

ISSN 0868-6238

ПОСВЯЩАЕТСЯ 100-ЛЕТИЮ ИМПЕРАТОРСКОГО САРАТОВСКОГО  
УНИВЕРСИТЕТА

# ВОПРОСЫ ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКИ



ИЗДАТЕЛЬСТВО  
САРАТОВСКОГО  
УНИВЕРСИТЕТА



*Выпуск 15*

**2008**

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТРУМЕНТАРИЙ ДЛЯ ОПЕРАТОРНОГО ОПИСАНИЯ  
ХАОТИЧЕСКИХ СИСТЕМ. II

В.М. Аникин, С.С. Аркадакский, С.Н. Купцов, А.С. Ремизов, С.В. Чебаненко

Саратовский государственный университет,

*Аникин Валерий Михайлович*, д.ф.-м.н., профессор, AnikinVM@info.sgu.ru

*Аркадакский Сергей Сергеевич*, к.ф.-м.н., доцент,

*Купцов Сергей Николаевич*, ст. преподаватель,

*Ремизов Александр Сергеевич*, к.ф.-м.н., ассистент,

*Чебаненко Сергей Владимирович*, инженер

Проводится обзор основных особенностей применения аппарата функционального анализа в операторном исследовании одномерных дискретных динамических систем, демонстрирующих хаотическое поведение. В части II обзора иллюстрируется методика исследования спектральных свойств линейного несамосопряженного оператора Перрона-Фробениуса для отображения Гаусса.

**ВВЕДЕНИЕ**

Нелинейное преобразование

$$x_{n+1} = Tx_n = \left\{ \frac{1}{x_n} \right\}, x \in \Omega \in (0,1), n = 0,1,2,\dots \quad (1)$$

носит название отображения Гаусса (отображения для непрерывных дробей, Gauss' map, continued fraction map) [1–10]. Это отображение ставит в соответствие (однозначным образом) каждому иррациональному числу из единичного интервала иррациональное число из того же интервала. Отображение не является обратимым (взаимнооднозначным), поскольку каждое числообраз имеет счетное количество прообразов, а точками разрыва итеративной функции (1) являются точки последовательности  $1/n, n=1,2,\dots$ . Циклы отображения (1) – иррациональные числа, представляемые периодическими непрерывными (цепными) дробями [10].

Фундаментальными свойствами отображения Гаусса как эндоморфизма являются свойства эргодичности, перемешивания и точности [10–19] (определение этих понятий см. в части I данного обзора [20]). Преобразование (1) замечательно тем, что оно, во-первых, является первым в истории нелинейной науки хаотическим отображением, возникшим в теории чисел 200 лет назад; во-вторых, оно стало своего рода полигоном для решения задач на собственные функции и собственные значения ассоциированного с ним оператора Перрона-Фробениуса (эта тематика перешагнула уже в третье столетие: задача Гаусса существенно стимулирует развитие функционального анализа) и, наконец, отображение нашло необычное модельное применение в анизотропной модели ранней эволюции Вселенной (после момента «Большого Взрыва») [21–30].

Сам Гаусс пытался решить следующую вероятностную задачу: полагая начальное значение  $x_0$  равномерно распределенной случайной величиной, найти скорость установления инвариантного распределения в динамической системе (1). Великому математику были известны и вид инвариантного распределения, и уравнение, которому подчиняются вероятностные распределения  $F_n(x) = P\{x_n < x\}$  случайных

величин  $x_n$  (т.е. уравнение, которое принято называть сегодня уравнением Перрона-Фробениуса), но он не ставил целью записать точные выражения для этих распределений.

Первые результаты на пути решения задачи Гаусса были получены Р.О. Кузьминым, А.Я. Хинчиным и П. Леви [2-4, 7-10, 31-34], в связи с чем в современной литературе иногда применяется терминология "теорема Гаусса–Кузьмина", "теорема Кузьмина". Впоследствии выяснилось, что решение задачи Гаусса связано с нахождением собственных чисел оператора Перрона-Фробениуса, и его второе собственное число называют "константой Гаусса–Кузьмина–Леви–Вирсинга–Бабенко" [25–35]. Обзор работ [25–35] и составляет основной предмет настоящего изложения.

**1. СОБСТВЕННЫЕ ФУНКЦИИ И ЧИСЛА ОПЕРАТОРА ПЕРРОНА-ФРОБЕНИУСА ДЛЯ ОТОБРАЖЕНИЯ ГАУССА**

Оператор Перрона-Фробениуса (ОПФ) для отображения Гаусса имеет вид

$$Pf(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(x+k)^2} f\left(\frac{1}{x+k}\right). \quad (2)$$

«Неподвижной точкой» оператора (2) является инвариантная плотность

$$f^*(x) = \frac{1}{\ln 2} \frac{1}{1+x}, \quad (3)$$

которой соответствуют собственное число  $\lambda_1 = 1$  и интегральный закон распределения

$$F^*(x) = \frac{1}{\ln 2} \ln(1+x) = \log_2(1+x). \quad (4)$$

В явном точном аналитическом виде остальные собственные функции, собственные числа и вероятностные распределения для отображения Гаусса не найдены. Для определения их вида прибегают к машинным расчетам, организация которых требует особой тщательности в силу несамосопряженности ОПФ. Так, при первых численных расчетах было получено *несуществующее собственное число!* Этот факт "битвы в пути" за знание собственных чисел ОПФ отображения Гаусса зафиксирован в препринте [36] и монографии [39] (в последнем случае – с

обсуждением полученного эффекта). Подтвержденные расчетами ряда авторов собственные значения оператора Перрона-Фробениуса для отображения Гаусса даны в табл. Первое собственное число  $\lambda_1 = 1$ ; оно соответствует собственной функции в виде инвариантной плотности отображения. Как видно из первой строки таблицы, собственные числа оператора Перрона-Фробениуса *знакопеременны*. Во второй строке таблицы для сравнения приведены величины  $(-1)^{n-1} 3^{-(n-1)}$ . Это собственные числа оператора Перрона-Фробениуса для инверсного сдвига Бернулли с коэффициентом 3 [10]:

$$x_{n+1} = \begin{cases} 1 - 3x_n, & 0 \leq x_n < 1/3, \\ 2 - 3x_n, & 1/3 \leq x_n < 2/3, \\ 3 - 3x_n, & 0 \leq x_n \leq 1. \end{cases}$$

Несмотря на крохотное отличие этих величин от первых собственных чисел оператора Перрона-Фробениуса для отображения Гаусса, речь не идет о буквальной эмуляции отображения Гаусса простым кусочно-линейным отображением. Здесь интересен качественный аспект: хаотические отображения с полными ветвями, имеющими "отрицательный" наклон, обладают в дискретном спектре оператора Перрона-Фробениуса знакопеременными собственными числами.

Таблица

**Собственные числа операторов Перрона-Фробениуса отображения Гаусса и триадического инверсного сдвига Бернулли**

	$\lambda_3$	$\lambda_4$	$\lambda_2$	$\lambda_5$	$\lambda_6$	$\lambda_7$
Отображение Гаусса	0.10088	-0.03550	-0.303663	0.01284	-0.00472	0.00175
Инверсный сдвиг	0,(1)	-0,0(370)	-0,(3)	0,01234567	-0,0041115	0,001372

В [36, табл. 4 на с. 54] и в [39, с. 589], в таблице собственных значений, полученных при самых первых расчетах, наблюдается "сбой" в знаках собственных чисел: 0.9999999, -0.30366300, 0.1008845, -0.04084584, -0,0354962, 0.0128438. В этом ряду пятое число - машинный "фантом", такого собственного значения оператор на самом деле не имеет! Комментируя "нарушение гармонии" в указанном ряду собственных значений, К.И. Бабенко отмечает: "это удивительно, если учесть, сколь совершенна аппроксимация, примененная нами". Объяснение и одновременно предостережение крупнейшего специалиста в области численного анализа на будущее: "Для *самосопряженных* операторов такие "казусы" невозможны, и данный пример является предупреждением, что в *несамосопряженном* случае при дискретизации следует ожидать всяческих подвохов" [39]. *Несамосопряженность* – определяющее свойство оператора Перрона-Фробениуса, которое обуславливает неортogonalность системы его собственных функций.

Обратим внимание на один универсальный и удобный критерий проверки правильности как аналитических, так и численных расчетов собственных функций оператора Перрона-Фробениуса.

**Свойство собственных функций оператора Перрона-Фробениуса.** Пусть  $\psi_k(\alpha)$  и  $\lambda_k$ ,  $k=1,2,\dots$  – соответственно собственные функции и собственные числа оператора Перрона-Фробениуса  $Pf(\alpha)$  некоего хаотического отображения (сохраняющего меру на некотором сегменте), так что  $P\psi_k(\alpha) = \lambda_k \psi_k(\alpha)$ . (5)

Покажем, что интеграл по мере Лебега от собственных функций  $\psi_k(\alpha)$ , начиная со второй, на области определения отображения равен нулю:

$$\int_A \psi_k(x) dx = 0, \quad k = 2, 3, \dots \quad (6)$$

(Инвариантная плотность  $\psi_1(x)$  нормирована:

$$\int_A \psi_1(x) dx = 1).$$

Доказательство приведенного утверждения в самом общем виде занимает буквально одну строку (впервые оно было опубликовано нами в [46]). На основе определения ОПФ [20] для хаотического отображения и его собственных функций имеем:

$$P\psi_n(x) = \int_0^1 \psi_n(\xi) \delta(x - \varphi(\xi)) d\xi = \lambda_n \psi_n.$$

Интегрируя это соотношение на интервале определения отображения, получим (в силу свойств дельта-функции):

$$\lambda_n \int_A \psi_n(x) dx = \int_A d\xi \psi_n(\xi) \int_A \delta(x - T\xi) dx \equiv \int_A \psi_n(\xi) d\xi,$$

что (при исключении вариантов  $\lambda_n = 0$ ,  $\lambda_n = 1$ ) и означает (6).

В литературе можно найти конкретные примеры, подтверждающие выполнимость соотношения (6). Например, свойство равенства нулю (на единичном отрезке) интегралов от полиномов Бернулли (собственных функций оператора Перрона-Фробениуса для всех сдвигов Бернулли) можно извлечь из общего интегрального соотношения

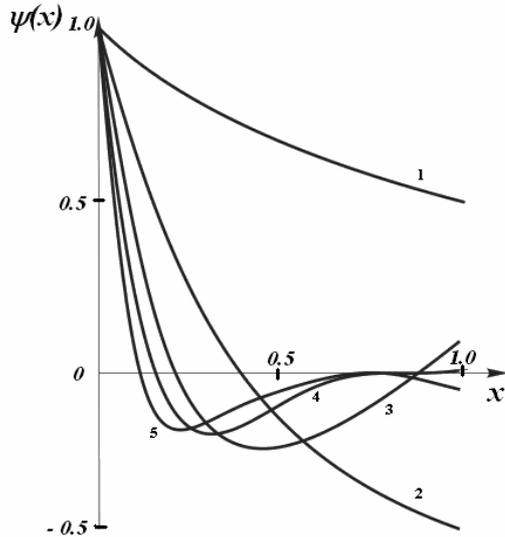
$$\int_0^1 B_k^{(n)}(x)dx = B_k^{(n-1)}, \text{ где } B_k^{(n)}(x) \text{ и } B_k^{(n)} = B_k^{(n)}(0) -$$

соответственно полиномы и числа Бернулли порядка  $n$  [47]. В монографии М. Иосифеску и К. Крааикэмпа [9] и статьях Д. Майера [41-42] это свойство соотносится со свойствами оператора проектирования

$$P_1 f(z) = \psi_1(z) \int_0^1 f(x)dx \text{ для}$$

$$\text{отображения Гаусса: } \int_0^1 \psi_i(x)dx = 0 = P_i \psi_i.$$

На рис.1 представлены графики первых собственных функций оператора Перрона-Фробениуса отображения Гаусса [36]. Для каждой собственной функции площади криволинейных трапеций, образованных кривыми выше и ниже оси абсцисс, представляются равными, что свидетельствует в пользу правильности проведенных вычислений.



**Рис.1.** Собственные функции отображения Гаусса [36]: 1 – инвариантная плотность, 2–5 – собственные функции следующих порядков (ординаты показаны с масштабным коэффициентом ln2)

**2. СХОДИМОСТЬ К ИНВАРИАНТНОМУ РАСПРЕДЕЛЕНИЮ**

Эргодичность и перемешивающие свойства отображения Гаусса обуславливают наличие у него инвариантной меры и сходимости произвольного начального распределения для стартового значения  $X_0$  как случайной величины к инвариантной плотности. Эволюция вероятностных распределений – от некоторой начальной плотности  $f_0(x)$  (начального закона распределения  $F_0(x)$ ) к инвариантной плотности  $f^*(x)$  (инвариантному закону распределения  $F_n(x)$ ) – определяется уравнениями [7–10]:

$$f_{n+1}(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(x+k)^2} f_n\left(\frac{1}{x+k}\right), \quad (7)$$

$$F_{n+1}(x) = \int_0^x f_{n+1}(t)dt = \sum_{k=1}^{\infty} \left( F_n\left(\frac{1}{k}\right) - F_n\left(\frac{1}{k+x}\right) \right). \quad (8)$$

В первых работах [3, 31-34], посвященных решению задачи Гаусса, сходимость начального распределения к инвариантному исследовалась в пространстве функций, интегрируемых по Риману. Впоследствии более сильные (и точные) результаты как по оценке сходимости к равновесному состоянию, так и по оценке скорости расщепления корреляций наблюдаемых были получены методами функционального анализа.

Преобразование, сохраняющее меру, индуцирует изометрический оператор Купмана, сохраняющий величину внутреннего (скалярного) произведения функций, принадлежащих этому пространству  $((Uf, Ug) = (U, g))$  [48–51]. Оператор Купмана для отображения Гаусса определяется как

$$Uf(x) = f(Tx) = f(x^{-1} \text{ mod } 1). \quad (9)$$

Первая собственная функция оператора (9) – константа, что служит одним из определений эргодичности отображения. Сопряженный для (9) линейный оператор в гильбертовом пространстве задается общим соотношением:

$$(Uf, g) = (f, U^*g), \quad (10)$$

где  $(f, g) = \int_0^1 f(x)\overline{g(x)}d\mu(x)$  означает внутреннее

произведение комплекснозначных функций (черта сверху означает комплексное сопряжение) по мере Гаусса. Выписывая левую часть (10) с учетом кусочно-нелинейного характера отображения Гаусса и соответствующей меры  $d\mu = dx/(1+x)$ , можно получить для оператора, сопряженного оператору Купмана, выражение [41–42]:

$$U^*f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x+1}{(x+n)(x+n+1)} f\left(\frac{1}{x+n}\right). \quad (11)$$

Форму (11) имеет и оператор Перрона-Фробениуса по гауссовой мере (модифицированный оператор Перрона-Фробениуса)  $Vf(z)$ , действующий в другом функциональном пространстве – банаховом пространстве голоморфных функций с областью определения

$$D = \{z \in \mathbb{C} : |z-1| < 3/2\} \quad [42]:$$

$$Vf(z) = \frac{1}{f^*(z)} P(f^*(z)f(z)) =$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z+1}{(z+n)(z+n+1)} f\left(\frac{1}{z+n}\right) \quad (12)$$

При изучении спектральных свойств линейных операторов, ассоциированных с отображением Гаусса, первые результаты были получены Э. Вирсингом [35]. Он ввел в рассмотрение три линейных положительно определенных и ограниченных оператора. Один из них (S) задает преобразование законов распределения (ср. с (8)):

$$F_{n+1}(x) = SF_n(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \left( F_k\left(\frac{1}{k}\right) - F_{k+1}\left(\frac{1}{k+1}\right) \right). \quad (13)$$

Второй оператор  $T$  (по форме совпадающий с модифицированным оператором Перрона-Фробениуса (12)) описывает преобразование функций  $f_n(x) = (1+x)F'_n(x)$ , получаемых дифференцированием (эта возможность специально оговаривается)  $F_n(x)$ :

$$f_{n+1}(x) = Tf_n(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1+x}{(k+x)(k+1+x)} f\left(\frac{1}{k+x}\right). \quad (14)$$

Третий линейный оператор вводится в предположении дифференцируемости уже функций  $f_n(x)$  (требуется существование ограниченных производных, что позволяет почленно дифференцировать сходящиеся ряды). Если  $g_n(x) = f'_n(x)$ , то

$$Ug_n(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{(k+1+x)^2} \int_{1/(k+1+x)}^{1/k+x} g_n(y) dy + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1+x}{(k+x)^3(k+1+x)} g_n\left(\frac{1}{k+x}\right) \quad (15)$$

Вирсинг показал, что оператор (15) может быть использован для получения оценки погрешности  $r_n(x)$  (он порождает функции с малыми значениями) в формуле

$$F_n(x) = \log_2(1+x) + r_n(x), \quad (16)$$

так что

$$F_n(x) = \log_2(1+x) + (-\lambda)^n \Psi(x) + O(x(1-x)\mu^n), \quad (17)$$

где  $0 < \mu < \lambda$  – константа. Функция  $\Psi(x)$  на единичном отрезке  $[0,1]$  играет роль (второй) собственной функции оператора Перрона-Фробениуса (13), которой отвечает собственное число  $(-\lambda)$ :  $S\Psi(x) = -\lambda\Psi(x)$ . Функция  $\Psi$  аналитична в комплексной плоскости за исключением разреза  $(-\infty, -1)$  и удовлетворяет функциональному уравнению:

$$\Psi(z) = \Psi(z+1) = \frac{1}{\lambda} \Psi\left(\frac{1}{1+z}\right), \quad \Psi(0) = \Psi(1) = 0.$$

Постоянная  $\lambda$  вычислена к настоящему времени с большой точностью (здесь приводятся первые 100 цифр, из них первые 39 даются у Д. Кнута [8]):

$-\lambda = 0.30366\ 30028\ 98732\ 65859\ 7$   
 $4481\ 21901\ 55623\ 31108\ 77352\ 25$   
 $36578951\ 88245\ 48146\ 72269\ 9529$   
 $4\ 24691\ 09843\ 40811\ 93436\ 36368...$

Д. Кнут вслед за Э. Вирсингом называет второе собственное число оператора Перрона – Фробениуса отображения Гаусса "фундаментальной константой, к счастью, никак не связанной с более известными постоянными" [8].

Напомним, что первый, главный член в разложениях (16), (17) – инвариантный закон, которому отвечает единичное собственное значение. Влияние остальных собственных функций эволюционного оператора в формулах представлено

лишь остаточным членом, оценивающим порядок погрешности разложения.

К.И. Бабенко построил полное разложение вероятностей распределения  $F_n(x)$  через собственные функции оператора Перрона – Фробениуса [36–39] в виде:

$$F_n(x) = \log_2(1+x) + \sum_{j=2}^{\infty} \lambda_j^{n-1} \Psi_j(0) \int_0^x \Psi_j(x) dx \quad (18)$$

( $0 \leq x \leq 1, n \geq 1$ ). Коэффициенты этого разложения содержат степени собственных чисел оператора  $\lambda_k$  и значения собственных функций  $\Psi_k(x)$  в нуле –  $\Psi_k(0)$ . Вторая собственная функция  $\Psi_2(x)$  совпадает с функцией Вирсинга  $\Psi(x)$ .

Получение результата (18) связано с определением оператора Перрона-Фробениуса (2) в пространстве голоморфных ограниченных функций  $H^2$  (пространство Харди), задаваемых в полуплоскости  $\text{Re } z > -1/2$ :

$$\int_R \left| f\left(-\frac{1}{2} + iy\right) \right|^2 dy < \infty.$$

В этом пространстве определено скалярное произведение функций, и оно, следовательно, может быть нормировано. Оператор Перрона-Фробениуса в данном функциональном пространстве имеет вид:

$$Pf(z) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(z+k)^2} f\left(\frac{1}{z+k}\right). \quad (19)$$

Далее в работах [36–39] последовательно вводятся:

а) линейный оператор  $M : L^2(\mathbb{R}_+) \rightarrow H$  (его существование доказывается)

$$M\varphi(z) = \int_{\mathbb{R}_+} \exp(-zs - s/2) \varphi(s) ds, \quad (20)$$

$$\varphi \in L^2(\mathbb{R}_+), \quad \text{Re } z > -1/2$$

который устанавливает изометрический изоморфизм ( $\|f\|_H = \|\varphi\|_2$ ) между пространством Харди и гильбертовым пространством  $L^2$ ;

б) обратимый линейный оператор в гильбертовом пространстве функций (действительного положительного аргумента):

$$S\varphi(s) = \left(\frac{1-e^{-s}}{s}\right)^{1/2} \varphi(s), \quad S^{-1}\varphi(s) = \left(\frac{s}{1-e^{-s}}\right)^{1/2}, \quad ; \quad (21)$$

$$\varphi \in L^2(\mathbb{R}_+), \quad s \in \mathbb{R}_+$$

в) линейные операторы, осуществляющие взаимные преобразования функциональных пространств:

$$A = SM^{-1} : H \rightarrow L^2(\mathbb{R}_+); \quad ; \quad (22)$$

$$A^{-1} = MS^{-1} : S(L^2(\mathbb{R}_+)) \rightarrow H$$

г) интегральный симметричный линейный оператор

$$K : L^2(\mathbb{R}_+) \rightarrow L^2(\mathbb{R}_+),$$

$$K\varphi(s) = \int_{\mathbb{R}_+} k(s,t)\varphi(t)dt, \quad (23)$$

$$\varphi \in L^2(\mathbb{R}_+), \quad s \in \mathbb{R}_+$$

где непрерывное ядро оператора суть

$$k(s,t) = k(t,s) = \frac{J_1(2\sqrt{st})}{((e^s - 1)(e^t - 1))^{1/2}}, \quad s, t \in \mathbb{R}_+;$$

$$J_1(s) = \frac{s}{2} \sum_{k \in \mathbb{N}} \frac{(-1)^k}{k!(k+1)!} \left(\frac{s}{2}\right)^{2k}, \quad s \in \mathbb{R}_+$$

– функция Бесселя первого рода.

Замечательный момент, достигаемый введением операторов (19)–(23), заключается в том, что оператор Перрона-Фробениуса (19) может быть представлен преобразованием:

$$Pf(z) = (A^{-1}KA)f(z), \\ P^n f(z) = (A^{-1}K^n A)f(z), \quad (24)$$

что приводит к весьма существенным выводам относительно спектральных свойств оператора Перрона-Фробениуса. Интегральный симметричный оператор (23) с непрерывным ядром, будучи компактным оператором в гильбертовом пространстве, имеет только действительные собственные значения  $\lambda_j, j \in \mathbb{N}_+$ , причем  $\lim_{j \rightarrow \infty} |\lambda_j| \rightarrow 0$ . Максимальное по модулю собственное значение оператора  $K$  является простым ( $\lambda_1 = 1$ ). Поскольку спектры операторов (19) и (23) совпадают, оператор Перрона-Фробениуса отображения Гаусса имеет вещественный дискретный спектр! Более того, для любого  $\varepsilon > 0$  имеет место  $\sum |\lambda_j|^\varepsilon < \infty$  (свойство ядерности оператора [48–51]), так что, например,

$$\text{Tr}K = \sum_{j \in \mathbb{N}_+} \lambda_j = \int_{\mathbb{R}_+} k(s,s)ds = 0.7711255237...$$

Далее, действительные собственные функции  $\varphi_j$  оператора (23), отвечающие значениям  $\lambda_j$ , в гильбертовом пространстве образуют полную ортонормированную систему функций (ноль не является собственным числом оператора  $K$ ). Собственные функции оператора Перрона-Фробениуса суть

$$\psi_j(z) = A^{-1}\varphi_j(z) = \int_0^\infty e^{-z\xi - \xi/2} \left(\frac{\xi}{1 - e^{-\xi}}\right) \varphi_j(\xi) d\xi, \quad j = 1, 2, \dots \quad (25)$$

Поэтому для любой функции  $f \in H^2$  (и  $Af = g \in L^2$ ) справедливо разложение:

$$P^n f(z) = \sum_{j=1}^\infty \lambda_j^n a_j \psi_j(z), \quad n \geq 1, \quad (26)$$

где  $(g, \varphi_j), j = 1, 2, \dots$ . Этот ряд равномерно и абсолютно сходится, а если выбрать  $f(z) = \sum_n (n+z)^n$ , то коэффициенты разложения

по ортогональному базису выразятся как

$$a_j(Af_1(z), \varphi_j) = \int_0^\infty e^{-\xi/2} \left(\frac{\xi}{1 - e^{-\xi}}\right)^{1/2} \varphi_j(\xi) d\xi = \psi_j(0),$$

откуда и следует формула (18), дающая точное решение задачи Гаусса. Эта формула носит исчерпывающий, но чисто теоретический характер, поскольку собственные функции и собственные числа оператора Перрона-Фробениуса аналитически не вычисляются. Для их расчета применяются, как уже говорилось, численные процедуры.

