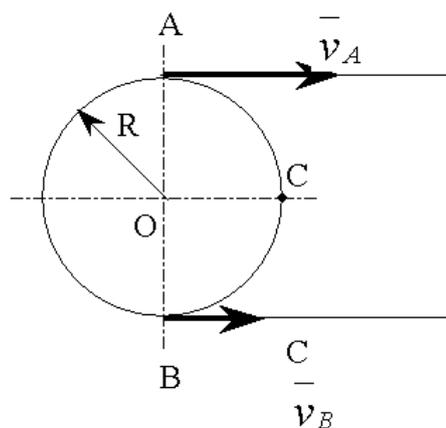
Кроме этого «замечательность» мгновенного центра скоростей заключается ещё и в том, что в каждый данный момент времени он совпадает с мгновенным центром вращений. В противном случае было бы нарушено единство распределения скоростей точек плоской фигуры в данный момент времени. Более того, в каждый момент времени подвижная центроида касается неподвижной центроиды в точке, которая для плоской фигуры является мгновенным центром скоростей, а для неподвижной поверхности мгновенным центром вращений. Это дает нам возможность при плоскопараллельном движении рассматривать качение подвижной центроиды по неподвижной. В рассматриваемом случае подвижной центроидой является наружный обод колеса, а неподвижной – плоская поверхность (дорога), по которой колесо катится без скольжения.

Приведем пример решения конкурсной задачи по физике повышенной сложности на плоскопараллельное движение твердого тела, предлагавшейся в сборнике задач для централизованного тестирования в 2002 году [2].

Колесо радиуса R приводится в движение двумя тросами, причем верхняя точка A имеет скорость $v_A = 8$ м/с, а нижняя B – $v_B = 2$ м/с. Найти скорость C принадлежащей ободу колеса (рис.3).

Рис.3.

Рассматривая движение колеса как плоскопараллельное, найдем положение мгновенного центра скоростей P . Для этого в выбранном масштабе изобразим векторы скоростей



v_A и v_B (рис. 4). Затем проведя две линии l и m соответственно через начало векторов v_A и v_B и через их концы до взаимного пересечения, получим положение центра P .

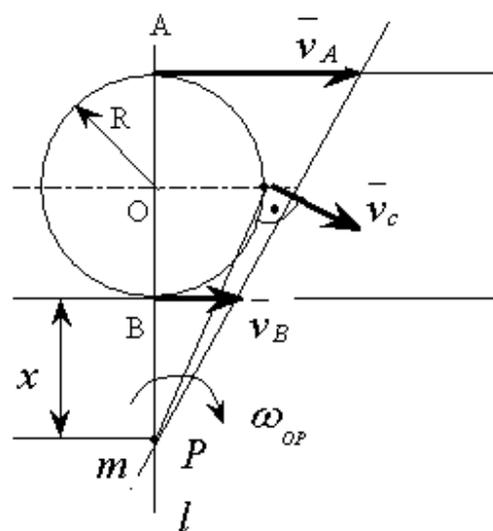


Рис.4.

Теперь, зная положение центра P , можно составить два выражения, определяющие мгновенную угловую скорость ω_{op} .

$$\omega_{op} = \frac{v_A}{2R+x} ; \omega_{op} = \frac{v_B}{x} \quad (6)$$

где $(2R+x)$ и x – соответственно радиусы мгновенного вращательного движения точек A и B , принадлежащих ободу колеса.

Сведя выражения (6) в пропорцию, получим:

$$\frac{v_A}{2R+x} = \frac{v_B}{x} \quad (7)$$

$$\text{Отсюда: } x = \frac{2v_B R}{v_A - v_B} \quad (8)$$

Подставим (8) в (6):

$$\omega_{op} = \frac{v_A - v_B}{2R} \quad (9)$$

Искомая скорость v_c очевидно определяется из условия:

$$v_c = \omega_{op} \cdot CP \quad (10)$$

где CP – радиус мгновенного вращательного движения точки C относительно P .

Из $\triangle OCP$ имеем:

$$CP = \sqrt{OP^2 + OC^2} \quad (11)$$

Из рис.4 видно $OP=R+x$; $OC=R$, тогда

$$CP = \sqrt{(R+x)^2 + R^2} \quad (12)$$

Или, заменяя x значением (8)

$$CP = \sqrt{\left(R + \frac{2v_B R}{v_A - v_B}\right)^2 + R^2} ;$$

$$CP = \frac{R}{v_A - v_B} \sqrt{2(v_A^2 + v_B^2)} \quad (13)$$

Подставим для окончательного решения (9) и (13) в (10), тогда:

$$v_c = \sqrt{\frac{v_A^2 + v_B^2}{2}} \quad (14)$$

Вычисления дадут

$$v_c = \sqrt{\frac{8^2 + 2^2}{2}} = \sqrt{34} = 5,8 \text{ м/с}$$

Из рассмотренного выше материала и приведенного решения задачи можно сформулировать следующие выводы:

1. Разработана правильно сбалансированная методика обучения в условиях профильной довузовской подготовки учащихся по физике, позволяющая наряду со школьными методами решения задач использовать методы, заимствованные из дисциплин, изучаемых в высшей школе.

2. Реализована практика адаптации методов высшей школы к условиям профильной довузовской подготовки учащихся, позволяющая решать конкурсные задачи более быстро и с более высокой точностью.

3. Приведены краткие теоретические сведения и рассмотрена задача на плоскопараллельное движение твердого тела, формирующие у учащихся оригинальность мышления и развивающие возможность овладения специальными методами решения.

4. Приведенный по теме материал хорошо систематизирован и может служить ориентиром при организации занятий учителями лицеев, гимназий и средних школ, занимающихся профильной довузовской подготовкой учащихся к централизованному тестированию по физике.

Библиографический список

1. Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах. Т.1 – М.: Наука, 1971.
2. Тесты. Физика 11 класс. Варианты и ответы централизованного тестирования. – М.: Центр тестирования МОРФ, 2002.

THE DEVELOPMENT OF THE CREATIVE ABILITIES OF THE PUPILS ON THE EXAMPLE OF THE SOLUTION OF THE PROBLEMS ON THE TWO-DIMENSIONAL MOTION.

N.D. Gavrilov

Saratov State Technical University

The adaptation of the higher school methods for the solution of the secondary school competitive problems on the example two-dimensional motion of the solid is developed.

УДК 536.751

ЗАМЕЧАНИЕ О ВОЗМОЖНОСТЯХ КЛАССИЧЕСКОЙ СТАТИСТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

В.И.Бабаян, А.Ф.Крылов, Л.И.Карнаухова

Саратовский государственный университет

Бабаян Владимир Иванович, к.ф.-м.н., доцент, 1946–2007.

Крылов Александр Федорович, к.ф.-м.н., доцент,

Карнаухова Людмила Ильинична, к.ф.-м.н., доцент,

На примере идеального газа показано, что правильное применение аппаратов классической механики и термодинамики приводит к соответствию с опытными данными.

После построения математического аппарата квантовой статистики и успешного применения его к решению фундаментальных вопросов теории макроскопических систем [1-3] стало распространённым мнение, что "применение законов статистической физики к реальным системам практически невозможно, если попытаться ограничиться классическими представлениями о движении атомных частиц" [2]. Следовательно, классический вариант метода статистических ансамблей Гиббса не может привести, например, к раскрытию сути противоречия, известного под названием "парадокс Гиббса".

Покажем, что последовательное и строгое в математическом плане использование общих положений классической статистики без внесения произвольных допущений в представление о связи между величинами, фигурирующими в статистической и термодинамической теориях газовых систем, позволяет в рамках классической физики получить полное согласование результатов молекулярно-кинетического подхода с опытными данными.

Каноническое распределение Гиббса в классической статистике имеет вид

$$d\omega(q,p) = \exp\{(\psi - H(q,p))/\theta\} dqdp$$

с условием нормировки

$$\int \exp\{(\psi - H(q,p))/\theta\} dqdp = 1,$$

где интегрирование проводится по всему фазовому пространству системы [3]. Для получения правильного выражения свободной энергии газа интеграл состояний $\int \exp\{-H(q,p)/\theta\} dqdp$ должен быть поделен на $N!$.

В учебно-методической литературе доминирует высказанная в [2] точка зрения, что когда речь идет об использовании общих положений классической статистики, "непоследовательность этой операции

очевидна" [2]. Обратим внимание, что такая операция является непоследовательной в том случае, когда делается допущение, что $\psi = F$ [4]. Однако сравнение статистического аналога основного уравнения термодинамики

$$d\bar{H} = \sum_i \frac{\partial \psi}{\partial x_i} dx_i + \theta d\left(-\frac{\partial \psi}{\partial \theta}\right) \quad (1)$$

с уравнением феноменологической термодинамики

$$dU = \sum_i (-X_i) dx_i + TdS \quad (2)$$

приводит к выводу, что $F = \psi + \theta B$, где $\theta = kT$, а величина B не зависит от температуры и внешних параметров x_i , но может являться функцией числа частиц системы. Последующее раскрытие структуры B с помощью соотношения

$$\mu = \left(\frac{\partial F}{\partial N}\right)_{T,V} = \frac{F + PV}{N}, \quad (3)$$

приводит к следующему выражению для B :

$$B = bN + \ln N!$$

При этом выражение для свободной энергии идеального газа приводится к виду:

$$F = -kT \ln \left[\frac{V^N}{N!} \left(\frac{2\pi mkT}{\eta^2} \right)^{\frac{3N}{2}} \right], \quad (4)$$

где постоянная η однозначно связана с постоянной b .

Структура формулы (4) и получаемого на её основе выражения энтропии полностью согласуется с фундаментальными экспериментальными данными.

Рассмотренный пример свидетельствует о том, что методы классической статистики не лишены эвристических возможностей при изучении свойств атомно-молекулярных газовых систем.

Библиографический список

1. Базаров И.П. Термодинамика. М., 1991.
2. Левич В.Г. Курс теоретической физики. М., 1962. Т. I.
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. М., 1976.
4. Спасский Б.И. История физики. М., 1964.

NOTE CONCERNING POTENTIALITIES OF CLASSIC STATISTICAL MECHANICS

Babayan V.I., Krilov A.F., Karnauchova L.I.

Saratov State University

Using ideal gas as an example it is shown that correct applying of classical mechanics and thermodynamics tools leads to correspondence with the experimental results.

УДК621.372.81

ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ВЕКУА В ЗАДАЧАХ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ СВЧ.

А.С.Листов

Саратовский государственный университет

Листов Александр Серафимович, к.ф.-м.н., доцент

Дается теоретическое обоснование применения интегрального представления Векуа для решения внутренних краевых задач электродинамики СВЧ.

Развитие современной техники СВЧ степени отрезков волноводов с нестандартной сопровождается использованием все в большей формой поперечного сечения, различных

неоднородностей в них, сложных волноводных сочленений и т.п. Во всех этих случаях базовым элементом, подлежащим электродинамическому анализу, является регулярный волновод с произвольной формой поперечного сечения (ПФПС).

Задача определения критических частот и полей в волноводах с ПФПС является с математической точки зрения составной частью более общей проблемы-нахождения собственных чисел и собственных функций краевой задачи для произвольной области. Несмотря на обилие методов её решения, трудно указать хотя бы один, который позволил бы определять собственные числа с заданной точностью. Даже такие универсальные численные методы, как методы конечных разностей и конечных элементов не всегда для областей сложной формы приводят к успеху при определении собственных чисел высоких номеров.

С позиций сказанного представляется интересным обоснование метода расчета собственных чисел и функций произвольной области на основе интегрального представления Векуа (ИПВ) [1]. Рассматривается регулярный вдоль

$$\left\{ \varphi(z) - \int_{z_1}^{z_2} \varphi(\xi) \frac{\partial}{\partial \xi} J_0 \left[\chi \sqrt{(\bar{z} - \bar{z}_1)(z - \xi)} \right] d\xi + \varphi_0 J_0 \left[\chi \sqrt{(\bar{z} - \bar{z}_1)(z - z_1)} \right] \right\} \quad (1)$$

Где $\varphi(z)$ - произвольная аналитическая функция комплексного переменного z ; χ -волновое поперечное число.

Наложение на (1) граничных условий Дирихле и Неймана приводит к сложным, слабо изученным в математике функциональным уравнениям (назовем их ФУД и ФУН соответственно) относительно неизвестных $\varphi(z)$ и χ , в которых интегрирование, как будет показано ниже, можно вести не по области, а по контуру, её ограничивающему. Интегрирование же по контуру имеет то существенное достоинство, что оно при дискретизации краевой задачи приводит к системе линейных уравнений с матрицей коэффициентов при неизвестных треугольной формы и более низкого порядка, алгоритм обращения которой элементарен и легко реализуется на ЭВМ.

Из теории известно, что из аналитичности функции $\varphi(z)$ в области S автоматически не следует её непрерывность вплоть до контура L , ограничивающего S , т.е. , что значение $\varphi(t)$, $t \in L$ являются предельным значением $\varphi(z)$, аналитической в S . Поэтому для того, чтобы в ФУД и ФУН вести интегрирование по контуру L , необходимо показать непрерывность искомой функции $\varphi(z)$ вплоть до L .

Рассмотрим задачу с граничными условиями Дирихле.

Представление (1) перепишем в виде:

$$\Pi(x,y) = E_\ell(x,y) = \operatorname{Re} \varphi(z) + \operatorname{Re} \mathcal{F}(x,z,\bar{z}) \quad (2)$$

Поскольку в (2) второе слагаемое есть интеграл от $\varphi(z)$ с множителем- непрерывной функцией $\frac{\partial}{\partial \xi} J_0 \left[\chi \sqrt{(\bar{z} - \bar{z}_1)(z - \xi)} \right]$, то оба

выбранного продольного направления ℓ волновод с ПФПС с однородным, изотропным заполнением. Полагается, что его оболочка - идеальный металл, и потери в среде, заполняющей волновод, отсутствуют. В такой постановке электродинамическая задача сводится к решению двух волновых уравнений относительно продольных компонент электрического E_ℓ и магнитного полей H_ℓ с граничными условиями Дирихле и Неймана.

С математической точки зрения каждое из волновых уравнений является дифференциальным уравнением в частных производных эллиптического типа. Согласно теории, разработанной И.Н.Векуа, общее решение таких уравнений м.б. представлено как решение в комплексной области $Z=X+jY$ в виде следующего интегрального представления Векуа (ИПВ) [2]:

$$\Pi(x,y) = \begin{cases} E_\ell(x,y) \\ H_\ell(x,y) \end{cases} = \operatorname{Re}$$

слагаемых в (2) имеют одинаковый характер непрерывности.

Из физических соображений непрерывности полей в волноводе вплоть до стенок волновода и из условия адекватности математического построения и физической модели (волновода) следует непрерывность $\Pi(x,y)$ в замкнутой области \bar{S} вплоть до L , т.е непрерывность $\Pi(x,y)$ в замкнутой области \bar{S} . Учет сделанных замечаний о характере непрерывности слагаемых в (2) и непрерывности $\Pi(x,y)$ в \bar{S} дает возможность заключить, что $\operatorname{Re} \varphi(z)$ непрерывна в \bar{S} , и тогда для $\varphi(z)$ справедливо представление:

$$\varphi(z) = \frac{1}{j\pi} \int_L \frac{v(t)}{t-z} dt + jC \quad (3)$$

где $v(t)$ - действительная функция точки, удовлетворяющая на $t \in L$ условию Гельдера.

Подстановка (3) в (1), наложение граничного условия и использование формулы предельного перехода Сохоцкого-Племеля при устремлении точки z к некоторой точке $t \in L$ приводит к сингулярному интегральному уравнению для неизвестной функции $v(t)$:

$$v(t) + \int_L G(x,\tau,t)v(\tau)d\ell = f(\tau) \quad (4)$$

Показывается, что ядро уравнения (4)- функция $G(x,\tau,t)$ удовлетворяет на L условию Гельдера, а индекс этого уравнения равен нулю. Из этого следует, что уравнение (4) квазифредгольмовского типа и для него имеет место все три основные теоремы Фредгольма о возможности его

разрешимости. Всякое решение исходного ФУД является решением уравнения (4) по способу его получения. Доказывается, что и всякое решение (4) является решением ФУД.

В результате анализ исходной краевой задачи Дирихле сводится к анализу интегрального уравнения (4), свойства, ядра которого и функции $v(t)$ удовлетворяют определенным условиям, позволяющим использовать для (4) известные ранее результаты [2]. Показывается, что аналитическая в S функция $\varphi(z)$, при помощи которой $\Pi(x,y)$ выражается в виде ИПВ, является непрерывной в смысле Гельдера в \bar{S} .

Получен важный для теоретического обоснования и дальнейшего построения алгоритма задачи результат. Из свойства непрерывности функции $\varphi(z)$ в замкнутой области \bar{S} следует, прежде всего, что значение $\varphi(t)$ на L в ФУД являются предельными значениями аналитической в S функции $\varphi(z)$. Из свойства непрерывности $\varphi(z)$ следует также правомерность применения к $\varphi(z)$ интегральной формулы Коши и возможность равномерного приближения $\varphi(z)$ в области \bar{S} полиномами по z .

Имеющаяся теория почти ничего не говорит о спектре ФУД. С учетом доказанной непрерывности $\varphi(z)$ в \bar{S} ФУД можно свести к эквивалентному уравнению Фредгольма относительно $\varphi(\tau)$, $\tau \in L$, свойства которого изучены лучше и дают возможность заключить, что спектры этого уравнения и эквивалентного ему ФУД дискретные.

Аналогично задаче Дирихле анализируется задача с краевыми условиями Неймана.

Библиографический список.

1. Листов А.С. // Вопросы прикладной физики. Саратов, 2003. Вып 9. С. 64.
2. Векуа И.Н. Новые методы решения эллиптических уравнений. М. Л., 1948.

APPLICATION OF THE VEKUA INTEGRAL FORM IN THE PROBLEMS OF HF ELECTRODYNAMICS.

A.S. Listov
Saratov State University

A theoretical substantiation of the application of Vekua integral form to solve inside boundary problems of the HF electrostatics is given.

Показывается, что оператор производной по нормали к контуру в комплексной плоскости принимает вид:

$$\frac{\partial}{\partial n} = e^{j\alpha} \frac{\partial}{\partial z} + e^{-j\alpha} \frac{\partial}{\partial \bar{z}}$$

Где α – угол, составленный внешней нормалью с осью OX . Применение правила дифференцирования интеграла по параметру в ИПВ и наложение граничного условия Неймана приводят к ФУН. Доказательство того, что $\varphi(t)$, $t \in L$ в ФУН являются предельными значениями $\varphi(z)$ в S , итогом, что спектр ФУН дискретен, проводится точно по такой же схеме, как и в задаче Дирихле.

Рассматривается вопрос об аппроксимации исходной функции в ФУД и ФУН на контуре. В силу непрерывности функции $\varphi(z)$ в \bar{S} , она может быть равномерно приближена \bar{S} в полиноме по Z (степенным рядом). При разбиении контура на отрезки и в предположении малости этих отрезков на каждом из них $\varphi(z)$ можно в первом приближении аппроксимировать обрывком этого ряда – линейным двучленом. Показывается, что погрешность, вносимая заменой $\varphi(z)$ на $\widetilde{\varphi(z)}$

приближенное оценивается как $|\varphi(z) - \widetilde{\varphi(z)}| \leq \frac{c}{N}$, где N – число отрезков

контура. Показывается, что интегрирование по произвольному криволинейному контуру дает минимальные погрешности при интегрировании вдоль ломаной, спрямляющей контур.

О МЕТОДИКЕ ПЕРЕВОДА ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ТЕКСТОВ

И.А. Шаповалова

Шаповалова Ирина Александровна, учитель английского языка высшей категории
МОУ «СОШ №31» Кировского района г. Саратова

Обсуждается методика перевода естественнонаучных текстов. Обращается внимание на особенности и трудности, которые встречаются при переводе таких текстов. Предлагаются упражнения, с помощью которых этот процесс можно облегчить.

К числу главных задач изучения иностранного языка студентами естественнонаучных факультетов относится развитие навыков и рациональных приемов перевода научно-технических текстов. В работе обсуждаются некоторые трудности перевода и пути их преодоления.

У каждого языка есть функциональные стили, которые являются подсистемными языку, каждая из которых обладает своими специфическими особенностями в лексике и фразеологии, в синтаксических конструкциях, а иногда и в фонетике. Возникновение и существование функциональных стилей обусловлено спецификой условий общения в разных сферах человеческой деятельности. Следует иметь в виду, что стили различаются как возможностью употребления тех или иных элементов и конструкций, так и их частотными соотношениями.

Специальный технический термин, например, может встретиться в разговорном стиле, но вероятность появления его здесь совершенно иная, чем в техническом тексте по данной специальности, так как термины для разговорного стиля нехарактерны.

Для текстов, предназначенных для сообщения точных сведений из какой-либо специальной области и для закрепления процесса познания, характерен естественнонаучный стиль.

Главной особенностью этого стиля является использование специальной терминологии. Каждая отрасль науки вырабатывает свою терминологию в соответствии с предметом и методом своей работы.[1]

Следующей особенностью естественнонаучного стиля является логическая последовательность изложения сложного материала, исключение или сильное ограничение использования внеязыковых средств. Синтаксическая структура должна быть стройной, полной и по возможности стереотипной.

При переводе научно-естественных текстов следует обращать внимание на следующие факторы, затрудняющие процесс перевода..

Если в тексте речь идёт о приборах или оборудовании, то очень часто можно встретить определительные группы, состоящие из целых цепочек слов: *problem-solving device* – устройство, обеспечивающее решение задачи; *data processing system* – система обработки данных. Чтобы как

можно точнее перевести эти цепочки, следует помнить, что, как правило, их следует переводить с конца.

Для научно-технических текстов характерно использование двойных союзов: *whether... or*; *both...and*; *as...as*. Могут встретиться и двойные союзы, которые не используются в художественной литературе: *therewith*, *hereby* и так далее.

Часто встречается пассив, где не указывается лицо, и неличные формы глагола. Например: вместо *I use the same notation as previously* пишут: *The notation is the same as previously used*.

Значительные трудности могут возникать при переводе общенаучных слов, относящихся к категории так называемых «ложных друзей переводчика». Известно [2], что «количество ошибок, допускаемых переводчиками в данной категории слов, чрезвычайно высоко». Причем ошибки допускают не только начинающие переводчики, но и высококвалифицированные специалисты. Для устранения трудностей в переводе слов этой категории созданы словари и пособия «ложных друзей переводчика» [3].

В англо-русском и русско-английском словаре «Ложных друзей переводчика» В.В. Акуленко рассмотрено 900 английских слов в сравнении со сходственными по звучанию русскими словами, даётся анализ полного или частного несоответствия сходных и отождествляемых английских и русских слов [3]. Например: *accumulator* - аккумулятор. *Accumulator* – 1) технический прибор, служащий для накопления разного рода энергии; 2) техническое собирающее устройство, сумматор, накапливающий счётчик; 3) лицо, собирающее, накапливающее что-либо.

Чтобы правильно перевести в тексте такие слова, прежде всего, нужно иметь словари – справочники, включающие в себя «ложных друзей переводчика».

Существует две группы слов, на которые следует обратить внимание.

1. Слова, которые имеют одинаковое написание и произношение, но другое значение по сравнению с английским, например: «ложный друг» - *aspirant*; ложный перевод - аспирант; правильный перевод - претендент.

2. Слова, которые в одном или двух значениях совпадают с русскими, а в остальных не совпадают. Например: balance – сальдо, остаток, а не только баланс.

Для развития навыков перевода желательно использование таких учебников и пособий, в которые применяются специальные приемы, способствующие пониманию естественнонаучных текстов, усвоению и запоминанию специальных терминов [4]. Так для успешного перевода и усвоения текста в ряде пособий вначале даётся список терминов. Например, перед текстом «Development of Electronics» даётся список:

applied-physics – прикладная физика
to replace vacuum tubes – заменять электронные лампы
a piece of semiconductor – полупроводниковый кристалл и так далее.

Используя список терминов при чтении текста, можно в общих чертах сказать, о чём он, а при необходимости сделать точный перевод.

Для лучшего запоминания этих терминов предлагаются соответствующие упражнения. Задачи таких упражнений состоят в том, чтобы ответить на вопросы; найти в тексте английские эквиваленты словосочетаний; перевести «цепочки существительных» (например, power consumption change) и так далее.

После выполнения указанных упражнений рекомендуется проведение тестирования со следующими заданиями:

1) Вставить необходимые слова вместо пропусков.
Modern ... began in the early 20th century with the

Библиографический список

1. Арнольд И.В.. Стилистика современного английского языка. М., 1990.
2. Гладкова Л.А., Потапова Т.В.. О «ложных друзьях переводчика» в научно-технической литературе. Лингвометодические проблемы преподавания иностранных языков в высшей школе. Сборник научных трудов. Издательство Саратовского университета. Саратов, 2005. Вып. 1. С. 48-55.
3. Акуленко В.В.. Англо-русский и русско-английский словарь «ложных друзей переводчика». М., 1969.
4. Радовель В.А.. Основы компьютерной грамотности. Ростов- на Дону, 2007.

ABOUT THE METHOD OF TRANSLATION OF NATURAL SCIENTIFIC TEXTS

I.A.Shapovalova

Saratov secondary school № 31

It is discussed the method of translation of natural scientific texts. It is paid attention on features and difficulties translating these texts. The exercises with the help of which this process can be more simple are offered.

invention of electronic tubes. a)miniaturization; b)electronics; c)microelectronics.

2) Раскрыть скобки и выбрать глагол в требуемом залоге: действительном или страдательном. Before the invention of the transistor its function (performed; was performed) by vacuum tubes.

3) Выбрать вариант, который лучше всего выражает главную идею текста (даётся несколько вариантов).

4) Подобрать к терминам, данным в левой колонке, определения, представленные справа.

- | | |
|------------------|---|
| 1. Computer | a) a machine by which information is received from the computer; |
| 2. Data | b) a device capable of storing and manipulating numbers, letter sand characters; |
| 3. Input device | c) an electronic machine that processes data under the control of a stored program; |
| 4. Memory | d) a disk drive reading the information into the computer; |
| 5. Output device | e) information given in the form of characters. |

Как правило, учащиеся успешно справляются с заданиями, а потом после подготовительной работы - и с текстом.

Задания, варианты которых предложены выше, можно выполнять и на компьютере. Это способствует, как углублению изучения английского языка, так и повышению грамотности студентов в области информационных технологий.

МЕТОДИЧЕСКИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ФИЗИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ.

М.А. Старшов, В.Н. Шевцов, О.А. Плеханова, Б.Р. Галицкий

Саратовский государственный университет
 Старшов Михаил Александрович, доцент кафедры прикладной физики,
 Шевцов Владимир Николаевич, к.ф.-м.н., доцент кафедры прикладной физики
 Плеханова Ольга Александровна, преподаватель СГАУ
 Галицкий Борис Романович, студент физического факультета СГУ

На примере известной задачи показаны возможности графического метода обработки первичных данных для получения новых зависимостей физических величин, который может быть полезен при обучении студентов как при решении учебных задач, так и в экспериментальных исследованиях

Известно, что колебательное уравнение

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + kx = 0$$

независимо от конкретного типа самой колебательной системы имеет решение в виде гармонической функции, в простейшем случае $x = A \cdot \sin \omega t$, где ω – круговая частота или скорость, равная $2\pi T^{-1}$. Если система представляет собой идеальный пружинный маятник, то константу в уравнении можно записать так: $k = m \cdot \omega^2$, откуда легко получается формула для периода колебаний маятника $T = 2\pi(m/k)^{0.5}$. Здесь m – масса груза, прикрепленного к пружине жесткостью k , по закону Гука.

В точности такой же вид имеет выражение для периода колебаний математического маятника длиной l : $T = 2\pi(l / g)^{0.5}$. Насколько легко и точно можно по этой зависимости периода колебаний от длины маятника определить значение ускорения свободного падения в данном месте, настолько же просто вычисляется коэффициент k в предыдущей формуле, коэффициент упругости пружины. Естественно, графики зависимостей $T(l)$ и $T(m)$ слегка отличаются от прямой линии, но если на оси ординат отложить квадрат периода, по 4 – 5 точкам получается довольно убедительная прямая для обоих маятников. По наклону этой линии определяется и g , и k , только в одном случае тангенс угла наклона равен $\Delta T^2 / \Delta l = 4\pi^2 / g$, в другом – $4\pi^2 / k$.

(Студенты, как правило, пытаются определить угол с помощью транспортира, и знакомство с принципами обработки результатов эксперимента – одно из достоинств данной задачи.)

С пружинным маятником дело обстоит несколько сложнее, хотя бы уже потому, что нужна пружина хорошего качества, чтобы движение было как можно ближе к гармоническому. Но даже и без этого полезно привлечь внимание к популярному берклеевскому курсу физики, который студенты в

настоящее время не очень знают. В томе первом, «Механика» предлагается вычислительное упражнение: «построить график зависимости квадрата периода колебаний от массы. В значения массы, приведенные в таблице, не включена масса пружины. Определить эффективную массу пружины, произведя необходимую экстраполяцию графика».

m, г	50	100	150	200	250	300
T, с	0.72	0.85	0.96	1.06	1.16	1.21

Первокурснику трудно понять смысл двух последних предложений этого текста, нормального исследователя может насторожить и первое. Зачем нужен график, и зачем именно квадрат периода? Правда, определив из берклеевской таблицы коэффициенты жесткости этой пружины для всех шести значений массы, получаем подозрительно отличающиеся значения k : 3,81– 5,64 – 5,92 – 7,03 – 7,33 – 8,1, как будто этот параметр пружины не является константой, а монотонно растет по мере увеличения массы груза.

Иное дело – график. Квадрат периода, в самом деле, пропорционален массе груза, наклон всюду почти одинаков, и легко найти величину k по нескольким парам точек этой прямой линии.

Получим $k = (9.8 \pm 0.3) \text{ кг/с}^2$.

Следовательно, ошибка «эксперимента» не превышает 4 %.

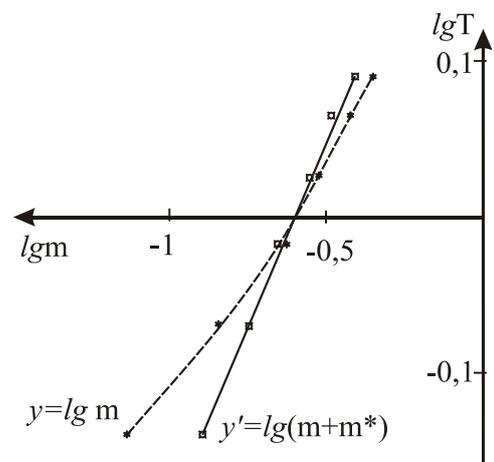
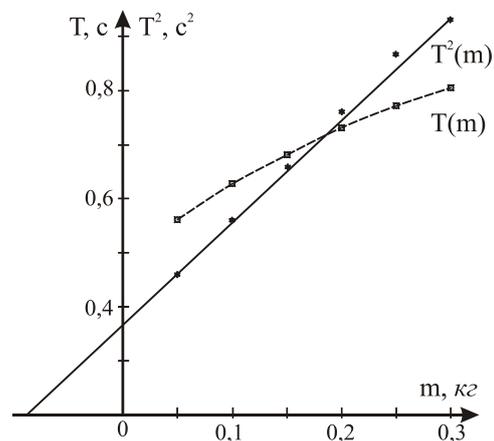
Далее в этой задаче студентам полезно предложить задание, не предусмотренное в [1], а именно, определение показателя степени зависимости периода маятника от массы груза. Кажется естественным предположить, что график этой зависимости в двойном логарифмическом масштабе даст прямую с наклоном 0.5:

$$\lg T = c + n \lg m$$

m	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3
-lg m	1.3	1	0.82	0.7	0.6	0.52
lg T	-0.14	-0.07	-0.018	0.025	0.065	0.09
-lg (m + 0.08)	0.89	0.74	0.64	0.55	0.48	0.42

Однако прямая, построенная по первым двум строчкам последней таблицы, прямой никак не хочет казаться. Теперь внимание студентов следует снова обратить к предыдущему графику. Зависимость квадрата периода пружинного маятника от массы груза в самом деле слабо отличается от прямой линии, но только она не проходит, против ожидания, через начало координат. Она вся сдвинута параллельно самой себе, и проходила бы через ноль при увеличении массы каждого груза на некоторую постоянную величину, по графику – примерно на 0.08 кг. Это убедительно подтверждает график, построенный с использованием нижней строки в последней таблице. Если по этому графику (или по соответствующей ему таблице) посчитать тангенс угла наклона, получается ряд, например, таких значений: 0.57; 0.5; 0.48; 0.49; 0.47. Это дает среднее значение $n = 0.502$. И следовательно, показатель степени в самом деле указывает на квадратный корень в формуле, связывающей период колебаний маятника с прикрепленным к нему грузом.

Таким образом, преподаватель имеет в арсенале полезную и богатую задачу, знакомящую студентов с различными приемами физического исследования. Еще лучше, иметь возможность проводить эту работу в физическом практикуме. Но даже в школе бывают учащиеся с интересом к физике, для которых эта задача может стать темой доклада на ученической конференции.



Библиографический список

1. Киттель Ч., Найт У., Рудерман М. Механика. М., "Наука", 1971г.

THE METHODOICAL POSSIBILITIES OF A PHYSICAL PROBLEM

M.A. Starshov, V.N. Shevtsov, O.A. Plekhanova, B.R. Galitskiy

Saratov State University

On an example of a well known problem the possibilities of graphical method of analysis of the primary data for deriving their new dependencies are shown. It can be useful for teaching of students in analytical studies and experimental workshop.

КОРРЕЛЯЦИЯ ФЛУКТУАЦИЙ НА НЕОДНОРОДНОМ КАТОДЕ КАК НЕЛИНЕЙНЫЙ ЭФФЕКТ

А.С. Шаповалов, И.А. Шаповалова

Саратовский государственный университет

Шаповалов Александр Степанович, д.ф.-м.н., профессор кафедры прикладной физики*Шаповалова Ирина Александровна*, сотрудник ОМФ НИИЕН СГУ

Обосновывается нелинейный характер возникновения эффекта корреляции флуктуаций тока и скорости электронного пучка на неоднородном катоде. Иллюстрация этого вывода проводится на линейных и нелинейных статистических моделях катода.

Вопросы об особенностях корреляции флуктуаций тока и скорости электронного пучка на поверхности неоднородного катода [1,2], излагаемые в рамках специальных курсов по физике шумов, относятся к числу наиболее сложных и требуют совершенствования методики изложения.