Д. Майер [40–43], развивая подходы Э. Вирсинга и К.И. Бабенко дал, в частности, решение задачи Гаусса как в гильбертовом, так и в банаховом пространстве голоморфных функций  $A_{1,\infty}(D)$  ( $D = \{z \in \mathbb{C} : |z - 1| < 3/2\}$ ), которые непрерывны вместе со своими первыми производными в  $\bar{D}$  (замыкании множества  $D$ ) с нормой

$$\|f\| = \max \left\{ \sup_{z \in \bar{D}} |f(z)|, \sup_{z \in \bar{D}} |f'(z)| \right\}.$$

Майер же в явной форме дал оценку для автокорреляционной функции орбит гауссова отображения. В гильбертовом функциональном пространстве, где определено действие оператора Купмана, для функций  $f \in L^2$  и  $g \in H^2 \in L^2$  теорема Гаусса-Кузьмина по Майеру записывается как

$$|((U^n - P_1)f, g)| \leq cq^n, \quad (27)$$

где  $q = \lambda_2$ , а  $c = \|f\| \|g\|$ ,  $P_1$  – проекционный оператор, соответствующий собственному значению  $\lambda_1 = 1$ .

В банаховом пространстве  $A_{1,\infty}(D)$  оператор Перрона-Фробениуса представляется суммой линейных операторов  $P = P_1 + N$ , где  $P_1$  – проектор на собственную функцию  $h_1(z) = 1/((1/(z+1)) \ln 2)$ , соответствующую собственному числу  $\lambda_1$ ,

$$P_1 f(z) = h_1(z) \int_0^1 f(x) dx,$$

$N$  – ограниченный линейный оператор ( $P_1 N = N P_1 = 0$ ), спектральный радиус которого меньше единицы. Корреляционная функция для некоторых наблюдаемых  $f, g \in A_{1,\infty}(D)$  вдоль траектории отображения Гаусса представляется в терминах введенных операторов по инвариантной мере как [41, 42]

$$C_{f,g}(n) = \int_0^1 d\mu(x) f(T^n x) g(x) - \int_0^1 d\mu(x) f(x) \int_0^1 d\mu(x) g(x) = \\ = \int_0^1 dx f(x) (P - P_1)^n (h_1 \cdot g)(x),$$

так что справедлива оценка:

$$|C_{f,g}(n)| \leq \rho^n \|g\| \|f\|, \quad f, g \in A_{1,\infty}(D),$$

где  $\rho = \lambda_2$  - спектральный радиус оператора  $N$ .

Таким образом, постоянную релаксации для отображения Гаусса можно представить в виде  $\tau = -1/\ln |\lambda_2|$ , и из того, что было сказано выше в отношении второго собственного числа  $\lambda_2$  вытекает, что постоянная релаксации никак не связана с показателем Ляпунова отображения Гаусса.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье рассмотрены некоторые принципиальные этапы, связанные с изучением линейных операторов Перрона-Фробениуса и Купмана, ассоциированных с отображением Гаусса, и решения задачи Гаусса по определению скорости сходимости (под действием оператора Перрона-Фробениуса) некоторого начального распределения к инвариантному. Основная идея решения задачи Гаусса в рамках функционального анализа заключается в том, чтобы найти инвариантную область определения ОПФ в банаховом

пространстве аналитических функций и инвариантную область определения оператора Купмана в гильбертовом, где рассматриваемые операторы обладают свойством ядерности [48–51]. Это позволяет сделать заключение, что собственные числа операторов  $\lambda_k$  действительны и суммируемы (по абсолютной величине):

$$\sum_k |\lambda_k| < \infty. \quad \text{Более того, выясняется, что}$$

собственные числа в рассматриваемом случае являются простыми, знакопеременными и строго убывающими по абсолютной величине:

$$|\lambda_1| > |\lambda_2| > \dots > |\lambda_n| > \dots \quad (\lambda_1 = 1).$$

Поскольку каждое (банахово) функциональное подпространство ограниченных на единичном интервале функций характеризуется своей нормой, соответственно существуют и различные версии решения задачи – оценки сходимости вероятностных распределений к инвариантному по соответствующей норме. Определяющую роль в этих оценках играет второе собственное число  $\lambda_2$  (в статье для модуля этого числа использовалось обозначение  $-\lambda$ ); именно оно получило наименование "фундаментальной константы Гаусса-Кузьмина-Леви-Вирсинга".

### Библиографический список

1. Carl Friedrich Gauss. Werke. В.Х<sub>1</sub>. 1917. S. 371-374, 483-574.
2. R.O. Kuzmin. Sur un problème de Gauss // Atti del Congresso Internazionale del Matematici Bologna. 1928. Tomo VI. Pp. 83- 89. Zanichelli, Bologna, 1932.
3. Р.О. Кузьмин. Об одной задаче Гаусса // ДАН СССР. 1928. Серия А. С.375-380.
4. Хинчин А.Я. Цепные дроби. Изд. 4-е. М.: Наука, 1972. 112 с.
5. Uspenski J.V. Introduction to mathematical probability. McGraw-Hill, New York, 1937. Pp. 396-397.
6. Биллингслей П. Эргодическая теория и информация. М.: Мир, 1969. С. 52-63.
7. Кнут Д. Искусство программирования для ЭВМ. Т. 2. Получисленные алгоритмы. - М.: Мир, 1977. С. 391-396.
8. Кнут Д. Э. Искусство программирования. Т. 2. Получисленные алгоритмы. Изд. 3-е. - М.: Вильямс, 2000. С. 407-411.
9. Iosifescu M., Kraaikamp C. Metrical Theory of Continued Fractions. Kluwer Boston, Inc. 2002. Chs. 1, 2.
10. Аникин В.М., Голубенцев А.Ф. Аналитические модели детерминированного хаоса. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. Гл. 3.
11. Rényi A. Representations for Real Numbers and Their Ergodic Properties // Acta Math. Acad. Sci. Hungar. 1957. V. 8. Pp. 477-493.
12. Рохлин В.А. Избранные работы. - М.: МЦНМО, ВКМ НМУ. 1999. 496 с.
13. Рохлин В.А. Точные эндоморфизмы пространства Лебега // Известия АН СССР. Сер. мат. 1961. С. 499-530.
14. Корнфельд И.П., Синай Я.Г., Фомин С.В. Эргодическая теория. М.: Наука, 1980. Гл. 7.

15. Корнфельд И.П., Синай Я.Г. Энтропийная теория динамических систем // Современные проблемы математики. Фундаментальные направления. Сер. Итоги науки и техники. М.: ВИНТИ, 1985. Т.2. С. 44-70.
16. Синай Я.Г. Современные проблемы эргодической теории. М.: Физматлит, 1995. (Современные проблемы математики; вып. 31). С. 82-89,123.
17. Заславский Г.М. Стохастичность динамических систем. – М.: Наука, 1984. – 272 с.
18. Corless R.M., Frank G.W., Monroe J.G. Chaos and continued fractions // *Physica D*. 1990. V. 46. Pp. 241-253.
19. Corless R.M. Continued fractions and chaos // *Amer. Math. Monthly*. 1992. V. 99. Pp. 203-215.
20. Аникин В.М., Аркадакский С.С., Ремизов А.С., Ноянова С.А., Василенко Л.П. Математический инструментарий для операторного описания хаотических систем. I. // *Вопросы прикладной физики: Межвуз. науч. сб. Саратов, 2007. Вып. 14. С. 3-9.*
21. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. Изд. 6-е. М.: Наука, 1973. Гл. 14. Релятивистская космология.
22. Белинский В.А., Е.М. Лифшиц, И.М. Халатников. Колебательный режим приближения к особой точке в релятивистской космологии // *УФН*. 1970. Т. 102. Вып. 3. С. С. 463-500.
23. Лифшиц Е.М., Лифшиц И.М., Халатников И.М. Асимптотический анализ колебательного режима приближения к особой точке в однородных космологических моделях // *ЖЭТФ*. 1970.Т.59. Вып. 7. С. 322-335.
24. Белинский В.А., Лифшиц Е.М., Халатников И.М. Колебательный режим приближения к особой точке в однородных космологических моделях с вращением осей // *ЖЭТФ*. 1971. Т.60. Вып. 6. С. 1971-1979.
25. Лифшиц Е.М., Халатников И.М., Синай Я.Г., Ханин К.М, Щур Л.Н. О стохастических свойствах релятивистских космологических моделей вблизи особой точки // *Письма в ЖЭТФ*. 1983. Т. 38. С. 79-83.
26. Khalatnikov I., Lifshitz E., Khanin K., L. Shchur L, Sinai Ya. On the stochasticity in relativistic cosmology // *J. Stat. Phys*. 1985. V. 38. P. 97-114.
27. Barrow J.D. Chaotic behaviour in general relativity // *Physics Reports*. 1982. V. 85. Pp. 1-49.
28. Barrow J.D., Chernoff D. Chaos in the Mixmaster Universe // *Phys. Rev. Lett*. 1983. V. 50. Pp. 134-137.
29. Barrow J.D. Chaotic behaviour and the Einstein Equations. In: *Classical general relativity*, eds. W. Bonnor, J. Islam, V.A.H. MacCallum, CUP, Cambridge, 1984. Pp. 25-41.
30. Mayer D. Relaxation properties of Mixmaster Universe // *Phys. Lett. V. A*. 122. Pp. 390-394.
31. Кузьмин Р.О. К метрической теории непрерывных дробей // *Ученые записки Ленинградского университета*. 1948. № 96. Серия математических наук. Вып. 15. С. 163-173.
32. Lévy P. Sur les lois de probabilité don't dependent les quotients complets et incompletes d'une fraction continue // *Bull. Soc. Math. de France*. 1929. V. 57. P. 178-194.
33. Lévy P. Théory de l'addition des variables aléatoires.. Caurthier-Villars, Paris. 1954 (2 ème edition); 1937 (1 ème edition).
34. Szüsz P. Über einen Kusminschen Satz // *Acta Math. Acad. Sci. Hungar*. 1961. V. 12. Pp. 447-453.
35. Wirsing E. On the theorem of Gauss-Kuzmin-Levy and a Frobenius type theorem for function spaces // *Acta Arithmetica*, 1974. Vol. 24. P. 507-528.
36. Бабенко К.И., Юрьев С.П. Об одной задаче Гаусса / *Препринт Института прикладной математики АН СССР*. М.: 1977. № 63. – 70 с.
37. Бабенко К.И. // *ДАН СССР*. 1978. Т. 238. № 5. С. 1021-1024.
38. Бабенко К.И., Юрьев С.П. // *ДАН СССР*.1978.Т.240. № 6. С. 1273-1276.
39. Бабенко К.И.. Основы численного анализа. М.: Наука, 1986. С. 597-600.
40. Mayer D.H. On the Thermodynamic Formalism for the Gauss Map // *Commun. Math. Phys*. 1990. V. 130. P. 311-333.
41. Mayer D.H., Roepstorff G. On the relaxation time of Gauss' continued fraction map. I: The Hilbert space approach (Коопманизм) // *J. Stat. Phys*. 1987. V. 47. P. 149-171.

42. Mayer D.H., Roepstorff G. On the relaxation time of Gauss' continued fraction map. II: The Banach space approach transfer operator method) // J. Stat. Phys. 1988. V. 50. P. 331-344.
43. Mayer D.H. Continued fractions and related transformations. In: Ergodic Theory, Symbolic Dynamics and Hyperbolic Spaces, ed. T. Bedford, M. Keane and C. Series. Oxford Univ. Press, 1991. Pp. 175-222.
44. Iosifescu M. A very simple proof of a generalization of the Gauss-Kuzmin-Lévy theorem on continued fractions, and related questions // Rev. Roumaine Math. Pures Appl. 1992. V. 37. Pp. 901-914.
45. Iosifescu M. On the Gauss-Kuzmin-Lévy theorem // Rev. Roumaine Math. Pures Appl. 1994 V. 39. Pp. 97-118 (I); 1995. V. 40. Pp. 91-105 (II); 1997. V. 42. Pp. 71-88 (III).
46. Anikin V.M., Arkadaksy S.S., Remizov A.S. // Proc. SPIE. 2005. V. 5696. Complex Dynamics and Fluctuations in Biomedical Photonics II. Valery V. Tuchin, Ed. Pp. 144-150.
47. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1970.
48. Садовничий В.А. Теория операторов. - М.; Дрофа, 2001. – 384 с.
49. Треногин В.А. Функциональный анализ. - М., Физматлит, 2002. – 488 с.
50. Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. 1. Функциональный анализ. – М.: Мир, 1977. – 358 с.
51. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. - М.: Наука, 1972.

#### **MATHEMATICAL TOOLBOX FOR OPERATOR DESCRIPTION OF CHAOTIC SYSTEMS. II**

V.M. Anikin, S.S. Arkadaksy, S.N. Kuptsov, A.S. Remisov, S.V. Chebanenko

Saratov State University

Functional analysis toolbox for operator description of chaotic maps is described. In the part II, some features of Perron-Frobenius and Coopman operators are observed. The meaning of the operator approach to the investigation of chaotic systems is established.

# ОБРАЗОВАНИЕ: УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ РАЗРАБОТКИ

УДК 530.

## РАСШИРЕНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ КЛАССИЧЕСКОЙ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

В.В. Машников, А.В.Тимошенко

Саратовский государственный университет.

*Машников Валерий Васильевич*, к.ф.-м.н., доцент кафедры прикладной физики*Тимошенко Александр Васильевич*, инженер кафедры общей физики

Предлагается наряду с традиционной проверкой справедливости основного уравнения вращательного движения провести экспериментальную проверку законов сохранения (изменения) момента импульса и энергии на установке маятник Обербека.

В данной работе предпринята попытка расширить круг задач, связанных с изучением законов вращательного движения и их экспериментальной проверкой с помощью маятника Обербека. Традиционной задачей эксперимента в физическом практикуме является проверка основного уравнения вращательного движения [2-3].

В качестве исходной системы для получения расчётного соотношения используется система динамических уравнений падающего груза массой  $m$  с высоты  $h_1$  и вращающейся крестовины маятника с моментом инерции  $I$ :

$$\begin{aligned} m \frac{dv_1}{dt} &= mg - T \\ I \frac{d\omega_1}{dt} &= rT \end{aligned} \quad (1)$$

Используя связь угловых и линейных параметров движения  $\frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} = \frac{2h}{t^2}$ , получено:

$$\frac{md}{2} \left( g - \frac{2h_1}{t_1^2} \right) = I \frac{4h_1}{d \cdot t_1^2}, \quad (2)$$

Здесь  $d=2r$ - диаметр шкива маятника;  $t_1$ - время падения груза;  $g$ - ускорение силы тяжести. Соотношение (2) является аналогом уравнения моментов  $M=I\beta$ .

Из системы (1) можно получить уравнение моментов для системы груз – маятник в виде:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M},$$

которое для движения вниз (векторы имеют одинаковое направление) перейдет в скалярное уравнение

$$\frac{d}{dt}(I\omega) + \frac{d}{dt}(rmv) = rmg \Rightarrow I \frac{2h_1}{r \cdot t_1^2} + rm \frac{2h}{t_1^2} = rmg \quad (3)$$

Добавим к уравнениям (2), (3) уравнения сохранения (и превращения) энергии.

$$\text{Для движения вниз- } mgh_1 = \frac{I\omega^2}{2} + \frac{mv^2}{2} + A_1; \quad (4)$$

$$\text{Для движения вверх- } \frac{I\omega^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + mgh_2 + A_2. \quad (5)$$

При выводе последнего уравнения предполагается, что кинетическая энергия вращающейся крестовины расходуется на ускорение груза из состояния покоя, изменение его

потенциальной энергии и на работу против сил трения ( $A_2$ ).

Экспериментальной проверке подвергались уравнения (2), (3), (4) и (5).

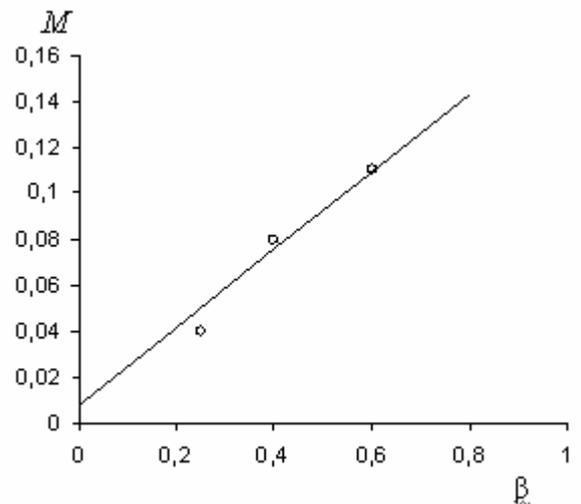
При вычислении момента инерции крестовины пользовались приближением  $I \gg mr^2$ , (расчёты показали, что  $I$  превышает величину  $mr^2$  на три порядка.).

$$\text{Из уравнения (3) получим: } I = \frac{mgd^2 t_1^2}{8h_1}.$$

Среднее величина момента инерции для трёх значений массы груза  $m=0,200; 0,327; 0,454$  кг получилось  $I=0,175$  кг·м<sup>2</sup>.

Из графика зависимости  $M(\beta)$  (Рис.1.), где  $M = \frac{md}{2} \left( g - \frac{2h_1}{t_1^2} \right)$ ;  $\beta = \frac{4h_1}{dt_1^2}$ , находим:  $I=0,170$  кг·м<sup>2</sup>.

Момент силы трения на графике равен отрезку на оси ординат –  $M_m=0,75 \cdot 10^{-2}$  Н·м



**Рис.1.** Зависимость момента силы  $M$  от углового ускорения  $\beta$

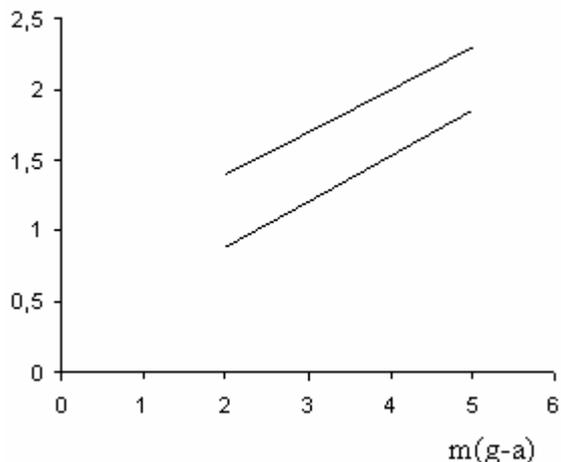
В том же приближении были рассчитаны работы сил трения при спуске  $A_1$ , подъёме  $A_2$  и угловая скорость  $\omega$ .

$$A_1 = mgh_1 \frac{h_1 - h_2}{h_1 + h_2}; \quad A_2 = mgh_2 \frac{h_1 - h_2}{h_1 + h_2};$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2(mgh_1 - A_1)}{I}}.$$

Графики зависимости момента силы трения  $M_m$  и работы силы трения  $A_f$  от силы натяжения нити  $m(g-a)$  представлены на рисунке 2.

$M_m \cdot 10^2, A_f$



**Рис.2.** Зависимость работы силы трения  $A_f$  (верхний график) и момент силы трения  $M_m$  от натяжения нити.

Линейность этих зависимостей соответствует случаю, когда сила трения скольжения в подшипниках пропорциональна силе давления на ось, а коэффициент трения постоянен.

С хорошей степенью точности выполняются законы сохранения момента импульса (3), и энергии, уравнения (4), (5).

Численные результаты экспериментальной проверки законов сохранения приведены в таблице для случая  $h_1 = 1,4$  м,  $d = 5 \cdot 10^{-2}$  м и различных значений массы падающего груза

Уравнение	m=0,2 кг	m=0,327 кг	m=0,454 кг.
(3)			
Левая часть	0,049	0,077	0,115
Правая часть	0,049	0,080	0,111
(4)			
Левая часть	2,747	4,491	6,235
Правая часть	2,702	4,420	6,238
(5)			
Левая часть	1,400	2,744	4,386
Правая часть	1,446	2,821	4,387

Предлагаемая методика экспериментальной проверки законов сохранения вращательного движения может оказаться полезной преподавателям и студентам при работе в физическом практикуме.

#### Библиографический список.

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики, т.1, Механика, М., Наука, ,1974.
2. Физический практикум. Механика и молекулярная физика. Под ред. В.И.Ивероновой. М., Наука, 1967.
3. Физический практикум. Механика. Под ред. В.С.Стальмахова. Изд. СГУ,1988.

### ENLARGED POSSIBILITIES OF A CLASSICAL PRACTICAL WORK

V.V.Mashnikov, A.V. Timoshenko

Saratov State University.

Experimental check of laws of conservation of angular momentum and conservation of energy of rotary movement was done on the Oberbek's pendulum.

УДК 37.1

### ФОРМИРОВАНИЕ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ СПОСОБНОСТЕЙ УЧАЩИХСЯ НА ПРИМЕРЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ПО ФИЗИКЕ НА НЕУПРУГИЙ УДАР ТЕЛ

Н.Д. Гаврилов

Филиал СГТУ в г. Балашове

Гаврилов Николай Дмитриевич, к.т.н., доцент

Приведена адаптация методов высшей школы при решении конкурсной задачи по физике на сложное движение материальной точки в неинерциальной системе отсчета.

Развернувшаяся в последние годы в России система централизованного тестирования выпускников 11 классов средних школ по базовым дисциплинам (физика и математика) ставит перед преподавателями, осуществляющими учебный процесс в рамках довузовской системы образования, новые задачи.

1. Развитие мотивационного компонента в общей системе учебной деятельности в среде учащихся довузовской системы образования.

2. Через решение конкурсных или отборочных задач обеспечить более глубокое изучение физических законов, понятий, явлений.

3. Формирование у учащихся быстрейшего нахождения правильного ответа при решении

любой задачи по физике, приводимой в представленном тесте.

Перечисленные задачи продиктованы ограниченными рамками времени (3 часа), отводимого на тестирование, и количеством заданий в тесте (40 заданий).

Для решения этих задач преподаватель организует свою деятельность в соответствии с авторской программой, учитывающей индивидуальную методику проведения занятий и способствующей развитию специальной подготовки и навыков учащихся и включающей в себя наряду со школьными методами решения, методы решения, заимствованные из дисциплин, изучаемых в рамках высшей школы, так как они зачастую позволяют найти решение задачи более быстро и с более высокой точностью. Кроме перечисленного такая методика должна предоставлять преподавателю возможность доносить материал по изучаемым темам на доступном для восприятия учащимися языке.

Одной из таких тем, относящихся к разделу классической механики И.Ньютона и Г.Галилея и в то же время выходящих за рамки программ средних образовательных школ, изучаемых в условиях профильной довузовской подготовки учащихся по физике, является абсолютно неупругий удар тел. Дадим определение, сформулированное в отдельном разделе курса теоретической механики, как самостоятельной науки, изучаемой в рамках высшей школы: удар (или соударение) – это встреча двух или более тел, при которой взаимодействие длится очень короткое время.

Исходя из данного определения, кроме явлений, которые можно отнести к ударам в прямом смысле этого слова (столкновения атомов или бильярдных шаров), сюда можно отнести также удар человека о землю при прыжке с трамвая и т.д. При ударе в телах возникают столь значительные внутренние силы, что внешними силами, действующими на тело, можно пренебречь. Это позволяет рассматривать соударяющиеся тела как замкнутую систему и применять к ней законы сохранения [1,3].

Тела во время удара претерпевают деформацию. Сущность удара заключается в том, что кинетическая энергия относительного движения соударяющихся тел на короткое время преобразуется в энергию упругой деформации. Во время удара имеет место перераспределение энергии между соударяющимися телами. Наблюдения показывают, что относительная скорость  $U$  после удара не достигает своей прежней величины  $v$ . Это объясняется тем, что нет идеально упругих тел и идеально гладких поверхностей. Отношение нормальных составляющих относительной скорости после и до удара называется коэффициентом восстановления

$$\varepsilon = \frac{U}{v} \quad (1)$$

Если для сталкивающихся тел  $\varepsilon = 0$ , то такие тела называются абсолютно неупругими, если

$\varepsilon = 1$  – абсолютно упругими. На практике для всех тел  $0 < \varepsilon < 1$  (например для стальных шаров  $\varepsilon \approx 0,56$ ; для шаров из слоновой кости  $\varepsilon \approx 0,89$ ; для свинца  $\varepsilon \approx 0$ ). Однако в некоторых случаях тела можно с большой точностью рассматривать либо как абсолютно упругие, либо как абсолютно неупругие. [1,3].

Прямая, проходящая через точку соприкосновения тел и нормальная к поверхности их соприкосновения называется линией удара. Удар называется центральным, если тела до удара движутся по прямой, проходящей через их центр масс.

Абсолютно неупругий удар – столкновение двух тел, в результате которого тела объединяются, двигаясь дальше как единое целое. Продемонстрировать абсолютно неупругий удар можно с помощью шаров из пластилина (глины), движущихся навстречу друг другу. (рис.1)

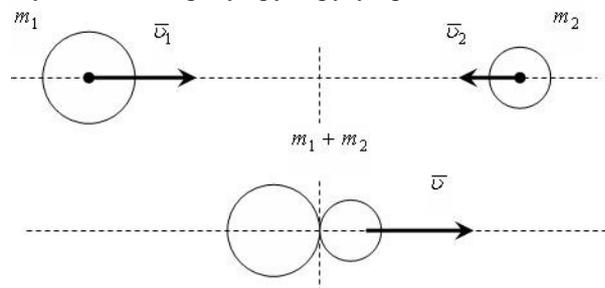


Рис.1.

Если массы тел  $m_1$  и  $m_2$ , их скорости до удара  $v_1$  и  $v_2$ , то используя закон сохранения количества движения, можно записать

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v, \quad (2)$$

отсюда

$$v = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2}. \quad (3)$$

Если шары движутся навстречу друг другу, то они вместе будут продолжать двигаться в ту сторону, в которую двигался шар, обладающий большим количеством движения. В частном случае, если массы шаров равны ( $m_1 = m_2$ ), то

$$v = \frac{v_1 + v_2}{2} \quad (4)$$

Найдем изменение кинетической энергии шаров при центральном, абсолютно неупругом ударе. Так как в процессе соударения шаров между ними действуют силы, зависящие не от величины самих деформаций, а от скоростей деформаций, то мы имеем дело с силами трения, поэтому закон сохранения механической энергии не должен соблюдаться. Вследствие деформации происходит потеря кинетической энергии, перешедшей в тепловую или другие формы энергии. Эту потерю можно определить по разности кинетической энергии тел до и после удара.

$$\Delta E_K = \left( \frac{m_1 \cdot v_1^2}{2} + \frac{m_2 \cdot v_2^2}{2} \right) - \frac{(m_1 + m_2) \cdot v^2}{2} \quad (5)$$

Подставив сюда ранее полученное выражение (3) для скорости тел движущихся после удара совместно и произведя элементарные преобразования, получим

$$\Delta E_K = \frac{m_1 \cdot m_2}{2(m_1 + m_2)} \cdot (v_1 - v_2)^2 \quad (6)$$

Если ударяемое тело было первоначально неподвижно ( $v_2 = 0$ ), то

$$v = \frac{m_1 \cdot v_1}{m_1 + m_2} \quad (7)$$

$$\Delta E_K = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{m_1 \cdot v_1^2}{2} \quad (8)$$

Когда  $m_2 \gg m_1$  (масса неподвижного тела очень большая), то  $v \ll v_1$  и почти вся кинетическая энергия тела переходит в другие формы энергии. Поэтому для получения значительной деформации наковальня должна быть массивнее молотка. Наоборот, при забивании гвоздей масса молотка должна быть гораздо большей ( $m_1 \gg m_2$ ), тогда  $v \approx v_1$  и практически вся энергия удара затрачивается на возможно большие перемещения гвоздя после удара, а не на остаточную деформацию стены. [1,3]

Абсолютно неупругий удар – пример того, как происходит потеря кинетической энергии под действием диссипативных сил.

Приведем пример решения конкурсной задачи по физике повышенной сложности на абсолютно неупругий удар, предлагавшейся в сборнике задач для централизованного тестирования в 2003 году. [2]

Два шарика массами  $m$  и  $2m$ , где  $m = 1$  кг, соединены невесомой недеформируемой пружиной жесткости  $k = 100$  Н/м и длины  $l_0 = 100$  см, поместили на гладкую горизонтальную поверхность и шарик массы  $m$  сообщили скорость  $v_0 = 4$  м/с по прямой, соединяющей центры шариков. Найти максимальное расстояние между шариками в процессе их дальнейшего совместного движения.

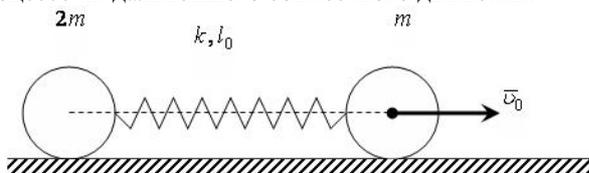


Рис.2

Очевидно, что в процессе совместного движения обоих шариков, расстояние  $l$  между ними будет соответствовать длине деформированной пружины

$$l = l_0 + x \quad (9)$$

где  $x$  – деформация пружины.

Закон сохранения количества движения при абсолютно неупругом ударе для нашего случая имеет вид

$$m v_0 = (m + 2m) \cdot v = 3m \cdot v \quad (10)$$

где  $v$  – скорость обоих шариков в процессе совместного движения.

$$v = \frac{1}{3} v_0 \quad (11)$$

Потеря кинетической энергии  $\Delta E_K$  произошла в результате неупругого взаимодействия шариков и в нашем случае она переходит в потенциальную энергию деформированной пружины.

$$\Delta E_K = \Delta E_{II} \quad (12)$$

Поэтому, воспользовавшись ранее полученным выражением (8), запишем

$$\frac{2m}{m + 2m} \cdot \frac{m \cdot v_0^2}{2} = \frac{k \cdot x^2}{2} \quad (13)$$

откуда

$$\frac{k \cdot x^2}{2} = \frac{1}{3} \cdot m \cdot v_0^2 \quad (14)$$

Найдем деформацию  $x$  пружины.

$$x = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2m}{3k}} \quad (15)$$

Подставляя (15) в (9), получим

$$l = l_0 + v_0 \cdot \sqrt{\frac{2m}{3k}} \quad (16)$$

Подставив сюда исходные данные и вычисляя, найдем

$$l = 1 + 4 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 1}{3 \cdot 100}} \approx 1,33 \text{ м}$$

Из рассмотренного выше материала и приведенного решения задачи можно сформулировать следующие выводы:

1. Разработана правильно сбалансированная методика обучения в условиях профильной довузовской подготовки учащихся по физике, позволяющая наряду со школьными методами решения задач использовать методы, заимствованные из дисциплин, изучаемых в высшей школе.

2. Реализована практика адаптации методов высшей школы к условиям профильной довузовской подготовки учащихся, позволяющая решать конкурсные задачи более быстро и с более высокой точностью.

3. Приведены краткие теоретические сведения и рассмотрена задача на абсолютно неупругий удар тел, формирующие у учащихся оригинальность мышления и развивающие возможность овладения специальными методами решения.

4. Приведенный по теме материал хорошо систематизирован и может служить ориентиром при организации занятий учителями лицеев, гимназий и средних школ, занимающихся профильной довузовской подготовкой учащихся к централизованному тестированию по физике.

**Библиографический список**

1. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. – М.: Наука, 1966
2. Тесты. Физика. 11 класс. Варианты и ответы централизованного тестирования, МОРФ, 2003.
3. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: Высшая школа, 1990.
4. Гаврилов Н.Д. Физика. Дидактические материалы к тестовому контролю. – Саратов, изд-во Саратовского гос. техн ун-та, 2004.

**THE ADAPTATION OF HIGH SCHOOL METHODS IN THE COURSE OF SOLUTION OF A COMPETITIVE TASK ON COMPLETELY UNELASTIC BODY IMPACT**

N.D.Gavrilov

Saratov State Technical University

In the course of solution of the competitive task in physics on utterly unelastic body blow, the adaptation of high school methods was carried out.

УДК 541.8

**ЗАМЕЧАНИЕ О СТРУКТУРЕ ВЫРАЖЕНИЯ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ РАБОТЫ В ТЕРМОДИНАМИКЕ**

В.Н.Карцев, А.Ф.Крылов, И.А.Овчинникова

Саратовский государственный университет

*Карцев Валерий Николаевич*, д. х. н., профессор*Крылов Александр Федорович*, к.ф.- м.н., доцент*Овчинникова Ирина Алексеевна*, к.ф.- м.н., доцент

Осуществлено корректирование структуры выражения элементарной работы в термодинамике, когда системы находятся в гравитационном поле.

Работа как физическая величина, характеризующая процесс, в термодинамике “определяется по общим правилам механики произведениями сил на вызываемые ими перемещения” [1], и представляется естественным утверждение [2]: “работа в термодинамике – обобщение понятия «работа в механике», выраженного в дифференциальной форме

$$\delta A = \sum Q_i dq_i,$$

где  $q_i$  - обобщенные координаты,  $Q_i$  - обобщенные силы). Обобщенные координаты в термодинамике – это внешние параметры термодинамической системы». Поэтому элементарная работа  $\delta W$ , фигурирующая в уравнении  $\delta Q = dU + \delta W$ ,

обычно определяется как  $\delta W = \sum A_i da_i$  [3], где  $A_i$  - обобщенная сила, сопряженная внешнему параметру  $a_i$ . Однако обратим внимание на то, что полная аналогия между структурой выражения работы в термодинамике и структурой выражения работы в механике имеет место только в отсутствие внешнего силового поля. При наличии внешнего силового поля, в котором находится макросистема, дело обстоит иначе, а именно: структура  $\delta W$  не сводится к сумме  $\sum A_i da_i$ , в которую, согласно [3], «не входит дифференциал температуры». Проще всего это показать на примере одноатомного идеального газа, находящегося в поле сил земного тяготения, характеризуемом ускорением свободного падения  $g$ . Пусть, для определенности, сосуд имеет форму прямоугольного параллелепипеда с ребрами длин  $a_1$ ,  $a_2$  в основании и вертикальным ребром длины  $a_3$ . Внешними параметрами являются  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $g$ . Считая ускорение свободного падения неизменным, получим, если пользоваться

вышеуказанным определением элементарной работы, запись уравнения первого начала термодинамики в виде уравнения

$$\delta Q = d\left(\frac{3}{2}kTN\right) + \sum_{i=1}^3 A_i da_i, \quad (1)$$

где  $A_i$  - силы давления на стороны параллелепипеда, перемещение которых связано с изменением длин соответствующих ребер параллелепипеда. Нетрудно убедиться [4], что уравнение (1) не удовлетворяет требованию второго начала термодинамики  $\delta Q = TdS$ . Следовательно, нужно сделать вывод:

$$\delta W = \sum_i A_i da_i + (\delta W)_{\text{поле}}, \quad (2)$$

где  $(\delta W)_{\text{поле}}$  - элементарная работа, совершаемая макросистемой против сил внешнего поля,  $a_i$  - внешние параметры, определяющие только геометрию системы.

Для раскрытия структуры выражения  $(\delta W)_{\text{поле}}$  можно воспользоваться общим результатом статистического подхода к изучению свойств макроскопических систем, оформленного в виде уравнения

$$d\langle H \rangle = \sum \frac{\partial \psi}{\partial a_i} da_i + \theta d\left(-\frac{\partial \psi}{\partial \theta}\right), \quad (3)$$

в котором  $\theta$  и  $\psi$  - параметры плотности вероятности  $\rho = e^{\frac{\psi - H(q,p)}{\theta}}$  канонического распределения Гиббса [5]. Приняв во внимание связь параметров  $\theta$  и  $\psi$  с абсолютной температурой  $T$  и свободной энергией Гиббса-Гельмгольца, в рассматриваемом примере уравнение (3) можно переписать в виде уравнения

$$d\left(\frac{3}{2}kTN + \Pi\right) = \sum (-A_i)da_i + TdS, \quad (4)$$

в котором потенциальная энергия системы во внешнем поле сил тяжести рассчитывается по формуле  $\Pi = gX_g$ , где

$$X_g = \int_0^{a_3} zmn(z)a_1a_2dz.$$

Поскольку  $TdS = \delta Q$ , уравнению (4) придадим форму записи:

$$\delta Q = d\left(\frac{3}{2}kTN\right) + \sum A_ida_i + gdX_g. \quad (5)$$

$$\text{Следовательно, } \delta W = \sum_i A_ida_i + gdX_g, \quad (6)$$

и, значит,  $(\delta W)_{поле} = gdX_g$ , где  $dX_g$  - есть внутренний параметр, зависящий как от внешних параметров, так и от температуры.

В заключение отметим, что этот вывод остается справедливым и в том случае, когда внешний параметр  $g$  в ходе процесса меняется. Значение слагаемого  $gdX_g$  в правой части равенства (6) возрастает по мере увеличения напряженности внешнего силового поля, например, в центробежных аппаратах.

#### Библиографический список

1. Ландау Л.Д. и Лифшиц Е.М. Статистическая физика. М., 1964, с. 62
2. Физический энциклопедический словарь /Гл. редактор А.М.Прохоров. - М.: " Советская энциклопедия", 1983
3. Базаров И.П. Термодинамика, - М., 1991
4. Бабаян В.И., Крылов А.Ф. //Вопросы прикладной физики, - Саратов, 2002
5. Базаров И.П., Геворкян Э.В., Николаев П.Н. Термодинамика и статистическая физика. - М., МГУ, 1986.

#### THE NOTE ABOUT STRUCTURE OF EXPRESSION FOR THE THERMODYNAMICAL WORK

V.N.Karczev, A.F.Krilov, I.A.Ovchinnikova

Saratov State University

It is carried out the correction of expression for the thermodynamical work when systems are in the gravity field.

УДК 621.3.032.21

#### О ВЫВОДЕ МАКСВЕЛЛОВСКОГО ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТЕЙ МОЛЕКУЛ

А.С. Шаповалов, И.А. Шаповалова

Саратовский государственный университет

*Шаповалов Александр Степанович*, д.ф.-м.н., профессор кафедры прикладной физики

*Шаповалова Ирина Александровна*, сотрудник ОМФ НИИЕН СГУ

Приводится краткий обзор методик изложения вопроса о распределении Максвелла и его выводе, которые используются в отечественных и зарубежных учебниках. Обсуждается переход от трехмерной нормальной плотности распределения проекций скорости молекул к Максвелловскому закону распределения абсолютной величины скорости. Предлагается простой математический прием получения указанного закона, основанный на использовании элементарных сведений из теории вероятностей.

Выводы законов распределения абсолютной величины и проекций скорости молекул, которые приводятся в рамках курса общей физики [1-14], нередко вызывают затруднения у студентов. О сложности необходимых расчетов свидетельствует тот факт, что в ряде отечественных и зарубежных учебников законы распределения молекулярных скоростей даются без вывода [15-24] или не даются вообще [25]. Для более полного усвоения материала по этой тематике представляется целесообразным

применение в лекционных курсах и, главное, на практических занятиях, различных подходов на отдельных этапах вывода Максвелловского закона. В данной работе обсуждается переход от нормального трехмерного закона распределения проекций скорости к плотности распределения модуля скорости молекул. Наряду с выкладками, используемыми в большинстве литературных источников, предлагается использование стандартного вероятностного расчета.

Анализ отечественных и зарубежных учебников и учебных пособий показывает, что при изложении материала о распределении скоростей молекул вначале, как правило, определяется трехмерный нормальный закон распределения проекций скорости [1-13]. Это первый этап расчетов. Второй этап расчетов содержит вывод Максвелловской плотности распределения  $f(v)$  абсолютной величины скорости молекул  $v$ , который базируется на нормальном распределении  $\varphi(v_x, v_y, v_z)$  проекций  $v_x, v_y, v_z$  скорости. На этом этапе подавляющее большинство авторов [1-12] в качестве основного методического приема вводит в рассмотрение условное пространство скоростей, плотность изображающих точек и число таких точек, которые попадают в шаровой слой радиуса  $v$  и толщиной  $dv$ . Плотность распределения  $v$  определяется как относительное число изображающих точек, попадающих в слой заданного радиуса и единичной толщины. С методической точки зрения этот прием, по-видимому, следует считать наиболее оправданным. Однако, отличаясь высокой наглядностью и достаточной простотой, он требует дополнительных геометрических построений и соответствующих пояснений, которые делают его несколько громоздким. Если же эти построения в целях экономии времени опускаются, то основное достоинство метода, а именно его наглядность, в значительной степени теряется.

Второй этап расчета  $f(v)$  можно провести и без введения в рассмотрение условного пространства скоростей молекул, то есть чисто математически. Так поступает, например, автор учебного пособия [13]. Соответствующие выкладки проведены здесь компактно и кратко. К сожалению, переход от  $\varphi(v_x, v_y, v_z)$  к  $f(v)$  в этом пособии практически не обосновывается с вероятностной точки зрения. Поэтому при практическом использовании эту методику необходимо дополнить ссылками на теоремы теории вероятностей и соответствующими пояснениями.

Расчет  $f(v)$ , очевидно, можно провести и без предварительного определения трехмерного закона распределения проекций скорости  $\varphi(v_x, v_y, v_z)$ .

Один из вариантов такого расчета содержится в [14] и основывается на использовании распределения Гиббса. Естественно, он требует предварительной информации о распределении Гиббса и, как показывает практика, является более сложным для понимания, чем приемы, указанные выше.

Очевидно, что для более полного понимания вывода и содержания закона Максвелла желательна применение разных подходов к его расчету, что можно сделать на практических занятиях. Так, например, при известном распределении

$\varphi(v_x, v_y, v_z)$  плотность распределения  $f(v)$  нетрудно получить на основе известной связи  $f(v)$  с интегральной функцией распределения  $F(v)$  модуля скорости [26], которая рассчитывается довольно просто. Действительно,  $f(v) = \frac{\partial F(v)}{\partial v}$ , где  $F(v) = P(\mathbf{v} < v)$  - вероятность того, что случайный модуль скорости молекулы  $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$  меньше некоторого текущего значения  $v$ . Согласно формуле полной вероятности функция распределения  $F(v)$  равна интегралу от трехмерной нормальной плотности вероятности проекций скорости  $\varphi(v_x, v_y, v_z)$  по области  $D$  значений проекций  $v_x, v_y, v_z$ , представляющей объем сферы радиуса  $v$

$$F(v) = \iiint_{(D)} \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left\{-\frac{m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{2kT}\right\} dv_x dv_y dv_z \quad (1)$$

На первый взгляд взятие такого интеграла представляется сложным. В действительности же вычисления сильно упрощаются, если от декартовых переменных  $v_x, v_y, v_z$  перейти к сферическим координатам  $u, \theta, \varphi$ . Осуществив замену переменных  $v_x = u \sin \theta \cos \varphi$ ,  $v_y = u \sin \theta \sin \varphi$ ,  $v_z = u \cos \theta$ , и, учитывая, что

$$dv_x dv_y dv_z = u^2 \sin \theta du d\theta d\varphi,$$

выражение (1) можно представить так:

$$F(v) = \int_{u=0}^v \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left\{-\frac{mu^2}{2kT}\right\} u^2 \sin \theta du d\theta d\varphi \quad (2)$$

Проинтегрировав (2) по  $\theta$  и  $\varphi$ , получим интеграл с переменным верхним пределом

$$F(v) = \int_0^v \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} 4\pi u^2 \exp\left\{-\frac{mu^2}{2kT}\right\} du \quad (3)$$

Дифференцируя (3) по  $v$ , приходим к искомому выражению для плотности распределения Максвелла

$$f(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} 4\pi v^2 \exp\left\{-\frac{mv^2}{2kT}\right\}$$

Использование приведенного подхода способствует развитию навыков вероятностных расчетов.

**Библиографический список**

1. Фриш С.Э. и Тиморева А.В. Курс общей физики. Том I. Физические основы механики. Молекулярная физика. Колебания и волны. М., 2007.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. Том I. Механика. Молекулярная физика. М., 1977.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Том II. Термодинамика и молекулярная физика. М., 1975.
4. Гершензон Е.М., Малов Н.Н., Мансуров А.Н., Эткин В.С. Курс общей физики. Молекулярная физика. М., 1982.
5. Яковлев В.Ф. Курс физики. Теплота и молекулярная физика. М., 1976.
6. Китайгородский А.И. Введение в физику. М., 1973.
7. Сущинский М.М. Курс физики. Физические основы механики. Молекулярная физика и термодинамика. М., 1973.
8. Рейф Ф. Берклеевский курс физики. Том V. Статистическая физика. М., 1972.
9. Поройков И.В. Краткий курс лекций по физике. М., 1965.
10. Ландау Л.Д., Ахиезер А.И., Лифшиц Е.М. Курс общей физики. Механика и молекулярная физика. М., 1965.
11. Россель Ж. Общая физика. М., 1964.
12. Кикоин И.К. и Кикоин А.К. Молекулярная физика. М., 1963.
13. Телеснин Р.В. Молекулярная физика. М., 1965.
14. Матвеев А.Н. Молекулярная физика. М., 1981
15. Serway R.A., Jewett J.W. Principles of Physics. A Calculus-Based Text. Vol. I. USA, 2002
16. Halliday D., Resnick R., Walker J. Fundamentals of Physics. USA, 1997
17. Поль Р.В. Механика, акустика и учение о теплоте. М., 1971.
18. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Том IV. Кинетика. Теплота. Звук. М., 1967
19. Рымкевич П.А. Курс физики. М., 1975
20. Зисман Г.А. и Тодес О.М. Курс общей физики. Том I. Механика. Молекулярная физика. Колебания и волны. М. 1969
21. Шубин А.С. Курс общей физики. М., 1969.
22. Радченко И.В. Молекулярная физика. М., 1965.
23. Путилов К.А. Курс физики. Том I. Механика. Акустика. Молекулярная физика. Термодинамика. М., 1963.
24. Яворский Б.М., Детлаф А.А., Милковская Л.Б. Курс физики. Том I. М., 1963.
25. Геворкян Р.Г., Шепель В.В. Курс общей физики. М., 1972.
26. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. М., 1965.

**ABOUT A CALCULATION OF THE MAXWELL LAW OF THE MOLECULES VELOCITY DISTRIBUTION**

A.S. Shapovalov, I.A. Shapovalova

Saratov State University

It is presented the brief review of techniques of a statement of a question about Maxwell distribution and its calculation which are used in the home and foreign textbooks. The transition from the three-dimensional normal density of distribution of the molecules velocity projections to the Maxwell law of distribution of absolute value of velocity is discussed. It is offered the simple mathematical method of calculation of the specified law based on use of the elementary knowledge from the theory of probabilities.

## КОНСТРУИРОВАНИЕ И 3D-ВИЗУАЛИЗАЦИЯ НАНООБЪЕКТОВ НА ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЯХ ПО МОЛЕКУЛЯРНОЙ ЭЛЕКТРОНИКЕ И СИНТЕЗУ ЭЛЕКТРОННЫХ УСТРОЙСТВ

О.Е. Глухова, С.Н. Лиманский

Саратовский государственный университет

Глухова Ольга Евгеньевна, к.ф.-м.н., доцент, (glukhova@info.sgu.ru)

Лиманский Станислав Николаевич – студент физического факультета

Разработана программа *Atolib3d*, которая имеет необходимые математические средства для конструирования атомных структур произвольной конфигурации и может использоваться студентами, обучающимися по естественно-научным специальностям, для изучения и моделирования нанобъектов произвольной конфигурации. Сфера применения программы возрастает благодаря возможности взаимодействия с программными продуктами *HyperChem*, *Ring* и *Tinker*.

На практических занятиях по молекулярному моделированию невозможно изучать синтез и свойства наноструктур без компьютерного моделирования. Имеющиеся на сегодняшний день вычислительные программы не всегда удовлетворяют требованиям, предъявляемым к моделированию при выполнении практических работ по расчету атомной структуры молекулярного объекта, вычислению его характерных параметров, моделированию наноструктур и электронных наноструктур на их основе.