Экспериментальные исследования показывают, что рабочая поверхность реального источника электронов любого типа неоднородна по своим геометрическим, электрическим и эмиссионным свойствам, что отрицательно сказывается на его динамических и флуктуационных параметрах. Несмотря на успехи в развитии технологии изготовления известных типов электронных эмиттеров (в частности термоэлектронных), а также разработку новых типов катодов, в том числе катодов с полевой эмиссией, проблема неоднородности эмиттирующей поверхности сохраняет свою актуальность.

В серии работ, посвященных этой проблеме и обобщенных в монографии [2], показано, что неоднородность эмиттирующей поверхности приводит к увеличению уровня флуктуаций тока и скорости (кинетического потенциала) электронного пучка. Корреляция этих флуктуаций может приводить к дополнительному увеличению шумности электронного пучка [1].

В данной работе обсуждается одна из особенностей возникновения корреляционного эффекта. Обосновывается, что корреляция флуктуаций тока и скорости есть следствие нелинейности процесса формирования электронного пучка на неоднородном катоде. Обсуждается статистический смысл параметров используемой модели эмиттера.

Общее выражение для взаимной спектральной плотности флуктуаций тока и скорости электронного пучка на неоднородном катоде получено в работе [1]. Для его получения используется обобщенная статистическая модель неоднородного катода, согласно которой эмиттирующая поверхность обладает двумя видами неоднородности. К первому виду относится неоднородность по закону распределения скорости электронов, эмиттированных различными элементами поверхности. Этот вид неоднородности назван кинетической неоднородностью, а совокупность электронов с определенным законом распределения скорости – кинетическим классом. Ко второму виду неоднородности относятся различие отдельных областей эмиттирующей поверхности характером распределения

эмиттированных электронов по кинетическим классам. Указанные области поверхности, в принципе, могут отличаться и эмиссионной способностью, поэтому указанный вид нерегулярности в работе [1] для краткости назван эмиссионной неоднородностью. (Очевидно, что более полно ее содержание раскрывается термином эмиссионно-дистрибутивная неоднородность катода).

При расчете взаимного спектра флуктуаций тока и скорости [1] предполагается, что катод характеризуется произвольным числом N эмиссионных областей и произвольным числом L кинетических классов эмиттированных электронов. Для методического упрощения анализа результатов указанной работы будем считать, что катод содержит две эмиссионные области, а испускаемые электроны относятся к двум различным кинетическим классам, то есть $N=L=2$.

Отправной точкой расчета взаимного спектра флуктуаций является выражение для рандомизированной условной плотности распределения скорости электронов, эмиттированных катодом за любой конечный интервал времени T . С учетом сделанного предположения указанная плотность распределения запишется так:

$$f(v_e | n_1, n_2) = p_{k1}(n_1, n_2) f_1(v_e) + p_{k2}(n_1, n_2) f_2(v_e). \quad (1)$$

Здесь $f(v_e | n_1, n_2)$ – условная рандомизированная плотность распределения скорости v_e эмиттированных электронов, определяемая при условии, что 1-я и 2-я эмиссионные области испустили за время T случайное число частиц, равное соответственно n_1 и n_2 ; $f_1(v_e)$ и $f_2(v_e)$ безусловные плотности распределения скорости электронов соответственно 1-го и 2-го кинетических классов; $p_{k1}(n_1, n_2)$ и $p_{k2}(n_1, n_2)$ – вероятностно-кинетические коэффициенты, определяющие условную вероятность принадлежности электрона к соответствующему кинетическому классу.

Соотношение (1) выражает связь условной плотности распределения $f(v_e | n_1, n_2)$ скорости электронов смешанного облака эмиттированных частиц с безусловными законами распределения $f_1(v_e)$ и $f_2(v_e)$ скорости электронов различных кинетических классов. Величины $p_{k1}(n_1, n_2)$ и $p_{k2}(n_1, n_2)$ в равенстве (1) играют роль весовых

коэффициентов, которые могут быть связаны с относительным числом испущенных электронов n_1/n и n_2/n ($n = n_1 + n_2$) линейно или нелинейно. Соответственно и выражение (1) по отношению к относительному числу испущенных электронов может быть линейным или нелинейным

Конкретизация вида вероятностно-кинетических коэффициентов в выражении (1) означает, по существу, выбор той или иной частной физико-статистической модели неоднородного катода. Выбор частной модели предопределяет тип эмиссионно-дистрибутивной неоднородности и связь вероятностно-кинетических коэффициентов $p_{k1}(n_1, n_2)$ и $p_{k2}(n_1, n_2)$ с вероятностно-эмиссионными коэффициентами $p_{e1} = n_1/n$ и $p_{e2} = n_2/n$. Вероятностно-эмиссионные коэффициенты представляют собой условные вероятности того, что данный электрон испущен соответствующей эмиссионной областью.

При $N = L = 2$ и произвольной связи вероятностно-кинетических и вероятностно-эмиссионных коэффициентов модели выражение для взаимной спектральной плотности флуктуаций тока и скорости электронного пучка $S_{iv}(\omega)$ имеет вид [1]

$$S_{iv}(\omega) = \frac{e}{2\pi} (\bar{v}_{e2} - \bar{v}_{e1}) \{ M[np_{k2}(n_1, n_2)] - n_o p_{ok2} \}, \quad (2)$$

где ω - круговая частота; e - абсолютная величина заряда электрона;

$$\bar{v}_{e1} = \int_0^\infty v_e f_1(v_e) dv_e, \quad \bar{v}_{e2} = \int_0^\infty v_e f_2(v_e) dv_e \quad - \text{средние}$$

значения скорости электронов соответственно 1-го и 2-го кинетических классов; M - символ взятия математического ожидания; $n_o = M(n)$ - среднее число электронов, испущенных катодом за время T ; $p_{ok2} = p_{k2}(n_{o1}, n_{o2})$.

Из выражения (2) следует, что одним из условий возникновения корреляции флуктуаций тока и скорости является наличие кинетической неоднородности катода ($\bar{v}_{e2} \neq \bar{v}_{e1}$). Второе условие выражается неравенством $M[np_{k2}(n_1, n_2)] \neq n_o p_{ok2}$. Это неравенство накладывает определенные требования на характер связи вероятностно-кинетических и вероятностно-эмиссионных коэффициентов, то есть на связь весовых коэффициентов выражения (1) с относительным числом частиц, испускаемых отдельными эмиссионными областями. Можно показать, что указанное неравенство выполняется только для нелинейных статистических моделей неоднородного эмиттера. Для иллюстрации этого утверждения приведем подробный расчет $S_{iv}(\omega)$ для двух простейших частных статистических моделей нерегулярного эмиттера: линейного и нелинейного.

Рассмотрим взаимный спектр флуктуаций $S_{iv}(\omega)$ при линейной связи весовых коэффициентов $p_{k1}(n_1, n_2)$, $p_{k2}(n_1, n_2)$, а, следовательно, и

$f(v_e | n_1, n_2)$, с относительным числом n_1/n , n_2/n электронов, испущенных отдельными эмиссионными областями. Поскольку коэффициенты $p_{k1}(n_1, n_2)$ и $p_{k2}(n_1, n_2)$ связаны условием нормировки ($p_{k1}(n_1, n_2) + p_{k2}(n_1, n_2) = 1$) достаточно задать уравнение связи для $p_{k2}(n_1, n_2)$. Предположим, что оно имеет вид

$$p_{k2}(n_1, n_2) = A \frac{n_1}{n} + B \frac{n_2}{n}, \quad (3)$$

$p_{k1}(n_1, n_2) = 1 - p_{k2}$, где A и B - постоянные величины. Предельные значения вероятностных коэффициентов не могут быть больше 1: $p_{k2}(n_1 = n, n_2 = 0) = A \leq 1$, $p_{k2}(n_1 = 0, n_2 = n) = B \leq 1$ Поэтому постоянные A и B лежат в пределах $0 \leq A \leq 1$, $0 \leq B \leq 1$, но не могут одновременно принимать значение 0.

Нетрудно видеть, что в случае линейной модели эмиттера оба слагаемых в фигурной скобке выражения (2) будут одинаковы. Действительно,

$$M[np_{k2}(n_1, n_2)] = M(An_1 + Bn_2) = An_{o1} + Bn_{o2}, \quad (4)$$

$$n_o p_{ok2} = An_{o1} + Bn_{o2}. \quad (5)$$

Подстановка (4) и (5) в (2) дает: $S_{iv}(\omega) = 0$. На линейном неоднородном эмиттере корреляция флуктуаций тока и скорости не возникает.

Теперь обратимся к анализу взаимного спектра флуктуаций при нелинейном характере связи вероятностно-кинетических $p_{k1}(n_1, n_2)$, $p_{k2}(n_1, n_2)$ и вероятностно-эмиссионных n_1/n , n_2/n коэффициентов. Используем в качестве $p_{k2}(n_1, n_2)$ простейшую нелинейную функцию следующего вида

$$p_{k2}(n_1, n_2) = A \left(\frac{n_1}{n} \right)^2 + B \left(\frac{n_2}{n} \right)^2. \quad (6)$$

Постоянные A и B этого уравнения лежат в тех же пределах, что и постоянные величины уравнения (3).

При использовании $p_{k2}(n_1, n_2)$ в виде (6) второе слагаемое в фигурной скобке выражения (2) будет равно

$$n_o p_{ok2} = A \frac{n_{o1}^2}{n_o} + B \frac{n_{o2}^2}{n_o}. \quad (7)$$

Для расчета первого слагаемого $M(np_{k2})$ в этой скобке представим входящие в $np_{k2}(n_1, n_2)$ величины n_1 , n_2 и n в виде суммы их математических ожиданий n_{o1} , n_{o2} , n_o и флуктуационных составляющих $\delta n_1 = n_1 - n_{o1}$, $\delta n_2 = n_2 - n_{o2}$, $\delta n = n - n_o = \delta n_1 + \delta n_2$. Затем разложим величину $np_{k2}(n_1, n_2)$ в ряд по степеням $\delta n_1/n_{o1}$, $\delta n_2/n_{o2}$, $\delta n/n_o$ и, считая, что $\delta n_1/n_{o1} \ll 1$, $\delta n_2/n_{o2} \ll 1$, $\delta n/n_o \ll 1$, ограничимся членами второго порядка малости. Получим

$$np_{k2} = A \frac{n_{o1}^2}{n_o} \left[1 + 2 \frac{\delta n_1}{n_{o1}} + \frac{(\delta n_1)^2}{n_{o1}^2} - \frac{\delta n}{n_o} - 2 \frac{\delta n_1 \delta n}{n_{o1} n_o} + \frac{(\delta n)^2}{n_o^2} \right] + (8)$$

$$+ B \frac{n_{o2}^2}{n_o} \left[1 + 2 \frac{\delta n_2}{n_{o2}} + \frac{(\delta n_2)^2}{n_{o2}^2} - \frac{\delta n}{n_o} - 2 \frac{\delta n_2 \delta n}{n_{o2} n_o} + \frac{(\delta n)^2}{n_o^2} \right].$$

При усреднении выражения (8) учтем, что случайные величины δn_1 , δn_2 являются независимыми, число эмитированных электронов распределено по закону Пуассона [1] и, следовательно,

$$M(\delta n_1^2) = n_{o1}, M(\delta n_2^2) = n_{o2}, M(\delta n^2) = n_o, M(\delta n_1 \delta n_2) = 0. (9)$$

С учетом (9) математическое ожидание $M(np_{k2})$ оказывается равным

$$M(np_{k2}) = A \frac{n_{o1}^2}{n_o} \left(1 + \frac{n_{o2}}{n_{o1} n_o} \right) + B \frac{n_{o2}^2}{n_o} \left(1 + \frac{n_{o1}}{n_{o2} n_o} \right). (10)$$

Подставляя (7) и (10) в (2), получим

$$S_{iv}(\omega) = \frac{e}{2\pi} (A + B) p_{oe1} p_{oe2} (\bar{v}_{e2} - \bar{v}_{e1}),$$

где $p_{oe1} = \frac{n_{o1}}{n_o}$, $p_{oe2} = \frac{n_{o2}}{n_o}$ - безусловные

вероятности того, что данный электрон испущен

соответственно 1-ой или 2-ой эмиссионными областями. Рассмотренный переход к нелинейной связи условной плотности распределения скорости эмитированных электронов с относительным числом частиц, эмитированных отдельными эмиссионными областями катода, приводит к возникновению корреляции тока и скорости электронного пучка. Таким образом, проведенный расчет показывает, что корреляция флуктуаций есть следствие нелинейности статистической модели неоднородного катода.

Приведенные выкладки соответствуют одному типу нелинейности уравнения связи. Однако полученный результат носит, практически, общий характер. В работе [1] приведено множество примеров, подтверждающих справедливость сформулированного вывода для статистических моделей эмиттеров с различным характером нелинейности.

Библиографический список

1. Шаповалов А.С. // Вопросы прикладной физики. Саратов, 1997. Вып. 3. С. 9-12.
2. Шаповалов А.С., Голубенцев А.Ф., Денисов Ю.И. Эмиссионные и шумовые свойства неоднородных эмиттеров. Саратов: Издательство Саратовского университета, 1983. 92 с.

CORRELATION OF FLUCTUATIONS ON THE NON-UNIFORM CATHODE AS NONLINEAR EFFECT

A.S. Shapovalov, I.A. Shapovalova

Saratov State University,

The nonlinear character of appearance of effect of correlation of a current and speed fluctuations of an electron beam on the non-uniform cathode is proved. The illustration of this conclusion will be carried out on linear and nonlinear statistical models of the cathode.

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

УДК 621.382;539.21

ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕКТРАЛЬНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВТОРИЧНО-ИОННОГО ФОТОЭФФЕКТА.

А.Г. Роках, А.А. Сердобинцев, М.Д. Матасов

Саратовский государственный университет

Роках Александр Григорьевич, д.ф.-м.н., профессор кафедры физики полупроводников

Сердобинцев Алексей Александрович, к.ф.-м.н., доцент кафедры материаловедения, технологии и управления качеством

Матасов Максим Дмитриевич, студент кафедры физики полупроводников

Дан расчёт спектральной характеристики вторично – ионного фотоэффекта (ВИФЭ) в гетерофазном полупроводнике, показывающий возможность перевода аномального ВИФЭ в нормальный и наоборот изменением спектрального состава света. Проведена экспериментальная оценка влияния спектрального состава света на выход вторичных ионов с использованием цветных светофильтров, качественно подтверждающая выводы расчёта.

Вторично-ионный фотоэффект заключается в изменении выхода вторичных ионов атомов, составляющих исследуемый образец, т.е. распыляемую мишень, под действием света. ВИФЭ изучается на установке для масс – спектрометрических исследований, (спектрометр магнитного типа МИ–1305). Мишень бомбардируется ионами кислорода с энергией ~ 5 кэВ. Выбитые вторичные ионы ускоряются до энергии 3,4 кэВ, затем разделяются в магнитном поле на мономассовые пучки и попадают в щель анализатора. При освещении мишени значение выхода ионов изменяется. Важнейшей характеристикой любого фотоэффекта является его спектральная чувствительность, т.е. зависимость от длины волны возбуждающего света. Поскольку описываемый эффект является новым (до настоящего времени исследовался только электронный фотоэффект различного вида), такая характеристика не исследовалась. Исключение составляет работа [1], где проведён теоретический анализ спектральной характеристики ВИФЭ для ионов кадмия.

Спектральную характеристику вторично-ионного фотоэффекта получим теоретически, основываясь на ранее выведенной формуле, описывающей относительный выход ионов элемента в зависимости от изменения электронной работы выхода [2].

$$\frac{Y^+}{Y_0^+} = \exp\left(\frac{\Delta A \frac{kT_0 - \gamma \Delta A - \varepsilon_p}{\varepsilon_p (kT_0 - \gamma \Delta A)}\right), \quad (1)$$

здесь Y^+ - выход ионов при освещении мишени; Y_0^+ - выход ионов в темноте; γ – параметр, определяющий уровень локального разогрева в узкозонных включениях (коэффициент локального разогрева); ε_p – характерный параметр системы,

зависящий от энергии и угла эмиссии; T_0 – температура при нулевом изменении работы выхода, то есть в темноте.

Формула (1) полуэмпирическая и получена при описании экспериментальных зависимостей ВИФЭ от интенсивности освещения, которая регулировалась нейтральными светофильтрами. Изменение (уменьшение) работы выхода при освещении может быть выражено через темновой и фототок.

$$\Delta A(\lambda)[\Delta B] = kT \ln \frac{I_T}{I_C(\lambda)} \quad (2)$$

где ΔA - изменение работы выхода электрона из материала; I_T - темновой ток; I_C - ток при освещении образца; λ - длина волны падающего излучения. Фототок определялся по спектральной характеристике чувствительности $S(\lambda)[A/Bm]$.

$$I_C = I_T + S(\lambda)P \quad (3)$$

Источником светового излучения служила лампа накаливания. Исследуемыми образцами при масс-спектрометрических измерениях, так же как и при спектральных измерениях фоточувствительности, являлись пленочные образцы твёрдых ограниченных растворов сульфида свинца и кадмия $CdS(0,9) - PbS(0,1)$, нанесённые на стеклянные подложки термическим испарением в вакууме и подвергнутые сенсibiliзирующему отжигу на воздухе при $t = 550^\circ C$.

Расчёт спектральной характеристики ВИФЭ, как уже отмечалось выше, проводился нами и ранее [1], но он был выполнен только для ионов кадмия и для образца с другой спектральной характеристикой фотопроводимости. Кроме того, в работе [1] отсутствует математический анализ выражения (1).

С учётом сказанного выше формула (1) для положительных вторичных ионов Cd^+ даёт результаты, представленные на рис. 1.

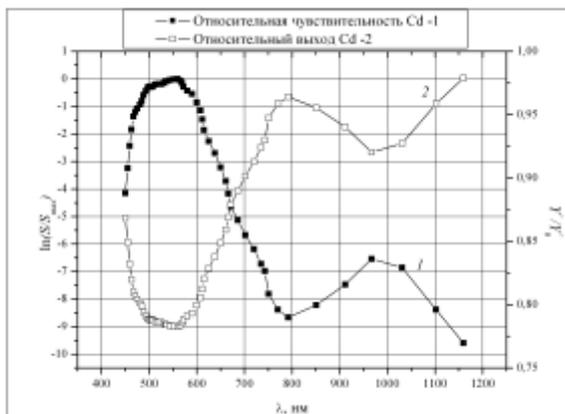


Рис.1. Спектр относительной фоточувствительности S/S_{max} и спектральная зависимость относительного выхода ионов кадмия, рассчитанная по формуле (1).

$\frac{Y^+}{Y_0^+}$ - отношение выхода ионов при освещении к значению выхода ионов в темноте называется относительным выходом.

Для кадмия значения параметров [3], входящих в выражение (1), принимались следующими.

$\epsilon_p = 0,0254 \text{ эВ}; \gamma = 0,0001; T_0 = 300 \text{ К}$, Они были выбраны раньше при объяснении зависимости выхода ВИФЭ от интенсивности света [2].

Для свинца параметры, входящие в выражение (1) принимали следующие значения: $\epsilon_p = 0,041 \text{ эВ}; \gamma = 0,082; T_0 = 310 \text{ К}$. и также были выбраны ранее.



Рис.2. Спектр относительной фоточувствительности S/S_{max} и спектральная зависимость относительного выхода ионов свинца, рассчитанная по формуле (1).

Из рис.1. видно, что во всём диапазоне длин волн для кадмия наблюдается нормальный ВИФЭ, заключающийся в уменьшении выхода вторичных ионов при освещении мишени. В отличие от кадмия,

для свинца (рис.2) наблюдается как рост выхода ионов в области длинных волн, так и уменьшение в области коротких. Явление увеличения выхода ионов было названо аномальным вторично-ионным фотоэффектом [4]. Из сравнения результатов, приведённых на рис.1,2 видно, что нормальный эффект наблюдается на обоих графиках в области большой чувствительности плёнки к свету. Аномальный эффект наблюдается только на свинце в длинноволновой части видимой области спектра, в которой относительная чувствительность мала.

Поясним расчёт, результаты которого представлены на рис.1 и 2. Для того чтобы показать, что при малых значениях чувствительности образца наблюдается относительный выход ионов свинца больше единицы, преобразуем формулу (1). Почленно разделив числитель дроби в показателе экспоненты на её знаменатель $kT_0 - \gamma\Delta A$, с использованием формулы (2) получим:

$$\frac{Y^+}{Y_0^+} = \left(1 + \frac{P}{I_T} S\right)^{-\frac{kT}{\epsilon_p}} \exp \left[\frac{1}{\gamma} \left(1 - \left[1 + \gamma \frac{T}{T_0} \ln \left(1 + \frac{P}{I_T} S\right)\right]^{-1}\right) \right]. \quad (4)$$

Учитывая, что максимальный ток определяется выражением,

$$I_{max} = P \cdot S_{max}, \quad (5)$$

введя в качестве переменной $\xi = \frac{S}{S_{max}}$ и воспользовавшись выражением $N = \frac{PS_{max} + I_T}{I_T}$ -

(максимальная кратность), формулу (4) преобразуем к виду:

$$\frac{Y^+}{Y_0^+} = (1 + \xi(N-1))^{-\frac{kT}{\epsilon_p}} \exp \left[\frac{1}{\gamma} \left(1 - \left[1 + \gamma \frac{T}{T_0} \ln(1 + \xi(N-1))\right]^{-1}\right) \right]. \quad (6)$$

Замечаем, что $n = 1 + \xi(N-1)$ есть кратность изменения тока при освещении. В данных расчётах $\ln(n)$ изменялся в пределах от 0 до 9,97. Что определяется допустимым интервалом изменения работ выхода (от -0,25 эВ до 0 эВ), для которого справедлива формула (1) При этом величина засветки была такой, что изменение работы выхода наблюдалось в интервале [-0,25; 0] эВ.

Проведём анализ формулы (6) при $\xi \rightarrow 0$.

$$\frac{Y^+}{Y_0^+} = (1 + \xi(N-1))^{-\frac{T}{T_0} \frac{kT}{\epsilon_p}}. \quad (7)$$

Подстановка значений параметров для кадмия и свинца в (7), даёт:

$$\left(\frac{Y^+}{Y_0^+}\right)_{Cd} = (1 + 21362\xi)^{-0,0187} \quad (7.1)$$

$$\left(\frac{Y^+}{Y_0^+}\right)_{Pb} = (1 + 21362\xi)^{0,337} \quad (7.2)$$

Из (7.2) с очевидностью следует, что при малых значениях относительной чувствительности ξ выход свинца растёт с увеличением

чувствительности. При прекращении выполнения условия малости ξ показатель экспоненты нельзя раскладывать в ряд. Физически это означает, согласно рис.2., смену механизмов выхода ионов из мишени.

При определённых значениях относительной фоточувствительности, начинается спад выхода ионов свинца (степенная функция растёт быстрее экспоненты в 7.2), хотя, по-прежнему, выход может оставаться больше 1. Отметим, что по шкале длин волн мы движемся справа налево. Заметим, что степень малости ξ для свинца определяется из значения абсциссы максимума (рис.3). Исследовав (6) на экстремум относительно кратности фототока, получим:

$$n_{\max} = \exp\left(\frac{T_0}{\gamma T} \left(\sqrt{\frac{\epsilon_p}{kT_0}} - 1\right)\right). \quad (8)$$

Находим для свинца $n_{\max} \approx 19,9$. Соответствующая этой кратности относительная чувствительность $\xi_{\max} \approx 8,8 \cdot 10^{-4}$. Для пояснения физического смысла полученных теоретических зависимостей проведём обсуждение с использованием графиков рис.3. На графике

зависимости (1) относительного выхода свинца от относительной чувствительности, изображённого на рис. 3., наблюдается максимум примерно при том же значении ξ . Значение абсциссы максимума можно определить и по рис.2. Начиная с длины волны 700-750 нм, что соответствует $\xi = 3 \cdot 10^{-4} - 10^{-3}$, соотношение форм кривых относительного выхода и спектральной чувствительности меняется. До точки максимума кривая относительного выхода являлась своего рода зеркальным отражением относительной чувствительности, как и в случае кадмия. Это объясняется тем, что при данных значениях

чувствительности кривая $\left(\frac{Y^+}{Y_0^+}\right)_{Pb}(\xi)$ описывается

убывающим участком: степенная функция с отрицательным показателем. После точки максимума эта кривая описывается степенной функцией с положительным показателем, в результате чего на этом участке выход растёт с ростом чувствительности.

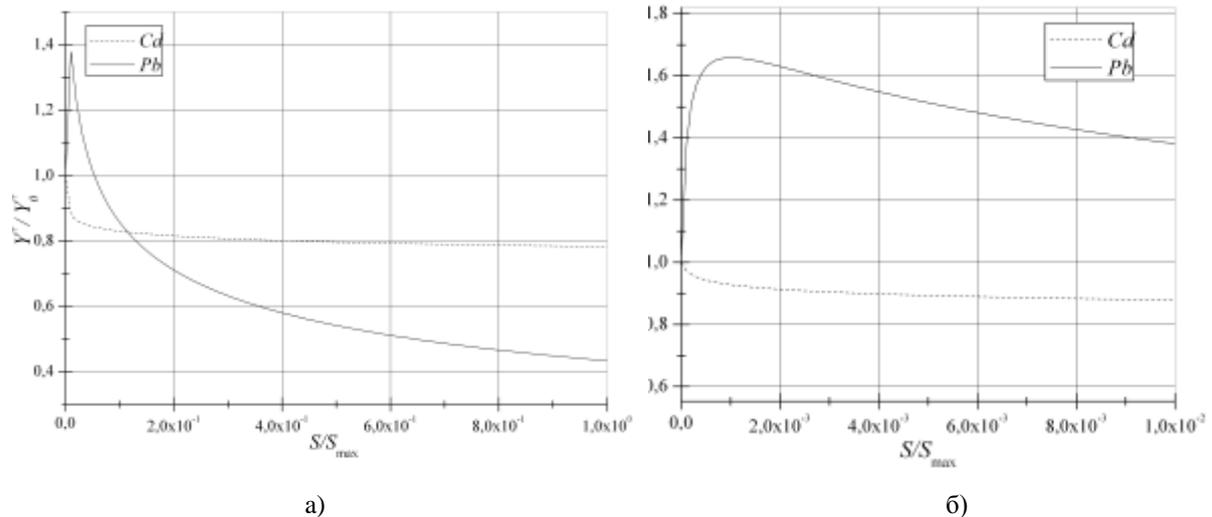


Рис.3. Теоретические зависимости относительного выхода ионов кадмия и свинца от значения относительной спектральной чувствительности. (3б – приближенный максимум свинца)

Из оценки площадей под кривыми рис.2 видно, что при освещении белым светом на выход свинца преобладающее влияние оказывает длинноволновый участок (площадь под кривой), и выход в целом положителен, т.е. он больше, чем в темноте. Таким образом, для свинца получается, что при освещении светом от лампы накаливания преобладает аномальный эффект.

Парадоксальным является то, что увеличение выхода ионов *Pb*, и довольно сильное, реализуется при малой чувствительности. Физически это может быть объяснено тем, что при малой фоточувствительности происходит малое изменение электронной работы выхода мишени. Поэтому нормальный ВИФЭ, связанный с изменением

работы выхода вторичных ионов, проявляется слабее. В то же время, длинноволновый свет поглощается главным образом в узкозонных включениях, увеличивая амплитуду тепловых колебаний атомов и, следовательно, выход вторичных ионов. А так как в исследуемых образцах свинец залегает в основном в этих областях, то облучение светом с соответствующими длинами волн, может увеличить его выход.

Выше, на рис. 1, 2, приведены результаты расчёта теоретических спектральных характеристик ВИФЭ для *Cd* и *Pb* на основе формулы (1). Спектральная зависимость электронной работы выхода определялась из экспериментально полученной спектральной характеристики токовой

чувствительности фотопроводящих плёнок. Перейдём к экспериментальной части работы. Поскольку экспериментальное исследование спектральной кривой ВИФЭ при помощи монохроматора затруднено, использовался упрощённый метод измерений, при помощи цветных светофильтров. Для количественного описания влияния освещения через светофильтры необходимо учесть распределение мощности прошедшего света в зависимости от длины волны на выходе светофильтров, оптические характеристики которых представлены на рис. 4.

ограниченных твёрдых растворов *CdS-PbS*. Комбинация фильтров (КС-10+ЗС-3) имела чрезвычайно малый коэффициент пропускания, максимальное значение составляло менее 5 процентов. Максимум пропускания данной комбинации приходится в область наибольшей спектральной чувствительности образца, при том коротковолновая и длинноволновая часть спектра лампы отсекаются фильтрами.

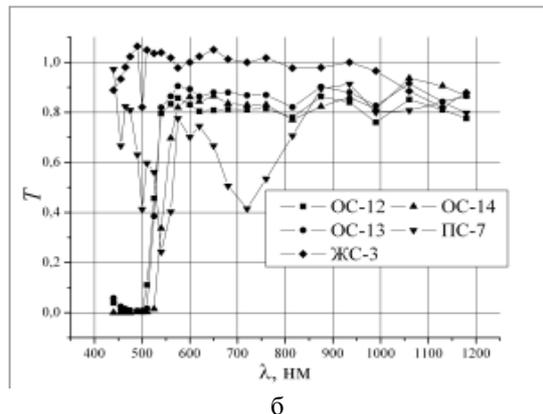
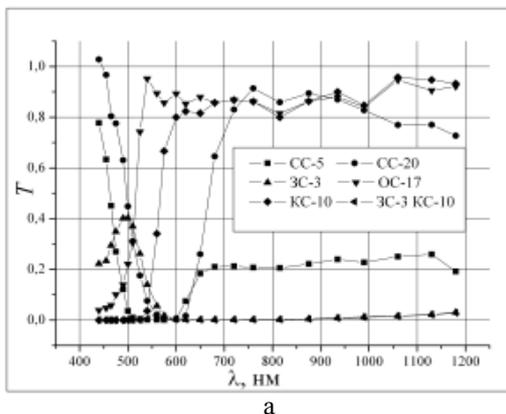


Рис.4. Зависимость коэффициента пропускания цветных светофильтров от длины волны.

Экспериментальные результаты можно представить в виде следующих гистограмм рис. 5, 6.:

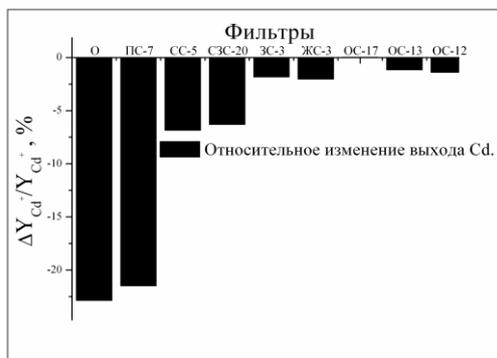
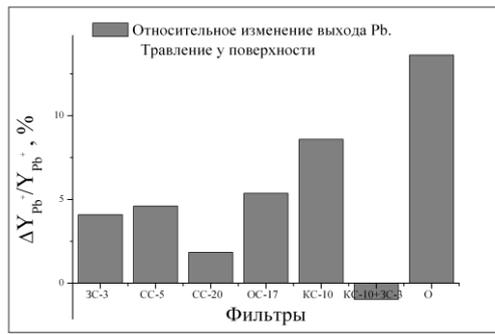


Рис.5. Экспериментальная зависимость относительного изменения выхода ионов кадмия от типа светофильтра.

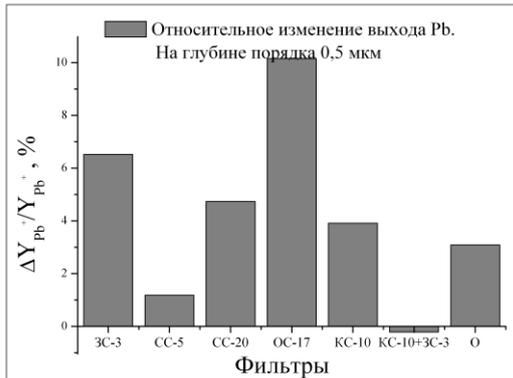
Основываясь на полученных гистограммах зависимостей относительного изменения выхода свинца и кадмия можно сделать вывод о том, что на всём интервале длин волн у кадмия наблюдается нормальный вторично-ионный фотоэффект. Из рис. 5 видно, что наиболее сильно нормальный эффект проявляется в областях длин волн, соответствующих большей чувствительности. Заметим, что относительное изменение выхода $\frac{\Delta Y^+}{Y_0^+}$ это отношение разности выхода вторичных ионов на свету и в темноте к выходу ионов в темноте.

Как следует из рис.2, для *Pb* может проявляться конкуренция двух видов ВИФЭ. Проверим эту

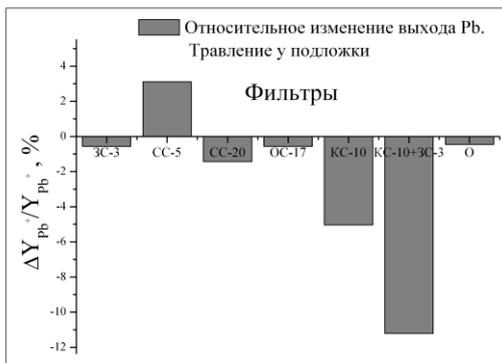
возможность экспериментально с использованием цветных светофильтров. После проведения экспериментальных исследований, были получены три графика, отражающие реакции свинца на свет разного спектрального состава, отличающиеся глубиной травления образца ионным пучком (рис. 6). В начале травления на свинце наблюдался теоретически предсказанный аномальный эффект, при засветке, как белым светом, так и светом, пропущенный через любой светофильтр кроме комбинации (КС-10+ЗС-3). Аномальный эффект наблюдается при засветке светофильтром из диапазона длинных волн более 700 нм. Используемые светофильтры вырезали свет в интервале длин волн, при засветке которым, относительная чувствительность образца была мала, и тем самым обеспечивался аномальный фотоэффект. Комбинация светофильтров (КС-10+ЗС-3) давала свет из другого диапазона длин волн, диапазона, отвечающего за нормальный эффект. Из сравнения графиков, показанных на рис. 6, видно, что имеет место постепенный переход аномального ВИФЭ в нормальный по мере увеличения глубины травления. Из приведённых гистограмм, полученных при помощи цветных светофильтров, следует, что мы получили возможность управления типом эффекта при помощи изменения спектрального состава света.



а



б



в

Рис.6. Экспериментальная зависимость относительного изменения выхода ионов свинца от типа светофильтра.