Цель работы заключалась в создании вычислительной программы конструирования и визуализации трехмерных объектов, которой мог бы воспользоваться каждый студент для изучения и моделирования нанобъектов произвольной конфигурации.

Авторами разработана программа визуализации и моделирования 3D-объектов *Atolib3d*. Это программное решение позволяет конструировать любые атомные структуры произвольной конфигурации.

Конструирование модели нанобъекта визуализировано и происходит непосредственно в рамках программы *Atolib3d*:

– при помощи манипулятора "мышь" фиксируется положение атомов на рабочей панели программы (рис.1а). Координаты каждого атома ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) отображаются под картинкой атомной структуры;

– таким же образом (при помощи манипулятора "мышь") атомы "соединяются" между собой (рис.1б).

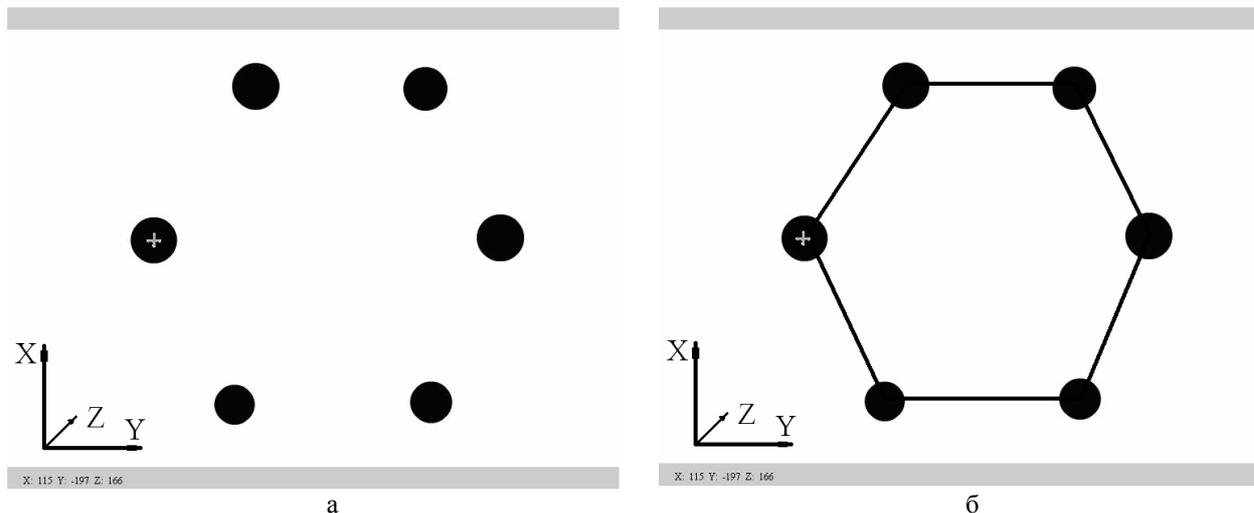


Рис. 1

*Некоторые технические подробности.* Для вращения изображения необходимо удерживать нажатой клавишу *Ctrl* или *Alt* вместе с левой кнопкой мыши и перемещать курсор. Чтобы создать атом, необходимо нажать клавишу *A*, затем поместить атом в пространстве  $XY$  и после нажатия левой кнопки мыши установить координату по  $Z$ . Если необходимо соединить два атома, нужно нажать клавишу *L*, затем указать два атома и связь будет установлена. Загрузка структуры происходит при нажатии клавиши *M*. Модель фуллерена  $C_{60}$  (изображение в перспективе), построенная при

помощи *Atolib3d*, показана на рис.2 (изменение радиуса кружка на рисунке отражает удаленность атома от наблюдателя в направлении оси  $z$ ).

Программа *Atolib3d* позволяет также строить модели нанобъектов по рассчитанным ранее координатам и загружаемым в виде трехстолбцового массива ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ). Отметим одно из важных преимуществ разработанной программы по сравнению с известными аналогами: *Atolib3d* позволяет загружать файлы с массивами координат атомов, рассчитанными при помощи таких

известных программных продуктов, как *HyperChem*, *Ring* [1], *Tinker*.

Трехмерная визуализация объекта в разработанной программе реализована в сферической системе координат: использованы известные формулы перевода из декартовой системы координат в сферическую.

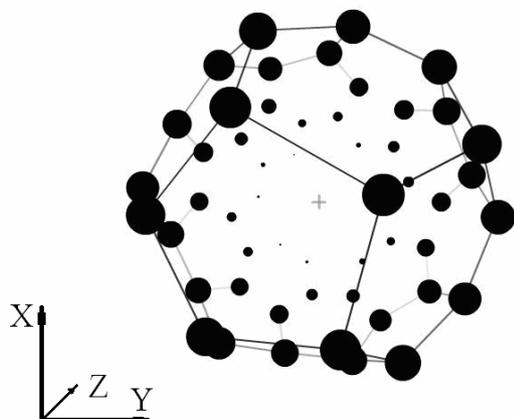


Рис. 2

Возможность обзора объекта с любой точки наблюдения реализована поворотами около осей, которые в рамках программы осуществляются перемещением курсора. Количество пикселей, на которое сместился курсор по горизонтали и вертикали фиксируется программой. Каждому пикселю ставится в соответствие один градус, таким образом в итоге определяется  $\alpha_h$  – количество градусов (пикселей) по горизонтали,  $\alpha_v$  – количество градусов (пикселей) по вертикали. В случае перемещения курсора вдоль горизонтали

координаты  $z$  и  $y$  пересчитываются по формулам (координата  $x$  остается неизменной):

$$z_i = z_0 \cdot \cos\left(\frac{(\alpha_h - 180) \cdot \pi}{180}\right) - y_0 \cdot \sin\left(\frac{(\alpha_h - 180) \cdot \pi}{180}\right), \quad (1)$$

$$y_i = y_0 \cdot \cos\left(\frac{(\alpha_h - 180) \cdot \pi}{180}\right) + z_0 \cdot \sin\left(\frac{(\alpha_h - 180) \cdot \pi}{180}\right); \quad (2)$$

при перемещении курсора по вертикали –

$$x_i = x_0 \cdot \cos\left(\frac{(\alpha_v - 180) \cdot \pi}{180}\right) + z_0 \cdot \sin\left(\frac{(\alpha_v - 180) \cdot \pi}{180}\right), \quad (3)$$

$$z_i = z_0 \cdot \cos\left(\frac{(\alpha_v - 180) \cdot \pi}{180}\right) + x_0 \cdot \sin\left(\frac{(\alpha_v - 180) \cdot \pi}{180}\right), \quad (4)$$

(где  $X_0, Y_0, Z_0$  – начальные координаты атома,

$X_i, Y_i, Z_i$  – координаты атома после пересчета.

Обучающая роль программы *Atolib3d* заключается в следующем:

- приобретение студентом навыков 3D-конструирования;
- возможность теоретического изучения атомной структуры нанобъекта;
- визуальное тестирование объекта на наличие симметрии с последующим определением группы точечной симметрии,
- изучение преобразований симметрии и групп точечной симметрии на примерах высокосимметричных объектов, таких как фуллерен  $C_{28}$  (группа  $T_d$ ), фуллерен  $C_{60}$  (группа  $I_h$ ) и др.

Программа *Atolib3d* может быть применена на занятиях в качестве тестирующей. Она позволяет контролировать знания студентов в области действия операторов симметрии на функцию координат. Программа позволяет осуществлять любое преобразование симметрии (с демонстрацией координат после соответствующего преобразования): поворотное, зеркально-поворотное и другие.

#### Библиографический список

1. Терентьев О.А. “Атомная структура и эмиссионная способность нерегулярных углеродных тубулярных нанокластеров”, Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, Саратов, 2007.

#### DESIGNING AND 3D-VISUALISATION OF OBJECTS ON A PRACTICAL TRAINING ON MOLECULAR ELECTRONICS AND SYNTHESIS OF ELECTRONIC DEVICES

O.E. Glukhova, S.N. Limanskiy

Saratov State University

Developed program *Atolib3d* has necessary means for designing nuclear structures of any configuration. Program possibilities increase thanks to interaction with software products *Ring* and *Tinker*.

## ОБУЧАЮЩАЯ ПРОГРАММА ПРОЕКТИРОВАНИЯ ПАССИВНЫХ МИКРОВОЛНОВЫХ УСТРОЙСТВ

О.Е.Глухова, И.Н.Салий

Саратовский государственный университет

Глухова Ольга Евгеньевна, к. ф.-м. н., доцент, GlukhovaOE@info.sgu.ru

Салий Игорь Николаевич, д. ф.-м. н., профессор, sin@sgu.ru

Изложены последовательность и содержание основных процедур проектирования микроволновых устройств различного функционального назначения на канонических нерегулярных линиях передачи. Методика работы с программой иллюстрируется параметрическим синтезом фильтра гармоник.

В учебных планах подготовки специалистов радиофизического, радиотехнического и смежных профилей предусмотрены дисциплины, которые содержат материалы по системам автоматизированного проектирования функциональных микроволновых устройств. Изучение таких дисциплин, как правило, сопровождается решением конкретных задач проектирования в специализированных практикумах с привлечением вычислительных программ различных уровней.

Цель статьи – ознакомить читателя (прежде всего – студента) с основными проектными процедурами и их содержанием в рамках вычислительной программы GOE-MW-09 параметрического синтеза пассивных СВЧ устройств различного функционального назначения. Основу разработанной программы составляет точная математическая модель канонической нерегулярной линии передачи (КНЛП).

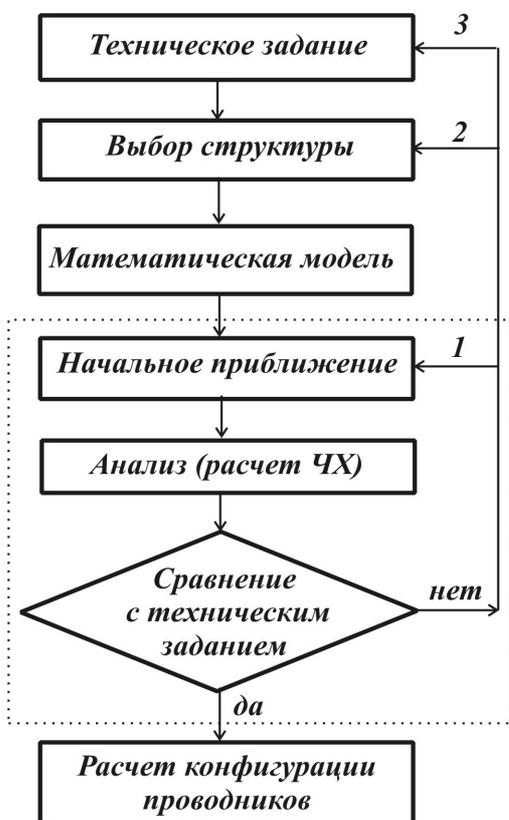


Рис. 1. Основные проектные процедуры

Основные проектные процедуры и последовательность их исполнения показаны на рис. 1.

**Техническое задание** (ТЗ) представляет собой формулировку технических требований, которым должно удовлетворять проектируемое изделие. Например, для фильтра нижних частот такими требованиями будут: значения волновых сопротивлений подводящих линий; верхняя частота полосы пропускания; максимально допустимый уровень затухания в полосе пропускания и минимально допустимое затухание в полосе заграждения; крутизна (коэффициент прямоуглоности) фронта АЧХ в переходной области. Для трансформатора активных сопротивлений определяющими являются коэффициенты трансформации и перекрытия диапазона частот, в котором коэффициент отражения не превосходит заданного значения. Другими словами, содержание ТЗ определяется функциональным назначением проектируемого изделия.

**Выбор структуры** – важная процедура проектирования, ибо она во многом предопределяет успех выполнения ТЗ в целом. Выбор структуры – пока не формализуемая процедура; на этом этапе решающую роль играет опыт разработчика; целесообразно пользоваться справочными материалами для выбора прототипа изделия.

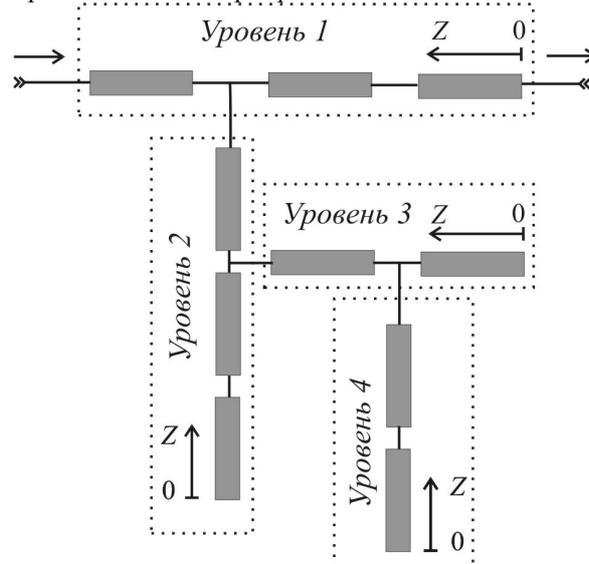


Рис.2.Обобщенная структура микроволновой цепи

Входными данными программы GOE-MW-09, определяющими структуру устройства в соответствии с рис. 2, являются: количество звеньев (на рис. 2 для простоты показана десятизвенная структура); количество уровней (максимально допустимое значение равно четырем), цепь 2-го (и

выше) уровня является шлейфом, окончное звено которого может быть замкнуто или разомкнуто (соответствующий идентификатор также входит в список входных данных). На рис. 2 показан упрощенный вариант структуры: допустимо, например, к элементам 1-го (и выше) уровня подключение нескольких цепей 2-го (и выше) уровня.

**Математическая модель** должна быть адекватной физическим процессам; гарантировать расчет частотных характеристик устройства без превышения допустимой погрешности; не требовать заметных затрат машинного времени. Последнее условие обеспечивает *диалоговый режим* работы в процессе обучения и, кроме того, является важным на этапе параметрической оптимизации.

Каждое элементарное звено (базовый элемент) в программе GOE-MW-09 описывается как отрезок канонической нерегулярной линии передачи (КНЛП), волновое сопротивление которой изменяется по закону:

$$\rho(z) = \rho(0) \left[ \operatorname{ch} \left( \sqrt{k} \frac{z}{l} \right) + \frac{\sqrt{\rho(l)/\rho(0)} - \operatorname{ch} \sqrt{k}}{\operatorname{sh} \sqrt{k}} \operatorname{sh} \left( \sqrt{k} \frac{z}{l} \right) \right]^2, \quad (1)$$

где  $l$  – длина линии,  $-\infty < k < \infty$ ,  $\rho(0)$  и  $\rho(l)$  – значения функции волнового сопротивления в конечных точках отрезка КНЛП. Свойства КНЛП подробно изучены в [1].

Каждый шлейф в эквивалентной схеме устройства замещается своим входным сопротивлением, а отрезок КНЛП – четырехполюсником, элементы классической ненормированной матрицы передачи которого суть

$$\begin{aligned} \hat{a}_{11} &= \sqrt{\frac{\rho(l)}{\rho(0)}} \left[ \cos \beta l - \frac{N(l)}{\beta} \sin \beta l \right], \\ \hat{a}_{12} &= i \sqrt{\rho(0)\rho(l)} \left[ \frac{N(l) - N(0)}{\beta_0} \cos \beta l + \frac{\beta^2 + N(0)N(l)}{\beta_0 \beta} \sin \beta l \right], \\ \hat{a}_{21} &= \frac{i \beta_0}{\beta \sqrt{\rho(0)\rho(l)}} \sin \beta l, \\ \hat{a}_{22} &= \sqrt{\frac{\rho(0)}{\rho(l)}} \left[ \cos \beta l + \frac{N(0)}{\beta} \sin \beta l \right], \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\beta = \beta_0 \sqrt{1 - k/(\beta_0 l)^2}$ ;  $\beta_0 = 2\pi/\lambda_0$ ;  $\lambda_0$  – длина волны, соответствующая "центральной" частоте;  $i = \sqrt{-1}$ . Значения  $N(0)$  и  $N(l)$  вычисляются по формуле:

$$N(z) = \frac{\sqrt{k}}{l} \frac{\sqrt{\rho(l)/\rho(0)} \operatorname{ch} \left( \sqrt{k} \frac{z}{l} \right) - \operatorname{ch} \left\{ \sqrt{k} \left( 1 - \frac{z}{l} \right) \right\}}{\sqrt{\rho(l)/\rho(0)} \operatorname{sh} \left( \sqrt{k} \frac{z}{l} \right) + \operatorname{sh} \left\{ \sqrt{k} \left( 1 - \frac{z}{l} \right) \right\}}.$$

Дополнительными к перечисленным выше входным данным программы GOE-MW-09 для каждого отрезка КНЛП, входящего в структуру устройства, являются: численное значение вещественной константы  $k$ , относительная длина  $l/\lambda_0$ ,  $\rho(0)$ ,  $\rho(l)$ , а также  $\rho_1$  и  $\rho_2$  – волновые сопротивления подводящих линий.

После выбора структуры устройства строится матрица передачи  $[a]$  с использованием формул (2). Нужные частотные характеристики устройства – функция рабочего затухания  $L$ , модуль коэффициента отражения  $|\Gamma|$  и коэффициент стоячей волны КСВ, рассчитываются по известным формулам [2]:

$$L = 10 \lg |T_{11}|^2, \text{ дБ}; \quad |\Gamma|^2 = \frac{|T_{11}|^2 - 1}{|T_{11}|^2}; \quad \text{КСВ} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|},$$

где  $T_{11}$  – элемент волновой матрицы передачи, равный

$$2T_{11} = a_{11} \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} + \frac{a_{12}}{\sqrt{\rho_1 \rho_2}} + a_{21} \sqrt{\rho_1 \rho_2} + a_{22} \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}}.$$

**Начальное приближение** представляет собой совокупность численных значений всех входных данных программы GOE-MW-09 и, кроме того, границ частотного диапазона, в котором должны вычисляться частотные характеристики; задается также шаг дискретизации по частоте. Успех как выбора структуры, так и задания начального приближения во многом определяется опытом разработчика. Поэтому на начальной стадии обучения рекомендуется пользоваться справочной литературой [3, 4].

**Анализ (расчет ЧХ)** предполагает расчет нужной частотной характеристики по приведенным выше формулам для заданных в качестве начального приближения численных значений входных данных программы и в заданном диапазоне частот. На этой стадии программа GOE-MW-09 представляет результаты расчета не только таблично, но и в виде графика.

Если структура изделия и начальное приближение были выбраны настолько удачно, что **сравнение с техническим заданием** (см. рис.1) оказалось положительным, осуществляется переход к следующей (завершающей) проектной процедуре – **расчету конфигурации проводников**. В противном случае необходимо изменять начальное приближение (путь 1 на рис. 1), модифицировать структуру (путь 2) или даже корректировать ТЗ (путь 3). Обычно проектные процедуры, оконтуренные на рис. 1 пунктиром, "управляются" методами параметрической оптимизации [5]; в данной программе этой цели служит метод Хука-Дживса. Компонентами вектора варьируемых параметров являются  $\{k, l/\lambda_0, \rho(0), \rho(l)\}$  для каждого структурного элемента.

Предположим, что требования ТЗ оказались выполненными и рассмотрим подробнее процедуру **расчета конфигурации проводников**. В данной программе предполагается, что устройство СВЧ должно быть в микрополосковом исполнении. В библиотеку программы GOE-MW-09 включены следующие расчетные соотношения, устанавливающие связь волнового сопротивления  $\rho$  линии с шириной полоска  $W$ , толщиной  $h$  подложки

( $w = W/h$ ) и относительной диэлектрической проницаемостью подложки  $\epsilon_r$ , [6]:

$$\rho = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r \epsilon_{\text{эфф}}(w, \epsilon_r)}} \ln \left( \frac{f(w)}{w} + \sqrt{1 + \left(\frac{2}{w}\right)^2} \right); \quad (3)$$

$$f(w) = 6 + (2\pi - 6) \exp \left( - \left( \frac{30,666}{w} \right)^{0,7528} \right);$$

$$\epsilon_{r \text{эфф}}(w, \epsilon_r) = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left( 1 + \frac{10}{w} \right)^{-a(w)b(\epsilon_r)};$$

$$a(w) = 1 + \frac{1}{49} \ln \left( \frac{w^4 + (w/52)^2}{w^4 + 0,432} \right) + \frac{1}{18,7} \ln \left( 1 + \left( \frac{w}{18,1} \right)^3 \right);$$

$$b(\epsilon_r) = 0,564 \left( \frac{\epsilon_r - 0,9}{\epsilon_r + 3} \right)^{0,053}.$$

Погрешность расчета по этим формулам не превышает 0,2%, если  $\epsilon_r \leq 128$ , а  $0,01 \leq w \leq 100$ .

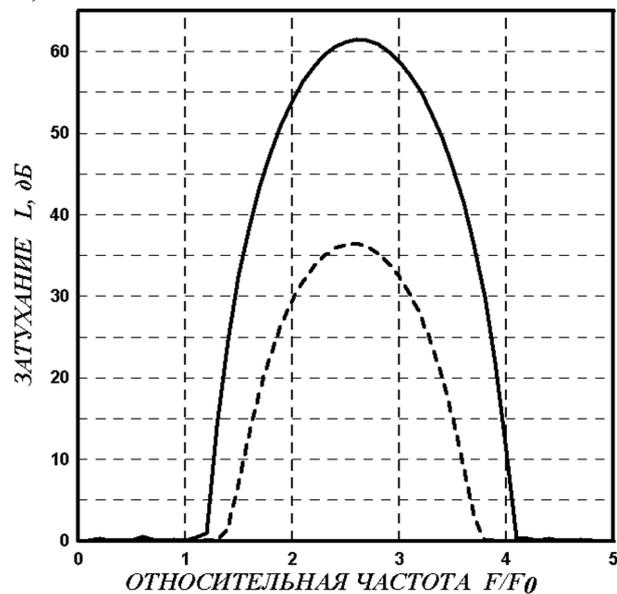


Рис. 3. Амплитудно-частотные характеристики фильтров гармоник

Алгоритм нахождения  $w(z)$  следующий: по найденным в результате решения задачи оптимизации значениям  $\{k, \rho(0), \rho(l)\}$  вычисляются по формуле (1) значения волнового сопротивления с некоторым шагом по оси  $z$ , а затем методом дихотомии [5] для заданного  $\epsilon_r$  решается относительно  $w(z)$  трансцендентное уравнение (3).

В качестве примера приведем результаты проектирования фильтра гармоник. Исходной была выбрана девятизвенная структура ( $\rho_1 = \rho_2 = \rho_0$ ), содержащая только один – первый – уровень. Начальные приближения были заимствованы из [4]; они приведены в таблице в скобках.

Таблица 1

№ звена	$k$	$l/\lambda_0$	$\rho(0)/\rho_0$	$\rho(l)/\rho_0$
1	3.618 (0)	0.1194 (0.0974)	0.752 (0.752)	0.752 (0.752)
2	-0.272 (0)	0.0814 (0.0974)	1.4 (1.534)	1.4 (1.534)
3	4.213 (0)	0.1164 (0.0974)	0.505 (0.505)	0.505 (0.505)
4	-0.272 (0)	0.0824 (0.0974)	1.4 (1.9364)	1.4 (1.9364)
5	3.954 (0)	0.1144 (0.0974)	0.46 (0.46)	0.46 (0.46)
6	-0.272 (0)	0.0844 (0.0974)	1.4 (1.9364)	1.4 (1.9364)
7	4.213 (0)	0.1164 (0.0974)	0.505 (0.505)	0.505 (0.505)
8	-0.272 (0)	0.0804 (0.0974)	1.4 (1.534)	1.4 (1.534)
9	3.616 (0)	0.1184 (0.0974)	0.752 (0.752)	0.752 (0.752)

Соответствующая им АЧХ показана на рис. 3 пунктиром; конфигурация токонесущего проводника приведена на рис. 4,а. Полученные в результате решения задачи оптимизации численные значения  $\{k, l/\lambda_0, \rho(0), \rho(l)\}$  также приведены в таблице; сплошная линия на рис. 3 отражает оптимизированную АЧХ фильтра гармоник.