Отметим, что при измерениях спектральной характеристики в условиях травли мишени наблюдались парадоксальные результаты. При продвижении ионного пучка вглубь изменилось соотношение типа фильтра и величины эффекта. Наибольшее влияние стал оказывать не свет напрямую от лампы, а свет, пропущенный через светофильтр ОС-12. Подобное явление наблюдалось в работе [4], только там применялся другой СФ. Это может быть объяснено тем, что по мере углубления количественное соотношение фаз твёрдых растворов меняется, а диапазон волн в котором наблюдается аномальный эффект, зависит от состава образца. Получается, что по мере углубления состав плёнки меняется так, что для

образца, освещённого светом от лампы накаливания без фильтров, преобладают длины волн, на которых сильно проявляется нормальный эффект, тем самым происходит компенсация положительного выхода ионов свинца отрицательным выходом. Получается, что целое как бы меньше своей части.

Второе “парадоксальное” явление заключалось в преобладании нормального эффекта при выходе ионов из области, примыкающей к подложке. Такое явление, вероятно, может быть связано со следующим механизмом. К подложке содержание свинца возрастает, как об этом свидетельствует темновой профиль свинца, представленный на рис. 7, и электронных возбуждений, приходящих из широкозонной фазы с преобладанием *CdS*, не хватает, чтобы “накачать” “узкозонную” фазу с преобладанием *PbS* и тем самым облегчить выход свинца из этой фазы.

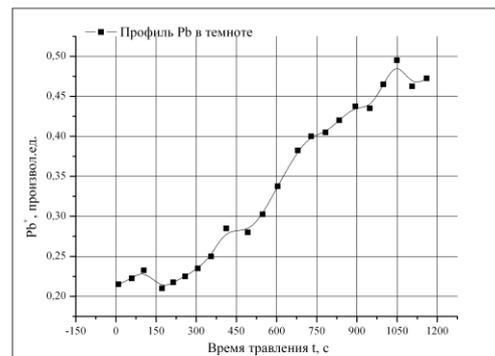


Рис.7. Темновой профиль свинца.

Возникают условия полной компенсации аномального эффекта нормальным.

У свинца аномальный эффект проявлялся в начале травления при засветке образца всеми типами светофильтров кроме одной комбинации (КС-10+ЗС-3). В конце процесса травления наоборот проявляется нормальный ВИФЭ на ионах Pb^+ , для всех фильтров, кроме одного (СС-5). Тем самым на примере свинца показано, что возможно управлять выходом ионов изменением спектрального состава света.

В заключение, ещё раз следует обратить внимание на теоретическую спектральную характеристику вторично - ионного фотоэффекта для свинца, изображённую на рис.2. В отличие от спектральной характеристики ВИФЭ кадмия в характеристике для свинца можно выделить две части: длинноволновую и коротковолновую. Длинноволновая часть, начиная с 700 нм, является “конгруэнтным” сдвигом спектральной характеристики фотопроводимости в том же спектральном интервале. Свинец в отличие от кадмия при бомбардировке выходит из узкозонных включений, поэтому при отсутствии нормального ВИФЭ, с ростом освещённости может наблюдаться рост выхода свинца, в результате чего и наблюдается “конгруэнтный” ход кривых спектральных чувствительностей ВИФЭ и фотопроводимости. Для малых длин волн нормальный эффект преобладает и поэтому

спектральная кривая ВИФЭ является “зеркальным отражением” спектральной кривой фотопроводимости.

Теоретически показанная возможность управления типом вторично-ионного фотоэффекта изменением спектрального состава света (перевод нормального эффекта в аномальный и наоборот)

была подтверждена экспериментально с применением светофильтров из цветных стёкол.

Авторы выражают благодарность заведующему лабораторией вторично-ионной масс-спектрометрии Александру Георгиевичу Жукову.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 08-08-00764

Библиографический список

1. Роках А.Г., Сердобинцев А.А., Матасов М.Д., Кондратьев А.П.. О спектральной характеристике вторично-ионного фотоэффекта. // Вестник СГТУ, 2007, т 26, в 1, № 3, С. 106-111.
2. Сердобинцев А.А., Роках А.Г., Стецюра С.В., Жуков А.Г.. Вторично-ионная масс-спектрометрия фотопроводящих мишеней. // ЖТФ. 2007 т. 77, в. 11, С. 96-102.
3. Распыление под действием бомбардировки частицами. Вып. 3. Характеристики распылённых частиц, применение в технике: Пер. с англ./ Под ред. Р. Бериша и К. Витмака. – М.: Мир, 1998. – 551 с.
4. Роках А.Г., Кондратьев А.П.. Влияние спектрального состава подсветки на выход вторичных ионов при ионной бомбардировке гетерофазного полупроводника. // Вопросы прикладной физики, 2004, в 10, С. 69-70.

INVESTIGATION OF SECONDARY-ION PHOTOEFFECT SPECTRAL CHARACTERISTICS.

A.G. Rokakh, A.A. Serdobintsev, M.D. Matasov

Saratov State University.

Spectral characteristics calculation of secondary-ion photoeffect (SIPE) in heterophase semiconductor is done. The calculation results show the possibility of mutual conversion between abnormal and normal SIPE. Experimentally conversion of the SIPE type is made by the changing of light spectral composition. The experimental estimation is made to investigate the influence of light spectral composition on the yield of secondary ions with using of color light filters. This estimation gives a quality affirmation for conclusion of the calculation.

УДК 621.373.522

О ЧАСТОТНОЙ ЗАВИСИМОСТИ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ МОДУЛЯЦИОННЫХ ШУМОВ МНОГОДИОДНОГО ГЕНЕРАТОРА СВЧ

А.С. Шаповалов, А.С. Листов, И.А. Шаповалова

Саратовский государственный университет

Шаповалов Александр Степанович, д.ф.-м.н., профессор кафедры прикладной физики

Листов Александр Серафимович, к.ф.-м.н., доцент кафедры радиофизики и нелинейной динамики

Шаповалова Ирина Александровна, сотрудник ОМФ НИИЕН СГУ

Обсуждается частотная зависимость модуляционных шумов многодиодного СВЧ генератора с общим суммирующим резонатором. Получены выражения для собственных и взаимных спектров амплитудно-частотных флуктуаций, которые учитывают число диодов, динамическую инерционность, свойства электродинамической системы и стратегию настройки генератора.

Одной из важных составляющих амплитудно-частотных шумов выходного сигнала многодиодного генератора СВЧ являются амплитудно-фазовые флуктуации модуляционного происхождения, обусловленные низкочастотными собственными шумами элементов схемы – диодов, источников питания, колебательной системы и пр. До последнего времени вопрос о влиянии числа диодов на уровень модуляционных шумов многодиодных генераторов, содержащих общий суммирующий резонатор и являющихся, по существу, сумматорами мощности, оставался практически открытым. В работе [1] этот вопрос получил разрешение. Были найдены модуляционные спектры амплитудно-частотных флуктуаций сигнала многодиодного генератора, что позволило сопоставить их с аналогичными характеристиками однодиодной автоколебательной системы. Однако анализ, проведенный в этой работе, касается модуляционных шумов вблизи несущей, то есть соответствует очень низким частотам модуляции.

Более полное решение проблемы предполагает расчет спектральной плотности модуляционных шумов многодиодного генератора при произвольной частоте отстройки от несущей. Актуальность такого исследования связана с тем, что информация о частотной зависимости уровня модуляционных шумов важна как с теоретической, так и с практической точек зрения [2-5]. Теоретический интерес к этой зависимости связан, прежде всего, с тем, что она необходима для детального изучения статистических свойств генерируемого сигнала [2]. Практический же интерес вызывается тем, что в современных широкополосных системах связи применяются все более высокие промежуточные частоты, в том числе частоты, лежащие в диапазоне СВЧ. Так, например, в приемниках волноводных линий связи миллиметрового диапазона используются промежуточные частоты 1-4 ГГц [5].

Зависимость уровня модуляционных шумов от частоты модуляции вызывается рядом факторов [6-13]. Одной из фундаментальных, принципиально

неустранимых причин является динамическая инерционность автоколебательной системы [6]. В данной работе исследуется частотная зависимость спектральной плотности модуляционных шумов многодиодного генератора, обусловленная динамическим инерционным фактором. Для решения поставленной задачи используются обобщенная эквивалентная схема многодиодного генератора и методика анализа, обоснованные в [6,13]. Расчет ведется в общем случае, когда тип диодов не оговаривается. Импедансные характеристики диодов считаются заданными.

ФИЗИЧЕСКАЯ ПРИРОДА ЧАСТОТНОЙ ЗАВИСИМОСТИ МОДУЛЯЦИОННОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ И УРОВНЯ МОДУЛЯЦИОННЫХ ШУМОВ ТВЕРДОТЕЛЬНЫХ ГЕНЕРАТОРОВ

Как показывает обзор отечественной и зарубежной литературы, частотная дисперсия модуляционной чувствительности и уровня модуляционных шумов генераторов на твердотельных диодах возникает вследствие совместного действия нескольких факторов. Одним из таких факторов является, прежде всего, тепловой эффект.

Так, в генераторах на диодах Ганна в диапазоне частот модуляции 10^3-10^5 Гц (в доплеровском диапазоне частот), по мнению многих исследователей, в том числе авторов работ [7,8], одной из основных причин частотной зависимости модуляционной чувствительности выступает тепловой эффект. При модуляции напряжения смещения диода U в активном слое диода наряду с постоянной составляющей удельной тепловой мощности выделяется переменная составляющая, изменяющаяся с частотой модуляции. В результате возникает переменная во времени избыточная составляющая T_1 температуры активного слоя. Процессы тепловой релаксации в диоде характеризуются определенной постоянной времени τ . При частотах модуляции $F_m \ll 1/\tau$ в диоде устанавливается квазистационарный тепловой режим, при котором наблюдается максимальное изменение температуры активного слоя в процессе модуляции напряжения смещения. Естественно, что избыточная температура T_1 активного слоя зависит от напряжения смещения U , амплитуды и частоты F_m модулирующего сигнала. Для двухслойной тепловой модели диода (активный слой на медном основании) такая зависимость получена в [7]. Указанная зависимость порождает частотную дисперсию модуляционной чувствительности. Так, частотная модуляционная чувствительность, определяемая для генераторов на диодах Ганна как производная от частоты генерации f по напряжению смещения U , описывается выражением

$$\frac{df}{dU} = \frac{\partial f}{\partial U} + \frac{\partial f}{\partial T_1} \frac{dT_1}{dU},$$

в котором второе слагаемое за счет множителя $\frac{dT_1}{dU}$ зависит от частоты модуляции F_m .

Зависимости частотной модуляционной чувствительности от частоты модуляции, рассчитанные при $F_m \ll 1/\tau$ в работе [7] на основе описанного механизма, находятся в удовлетворительном соответствии с экспериментальными данными. Теория и эксперимент показали, что при низких частотах модуляции частотная модуляционная чувствительность практически неизменна, в диапазоне частот модуляции от $5 \cdot 10^3-10^4$ Гц до $5 \cdot 10^5-10^6$ Гц она достаточно резко уменьшается с увеличением частоты, а за верхней границей указанного диапазона снова становится практически не зависящей от частоты. Относительный перепад величины модуляционной чувствительности в зависимости от геометрических параметров диодов достигает 30-100 %.

Если частота модуляции $F_m \gg 1/\tau$, то переменная составляющая температуры активного слоя пренебрежимо мала [7]. В этом случае в модуляционную чувствительность вносят вклад нетепловые составляющие, которые рассмотрены в [9,10]. Эти составляющие практически не зависят от частоты при $F_m < 10^7$ Гц.

Из материалов опубликованных работ следует также, что тепловой эффект приводит к возникновению частотной зависимости модуляционной чувствительности и генераторов на лавинно-пролетных диодах (ГЛПД). По данным работ [11-13] в диапазоне частот модуляции $F_m \leq 10^6$ Гц указанная частотная дисперсия связана с инерционностью процесса нагрева диода. Как известно [11], амплитудная и частотная модуляционные чувствительности ГЛПД определяются производной от импеданса диода Z_d по току питания I . В условиях модуляции тока питания диода указанная производная содержит два слагаемых

$$\frac{dZ_d}{dI} = \frac{\partial Z_d}{\partial I} + \frac{\partial Z_d}{\partial T} \frac{dT}{dI}.$$

Первое слагаемое – это изотермическая составляющая полной производной. Второе слагаемое – температурная составляющая, связанная с нагревом и зависящая от частоты модуляции.

Изменения температуры вызывают вариации скорости дрейфа носителей, а также коэффициента ударной ионизации. А эти обстоятельства, в свою очередь, приводят к изменениям соответственно угла пролета носителей заряда и ширины зоны умножения.

Расчет модуляционной чувствительности, проведенный в [11], учитывающий указанные выше физические эффекты и базирующийся на данных нелинейной теории импеданса ЛПД [11], привел к результатам, удовлетворительно согласующимся с экспериментом. В диапазоне частот модуляции 10^3-10^5 Гц частотная модуляционная чувствительность возрастает с увеличением частоты примерно на 25 %. Частотной зависимостью амплитудной модуляционной чувствительности

ГЛПД можно управлять с помощью внешней нагрузки путем изменения фазы коэффициента отражения сигнала. В [11] это достигалось введением в волновод отражающей неоднородности - емкостного штыря, перемещавшегося вдоль оси волновода. В результате наблюдались как нарастающая, так и падающая зависимости амплитудной модуляционной чувствительности от частоты.

Главная особенность эффекта тепловой дисперсии модуляционной чувствительности твердотельных генераторов заключается в том, что он наблюдается, в основном, только в доплеровском диапазоне частот модуляции. Следует также отметить, что в указанных работах по тепловому эффекту все расчеты проведены в рамках квазистатического приближения. Однако простые аналитические зависимости модуляционной чувствительности от частоты не были получены.

Универсальной причиной частотной зависимости модуляционных шумов в генераторах любого типа, в том числе и твердотельных, является динамическая инерционность автоколебательной системы. Динамическая инерционность генератора связана с конечной скоростью затухания возмущений амплитуды и определяется прочностью его предельного цикла p . Инерционность процесса затухания амплитудных возмущений предопределяет инерционность процесса модуляции амплитуды. При наличии шумов эта инерционность приводит к определенной зависимости спектра амплитудных флуктуаций от частоты. Динамическая инерционность практически неустраняема, так как для ее исключения необходимо реализовать автоколебательную систему с $p = \infty$.

В неизохронном генераторе возмущения амплитуды вызывают соответствующие возмущения частоты, а, следовательно, и фазы сигнала, которые пропорциональны параметру неизохронности q . В результате амплитудные флуктуации вызывают появление соответствующего компонента частотных (фазовых) флуктуаций с частотно-зависимым спектром. Таким образом, в общем случае динамическая инерционность влияет и на частотную зависимость фазовых и частотных флуктуаций и наблюдается при $p \neq \infty, q \neq 0$.

Для обобщенной схемы генератора исследование влияния динамической инерционности на частотную зависимость уровня модуляционных шумов проведено в [6]. Полученные результаты будут приведены и использованы ниже.

СПЕКТРЫ МОДУЛЯЦИОННЫХ ШУМОВ, ОБУСЛОВЛЕННЫЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ ИНЕРЦИОННОСТЬЮ ОДНО- И МНОГО-ДИОДНЫХ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

При квазистатическом анализе модуляционных шумов для упрощения расчетов во флукуационных уравнениях [6] обычно пренебрегается производными по времени от относительных флукуаций амплитуды α , флукуаций круговой

частоты ν генерируемого сигнала. Пренебрегается также и производной от флукуационной составляющей тока питания i_s диода, которая порождает амплитудно-частотные флукуации генерируемого сигнала. В результате флукуации α , ν и i_s оказываются связанными простыми алгебраическими уравнениями

$$\alpha = K_{cm} i_s, \tag{1}$$

$$\nu = K_{vm} i_s. \tag{2}$$

Здесь K_{cm} и K_{vm} - соответственно амплитудная и частотная модуляционные чувствительности генератора. Действие источника низкочастотных шумов в этих уравнениях описывается флукуациями тока питания i_s , которые нетрудно выразить через низкочастотные флукуации напряжения собственных шумов диода [6]. Строго говоря, приведенными уравнениями можно пользоваться лишь при частотах модуляции, близких к нулю.

Учет динамической инерционности системы требует решения флукуационных уравнений, которые содержат указанные выше производные, то есть учитывают скорость изменения флукуаций. Для обобщенной схемы генератора такие уравнения получены в [6] и имеют следующий вид:

$$\frac{d\alpha}{dt} + p\alpha = pK_{cm} i_s, \tag{3}$$

$$\frac{d\nu}{dt} + p\nu = pK_{vm} i_s + (K_{vm} + qK_{cm}) \frac{di_s}{dt}. \tag{4}$$

Динамические параметры p, q, K_{cm}, K_{vm} в этих уравнениях определяются импедансными характеристиками диода и нагрузки [6]. При этом p, q, K_{cm} зависят еще и от амплитуды колебаний.

Нетрудно видеть, что если флукуации настолько медленные, что $\frac{d\alpha}{dt} \ll p\alpha, \frac{d\nu}{dt} \ll p\nu,$

$(K_{vm} + qK_{cm}) \frac{di_s}{dt} \ll pK_{vm} i_s,$ из дифференциальных

уравнений (3), (4) следуют алгебраические уравнения (1), (2). Анализ трансформации флукуаций тока i_s в амплитудно-частотные флукуации генерируемого сигнала, основанный на использовании уравнений (3), (4), более строг. Он не является квазистатическим, а его результаты справедливы и для достаточно высоких частот модуляции Ω , в том числе для диапазона промежуточных частот. Единственное ограничение, накладываемое на частоту модуляции, заключается в том, что она, естественно, должна быть значительно ниже несущей частоты ω , то есть $\Omega \ll \omega$. Уравнения (3),(4) получены в [6] при предположении, что флукуации малы. Поэтому уравнения линейны, и анализ трансформации флукуаций на их основе не вызывает особых математических трудностей. Не описывая нелинейные эффекты при трансформации флукуаций, они существенно снижают жесткость требований к медленности флукуаций и позволяют, таким образом, учесть в линейном приближении

эффект динамической инерционности трансформационных процессов.

Спектральный анализ уравнений (3),(4), выполненный в [6], приводит к следующей связи собственных и взаимных спектров амплитудно-частотных флуктуаций генерируемого сигнала со спектральной плотностью $S_{i_s}(\Omega)$ низкочастотных флуктуаций тока питания

$$S_{\alpha lf}(\Omega) = \frac{p^2}{p^2 + \Omega^2} K_{cm}^2 S_{i_s}(\Omega), \quad (5)$$

$$S_{v lf}(\Omega) = \frac{p^2 + \left(1 + q \frac{K_{cm}}{K_{vm}}\right)^2 \Omega^2}{p^2 + \Omega^2} K_{vm}^2 S_{i_s}(\Omega), \quad (6)$$

$$\text{Re}S_{\alpha v lf}(\Omega) = \frac{p^2}{p^2 + \Omega^2} K_{cm} K_{vm} S_{i_s}(\Omega), \quad (7)$$

$$\text{Im}S_{\alpha v lf}(\Omega) = -\frac{p\Omega}{p^2 + \Omega^2} K_{cm} (K_{vm} + qK_{cm}) S_{i_s}(\Omega). \quad (8)$$

Здесь $S_{\alpha lf}(\Omega)$ - спектральная плотность флуктуаций амплитуды, $S_{v lf}(\Omega)$ - спектральная плотность флуктуаций частоты, $\text{Re}S_{\alpha v lf}(\Omega)$ - действительная часть взаимной спектральной плотности амплитудно-частотных флуктуаций, $\text{Im}S_{\alpha v lf}(\Omega)$ - мнимая часть взаимной спектральной плотности амплитудно-частотных флуктуаций. Индексы lf у символов спектральных плотностей означают, что это спектр шумов низкочастотного (модуляционного) происхождения.

Эквивалентная схема многодиодного генератора – сумматора мощности представляет собой систему идентичных высокочастотных контуров диодных модулей, связанных идеальными трансформаторами с суммирующим резонатором, и низкочастотных контуров питания диодов. В работах [14,15] методами редуцирования эта система приведена к обобщенной схеме, содержащей один высокочастотный и один низкочастотный контура с соответствующими эквивалентными параметрами. Дальнейший анализ показал, что полученная обобщенная схема многодиодного генератора, может быть использована для анализа трансформации как СВЧ, так и НЧ собственных шумов диодов в амплитудно-частотные флуктуации генерируемого сигнала.

Таким образом, выражения (5)-(8) могут быть использованы для анализа модуляционных шумов и однодиодного, и многодиодного генераторов. Для этого в первом случае в них в качестве динамических параметров должны быть введены прочность предельного p_1 , неизохронность q_1 , модуляционные чувствительности K_{cm1}, K_{vm1} и спектральная плотность флуктуаций тока питания $S_{i_s1}(\Omega)$ однодиодного генератора. Во втором случае – соответствующие параметры $p_N, q_N, K_{cmN}, K_{vmN}$ и спектральная плотность флуктуаций тока питания $S_{i_sN}(\Omega)$ многодиодного (N -диодного) генератора.

Связь указанных динамических параметров для одно- и многодиодного генераторов зависит от стратегии настройки генератора, которая обеспечивает неизменность амплитуды СВЧ колебаний на каждом активном элементе в процессе увеличения числа диодов. При первом способе настройки генератора, заключающемся в подстройке нагрузки (изменении связи суммирующего резонатора с нагрузкой) эта связь имеет вид

$$p_N^2 = \frac{N^2(q_\phi + 1)^2}{(q_\phi + N)^2} p_1^2, \quad (9)$$

$$q_N^2 = \frac{N^2(q_\phi + 1)^2}{(q_\phi + N)^2} q_1^2, \quad (10)$$

$$K_{cmN} = \frac{1}{N} K_{cm1}, \quad (11)$$

$$K_{vmN} = \frac{q_\phi + 1}{q_\phi + N} K_{vm1}, \quad (12)$$

Здесь $q_\phi = X'_p / X'_1$ - параметр фиксирующей способности контура, равный отношению фиксирующей способности суммирующего резонатора к внесенной фиксирующей способности диодного модуля в однодиодном генераторе [14], X_p - реактивная часть импеданса суммирующего резонатора, X_1 - реактивная часть импеданса диодного модуля, пересчитанная в контур суммирующего резонатора. Штрих над символами означает производную по частоте (фиксирующую способность).

Второй способ настройки генератора заключается в подстройке диодных модулей (изменении связи диодных модулей с суммирующим резонатором). В этом случае связь динамических параметров записывается следующим образом:

$$p_N = p_1, q_N = q_1, K_{cmN} = \frac{1}{N} K_{cm1}, K_{vmN} = \frac{1}{N} K_{vm1} \quad (13)$$

При параллельной схеме питания, которая обычно применяется в многодиодных генераторах, спектральные плотности $S_{i_sN}(\Omega)$ и $S_{i_s1}(\Omega)$ флуктуаций токов связаны соотношением [1]

$$S_{i_sN}(\Omega) = N S_{i_s1}(\Omega). \quad (14)$$

Используя выражения (9)-(14), нетрудно записать спектры модуляционных шумов многодиодного генератора при той или иной стратегии настройки.

При первом способе настройки N -диодного генератора в равенства (5)-(8) следует подставить соотношения (9)-(12) и (14). Эта операция приводит к следующим выражениям для собственных и взаимных спектров амплитудно-частотных флуктуаций N -диодного генератора

$$S_{\alpha lfN}(\Omega) = \frac{1}{N} \frac{\left[\frac{N(q_\phi + 1)}{q_\phi + N}\right]^2 p_1^2}{\left[\frac{N(q_\phi + 1)}{q_\phi + N}\right]^2 p_1^2 + \Omega^2} K_{cm1}^2 S_{i_s1}(\Omega), \quad (15)$$

$$S_{v\ell fN}(\Omega) = \frac{1}{N} \left[\frac{N(q_\phi + 1)}{q_\phi + N} \right]^2 \frac{\left[\frac{N(q_\phi + 1)}{q_\phi + N} \right]^2 p_1^2 + \left(1 + q_1 \frac{K_{cm1}}{K_{vm1}} \right)^2 \Omega^2}{\left[\frac{N(q_\phi + 1)}{q_\phi + N} \right]^2 p_1^2 + \Omega^2} \times K_{vm1}^2 S_{i_s,1}(\Omega), \quad (16)$$

$$\text{Re}S_{\alpha v\ell fN}(\Omega) = \frac{1}{N} \frac{\left[\frac{N(q_\phi + 1)}{q_\phi + N} \right]^3 p_1^2}{\left[\frac{N(q_\phi + 1)}{q_\phi + N} \right]^2 p_1^2 + \Omega^2} K_{cm1} K_{vm1} S_{i_s,1}(\Omega) \quad (17)$$

$$\text{Im}S_{\alpha v\ell fN}(\Omega) = -\frac{1}{N} \frac{\left[\frac{N(q_\phi + 1)}{q_\phi + N} \right]^2 p_1 \Omega}{\left[\frac{N(q_\phi + 1)}{q_\phi + N} \right]^2 p_1^2 + \Omega^2} K_{cm1} (K_{vm1} + q_1 K_{cm1}) S_{i_s,1}(\Omega). \quad (18)$$

Здесь и дальше индекс N у символов означает, что они относятся к N -диодному генератору.

Выражения (15)-(18) справедливы для генератора с произвольным числом N диодов. При $N=1$ они дают спектры флуктуаций однодиодного генератора. Правая часть этих равенств выражена через соответствующие параметры однодиодного генератора, что упрощает учет влияния числа активных элементов на шумовые характеристики многодиодной системы.

В полученные выражения входят квази-статические модуляционные чувствительности, определенные при $\Omega \rightarrow 0$, и, следовательно, не зависящие от частоты. Как следует из расчета, указанные выражения учитывают только динамическую инерционность системы. Корректное исследование совместного влияния динамической и тепловой инерционности системы на спектр флуктуаций требуется соответствующего обобщения флуктуационных уравнений и их решения. То же самое можно сказать и о других причинах, влияющих на частотную зависимость спектров флуктуаций. Однако в первом приближении анализ совместного влияния этих эффектов, например, теплового и динамического, можно сделать на основе выражений (15)-(18). Для этого в указанные выражения в качестве K_{cm1} , K_{vm1} можно ввести соответствующие функции частоты $K_{cm1} = K_{cm1}(\Omega)$, $K_{vm1} = K_{vm1}(\Omega)$, рассчитанные без учета динамической, но с учетом тепловой инерционности. К сожалению, в опубликованных работах аналитические зависимости $K_{cm1} = K_{cm1}(\Omega)$, $K_{vm1} = K_{vm1}(\Omega)$, обусловленные тепловой инерционностью, получены не были. Не были получены и флуктуационные уравнения, учитывающие тепловой эффект. Поэтому в данной работе анализ совместного влияния динамической и тепловой инерционности системы на спектры модуляционных шумов не проводится.

Из выражений (15)-(18) следует, что при первом способе настройки многодиодного генератора частотная зависимость модуляционных шумов,

вызванная динамической инерционностью системы, довольно сложна. Она зависит от числа диодов N , параметра фиксирующей способности контура q_ϕ , прочности предельного цикла p_1 , неизохронности q_1 , а также от вида частотной зависимости уровня собственных шумов диодов $S_{i_s,1}(\Omega)$. Поэтому в данной работе ограничимся рассмотрением полученных спектров в двух предельных случаях, когда $q_\phi \ll 1$ и $q_\phi \gg N$.

Если $q_\phi \gg N$, то выражения (15)-(18) принимают вид

$$S_{\alpha\ell fN}(\Omega) = \frac{1}{N} \frac{N^2 p_1^2}{N^2 p_1^2 + \Omega^2} K_{cm1}^2 S_{i_s,1}(\Omega), \quad (19)$$

$$S_{v\ell fN}(\Omega) = N \frac{N^2 p_1^2 + \left(1 + q_1 \frac{K_{cm1}}{K_{vm1}} \right)^2 \Omega^2}{N^2 p_1^2 + \Omega^2} K_{vm1}^2 S_{i_s,1}(\Omega), \quad (20)$$

$$\text{Re}S_{\alpha v\ell fN}(\Omega) = N \frac{N^2 p_1^2}{N^2 p_1^2 + \Omega^2} K_{cm1} K_{vm1} S_{i_s,1}(\Omega), \quad (21)$$

$$\text{Im}S_{\alpha v\ell fN}(\Omega) = -N \frac{N p_1 \Omega}{N^2 p_1^2 + \Omega^2} K_{cm1} (K_{vm1} + q_1 K_{cm1}) S_{i_s,1}(\Omega). \quad (22)$$

Как видно из равенства (19), собственная спектральная плотность $S_{\alpha\ell fN}(\Omega)$ амплитудных флуктуаций сигнала оказываются в N раз меньше, чем у однодиодного генератора с прочностью предельного цикла Np_1 . Из выражения (20) следует, что собственная спектральная плотность $S_{v\ell fN}(\Omega)$ частотных флуктуаций сигнала оказываются в N раз больше, чем у однодиодного генератора с прочностью предельного цикла Np_1 . Из равенств (21), (22) следует, что взаимная спектральная плотность амплитудно-частотных флуктуаций оказывается в N раз больше, чем у однодиодного генератора с прочностью предельного цикла Np_1 .

Если $q_\phi \ll 1$, то из соотношений (15)-(18) следуют выражения для спектров модуляционных шумов в виде

$$S_{\alpha\ell fN}(\Omega) = \frac{1}{N} \frac{p_1^2}{p_1^2 + \Omega^2} K_{cm1}^2 S_{i_s,1}(\Omega), \quad (23)$$

$$S_{v\ell fN}(\Omega) = \frac{1}{N} \frac{p_1^2 + \left(1 + q_1 \frac{K_{cm1}}{K_{vm1}} \right)^2 \Omega^2}{p_1^2 + \Omega^2} K_{vm1}^2 S_{i_s,1}(\Omega), \quad (24)$$

$$\text{Re}S_{\alpha v\ell fN}(\Omega) = \frac{1}{N} \frac{p_1^2}{p_1^2 + \Omega^2} K_{cm1} K_{vm1} S_{i_s,1}(\Omega), \quad (25)$$

$$\text{Im}S_{\alpha v\ell fN}(\Omega) = -\frac{1}{N} \frac{p_1 \Omega}{p_1^2 + \Omega^2} K_{cm1} (K_{vm1} + q_1 K_{cm1}) S_{i_s,1}(\Omega). \quad (26)$$

Выражения (23)-(26) показывают, что при малых значениях параметра фиксирующей способности

контура q_ϕ собственные и взаимные спектры модуляционных шумов многодиодного генератора в N ниже соответствующих спектров для однодиодного генератора с прочностью предельного цикла, равной p_1 .

Теперь рассмотрим изменение спектров модуляционных шумов, происходящее при увеличении числа диодов автоколебательной системы, которая настраивается вторым способом (подстройкой диодных модулей).

При втором способе настройки N -диодного генератора определение собственных и взаимных спектров амплитудно-частотных флуктуаций генератора достигается подстановкой в равенства (5)-(8) соотношений (13) и (14). Как показывает расчет, указанная подстановка приводит к уже известным выражениям (23)-(25). Оказывается с точки зрения трансформации модуляционных шумов, результаты анализа второго способа настройки генератора полностью совпадают с результатами вычислений, проведенных для первого способа настройки при $q_\phi \ll 1$. На всех частотах модуляции собственные и взаимные спектральные плотности амплитудно-частотных флуктуаций сигнала многодиодного генератора уменьшаются в N раз по сравнению со спектрами шумов однодиодной автоколебательной системы.

Таким образом, расчет спектров модуляционных шумов многодиодных генераторов при

произвольной частоте модуляции показал, что в общем случае влияние числа активных элементов на эти спектры не описывается каким-либо поправочным коэффициентом, зависящим только от N . Собственные и взаимные спектры амплитудно-частотных флуктуаций зависят от порядка настройки генератора в процессе увеличения числа диодов и определяется комплексом его динамических параметров – N , p_1 , q_1 , q_ϕ , K_{cm1} , K_{vm1} – и спектром флуктуаций источников собственных шумов. Это обстоятельство должно учитываться при расчете шумов и анализе экспериментальных данных. Что касается влияния на спектры шумов динамической инерционности колебательной системы генератора, то для его объективной оценки целесообразно ввести в рассмотрение и проанализировать коэффициент коллективной трансформации модуляционных шумов. В работах [16,17] для описания шумов СВЧ происхождения в качестве такого коэффициента использовалось отношение спектральных плотностей флуктуаций N -диодного и однодиодного генераторов. Выражения, полученные в данной работе, позволяют найти подобную характеристику для модуляционных шумов при любой частоте модуляции, удовлетворяющей условию $\Omega \ll \omega$.

Библиографический список

1. Шаповалов А.С., Минкин Л.М., Кудряшов С.А., Шаповалов С.А. // Вопросы прикладной физики. Саратов, 2006. Вып. 13. С. 49-52.
2. Малахов А.Н. Флуктуации в автоколебательных системах. М.: Наука, 1968.
3. Тагер А.С., Вальд-Перлов В.М. Лавинно-пролетные диоды и их применение в технике СВЧ. М.: Сов. Радио, 1968.
4. Бугаев А.В., Лазнюк А.В., Маев К.А. // Электронная техника. Серия 1. Электроника СВЧ. 1978. № 1. С. 89-91.
5. Коваленко Г.А., Фукс Л.Б. // Электронная техника. Серия 1. Электроника СВЧ. 1978. № 1. С. 70-74.
6. Шаповалов А.С. // Вопросы прикладной физики. Саратов, 1989. Вып. 2. С. 3-19.
7. Гуменный С.М., Иванов В.Н., Цвирко Ю.А., Ясинский В.К. // Электронная техника. Серия 1. Электроника СВЧ. 1976. № 1. С. 33-36.
8. Desa V.A.E., Hobson G.S. // IEEE Trans. on ED. 1971. V. ED-18, № 8. P. 537.
9. Tsai W. CH., Rosenbaum F.I. // IEEE Trans. on MTT. 1970. V. MTT-18, № 11. P. 877.
10. King G., Wasse M.P. // IEEE Trans. on ED. 1967. V. ED-14, № 8. P. 526.
11. Бугаев А.В. // Электронная техника. Серия 1. Электроника СВЧ. 1976. № 7. С. 42-47.
12. Weidmann G. // Nachrichtentechnische Zeitschrift. 1970. B. 23, H. 7. S. 368-371.
13. Chao C., Haddad G.I. // IEEE Trans. on MTT. 1973. V. MTT-21, № 10. P. 619.
14. Кудряшов С.А., Шаповалов А.С. // Электронная техника. Серия 1. СВЧ-техника. 1997. Вып. 2. С. 28-31.
15. Шаповалов А.С., Минкин Л.М., Кудряшов С.А., Шаповалов С.А. // Вопросы прикладной физики. Саратов, 2006. Вып. 13. С. 45-49.
16. Kurorawa K. // IEEE Trans. 1971. V. MTT-19, № 10. P. 793-801.
17. Абрамов С.Н., Гершензон Е.М., Левитес А.А., Плохова Л.А. // Радиотехника и электроника. 1988. Т. 33. Вып. 1. С.103-113.

ABOUT THE FREQUENCY DEPENDENCES OF THE SPECTRAL DENSITY OF MODULATION NOISE OF THE MULTIDIODE MICROWAVE GENERATOR

A.S.Shapovalov, A.S.Listov, I.A. Shapovalova
Saratov State University

It is discussed the frequency dependence of modulation noise of the multidiode microwave generator with the common summing resonator. It is received the expressions for own and mutual spectrums of the amplitude-frequency fluctuations, which take into account number of diodes, dynamic inertness, properties of electrodynamic system and strategy of tuning of generator.

КОЭФФИЦИЕНТЫ КОЛЛЕКТИВНОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ МОДУЛЯЦИОННЫХ ШУМОВ МНОГОДИОДНОГО ГЕНЕРАТОРА СВЧ

А.С. Шаповалов, С.А. Кудряшов, С.А. Шаповалов

Шаповалов Александр Степанович, д.ф.-м.н., профессор СГУ
Институт точной механики и управления РАН, г. Саратов
Кудряшов Сергей Александрович, к.ф.-м.н., старший научный сотрудник
Саратовское электроагрегатное производственное объединение
Шаповалов Степан Александрович, инженер

Вводятся в рассмотрение коэффициенты коллективной трансформации модуляционных шумов ансамбля диодных модулей в шумы выходного сигнала многодиодного СВЧ генератора с суммирующим резонатором. Получены выражения для коэффициентов коллективной трансформации амплитудно-частотных флуктуаций сигнала. Выражения учитывают число диодов, динамическую инерционность генератора, свойства его электродинамической системы и стратегию настройки.

Вопрос о влиянии числа активных элементов на уровень модуляционных шумов многодиодного генератора представляет существенный теоретический и практический интерес. В работе [1] были рассчитаны собственные и взаимные спектры модуляционных шумов многодиодного генератора, учитывающие динамическую инерционность генератора и соответствующие произвольной частоте Ω отстройки от несущей частоты ω сигнала. Однако анализ соотношения уровней модуляционных шумов одно- и многодиодного генераторов при различных частотах отстройки (частотах модуляции) вызывает определенные затруднения. Они связаны с тем, что указанные выражения наряду с динамическими параметрами генератора содержат и такие функции частоты, как амплитудная и частотная модуляционные чувствительности, спектральная плотность собственных шумов диодов, информация о которых пока недостаточна и зависит от типа диода. Для преодоления этой трудности в данной работе реализуется выдвинутое в [1] предложение о введении в рассмотрение коэффициентов коллективной трансформации модуляционных шумов ансамбля генерирующих диодных модулей в шумы выходного сигнала суммирующего резонатора. Такие коэффициенты позволяют проводить сравнение модуляционных шумов одно- и многодиодного генераторов «при прочих равных условиях».

По своему физическому смыслу коэффициентом коллективной трансформации шумов многодиодной системы G является отношение спектральных плотностей флуктуаций сигнала соответственно N -диодного и однодиодного генераторов. В ряде работ это отношение уже использовалось в качестве характеристики шумов СВЧ происхождения. Применительно к модуляционным шумам это отношение, естественно, должно определяться для спектральных плотностей флуктуаций, вызванных низкочастотными собственными шумами системы. Если коэффициент коллективной трансформации меньше 1, то он имеет смысл коэффициента подавления шумов, если его величина больше 1, то он является фактически коэффициентом усиления шума многодиодного генератора. Очевидно, что в общем случае необходимо водить несколько

коэффициентов коллективной трансформации, которые должны характеризовать преобразование амплитудных шумов, частотных шумов и взаимного спектра амплитудно-частотных флуктуаций сигнала.

С учетом сказанного коэффициент коллективной трансформации амплитудных модуляционных шумов $G_{\alpha\ell N}(\Omega)$ многодиодного генератора представляет собой отношение $S_{\alpha\ell N}(\Omega)/S_{\alpha\ell 1}(\Omega)$ спектральных плотностей флуктуаций амплитуды сигнала соответственно для N -диодного и однодиодного генераторов. Коэффициент коллективной трансформации частотных модуляционных шумов – это отношение спектральных плотностей флуктуаций частоты сигнала, коэффициент коллективной трансформации взаимных спектров амплитудно-частотных флуктуаций – отношение взаимных спектральных плотностей.

Спектральные плотности, а, следовательно, и коэффициенты коллективной трансформации амплитудно-частотных флуктуаций многодиодного генератора, вызванных низкочастотными собственными источниками шумов, зависят от стратегии настройки генератора [1]. Рассмотрим коэффициенты коллективной трансформации шума, соответствующие первому способу настройки генератора, когда процесс увеличения числа диодов сопровождается изменением связи нагрузки с суммирующим резонатором.

При первом способе настройки выражение для спектральной плотности амплитудных флуктуаций $S_{\alpha\ell N}(\Omega)$ многодиодного генератора, полученное в [1], имеет следующий вид

$$S_{\alpha\ell N}(\Omega) = \frac{1}{N} \frac{\left[\frac{N(q_\phi + 1)}{q_\phi + N} \right]^2 p_1^2}{\left[\frac{N(q_\phi + 1)}{q_\phi + N} \right]^2 p_1^2 + \Omega^2} K_{\text{ам1}}^2 S_{i_1}(\Omega), \quad (1)$$

где q_ϕ – параметр фиксирующей способности колебательной системы многодиодного генератора [1]; p_1 , $K_{\text{ам1}}$ – соответственно прочность предельного цикла и амплитудная модуляционная чувствительность однодиодного генератора; $S_{i_1}(\Omega)$ –

спектральная плотность низкочастотных флуктуаций тока питания диода, вызванных его собственными шумами. Здесь и далее индекс 1 у символов означает, что они относятся к однодиодному генератору, индекс N означает соответствие символа многодиодному генератору. Дробь $N(q_\phi + 1)/q_\phi + N$ показывает увеличение прочности предельного цикла многодиодного генератора по сравнению с аналогичным параметром однодиодного.

При $N=1$ равенство (1) определяет спектральную плотность амплитудных флуктуаций однодиодного генератора $S_{\alpha\ell f 1}(\Omega)$. Деление равенства (1) на его же значение при $N=1$ приводит к следующему выражению для коэффициента коллективной трансформации модуляционных амплитудных шумов:

$$G_{\alpha\ell f}(\Omega) = N \left(\frac{q_\phi + 1}{q_\phi + N} \right)^2 \frac{p_1^2 + \Omega^2}{\left[\frac{N(q_\phi + 1)}{q_\phi + N} \right]^2 p_1^2 + \Omega^2} \quad (2)$$

Проведем краткий анализ выражения (2).

Вначале выясним условия, при которых коэффициент коллективной трансформации модуляционных амплитудных шумов не зависит от частоты. Нетрудно видеть, что при $q_\phi \ll 1$ величина $\left[\frac{N(q_\phi + 1)}{q_\phi + N} \right]^2$, стоящая в знаменателе, стремится к 1. Зависимость $G_{\alpha\ell f}$ от частоты исчезает, и

$$G_{\alpha\ell f}(q_\phi \ll 1) = \frac{1}{N} \quad (3)$$

При любых других значениях параметра фиксирующей способности q_ϕ коэффициент $G_{\alpha\ell f}$ зависит от частоты. Поскольку величина $\left[\frac{N(q_\phi + 1)}{q_\phi + N} \right]^2$, стоящая в знаменателе выражения (2), всегда больше 1, коэффициент коллективной трансформации амплитудного шума монотонно возрастает с увеличением частоты Ω .

На низких частотах модуляции, когда $\Omega \ll p_1$, величина коэффициента $G_{\alpha\ell f}(\Omega)$ совпадает с его значением при $q_\phi \ll 1$

$$G_{\alpha\ell f}(\Omega \ll p_1) = G_{\alpha\ell f}(q_\phi \ll 1) = \frac{1}{N}$$

При высоких частотах модуляции, когда $\Omega \gg p_1$ (при этом будем считать, что выполняется и условие $\Omega \gg p_1 N(q_\phi + 1)/(q_\phi + N)$) коэффициент коллективной трансформации $G_{\alpha\ell f}(\Omega)$ асимптотически приближается к уровню

$$G_{\alpha\ell f}(\Omega \gg p_1) = N \left(\frac{q_\phi + 1}{q_\phi + N} \right)^2 \quad (4)$$

Этот уровень при $\Omega \gg p_1$ и $q_\phi \gg N$ составляет $G_{\alpha\ell f}(\Omega \gg p_1, q_\phi \gg N) = N$

Из этих рассуждений следует, что в общем случае при достаточно больших значениях q_ϕ кривая частотной зависимости $G_{\alpha\ell f} = G_{\alpha\ell f}(\Omega)$ пересекает уровень $G_{\alpha\ell f} = 1$, и физический смысл коэффициента коллективной трансформации амплитудных шумов изменяется: из коэффициента подавления он превращается в коэффициент усиления шума.

Теперь рассмотрим вопрос о коэффициенте коллективной трансформации $G_{v\ell f}(\Omega)$ частотных модуляционных шумов при первом способе настройки генератора. Для определения этого коэффициента воспользуемся выражением для спектральной плотности $S_{v\ell f N}(\Omega)$ частотных флуктуаций многодиодного генератора [1]

$$S_{v\ell f N}(\Omega) = \frac{1}{N} \left[\frac{N(q_\phi + 1)}{q_\phi + N} \right]^2 \frac{\left[\frac{N(q_\phi + 1)}{q_\phi + N} \right]^2 p_1^2 + \left(1 + q_1 \frac{K_{\alpha m 1}}{K_{v m 1}} \right)^2 \Omega^2}{\left[\frac{N(q_\phi + 1)}{q_\phi + N} \right]^2 p_1^2 + \Omega^2} \times K_{v m 1}^2 S_{i_1}(\Omega),$$

где q_1 и $K_{v m 1}$ - соответственно параметр неизохронности и частотная модуляционная чувствительность однодиодного генератора. Разделив это равенство на его же значение при $N=1$, получим

$$G_{v\ell f}(\Omega) = N \left(\frac{q_\phi + 1}{q_\phi + N} \right)^2 \frac{\left[\frac{N(q_\phi + 1)}{q_\phi + N} \right]^2 p_1^2 + \left(1 + q_1 \frac{K_{\alpha m 1}}{K_{v m 1}} \right)^2 \Omega^2}{p_1^2 + \left(1 + q_1 \frac{K_{\alpha m 1}}{K_{v m 1}} \right)^2 \Omega^2} \times \frac{p_1^2 + \Omega^2}{\left[\frac{N(q_\phi + 1)}{q_\phi + N} \right]^2 p_1^2 + \Omega^2} \quad (5)$$

Как и в случае амплитудных шумов, прежде всего, выясним условия, при которых зависимость коэффициента коллективной трансформации частотных шумов $G_{v\ell f}$ от частоты модуляции Ω не наблюдается.

Из (5) нетрудно видеть, что если генератор изохронный ($q_1=0$) или неизохронность настолько мала, что $q_1 \ll K_{v m 1}/K_{\alpha m 1}$, то коэффициент $G_{v\ell f}$ не зависит от частоты Ω и равен

$$G_{v\ell f}(q_1 = 0) = N \left(\frac{q_\phi + 1}{q_\phi + N} \right)^2 \quad (6)$$

Полученное значение совпадает с величиной (4) для коэффициента коллективной трансформации амплитудных шумов на высоких частотах модуляции.

Если генератор неизохронный $q_1 \neq 0$, но $q_\phi \ll 1$, то частотная зависимость $G_{v\ell f}$ также не наблюдается и

$$G_{v\ell f}(q_1 \neq 0, q_\phi \ll 1) = \frac{1}{N}$$

Это значение совпадает с величиной (3) для коэффициента коллективной трансформации $G_{\alpha lf}$ амплитудных шумов при $q_{\phi} \ll 1$.

В общем случае, когда генератор неизохронный ($q_1 \neq 0$), и параметр фиксирующей способности колебательной системы не удовлетворяет условию $q_{\phi} \ll 1$, коэффициент коллективной трансформации $G_{v lf}(\Omega)$ частотных шумов зависит от частоты модуляции Ω . Основная особенность частотной зависимости $G_{v lf} = G_{v lf}(\Omega)$ заключается в том, что значения коэффициента трансформации $G_{v lf}$ на предельно низких ($\Omega \ll p_1$) и предельно высоких ($\Omega \gg Np_1$) частотах совпадают и равны соответствующей величине для изохронного генератора

$$\begin{aligned} G_{v lf}(q_1 \neq 0, \Omega \ll p_1) &= \\ &= G_{v lf}(q_1 \neq 0, \Omega \gg Np_1) = \\ &= G_{v lf}(q_1 = 0) = N \left(\frac{q_{\phi} + 1}{q_{\phi} + N} \right)^2. \end{aligned}$$

Это означает, что внутри указанного диапазона частот кривая $G_{v lf} = G_{v lf}(\Omega)$ имеет экстремум. В зависимости от величины $[1 + (q_1 K_{cm1} / K_{vm1})]$ он является минимумом или максимумом. Эта особенность кривой заслуживает, очевидно, отдельного рассмотрения.

Определим коэффициент коллективной трансформации $G_{r \alpha v lf}(\Omega)$ действительной части $ReS_{\alpha v lf}(\Omega)$ взаимного спектра амплитудно-частотных шумов многодиодного генератора при первом способе его настройки. Воспользуемся соответствующим выражением работы [1] для действительной части взаимного спектра

$$ReS_{\alpha v lf N}(\Omega) = \frac{1}{N} \frac{\left[\frac{N(q_{\phi} + 1)}{q_{\phi} + N} \right]^3 p_1^2}{\left[\frac{N(q_{\phi} + 1)}{q_{\phi} + N} \right]^2 p_1^2 + \Omega^2} K_{cm1} K_{vm1} S_{i_s, 1}(\Omega)$$

Деление этого равенства на $ReS_{\alpha v lf 1}(\Omega)$ приводит к следующему выражению для коэффициента $G_{r \alpha v lf}(\Omega)$ коллективной трансформации действительной части взаимного спектра (7)

$$G_{r \alpha v lf}(\Omega) = N^2 \left(\frac{q_{\phi} + 1}{q_{\phi} + N} \right)^3 \frac{p_1^2 + \Omega^2}{\left[\frac{N(q_{\phi} + 1)}{q_{\phi} + N} \right]^2 p_1^2 + \Omega^2}$$

Из равенства (7) видно, что коэффициент $G_{r \alpha v lf}$ не зависит от частоты только при $q_{\phi} \ll 1$. В этом предельном случае $G_{r \alpha v lf}(q_{\phi} \ll 1) = \frac{1}{N}$.

Если же параметр фиксирующей способности контура сравним с 1 или больше 1, то коэффициент трансформации $G_{r \alpha v lf}(\Omega)$ зависит от частоты модуляции Ω , монотонно возрастая с ее увеличением. На

низких частотах модуляции ($\Omega \ll p_1$) он составляет

$$G_{r \alpha v lf}(\Omega \ll p_1) = \frac{q_{\phi} + 1}{q_{\phi} + N}.$$

На высоких частотах модуляции ($\Omega \gg Np_1$) он стремится к величине $G_{r \alpha v lf}(\Omega \gg Np_1) = N^2 \left(\frac{q_{\phi} + 1}{q_{\phi} + N} \right)^2$

Характерно, что частотно зависимые множители в выражениях для $G_{r \alpha v lf}(\Omega)$ и $G_{\alpha lf}(\Omega)$ совпадают.

Обратимся к расчету коэффициента коллективной трансформации $G_{i \alpha v lf}(\Omega)$ мнимой части $ImS_{\alpha v lf}(\Omega)$ взаимного спектра амплитудно-частотных шумов при первом способе настройки многодиодного генератора.

Выражение для мнимой части взаимной спектральной плотности амплитудно-частотных флуктуаций модуляционного происхождения имеет вид [1]

$$ImS_{\alpha v lf N}(\Omega) = -\frac{1}{N} \frac{\left[\frac{N(q_{\phi} + 1)}{q_{\phi} + N} \right]^2 p_1 \Omega}{\left[\frac{N(q_{\phi} + 1)}{q_{\phi} + N} \right]^2 p_1^2 + \Omega^2} K_{cm1} (K_{vm1} + q_1 K_{cm1}) S_{i_s, 1}(\Omega).$$

Частное от деления $ImS_{\alpha v lf N}(\Omega)$ на $ImS_{\alpha v lf 1}(\Omega)$ дает следующее выражение для коэффициента трансформации $G_{i \alpha v lf}(\Omega)$ мнимой части взаимного спектра

$$G_{i \alpha v lf}(\Omega) = N \left(\frac{q_{\phi} + 1}{q_{\phi} + N} \right)^2 \frac{p_1^2 + \Omega^2}{\left[\frac{N(q_{\phi} + 1)}{q_{\phi} + N} \right]^2 p_1^2 + \Omega^2} \quad (8)$$

Легко видеть, что при $q_{\phi} \ll 1$ коэффициент $G_{i \alpha v lf}$, как и другие рассмотренные выше коэффициенты трансформации, не зависит от частоты и равен $G_{i \alpha v lf}(q_{\phi} \ll 1) = \frac{1}{N}$.

Если значения q_{ϕ} , существенно отличаются от нуля, то коэффициент трансформации монотонно возрастает с увеличением частоты модуляции. При $\Omega \ll p_1$ он составляет $G_{i \alpha v lf}(\Omega \ll p_1) = \frac{1}{N}$.

При $\Omega \gg Np_1$ он равен $G_{i \alpha v lf}(\Omega \gg Np_1) = N \left(\frac{q_{\phi} + 1}{q_{\phi} + N} \right)^2$

Из (8) также следует, что частотно зависимый множитель входящий в $G_{i \alpha v lf}(\Omega)$ совпадает с аналогичными множителями в выражениях для $G_{r \alpha v lf}(\Omega)$ и $G_{\alpha lf}(\Omega)$.

Как уже говорилось, все приведенные результаты получены при условии, что настройка генератора осуществляется первым способом, то есть путем изменения связи суммирующего резонатора с нагрузкой. На практике широкое применение находит и второй способ настройки генератора, когда процесс увеличения числа его активных элементов сопровождается изменением связи диодных модулей с суммирующим резонатором.

Расчет коэффициентов коллективной трансформации шумов при втором способе настройки генератора приводит к простому и короткому результату. Действительно, если соотношения для спектров флуктуаций, полученные в [1] и соответствующие указанной стратегии настройки, записать соответственно для многодиодного и однодиодного генераторов и найти их отношение, то найденные таким образом выражения для коэффициентов коллективной трансформации примут одинаковый вид

$$G_{\alpha\ell f}(\Omega) = G_{v\ell f}(\Omega) = G_{r\alpha v\ell f}(\Omega) = G_{i\alpha v\ell f}(\Omega) = \frac{1}{N}$$

В этом случае многодиодный генератор характеризуется единым коэффициентом $G = G_{\alpha\ell f}(\Omega) = G_{v\ell f}(\Omega) = G_{r\alpha v\ell f}(\Omega) = G_{i\alpha v\ell f}(\Omega)$ коллективной трансформации шумов, который не зависит от частоты модуляции.

В принципе, настройку многодиодного генератора можно осуществлять и комбинированным

способом, когда изменяется связь суммирующего резонатора и с нагрузкой, и с диодными модулями. Совершенно очевидно, что в этом случае коэффициенты коллективной трансформации шумов будут зависеть от частоты. Получение аналитических выражений для этого случая пока затруднительно, так как требует расчета спектров флуктуаций с учетом количественных характеристик изменения каждой из указанных связей

Таким образом, проведенный анализ показал, что динамическая инерционность генератора может вызывать зависимость коэффициентов коллективной трансформации модуляционных шумов выходного сигнала от частоты. Полученные соотношения позволяют учесть эту зависимость при разработке малошумящих генераторов и интерпретации данных экспериментального исследования шумов.

Библиографический список

1. Шаповалов А.С., Листов А.С., Шаповалов С.А. // Вопросы прикладной физики. Саратов, 2007. Вып. 14.

THE FACTORS OF COLLECTIVE TRANSFORMATION OF MODULATION NOISE OF THE MULTIDIODE MICROWAVE GENERATOR

¹A.S.Shapovalov, ²S.A. Kudrjashov, ³S.A. Shapovalov
¹Saratov State University,

²Precision Mechanics and Control Institute of RAS, Saratov
³Saratov Electric Aggregate Production Firm

It is entered in consideration the factors of collective transformation of modulation noise of the diodes modules ensemble into noise of output signal of the multidiode microwave generator with the summing resonator. The expressions for factors of collective transformation of amplitude-frequency fluctuations of a signal are received. The expressions are taken into account number of diodes, dynamic inertness of generator, properties of its electrodynamic system and strategy of tuning.

ASYMPHTOTICS OF SAIL SELF-TORQUE

S.A. Gerasimov, V.V. Priadchenko

South Federal University, Rostov-on-Don

Герасимов Сергей Анатольевич, к.ф.-м.н., доцент кафедры общей физики физического факультета, gsim1953@mail.ru

Прядченко Василий Владимирович, студент физического факультета

Torque by means of which a semi-infinite cylindrical magnet and an infinite layer of the electrically conducting liquid acting on themselves is calculated. It is shown that the dependence of the self-torque on the thickness of the layer is weak.

The sail-effect in magnetohydrodynamics is the draw of the magnetized body by the electrically conducting liquid moving under acting the same body [1]. Generally, this is a variant of the unipolar rotation demonstrating the violating the principle of equality and collinearity of action–reaction in magnetostatics [2,3]. The basic distinction between the unipolar rotation and the sail-effect is in absence of a contact between the magnetized body and the liquid in which the direct electric current flows. The mechanical action of the electrically conducting liquid goes on by means of the so-called sails – insolated plates partly submersed in the electrically conducted liquid and mounted on the source of magnetic field. The previous experimental investigations [1,4] demonstrated large torque’s producing the joint motion of the conducting liquid and the magnetized body. Moreover, there was an attempt to build a magnetohydrodynamic motor the principle of action of which is based on the sail-effect [5,6]. But so far the maximal torque which can be achieved by means of the sail-effect is unknown. The only way to find out the maximal torque with which the magnetized body with the jointly moving liquid act on themselves is to calculate one.

The calculation model (fig. 1) supposes that the liquid situated in a cylindrical volume of height h and infinite radius transfers the whole torque \mathbf{N} to the magnet. This torque is a result of the action of the magnetic field of inductance \mathbf{B} on the direct current of density \mathbf{j} flowing in the liquid. The magnetic field created by a cylindrical magnet M of magnetization \mathbf{J} is absolutely equivalent to the magnetic field produced by a solenoid of the same sizes with the direct current the surface density of which is J . Since the magnetic force acting on any element of the surface magnetization current is perpendicular to the surface of the magnet, then the Z -component of the torque exerted by the magnet is equal to zero while torque exerted on the current element in the liquid does not. The Z -component of the magnetic field inductance B_z at the point with the cylindrical coordinates z and r is

$$B_z = \frac{\mu_0 J R}{4\pi} \int_0^{2\pi} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{R^2 + r^2 - 2Rr\cos\psi + z^2}}\right) \frac{(R - r\cos\psi)d\psi}{R^2 + r^2 - 2Rr\cos\psi}, \quad (1)$$

where R is the radius of the magnet. Since we are going to calculate the maximal torque, the consideration of a semi-infinite magnet that is in accordance with the relation (1) is fully excused. Moreover, the Z -component of the magnetic field of the semi-infinite cylindrical body magnetized along the axis of symmetry does not change its sign. Therefore calculating the net torque one should integrate over the whole field occupied by the electrically conducted liquid: $0 < z < h$; $0 < r < \infty$. Since the magnetic force exerted by the volume element $dV = rd\phi r dz$ is

$$d\mathbf{F} = j dz r d\phi [d\mathbf{r} \times \mathbf{B}_z], \quad (2)$$

then the Z -component of the corresponding torque equals to

$$dN = -j B_z r^2 dz d\phi dr. \quad (3)$$

A few words concerning the density of current in the liquid. One may suppose that the current strength I is given. This means

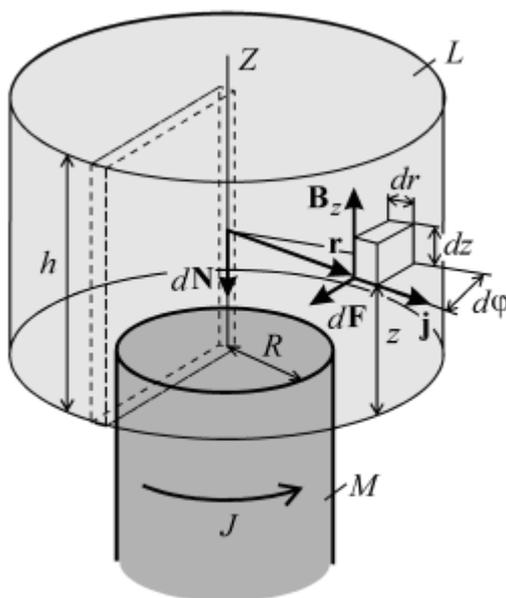


Fig. 1. Calculation model.

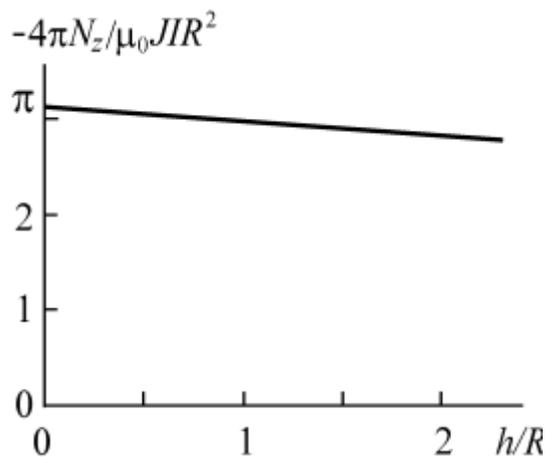
$$j = \frac{I}{2\pi rh} \quad (4)$$

Integration over z is trivial and gives

$$-\frac{4\pi}{\mu_0 JIR^2} N = \frac{1}{\eta} \int_0^\infty d\rho \int_0^{2\pi} d\psi \frac{\rho(1-\rho\cos\psi)}{1+\rho^2-2\rho\cos\psi} (\eta - \sqrt{1+\rho^2-2\rho\cos\psi} + \eta^2 + \sqrt{1+\rho^2-2\rho\cos\psi}) \quad (5)$$

where $\rho=r/R$, $\zeta=z/R$ and $\eta=h/R$. Writing down the final result in such a form is convenient enough: one should pay attention to that the right side of this equation depends on h/R only.

Fig. 2. The thickness dependence of the self-torque.



Results of numerical calculations are seemed to be unexpected. Namely, at small h , the torque does not

practically depend on the thickness of the layer in which direct electric current flows. Of course, this is true if the current strength is given. Meanwhile, the maximal value of the torque is equal to

$$N_{\max} = -\frac{\mu_0 JIR^2}{4} \quad (6)$$

and seemed relatively large. For instance, if $I=10A$, $R=0.1m$ and $J=5 \cdot 10^5 A/m$ then $N_{\max} \approx 0.016 N \cdot m$. This is approximately that what the experimental investigations [1,4,6] demonstrate. But this is not enough for a number of technical applications. To all appearance, one should think how to increase this value. There exists a possibility to do this. A way is to turn to the inverse sail effect [7], characterizing by large magnitudes of r for fields of the liquid where the magnetic field inductance is large. In this case, to tell the truth, one needs forget about universality of the solution analogous to the shown above. With regard to the dependence of the torque versus the thickness layer h , it may be described by the dependence

$$-\frac{4\pi}{\mu_0 JIR^2} N = \pi - 0.15 \frac{h}{R} \quad (7)$$

in the field $0 < h/R < 2$. There is no extremum in the dependence of the torque upon R .

References

1. Герасимов С.А., Стащенко В.В. Парусный эффект в электромагнитном вращении. // Учебная физика. 2004. № 6. С. 29-37.
2. Сигалов Р.Г., Шаповалова Т.И., Каримов Х.Х., Самсонов Н.И. Магнитные поля и их новые применения. – М.: Наука. 1976. 104 с.
3. Gerasimov S.A., Gorokhovikov S.L., Grigoryan M.F. A Specific Feature of Unipolar Rotation. // Technical Physics Letters. 2005. V. 31. No 1. P. 79-80.
4. Gerasimov S.A., Volos A.V. On Motion of Magnet in Conducting Fluid. // Вопросы прикладной физики. Саратов. 2001. Вып. 7. С. 26-27.
5. Gerasimov S.A. Magnetohydrodynamic Motor. // New Energy Technologies. 2004. No 3(18). P. 10-11.
6. Герасимов С.А., Григорян М.А. Вращательный момент МГД-двигателя. // Техника и технология. 2004. № 5. С. 15-17.
7. Герасимов С.А., Прядченко В.В. Самодействие в магнитогидродинамике. // Современные наукоемкие технологии. 2007. № 2. С. 89-90.

АСИМПТОТИКА ПАРУСНОГО ВРАЩАТЕЛЬНОГО МОМЕНТА САМОДЕЙСТВИЯ

С.А. Герасимов, В.В. Прядченко

Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону

Вычислен момент сил, с которым полубесконечный цилиндрический магнит и бесконечный слой электропроводящей жидкости действуют сами на себя. Показано, что вращательный момент самодействия слабо зависит от толщины слоя.

ВИБРАЦИОННЫЙ РЕЖИМ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ

С.А. Герасимов

Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону

Герасимов Сергей Анатольевич, к.ф.-м.н., доцент кафедры общей физики физического факультета, gsim1953@mail.ru

Работа содержит результаты предварительных измерений силы сопротивления, сопровождающего затухающие колебания протяженного тела в атмосфере. Показано, что динамический режим аэродинамического сопротивления существенно отличается от статического режима.

ВВЕДЕНИЕ.

Считается, что сила аэродинамического сопротивления пропорциональна квадрату скорости тела и площади его сечения [1]. Во-первых, так можно считать лишь при сравнительно больших скоростях тела и только в первом приближении. Дело даже не в том, что при числах Рейнольдса порядка $3 \cdot 10^5$ может существовать область пониженного аэродинамического сопротивления [2,3]. Пока это всего лишь гипотеза. Ситуация значительно хуже. Измерения коэффициентов аэродинамического сопротивления [4], проведенные в динамическом режиме, показали, что зависимость от скорости является более резкой. Более того, есть подозрения, что сила сопротивления не пропорциональна площади сечения тела [5], то есть, не является аддитивной величиной. Правда, все это пока относится лишь к режиму падения тела в поле силы тяжести. В другом динамическом режиме, например в процессе колебаний, характер взаимодействия тела со средой может существенно измениться. С другой стороны, изучение аэродинамического сопротивления, сопровождающего колебательный процесс, является чрезвычайно актуальным и важным [6].

АЭРОДИНАМИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ.

На рис. 1 приведена экспериментальная зависимость коэффициента аэродинамического сопротивления, определенного выражением

$$F_r = CS \frac{\rho v^2}{2}, \quad (1)$$

от числа Рейнольдса

$$Re = \frac{2\rho v}{\mu} \sqrt{\frac{S}{\pi}}, \quad (2)$$

где S – площадь сечения тела, v – его скорость в среде, плотность которой ρ , а коэффициент вязкости – μ , F_r – сила аэродинамического сопротивления. Это – общепринятая зависимость [2,3], правда, соответствующая телам сферической формы.

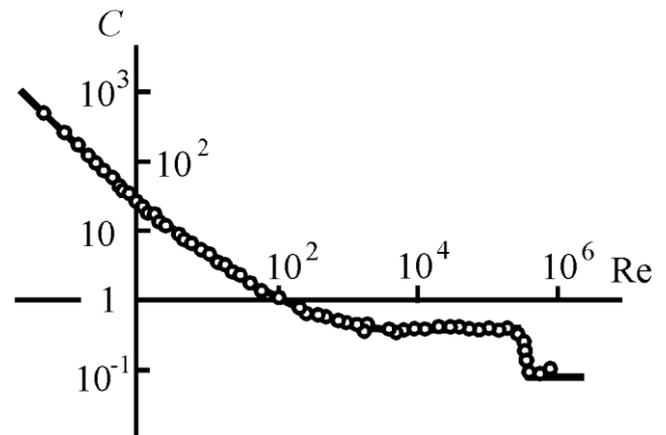


Рис. 1. Коэффициент сопротивления как функция числа Рейнольдса для шара. Точки – экспериментальные результаты [2], сплошная линия – зависимость (3) при $K=1$.

Коэффициенты сопротивления шара и плоскости отличаются примерно в три раза [3]. Поэтому в аппроксимации этой зависимости

$$C(Re) = K \left(30 \frac{1 + \sqrt{Re}/10}{Re} + \frac{C_2 - C_1}{\pi} \arctg[a(Re - R_0)] + \frac{C_1 + C_2}{2} \right), \quad (3)$$

следует ввести коэффициент K , учитывающий форму тела. Здесь $C_1=0.4$, $C_2=0.06$, $a=4 \cdot 10^{-5}$, $R_0=3.3 \cdot 10^5$. Теперь для плоского тела в области квадратичной зависимости силы сопротивления от скорости $C=0.4K=1.2$, что соответствует современному экспериментальному результату, полученному продувкой плоской пластины в аэродинамической трубе [7]. Обязательно надо заметить, что изучение падения тела в поле гравитационных и диссипативных сил дает приведенный к квадратичному коэффициент аэродинамического сопротивления $C=2.7$ [6]. Это слишком много, чтобы такое различие оставить без внимания.

Уравнение движения, описывающее затухающие колебания протяженного тела массой m и площадью сечения $S=\pi d^2/4$ в атмосфере (рис. 2)

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + k(y - y_0) + C \left(\frac{\rho d}{\mu} \left| \frac{dy}{dt} \right| \right) \frac{\rho S}{2} \frac{dy}{dt} \left| \frac{dy}{dt} \right| = 0, \quad (4)$$

становится справедливым для любого характера аэродинамического сопротивления, от линейного при малых скоростях до аномального при очень больших числах Рейнольдса. Здесь y_0 – положение равновесия нагруженной невесомой пружины, коэффициент жесткости которой – k .