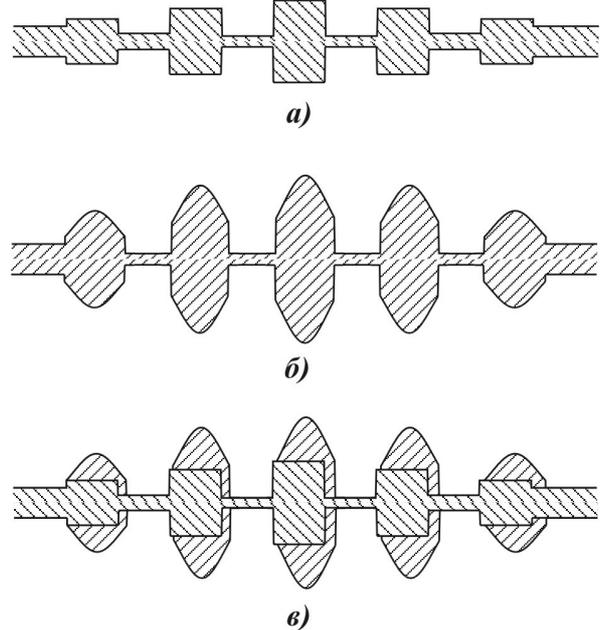


Рис.4. Конфигурация токонесущего проводника: а – фильтра-прототипа; б – фильтра на КНЛП; в – результат сравнения

Видно, что замена регулярных линий нерегулярными (см. рис. 4,б) привела к значительному улучшению частотных свойств фильтра при весьма несущественном увеличении общей длины устройства (см. рис. 4,в). Более подробно данная задача обсуждается в [7]. Другие примеры успешного применения программы GOE-MW-09 рассмотрены в [8].

**Библиографический список**

1. Салий И.Н. Нерегулярные линии передачи: Учебн. пособие для вузов – Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 2004. – 88 с.
2. Неганов В.А., Яровой Г.П. Теория и применение устройств СВЧ /Под ред. В.А.Неганова – М.: Радио и связь, 2006. – 720 с.
3. Сверхширокополосные микроволновые устройства /А.М. Богданов, М.В.Давидович, Б.М.Кац и др.; Под ред. А.П.Креницкого и В.П.Мещанова. – М.: Радио и связь, 2001. – 560 с.
4. Справочник по элементам полосковой техники /Мазепова О.И., Мещанов В.П., Прохорова Н.И. и др. М.: Изд-во "Связь". 1979. С. 336.
5. Банди Б. Методы оптимизации. Вводный курс. /Под ред. В.А.Волынского – М.: Радио и связь, 1988. – 128 с.
6. Hammerstad E. and Jensen R.H. //Symposium on Microwave Theory and Techniques, pp. 407-409, June 1980.
7. Глухова О.Е., Мещанов В.П., Салий И.Н. //Успехи современной радиоэлектроники. – № 9. 2008. С. 25-29.
8. Глухова О.Е., Креницкий А.П., Мещанов В.П., Салий И.Н. // Вопросы прикладной физики. Межвузовский научный сборник. – выпуск 13. Изд-во СГУ, 2006. С. 66-67

**TRAINING PROGRAM OF THE DESIGNING PASSIVE MICROWAVE DEVICES**

O.E.Glukhova, I.N.Saliy  
Saratov State University

The sequence and the contents of main procedures of the designing passive microwave devices of different functionality on canonical nonuniform transmission lines are stated. The method of work with the program is illustrated by parametric synthesis of the harmonic filter.

УДК 802/808(082)

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРОИЗВОДНЫХ СЛОВ В ПЕРЕВОДАХ ТЕКСТОВ  
ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНОГО СОДЕРЖАНИЯ**

И.А. Шаповалова

МОУ «СОШ №31» Кировского района г. Саратова

*Шаповалова Ирина Александровна, учитель английского языка высшей категории*

В статье описывается образование новых слов с помощью приставок и суффиксов. Студенты, знающие значение этих приставок и суффиксов не нуждаются в обращении к словарю.

Чтение естественнонаучных текстов, их понимание, скорость, а также понимание устной речи, обуславливаются многими факторами как лингвистического, так и психологического характера. Одним из таких определяющих факторов является объем словарного запаса читающего и слушающего. Понятно, что чем больше словарный запас – тем лучше студент будет понимать сказанное и переводить.

У студентов бывают разные причины, по которым у них не всегда имеются возможности для усвоения такого количества слов, которые давали возможность беспрепятственному пониманию прочитанного.

Вузовские курсы иностранного языка из-за ограниченности времени, большой наполняемости учебных групп и по ряду других причин не во всех случаях предоставляют возможности для глубокого и всестороннего изучения словарного состава иностранного языка и не всегда обеспечивают студентов знаниями такого количества слов, которое необходимо для свободного понимания текста.

При чтении статей и литературы, таким образом, приходится часто обращаться к словарю. Естественно, что обращение к словарю требует затраты большого количества времени.

Задача состоит в том, чтобы по возможности ограничить обращения к словарю.

В языке имеется большое количество слов, понимание которых не требует обращения к словарю [1]. К тому же этих слов может в нем и не оказаться, так как в словаре даются не все имеющиеся в языке слова [2,3].

Речь идет о словах, которые незнакомы студентам как таковые, но, тем не менее, их значение оказывается понятным, если исходить из:

- а) значения их основ,
- б) значения словообразовательных элементов, входящих в их состав, и
- в) словообразовательной модели таких слов.

Все это вместе взятое и дает возможность выявить смысл слова, не прибегая к словарю.

Например, в предложении **I wonder if he is a physicist** слово **physicist** - физик выводится из значения основы **physics** - физика и суффикса **ist**, обозначающего принадлежность к какой-либо профессии.

Слова, состоящие из основы (корня) и суффикса (ов) и префикса (ов), называются производными.

Конечно, значение не всякого производного слова легко можно вывести из значения его частей и в таком случае нужно заглядывать в словарь. Но в

большинстве случаев его значение можно определить и без словаря. Количество производных слов велико и изучение их структуры принесет ощутимую пользу при чтении и аудировании.

В этой статье освещается лишь один вид словообразования - словопроизводство [1-3]. Особое внимание уделяется наиболее продуктивным и широко распространенным словообразовательным суффиксам и моделям.

#### Образование слов с помощью суффиксов

##### 1. Существительные с суффиксами **-er (-or)**.

Производные существительные с суффиксом **-er (-or)** образуются от основ глаголов и обозначают:

а) лицо, деятеля по его занятию, роду деятельности, профессии:

**to teach** – учить – **teacher** – учитель, преподаватель,  
**to read** – читать – **reader** – лектор, доцент вуза,  
**to research** – исследовать – **researcher** – исследователь;

б) деятеля по свойственному для него, или производимому им действию, его состоянию:

**to listen** – слушать – **listener** – слушатель,  
**to invent** – изобретать – **inventor** – изобретатель;

в) предмет, вещь:

**to receive** – принимать, получать – **receiver** – радиоприемник, телефонная трубка.

Существительные с суффиксами **-er (-or)** очень продуктивны в современном английском языке и весьма употребительны.

##### 2. Существительные с суффиксом **-ee**.

Производные существительные с суффиксом **-ee** образуются от основ глаголов и обозначают лицо, на которое направлено действие, выраженное глагольной основой:

**to appoint** – назначать – **appointee** – назначенный,

**to nominate** – выдвигать, назначать – **nominee** – кандидат (на должность),

**to license** – разрешать – **licensee** – лицо, имеющее разрешение, патент, лицензию.

Нужно отметить, существительные с суффиксом **-ee** сравнительно ограничены в употреблении.

##### 3. Существительные с суффиксом **-ist**.

Производные существительные с суффиксом **-ist** образуются от основ существительных или прилагательных и обозначают:

а) лицо, деятеля:

**active** – активный – **activist** – активист, сторонник активных методов,

**educational** – образовательный – **educationalist** – педагог-теоретик;

б) представителя какой-либо профессии:

**physics** – физика – **physicist** – физик,

**science** – наука – **scientist** – ученый,

**theory** – теория – **theorist** – теоретик.

##### 4. Существительные с суффиксом **-ian (-an; -n)**.

Производные существительные с суффиксом **-ian (-an; -n)** образуются от основ существительных и обозначают:

а) лиц по роду их деятельности:

**mathematics** – математика – **mathematician** – математик,

**theoretic** – теоретический – **theoretician** – теоретик,

**logic** – логика – **logician** – логик,

**physics** – физика – **physician** – физик.

б) национальную принадлежность, местопробывание:

**Canada** – Канада – **Canadian** – канадец.

Слова с этим суффиксом сравнительно немногочисленны и малопродуктивны в английском языке.

##### 5. Существительные с суффиксом **-ant (-ent)**.

Существительные с суффиксом **-ant (-ent)** образуются от глагольных основ и обозначают деятеля, лицо:

**to appeal** – апеллировать, обращаться – **appeallant** – апеллянт, жалобщик,

**to account** – считать – **accountant** – бухгалтер,

**to oppose** – противиться – **opponent** – оппонент, противник.

Это далеко не все примеры образования слов с помощью различных суффиксов.

Как уже говорилось, словообразование возможно не только с помощью суффиксов, но и с помощью префиксов. Ниже рассмотрим образование слов с помощью префиксов.

#### Образование слов с помощью префиксов.

Префикс **un-** весьма распространенный и продуктивный в современном английском языке. Слова с этим префиксом приобретают отрицательное или противоположное значение. Благодаря ясности своего значения многие слова с этим префиксом нельзя найти в словаре. В русском языке английским словам с префиксом **un-** соответствующую слова с приставками не-, бес-:

**bending** – гнущийся – **unbending** – негнущийся,

**easy** – легкий – **uneasy** – нелегкий,

**principled** – основной, главный – **unprincipled** – неосновной, неглавный.

Префикс **in-** (перед b,m,p принимает форму **im-**, перед l – **il** и перед r – **ir**) встречается в словах, относящимся к разным частям речи, и обозначает:

а) отрицательное значение:

**attentive** – внимательный – **inattentive** – невнимательный,

**logical** – логичный – **illogical** – нелогичный;

б) отсутствие качества:

**capable** – способный – **incapable** – неспособный,

**moral** – моральный – **immoral** – аморальный.

Цель статьи – помочь студентам расширить и углубить их словарный запас путем изучения значений словообразовательных компонентов. После знакомства с ними учащимся можно предложить ряд упражнений для закрепления их знаний по усмотрению преподавателя.

**Библиографический список**

1. Царев П.В. Производные слова в английском языке. Издательство Московского университета. 1977.
2. Калугин И.К., Берг М.А., Глаголева Г.Н., Соколенко А.П. Англо-русский словарь по современной радиоэлектронике. М., 1968.
3. Рьдник В.И., Воропаев Н.Д., Свириденков Э.А. Русско-англо-немецко-французский физический словарь. М., 1989.

**USE OF THE DERIVATIVE WORDS IN THE TRANSLATIONS OF THE TEXTS  
OF THE NATURAL SCIENTIFIC CONTENTS**

I.A. Shapovalova

Saratov secondary school № 31

It is described the formation of new words with the help of prefixes and suffixes. Students knowing the meanings of these prefixes and suffixes needn't take any dictionary.

УДК 621.077

**ПРЯМОЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ  
ЖИДКОСТИ.**

Е. А. Воробьева, Б. Н. Кондрашов

Саратовский государственный университет

*Воробьева Елена Александровна*, инженер центра патентных услуг СГУ, соискатель кафедры материаловедения, технологии и управления качеством, vorobievae@mail.ru

*Кондрашов Борис Никанорович*, старший преподаватель кафедры прикладной физики, заведующий Проблемной лабораторией физических и технологических исследований СГУ.

Предлагается оригинальный способ определения коэффициента поверхностного натяжения жидкостей.

Коэффициент поверхностного натяжения жидкостей определяется в практикуме общей физики, как правило, косвенными методами. Пожалуй, единственным прямым методом является метод реализуемый в опытах с тонкими жидкими пленками, натянутыми на контур изменяющейся площади [1, 2].

Было бы заманчиво, с методической точки зрения, разработать способ измерения коэффициента поверхностного натяжения соответствующий принятому определению: “Работа, которую надо затратить, чтобы изотермически и квазистатически увеличить поверхность жидкости на единицу при сохранении объема неизменным называется коэффициентом поверхностного натяжения или просто поверхностным натяжением” [3].

Ниже приводится успешная на наш взгляд реализация задуманного.

Основная идея заключается в применении закона Архимеда о плавающих телах для ограниченного объема жидкости. Дело в том, что при изложении материала связанного с силами, действующими на тела погруженными в жидкость или газ, обычно умалчивают об ограничениях введенных Архимедом в постулате предшествующему закону, в котором он подчеркивает, что речь идет о жидкости, которая “не заключена в каком либо сосуде и не сдвигается еще чем-нибудь другим” [4].

В частном случае, если сосуд и тело имеют форму цилиндров с общей осью симметрии (рис.1),

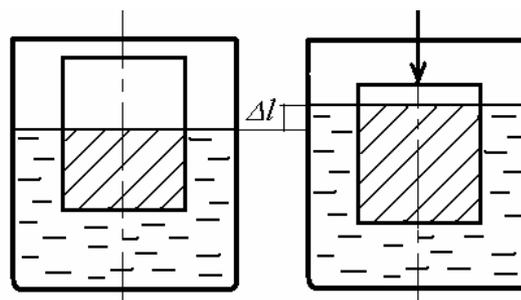


Рис.1

то работа по погружению тела в жидкость равна работе по подъему кольцевого объема жидкости равного объему погружаемой части цилиндрического тела

$$A = F\Delta h = \rho g \Delta V \Delta l$$

где  $\Delta l$  – высота ц.м. вытесненного кольцевого объема жидкости.

В общем случае для сосуда и тела произвольной формы если плавающее тело погружено в достаточное количество жидкости ограниченной твердыми стенками и имеющими свободную поверхность, то для принудительного погружения на некоторую глубину этого тела необходимо совершить работу связанную, во-первых, с подъемом жидкости вытесненной телом, и, во-вторых, работу связанную с изменением площади свободной поверхности жидкости (рис.2)

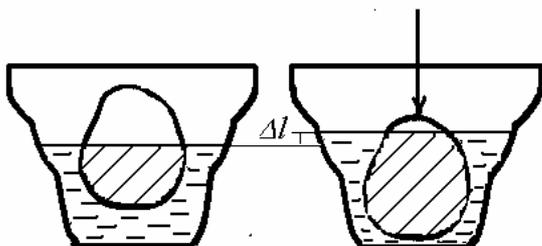


Рис.2

Таким образом, если пренебречь взаимодействием жидкости со стенками сосуда и поверхностью тела при его погружении, и если процесс производить достаточно медленно (для выполнения условия изотермичности и квазистатичности), то можно записать

$$A = A_1 + A_2,$$

где  $A$  – работа внешних сил

$$A = \int f dh$$

где  $h$  – расстояние, проходимое точкой приложения внешней силы  $f$

$A_1$  – работа по подъему вытесненной телом жидкости  $A_1 = \rho V_1 \Delta l$

где  $V_1$  – объем вытесненной жидкости

$\rho$  – плотность жидкости

$\Delta l$  – расстояние от первоначальной поверхности жидкости, до положения центра масс вытесненного объема

$A_2$  – работа по изменению величины свободной поверхности жидкости

$$A_2 = \alpha \Delta S$$

где  $\alpha$  – коэффициент поверхностного натяжения

$\Delta S$  – изменение площади поверхности жидкости при погружении в нее тела

Окончательно

$$\int f dh = \rho V_1 \Delta l + \alpha \Delta S \quad (1)$$

из этой формулы следует, что

$$\alpha = (\int f dh - \rho V_1 \Delta l) / \Delta S$$

Для проверки этой формулы авторами была использована простейшая модель установки (рис.3) позволившая оценить коэффициент поверхностного натяжения воды

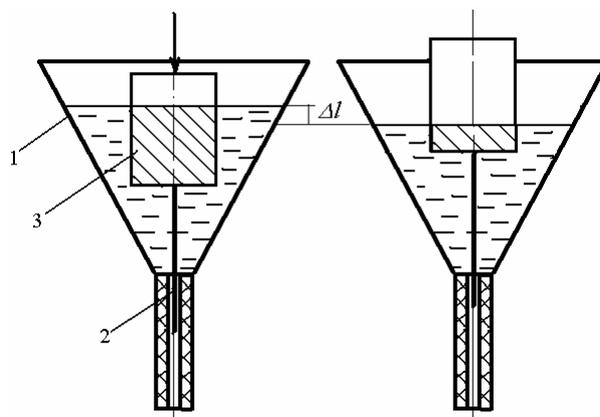


Рис.3. 1 – воронка, 2 – поплавок с направляющей иглой, 3 – пробка.

При погружении поплавков центрировался, относительно общей оси симметрии воронка-поплавков с помощью иглы. Погружение поплавка осуществлялось двумя способами: действием рычага с плавно изменяющейся нагрузкой и увеличением массы воды, медленно наливаемой в мерный стакан, установленный на поплавке.

Измерения дали обнадеживающий результат измерения коэффициента поверхностного натяжения, отличающийся от табличного не более чем на 10 %.

Данная работа представляет на наш взгляд интерес еще и тем, что ставит проблемы по применению закона Архимеда для ограниченных объемов, решение которых вполне посильна для студентов младших курсов физических факультетов и школьникам старших классов в рамках исследовательской модели обучения.

#### Примечание

В данной работе учитывалось поверхностное натяжение только на границе раздела жидкость - газ. На самом деле рассматриваемый объем жидкости ограничен не только свободной поверхностью, но и твердыми телами: поплавок – жидкость, стенки конуса – жидкость. Поэтому общая поверхность жидкости будет подвергаться воздействию сил, исходящих от соприкасающихся сред, причем эти силы будут вызывать уменьшение поверхностного натяжения [5]. Эти дополнительные силы, в виде поплавка, могут быть получены при погружении поплавка не в конический, а цилиндрический сосуд (см., например, рис. 1).

#### Библиографический список

1. Кондрашов Б. Н.. Вопросы прикладной физики. Саратов, 2001. Вып. 7, с. 15-16.
2. Кондрашов Б. Н., Воробьева Е. А.. Вопросы прикладной физики. Саратов 2002. Вып. 8, с. 6-7.
3. Сивухин Д. В.. Общий курс физики. Т.3. М. Наука, 1975, с. 414.
4. Архимед. Сочинения, М. Физматгиз, 1962, с.328.
5. Прандтль Л, Титъенс О., Гидро – и аэродинамика, Т.1, ГТТИ 1933.

#### A DIRECT METHOD OF MEASUREMENT OF SURFACE TENSION OF A LIQUID

Е. А. Vorobyova, B. N. Kondrashov  
Saratov State University

The original way of determining the surface tension of liquids is offered.

## МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ МОДУЛЯ СДВИГА УГЛЕРОДНЫХ НАНОТРУБОК

О.А.Терентьев, Д.В.Осипов

Саратовский государственный университет

*Терентьев Олег Анатольевич*, к.ф.-м.н, ассистент, , TerentevOA@gmail.com

*Осипов Дмитрий Васильевич*, студент

В данной работе представлена методика изучения модуля сдвига углеродных нанотрубок. Приведены два метода расчета модуля сдвига: из разницы полных энергий недеформированной и деформированной трубок и метод основанный на связи модуля сдвига, модуля Юнга и коэффициента Пуассона. Проведено сравнение результатов, полученных этими методами. Рассчитанные значения модуля сдвига составляют ~0,2 ТПа и разница между значениями двух методов не превышает 20%.

При применении углеродных наноструктур в качестве элементной базы электронного приборостроения помимо электронных свойств важно знать и механические. Такие требования как вибростойкость, устойчивость к акустическому шуму, механическим ударам и линейному ускорению должны быть обеспечены при разработке электронных устройств. Важными параметрами упругости углеродных нанотрубок являются модуль Юнга, модуль сдвига и модуль кручения. Как известно, перечисленные характеристики применяются для изучения свойств сплошных тел в классической механике, поэтому использование их для описания упругости молекулярных структур не совсем корректно. Однако, как показывают работы [1-10], применение этих характеристик оказалось достаточно удобным для описания упругих характеристик наноструктур.

В связи с большой трудностью экспериментального изучения свойств наноструктур большие надежды возлагаются на теоретические методы.

Данная работа посвящена разработке методики расчета модуля сдвига углеродных нанотрубок.

Расчет модуля сдвига осуществляется по следующей схеме.

1. Расчет координат атомов нанотрубки. Атомная структура, соответствующая основному состоянию нанотрубки, выявляется минимизацией полной энергии трубки по характерным линейным параметрам каркаса. Таким образом, вычисляется длина  $L$  и полная энергия  $E$  нанотрубки в исходном (основном) состоянии. В качестве характерных линейных параметров каркаса выбраны высота, ширина и длина боковой стороны шестиугольника (трехпараметрический метод расчета координат атомов [9]). Считается, что все шестиугольники нанотрубки одинаковые и поэтому внутреннее строение можно описать с помощью этих трех параметров. Полная энергия структуры рассчитывается полуэмпирическим методом сильной связи Харрисона в модификации Гудвина параметризованным для нанокластеров [11].

2. Расчет модуля сдвига. Атомы одного из концов нанотрубки фиксируются, а остальные атомы смещаются в одном направлении в плоскости перпендикулярной оси нанотрубки пропорционально расстоянию до неподвижного

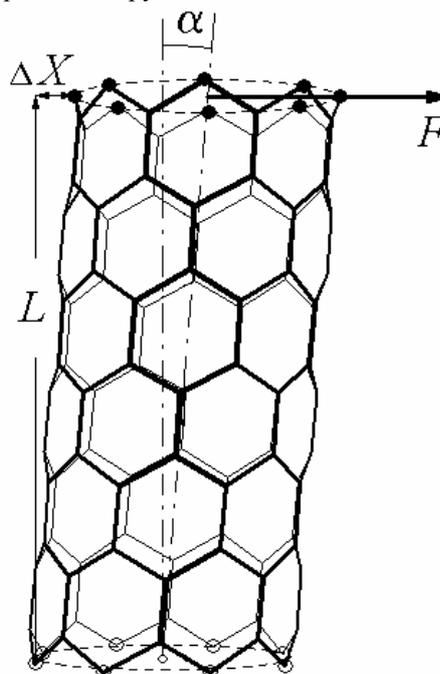
основания (рис. 1). При этом смещение подвижного основания  $\Delta X$  будет равно  $\Delta X = \text{tg}(\alpha) \cdot L$ , где  $\alpha$  – угол сдвига,  $L$  – длина нанотрубки. По необходимым линейным параметрам снова оптимизируется геометрическая структура остова и вычисляется энергия деформированной нанотрубки. Рассчитывается модуль сдвига:

$$G = \left( \frac{F}{S} \right) / \text{tg}(\alpha), \quad (1)$$

где  $F$  – сила, необходимая для деформации трубки, определяемая формулой

$$\Delta E = F \cdot \Delta X / 2, \quad (2)$$

( $\Delta E$  – энергия деформации);  $S$  – площадь поперечного сечения кольца шириной  $3,4 \text{ \AA}$  (расстояние между слоями в графите), содержащего периметр нанотрубки [12]. Для нанотрубок малого радиуса (менее  $1,7 \text{ \AA}$ ) мы используем кольцо той же ширины, считая это приближение параметризацией, а не реальной характеристикой трубки.



**Рис. 1.** Моделирование деформации сдвига нанотрубки. Здесь  $F$  – деформирующая сила,  $\Delta X$  – сдвиг верхнего основания под действием силы,  $\alpha$  – угол сдвига,  $L$  – длина нанотрубки.

Модуль сдвига вычисляется нами также по известной из классической механике формуле, в которой фигурируют модуль Юнга и коэффициент Пуассона [13]:

$$G_Y = \frac{Y}{2(1 + \mu)}, \quad (3)$$

где  $Y$  – модуль Юнга; (рассчитывается аналогично модулю сдвига);  $\mu$  – коэффициент Пуассона.

Обозначение  $G_Y$  указывает на расчет через уже найденное значение модуля Юнга. Процедура расчета модуля Юнга и коэффициента Пуассона подробно описана в наших предыдущих работах [9-10].

В таблицах 1 и 2 приведены рассчитанные по данной методике значения модуля сдвига углеродных нанотрубок киральности armchair.