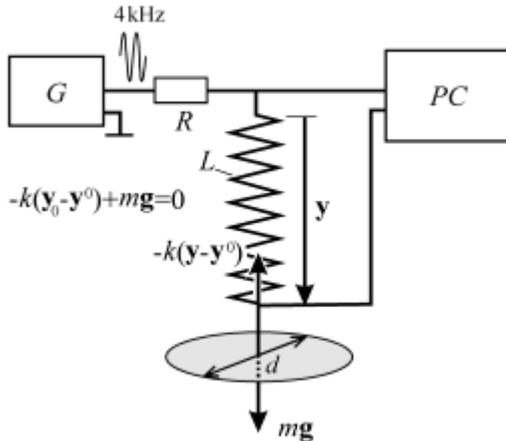


Рис. 2. Экспериментальная установка. G – генератор синусоидального напряжения, L – пружина, PC – компьютер.

Результаты численного решения дифференциального уравнения (4) для системы с периодом собственных колебаний $T=2\pi/\omega_0=0.72c$, массой $m=k/\omega_0^2=0.122kg$ при начальных условиях $dx/dt|_{t=0}=0$; $x|_{t=0}=0.173m$; $x_0=0.158m$, представленные на рис. 3, достаточно ординарны. Единственный заслуживающий внимания результат заключается в независимости частоты

колебаний от коэффициента аэродинамического сопротивления. Это, вероятно, является отличительной чертой квадратичного характера аэродинамического сопротивления. Не вызывает пока подозрение и тот факт, что спустя интервал времени в десяток периодов амплитуда колебаний должна уменьшиться всего лишь на десять процентов. Кстати говоря, если бы мы “выключили” линейное сопротивление, то есть обнулили бы первое слагаемое в выражении (3), мы бы получили практически тот же результат. А это, в свою очередь, означает, что задача принадлежит области квадратичного сопротивления. С другой стороны, сравнение с результатами таких расчетов может помочь в обработке экспериментальных результатов, то есть, позволит оценить экспериментальные значения коэффициентов аэродинамического сопротивления. А без экспериментальных результатов настоящая работа лишена смысла.

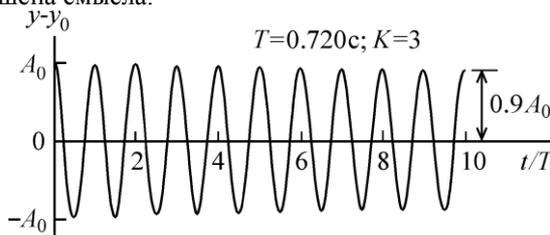
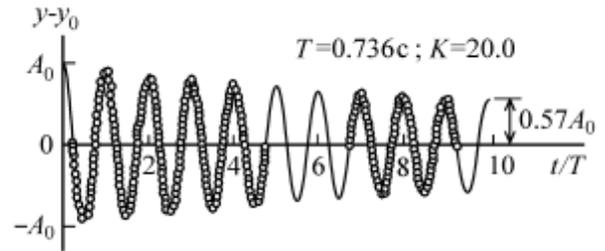


Рис. 3. Пример затухающих колебаний круглого диска диаметром $d=0.22m$ при $K=3$.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ.

Установка, позволяющая изучить процесс затухания колебаний с высокой точностью, изображена на том же рис. 2. Это – генератор G и RL -цепь, образованная резистором 100Ω и упругим элементом (пружиной) L .

Рис. 4. Затухающие колебания круглого диска



диаметром $d=0.22m$. Точки – экспериментальные результаты, сплошная кривая – решение дифференциального уравнения (4) при $C=8.0$ и периоде колебаний $T=0.736c$.

играющим роль индуктивности. Сигнал с несущей частотой 4 кГц анализируется компьютером с частотой опроса 44.1 кГц . Экспериментальные результаты, полученные при изучении затухающих колебаний диска диаметром $0.22m$, оказались достаточно неожиданными. Получается, что колебания протяженного тела затухают значительно быстрее, чем это предсказывает теоретический расчет, результаты которого представлены на рис. 3. Например, для того, чтобы согласовать экспериментальные результаты, представленные на рис. 4, пришлось предположить, что коэффициент аэродинамического сопротивления составляет величину $C=0.4K=8.0$. Следующий результат: затухающие колебания происходят с меньшей частотой. Разумеется, эффективная масса колеблющегося тела, учитывающая в том числе и конечную массу пружины, равнялась тому же значению $0.122kg$. Измерения, проведенные для разных площадей диска, но при одной и той же их массе, делают этот вывод еще более значимым. Такие результаты представлены на рис. 5.

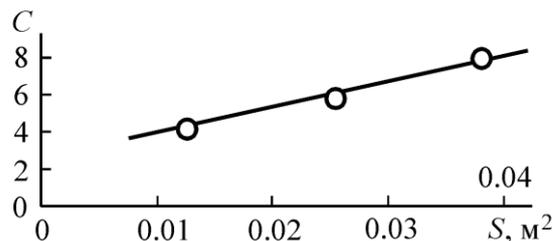


Рис. 5. Зависимость коэффициента аэродинамического сопротивления от площади сечения диска. Точки – экспериментальные результаты, линия – зависимость (5).

К сожалению, к попытке аппроксимировать эти результаты линейной зависимостью

$$C = 2.5 + 144 [m^{-2}] S \tag{5}$$

следует относиться достаточно скептически. Все дело в автомодельности. Для того, чтобы задача была автомодельной, коэффициент сопротивления

должен быть степенной функцией площади. А для того, чтобы установить характер такой зависимости, придется сначала найти зависимость силы аэродинамического сопротивления от скорости. Возникло противоречие. С одной стороны, задача относится к области квадратичной зависимости, характеризующейся совпадением частоты затухающих колебаний с собственной частотой ω_0 . Это подтверждают также оценки средних значений числа Рейнольдса, соответствующих рассматриваемой задаче. Они составляют $\langle Re \rangle \sim 10^4$. С другой стороны, экспериментальные результаты демонстрируют существенные различия между этими

частотами. Совершенно очевидно, что характер сопротивления не является ни квадратичным, ни линейным. Если бы сопротивление было квадратичным, коэффициент сопротивления не зависел бы от площади сечения диска [2]. Судя по всему, либо все предыдущие результаты измерений никуда не годятся, либо характер аэродинамического сопротивления в колебательном режиме существенно отличается от того, что происходит в статическом режиме, когда скорость тела относительно среды не меняется со временем.

Библиографический список

1. Прицкер Д.М., Сахаров Г.И. Аэродинамика. Машиностроение, М., 1968.
2. Седов Л.И. Механика сплошной среды. «Лань», М., 2004.
3. Стрелков С.П. Механика. Наука, М., 1982.
4. Герасимов С.А. Параметр асимметрии зонтообразного тела. // Успехи современного естествознания. 2006. № 7. С. 20-22.
5. Герасимов С.А. Об автотонности аэродинамического сопротивления. // Вестник машиностроения. 2007. № 1. С. 34-35.
6. Герасимов С.А. Аэродинамика зонтообразного тела с квадратичным сопротивлением движению. // Полет. 2006. № 10. С. 55-57.
7. Tritton D.J. Physical Fluid Dynamics. Oxford University Press, Oxford, 1988.

VIBRATIONAL REGIME OF DRAG FORCE

S.A. Gerasimov

South Federal University

The work contains results of preliminary measuring the drag force accompanying the damping vibrations of long down-out bodies in atmosphere. It is shown that the dynamical regime of the aerodynamic resistance is essentially different from the static one.

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 669.131.7:669.794

ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРНО – ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СПЛАВОВ НА ОСНОВЕ ЖЕЛЕЗА С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА ВТОРИЧНОЙ ИОННОЙ МАСС-СПЕКТРОМЕТРИИ

А.А. Аникин, А.Г. Жуков

Аникин Андрей Анатольевич, кандидат технических наук, доцент, Саратовский гос. аграрный университет,
Жуков Александр Георгиевич, кандидат технических наук, зав. лабораторией, Саратовский гос. университет,

Рассмотрено влияние изменения степени легирования сплавов на основе железа на величину энергии связи атомов железа с помощью метода вторичной ионной масс-спектрометрии

В работе были изучены сплавы, основу которых составляют атомы железа.

Изучение относительного изменения величины структурно-энергетических характеристик сплавов было осуществлено на установке, собранной на базе масс-спектрометра МИ – 1305.

Схема установки приведена на рис. 1.

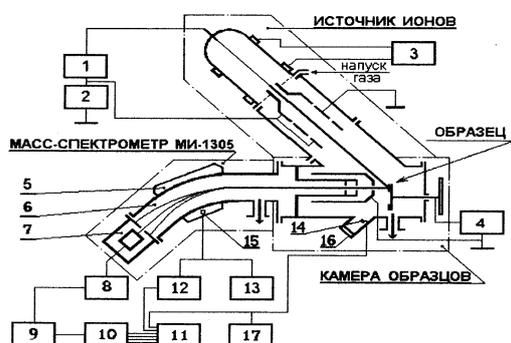


Рис. 1. Установка масс-спектрометрическая: 1 – источник питания 5 кВ (вытягивающий потенциал первичного пучка); 2 – источник питания 5 кВ (фокусирующий потенциал первичного пучка); 3 – высокочастотный генератор плазмы; 4 – источник питания 4 кВ (вытягивающий потенциал вторичного пучка); 5 – электромагнит; 6 – ионопровод; 7 – детектор вторичных ионов; 7 – кусочно-линейный усилитель; 8 – вторично-электронный умножитель; 9 – электрометрический усилитель; 10 – кусочно-линейный усилитель; 11 – компьютер; 12 – усилитель; 13 – источник питания датчика Холла со стабилизатором тока (100 мА); 14 – фотодиод; 15 – датчик Холла; 16 – окно для подсветки мишени; 17 – источник питания фотодиода 25 В

Исследуемые образцы устанавливались в многопозиционный держатель.

Поверхность каждого образца, прошедшая подготовку согласно экспериментально установленной методике, облучалась пучком первичных ионов в течение не менее 15 мин для очистки поверхности и стабилизации вакуумных условий. Бомбардировка мишени осуществлялась ионами азота.

После обработки поверхности с каждого образца регистрировалось изменение тока вторичных ионов основного элемента от переменного вытягивающего напряжения при фиксированном значении фокусирующего напряжения на источнике первичных ионов, устанавливаемом в ходе предварительно проводимой оптимизации.

Проведение исследований образцов при постоянном вытягивающем и переменном фокусирующем напряжении дало незначительное

изменение величины фокусирующего напряжения. В силу этого обстоятельства подобное сочетание параметров получения первичного тока при дальнейшем проведении исследований не использовалось.

Зависимость, представленная на рис.2, характеризуется наличием максимума, соответствующего оптимальным условиям эмиссии вторичных ионов для исследуемого образца. Фиксируется максимальное значение тока вторичных ионов по этой зависимости для каждого образца. Полученные значения нормируются на 100 процентное содержание основного элемента и по полученным результатам судят о величине энергии связи поверхностных атомов в образцах: чем больше ток вторичных ионов, тем слабее связаны друг с другом атомы объекта.

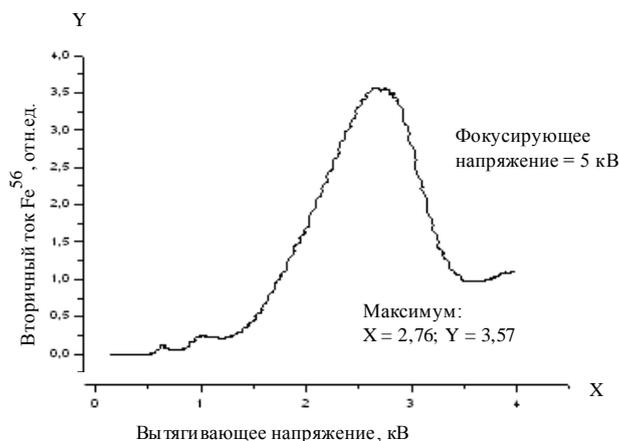


Рис. 2. Зависимость тока вторичных ионов $^{56}\text{Fe}^+$ от величины вытягивающего напряжения на источнике первичных ионов.

В ходе проведения исследований была изучена методическая сторона проведения эксперимента.

Были исследованы следующие методические аспекты применения метода ВИМС:

- методика подготовки поверхности образцов
- методика отбраковки образцов

Для проведения сравнительного анализа были исследованы следующим образом подготовленные поверхности приведенных выше образцов:

- образцы с полированной поверхностью
- образцы с полированной поверхностью, прошедшие последующее травление 3%-м раствором азотной кислоты
- образцы с поверхностью, обработанной на абразивном круге

- образцы с поверхностью, обработанной на абразивном круге, с последующей обработкой на мелкозернистой наждачной бумаге

- образцы с поверхностью, обработанной на абразивном круге, с последующей обработкой на мелкозернистой наждачной бумаге, дополнительно промытые в спирте

Кроме того, отдельные серии образцов подвергались сравнительному воздействию первичных ионов азота и кислорода.

Наилучшие результаты были получены для образцов, поверхность которых была подвергнута полированию, а также для образцов, поверхность которых кроме полирования была дополнительно протравлена 3% – процентным раствором азотной кислоты. Данная методика подготовки поверхности образцов была принята за основу. Все образцы после подобной обработки поверхности подвергались травлению ионами азота или кислорода.

С целью определения влияния отдельных элементов и микроструктурных составляющих на износостойкость сплавов, в соответствии с приведенной выше методикой, было проведено исследование изменения структурно-энергетических характеристик поверхностного слоя с использованием метода ВИС.

Было проанализировано влияние изменения процентного содержания углерода, хрома, никеля и иттрия на изменение энергии связи атомов железа в поверхностном слое исследуемого материала.

Полученные, согласно приведенной выше методике, результаты изображены в виде гистограмм на рис. 3 – 5.

Сравнительный анализ данных, представленных на рис. 3, показывает, что повышение процентного содержания углерода в сплаве вызывает адекватное повышение величины тока вторичных ионов $^{56}\text{Fe}^+$. Полученный результат согласуется с результатами изучения эмиссии вторичных ионов, представленными в работе [1].

Данные, приведенные на рис. 3, коррелируют, в частности, с представленными в работе [2] результатами испытаний, согласно которым повышение содержания углерода в чугуне от 1,5 до 4% может привести к увеличению кавитационного износа более чем в 7 раз за время испытаний, равное 6 часам.

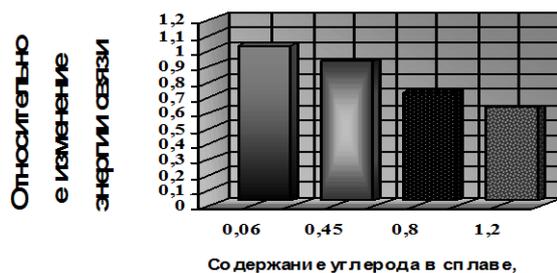


Рис. 3. Влияние содержания углерода на величину энергии связи атомов железа

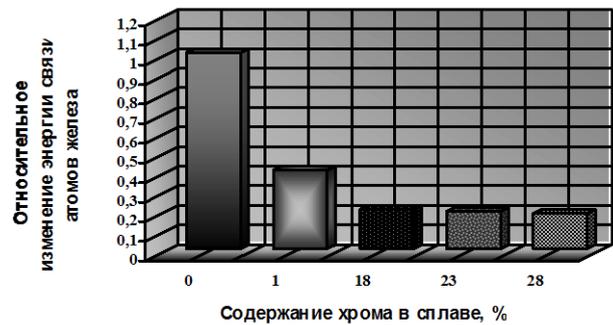


Рис. 4. Влияние содержания хрома на величину энергии связи атомов железа

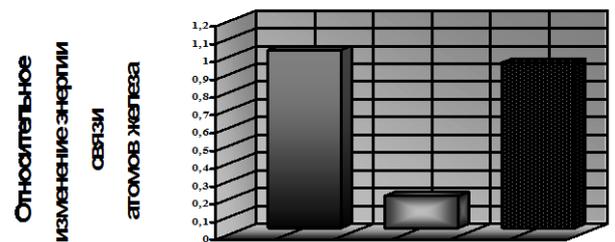


Рис. 5. Влияние модифицирования чугуна ИЧХ28Н2 иттрием на величину энергии связи атомов железа

Подобное снижение износостойкости чугунов Козырев С.П. [2] объясняет тем, что при повышении содержания углерода увеличивается количество карбидной фазы, слабо, по его мнению, сопротивляющейся кавитационному воздействию.

В целом, можно отметить, что повышение содержания углерода в чугуне, с одной стороны, способствует количественному росту карбидной фазы, а, с другой стороны, снижает износостойкость под действием кавитации.

Вместе с тем, повышение содержания углерода в чугуне, определяемое тем же увеличением содержания карбидной фазы, приводит к росту износостойкости в условиях абразивного изнашивания.

Подобное, на первый взгляд, неразрешимое противоречие, имеет свое научное объяснение.

Согласно классификации видов изнашивания, представленной в работе [3], абразивное изнашивание, до определенного размера абразивных частиц, относится к селективным видам изнашивания.

Кавитационное же изнашивание, как следует из работы [4], относится к равнонаправленным видам изнашивания.

Для равнонаправленных видов изнашивания внешнее воздействие в равной степени направлено

как на металлическую основу, так и на карбидную составляющую, а для селективных – только на опорную поверхность первого уровня, в данном случае – на карбидную микроструктурную поверхность.

Поэтому для равнонаправленных видов изнашивания образование продуктов износа для различных микроструктурных поверхностей происходит независимо друг от друга, и с различными показателями. Соответственно, сопротивление внешнему воздействию определяется свойствами микроструктурной поверхности с наилучшими физико-механическими характеристиками.

Для селективных видов изнашивания образование продуктов износа всех микроструктурных поверхностей лимитируется износостойкостью опорной поверхности первого уровня, в рассматриваемом случае – карбидной микроструктурной поверхности. Отсюда сопротивление внешнему воздействию будет определяться свойствами микроструктурной поверхности с наилучшими физико-механическими характеристиками, т.е. опорной поверхности первого уровня [5].

Следовательно, снижение износостойкости исследуемых материалов на фоне снижения энергии связи атомов железа наблюдается, прежде всего, в случае равнонаправленных видов изнашивания, т.е. при независимом протекании процесса образования продуктов износа для различных микроструктурных поверхностей.

Снижение величины энергии связи атомов железа в поверхностном слое исследуемого материала проявляется тем в большей степени, чем больше выражены различия в строении отдельных микроструктурных поверхностей, входящих в состав поверхностного слоя данного материала.

Отсюда можно сделать вывод, что снижение энергии связи атомов железа, по мере повышения процентного содержания углерода, связано с формированием различий в строении каждой из образующихся фаз по границам их раздела.

С ростом содержания углерода протяженность межфазовой границы возрастает, и износостойкость для равнонаправленных видов изнашивания снижается.

Для селективных видов изнашивания влияние структурных неоднородностей на границе раздела

различных фаз нейтрализовано опорной поверхностью первого уровня, что существенно снижает влияние межфазовых границ на изменение износостойкости исследуемого материала, наблюдаемое в случае абразивного изнашивания.

Из сравнительного анализа рис. 3 и рис. 4 видно, что повышение содержания хрома на 1,2% приводит к снижению величины энергии связи атомов железа в 1,7 раза большему по сравнению с аналогичным повышением процентного содержания углерода в поверхностном слое исследуемого материала.

Основываясь на предыдущих выводах по влиянию содержания углерода в сплаве, можно сделать предположение о более высокой степени воздействия легирования хромом на процесс формирования микроструктурных неоднородностей в поверхностном слое изнашиваемого материала по сравнению с воздействием углерода.

Объясняется это следующим.

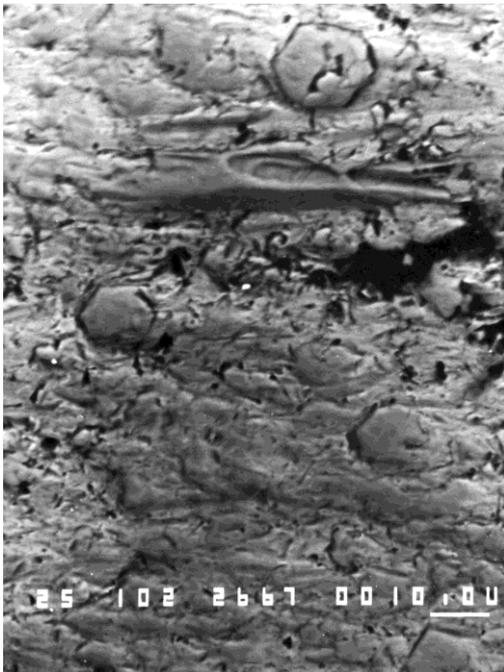
Согласно топограмме распределения хрома в рентгеновских лучах (рис. 6), полученной в ходе проведенных исследований строения износостойкого чугуна ИЧХ28Н2, практически все атомы хрома сосредоточены в кристаллической решетке карбидной микроструктурной поверхности.

Особенность легирования хромом состоит в получении карбидов, имеющих более сложную кристаллическую решетку $(Fe, Cr)_mC_n$, по сравнению с решеткой цементита Fe_3C , образуемую на основе атомов углерода.

Решетка $(Fe, Cr)_mC_n$ представляет собой твердый раствор замещения атомов железа атомами хрома в кристаллической решетке карбидной фазы, что вызывает возникновение дополнительных искажений кристаллической решетки сплава не только по межфазовым границам, но и внутри карбидной микроструктурной поверхности. Соответственно, это в большей степени, по сравнению с углеродом, сказывается на изменении энергетического спектра изнашиваемого материала [6]. Увеличение интенсивности токов вторичных ионов для непрерывных твердых растворов замещения зафиксировано в работе [7].

Снижение энергии связи атомов железа наблюдается и в системе "железо-ванадий" (Fe-V).

При этом главное отличие воздействия ванадия от воздействия хрома на микроструктуру исследуемого материала состоит в том, что ванадий строит свою кристаллическую решетку карбидной фазы по формуле V-C, придавая карбидам форму округлых зерен различной дисперсности в зависимости от степени легирования сплава.



а)

Рис. 6. Топограммы изношенной поверхности
а – внешний вид изношенной поверхности $\times 600$;



б).

износостойкого чугуна ИЧХ28Н2:
б – распределения атомов хрома для того же участка
поверхности износостойкого чугуна $\times 600$

В совокупности с результатами по изучению энергии связи в системе Fe-V, представленными в работе [7], все вышесказанное позволяет сделать вывод о том, что легирование сплава, основу которого составляют атомы железа, карбидообразующими элементами приводит к снижению энергии связи атомов железа, причем усиление данной направленности наблюдается по мере перехода к легирующим элементам, обладающим наиболее сильным карбидообразующим эффектом.

Следовательно, можно сделать обобщающий вывод, согласно которому любое изменение в результате легирования фазового состояния исходного однофазного сплава приводит к снижению энергии связи основного элемента, образующего химический состав исследуемого материала.

Содержание сделанного вывода подтверждается представленными в работе [1] результатами изучения величины тока вторичных ионов $^{56}\text{Fe}^+$ для сталей с переменным содержанием углерода, подвергнутых воздействию холодной пластической деформации (прокатка) и различным температурам отпуска. Полученные результаты показали, что вторичная ионная эмиссия $^{56}\text{Fe}^+$ остается нечувствительной к указанным видам механического воздействия и термической обработки.

В работе [7] показано, что длительный отжиг сплавов, относящихся к системе Fe-Cr, с концентрацией, близкой к эквивалентному составу при температуре 740°C вызывает образование из первичного α -твердого раствора тетрагональной σ -фазы, устойчивой при комнатной температуре.

Подобное изменение фазового состава, выражающееся в выделении σ -фазы, способствует усилению эмиссии вторичных ионов $^{56}\text{Fe}^+$. Аналогичный эффект наблюдается для сплавов, испытывающих полиморфные превращения и превращения типа порядок-беспорядок.

Ослабление энергии связи атомов наблюдается также при сплавлении металлов [8].

Дополнительным основанием для представленного выше вывода может служить сравнительная оценка влияния процентного содержания никеля на величину энергии связи атомов железа в исследуемых сплавах.

Как следует из рассмотрения рис. 4, повышение процентного содержания никеля не вызывает существенного изменения величины энергии связи атомов железа. Этот результат тем более важен, что присутствие никеля в сплаве в рассматриваемых количествах не приводит к образованию новой фазы.

Согласно данным, представленным в работе [9], растворяясь в γ – железе, никель способствует стабилизации аустенита, увеличивая температурный интервал его существования. Результатом является образование твердого раствора внедрения никеля в кристаллическую решетку аустенита, что в значительно меньшей степени способствует ослаблению энергии связи атомов железа, находящихся в узлах кристаллической решетки, по сравнению с твердым раствором замещения, создаваемым хромом в кристаллической решетке карбидов, и способствующим вытеснению атомов железа в междоузлия.

Другим подтверждением обобщающего вывода могут служить результаты исследований по

влиянию модифицирования износостойких белых чугунов иттрием на величину энергии связи атомов железа. Как следует из анализа рис. 5, модифицирование износостойкого чугуна ИЧХ28Н2 иттрием приводит к повышению энергии связи атомов железа по сравнению с не модифицированным состоянием.

Основной результат, определяющий воздействия иттрия в качестве модификатора на структуру и свойства исследуемого материала, связан с удалением постоянных примесей из исследуемого

материала, присутствие которых усиливает искажение кристаллического строения. А поскольку наибольшее количество подобных примесей в процессе кристаллизации локализуется по межзерненным (межфазовым) границам, то рафинирующее действие иттрия, в конечном итоге, заключается в повышении степени упорядоченности, в том числе, атомов железа, сосредоточенных на этих участках поверхностного слоя исследуемого материала.

Библиографический список

1. Васильев М.А., Иващенко Ю.Н., Черепин В.Т. Применение масс-спектрометрического метода с ионной бомбардировкой для исследования железо-углеродистых сплавов. // *Металлофизика. Респ. межвед. сб.*, 1973, вып.47.
2. Козырев С.П. Гидроабразивный износ металлов при кавитации. М. "Машиностроение", 1971, 240 с.
3. Аникин А.А. Блок-схемы влияния параметров карбидной составляющей на процесс изнашивания в системе "изнашиваемая поверхность - абразив". // *Вестник Саратовского гос. аграрного университета им. Н.И. Вавилова*, №4, 2005, с. 37-40
4. Аникин А.А. Классификация видов изнашивающего воздействия в условиях динамического нагружения. // *Проблемы экономичности и эксплуатации двигателей внутреннего сгорания. Материалы Межгосударственного научно-технического семинара. Саратов, 2006 г., вып. 18*
5. Аникин А.А. Определение заданного уровня надежности изделия с помощью метода экономической эффективности выбора материала (МЭЭВМ). // *Вестник Саратовского гос. аграрного университета им. Н.И. Вавилова*, №5, 2006, с. 36-40
6. Аникин А.А. Энергетический интервал разрушения структурных физико-химических связей изнашиваемого материала. // *Проблемы эксплуатации автомобильного транспорта и других машин путем их решения. Сб. науч. трудов. Саратов, СГТУ, 2005*
7. Васильев М.А., Иващенко Ю.Н., Черепин В.Т. Масс-спектрометрическое исследование вторичной ионной эмиссии в металлических сплавах. // *Металлофизика. Респ. межвед. сб.*, 1973, вып.45
8. Szymovski M., Bhattacharya R.S. и др. *J. Phys. D.* 11, 751, (1978)
9. Цыпин И.И. Белые износостойкие чугуны. Структура и свойства. М. *Металлургия*, 1983, 176 с.

THE RESEARCH OF STRUCTURED-ENERGY CHARACTERISTICS OF IRON-BASE ALLOYS BY MEANS OF METHOD OF SECONDARY ION MASS-SPECTROMETRY

A.A. Anikin

Saratov State Agricultural University

A.G. Zhukov.

Saratov State University

The influence of change the degree of alloying of ferric-based alloys on the value of energy of interatomic bond of ferric by means of method of secondary ion mass-spectrometry was considered

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ РЕЗОНАНСНОЙ КАМЕРЫ СВЧ НАГРЕВА, ВОЗБУЖДАЕМОЙ ПРЯМОУГОЛЬНЫМ ВОЛНОВОДОМ ПЕРЕМЕННОГО СЕЧЕНИЯ

ЧАСТЬ 1. МОДЕЛИРОВАНИЕ

Ветров В.Б., Давидович М.В., Козлов А.В., Шаповалов А.С.

НПФ ООО «ЭТНА»

Ветров Виктор Борисович, гл. конструктор

Саратовский государственный университет

Давидович Михаил Владимирович, д.ф.-м.н., профессор,

Козлов Андрей Владимирович, студент,

Александр Степанович Шаповалов, д.ф.-м.н., профессор

Проведено моделирование электродинамической системы для оборудования активного воздействия электромагнитного излучения СВЧ на диэлектрические материалы в виде прямоугольной резонансной камеры, возбуждаемой прямоугольным волноводом переменного сечения через щель связи, ширина которой изменяется по длине волновода. Расчет проводился на основе строгой модели, основанной на методе интегральных уравнений поля.

Введение

В настоящей работе рассматривается электродинамическая система, потенциально предназначенная для конвейерных установок термической обработки материалов электромагнитным полем и представляющая собой камеру в форме одного или нескольких связанных прямоугольных параллелепипедов. Камеры возбуждаются через систему длинных продольных щелей. В них обрабатываемый диэлектрик в виде плоской прямоугольной пластины движется поперек щелей. В отличие от наиболее распространенных электродинамических систем для конвейерных установок активного воздействия электромагнитного излучения СВЧ на диэлектрические материалы, выполненных на основе совокупности желобковых волноводов [1], такая система позволяет ввести внутрь рабочей камеры сплошную металлическую ленту и построить на ее основе сплошной транспортер для автоматизированных промышленных линий такого типа. С этой целью представлялось необходимым провести анализ подобной системы, а также изучить зависимости коэффициента передачи в нее энергии из возбуждающих волноводов и однородности распределения в ней электромагнитного поля от геометрических размеров резонансной камеры, возбуждающего волновода и щели связи.

Моделирование

Поле на щели удобно представить в виде бегущей волны с постоянной амплитудой. С учетом этого, моделирование в приближении заданного поля сводится к расчету полей в прямоугольном параллелепипеде с многослойным заполнением, которое характеризуется комплексными в общем случае проницаемостями слоев. Рассматриваемая камера представляется как параллелепипед с идеальными электрическими стенками на всех шести гранях, или электрическими стенками на четырех гранях и периодическими граничными условиями на двух оставшихся. На щелях задаются поверхностные магнитные токи (электрические поля).

Равномерность нагрева будем характеризовать плотностью локальных источников энергии, которую можно полагать пропорциональной произведению квадрата модуля вектора электрического поля и его проводимости. Такая одиночная камера может выполнять роль многомодового резонатора, загружаемого до начала нагрева, но при включении нескольких одинаковых камер в поперечном относительно щелей направлении возможна конвейерная обработка материала, который движется в том же направлении (поперек щелей), что должно обеспечить равномерность нагрева вдоль этой оси. В таком случае при моделировании приближенно можно (целесообразно) использовать периодические граничные условия на двух соответствующих гранях параллелепипеда.

Однородный прямоугольный волновод (ПВ) со щелью, открывающейся через экран в полупространство, является открытым волноводом с комплексной постоянной передачи [2,3]. Следовательно, величина излученной в полу пространство энергии экспоненциально убывает вдоль его оси. Для получения равномерного распределения энергии волновое сопротивление волновода также должно экспоненциально убывать вдоль его длины, что конструктивно можно выполнить уменьшением высоты b волновода по экспоненциальному закону.

Исходя из практических подходов к реализации конструкции запитывающего волновода, экспоненциальный закон изменения волнового сопротивления можно заменить на линейный и реализовать его за счет использования нескольких отрезков волновода с линейно уменьшающейся высотой. Другой способ улучшения продольной равномерности поля на щели – увеличение ее ширины вдоль оси. В случае расположения щели на широкой стенке ПВ возможно также ее смещение к узкой стенке при изменении продольной координаты. Все указанные способы приводят к увеличению эффективности передачи энергии от генератора [2], но в данной работе рассматривались только однородные щели и предполагалось, что

согласование обеспечивается заданным законом изменения волнового сопротивления.

Для улучшения развязки источников считается, что щели запитываются в противоположных направлениях.

В силу того, что рассматриваются длинные и узкие щели, компонентой E_z на них можно пренебречь. Поскольку при $z = 0$ и $z = c$ компонента E_x должна обращаться в нуль, поле на щелях можно представить в виде бегущих в противоположные направления волн, модулируемых полусинусоидой:

$$E_{xi} = E_i \sin(\pi x / c) \exp(-j\gamma_{10} z). \quad (1)$$

Здесь γ_{10} - реальная часть постоянной распространения регулярного волновода со щелью, $i = 1, 2$ - номер щели. При малом размере щели по сравнению с размером a (широкой стенкой волновода) $\gamma_{10} \approx (k^2 - (\pi/a)^2)$ и может быть определена из интегрального уравнения методом возмущений [4]. Поля внутри камеры определим через электрический и магнитный векторы Герца:

$$\begin{aligned} \vec{E}_i &= (\text{grad} \cdot \text{div} + k^2 \varepsilon_i \mu_i) \vec{\Pi}_i^{(e)} - i\omega \mu_0 \mu_i \text{rot} \vec{\Pi}_i^{(m)} \\ \vec{H}_i &= (\text{grad} \cdot \text{div} + k^2 \varepsilon_i \mu_i) \vec{\Pi}_i^{(m)} + i\omega \varepsilon_0 \varepsilon_i \text{rot} \vec{\Pi}_i^{(e)} \end{aligned} \quad (2)$$

а сами эти векторы представим в соответствующих частичных областях в виде

$$\vec{\Pi}_1^{(e)} = \vec{y}_0 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi z}{c} (\alpha_{1mn}^+ e^{-j\gamma_{1mn} y} + \alpha_{1mn}^- e^{j\gamma_{1mn} y}),$$

$$\vec{\Pi}_2^{(e)} = \vec{y}_0 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_{2mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi z}{c} \cos(\gamma_{2mn} (y-b)),$$

$$\vec{\Pi}_1^{(m)} = \vec{y}_0 \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi z}{c} (\beta_{1mn}^+ e^{-j\gamma_{1mn} y} + \beta_{1mn}^- e^{j\gamma_{1mn} y}) \quad (3)$$

$$\vec{\Pi}_2^{(m)} = \vec{y}_0 \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \beta_{2mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi z}{c} \sin(\gamma_{2mn} (y-b)),$$

где \vec{y}_0 - орт-вектор оси y , а постоянные распространения вдоль этой оси γ_{imn} определены из условия $\gamma_{imn} = \sqrt{k^2 \varepsilon_i \mu_i - (m\pi/a)^2 - (n\pi/b)^2}$.

Поля, соответствующие потенциалам (3), удовлетворяют уравнениям Гельмгольца в соответствующих частичных областях и условию электрических стенок при $x=0, a; z=0, c$ и $y=b$. В случае периодических по x граничных условий во всех соотношениях надо сделать замену

$$\sin \frac{m\pi x}{a}, \quad \cos \frac{m\pi x}{a} \quad \rightarrow \quad e^{-2m\pi x/a - jk_x x}.$$

Величина $\psi = k_x a$ означает фазовый сдвиг на период (в этом случае предполагается, что данный фазовый сдвиг обеспечивают источники питания).

Сшивая поля при $y = d$, выразим коэффициенты $\alpha_{1mn}^{(\pm)}, \beta_{1mn}^{(\pm)}$ через оставшиеся неизвестные коэффициенты $\alpha_{2mn}, \beta_{2mn}$, которые в свою очередь выражаются через значения касательных электрических полей $\vec{e}_1(x, z), \vec{e}_2(x, z)$ на первой и второй щелях при сшивании в плоскости $y=0$. В результате сшивания приходим к интегральным

соотношениям для электрического поля внутри камеры в виде

$$\begin{aligned} \vec{E}(x, y, z) &= \int_{x_1}^{x_1+s} \int_0^c \hat{K}(x, y, z | x', z') \vec{e}_1(x', z') dx' dz' + \\ &+ \int_{x_2}^{x_2+s} \int_0^c \hat{K}(x, y, z | x', z') \vec{e}_2(x', z') dx' dz' \end{aligned} \quad (4)$$

с тензорным ядром, имеющим компоненты $K_{\alpha, \beta}, \alpha = x, y, z; \beta = x, z$.

Это ядро имеет достаточно громоздкий вид, поэтому здесь приведем лишь компоненту $K_{x,x}$:

$$K_{x,x}(x, y, z | x', z') = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{m\pi x'}{a} \times \sin \frac{n\pi z}{c} \sin \frac{n\pi z'}{c} f_{mn}^{xx}(z) \quad (5)$$

где при $y < d$

$$f_{mn}^{xx}(z) = \frac{1}{ac\chi_{mn}^2} \left\{ \frac{k_{xm}^2 [D_{mn}^{e+} e^{-j\gamma_{1mn}(y-d)} - D_{mn}^{e-} e^{j\gamma_{1mn}(y-d)}] + k_{yn}^2 [D_{mn}^{h+} e^{-j\gamma_{1mn}(y-d)} + D_{mn}^{h-} e^{j\gamma_{1mn}(y-d)}]}{jD_{mn}^e} \right\} + \frac{D_{mn}^h}{D_{mn}^h}$$

а при $y > d$

$$f_{mn}^{xx}(z) = \frac{2 \sin(\gamma_{2mn} (y-d))}{ac\chi_{mn}^2} \left\{ \frac{\gamma_{2mn} k_{xm}^2}{j\gamma_{1mn} D_{mn}^e} + \frac{\mu_2 k_{yn}^2}{\mu_1 D_{mn}^h} \right\}$$

Здесь $\chi_{mn}^2 = k_{xm}^2 + k_{yn}^2, k_{yn}^2 = (n\pi/c)^2$, а величины D могут быть представлены в виде:

$$D_{mn}^{e\pm} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \cos(\gamma_{2mn} (d-b)) \mp \frac{j\gamma_{2mn}}{\gamma_{1mn}} \sin(\gamma_{2mn} (d-b)),$$

$$D_{mn}^{h\pm} = \frac{\mu_2}{\mu_1} \sin(\gamma_{2mn} (d-b)) \pm \frac{j\gamma_{2mn}}{\gamma_{1mn}} \cos(\gamma_{2mn} (d-b)),$$

$$D_{mn}^e = e^{j\gamma_{1mn} d} D_{mn}^{e+} - e^{-j\gamma_{1mn} d} D_{mn}^{e-},$$

$$D_{mn}^h = e^{j\gamma_{1mn} d} D_{mn}^{h+} + e^{-j\gamma_{1mn} d} D_{mn}^{h-}.$$

В случае всех электрических стенок $k_{xm}^2 = (m\pi/a)^2$, а для периодических граничных условий по оси x необходимо взять соответственно $k_{xm}^2 = (k_x + 2m\pi/a)^2$. В последнем случае в

соотношении (5) диаду $\sin \frac{n\pi z}{c} \sin \frac{n\pi z'}{c}$ следует

заменить на $\exp(-j(k_x + 2m\pi/a)(x-x'))$, а суммирование распространить и на отрицательные индексы. Не представляет особого труда получить аналогичные соотношения и для числа слоев более двух.

Представленные выше соотношения составляют основу программы [5] для анализа полей в электродинамических системах описанного выше типа. По соотношениям (4) программа рассчитывает двумерные массивы компонент полей и соответственно $|E|^2$ в плоскостях yz и xz . Указанная

программа была использована для анализа и выбора размеров камер установок термического воздействия на диэлектрические объекты конвейерного типа.

Результаты расчета

Расчет распределения амплитуды электрического поля вдоль оси возбуждающего резонансную камеру волновода проводился для различных значений ширины щели связи h и различных диэлектрических параметров подвергаемого воздействию электромагнитного излучения слоя.

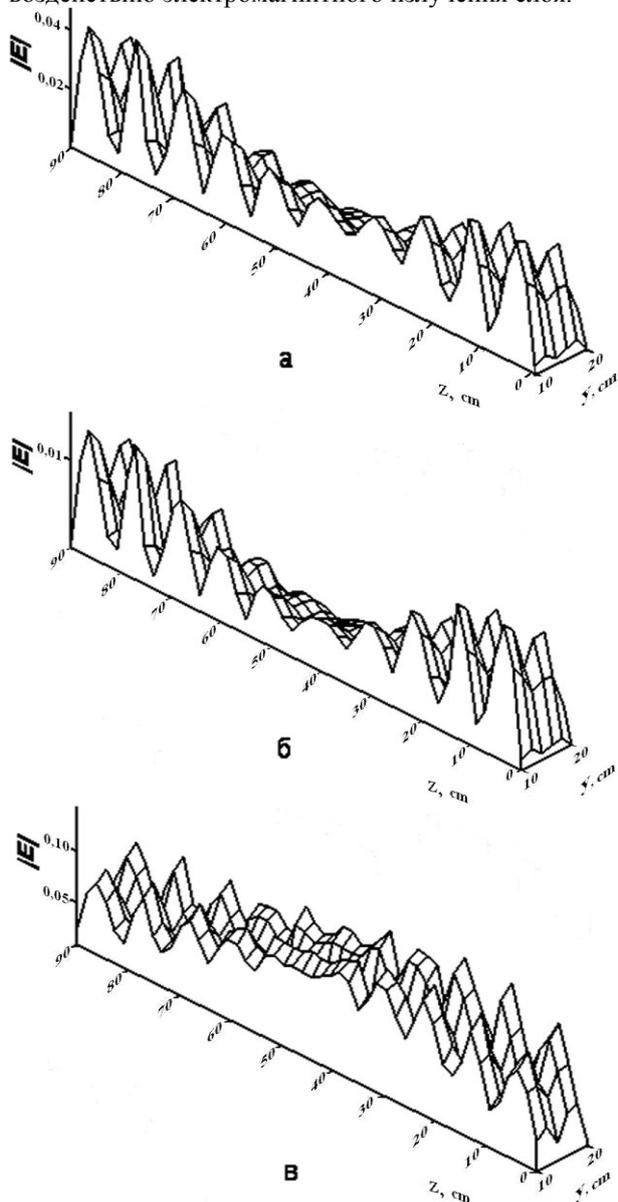


Рис.1. Распределение амплитуды электрического поля в плоскости yz при $x_0=25$ см внутри образца толщины 10 см (далее все размеры в см), находящегося в камере с размерами $a=60$ см, $b=20$, $c=90$ на расстоянии $d=10$ от щелей $x_1=15.5$, $x_2=40.5$: а) $h=4$, $\epsilon''=5$, $\epsilon''=0.5$; б) $h=2$, $\epsilon''=5$, $\epsilon''=0.5$; в) $h=2$, $\epsilon''=5$, $\epsilon''=0.1$. Волновод $a_0=9$, $b_0=4.5$, амплитуды полей на щелях одинаковы, сдвиг фаз отсутствует.

Результаты расчета амплитуды электрического поля в плоскости yz (рис.1 а, б, в) свидетельствуют о том, что с уменьшением ширины щели амплитуда высокочастотного электрического поля в диэлек-

трическом слое увеличивается. Изрезанность же его распределения по толщине диэлектрического слоя несколько уменьшается, причем уменьшение диэлектрической нагрузки также приводит к росту амплитуды поля и уменьшению его изрезанности.

Аналогичные расчеты, проведенные с целью анализа распределения амплитуды электрического поля в плоскости xz при ширине щели 4 см (рис.2 а, б) показали, что принципиального различия в распределении поля для случаев однонаправленного и противоположно направленного распространения мощности в соседних запитывающих волноводах не наблюдается, однако развязка между волноводами в последнем случае лучше.

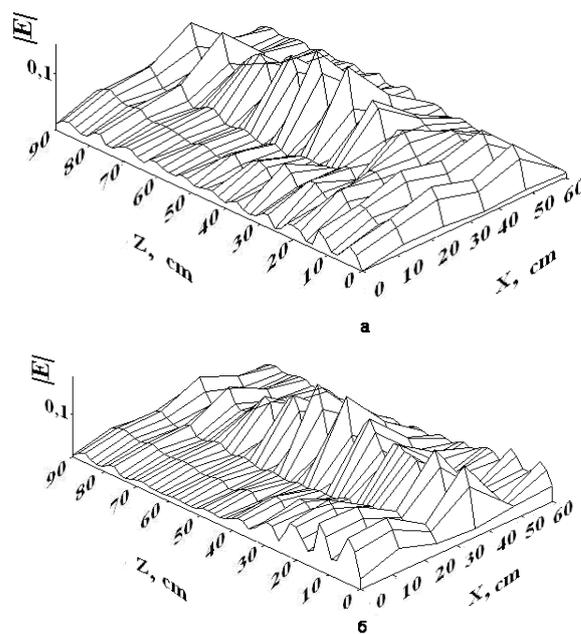


Рис. 2. Распределение амплитуды электрического поля в плоскости xz при $y_0=10$ см на поверхности образца толщины 10 см, находящегося в камере с размерами $a=60$ см, $b=25$ см, $c=92$ см на расстоянии $d=10$ см от щелей $x_1=15.5$ см, $x_2=40.5$ см при $h=4$ см, $\epsilon''=5$, $\epsilon''=0.1$: а) направление передачи мощности в волноводах противоположно; б) совпадает.

Расчеты, проведенные для ширины щели $h=1$ см и однонаправленного распространения мощности в запитывающих волноводах показали (рис.2), что в этом случае имеет место существенно большая локализация поля вблизи щелей, однако равномерность распределения поля вдоль щели значительно возрастает.

Кроме того, проведенные расчеты показали, что различие величин интегралов энергии, рассчитанных вдоль оси x для различных значений координаты z , с уменьшением ширины щели падает и при $h=1$ см примерно на 60% ниже, чем при $h=4$ см (рис.3).

Это важно для случаев, когда камеры проектируются для систем СВЧ нагрева с конвейерным перемещением продуктов вдоль оси x .

Таким образом, максимальное различие значений интегралов энергии, взятых на полной длине (по ходу транспортера) резонансной камеры, но в различных ее сечениях по оси y составляет не

более 4 раз (6 дБ) по мощности. При оптимизации геометрических размеров возбуждающего волновода и щели связи, очевидно возможно и дальнейшее уменьшение этого соотношения.

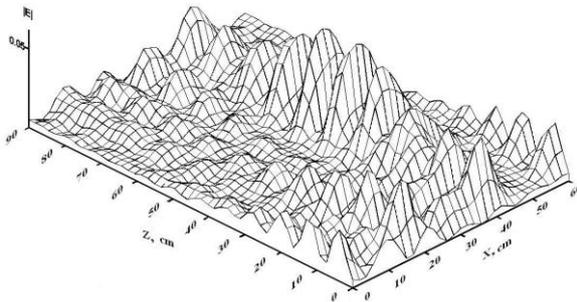


Рис. 3. Распределение амплитуды электрического поля в плоскости xz при $y_0=10$ см на поверхности образца толщины 10 см, находящегося в камере с размерами $a=60$ см, $b=25$ см, $c=92$ см на расстоянии $d=10$ см от щелей $x_1=15.5$ см, $x_2=40.5$ см при $h=1$ см, $\epsilon'=5$, $\epsilon''=0.1$ и противоположных направлениях распространения мощности в соседних волноводах.

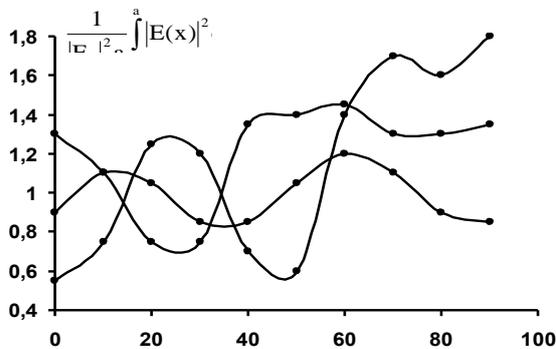


Рис.4. Зависимости интеграла энергии $\frac{1}{|E_0|^2 a} \int_0^a |E(x)|^2 dx$ ($a=60$ см) от координаты z ($l-h=1$ см; $2-h=2$ см; $3-h=4$ см); $d=10$ см; $\epsilon=5-j0.1$.

Проведенные расчеты показали также, что при соответствующем подборе геометрических размеров резонансной камеры, возбуждающего волновода и щели связи возможно получение коэффициента передачи из возбуждающего волновода в резонансную камеру на уровне не ниже 90%.

Выводы

В ходе проводимых исследований были получены следующие закономерности:

1. С уменьшением ширины щели амплитуда высокочастотного электрического поля в диэлектрическом слое увеличивается. Уменьшение диэлектрической нагрузки также приводит к росту амплитуды поля.

2. Принципиального различия в распределении поля для случаев однонаправленного и противоположно направленного распространения мощности в соседних возбуждающих волноводах не наблюдается, однако развязка между волноводами в последнем случае лучше.

3. В случае малых щелей имеет место большая локализация поля вблизи щелей, однако равномерность распределения поля вдоль щели значительно возрастает.

На основе полученных результатов можно сделать вывод о возможности проектирования систем такого типа, поскольку в них реализуется приемлемое согласование волноводов с электродинамической камерой и относительно неплохая равномерность распределения электромагнитного поля в электродинамической камере. Это позволяет говорить о принципиальной применимости исследуемой системы для использования в установках интенсивного микроволнового воздействия.

Библиографический список

1. Явчуновский В. Я. Микроволновая и комбинированная сушка: физические основы, технологии и оборудование. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1999.- 217 с.
2. Л. Сегерлинд Применение метода конечных элементов. – М.: Мир, 1979, 392с.
3. Митчелл Э., Уэйт Р. Метод конечных элементов для уравнений с частными производными. - М.: Мир, 1981. - 216 с.
4. Давидович М. В., Алексеев О. Ю. Волноводные зондовые структуры для тестирования многослойных сред// Радиотехника и электроника, 2004, №6, с. 665-670.
5. Явчуновский В.В. Исследование эффективности взаимодействия микроволнового излучения с гранулированной диэлектрической средой. Автореферат дисс. на соиск. учен. степ. к.ф.-м.н./ СГУ. – Саратов, 2006.-189с.

MODELING AND EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF THE SQUARE MICROWAVE HEATING RESONATOR CHAMBER, AGITATED BY RECTANGULAR WAVEGUIDE OF VARIABLE SECTION

PART 1. MODELING

V.B. Vetrov, M.V. Davidovich, A.V. Kozlov, A.S. Shapovalov
Saratov State University

The modeling of electrodynamic system of the active electromagnetic microwave radiation influence on dielectric materials in aspect of square microwave resonance chamber, agitated by rectangular waveguides of the variable section with variable width on length of waveguide have been fulfilled. Calculation was conducted on the base of the strict model, founded on method of the integral equations of the field.

УДК 621.372.8

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ РЕЗОНАНСНОЙ КАМЕРЫ СВЧ НАГРЕВА ВОЗБУЖДАЕМОЙ ПРЯМОУГОЛЬНЫМ ВОЛНОВОДОМ ПЕРЕМЕННОГО СЕЧЕНИЯ

ЧАСТЬ 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ

Ветров В.Б., Давидович М.В., Козлов А.В., Шаповалов А.С.

НПФ ООО «ЭТНА»

Ветров Виктор Борисович, гл. конструктор

Саратовский государственный университет

Давидович Михаил Владимирович, д.ф.-м.н., профессор,*Козлов Андрей Владимирович*, студент,*Александр Степанович Шаповалов*, д.ф.-м.н., профессор

Приводятся результаты экспериментального исследования двух электродинамических систем для оборудования активного воздействия электромагнитного излучения СВЧ на диэлектрические материалы - прямоугольной резонансной камеры, возбуждаемой волноводом переменного сечения через щель связи, ширина которой изменяется по длине волновода, и традиционно используемой для такого оборудования систем на основе параллельно расположенных секций желобкового волновода. Измерение распределения поля проводилось косвенным методом - путем измерения излучения из боковой плоскости камер через отверстия в металлических пластинах, закрывающих камеры.

Введение

В части 1 настоящей работы проведено моделирование электродинамической системы для оборудования активного воздействия электромагнитного излучения СВЧ на диэлектрические материалы в виде прямоугольной резонансной камеры, возбуждаемой прямоугольным волноводом переменного сечения через щель связи, меняющейся по длине ширины. В отличие от наиболее распространенных электродинамических систем для конвейерных установок активного воздействия электромагнитного излучения СВЧ на диэлектрические материалы, выполненных на основе совокупности желобковых волноводов [1], эта система позволяет ввести внутрь рабочей камеры сплошную металлическую ленту и построить на ее основе транспортер для автоматизированных промышленных линий такого типа. В настоящей работе проводилось экспериментальное исследование данной системы с целью проверки полученных теоретически результатов, а также изучения зависимостей коэффициента передачи в эту систему энергии из возбуждающих ее волноводов и однородности распределения в ней электромагнитного поля от геометрических размеров резонансной камеры, возбуждающего волновода и щели связи. Одновременно проводилось экспериментальное исследование альтернативной системы на основе параллельно расположенных секций желобкового волновода (ЖВ), традиционно используемой для оборудования этого типа.

1. Исследование зависимостей коэффициента передачи из возбуждающего волновода в резонансную камеру от геометрических размеров волновода и щели связи.

Первоначально в эксперименте определялась зависимость коэффициента передачи из возбуждающего волновода в резонансную камеру от геометрических размеров щели связи.

Экспериментальное исследование описываемой электродинамической системы проводилось на макете. Связь запитывающих волноводов с рабочей камерой осуществлялась через продольные щели переменной ширины, возможность регулирования геометрических размеров которых обеспечивалась конструкцией экспериментального макета (рис. 1).

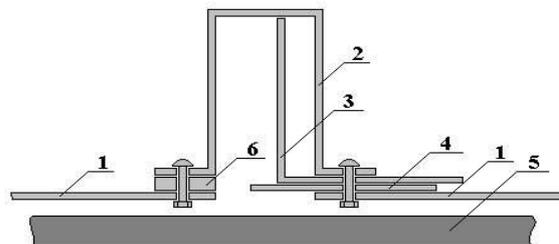


Рис.1. Конструкция узла связи запитывающего волновода и рабочей камеры электродинамической системы: 1—верхняя стенка рабочей камеры; 2—запитывающий волновод; 3 — вставка для регулировки ширины волновода; 4— вставка для регулировки ширины щели связи; 5 —диэлектрический слой; 6 — компенсационная пластина.

Фактически на этом макете представлялось возможным регулировать как геометрические размеры самого запитывающего волновода, так и ширину щели связи. В процессе проводимых экспериментальных исследований изучалось влияние этих параметров на эффективность возбуждения рабочей камеры и равномерность распределения по ее объему интенсивности электромагнитного поля. Об эффективности возбуждения можно косвенно судить по результатам измерения коэффициента стоячей волны на входе запитывающих волноводов (по схеме, представленной на рис. 2).

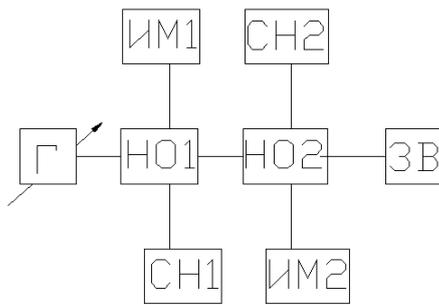


Рис.2. Схема экспериментальной установки для измерения коэффициента стоячей волны на входе запитывающих волноводов: Г – генератор с варьируемыми частотой и мощностью; НО – направленные ответвители; СН – согласованные нагрузки; ИМ – измерители мощности; ЗВ – запитывающий волновод;

Во всех экспериментах размер узкой стенки волновода изменялся по длине волновода по линейному закону от максимального размера узкой стенки до нуля (рис.3), что обеспечивало наилучшее согласование источника СВЧ мощности с возбуждающим волноводом.

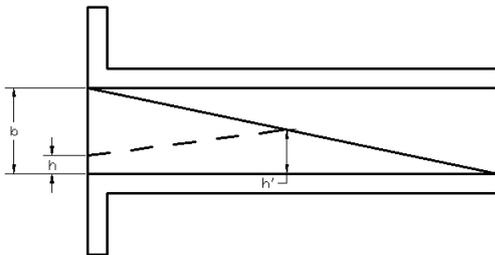


Рис.3. Схематическое изображение возбуждающего волновода и щели связи с рабочей камерой (вид сверху): b – максимальная ширина узкой стенки волновода; h – ширина щели связи на начальном участке; h' – ширина щели связи в месте ее пересечения с сужающейся стенкой волновода.

Размер щели связи изменялся следующим образом. Минимальный размер щели на входе волновода варьировался в пределах от $h=8$ до 12 мм. Щель связи по длине волновода расширялась по линейному закону. При этом максимальный размер щели связи достигался в точке пересечения сужающейся стенки и границы щели связи.

Из анализа частотных зависимостей коэффициентов передачи, полученных при разных h (рис.4) следует, что наилучшее значение коэффициента передачи достигается при величине $h=12$ мм. Возможно, некоторое увеличение коэффициента передачи может быть достигнуто при изменении величины узкой стенки волновода и ширины щели связи по отличному от линейного закону сужения (например, по экспоненциальному закону [2,3]). В рамках данной работы представлялось целесообразным провести исследование влияния этих геометрических параметров на равномерность распределения поля в электродинамической системе.

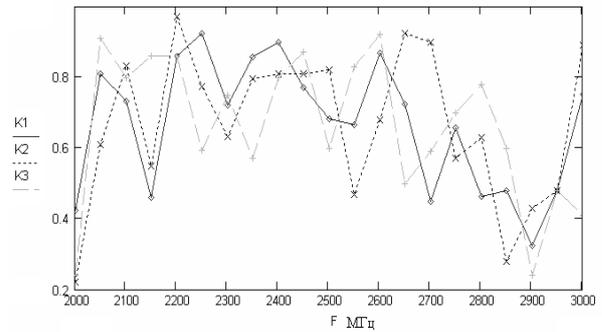


Рис.4. Частотные зависимости коэффициентов передачи для различных конфигураций щели связи: 1 - $h=8$ мм, $h'=47$ мм; 2 - $h=10$ мм, $h'=48$ мм; 3 - $h=12$ мм, $h'=48$ мм.

По итогам проведенного анализа в качестве наилучшей конфигурации была выбрана геометрия возбуждающего волновода и щели связи, соответствующая варианту 3 на рис. 4, поскольку именно она обеспечивала реализацию максимального значения коэффициента передачи.

2. Методика измерения распределения поля.

Использование традиционных методов измерения распределения поля, например метода бисерного зонда [4], для сверхразмерных систем достаточно затруднительно. В этой связи была разработана существенно менее трудоемкая методика измерения распределения поля, которая сводилась к следующему. Открытые стенки резонансной камеры (там, где в реальных электродинамических системах отдельные резонансные камеры стыкуются друг с другом, образуя единую систему) закрывались металлическими пластинами. В этих пластинах, закрывающих камеры, выполнялись круглые отверстия. Через указанные отверстия при помощи приемного волновода измерялась мощность излучения.

Исходя из того, что возбуждающие волноводы имели одинаковые геометрические размеры и симметричное расположение, отверстия выполнялись на одной из боковых плоскостей камеры. Считалось, что распределение поля, измеренное на ближней плоскости относительно одного из волноводов равносильно распределению поля на ближней плоскости относительно второго волновода, если бы возбуждение рабочей камеры осуществлялось этим волноводом.

Важной проблемой при создании такой методики являлось определение диаметра излучающего отверстия. При этом с одной стороны диаметр отверстия должен быть достаточно велик для того, чтобы уровень излучения был не ниже уровня чувствительности измерительной части схемы. Чрезмерное увеличение отверстия может привести к искажению поля внутри рабочей камеры и превышению допустимого значения излучаемой в пространство СВЧ энергии. Поэтому важной частью разработки методики измерений являлось определение размеров излучающих отверстий, удовлетворяющих приведенным выше требованиям.

С целью расчета взаимосвязи размера излучающего отверстия с уровнем излучения через него энергии электромагнитного поля строилась математическая модель узла связи.

Резонатор рассматривался в виде прямоугольной камеры с размерами A, B, C , связанной с прямоугольным волноводом сечения $a \times b$ посредством отверстия диаметра d . Полагалось, что отверстие представляет собой круглую диафрагму. Размеры резонатора много больше поперечных размеров волновода. Круглая нерезонансная диафрагма приближенно эквивалентна квадратному отверстию со стороной $a_1 = d\sqrt{\pi}/2$. Входная проводимость такой диафрагмы в волноводе [5] определяется выражением

$$Y = -j \frac{\lambda_g}{a} \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi a_1}{2a} + \left[\frac{\pi(a^2 - a_1^2)}{\pi a a_1 \cos \frac{\pi a_1}{2a}} \right]^2 \times \left\{ \frac{1 - \frac{\lambda_g^2}{4a_1^2}}{1 - \frac{\lambda_g^2}{4a^2}} \frac{4b}{\lambda_g} \ln \left(\cos \operatorname{ec} \left(\frac{\pi a_1}{2a} \right) \right) + \frac{\lambda_g}{a a_1^2} \left[\frac{b^2}{3} + \frac{a_1^2}{2} - \frac{8b a_1}{\pi^2} \right] \right\} - S \quad (1)$$

где S – малый член в виде ряда. Для более строгого расчета связи волновода с резонатором воспользуемся моделью М.В. Давидовича и О.Ю. Алексеева [6].

Резонатор возбуждается основной модой H_{10} волновода (приближение заданного поля)

$$\vec{E}_\tau = \vec{e}_{10}^h(x, y) = 2^{1/2} (ab)^{-1/2} \sin(\pi x / a). \quad (2)$$

Соответствующее решение для нормированной входной проводимости в [6] дается формулой

$$Y = \frac{2j \cdot (k^2 \epsilon u - \frac{\pi^2}{a^2})}{\pi \cdot \epsilon \cdot k' a \cdot b} \int_0^a \int_0^b dy (b - y) \left[(a - x) \cos \left(\frac{\pi \cdot x}{a} \right) + \frac{a}{\pi} \sin \left(\frac{\pi \cdot x}{a} \right) \frac{k^2 \epsilon u + \frac{\pi^2}{a^2}}{k^2 \epsilon u - \frac{\pi^2}{a^2}} \right] \exp \left[-jk \sqrt{\epsilon u (x^2 + y^2)} \right] dx dy \quad (3)$$

Здесь k - волновое число, a, b - размеры широкой и узкой стенок ПВ, а $k' = \sqrt{k^2 - \frac{\pi^2}{a^2}}$. Модуль коэффициента отражения $|R/|$ связан с входной проводимостью Y как $|R/| = (1 - Y) / (1 + Y)$.

Данные расчета сведены в таблицу.

Исходя из результатов расчета, размер излучающих отверстий был выбран равным 1,0 см.

Как показали последующие экспериментальные исследования уровень излучения, регистрируемый измерительной частью схемы, был порядка 30 мкВт при пороге чувствительности схемы 0.1 мкВт.

Важным моментом разработки методики проводимых исследований было определение расстояний между отверстиями, при которых представлялось возможным с одной стороны получить достаточно подробную информацию о

распределении поля, а с другой не допустить сильных искажений поля за счет фактического вырождения металлической стенки.

Таблица. Связь модуля коэффициента отражения и коэффициента передачи из резонансной камеры через круглую диафрагму с диаметром диафрагмы

Диаметр отверстия, см	Модуль коэффициента отражения $ R/ $	Модуль коэффициента передачи $1 - R/ ^2$
0.5	0.999995	0.000005
1.0	0.999834	0.000166
1.5	0.987305	0.012695
2.0	0.994739	0.005261
2.5	0.983646	0.016354
3.0	0.956406	0.043594
3.5	0.897122	0.102878
4.0	0.790902	0.209098

Из общих соображений представлялось, что расстояния между отверстиями должны быть больше $\lambda/4$ и меньше $\lambda/2$, при этом для исследуемой системы на базе прямоугольного резонатора по закрываемой металлической стенкой плоскости по оси y умещалось 5 отверстий, по оси z - 11 отверстий. В сумме это давало количество точек измерения, равное 55. В измеряемой для сравнения системе на основе желобковых волноводов по оси y умещалось 4 отверстия, по оси z - 9 отверстий, в сумме это составило 36 точек измерения.

3. Результаты измерения распределения электромагнитного поля

Исследование распределения поля в описанных электродинамических системах проводилось в двух вариантах: для камер, нагруженных и не нагруженных диэлектриком. В качестве нагрузки электродинамических систем использовался плоский диэлектрический слой, состоящий из влажного материала, размещенного на радиопрозрачном диэлектрическом поддоне. Размеры камер и расположение диэлектрического слоя показаны на рис.5.

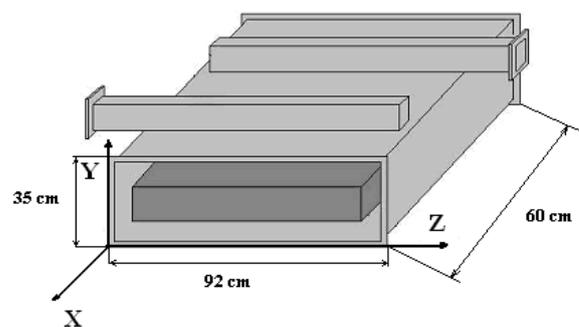


Рис.5 Размеры системы и расположение диэлектрического слоя в резонаторе.

В случае, когда диэлектрическая нагрузка отсутствовала, изрезанность распределения поля была достаточно высока для обеих систем (рис.6-8). Для случая диэлектрического заполнения камеры изрезанность была существенно ниже. Для сравнения результатов, получаемых для двух

исследуемых электродинамических систем, рассмотрение трехмерных графиков распределения поля представлялось достаточно неинформативным. В этой связи было целесообразно провести сравнительный анализ изменения поля вдоль оси z при фиксированных значениях координаты y .

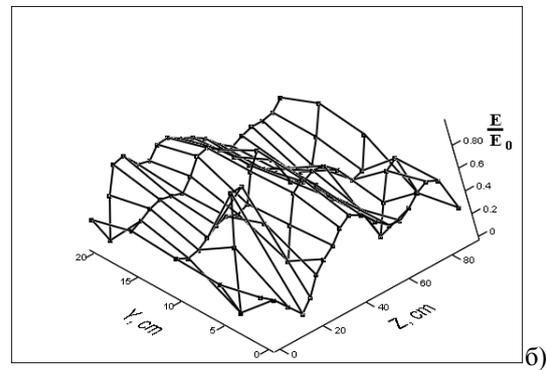
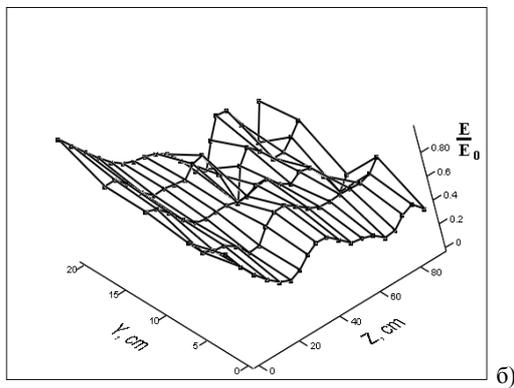
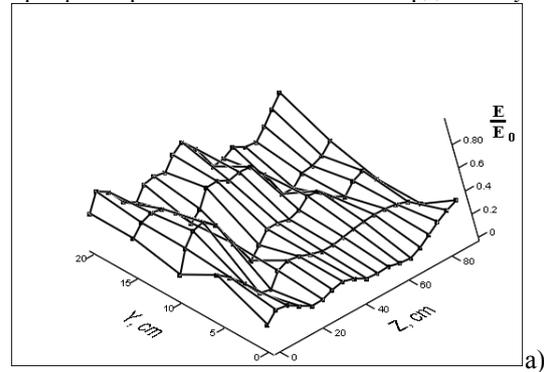
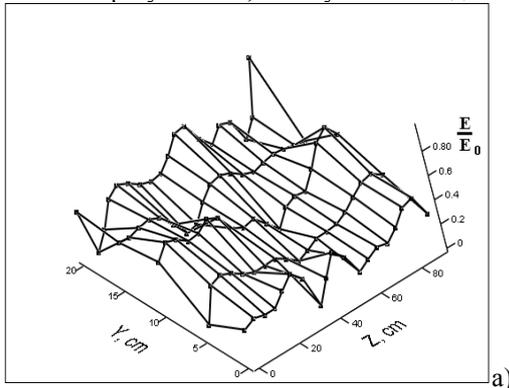


Рис. 6. Распределение поля в системе на дальней (а) и ближней (б) стенках относительно возбуждающего волновода при размере щели связи 8 мм.

Рис. 7. Распределение поля в системе на дальней (а) и ближней (б) стенках относительно возбуждающего волновода при размере щели связи 10 мм.