Таблица 1

Зависимость модуля сдвига от диаметра нанотрубки киральности armchair

Кол-во атомов	Киральность	$L, \text{Å}$	$D, \text{Å}$	$G, \text{ТПа}$	$G_Y, \text{ТПа}$	$Y, \text{ТПа}$
60	(3,3)	10,95	4,18	0,20	0,22	0,65
80	(4,4)	10,95	5,50	0,20	0,23	0,68
100	(5,5)	10,96	6,84	0,21	0,24	0,70
120	(6,6)	10,96	8,18	0,21	0,25	0,71
140	(7,7)	10,96	9,53	0,21	0,25	0,73

Таблица 2

Зависимость модуля сдвига от длины нанотрубки киральности armchair

Кол-во атомов	Киральность	$L, \text{Å}$	$D, \text{Å}$	$G, \text{ТПа}$	$G_Y, \text{ТПа}$	$Y, \text{ТПа}$
70	(5,5)	7,25	6,84	0,21	0,22	0,66
80	(5,5)	8,45	6,84	0,21	0,23	0,69
90	(5,5)	9,71	6,84	0,21	0,23	0,68
100	(5,5)	10,96	6,84	0,21	0,24	0,70
110	(5,5)	12,20	6,84	0,20	0,24	0,69

Как видно из таблиц, значения модуля сдвига практически не зависят от длины и диаметра нанотрубок. Отличие между значениями модуля сдвига полученными различными способами не превышает 20%, что дополнительно подтверждает правомерность использования классических формул расчета упругих характеристик.

Необходимо отметить, что значения модуля сдвига рассчитанные экспериментально и теоретически другими учеными лежат в диапазоне 0,7 ТПа – 0,5 ТПа [5-8]. Значения полученные нами согласуются с этими данными. Однако, ширина этого диапазона дает возможность лишь приближенно оценить значение модуля сдвига и

говорит о необходимости совершенствования технологий и методик.

Разработанная методика позволяет достаточно быстро оценить значение модуля сдвига углеродных нанотрубок и может применяться для качественного исследования зависимости модуля сдвига от геометрических размеров нанотрубки. Также, данная методика может быть применена в составе практических занятий по курсу «Структурная механика материалов электронной нано- и микротехники» для студентов высших учебных заведений обучающихся по специальности «Радиофизика и электроника».

#### Библиографический список

1. Belova E., Chernozatonskii L.A. // Phys. Rev. B. 2007. V.75. P.073412-073415.
2. Harik V.M. // Comp. Mat. Sci. 2002. V.24, №3. P.328-342.
3. Treacy M.J., Ebbesen T.W., Gibson J.M. // Nature 1996, V.381, P.678-680.
4. Krishnan A., Dujardin E., Ebbesen T.W., Yianilos P.N., Treacy M.M.J. // Phys. Rev. B. 1998. V.58, №20. P.14013-14019.
5. Ji-nan Lu; Hai-bo Chen // Chin. J. Chem. Phys. 2008. V.21, №4. P.353-360.
6. Brcic M., Canadija M., Brnic J., Lanc D., Krscanski S., Vukelic G. "Structural Model Of Multi Walled Carbon Nanotube" // 6th International DAAAM Baltic Conference INDUSTRIAL ENGINEERING Tallinn, Estonia, 24-26 April 2008
7. Salvetat J.-P., Briggs G.A.D., Bonard J.-M., Bacsá R.R., Kulik A.J., Stockli T., Burnham N.A., Forro L. // Phys. Rev. Lett. 1999. V.85, №5. P.944-947.
8. PourAkbar Saffar K., JamilPour N., Raeisi Najafi A., Rouhi G., Arshi A.R., Fereidoon A. // Proceedings of World Academy of Science, Engineering and Technology. 2008. V.30. P.836-839.
9. Глухова О.Е., Терентьев О.А. // Физика твердого тела. 2006. Т.48, №7, С.1329-1335.
10. Терентьев О.А. "Атомная структура и эмиссионная способность нерегулярных углеродных тубулярных нанокластеров", Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, Саратов, 2007.
11. Глухова О.Е., Жбанов А.И. // Физика твердого тела. 2003. Т.45, №1, С.180-186.
12. Hernandez E., Goze C., Bernier P., Rubio A. // Phys. Rev. Lett. 1998. V.80, P.4502-4505.
13. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т.7. Теория упругости. М., 2001.

## TECHNIQUE OF STUDY OF SHEAR MODULUS OF CARBON NANOTUBES

О.А. Terentev, D.V. Osipov

Saratov State University

In this work we represent the technique of study of shear modulus of carbon nanotube. We advances the two methods of shear modulus calculations: 1) we use difference between energy of strain-free tube and strained tube, 2) we use relation between Young's modulus, shear modulus and Poisson ratio. Also we represent the comparison of results of this methods.

УДК 539.2:546.26

## ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УГЛЕРОДНЫХ НАНОКЛАСТЕРОВ С НЕЦЕНТРАЛЬНЫМ ЭФФЕКТОМ

О.Е. Глухова, М.М. Слепченков

Саратовский государственный университет

Глухова Ольга Евгеньевна, к.ф.-м.н., доцент, glukhova@info.sgu.ru

Слепченков Михаил Михайлович, студент, slepchenkovm@mail.ru

Рассмотрена модель двухслойной наночастицы  $C_{60}@C_{240}$  с нецентральным эффектом (центры масс фуллеренов не совпадают). Рассчитан многоямный потенциал взаимодействия слоев наночастицы, определена конфигурация фуллеренов, соответствующая основному состоянию.

Открытие углеродных наноструктур ознаменовало собой появление новой науки нанотехнологии. Благодаря своим необычным свойствам углеродные наноструктуры имеют широкий спектр применения. В частности, их используют для создания новых материалов при конструировании приборов и элементов электроники.

Целью данной работы является изучение атомной структуры и расчет многоямного потенциала взаимодействия слоев наночастицы  $C_{60}@C_{240}$ .

Атомная структура двухслойной наночастицы  $C_{60}@C_{240}$ 

Молекула  $C_{240}$ , являющаяся внешней оболочкой наночастицы, представляет собой молекулу фуллерена икосаэдрической симметрии  $I_h$ . Молекула  $C_{60}$  имеет структуру усеченного икосаэдра. Она включает двенадцать пятиугольников и двадцать шестиугольников.

Для расчета энергии взаимодействия и конфигурации фуллеренов были произведены последовательные смещения фуллерена  $C_{60}$  вдоль оси симметрии пятого порядка. Для этого внутренний фуллерен поворачивался так, чтобы ось  $Z$  проходила: 1) через центр ребер, 2) центр граней, 3) центр вершин базового икосаэдра атомного остова внешней оболочки наночастицы. В результате смещения фуллерена  $C_{60}$  вдоль оси  $Z$  были определены положения потенциальных ям. Для этого на каждом шаге смещения вычислялась энергия взаимодействия оболочек наночастицы, что позволило определить минимум энергии. Расчет энергии производился по формуле Леннарда-Джонса [1]:

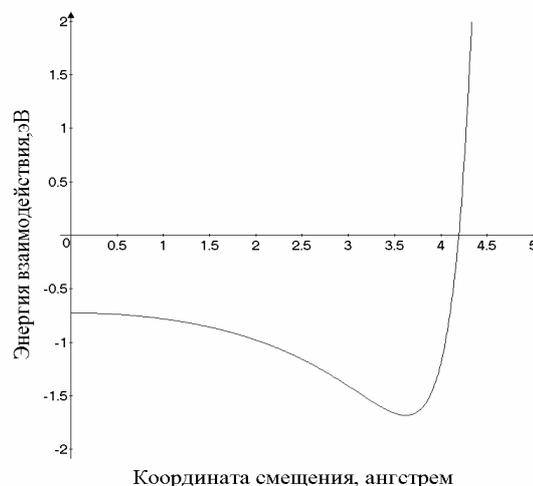


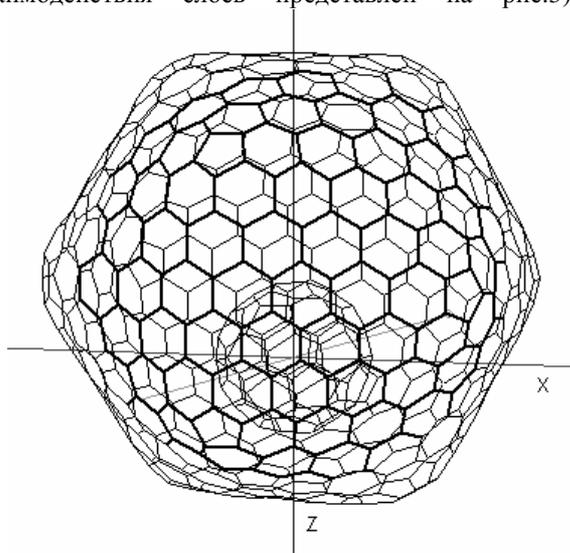
Рис.1. График зависимости энергии взаимодействия слоев наночастицы от координаты смещения фуллерена  $C_{60}$ .

$$E = \sum_{k=1}^N \frac{A}{\sigma^6} \left( \frac{1}{2} y_0^6 \frac{1}{(r_k / \sigma)^{12}} - \frac{1}{(r_k / \sigma)^6} \right), \quad (1)$$

где  $r_k$  – расстояние между атомами  $k$ -ой пары,  $N$  – число пар,  $\sigma=1,42 \text{ \AA}$  – длина  $C-C$  связи,  $y_0=2,7$  и  $A=24,3 \cdot 10^{-79} \text{ Дж} \cdot \text{м}^6$  – эмпирически подобранные параметры. В соответствии с рассчитанными значениями был построен график зависимости энергии взаимодействия оболочек наночастицы от координаты смещения фуллерена  $C_{60}$  (рис.1).

В итоге было выявлено, что в основном состоянии (при температуре  $T=0^{\circ}\text{K}$ ) наночастицы  $C_{60}@C_{240}$  фуллерен  $C_{60}$  смещен от центра в направлении оси симметрии пятого порядка (рис.2) внешней оболочки (ось  $Z$ ).

Для определения взаимной конфигурации слоев наночастицы фуллерен  $C_{60}$  поворачивался около оси пятого порядка (график зависимости энергии взаимодействия слоев представлен на рис.3).



**Рис.2.** Атомная структура двухслойной наночастицы для случая смещения фуллерена  $C_{60}$  вдоль оси пятого порядка (ось Z проходит через центры ребер икосаэдра);

С повышением температуры фуллерен  $C_{60}$  может смещаться как в направлении оси симметрии второго порядка, так и в направлении оси третьего порядка. Равновесные состояния фуллерена  $C_{60}$  в направлении этих осей были определены также по минимуму энергии взаимодействия (1).

Таким образом, многоямный потенциал взаимодействия слоев наночастицы характеризуется двенадцатью идентичными глобальными минимумами с энергией -1.685 эВ, тридцатью идентичными локальными минимумами с энергией -1.412 эВ и двадцатью идентичными локальными минимумами с энергией -0.726 эВ.

#### Библиографический список

1. Qian D., Liu W.K., Ruoff R.S. Mechanical properties of carbon nanotubes: theory and experimental measurements. // *C.R. Physique.* – 2003. – № 4. – P. 993–1008.
2. Глухова О.Е., Салий И.Н. Фуллереновый нанотермоматчик // *Нано- и микросистемная техника.* – 2008. – № 5. – С. 64-68.

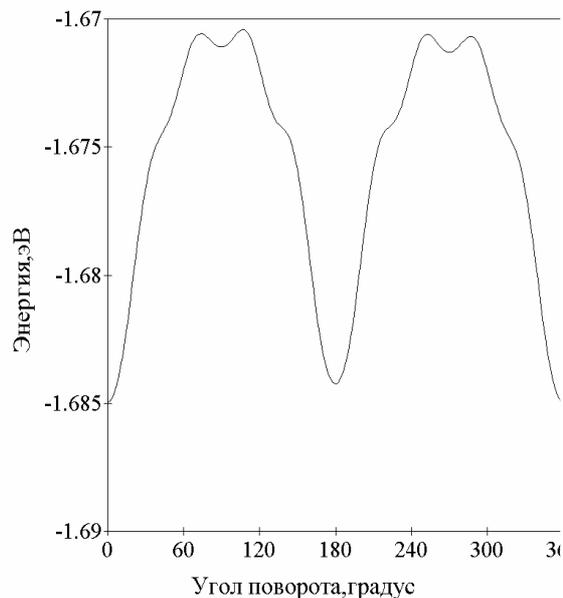
### THEORETICAL INVESTIGATION OF CARBON NANOCLESTERS WITH UNCENTRAL EFFECT

O.E. Glukhova, M.M. Slepchenkov

Saratov State University

In this article model of two-layer nanoparticle  $C_{60}@C_{240}$  with ancestral effect was considered. The potential of many wells of interaction of the layers of nanoparticle was considerable, configuration of fullerenes, corresponding to ground state, is determined.

Минимум энергии соответствует основному состоянию наночастицы.



**Рис.3.** График зависимости энергии взаимодействия слоев наночастицы от угла поворота фуллерена  $C_{60}$ .

#### Вывод

На основании сканирования рассчитанного нами многоямного потенциала взаимодействия слоев наночастицы  $C_{60}@C_{240}$  можно заключить, что центры масс фуллерена  $C_{60}$  и фуллерена  $C_{240}$  не совпадают. Внутренний фуллерен смещен в направлении оси пятого порядка  $C_{240}$ .

С повышением температуры фуллерен  $C_{60}$  будет перескакивать между потенциальными ямами. С увеличением температуры частота перескока возрастает, что позволяет на базе подобных наночастиц моделировать нанотермоматчики [2].

## ВЫЧИСЛЕНИЕ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ ФОТОНА В ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ МЕТОДАМИ ВАРИАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ

Г.Е. Гарбер

Саратовский государственный университет

*Гарбер Георгий Евгеньевич, garber@mail.saratov.ru*

Дается чисто физическое объяснение релятивистской теории тяготения без тензорного формализма. Задача об отклонении светового луча в гравитационном поле решается на основе обобщения вариационных принципов Ферма и Гамильтона. Вещественное криволинейное пространство Римана–Минковского строится естественным путем с использованием этого обобщенного принципа. Фундаментальная дифференциальная форма, определяющая геометрию криволинейного пространства, выводится из него без дополнительных постулатов. Уравнения для траектории фотона также вычисляются и описывают геодезические линии в смысле Минковского в четырехмерном пространстве. Наконец, вычисляется решение задачи в виде гиперболической траектории в обычном трехмерном пространстве.

После открытия фотона А. Эйнштейн предположил, что в гравитационном поле новая частица ведет себя так же, как и другие элементарные частицы. Поэтому в гравитационном поле световой луч должен отклоняться. Предсказанное явление было экспериментально подтверждено А. Эддингтоном. Для теоретического объяснения отклонения светового луча применяется общая теория относительности А. Эйнштейна [1, 2, 3]. Но в настоящее время эта теория имеет абстрактную, чисто математическую форму тензорного исчисления и геометрии риманова пространства [1, 2]. С физикой её связывает только неочевидный постулат, что все частицы в гравитационном поле движутся по геодезическим линиям. Физическое объяснение и логический анализ рассматриваемого явления отсутствуют, а результат дается сразу в готовом виде. Принятый в общей теории относительности обратный порядок изложения очень похож на подгонку решения задачи под заранее известный результат. Формальный подход мало понятен и не представляет интереса для обычных физиков, не являющихся узкими специалистами в этой области, и сильно отличается от простого и ясного закона всемирного тяготения Ньютона.

Необходимо добавить, что подобный обратный и искусственный порядок изложения приводит к математически некорректным утверждениям. Используемые в физике криволинейные пространства в действительности не являются римановыми, потому что в бесконечно малой окрестности риманово пространство является евклидовым. Фундаментальная дифференциальная форма, которая в физике называется элементом [4], напротив, не является положительно определенной эллиптической формой, а представляет собой гиперболическую форму сигнатуры 2. Поэтому в общей теории относительности применяются псевдоримановы пространства и, строго говоря, псевдо-геодезические кривые.

Решение задачи прямого вычисления траектории фотона в гравитационном поле позволяет дать физическое объяснение и ввести четырехмерное криволинейное пространство как естественное обобщение векторного пространства Минковского. Р. Фейнман отметил, что основные формулы электродинамики полностью аналогичны формулам

гидродинамики [5, с. 236]. Волновые уравнения выводятся из уравнений Максвелла, которые основаны на понятиях и определениях векторного анализа: поток, дивергенция, циркуляция, взятых из теории течения жидкости [6]. Поэтому электромагнитные волны могут рассматриваться как движение множества частиц, подобно движению жидкости, в форме потока фотонов. Количество фотонов легко найти, разделив полную энергию волны на энергию одного фотона:  $E_f = h\nu$ .

В соответствии с корпускулярной гипотезой И. Ньютона и квантовой теорией электромагнитного поля А. Эйнштейна, каждый фотон – это локализованная в пространстве микроскопическая частица, подобная частице воды, молекуле. И, наоборот, не нужно приписывать единичной частице несуществующие волновые свойства, в соответствии с правилом Ньютона: «Не должно принимать в природе иных причин сверх тех, которые истинны и достаточны для объяснения явлений». Поэтому фотон можно рассматривать как обычную частицу с определенной траекторией, конечной энергией, и наглядно представить в виде светового пятнышка, солнечного зайчика бесконечно малого диаметра. А волновые свойства (интерференцию и дифракцию) имеет только совокупность большого числа частиц.

Важная особенность единичного фотона состоит в том, что эта частица не имеет массы. Действительно, рассмотрим величину энергии частицы в релятивистской механике [4]

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, E_f = h\nu \quad (1)$$

Если скорость частицы стремится к скорости света:  $v \rightarrow c$ , и  $m \neq 0$ , то  $E \rightarrow \infty$ , что противоречит конечной величине энергии фотона (1). Отсюда следует, что масса фотона равна нулю:  $m_f = 0$ . Этот факт делает невозможным прямое применение закона всемирного тяготения Ньютона

$$F = \gamma \frac{mM}{r^2} \quad (2)$$

где  $m = m_f$ ,  $M$  и  $r$  – масса и расстояние до центрального тела.

Возникшую трудность можно обойти, применив центральный закон оптики – принцип наименьшего времени или принцип Ферма [7]. Согласно этому

закону, свет распространяется по такой траектории, для которой время движения минимально. Но в релятивистской механике вместо обычного времени применяется собственное время частицы. Действительно, обычное время зависит от системы координат, и только собственное время частицы является инвариантной величиной. Собственное время имеет физический смысл – это время в начальной точке системы координат, движущейся вместе с частицей. Для перехода к движущейся системе координат применяется преобразование Лоренца в дифференциальной форме [4]

$$dx' = \frac{dx - v_s dt}{\sqrt{1 - \beta^2}}, dt' = \frac{dt - \frac{v_s dx}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (3)$$

где  $v_s$  – скорость системы координат,  $\beta = v_s/c$ .

Величину собственного времени находим, подставив в первое уравнение (3)  $dx' = 0$  и положив  $v_s = v$

$$d\tau \equiv dt' = dt \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, v = \frac{dx}{dt} \quad (4)$$

Принцип Ферма устанавливает, что интеграл собственного времени (4) при движении частицы вдоль траектории минимален, а его вариация равна нулю

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} d\tau = c^{-1} \delta \int_{t_0}^{t_1} \sqrt{c^2 dt^2 - \sum_1^3 (dx^i)^2} = 0 \quad (5)$$

где  $x^1 = x, x^2 = y, x^3 = z$ .

Таким образом, определение траектории фотона естественным путем приводит к решению вариационной задачи на основе принципа Ферма. При этом вводится основная дифференциальная форма, которая определяет геометрию для линейного векторного пространства Минковского. Уравнение (5) можно переписать, опустив множитель  $c^{-1}$ , в виде:

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} \sqrt{F_1(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})} dt = \delta \int_{t_0}^{t_1} \sqrt{c^2 - \sum_1^3 (\dot{x}^i)^2} dt = 0 \quad (6)$$

где  $\delta \sqrt{F_1} = \delta F_1 / (2\sqrt{F_1})$ .

Полученная задача решается стандартными методами вариационного исчисления [6]. Следует отметить, что вариация имеет особенность для траекторий фотонов, так как знаменатель вариации подинтегральной функции (6) обращается в нуль:  $F_1 = 0, v = c$ . Поэтому сначала необходимо решить задачу аналитически для материальной точки Ньютона, для которой  $F_1 \neq 0, v \neq c$ . Решение легко находится. Это линейные функции:  $x = a_1 t + b_1, y = a_2 t + b_2, z = a_3 t + b_3$ , и траектории имеют вид прямых линий. Полученное решение соответствует первому закону Ньютона: тело сохраняет состояние равномерного прямолинейного движения, если на него не действует сила. Поэтому вариационное уравнение (6) описывает траектории частиц произвольного вида.

Для получения траектории фотона производится предельный переход по найденным аналитическим решениям (6), когда скорость частицы стремится к

скорости света:  $v \rightarrow c$ . Предельное положение расчетных прямолинейных траекторий дает прямолинейную траекторию фотона.

Движение частицы с ненулевой массой в гравитационном поле определяется принципом Гамильтона [4]

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} L dt = 0, L = \frac{mV^2}{2} - mV(r) \quad (7)$$

где  $L$  – функция Лагранжа,  $V(r) = -\gamma M/r$  – гравитационный потенциал Ньютона (2).

Так как уравнение (7) не зависит от величины массы частицы, то можно считать  $m=1$ . Очевидно, что вариационные уравнения (5) и (7), которые описывают движение частиц произвольного вида, похожи между собой. Э. Ферми установил соответствие между принципом Ферма (5) и принципом Гамильтона (7) [8]. Чтобы облегчить сравнение, разделим функцию Лагранжа  $L$  из уравнения (7) на  $c^2$ . В нерелятивистском приближении величина первого члена имеет бесконечно малое значение:  $v^2/c^2 \ll 1$ . Аналогичная оценка дается и для второго члена  $L$ . Поэтому измененную величину  $L$  можно внести под знак квадратного корня, пренебрегая бесконечно малой величиной высшего порядка. Подставим найденное приближенное значение в уравнение (7)

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} L dt = \delta(-c) \int_{t_0}^{t_1} \sqrt{c^2 - 2L} dt = 0 \quad (8)$$

$$-\frac{L}{c^2} = \sqrt{1 - 2\frac{L}{c^2}}$$

Уравнение (8) можно преобразовать, выразив функцию Лагранжа  $L$  через значения координат (7). Полученное уравнение эквивалентно уравнению (7) для обычных значений скорости  $v \ll c$ , но оно остается справедливым и в релятивистском случае. Это непосредственно следует из вида вариации подинтегральной функции в уравнениях (8), (9)

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} \sqrt{(1 + 2V(r))c^2 dt^2 - \sum_1^3 (dx^i)^2} = 0 \quad (9)$$

$$\delta(\sqrt{c^2 - 2L}) = \frac{-\delta L}{\sqrt{c^2 - 2L}}$$

Движение частиц вещества с ненулевой массой ( $m \neq 0$ ) описывается уравнением (9). Сравнение принципа Ферма (5) с найденным уравнением (9) показывает их подобие между собой. Поэтому можно сформулировать единый обобщенный принцип Ферма и Гамильтона в форме вариационного уравнения, которому подчиняется движение в гравитационном поле фотонов и частиц вещества с ненулевой массой

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} ds = \delta \int_{t_0}^{t_1} \sqrt{(1 + 2V(r))c^2 dt^2 - \sum_1^3 (dx^i)^2} = 0 \quad (10)$$

При таком физическом подходе все частицы эквивалентны между собой, отклоняются в гравитационном поле в соответствии с вариационным уравнением (10) и различаются только по величине скорости. Полученное основное вариационное уравнение имеет очевидный физический

смысл, следует из законов оптики и механики и выведено путем вычислений, без дополнительных постулатов. Фундаментальная дифференциальная форма  $ds^2$  также найдена путем вычислений и может быть представлена в компактной тензорной форме:

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu, x^0 = ct$$

$$g_{00} = 1 + 2V(r), g_{\mu\nu} = -\delta_{\mu\nu} \quad (11)$$

где  $\delta_{\mu\nu}$  - символ Кронекера:  $\delta_{\mu\nu} = 1$ , если  $\mu = \nu$ ;  $\delta_{\mu\nu} = 0$ , если  $\mu \neq \nu$ ;  $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$ .