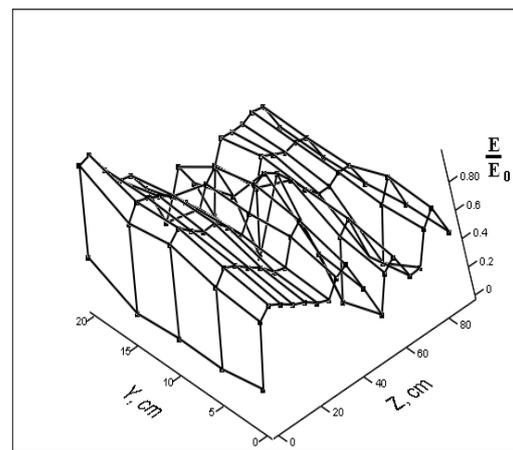
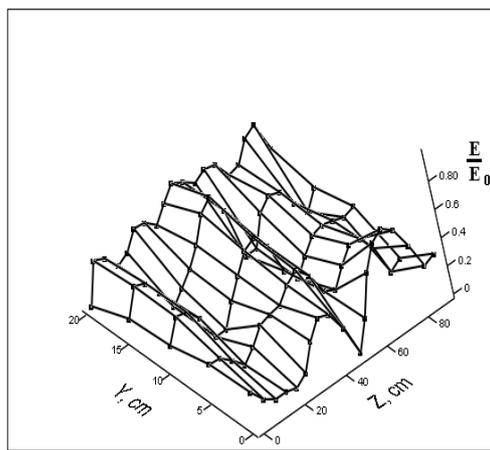


Рис. 8. Распределение поля в системе на дальней (а) и ближней (б) стенках относительно возбуждающего волновода при размере щели связи 12 мм.

Для практических целей представлялось чрезвычайно важным получить информацию, позволяющую оценить однородность распределения выделяемой в облучаемом диэлектрике СВЧ энергии. Поскольку в обеих системах делались попытки реализации однородного поля в плоскости

yz , для определения однородности пространственного выделения энергии наиболее корректным представлялось сравнение интегралов энергии, получаемых путем интегрирования по оси x . Сравнение достаточно большого количества значений таких интегралов, вычисленных в сечении

уз при различных значениях координаты x , и дает представление об однородности пространственного распределения энергии в объеме облучаемого диэлектрика.

Очевидно, что для достаточно корректного решения этой задачи допустима замена интегралов энергии результатами суммирования (с последующим усреднением) значений $|E|^2$ по оси x . Для этого нужно измерить достаточно большое количество точек по указанной оси. В исследуемой же экспериментальной схеме все измерения производились в двух точках по оси x на боковых стенках, ограничивающих рабочую камеру. В этой связи перемещение точек измерения заменялось перемещением мест возбуждения рабочих камер. В системе на основе желобковых волноводов это достигалось подключением генератора СВЧ энергии к фланцам различных секций желобковых волноводов, в системе на основе прямоугольных резонаторных камер – за счет использования различных возбуждающих волноводов. Кроме того, для увеличения числа точек, в которых суммировались значения $|E|^2$, использовались значения, полученные при разных значениях координаты z . Для желобковых волноводов по оси z удалось использовать 2 ряда значений z , для резонаторных камер – 3 ряда. При этом значения квадрата амплитуды поля, полученные в верхних и нижних областях излучающих плоскостей, отбрасывались, т.к. в них было велико влияние верхних и нижних ограничивающих поверхностей.

Результаты расчета интегралов энергии (рис.9) показывают, что для резонансных камер, возбуждаемых параллельно расположенными прямоугольными волноводами, равномерность распределения несколько хуже, чем для систем на основе ЖВ.

Для резонансной камеры величина $(\Delta E)^2/(E_{cp})^2$, где $\Delta E = E_{max} - E_{min}$, составляет примерно 2,1, а для ЖВ – 1,6. Для соотношения же $(\Delta E)^2/(E_{min})^2$ эти величины соотносятся как 5,6 и 3,1. Следует

Библиографический список

1. Явчуновский В. Я. Микроволновая и комбинированная сушка: физические основы, технологии и оборудование. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1999.- 217 с.
2. Л. Сегерлинд Применение метода конечных элементов. – М.: Мир, 1979, 392с.
3. Митчелл Э., Уэйт Р. Метод конечных элементов для уравнений с частными производными. - М.: Мир, 1981. - 216 с.
4. Явчуновский В.В. Исследование эффективности взаимодействия микроволнового излучения с гранулированной диэлектрической средой. Автореферат дисс. на соиск. учен. степ. к.ф.-м.н./ СГУ. – Саратов, 2006.-189с.
5. Левин Л. Современная теория волноводов. М.: Издательство «Наука», 1954, 198 с.
 5. Давидович М. В., Алексеев О. Ю. // Радиотехника и электроника, 2004, №6, с. 665-670.
 - 6.

MODELING AND EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF THE SQUARE MICROWAVE HEATING RESONATOR CHAMBER, AGITATED BY RECTANGULAR WAVEGUIDE OF VARIABLE SECTION

PART 2. EXPERIMENTAL INVESTIGATION

V.B. Vetrov, M.V. Davidovich, A.V. Kozlov, A.S. Shapovalov
Saratov State University

The results of experimental investigation of the two types electrodynamic systems for the equipment of the active electromagnetic microwave radiation influence on dielectric materials - square microwave resonance chamber, agitated by rectangular waveguides of the variable section through split of connection, width which changes on the length of waveguide, and traditionally used for this equipment system, based on the parallel located sections of groove guide have been brought. The studies of the field distribution were conducted by indirect method - by measurements of the radiation from lateral plane of the chamber through the holes in closing cameras metallic plates.

отметить, что такие соотношения получены для обеих систем в случае, когда они нагружены диэлектриком, причем величина диэлектрической нагрузки примерно соответствует реально имеющей место на практике в рабочих режимах работы установок микроволнового воздействия. При отсутствии диэлектрической нагрузки изрезанность поля существенно выше.

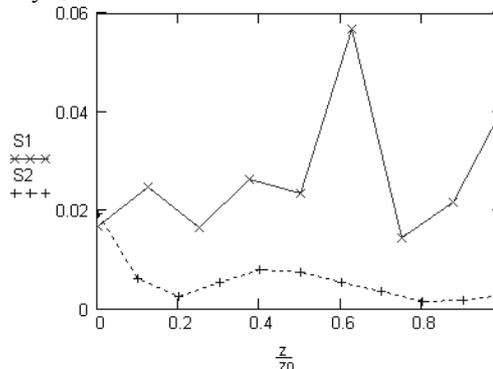


Рис.9 Изменение значений интегралов энергии $S = \frac{1}{|E_0|^2 a} \int_0^a |E(x)|^2 dx$ для различных сечений в плоскостях xu ($z=0, \dots, 90$ см) для а) системы на основе желобковых волноводов ($S = S1$, $a=40$ см, $z0=72$ см), б) системы типа резонансная камера ($S=S2$, $a=60$ см, $z0=81$ см).

Заключение

Полученные результаты позволяют говорить о принципиальной применимости исследуемой системы для использования в установках микроволнового воздействия. Дальнейшие исследования будут направлены на поиск улучшенной модификации таких систем, отработку наилучших конфигураций возбуждающих их волноводов и геометрии щелей связи.

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА ПРИ СТРУЙНОМ ТЕЧЕНИИ

И. А. Ермолаев, В. С. Кошелев, С. В. Отпущенников

Саратовский государственный университет.

Ермолаев Игорь Анатольевич, к.ф.-м.н., доцент,*Кошелев Василий Сергеевич*, д.т.н., профессор,*Отпущенников Сергей Валерьевич*, зам. нач. отдела СТС ПРЦНИТ СГУ

Методом конечных элементов моделируется конвективный теплообмен при взаимодействии нагретой плоской струи, истекающей в затопленное пространство, с холодной плоскостью.

Струйные течения вязких жидкостей и газов чувствительны к возмущениям различной физической природы, что усложняет их моделирование. Взаимодействие струи с разного рода препятствиями еще более усложняет задачу. Между тем подобные задачи имеют широкий круг практических приложений: в аэрофизике [1-3], в физике плазмы [4], в технологиях обработки поверхностей и нанесения покрытий [5,6] и др. В данной работе представлены результаты численного моделирования струйного течения жидкости при его взаимодействии с плоской поверхностью. Моделировался теплообмен и динамика потока без учета выталкивающих сил.

В качестве математической модели использовались уравнения Навье–Стокса записанные в безразмерном виде в переменных "вихрь скорости – функция тока – температура":

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau} + \frac{\partial \psi}{\partial Y} \frac{\partial \omega}{\partial X} - \frac{\partial \psi}{\partial X} \frac{\partial \omega}{\partial Y} = \Delta \omega$$

$$\Delta \psi = \omega$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{\partial \psi}{\partial Y} \frac{\partial \theta}{\partial X} - \frac{\partial \psi}{\partial X} \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Pr} \Delta \theta$$

Здесь ω , ψ , θ – вихрь скорости, функция тока и температура соответственно, $Pr = \nu/\chi$ – критерий Прандтля, ν – кинематическая вязкость, χ – коэффициент температуропроводности, τ , X , Y – безразмерное время и безразмерные координаты.

На входе струи фиксирован тепловой поток плотностью $q=1$, температура плоскости $\theta=0$, на выходных границах (на Рис. 1 они отмечены пунктиром) $\partial\theta/\partial n = \partial\omega/\partial n = \partial\psi/\partial n = 0$. Интенсивность течения регламентируется критерием Рейнольдса $Re = WL/\nu$, где W – скорость, L – характерный размер.

Стационарные решения получены методом установления. Расчеты проводились на неравномерной конечноэлементной сетке. Для временной аппроксимации использовалась неявная схема.

Структура полученных полей течения и температуры показана на Рис.1. Поля симметричны относительно вертикальной оси, скорость потока уменьшается по мере приближения к плоскости, градиент температуры вблизи плоскости, напротив, возрастает. С увеличением интенсивности, течение становится несимметричным и неустойчивым. Дальнейшее моделирование требует более точного определения условий на выходных границах.

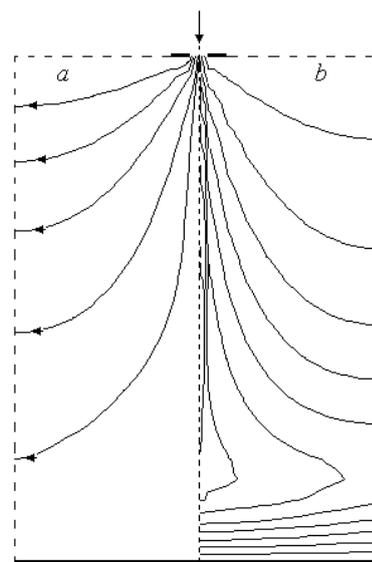


Рис.1. Линии тока (a) и изотермы (b) при $Pr=100$ и $Re=50$.

Библиографический список:

1. Афонина Н. Е., Васильевский С. А., Громов В. Г. и др. // Изв. РАН. МЖГ. 2002. №5. С. 156-168.
2. Кузнецов Л. И., Ребров А. К., Ярыгин В. Н. // ПМТФ. 1975. №3. С. 82-87.
3. Лунев В. В., Селезнева С. Е. // Космонавтика и ракетостроение. Калининград: Изд-во ЦНИИМаш, 2000. Вып. 19.
4. Колесников А. Ф., Кубарев С. Н., Якушин М. И. // Числ. методы мех. сплошной среды. СО АН СССР, ВЦ, ИТПМ. Новосибирск. 1986. Т. 17. №2. С. 106-113.
5. Гордеев А. Н., Колесников А. Ф., Якушин М. И. // Изв. АН СССР. МЖГ. 1985. №3. С. 166-172.
6. Ермолаев И.А., Жбанов А.И., Коромыслова О.А., Кошелев В.С. // Вопросы прикладной физики: Межвуз. науч. сб. - Саратов: Изд-во Сарат.ун-та, 2000. Вып.6. С. 104-105.

SIMULATION OF THE CONVECTION HEAT TRANSFER AT JET FLOW

I.A. Ermolaev, V.S. Koshelev, S.V. Otpushennikov.

Saratov State University

Finite elements method simulation of the convection heat transfer at interaction heated flat jet with cool plane.

О ФОРМИРОВАНИИ ПОЛЕЙ ВЫСШИХ ТИПОВ В ОБЛАСТИ ОБРАБОТКИ ДИЭЛЕКТРИКОВ

А.С. Листов

Саратовский государственный университет
 Листов Александр Серафимович, к.ф.-м.н., доцент

На примере прямоугольного волновода с индуктивными диафрагмами рассматривается алгоритм расчета электромагнитного поля в заданном объеме для достижения в нем равномерного распределения электрического поля.

Одной из задач СВЧ энергетики является создание нагревательных установок с равномерным тепловыделением в объеме обрабатываемого материала. Для решения этой задачи часто используется волноводное устройство, обеспечивающее такое тепловыделение в определенной его части, что достигается равномерным распределением электрического поля. Такое распределение можно осуществить введением в волноводный канал различного типа и различной конфигурации неоднородностей (в частности, индуктивных и емкостных диафрагм). Математический аспект такой задачи заключается в создании алгоритма нахождения полей высших типов, возникающих вблизи неоднородностей.

Как частный пример указанной задачи решается задача о дифракции основной волны в прямоугольном волноводе на двух индуктивных диафрагмах (Рис.1).

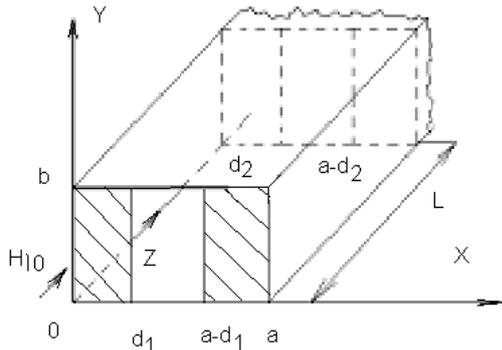


Рис.1

Выбираем бесконечно тонкие индуктивную диафрагму и индуктивную полоску, симметричные относительно плоскости $x=a/2$ и отстоящие друг от друга на расстояние L . Очевидно, такой выбор при возбуждении волновода волной типа H_{10} уже будет обеспечивать в силу симметрии некоторую равномерность рассеянного поля относительно этой плоскости. Немаловажную роль играет и то, что математические выкладки при этом становятся менее громоздкими, хотя рассмотрение несимметричных диафрагм не вносит принципиальных сложностей. Размер L подбирается таким, что на расстоянии $L/2$ от диафрагм не было существенного затухания высших типов волн. При таком условии ближние поля от обеих диафрагм в пространстве между ними будут накладываться друг на друга, создавая какое-то сложное, подлежащее определению поле.

Пространство в волноводе с неоднородностями разбивается на три области: 1 – перед диафрагмами; 2 – между ними и 3 – после диафрагм по направлению распространения волны H_{10} . Дифракционное поле в указанных областях представляется в виде:

$$E_y^1 = (e^{-j\Gamma_1 z} + R_1 e^{j\Gamma_1 z}) \sin \frac{\pi}{a} x + \sum_{n=2} A_n e^{|\Gamma_n| z} \sin n \frac{\pi}{a} x$$

$$E_y^2 = (T_1 e^{-j\Gamma_1 z} + R_1 e^{j\Gamma_1(z-L)}) \sin \frac{\pi}{a} x + \sum_{n=2} B_n e^{-|\Gamma_n| z} \sin n \frac{\pi}{a} x + \sum_{n=2} C_n e^{|\Gamma_n|(z-L)} \sin n \frac{\pi}{a} x$$

$$E_y^3 = T_2 e^{-j\Gamma_1(z-L)} + \sum_{n=2} D_n e^{-|\Gamma_n|(z-L)} \sin n \frac{\pi}{a} x, \quad (1)$$

где $\Gamma_n = [k^2 - (n \frac{\pi}{a})^2]^{0.5}$

С учетом того, что в падающем и рассеянных полях $E_x = E_z = H_y = 0$, из уравнений Максвелла легко находятся H_x^1, H_x^2, H_x^3 . Коэффициенты разложения $A_n, B_n, C_n, D_n, R_1, R_2, T_1, T_2$ можно выразить, используя свойства ортогональности собственных функций $\sin n \frac{\pi}{a} x$ в прямоугольном экране, через значение электрического поля $\epsilon_1(x)$ в плоскости первой диафрагмы при $z=0$ и $\epsilon_2(x)$ – во второй при $z=L$.

Сшивание поперечных составляющих магнитного поля на первой и второй диафрагмах приведет к системе двух интегральных уравнений относительно двух неизвестных функций $\epsilon_1(x)$ и $\epsilon_2(x)$. Далее, решая систему одним из проекционных методов, можно найти $\epsilon_1(x)$ и $\epsilon_2(x)$ и, следовательно, поля в областях 1, 2 и 3. Это стандартный подход, таящий в себе, однако, немало сложностей (вопросы улучшения сходимости рядов, их редуцирования, обусловленности матрицы, точность расчетов и т.п.[1]).

Поэтому попытаемся отойти от этой достаточно очевидной методики и вернуться к идее получения решения в замкнутом виде для одиночных диафрагм в прямоугольном волноводе, предложенной Ю. Швингером [2].

Особенности предлагаемого подхода заключаются не только в попытке применения идей, изложенных в [2] для одиночных неоднородностей, к расчету систем с двумя неоднородностями, но и в использовании принципа суперпозиции[1]. Согласно ему можно провести стандартный расчет параметров второй диафрагмы – центральной индуктивной полоски через ток на этой полоске при условии, что первой диафрагмы как будто нет. Т.е. на полоску падает не ослабленная после прохождения через первую диафрагму волна, а невозмущенная волна единичной амплитуды. Решение позволит найти значение реактивного сопротивления X , вносимого полоской, и, следовательно, коэффициента отражения основной волны от второй диафрагмы – R_3 .

Несложно показать, что связь между R_2, R_3 и T_1 при таком подходе будет выражаться соотношением: $R_2 = T_1 R_3$ (2)

Коэффициенты разложения C_n и B_n в (1) при этом будут выражаться не через $\varepsilon_2(x)$, а через ток $I(x)$ на индуктивной полоске. В свою очередь $I(x)$ представим как интеграл по области полоски от нити тока в центре при $r \rightarrow 0$ [2].

$$\sum_{n=2}^{\infty} (1 - \gamma_n) \sin n \frac{\pi}{a} x \int_{d_1}^{a-d_1} \varepsilon_1(x) \cos n \frac{\pi}{a} x' dx' + \frac{a}{2} \sum_{n=2}^{\infty} C_n |\Gamma_n| e^{-|\Gamma_n|L} \sin n \frac{\pi}{a} x$$

Сшивая поперечную компоненту магнитного поля H_x в плоскости первой диафрагмы, получаем интегральное соотношение относительно неизвестной функции $\varepsilon_1(x)$. Интегрируя его по частям и учитывая, что $\varepsilon_1(x)$ обращается в нуль на обеих границах интегрирования, приходим к следующему интегральному уравнению относительно производной от $\varepsilon_1(x)$:

$$\frac{aB}{\lambda} \sin n \frac{\pi}{a} x \int_{d_1}^{a-d_1} \dot{\varepsilon}(x) \cos n \frac{\pi}{a} x' dx'$$

где $B = \frac{2(R_1 - R_2 e^{-\Gamma_1 L})}{1 + R_1}$; $\lambda = \frac{2\pi}{\Gamma_1}$; $\gamma_n = 1 - [1 - (\frac{ka}{n\pi})^2]^{0.5}$

Величину B можно рассматривать как эквивалентную реактивную проводимость в сечении волновода при $z=0$, вызывающую отражение волны от системы двух диафрагм. Коэффициенты γ_n быстро убывают, стремясь к нулю при больших n . Поэтому их можно рассматривать как небольшие поправочные члены и учитывать только первые несколько коэффициентов.

Трудность решения уравнения (3) заключается в том, что функции $\sin n \frac{\pi}{a} x$ ортогональны в интервалах $[0, a]$, в то время как оно выполняется лишь в интервале $[d_1, a-d_1]$. Следуя [2] обойдем эту трудность, введя новые переменные:

$$\cos \frac{\pi}{a} x = s \cos u \quad \cos n \frac{\pi}{a} x = s \cos v$$

где $s = \sin n \frac{\pi d_1}{2d_1}$; $d = a - 2d_1$ - ширина отверстия первой диафрагмы.

Решение интегрального уравнения в новых переменных ищем в виде:

$$\varepsilon_1'(x) \frac{dx}{dV} = \beta_1 \cos v + \beta_3 \cos 3v + \beta_5 \cos 5v$$

и, следуя методике Швингера, находим B и A_n .

Далее точно так же решаем задачу с одиночной центральной индуктивной полоской при падении на неё основной волны единичной амплитуды. Её решение дает величину X - нормированное реактивное сопротивление, вносимое полоской, и следовательно, - величину R_3 . Найденное X позволяет определить R_1 и R_2 по формулам

$$R_1 = \frac{2BX - 2e^{-\Gamma_1 L} - jB + jBe^{-\Gamma_1 L}}{1 + R_1} \quad R_2 = \frac{1 + R_1}{1 + j2X - e^{-\Gamma_1 L}}$$

Из соотношения (2) находим T_1 .

Все найденные коэффициенты подставляются в выражение для $E^2 y$ в (1). Искомое значение амплитуды электрического поля между диафрагмами определяется как вещественная часть от $E^2 y$, т.е. как $R_e E^2 y$.

В качестве другой системы с разнесенными диафрагмами можно рассмотреть прямоугольный волновод с бесконечно тонкой симметричной индуктивной диафрагмой и центральной емкостной полоской. Хотя емкостные диафрагмы на практике применяются реже из-за большего шунтирующего действия и снижения ими допустимой передаваемой мощности, подобная система в целях формирования поля заданной конфигурации может представлять определенный интерес.

Получив из расчета емкостной полоски нормированную реактивную проводимость B , можно определить коэффициент отражения R_3 , который используется в ранее указанном соотношении $R_2 = T_1 R_3$ и т.д. Единственное существенное отличие второй задачи от первой будет заключаться в том, что ближние поля в областях в случае с емкостной полоской будут записываться в виде двойных рядов по $\sin n \frac{\pi}{a} x$ и $\cos n \frac{\pi}{b} y$, что делает алгоритм громоздким по сравнению с первой задачей, но не вызывает принципиальных затруднений.

По рассмотренному алгоритму была составлена программа и проведен расчет электрического поля во 2 области волновода для индуктивных диафрагмы и полоски. Прямоугольный волновод выбирали с размерами $a=0.072$ м; $b=0.034$ м, частота падающей волны выбиралась 2450 МГц. Программа дает распределение поля по координатам X или Z при изменении одного из параметров d_1, d_2, L . По полученным численным результатам можно сделать вывод: изменением параметров d_1, d_2, L можно добиваться существенного перераспределения поля в объеме между диафрагмами, приближая его к равномерному.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Вычислительные методы в электродинамике/Под редакцией Р.Миттры.М.,1977.
2. Левин Л. Теория волноводов: Пер. с англ./ под ред. В.И. Вольмана.М.,1981.

TO THE FORMATION OF HIGH PATTERN WAVES IN THE FIELD OF THE DIELECTRIC CHANGING.

A.S. Listov
Saratov state university

An algorithm to calculate the electromagnetic field in the given volume for the reception of the uniformly distributed electric field is considered using rectangular waveguide with induction diaphragms.

АКУСТОДИАГНОСТИКА БУКСОВОГО УЗЛА

А.А. Никитин, С.В. Дробязко, О.С. Плеханов, Е.Д. Хвостов

Саратовский государственный университет

Никитин Анатолий Александрович, к.ф.-м.н., доцент кафедры прикладной физики, apd@sgu.ru

Плеханов Олег Сергеевич, ассистент кафедры прикладной физики, PlekhanovOS@info.sgu.ru

ОАО Саратовский подшипниковый завод

Дробязко Сергей Витальевич, зам.главного конструктора по научным исследованиям.

ООО «ЭНГА» г. Энгельс

Хвостов Евгений Дмитриевич, генеральный директор

Приведены данные экспериментальных исследований акустического поля неподвижного буксового узла.

В настоящее время на российской железной дороге особое внимание уделяется разработке и внедрению систем диагностики технического состояния подшипников качения буксовых узлов колесных пар. При этом с точки зрения безопасности движения поездов, а так же экономической целесообразно на более ранней стадии выявить зарождающиеся дефекты подшипников качения без демонтажа буксового узла.

Первоначально исследовались вибрация и шум подшипников качения типа 206к и 42726. Измерения проводились на приводных установках ВНИПП-551 и КВП-3. Частоты вращения шпинделей установок соответствовали 25 Гц (1500 об/мин) и 12,5 Гц (750 об/мин). Вначале измерялся уровень вибрации, а именно, виброскорости, затем шум качения шарикоподшипника 206 К с дефектами наружного кольца. Это были две риски на дорожке качения наружного кольца, расположенные относительно друг друга на 180°. Осевое усиление на подшипник соответствовало техническим требованиям.

Измерения уровней вибрации и шума осуществлялось с помощью одного и того же бесконтактного сверхвысокочастотного вибропреобразователя (СВЧ-ВП)[1-3].

Для акустических измерений буксового узла антенное устройство СВЧ-ВП дополнялось насадкой, позволяющей звуковые колебания преобразовывать в электрические сигналы соответствующей частоты и амплитуды.

Первоначально, одна из рисков на дорожке качения наружного кольца устанавливалась непосредственно под вибропреобразователем. Далее, каждое последующее измерение уровня вибрации проводилось при повороте наружного кольца на 45° в одну и ту же сторону, пока первоначально установленная риска не возвращалась в исходное состояние. При этом уровень вибрации достигал максимального значения при расположении риска либо непосредственно под датчиком, либо под углом 315°. Минимальное значение вибрации соответствовало положению наружного кольца, когда «отсчетная» риска находилась на 180° относительно начала отсчета. Результат измерения уровня вибрации одного из подшипников в полярной системе координат представлен на рис. 1.

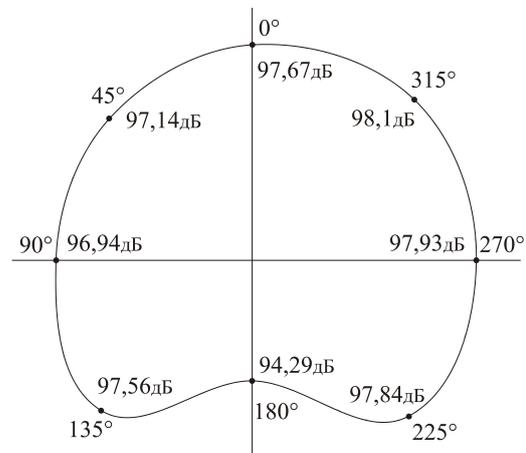


Рис. 1

Измерения акустического шума подшипника 206К в радиальном направлении на расстоянии 100 мм, 150 мм, 300 мм и более от поверхности наружного кольца показали, что уровень амплитуды с увеличением расстояния падает. На расстояниях 100 мм и ближе характер поведения уровней акустического шума при повороте наружного кольца относительно положения СВЧ-ВП оставался прежний, т.е. повторял ход кривой уровня вибрации (рис.2, кривая 1).

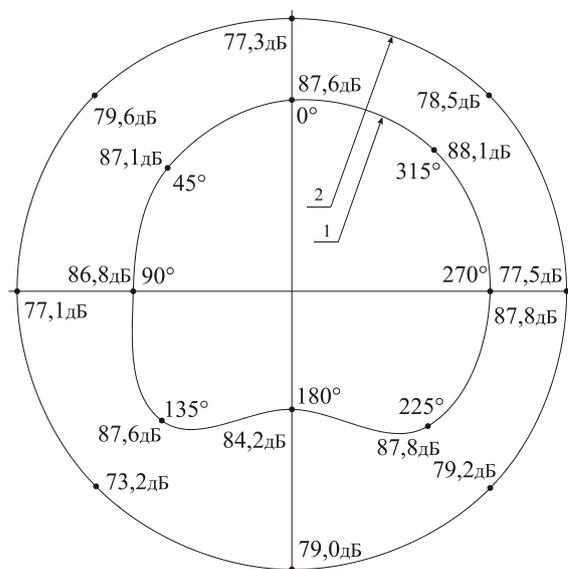


Рис. 2

Вместе с тем величина уровня акустического шума была на порядок меньше. На рисунке 3 представлены спектрограммы виброскорости (3а),

акустического шума (3б) подшипника 206К в логарифмическом масштабе, а на рисунке 4 – огибающие спектра вибрации (4а) и акустического шума (4б). Анализ большого количества спектрограмм показал, что спектрограммы вибрации и акустического шума подшипника 206К совпадают в части обнаружения основной спектральной

составляющей и ее гармоник, свидетельствующих о дефекте наружного кольца. Такой же результат дал анализ огибающих спектра. Однако, спектрограммы виброскорости и огибающие спектров вибрации являются более насыщенными составляющими, т.е. являются более информативными.

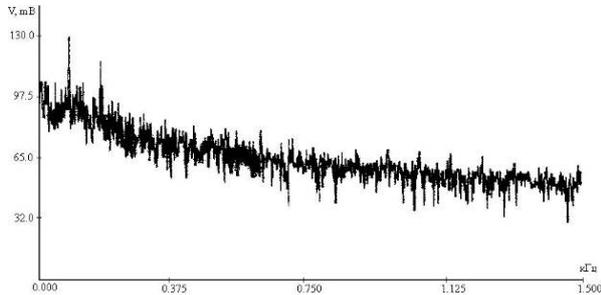


Рис. 3а

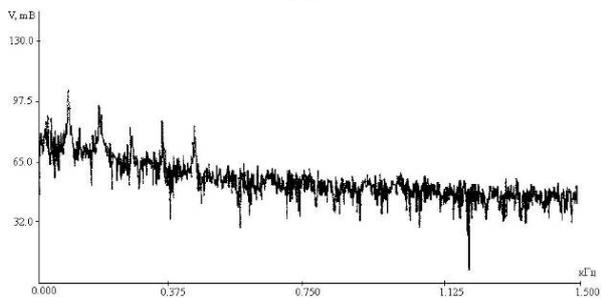


Рис. 3б

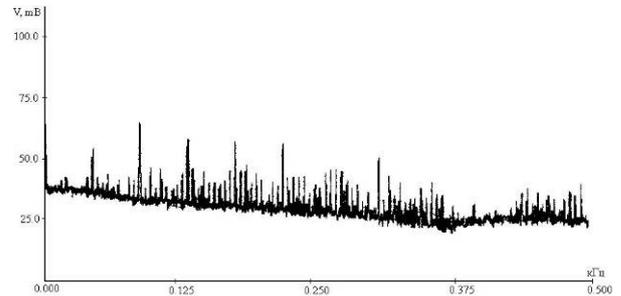


Рис. 4 а

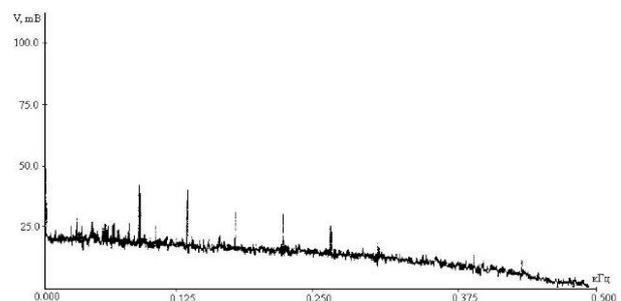


Рис. 4б

Подобным испытаниям был подвергнут подшипник 42726. Результаты и основные выводы измерений вибрации и шума совпадают с изложенными выше.

секторе от 30° до 77° относительно плоскости вращения подшипника. Аналогичную форму акустического поля имеет подшипник 42726. При удалении вибропреобразователя на расстояние более 300мм кривые шума качения подшипника приближаются к окружности.

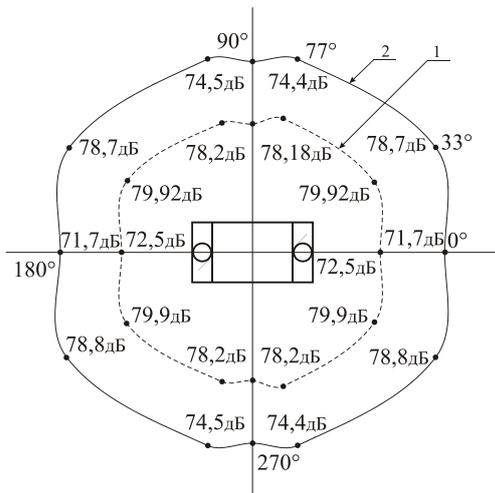


Рис. 5

На рисунке 5 представлено звуковое (акустическое) поле подшипника 206К в свободном пространстве в плоскости, перпендикулярной плоскости вращения подшипника. Кривая 1 соответствует точкам измерения шума при перемещении СВЧ-ВП по окружности радиуса 100мм, кривая 2 – по окружности 150мм. Максимальная амплитуда акустического шума качения подшипника наблюдалась в угловом

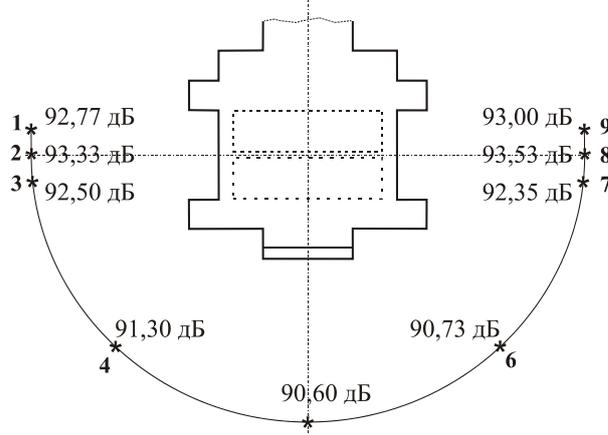


Рис. 6

Экспериментальные исследования акустического поля неподвижного буксового узла проводились на базе ремонтного депо. Для этой цели использовался стенд СКБУ-01, обеспечивающей вращение колесной пары с частотой 17,6 Гц (1056 об/мин). Измерения амплитуд звукового давления осуществлялось с помощью дистанционного метода виброакустической диагностики подшипников качения с использованием СВЧ-ВП.

На рисунке 6 показаны: схематическое изображение буксы и двух подшипников качения, а так же точки, в которых производились измерения.

Замеры амплитуд звукового давления осуществлялись на расстояниях 100 мм, 150 мм, 300 мм и 1000 мм в горизонтальной плоскости, проходящей вдоль оси колесной пары. Кривая,

представленная на рисунке, соответствует расстоянию 300 мм от буксового узла. Ход других кривых на расстояниях (100 мм, 150 мм, и 1000 мм) аналогичен приведенной. Частотные спектры сигналов для симметричных точек 3 и 7 представлены на рисунках 7 и 8 соответственно.