Аналогично векторному пространству Минковского, фундаментальная дифференциальная форма (11) – это гиперболическая форма сигнатуры 2, инвариантная при преобразованиях координат. Коэффициенты формы представляют тензор второго ранга и зависят от координат точки, в отличие от векторного пространства Минковского. Поэтому фундаментальная дифференциальная форма (11) определяет геометрию криволинейного четырехмерного пространства, которое естественно назвать пространством Римана-Минковского.

Следует отметить, что фактически степень искривления мала по сравнению с векторным пространством Минковского, так как в величине коэффициента  $g_{00} = 1 + 2V(r)$  значение  $V(r)$  на поверхности Земли имеет порядок  $10^{-9}$  [1]. Кроме того, криволинейное пространство найдено естественным путем как вещественное, а искусственная комплексификация должна быть исключена, так как не имеет физического смысла. Согласно замечанию Р. Фейнмана: «В физике праведна и чтима только действительная часть комплексного числа» [9]. Невозможно превратить гиперболу в эллипс простым умножением координаты на мнимую единицу  $i$ , как невозможно перевести гиперболическую форму в эллиптическую форму.

Рассмотрим решение задачи в общем виде, применяя тензорные обозначения для упрощения суммирования. Вычислим вариацию от фундаментальной формы в тензорном представлении (11), и найдем вариацию подинтегральной функции основного вариационного уравнения (10):

$$2ds \delta(ds) = dx^\mu dx^\nu \frac{dg_{\mu\nu}}{dx^\lambda} \delta x^\lambda + 2g_{\mu\lambda} dx^\mu \delta dx^\lambda \quad (12)$$

$$\delta(ds) = \left( \frac{1}{2} \frac{dg_{\mu\nu}}{dx^\lambda} v^\mu v^\nu \delta x^\lambda + g_{\mu\lambda} v^\mu \frac{d\delta x^\lambda}{ds} \right) ds$$

где  $v^\mu = dx^\mu / ds$ .

В качестве путевого параметра вдоль траектории здесь используется величина  $ds$ , которая не является евклидовой длиной. Допустимо рассматривать только временноподобные траектории с условием  $ds > 0$ , для которых деление в уравнениях (12) возможно. Подставим найденное значение вариации в основное уравнение (10) и проинтегрируем второе слагаемое по частям

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} ds = \int_{t_0}^{t_1} \left( \frac{1}{2} \frac{dg_{\mu\nu}}{dx^\lambda} v^\mu v^\nu - \frac{d(g_{\mu\lambda} v^\mu)}{ds} \right) \delta x^\lambda ds = 0 \quad (13)$$

Так как вариация  $\delta x^\lambda$  является произвольной функцией, то выражение в скобках (13) равно нулю. После выполнения дифференцирования, опуская промежуточные преобразования, получим окончательное уравнение для экстремали в общем виде [1]

$$g_{\mu\lambda} \frac{dv^\mu}{ds} + \Gamma_{\lambda\mu\nu} v^\mu v^\nu = 0 \quad (14)$$

$$\Gamma_{\lambda\mu\nu} = \frac{1}{2} \left( \frac{dg_{\lambda\mu}}{dx^\nu} + \frac{dg_{\lambda\nu}}{dx^\mu} - \frac{dg_{\mu\nu}}{dx^\lambda} \right)$$

где  $\Gamma_{\lambda\mu\nu}$  - символ Кристоффеля первого типа.

Эти уравнения выведены прямым вычислительным путем, без использования введенных заранее геометрических определений и методов, только на основе физических законов. Решение найденных дифференциальных уравнений (14) представляет собой геодезическую линию при условии, что параметр кривой  $ds$  – это обычная евклидова длина. Однако в рассматриваемом пространстве Римана-Минковского величина  $ds$  является обобщенным параметром, а не длиной, и равна квадратному корню из фундаментальной формы гиперболического типа (11). Поэтому полученную кривую можно рассматривать как геодезическую линию только при этом условии, в смысле Минковского, или  $M$ -геодезическую. Окончательное уравнение для  $M$ -геодезической линии получим, выразив явно производную в уравнениях (14) с помощью обратной матрицы  $g^{\sigma\lambda}$  [1]

$$\frac{dv^\sigma}{ds} + \Gamma_{\mu\nu}^\sigma v^\mu v^\nu = 0 \quad (15)$$

$$\Gamma_{\mu\nu}^\sigma = g^{\sigma\lambda} \Gamma_{\lambda\mu\nu}$$

где  $\Gamma_{\mu\nu}^\sigma$  - символ Кристоффеля второго типа.

Решение уравнений (15) в общем виде и получение конечного результата представляет большие трудности, а его физический смысл недостаточно понятен. Поэтому проще найти решение задачи, применяя непосредственно основное вариационное уравнение (10). Для частиц с ненулевой массой выполняется условие:  $c^2 - 2L > 0$ , вследствие чего знаменатель вариации подинтегральной функции (9), (10) отличен от нуля. Следовательно, в этом случае основное уравнение (10) сводится к принципу Гамильтона (7). Получаем уравнения Лагранжа, в которых можно перейти к полярным координатам в обычном двумерном пространстве [4], [6]

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{dL}{dq_i} \right) - \frac{dL}{dq_i} = 0 \quad (16)$$

$$q_1 = r, q_2 = \varphi, V(r) = -\gamma \frac{M}{r}$$

Уравнения Лагранжа в полярных координатах для движения материальной точки в гравитационном поле имеют вид:

$$\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 + \gamma \frac{M}{r^2} = 0 \quad (17)$$

$$\frac{d}{dt}(r^2\dot{\varphi}) = 0$$

Второе уравнение выражает постоянство секторной скорости:  $v_s = \text{const}$ . Поэтому производится замена переменной ( $t$  на  $\varphi$ ) в первом уравнении, чтобы получить уравнение для траектории

$$r^2 \frac{d\varphi}{dt} = 2v_s, dt = \frac{r^2 d\varphi}{2v_s} \quad (18)$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{dr(2v_s)}{r^2 d\varphi}$$

Проведя естественную замену переменной  $r_1 = r^{-1}$  в уравнениях (18), получим окончательное уравнение для траектории частицы в полярных координатах. Это линейное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами

$$\frac{d^2 r_1}{d\varphi^2} + r_1 - \frac{\gamma M}{4v_s^2} = 0, r_1 = r^{-1} \quad (19)$$

Решение полученного уравнения (19) очевидно. Результатом является гармоническая функция. Окончательно получаем для траектории частицы с ненулевой массой в гравитационном поле

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \varphi}, p = \frac{4v_s^2}{\gamma M} \quad (20)$$

где  $p$  – фокальный параметр,  $e$  – эксцентриситет.

Найденное уравнение (20) задает гиперболу в полярных координатах. Каноническое представление в прямоугольной системе координат  $xOy$  наглядно показывает асимптотические свойства гиперболы на бесконечности. Ветви гиперболы для достаточно больших значений координат отличаются на бесконечно малую величину от прямолинейных асимптот, которые даются уравнениями [6]

$$y = \frac{b}{a}x, y = -\frac{b}{a}x \quad (21)$$

$$a = \frac{p}{e^2 - 1}, b = \frac{p}{\sqrt{e^2 - 1}}$$

где  $a, b$  – полуоси гиперболы.

Для получения численных значений параметров необходимо от секторной скорости  $v_s$  перейти к обычной линейной скорости  $v$ . Траектория частицы на бесконечности фактически совпадает с асимптотой, поэтому можно использовать уравнения (21), переписав их в полярных координатах. Используются также уравнения (18), связывающие переменные  $d\varphi$  и  $dt$ . Опуская промежуточные вычисления, приведем конечный результат

$$r = \frac{h}{\sin(\varphi - \varphi_a)} \quad (22)$$

$$v^2 = \dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2 = \frac{4v_s^2}{h^2}$$

где  $h$  – расстояние от фокуса гиперболы до асимптоты,  $\varphi_a$  – угол наклона асимптоты к оси  $Ox$ .

Изменение направления движения частицы в гравитационном поле – это дополнение к углу между асимптотами. Его величина измеряется как сумма углов отклонения асимптот от вертикальной оси  $Oy$  при каноническом представлении гиперболы. Искомый суммарный угол вычисляется по формулам (20)–(22), с использованием геометрического равенства  $b=h$ . Значение угла, с учетом его малой величины, равно

$$\Delta\varphi = \pi - 2\varphi_a = 2\text{arctg} \frac{a}{b} \quad (23)$$

$$\Delta\varphi \approx 2 \frac{\gamma M}{v^2 h}$$

Таким образом, найдена траектория частицы в гравитационном поле, которая имеет форму гиперболы (20). Вычислены параметры гиперболы и определено значение угла отклонения траектории от прямой линии (21)–(23). Найденная кривая – это проекция четырехмерной геодезической в смысле Минковского, или  $M$ -геодезической (15) на обычное трехмерное пространство  $(x, y, z)$ . Аналитический метод решения вариационного уравнения (10) возможен потому, что для частиц с ненулевой массой выполняется условие  $ds > 0$ , и вариация существует (9), (10).

Для фотона аналитическое решение (16)–(23) невозможно, так как указанное условие не выполняется:  $ds = 0$ . Поэтому траектория фотона находится как предельная кривая для вычисленных решений (17)–(20), аналогично рассмотренному ранее случаю, когда гравитационное поле отсутствует (5), (6). Криволинейное пространство Римана-Минковского является непрерывным, поэтому значения интеграла основного уравнения (10), соответствующие последовательности аналитических траекторий, стремятся к минимальному значению:  $I \rightarrow \min I$ . Следовательно, траектория фотона соответствует минимальному значению интеграла (10). Поэтому она также является  $M$ -геодезической. Численное значение угла отклонения светового луча равно пределу  $\Delta\varphi$  при  $v \rightarrow c$  (23).

При движении частиц в гравитационном поле  $M$ -геодезические линии четырехмерного пространства Римана-Минковского соответствуют прямолинейным траекториям в векторном пространстве Минковского. Это движение, как отмечено, подчиняется первому закону Ньютона, потому что в описании отсутствуют масса частицы и сила взаимодействия. При таком подходе гравитационное взаимодействие включено в геометрию пространства, где в качестве прямых линий рассматриваются  $M$ -геодезические. Поэтому все изложенное можно интерпретировать как кинематическую часть общей теории относительности.

Существует естественная связь между общей теорией относительности Эйнштейна и предыдущими теориями тяготения. Три закона И. Кеплера также дают теорию тяготения в

геометрической форме. На следующем этапе И. Ньютон расчетным путем вывел закон всемирного тяготения из законов Кеплера в виде закона динамики. Наконец, используя новые физические теории, А. Эйнштейн обобщил закон всемирного тяготения и распространил его на все явления механики, оптики и электродинамики. Общая теория относительности Эйнштейна является логическим развитием законов Кеплера и Ньютона и распространением этих законов на электромагнитное поле, с использованием новых математических методов вариационного исчисления и дифференциальной геометрии. А. Эйнштейн снова придал релятивистскому закону тяготения геометрическую форму – форму геометрии четырехмерного криволинейного пространства Римана–Минковского. Любые физические частицы подчиняются этому закону – и частицы вещества, и электромагнитные кванты с нулевой массой движутся по  $M$ -геодезическим линиям. Отметим, что орбиты планет являются проекциями  $M$ -геодезических на обычное трехмерное пространство.

**Выводы.** Решается задача об отклонении светового луча в гравитационном поле обычными методами прикладной физики. Метод решения основан на принципе Ферма. Производится вывод обобщенного вариационного уравнения для траекторий частиц с помощью идеи Э. Ферми о соответствии принципов Ферма и Гамильтона. Решение полученного уравнения прямым вычислением приводит к известным уравнениям геодезических линий в четырехмерном криволинейном пространстве. Естественным путем, без всяких дополнительных предположений и постулатов, дается определение вещественного (а не комплексного) криволинейного пространства Римана – Минковского и находится его фундаментальная дифференциальная форма. Показано, что траекториями частиц являются геодезические линии в смысле Минковского. Результат решения задачи наглядно представлен в виде графика в обычном трехмерном пространстве и имеет вид гиперболы. Наконец, приводится формула для численного значения угла отклонения светового луча в гравитационном поле.

#### Библиографический список

1. Дирак П.А.М. Общая теория относительности. М.: Атомиздат, 1978.
2. Паули В. Теория относительности. М.: Наука, 1991.
3. Синг Дж.Л. Общая теория относительности. М.: Иностран. лит., 1963.
4. Лич Дж.У. Классическая механика. М.: Иностран. лит., 1961.
5. Фейнман Р.Ф., Лейтон Р.Б., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Вып. 7. М.: Мир, 1966.
6. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. М.: Наука, 1986.
7. Фейнман Р.Ф., Лейтон Р.Б., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Вып. 3. М.: Мир, 1966.
8. Ферми Э. Квантовая механика. М.: Мир, 1968.
9. Фейнман Р.Ф., Лейтон Р.Б., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Вып. 2. М.: Мир, 1966.

#### CALCULATION OF PHOTON'S TRAJECTORY IN THE GRAVITATIONAL FIELD BY METHODS OF THE CALCULUS OF VARIATIONS

G.E. Garber

Saratov State University

The pure physical explanation of relativistic theory of gravitation without any tensor formalism is given. The problem of deviation of light beam in gravitational field is solved on the basis of generalized variational Fermat's and Hamilton's principles. Real curvilinear Riemann-Minkowski space is constructed by natural way with the help of this generalized principle. Fundamental differential form defining the geometry of curvilinear space is deduced from them without any additional postulates. Equations for the photon's trajectory are calculated also, and the geodesic lines in the Minkowski's meaning in 4-dimensional space are described. Finally, the solution of the problem is calculated in the form of hyperbolic trajectory in the ordinary 3-dimensional space.

## ВЛИЯНИЕ КОРРЕЛЯЦИИ КВАДРАТУРНЫХ КОМПОНЕНТ ШУМА ВНУТРЕННИХ ИСТОЧНИКОВ НА ВЗАИМНЫЙ СПЕКТР АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНЫХ ФЛУКТУАЦИЙ СИГНАЛА МНОГОДИОДНОГО ГЕНЕРАТОРА СВЧ

А.С. Шаповалов, Л.М Минкин, С.А. Шаповалов

Саратовский государственный университет

*Шаповалов Александр Степанович*, д.ф.-м.н., профессор кафедры прикладной физики

Портландский государственный университет, США

*Минкин Леонид Моисеевич*, профессор

Саратовское электроагрегатное производственное объединение

*Шаповалов Степан Александрович*, инженер

Приводятся результаты расчета взаимного спектра амплитудно-частотных флуктуаций сигнала многодиодного генератора СВЧ, учитывающие корреляцию квадратурных компонент шума внутренних источников. Полученные выражения учитывают также динамические параметры генератора, особенности его электродинамической системы, фиксирующую способность колебательного контура. Исследуется влияние на взаимный спектр флуктуаций стратегии настройки генератора.

Одной из важных шумовых характеристик автоколебательной системы является взаимная спектральная плотность амплитудно-частотных флуктуаций. Для многодиодных генераторов СВЧ эта характеристика до последнего времени оставалась не изученной в полной мере [1]. Расчет взаимного спектра флуктуаций сигнала такого генератора, проведенный в работе [2], не учитывает корреляцию квадратурных компонент собственного шума диодов. Однако в режимах большого сигнала диодов повышенной мощности указанная корреляция, как правило, имеет место [3]. В данной работе исследуется взаимный спектр амплитудно-частотных флуктуаций сигнала многодиодного генератора с учетом корреляции квадратурных компонент шума внутренних источников.

Для проведения исследования воспользуемся результатами расчета взаимного спектра амплитудно-частотных флуктуаций, выполненного для обобщенной схемы генератора СВЧ на твердотельном диоде [4]. Как показывает расчет [4], взаимная спектральная плотность  $S_{\alpha\nu hf}(\Omega)$  амплитудных  $\alpha(t)$  и частотных  $\nu(t)$  флуктуаций сигнала, обусловленных высокочастотными ( $hf$ ) внутренними шумами генератора описывается выражением

$$S_{\alpha\nu hf}(\Omega) = -\frac{qS_n(\Omega) + (\Omega + jp)\text{Im}S_{e_c e_s}(\Omega)}{A_0^2 |Z'_{nd}|^2 (p^2 + \Omega^2)}, \quad (1)$$

где  $Z_{nd} = Z_n + Z_d$ ,  $Z_{nd} = R_{nd} + jX_{nd}$ ,  
 $Z_n = R_n + jX_n$ ,  $Z_d = R_d + jX_d$ ,

$$S_n(\Omega) = S_{e_c}(\Omega) = S_{e_s}(\Omega) = S_e(\omega + \Omega) + S_e(\omega - \Omega), \quad (2)$$

$$\text{Im}S_{e_c e_s}(\Omega) = S_e(\omega - \Omega) - S_e(\omega + \Omega), \quad (3)$$

$\Omega$  - эквивалентная частота модуляции (частота отстройки шума от несущей);  $S_{e_c}(\Omega)$  и  $S_{e_s}(\Omega)$  - спектральные плотности соответственно синфазной и ортогональной компонент источника шума;  $S_{e_c e_s}(\Omega)$  - взаимная спектральная плотность квадратурных компонент шума;  $S_e(\omega)$  - спектральная плотность флуктуаций напряжения источника шума;  $A_0$  - амплитуда СВЧ колебаний тока;  $R_n$ ,  $X_n$  -

соответственно активная и реактивная части импеданса нагрузки  $Z_n$ ;  $R_d$ ,  $X_d$  - соответственно активная и реактивная части импеданса диода  $Z_d$ ;  $p$  и  $q$  - соответственно прочность предельного цикла и неизохронность генератора, которые в случае пренебрежения зависимостью активных сопротивлений диодов и нагрузки от частоты определяются соотношениями

$$p = \frac{A_0}{|X'_{nd}|} \frac{\partial R_d}{\partial A}, \quad q = \frac{A_0}{|X'_{nd}|} \frac{\partial X_d}{\partial A}, \quad (4)$$

Штрих над символами означает производную по частоте.

Из (1) следует, что корреляция квадратурных компонент придает взаимной спектральной плотности комплексный характер. Для удобства дальнейшего анализа и более четкого представления влияния на спектр флуктуаций корреляционного эффекта спектральную плотность  $S_{\alpha\nu hf}(\Omega)$  целесообразно представить в виде суммы двух составляющих, одна из которых -  $S_{\alpha\nu hf}^{ind}(\Omega)$  - не зависит от корреляции квадратурных компонент и определяется их собственными спектрами, а другая

-  $S_{\alpha\nu hf}^{cor}(\Omega)$  - зависит от корреляции

квадратурных компонент шума и определяется их взаимным спектром. Тогда (1) представится так

$$S_{\alpha\nu hf}(\Omega) = S_{\alpha\nu hf}^{ind}(\Omega) + \text{Re}S_{\alpha\nu hf}^{cor}(\Omega) + j\text{Im}S_{\alpha\nu hf}^{cor}(\Omega), \quad (5)$$

$$\text{где } S_{\alpha\nu hf}^{ind}(\Omega) = -\frac{qS_n(\Omega)}{A_0^2 |Z'_{nd}|^2 (p^2 + \Omega^2)}, \quad (6)$$

$$\text{Re}S_{\alpha\nu hf}^{cor}(\Omega) = -\frac{\Omega \text{Im}S_{e_c e_s}(\Omega)}{A_0^2 |Z'_{nd}|^2 (p^2 + \Omega^2)}, \quad (7)$$

$$\text{Im}S_{\alpha\nu hf}^{cor}(\Omega) = -\frac{p \text{Im}S_{e_c e_s}(\Omega)}{A_0^2 |Z'_{nd}|^2 (p^2 + \Omega^2)}. \quad (8)$$

Как было показано в работах [5,6], эквивалентная схема многодиодного генератора с общим суммирующим резонатором методами

редуцированная объединением источников сводится к обобщенной схеме эквивалентного однодиодного генератора, для которого справедливы выражения (5)-(8). Если выражения (6)-(8) записать в обозначениях редуцированной эквивалентной схемы  $N$ -диодного генератора, то они примут вид

$$S_{\alpha\nu hfN}^{ind}(\Omega) = -\frac{2q_{\varepsilon}S_{u\varepsilon}(\Omega)}{I_{\varepsilon}^2|X'_{p\varepsilon}|^2(p_{\varepsilon}^2 + \Omega^2)}, \quad (9)$$

$$\text{Re}S_{\alpha\nu hfN}^{cor}(\Omega) = -\frac{\Omega S_{uk\varepsilon}(\Omega)}{I_{\varepsilon}^2|X'_{p\varepsilon}|^2(p_{\varepsilon}^2 + \Omega^2)}, \quad (10)$$

$$\text{Im}S_{\alpha\nu hfN}^{cor}(\Omega) = -\frac{p_{\varepsilon}S_{uk\varepsilon}(\Omega)}{I_{\varepsilon}^2|X'_{p\varepsilon}|^2(p_{\varepsilon}^2 + \Omega^2)}. \quad (11)$$

где  $p_{\varepsilon} = \frac{I_{\varepsilon}}{|X'_{p\varepsilon}|} \frac{\partial R_{d\varepsilon}}{\partial I_{\varepsilon}}, q_{\varepsilon} = \frac{I_{\varepsilon}}{|X'_{p\varepsilon}|} \frac{\partial X_{d\varepsilon}}{\partial I_{\varepsilon}}, \quad (12)$

$$2S_{u\varepsilon}(\Omega) = S_{u\varepsilon}(\omega + \Omega) + S_{u\varepsilon}(\omega - \Omega),$$

$$S_{uk\varepsilon}(\Omega) = S_{u\varepsilon}(\omega - \Omega) - S_{u\varepsilon}(\omega + \Omega) -$$

пересчитанные в контур суммирующего резонатора спектральные плотности (2),(3), характеризующие эквивалентный источник шума, полученный объединением источников шума отдельных диодов;  $I_{\varepsilon}$  - амплитуда СВЧ тока эквивалентного контура;  $X_{p\varepsilon}$  - мнимая часть комплексного сопротивления, равного сумме импеданса суммирующего резонатора  $X_p$  и  $N$  импедансов диодных модулей  $X_{\varepsilon}$ , пересчитанных в контур суммирующего резонатора;  $R_{d\varepsilon}, X_{d\varepsilon}$  - сумма  $N$  модулей соответственно активных и реактивных сопротивлений диодов, пересчитанных в контур суммирующего резонатора.

Корректное сопоставление спектров многодиодного и однодиодного генераторов требует, чтобы увеличение числа диодов многодиодного генератора сопровождалось такой его настройкой, при которой нагрузка, приведенная к клеммам каждого диода, остается неизменной. Этого можно добиться путем изменения связи

суммирующего резонатора с нагрузкой (первый способ) или изменением связи суммирующего резонатора с диодными модулями (второй способ) [5,6]. В дальнейшем диодные модули будем считать идентичными.

Найдем взаимную спектральную плотность амплитудно-частотных флуктуаций сигнала многодиодного генератора при первом способе его настройки. В этом случае содержащиеся в (6-8) параметры  $S_{u\varepsilon}, S_{uk\varepsilon}, p_{\varepsilon}, q_{\varepsilon}, I_{\varepsilon}, R_{d\varepsilon}, X_{d\varepsilon}, X_{p\varepsilon}, X_{\varepsilon}$  соответствуют  $N$  - диодному генератору и выражаются через аналогичные параметры однодиодного генератора следующим образом [5,6]:

$$S_{u\varepsilon} = NS_{u1}, S_{uk\varepsilon} = NS_{uk1}, I_{\varepsilon} = I_1, R_{d\varepsilon} = NR_{d1}, X_{d\varepsilon} = NX_{d1}, X_{\varepsilon} = NX_1, X_{p\varepsilon} = X_p + NX_1, \quad (13)$$

$$p_{\varepsilon} = p_N = \frac{N(q_{\phi} + 1)}{q_{\phi} + N} p_1, q_{\varepsilon} = q_N = \frac{N(q_{\phi} + 1)}{q_{\phi} + N} q_1, \quad (14)$$

$$p_1 = \frac{I_1}{|X'_1|(q_{\phi} + 1)} \frac{\partial R_{d1}}{\partial I_1}, q_1 = \frac{I_1}{|X'_1|(q_{\phi} + 1)} \frac{\partial X_{d1}}{\partial I_1},$$

где  $R_{d1}, X_{d1}, X_1$  - пересчитанные в контур суммирующего резонатора соответственно активная и реактивная части импеданса одного диода и реактивная часть импеданса диодного модуля в случае однодиодного генератора;  $S_{u1}, S_{uk1}$  имеют аналогичный смысл;  $q_{\phi} = X'_p/X'_1$  - параметр фиксирующей способности контура, равный отношению фиксирующей способности суммирующего резонатора к внесенной фиксирующей способности диодного модуля в однодиодном генераторе [5,6].