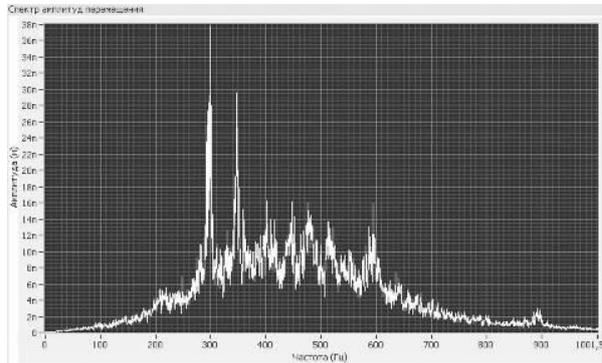


Рис. 7

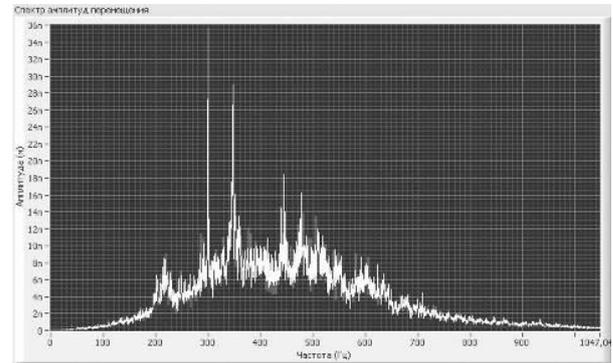


Рис. 8

Из сравнения спектров следует, что основные составляющие компоненты спектров и частотные интервалы между ними совпадают. При этом наблюдаются различия в амплитудах составляющих спектра в частотных областях: от 200 Гц до 280 Гц и от 360 Гц до 440 Гц, а так же на частоте 710 Гц. Это связано, возможно, с условиями распространения акустического сигнала. Наиболее важным для дальнейшего анализа и диагностики является наличие всех составляющих, т.е. идентичность полученных спектров. Подобные результаты зафиксированы в других симметричных точках измерения. Вместе с тем, необходимо отметить, что со стороны крышки буксового узла (точка 5) величина амплитуды звукового давления уменьшалась на 2 дБ относительно, например точек 3 и 7.

Анализ акустического поля подшипников качения, в составе неподвижного буксового узла и

спектрограмм показал отсутствие явно выраженной направленности распространения звуковой волны и идентичность спектров в симметричных точках замеров.

Таким образом, приведенные выше измерения подтвердили практическую возможность анализа вибрации и акустического шума подшипников с помощью СВЧ-ВП.

Измерительные системы на основе СВЧ-ВП могут быть использованы на подшипниковых заводах для контроля качества производимых подшипников и отработки технологических процессов, на предприятиях для входного контроля подшипников, для контроля работы станков и оборудования, имеющих роторные части, энергетического комплекса, в частности, выявления зарождающихся дефектов буксовых подшипников без демонтажа узлов.

Библиографический список

1. Никитин А.А., Засорин В.А. Радиоволновый бесконтактный сверхвысокочастотный вибропреобразователь перемещения // Тяжелое машиностроение. 2001. №9. С 5-6.
2. Никитин А.А. Радиоволновый вибропреобразователь // Межвузовский научный сборник. «Вопросы прикладной физики». Саратов, 2004, Вып. 10. с.87-89.
3. Никитин А.А., Машников В.В., Дробязко С.В. Обнаружение неисправностей подшипников качения методом анализа вибраций. // Межвузовский научный сборник. «Вопросы прикладной физики». Саратов, 2005, Вып. 12. с.129-130.

ACOUSTIC DIAGNOSTICS OF UNIT OF AN AXLE BOX

A.A. Nikitin, S.V. Drobjazko, O.S. Plehanov, E.D.Khvostov

Saratov State University

Data of experimental research on an acoustic field of still unit of an axle box are presented.

ВИБРОПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ НАНОПЕРЕМЕЩЕНИЙ

А.А. Никитин, С.В. Дробязко, О.С. Плеханов

Саратовский государственный университет

Никитин Анатолий Александрович, к.ф.-м.н., доцент кафедры прикладной физики, apd@sgu.ru*Плеханов Олег Сергеевич*, ассистент кафедры прикладной физики, PlekhanovOS@info.sgu.ru

ОАО Саратовский подшипниковый завод

Дробязко Сергей Витальевич, зам.главного конструктора по научным исследованиям.

Приведены данные о бесконтактном радиоволновом сверхвысокочастотном датчике нанометрового диапазона виброперемещений.

Обеспечение высокого уровня возросших требований по изготовлению подшипниковых узлов с низким уровнем вибрации и шума непосредственно связано с созданием высокочувствительных датчиков-источников первичной информации.

Как известно, глубокая диагностика машин и оборудования возможна в основном, по вибрации. Она позволяет диагностировать подшипники и подшипниковые узлы без разборки. Наилучшим образом решение задач вибродиагностики достигается при использовании контрольно измерительного комплекса (КИК) на базе радиоволнового сверхвысокочастотного вибропреобразователя наноперемещений (СВЧ ВП)[1-3]. Он позволяет бесконтактным способом измерять основные параметры вибрации (виброперемещение и виброскорость)

Диапазон измеряемых СВЧ-ВП амплитуд виброперемещений лежит в интервале от единиц нанометров до сотен микрометров; диапазон частот механических колебаний – от единиц до десятка тысяч герц.

По сравнению с традиционными методами (отечественными и зарубежными) используемый бесконтактный метод имеет следующие преимущества:

- Обеспечивает бесконтактные измерения параметров вибрации посредством радиоволнового СВЧ-ВП;
- Исключает зависимость результатов измерения вибрации от состояния контактирующих поверхностей, уровня поджима, температуры зоны контакта, наличия смазки и т.д.;
- Выходной сигнал СВЧ ВП не зависит от магнитных свойств, состава и структуры металла контролируемого объекта;
- Чувствительность к виброперемещению достигает единиц нанометров;
- Динамический диапазон измерений виброперемещений составляет не менее 90 дБ;

- Обнаруживает дефекты на стадии зарождения, позволяет наблюдать динамику их развития и уверенную идентификацию существующих дефектов;

- Реализует неразрушающий метод измерения вибрации в реальном времени с возможностью анализа мгновенных значений виброперемещения и виброскорости.

Динамический диапазон измерений виброперемещения акселерометров фирмы «Брюль и Кьер»:

- 8306 составляет 60 дБ;
- 4370 составляет 70 дБ;
- 4371 составляет 90 дБ.

При установке на антенное устройство СВЧ ВП дополнительной насадки, преобразующей изменения звукового давления в перемещения, вибропреобразователь переходит в режим датчика звукового давления. Технические характеристики конденсаторных микрофонов фирмы «Брюль и Кьер», которые могут использоваться при акустической диагностике устройств приведены в таблице 1 [4]. В нижней строке таблицы для сравнения приведены данные СВЧ ВП, работающего в режиме датчика звукового давления. Из анализа таблицы следует, что радиоволновый СВЧ-ВП, работающий в режиме датчика звукового давления, превосходит известные микрофоны по чувствительности к изменениям звукового давления. Кроме того, в отличие от зарядовых акселерометров и конденсаторных микрофонов, при измерениях с помощью СВЧ-ВП нет необходимости в использовании кондиционирующих усилителей сигналов.

Таким образом, есть все основания полагать, что КИК на основе СВЧ-ВП нанометрового диапазона виброперемещений могут существенно повысить объективность виброакустических характеристик механических систем и найдут применение в диагностировании различных машин и оборудования

Таблица 1

Номер микрофона	Частотный диапазон, Гц	Чувствительность, мВ/Па	Диаметр, дюйм	Применение
4147	0,01 Гц – 18 кГц	3,7 – 18	1/2	Измерение и анализ низкочастотных процессов.
4160	2,6 Гц – 8,5 кГц	47	1	Калибровка микрофонов.
4133	4 Гц – 40 кГц	12,5	1/2	Работа на открытом воздухе.
4135	4 Гц – 100 кГц	4	1/4	Измерение и анализ звуков с высокими уровнями и частотами, исследование импульсных сигналов.
4938*	4 Гц – 70 кГц	1,6	1/4	Измерение и анализ звуков с высокими уровнями и частотами, исследование импульсных сигналов.
СВЧ ВП	10 Гц – 10 кГц	120	3/5	Проведение прецизионных измерений

* Информация по параметрам микрофона от 2004 года.

Практически каждый микрофон имеет диск калибровки, содержащий индивидуальные калибровочные данные. Калибруются микрофоны на частоте 250 Гц.

Библиографический список

1. Никитин А.А., Засорин В.А., «Радиоволновый бесконтактный сверхвысокочастотный вибропреобразователь перемещений» // Тяжелое машиностроение. 2001г. №9. с 5-6.
2. Никитин А.А, Машников В.В, Дробязко С.В. «Обнаружение неисправностей подшипников качения методом анализа вибраций» // Вопросы прикладной физики. Саратов. 2005. вып. 12. с.129-130.
3. Никитин А.А, Дробязко С.В., Плеханов О.С. «Применение СВЧ-датчика виброперемещений для измерения вибрации и шума подшипников» // Саратовский подшипник. Информационно-технический вестник ОАО СПЗ. №3 (II квартал 2006)
4. Кирякин А.В., Железная И.Л. «Акустическая диагностика узлов и блоков РЭА»: -М., Радио и связь. 1984г. 192с.

A VIBROCONVERTER OF NANOMOVEMENTS

A.A. Nikitin, S.V. Drobjazko, O.S. Plehanov
Saratov State University

Data about the non-contact radiowave superhigh-frequency gauge nanometer range of vibrative movements are presented.

ДИСКУССИЯ

УДК530.12:531.18

ВЫВОД ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛОРЕНЦА ПУТЕМ ПРЯМОГО ВЫЧИСЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ И ЗАКОНОВ МЕХАНИКИ

Г.Е. Гарбер,

Саратовский государственный университет

Гарбер Георгий Евгеньевич, garber@mail.saratov.ru

Релятивистская механика строится методами прикладной физики только в границах механики, без электродинамики. На основе реального измерения синхронизированного времени получено уравнение для времени в движущейся системе координат, двойственное к преобразованию Галилея. Найденная взаимосвязь между временными и пространственными координатами приводит к естественному построению вещественного векторного пространства Минковского без искусственного введения мнимого времени. Методы линейной алгебры применяются для доказательства инвариантности основной квадратичной формы и прямого вычисления преобразования Лоренца. Релятивистская кинематика строится на основе пространства Минковского. При этом динамика Ньютона сохраняет свою форму.

Преобразование Лоренца занимает центральное место в релятивистской механике. Оно широко используется также и в других разделах физики, например, в квантовой механике, где необходимым условием является Лоренц-инвариантность. Но это преобразование вводится без достаточного обоснования, а применяемые методы искусственны и формальны. Изложению необходимо придать физический смысл и упростить, сделать его более понятным и доступным для неспециалистов, студентов и школьников.

В стандартном курсе физики релятивистская механика содержится в разделе, посвященном теории электромагнитного поля [1]. Но в механике должно рассматриваться движение материальных точек (mass point) со скоростью $v < c$, в отличие от частиц электромагнитного поля (фотонов). Однако переход к релятивистской механике производится формально и математически некорректно. Так, искусственное предположение, что преобразование смешанных координат x, t должно иметь вид поворота в действительной плоскости не имеет физического смысла, а переход к комплексному пространству формален и необоснован. Другое предположение, об инвариантности квадратичного интервала в пространстве событий, просто не доказано.

Оба указанных предположения не имеют объяснения и в наиболее полном курсе теории относительности В. Паули [2]. Обоснование этих предположений и объяснение физического смысла при движении материальных точек отсутствуют также и в других курсах теории относительности [3]. Наконец, школьный учебник содержит ошибочное объяснение, в котором неправильно указывается область определения формул [4]. Фактически, при выводе преобразования Лоренца используются не любые координаты, а только соответствующие условию $v < c$ [4, с. 200-203].

Американский физик Р. Фейнман подошел к проблеме критически и прямо указал, что преобразование Лоренца взято из электродинамики (так как его применение не меняет форму уравнений Максвелла) [5].

Принимая это преобразование без доказательства, как постулат, он фактически признал недостаточность существующих методов обоснования и заново поставил задачу вывода преобразования Лоренца. Желательно найти наглядное объяснение явлений, ограниченное только разделом релятивистской механики, понять физический смысл и устранить математическую некорректность изложения. Целью изучения должно стать движение механической частицы, понимаемой как материальная точка в смысле И. Ньютона.

Рассматривая измерение времени в физике, можно увидеть, что время в различных точках пространства имеет разное значение. Время в Москве отличается от времени в Лондоне. Грубо эту разницу можно описать с помощью часовых поясов. Общее для всех точек пространства, абстрактное время t не имеет физического смысла. Поэтому А. Эйнштейн предложил принцип синхронизации часов в различных точках пространства. В настоящее время синхронизация осуществляется практическим путем: по радио периодически передаются сигналы точного времени. Можно так обобщить измерение точного времени, чтобы синхронизация производилась непрерывно. Время не должно зависеть от механизма часов, отметил Р. Фейнман, и предложил использовать простейшие электромагнитные часы, где световой сигнал бежит между зеркалами [5]. Используем для измерения времени модифицированные электромагнитные часы. Расположим передатчик сигналов в начале координат, а приемник - в рассматриваемой точке пространства. Сигналы посылаются дискретно, например, через секунду. Приемник имеет счетчик сигналов, количество которых показывает точное локальное время. Такой метод измерения времени естественно назвать часами Эйнштейна. Для часов Эйнштейна принцип синхронизации выполняется автоматически.

Выберем систему координат (x', y', z') , которая движется относительно исходной системы

координат (x, y, z) со скоростью v_s (system's velocity) вдоль оси $0x$: $v_s = (v_s, 0, 0)$. Рассмотрим одномерную модель движения, когда отсутствует перемещение по осям y и z : $y' = y, z' = z$. В нерелятивистском случае пространственные координаты движущейся и исходной системы связывает преобразование Галилея

$$x' = x - v_s t \quad (1)$$

Обозначим на оси $0x$ через 0 и $0'$ начало координат исходной и движущейся системы, которые в начальный момент совпадают. Так как движение передатчика сигналов точного времени не влияет на их скорость, то передатчик движущейся системы можно рассматривать как ретранслятор. Нанесем вдоль оси $0x$ отметки, соответствующие зонам, куда сигнал доходит через i секунд: $x_i = i \cdot c, i = 1, 2, 3$; c – скорость света. Получена шкала для часов Эйнштейна, которая показывает разницу во времени между различными точками пространства и определяется движением сигналов точного времени от передатчика в точке 0 . Между передачей и приемом сигнала точного времени существует разница во времени, зависящая от расстояния, $\Delta t(x)$. Для произвольной точки с координатой x

разница во времени с точкой 0 равна $\frac{x}{c}$.

Аналогично, в движущейся системе координат разница во времени с точкой $0'$ равна $\frac{x'}{c}$.

Наконец, разница во времени между точками 0 и $0'$ равна $\frac{00'}{c}$:

$$\Delta t(x) = \frac{x}{c}, \Delta t'(x') = \frac{x'}{c}, \Delta t(0, 0') = \frac{00'}{c} = \frac{v_s \Delta t(x)}{c} \quad (2)$$

После того, как сигнал достигает точки x , часы в обеих системах полностью синхронизируются, и число вновь получаемых сигналов совпадает. Переходя к текущим значениям времени, в соответствии с (2), окончательно получаем

$$t' = t - \frac{v_s x}{c^2} \quad (3)$$

Это уравнение аналогично преобразованию Галилея для пространственной переменной x . Здесь вместо времени используется зона часовой шкалы $\frac{x}{c}$, а вместо скорости – скорость

движения системы по часовой шкале $\frac{v_s}{c}$.

Полученное уравнение дает зависимость времени t' от пространственной координаты x , двойственную по отношению к преобразованию Галилея. Таким образом, пространственные и временные координаты связаны между собой

линейной зависимостью. Поэтому t – это равноправная координата, эквивалентная пространственной координате x . Естественным путем, на основе законов механики, удалось перейти от одномерного пространства движения по оси $0x$ к двумерному векторному пространству, элементами которого являются векторы с обобщенными координатами (x, t) .

Это наглядное геометрическое представление, связывающее координаты обычного пространства и времени в единое пространство, ввел в физику 100 лет назад Г. Минковский, поэтому естественно использовать название М-пространство (вместо неточного “пространство-время”). Двумерное М-пространство графически изображается в виде плоскости, точка которой задается обобщенными координатами (x, t) и называется событием. В релятивистской механике рассматривается движение частицы со скоростью, близкой к скорости света. Скорость частицы в любой системе координат, согласно принципу постоянства скорости света, не должна превышать скорость света. Преобразование Галилея не соответствует этому условию, и задача становится неразрешимой. Используем идею Р. Фейнмана: “Наткнувшись на неразрешимую задачу, надо сначала отойти в сторону, а затем обобщить” [5]. Поэтому от одномерного преобразования Галилея в евклидовом пространстве перейдем к двумерному преобразованию в М-пространстве, которое соответствует переходу к движущейся системе координат. Такой подход позволяет применить в механике аппарат линейной алгебры. Линейное преобразование в двумерном векторном пространстве задается матрицей с неопределенными элементами

$$\begin{pmatrix} x' \\ t' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$\text{или } (x', t') = A(x, t).$$

Матрица A может быть упрощена с помощью несложных физических рассуждений. Рассмотрим движение начала координат движущейся системы. Для пространственной координаты точки $0'$, в соответствии с (1), (4) выполняются два соотношения. Так как $t(0')$ имеет произвольную величину, из этого следует зависимость между элементами матрицы:

$$\begin{cases} x'(0') = a_{11}x(0') + a_{12}t(0') = 0 \\ x(0') = v_s t(0') \Rightarrow a_{12} = -v_s a_{11} \end{cases} \quad (5)$$

Аналогично для временной координаты точки $0'$, в соответствии с (3), (4) выполняются два соотношения. Так как $x(0')$ имеет произвольную величину, из этого следует зависимость между другими элементами матрицы:

$$\begin{cases} t'(0') = a_{21}x(0') + a_{22}t(0') = 0 \\ t(0') = \frac{v_s x(0')}{c^2} \Rightarrow a_{21} = -\frac{v_s}{c^2} a_{22} \end{cases} \quad (6)$$

Поэтому элементы матрицы A выражаются через два неопределенных коэффициента. Движение фотона, изображается графически в виде одной из двух прямых:

$$x - ct = 0, x + ct = 0 \quad (7)$$

Объединяя два линейных уравнения (7) в одну квадратичную форму, получим уравнение движения фотона:

$$x^2 - c^2 t^2 = 0 \quad (8)$$

Очевидно, что для движения частицы равенство (8) не выполняется. Рассмотрим теперь квадратичную форму f для любых точек М-пространства

$$f(x, t) = x^2 - c^2 t^2 \quad (9)$$

Докажем, что при переходе к движущейся системе координат квадратичная форма f , определенная равенством (9), не изменяется (аналогично квадрату расстояния в евклидовом пространстве).

Лемма Минковского. Для любых точек М-пространства, принадлежащих траектории движения частицы, линейное преобразование A , соответствующее переходу к движущейся системе координат (4), оставляет квадратичную форму f постоянной: $f(x, t) = f(x', t')$.

Другими словами, квадратичная форма f является инвариантом линейного преобразования A .

Доказательство. Подставим преобразованный вектор (x', t') из формулы (4) в квадратичную форму f . Получим следующее соотношение:

$$x'^2 - c^2 t'^2 = b_{11}x^2 + 2b_{12}xt + b_{22}t^2 \quad (10)$$

Вынесем временные переменные уравнения (10) за скобки и перенесем их в левую часть равенства:

$$\frac{t'^2}{t^2} (v'^2 - c^2) = b_{11}v^2 + 2b_{12}v + b_{22} \quad (11)$$

где $v = \frac{x}{t}, v' = \frac{x'}{t'}$ - скорость частицы в соответствующей системе координат. Возьмем преобразованное значение обобщенной координаты t' из выражения (4), используем найденное соотношение для неопределенных коэффициентов (6) и подставим в нее значение скорости v из (11):

$$t' = a_{22} \left(1 - \frac{v_s v}{c^2}\right) t \quad (12)$$

Используя уравнение (12), получаем следующее ограничение для первого множителя в левой части равенства (11):

$$\frac{t'^2}{t^2} \leq a_{22}^2 \left(1 + \frac{|v_s| |v|}{c^2}\right)^2 < 4a_{22}^2 \quad (13)$$

где a_{22} не зависит от скорости v и v' . Затем переходим к пределу в уравнении (11), когда скорость частицы v' стремится к скорости света: $v' \rightarrow c$. При этом произведение в левой части уравнения стремится к нулю, в силу ограничения (13). Вместе с тем, в исходной системе, в соответствии с принципом постоянства скорости света, скорость частицы v стремится к той же величине: $v \rightarrow c$. Следовательно, квадратный многочлен в правой части уравнения (11) имеет те же самые корни, что и левая часть: $v_{1,2} = +c, -c$. Отсюда следует, что коэффициенты соответствующих приведенных многочленов совпадают, что приводит к известному соотношению:

$$x'^2 - c^2 t'^2 = b_{11}(v_s)(x^2 - c^2 t^2) \quad (14)$$

Далее рассмотрим обратный переход от движущейся системы координат (x', t') к исходной системе (x, t) . Такому переходу соответствует обратное линейное преобразование в М-пространстве с обратной матрицей A^{-1} . Обратное преобразование A^{-1} переводит форму в правой части равенства (14) в произведение такого же вида, причем скорость берется с противоположным знаком

$$f(x', t') = b_{11}(v_s) f(x, t) = b_{11}(v_s) b_{11}(-v_s) f(x', t') \quad (15)$$

В соответствии с принципом относительности Эйнштейна можно считать, что обе системы координат эквивалентны между собой: $(x, t) \leftrightarrow (x', t')$. Поэтому знак скорости не влияет на величину коэффициента: $b_{11}(v_s) = b_{11}(-v_s)$.

Тогда из равенства (15) следует $b_{11}(v_s) = 1$. Таким образом, установлена инвариантность квадратичной формы $f(x, t)$ для всех векторов М-пространства

$$x'^2 - c^2 t'^2 = x^2 - c^2 t^2 \quad (16)$$

Фундаментальная квадратичная форма $f(x, t)$ М-пространства называется гиперболической формой и заменяет эллиптическую форму евклидова пространства. Свойство инвариантности (16) используется для прямого вычисления неопределенных коэффициентов матрицы A . Учитывая найденные формулы для коэффициентов (5), (6), запишем координаты преобразованного вектора (x', t')

$$\begin{cases} x' = a_{11}(x - v_s t) \\ t' = a_{22} \left(t - \frac{v_s}{c^2} x\right) \end{cases} \quad (17)$$

Подставим найденные координаты (17) в фундаментальную квадратичную форму и используем доказанное свойство инвариантности (16)

$$a_{11}^2(x - v_s t)^2 - c^2 a_{22}^2(t - \frac{v_s}{c^2} x)^2 = x^2 - c^2 t^2 \quad (18)$$

Равенство (18) выполняется для всех значений координат, которые соответствуют всевозможным траекториям частиц с любыми скоростями: $v < c$. Приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях переменных, находим значения неопределенных коэффициентов:

$$a_{11} = a_{22} = \left(\sqrt{1 - \frac{v_s^2}{c^2}} \right)^{-1}. \text{ Таким образом, путем}$$

прямого вычисления доказано, что линейное преобразование А в М-пространстве, соответствующее переходу к движущейся системе координат, является преобразованием Лоренца и может быть представлено в матричной форме:

$$\begin{pmatrix} x' \\ t' \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_s^2}} \begin{pmatrix} 1 & -v_s \\ -\frac{v_s}{c^2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix} \quad (19)$$

где $\beta_s = \frac{v_s}{c}$ – относительная скорость системы.

Отметим, что общий множитель для всех элементов матрицы, который называется коэффициентом сокращения, был предложен К. Лоренцем без доказательства, как постулат, только для пространственных координат. Преобразуем М-пространство, изменив масштаб по оси времени $(x, t) \rightarrow (x, ct)$. После этой замены обе компоненты вектора имеют одинаковую физическую размерность в единицах длины, а квадратичная форма получает симметричный вид $f(x_1, x_4) = x_1^2 - x_4^2; x_1 = x, x_4 = ct$.

Преобразование Лоренца сохраняет эту инвариантную гиперболическую форму и называется гиперболическим поворотом в двумерном подпространстве (x_1, x_4) [6], в отличие от обычного поворота, который искусственно вводится в курсе [1]. В общем случае, преобразование Лоренца, соответствующее переходу к движущейся системе координат, есть произведение двух линейных преобразований – двумерного гиперболического поворота (19) и ортогонального преобразования в обычном трехмерном пространстве (x, y, z) . Ортогональное преобразование переводит ось $0x$ в вектор скорости системы и сохраняет расстояние $l = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ между точками. Поэтому квадратичная гиперболическая форма общего вида, полученная из (9) заменой x на расстояние l :

$f(x, y, z, t) = x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2$ также является инвариантом, так как сохраняется при обоих преобразованиях.

Исходя из полученных результатов, введем понятие собственного времени частицы. Для движущейся частицы вводится собственная

система координат, начало которой совмещено с частицей, ось $0'x'$ направлена по направлению движения, а скорость движения равна скорости частицы $v_s = v$. Подставим значение координаты частицы $x' = 0$ в первое уравнение преобразования Лоренца (19), а затем найденное значение координаты x подставим во второе уравнение. Получим значение собственного времени частицы τ [7]:

$$\tau \equiv t' = t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = t \sqrt{1 - \beta^2}; \beta = \frac{v}{c} \quad (20)$$

где v – скорость движения частицы.

Рассмотрим бесконечно малый интервал в пространстве событий, которому соответствует бесконечно малый вектор в М-пространстве (dx, dy, dz, cdt) . При переходе к собственной системе координат частицы выполняется равенство:

$$dx'^2 + dy'^2 + dz'^2 - c^2 d\tau^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2 \quad (21)$$

где нужно положить $dx' = dy' = dz' = 0$.

Поэтому дифференциал собственного времени частицы (20), выражающийся через дифференциальную квадратичную форму (21), также является инвариантом преобразования Лоренца, и равен, согласно [7]

$$d\tau = \frac{1}{c} \sqrt{c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2} = dt \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = dt \sqrt{1 - \beta^2} \quad (22)$$

Очевидно, что в нерелятивистском пределе дифференциалы собственного и обычного времени совпадают. В отличие от механики Ньютона,

величина $\mathbf{v} = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt} \right)$ не является вектором

М-пространства. Это происходит потому, что М-пространство четырехмерно, и величина dt есть компонента вектора, а не скалярная величина. В векторном пространстве векторы можно умножать только на скалярные величины, которые не зависят от выбора системы координат и инвариантны при линейных преобразованиях. Свойством инвариантности обладает только собственное время частицы $d\tau$, а не обычное время dt , которое зависит от системы координат.

Использование понятия собственного времени позволяет ввести обобщенную релятивистскую скорость частицы, которая является вектором в четырехмерном М-пространстве. Вектор обобщенной релятивистской скорости определяется как производная от вектора обобщенных координат по собственному времени частицы (индекс g означает generalized – обобщенный):

$$\mathbf{v}_g = \left(\frac{dx}{d\tau}, \frac{dy}{d\tau}, \frac{dz}{d\tau}, \frac{cdt}{d\tau} \right) \quad (23)$$

Три пространственных компоненты этого вектора представляют релятивистскую скорость и отличаются от компонентов нерелятивистской

скорости на коэффициент сжатия, согласно (22). В нерелятивистском пределе ($\beta \rightarrow 0$) выражения для релятивистской и обычной скорости совпадают:

$$v_{gi} = \frac{dx_i}{dt\sqrt{1-\beta^2}}; x_1 = x, x_2 = y, x_3 = z \quad (24)$$

Обобщенная четырехмерная скорость в М-пространстве соответствует обычной скорости нерелятивистской механики. При таком подходе все отличия релятивистской механики относятся к разделу кинематики, а форма уравнений динамики полностью сохраняется. Основной динамической характеристикой частицы остается вектор импульса. Естественно определить вектор обобщенного импульса как произведение вектора обобщенной скорости (23) на величину массы частицы m , которая равна обычной массе в классической механике Ньютона [7]:

$$\mathbf{p}_g = m\mathbf{v}_g = \left(\frac{m dx}{dt\sqrt{1-\beta^2}}, \frac{m dy}{dt\sqrt{1-\beta^2}}, \frac{m dz}{dt\sqrt{1-\beta^2}}, \frac{mc}{\sqrt{1-\beta^2}} \right) \quad (25)$$

Величина $m_R = \frac{m}{\sqrt{1-\beta^2}}$ называется

релятивистской массой. При таком подходе релятивистская масса получена как прямой результат вычислений, и ее не нужно вводить искусственно. Таким образом, удалось избежать сложного теоретического обоснования для этой формулы, дающей зависимость релятивистской массы от скорости частицы [5, с. 31-35]. Не нужно, как обычно, вводить два значения массы m и m_0 , что усложняет понимание и приводит к ошибкам [4, с. 266].

Импульс характеризует собственные динамические свойства частицы, и это служит дополнительным физическим аргументом, что собственное время применяется правильно при дифференцировании вектора обобщенных координат. Три пространственных компоненты вектора обобщенного импульса, аналогично (24), соответствуют компонентам обычного импульса, отличаются от них коэффициентом сжатия и в нерелятивистском пределе ($\beta \rightarrow 0$) совпадают:

$$p_{gi} = \frac{m dx_i}{dt\sqrt{1-\beta^2}}; i = 1, 2, 3 \quad (26)$$

Основной закон релятивистской динамики – это второй закон Ньютона, как и в классической механике [7]. Применяя найденные физические величины – вектор обобщенного импульса (25) и собственное время (22) и вводя новую физическую величину – вектор обобщенной силы \mathbf{F}_g , получим дифференциальную форму закона Ньютона:

$$d(\mathbf{p}_g) = \mathbf{F}_g d\tau \quad (27)$$

$$\text{где } \mathbf{F}_g = \left(\frac{F_1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \frac{F_2}{\sqrt{1-\beta^2}}, \frac{F_3}{\sqrt{1-\beta^2}}, \frac{F_4}{\sqrt{1-\beta^2}} \right).$$

Следовательно, закон Ньютона в инвариантной форме сохраняется, если заменить трехмерные векторы евклидова пространства четырехмерными векторами М-пространства. Аналогично обобщенному импульсу, три пространственных компоненты вектора обобщенной силы соответствуют компонентам обычной силы, отличаются от них коэффициентом сжатия и в нерелятивистском пределе $\beta \rightarrow 0$ совпадают. Обобщенная форма закона Ньютона имеет инвариантный вид и сохраняется при преобразованиях Лоренца, так как использует четырехмерные векторы обобщенных координат М-пространства.

Из этого уравнения можно выразить величины $F_i, i = 1, 2, 3$, которые являются компонентами обычной силы в механике Ньютона, но не образуют вектор в М-пространстве. Формулы для компонент силы получаются переходом от $d\tau$ к dt (22). Подставив выражение собственного времени (22) в инвариантную форму закона Ньютона (27), в соответствии с (26), получим значения компонент силы [7]:

$$F_i = \frac{d}{dt}(p_{gi}) = m \frac{d}{dt} \left(\frac{dx_i}{dt\sqrt{1-\beta^2}} \right); i = 1, 2, 3 \quad (28)$$

Таким образом, вид второго закона Ньютона для компонентов отличается от классической формы только коэффициентом сжатия. В заключение приведем без доказательства важный результат релятивистской динамики. Используя найденные формулы для компонентов силы (28) и значение квадратичной формы f для вектора обобщенного импульса (25), путем прямого интегрирования по траектории движения можно вычислить фундаментальную формулу Эйнштейна для полной энергии частицы [7]:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad (29)$$

где m – масса в смысле Ньютона.

Отсюда следует, что четвертая компонента вектора обобщенного импульса (25) представляет полную энергию частицы $p_{g4} = \frac{E}{c}$, а сам вектор

\mathbf{p}_g можно назвать вектором энергии-импульса. Соответственно, четвертая компонента вектора обобщенной силы (27) содержит величину F_4 , которую можно интерпретировать как мощность $F_4 = \frac{1}{c} \frac{dE}{dt}$.

Выводы. Предложен метод прямого вычисления физических величин в векторном пространстве обобщенных координат, который применяется для вывода уравнений релятивистской механики. Начальные условия определяются из наглядных предположений. Объясняется физический смысл векторного

пространства Минковского на основе представлений о реальном измерении времени. Установлено соответствие между движением системы координат и линейным преобразованием векторного пространства. Приводится доказательство инвариантности основной квадратичной формы пространства Минковского. Путем прямого вычисления, без дополнительных предположений, выводятся формулы преобразования Лоренца. Найдена величина собственного времени частицы и показана ее инвариантность. Поэтому векторные кинематические величины релятивистской механики определяются с применением

собственного времени частицы, а не обычного времени. Переход к релятивистской динамике производится на основе определения вектора обобщенного импульса. Приведена инвариантная формулировка второго закона Ньютона. В соответствии с подходом Р. Фейнмана, вычисления произведены только с действительными величинами, имеющими физический смысл, а комплексификация исключена. Расчет не выходит за рамки классической механики и позволяет обойтись без дополнительных предположений о природе пространства-времени.

Библиографический список

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 2. Теория поля. М., 2001.
2. Паули В. Теория относительности. М., 1991.
3. Угаров В.А. Специальная теория относительности. М., 1977.
4. Мякишев Г.Я., Синяков А.З. Физика: Оптика. Квантовая физика: Учебник. М., 2001.
5. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Вып.2. М., 1965.
6. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. М., 1986.
7. Лич Дж.У. Классическая механика. М., 1961.

INFERENCE OF LORENTZ TRANSFORMATIONS BY DIRECT CALCULATION ON THE BASIS OF PHYSICAL REPRESENTATIONS AND LAWS OF MECHANICS

Garber G.

Saratov State University

Relativistic mechanics is build by methods of applied physics in the limits of classic mechanics, without electrodynamics. On the basis of real measurement of synchronized time, the equation for time in moving coordinate system, dual to Galilei transformation, is derived. The obtained relationship between temporal and space coordinates leads to natural construction of Minkowski real vector space without assumption for imaginary time. Methods of linear algebra are used to prove the invariance of basic quadratic form and direct calculation of Lorentz transformations. Relativistic kinematics is build on the basis of Minkowski space preserving Newton dynamics.