Подстановка соотношений (13),(14) в (9)-(12) приводит к следующим выражениям для независимой и корреляционных составляющих взаимного спектра амплитудно-частотных флуктуаций сигнала многодиодного генератора

$$S_{\alpha\nu hfN}^{ind}(\Omega) = -2 \frac{N^2(q_{\phi} + 1)}{(q_{\phi} + N)^3} \frac{q_1 S_{u1}(\Omega)}{I_1^2 (X'_1)^2 \left\{ \left[ \frac{N(q_{\phi} + 1)}{q_{\phi} + N} \right]^2 p_1^2 + \Omega^2 \right\}}, \quad (15)$$

$$\text{Re}S_{\alpha\nu hfN}^{cor}(\Omega) = -\frac{N}{(q_{\phi} + N)^2} \frac{\Omega S_{uk1}(\Omega)}{I_1^2 (X'_1)^2 \left\{ \left[ \frac{N(q_{\phi} + 1)}{q_{\phi} + N} \right]^2 p_1^2 + \Omega^2 \right\}}, \quad (16)$$

$$\text{Im}S_{\alpha\nu hfN}^{cor}(\Omega) = -\frac{N^2(q_{\phi} + 1)}{(q_{\phi} + N)^3} \frac{p_1 S_{uk1}(\Omega)}{I_1^2 (X'_1)^2 \left\{ \left[ \frac{N(q_{\phi} + 1)}{q_{\phi} + N} \right]^2 p_1^2 + \Omega^2 \right\}}. \quad (17)$$

В общем случае анализ зависимости взаимной спектральной плотности от числа диодов и частоты отстройки довольно сложен. Очевидно, что для его облегчения целесообразно ввести в рассмотрение коэффициенты коллективной трансформации амплитудно-частотных шумов высокочастотного происхождения, что предполагается сделать в будущем. В рамках данной работы ограничимся исследованием зависимости отдельных компонент взаимного спектра от числа диодов при предельных значениях параметра фиксирующей способности контура  $q_\phi$ .

Если величина параметра фиксирующей способности контура значительна и  $q_\phi \gg N$ , то из выражений (15)-(17) следует

$$S_{\alpha\nu hfN}^{ind}(\Omega) = -\frac{Nq_1 2NS_{u1}(\Omega)}{q_\phi^2 I_1^2 (X'_1)^2 (N^2 p_1^2 + \Omega^2)}, \quad (18)$$

$$\text{Re}S_{\alpha\nu hfN}^{cor}(\Omega) = -\frac{\Omega NS_{uk1}(\Omega)}{q_\phi^2 I_1^2 (X'_1)^2 (N^2 p_1^2 + \Omega^2)}, \quad (19)$$

$$\text{Im}S_{\alpha\nu hfN}^{cor}(\Omega) = -\frac{Np_1 NS_{uk1}(\Omega)}{q_\phi^2 I_1^2 (X'_1)^2 (N^2 p_1^2 + \Omega^2)}. \quad (20)$$

Выражения (18)-(20) показывают, что в рассматриваемом случае все три компоненты взаимной спектральной плотности флуктуаций сигнала многодиодного генератора совпадают с аналогичными характеристиками гипотетической однодиодной автоколебательной системы, динамические параметры и уровни собственных шумов которой, равными соответственно  $Np_1$ ,  $Nq_1$ ,  $NS_{u1}$ ,  $NS_{uk1}$ .

Если параметр фиксирующей способности контура мал и  $q_\phi \ll 1$ , то выражения (15)-(17) принимают следующий вид:

$$S_{\alpha\nu hfN}^{ind}(\Omega) = -\frac{1}{N} \frac{q_1 2S_{u1}(\Omega)}{I_1^2 (X'_1)^2 (p_1^2 + \Omega^2)}, \quad (21)$$

$$\text{Re}S_{\alpha\nu hfN}^{cor}(\Omega) = -\frac{1}{N} \frac{\Omega S_{uk1}(\Omega)}{I_1^2 (X'_1)^2 (p_1^2 + \Omega^2)}, \quad (22)$$

$$\text{Im}S_{\alpha\nu hfN}^{cor}(\Omega) = -\frac{1}{N} \frac{p_1 S_{uk1}(\Omega)}{I_1^2 (X'_1)^2 (p_1^2 + \Omega^2)}. \quad (23)$$

Сопоставление этих выражений при произвольном  $N$  и  $N=1$  показывает, что в рассмотренном случае величина всех компонент взаимного спектра флуктуаций в многодиодном генераторе в  $N$  раз ниже, чем в однодиодном при  $q_\phi \ll 1$ .

Теперь вычислим взаимный спектр амплитудно-частотных флуктуаций сигнала многодиодного генератора, формирующийся при втором способе

настройки колебательной системы. Если настройка генератора осуществляется посредством изменения связи диодных модулей с суммирующим резонатором, то параметры  $S_{u\varepsilon}$ ,  $S_{uk\varepsilon}$ ,  $p_\varepsilon$ ,  $q_\varepsilon$ ,  $I_\varepsilon$ ,  $R_{d\varepsilon}$ ,  $X_{d\varepsilon}$ ,  $X_{p\varepsilon}$ ,  $X_\varepsilon$ , содержащиеся в выражениях (6)-(8) и соответствующие  $N$  – диодному генератору, выражаются через аналогичные параметры однодиодного генератора следующим образом [5,6]:

$$\begin{aligned} S_{u\varepsilon} &= S_{u1}, & S_{uk\varepsilon} &= S_{uk1}, & I_\varepsilon &= \sqrt{N} I_1, \\ R_{d\varepsilon} &= R_{d1}, & X_{d\varepsilon} &= X_{d1}, & X_\varepsilon &= X_1, \\ X_{p\varepsilon} &= X_p + X_1, & p_\varepsilon &= p_N = p_1, \\ q_\varepsilon &= q_N = q_1, \end{aligned} \quad (24)$$

При подстановке (24) в (9)-(12) выражения для  $S_{\alpha\nu hfN}^{ind}(\Omega)$ ,  $\text{Re}S_{\alpha\nu hfN}^{cor}(\Omega)$ ,  $\text{Im}S_{\alpha\nu hfN}^{cor}(\Omega)$  принимают вид

$$S_{\alpha\nu hfN}^{ind}(\Omega) = -\frac{1}{N} \frac{q_1 2S_{u1}(\Omega)}{(q_\phi + 1)^2 I_1^2 (X'_1)^2 (p_1^2 + \Omega^2)}, \quad (25)$$

$$\text{Re}S_{\alpha\nu hfN}^{cor}(\Omega) = -\frac{1}{N} \frac{\Omega S_{uk1}(\Omega)}{(q_\phi + 1)^2 I_1^2 (X'_1)^2 (p_1^2 + \Omega^2)}, \quad (26)$$

$$\text{Im}S_{\alpha\nu hfN}^{cor}(\Omega) = -\frac{1}{N} \frac{p_1 S_{uk1}(\Omega)}{(q_\phi + 1)^2 I_1^2 (X'_1)^2 (p_1^2 + \Omega^2)}. \quad (27)$$

Множители при  $1/N$  в правых частях соотношений (25)-(27) представляют собой соответствующие компоненты взаимного спектра флуктуаций сигнала однодиодного генератора. Таким образом, при любых значениях параметра фиксирующей способности контура  $q_\phi$  уровень амплитудно-частотных флуктуаций в многодиодном генераторе оказывается в  $N$  ниже, чем в однодиодном.

Полученные результаты показывают, что корреляция квадратурных компонент собственных шумов диодов приводит к появлению во взаимном спектре амплитудно-частотных флуктуаций двух дополнительных – действительной и мнимой – компонент, вид и величина которых зависит от числа диодов, особенностей электродинамической системы (параметра фиксирующей способности) и стратегии настройки многодиодного генератора. При значительной корреляции квадратурных компонент шума, что может наблюдаться у мощных диодов, роль указанных компонент может быть существенной. Это обстоятельство должно учитываться при разработке конструкции многодиодного генератора, выборе стратегии его настройки, а также при анализе и объяснении экспериментальных результатов.

**Библиографический список**

1. Kurogawa K. // IEEE Trans. 1971. V. MTT-19, № 10. P. 793-801.
2. Шаповалов А.С., Шаповалов С.А., Кудряшов С.А. // Вопросы прикладной физики. Саратов, 2005. Вып. 12. С. 84-89.
3. Кузнецов О.В., Еленский В.Г. // Зарубежная радиоэлектроника. 1981. № 7. С. 63-81.
4. Шаповалов А.С. // Вопросы прикладной физики. Саратов, 1989. Вып. 2. С. 3-19.
5. Кудряшов С.А., Шаповалов А.С. // Электронная техника. Серия 1. СВЧ-техника. – 1997. Вып. 2. С. 28-31.
6. Кудряшов С.А., Шаповалов А.С., Шаповалов С.А. // Вопросы прикладной физики. Саратов, 1997. Вып. 3. С. 67-70.

**INFLUENCE OF A CORRELATION OF THE NOISE QUADRATURE COMPONENTS  
OF THE INTERNAL SOURCES ON THE AMPLITUDE - FREQUENCY FLUCTUATIONS MUTUAL  
SPECTRUM OF A SIGNAL OF THE MULTIDIODE MICROWAVE GENERATOR**

<sup>1</sup>A.S.Shapovalov, <sup>2</sup>L.M.Minkin, <sup>3</sup>S.A. Shapovalov

<sup>1</sup>Saratov State University,

<sup>2</sup>Portland State University, USA

<sup>3</sup>Saratov Electric Aggregate Production Firm

The calculation of the mutual spectrum of the amplitude - frequency fluctuations of the multidiode microwave generator signal taking into account correlation of the quadrature component of noise of internal sources is presented. The received expressions take into account also dynamic parameters of the generator, peculiarities of its electrodynamic system, fixing ability of an oscillatory contour. The influence of the strategy of tuning of the generator on the amplitude - frequency fluctuations mutual spectrum is investigated.

УДК 621.373.522

**ВЛИЯНИЕ КОРРЕЛЯЦИИ КВАДРАТУРНЫХ КОМПОНЕНТ ШУМА ВНУТРЕННИХ  
ИСТОЧНИКОВ НА СПЕКТР ФЛУКТУАЦИЙ ЧАСТОТЫ СИГНАЛА МНОГОДИОДНОГО  
ГЕНЕРАТОРА СВЧ**

А.С. Шаповалов, С.А. Кудряшов, И.А. Шаповалова

Саратовский государственный университет

*Шаповалов Александр Степанович*, д.ф.-м.н., профессор кафедры прикладной физики

*Шаповалова Ирина Александровна*, сотрудник ОМФ НИИЕН СГУ

Институт точной механики и управления РАН, г. Саратов

*Кудряшов Сергей Александрович*, к.ф.-м.н., старший научный сотрудник

Приводится расчет спектра флуктуаций частоты сигнала многодиодного генератора СВЧ, учитывающий корреляцию квадратурных компонент шума внутренних источников. Полученные выражения учитывают также динамические параметры генератора, особенности его электродинамической системы, фиксирующую способность колебательного контура. Исследуется влияние на спектр флуктуаций частоты стратегии настройки генератора.

Многодиодные генераторы СВЧ относятся к числу перспективных устройств, способных обеспечить уникальное сочетание энергетических, диапазонных и шумовых параметров [1-4]. В связи с этим исследование их шумовых характеристик представляет существенный теоретический и практический интерес. В работах [5-7] спектры флуктуаций сигнала многодиодного генератора рассчитаны и проанализированы. Однако выражения для спектральных плотностей флуктуаций сигнала, полученные в этих работах, не учитывают корреляцию квадратурных компонент шума диодов. Между тем учет этого явления очень важен, так как в режиме больших амплитуд синфазная и ортогональная компоненты шума мощных СВЧ диодов, таких, например, как ЛПД, как правило, коррелированы [8]. Согласно существующей теории шумов автоколебательных систем на амплитудных флуктуациях генерируемого сигнала корреляция квадратурных компонент

источников шума не сказывается [9]. Но спектр флуктуаций частоты и взаимный спектр амплитудно-частотных флуктуаций она существенно изменяет [9]. Очевидно, что при анализе шумовых свойств генераторов это обстоятельство необходимо учитывать. Особое значение такой учет приобретает при исследовании шумовых свойств генераторов с повышенным уровнем мощности. Данная работа посвящена расчету спектральной плотности флуктуаций частоты сигнала многодиодного генератора СВЧ с учетом корреляции квадратурных компонент шума диодов.

В качестве исходных соотношений примем соответствующие выражения, полученные в работе [9], для обобщенной эквивалентной схемы СВЧ генератора. Высокочастотный контур этой схемы представляет собой последовательно включенные импеданс диода  $Z_d$ , импеданс нагрузки  $Z_n$  и эдс

$e(t)$  источника собственных высокочастотных шумов. Спектральные плотности  $S_{e_c}(\Omega)$ ,  $S_{e_s}(\Omega)$  и взаимная спектральная плотность  $S_{e_c e_s}(\Omega)$  квадратурных компонент шума диода  $e_c(t)$  и  $e_s(t)$  считаются заданными (здесь  $\Omega$  - частота отстройки спектральных компонент шума от несущей частоты  $\omega$ ). Собственные и взаимный спектры случайных функций  $e_c(t)$  и  $e_s(t)$  выражаются через спектральную плотность  $S_e(\omega)$  исходного случайного процесса  $e(t)$  следующим образом [9]:

$$S_{e_c}(\Omega) = S_{e_s}(\Omega) = S_e(\omega + \Omega) + S_e(\omega - \Omega),$$

$$S_{e_c e_s}(\Omega) = -j[S_e(\omega + \Omega) - S_e(\omega - \Omega)].$$

Как показал расчет [9], выражение для спектральной плотности  $S_{vhf}(\Omega)$  частотных

флуктуаций  $v(t)$ , вызванных собственными высокочастотными ( $hf$ ) шумами диода, имеет следующий вид:

$$S_{vhf}(\Omega) = \frac{S_n(\Omega)}{A_0^2 |Z'_{nd}|^2} \left( 1 + \frac{q^2}{p^2 + \Omega^2} \right) + \frac{\text{Im} S_{e_c e_s}(\Omega)}{A_0^2 |Z'_{nd}|^2} \frac{2q\Omega}{p^2 + \Omega^2} \quad (1)$$

где  $S_n(\Omega) = S_{e_c}(\Omega) = S_{e_s}(\Omega) = S_e(\omega + \Omega) + S_e(\omega - \Omega)$ ,

$Z_{nd} = Z_n + Z_d$ ,  $A_0$  - амплитуда колебаний высокочастотного тока,  $p$  - прочность предельного цикла,  $q$  - неизохронность генератора. Здесь и далее штрих над символами означает производную по частоте. Если в дальнейшем пренебрегать зависимостью активной составляющей  $R_{nd}$  импеданса  $Z_{nd}$  от частоты, то параметры  $p$  и  $q$  определяются величинами  $|Z'_{nd}|$ ,  $A_0$  и производными от действительной  $R_d$  и мнимой  $X_d$  частей импеданса диода по амплитуде колебаний  $A$  следующим образом:

$$p = \frac{A_0}{|X'_{nd}|} \frac{\partial R_d}{\partial A}, \quad (2)$$

$$q = \frac{A_0}{|X'_{nd}|} \frac{\partial X_d}{\partial A}, \quad (3)$$

Первое слагаемое выражения (1) совпадает с величиной  $S_{vhf}^{ind}(\Omega)$ , полученной в [10] для томсоновского генератора без учета корреляции квадратурных компонент шума. В дальнейшем составляющую спектра, независимую от корреляции квадратурных компонент шума, обозначим  $S_{vhf}^{ind}(\Omega)$ . Второе слагаемое в (1) - это результат учета указанной корреляции. Его в дальнейшем будем обозначать  $S_{vhf}^{cor}(\Omega)$ . Оно обусловлено

асимметрией спектра  $S_e(\omega)$  собственных шумов относительно несущей частоты. Поскольку  $S_n(\Omega)$  и  $\text{Im} S_{e_c e_s}(\Omega)$  являются соответственно четной и нечетной функциями частоты  $\Omega$  обе компоненты частотного спектра - и независимая  $S_{vhf}^{ind}(\Omega)$ , и корреляционная  $S_{vhf}^{cor}(\Omega)$  - являются четными функциями частоты.

В работах [3,4] эквивалентная схема многодиодного генератора методом редуцирования объединением источников [11] сводится к указанной выше обобщенной схеме. В параметрах редуцированной схемы независимая и корреляционная компоненты спектра частотных флуктуаций  $N$ -диодного генератора запишутся так:

$$S_{vhfN}^{ind}(\Omega) = \frac{2S_{uэ}(\Omega)}{I_э^2 |X'_{pэ}|^2} \left( 1 + \frac{q_э^2}{p_э^2 + \Omega^2} \right), \quad (4)$$

$$S_{vhfN}^{cor}(\Omega) = \frac{S_{укэ}(\Omega)}{I_э^2 |X'_{pэ}|^2} \frac{2q_э\Omega}{p_э^2 + \Omega^2}, \quad (5)$$

$$p_э = \frac{I_э}{|X'_{pэ}|} \frac{\partial R_{dэ}}{\partial I_э}, \quad (6)$$

$$q_э = \frac{I_э}{|X'_{pэ}|} \frac{\partial X_{dэ}}{\partial I_э}. \quad (7)$$

Здесь  $2S_{uэ} = S_{uэ}(\omega + \Omega) + S_{uэ}(\omega - \Omega)$ ,  $S_{укэ} = S_{uэ}(\omega - \Omega) - S_{uэ}(\omega + \Omega)$  - собственная и мнимая часть взаимной спектральной плотности квадратурных компонент шумового напряжения  $U_э$  эквивалентного источника шума, полученного объединением пересчитанных в контур суммирующего резонатора источников шума отдельных активных элементов. Величина  $2S_{uэ}$  представляет собой соответствующие отдельным диодам суммы  $S_e(\omega + \Omega) + S_e(\omega - \Omega)$ , пересчитанные в контур суммирующего резонатора. Величина  $S_{укэ}$  определяется корреляцией квадратурных компонент шума и представляет собой пересчитанные в контур суммирующего резонатора разности  $S_e(\omega - \Omega) - S_e(\omega + \Omega)$ , отвечающие отдельным диодам. Величина  $I_э$  - амплитуда СВЧ тока эквивалентного контура;  $X_{pэ}$  - мнимая часть комплексного сопротивления, равного сумме импеданса суммирующего резонатора  $X_p$  и  $N$  импедансов  $X_э$  диодных модулей, пересчитанных в контур суммирующего резонатора;  $R_{dэ}$  - сумма  $N$  модулей активных сопротивлений диодов, пересчитанных в контур

суммирующего резонатора;  $X_{dэ}$  - сумма  $N$  реактивных сопротивлений диодов, пересчитанных в контур суммирующего резонатора.

Для того, чтобы сравнение спектров флуктуаций однодиодного и многодиодного генераторов было корректным будем считать, что увеличение числа диодов генератора сопровождается подстройкой генератора, обеспечивающей неизменность нагрузки, приведенной к клеммам каждого диода, а, следовательно, и неизменность амплитуды СВЧ колебаний в каждом диодном модуле. В качестве первого способа такой подстройки будем рассматривать изменение коэффициента трансформации идеального трансформатора, связывающего суммирующий резонатор с сопротивлением нагрузки. Под вторым способом подстройки будем понимать изменение коэффициентов трансформации всех идеальных трансформаторов связи суммирующего резонатора с диодными модулями. В дальнейшем диодные модули будем считать идентичными.

Рассчитаем спектральную плотность частотных флуктуаций сигнала многодиодного генератора при первом способе его настройки. В этом случае содержащиеся в (4-7) параметры  $S_{uэ}$ ,  $S_{ukэ}$ ,  $pэ$ ,  $qэ$ ,  $Iэ$ ,  $R_{dэ}$ ,  $X_{dэ}$ ,  $X_{pэ}$ , соответствуют  $N$  - диодному генератору и выражаются через аналогичные параметры однодиодного генератора следующим образом [3,4]:

$$\begin{aligned} S_{uэ} &= NS_{u1}, & S_{ukэ} &= NS_{uk1}, & Iэ &= I_1, \\ R_{dэ} &= NR_{d1}, & X_{dэ} &= NX_{d1}, & X_{э} &= NX_1, \\ X_{pэ} &= X_p + NX_1, \end{aligned} \tag{8}$$

$$pэ = p_N = \frac{N(q\phi + 1)}{q\phi + N} p_1, \tag{9}$$

$$qэ = q_N = \frac{N(q\phi + 1)}{q\phi + N} q_1, \tag{10}$$

$$p_1 = \frac{I_1}{|X'_1|(q\phi + 1)} \frac{\partial R_{d1}}{\partial I_1},$$

$$q_1 = \frac{I_1}{|X'_1|(q\phi + 1)} \frac{\partial X_{d1}}{\partial I_1},$$

где  $R_{d1}$ ,  $X_{d1}$ ,  $X_1$  - пересчитанные в контур суммирующего резонатора соответственно активная и реактивная части импеданса одного диода и реактивная часть импеданса диодного модуля в случае однодиодного генератора;  $S_{u1}$ ,  $S_{uk1}$ , имеют аналогичный смысл;  $q\phi = X'_p / X'_1$  - параметр фиксирующей способности контура, равный отношению фиксирующей способности суммирующего резонатора к внесенной фиксирующей способности диодного модуля в однодиодном генераторе [3,4].

Подстановка соотношений (8)-(10) в (4) и (5) приводит к следующим выражениям для независимой  $S_{vhfN}^{ind}(\Omega)$  и корреляционной  $S_{vhfN}^{cor}(\Omega)$  составляющих спектра частотных флуктуаций

$$S_{vhfN}^{ind}(\Omega) = \frac{N}{(q\phi + N)^2} \frac{2S_{u1}(\Omega)}{I_1^2(X'_1)^2} \frac{\left[ \frac{N(q\phi + 1)}{q\phi + N} \right]^2 (p_1^2 + q_1^2) + \Omega^2}{\left[ \frac{N(q\phi + 1)}{q\phi + N} \right]^2 p_1^2 + \Omega^2}, \tag{11}$$

$$S_{vhfN}^{cor}(\Omega) = \frac{N^2(q\phi + 1)}{(q\phi + N)^3} \frac{S_{uk1}(\Omega)}{I_1^2(X'_1)^2} \frac{2q_1\Omega}{\left[ \frac{N(q\phi + 1)}{q\phi + N} \right]^2 p_1^2 + \Omega^2}. \tag{12}$$

Равенства (11),(12), в принципе, позволяют рассчитать спектры частотных флуктуаций сигнала, многодиодного генератора. Но основное их достоинство заключается в том, они дают возможность проанализировать зависимость спектральной плотности от числа диодов, параметра фиксирующей способности контура, частоты отстройки. Выражение правых частей этих равенств через параметры однодиодного генератора, создает условия для упрощения расчета коэффициентов коллективной трансформации высокочастотных шумов, который предполагается сделать в будущем.

Проанализируем зависимость спектров частотных флуктуаций от числа диодов в предельных случаях. При высоких значениях параметра фиксирующей способности контура, когда  $q\phi \gg N$  выражения (11),(12) принимают вид

$$S_{vhfN}^{ind}(\Omega) = \frac{2NS_{u1}(\Omega)}{q_\phi^2 I_1^2(X'_1)^2} \left( 1 + \frac{N^2 q_1^2}{N^2 p_1^2 + \Omega^2} \right), \tag{13}$$

$$S_{vhfN}^{cor}(\Omega) = \frac{NS_{uk1}(\Omega)}{q_\phi^2 I_1^2(X'_1)^2} \frac{2Nq_1\Omega}{N^2 p_1^2 + \Omega^2}. \tag{14}$$

Независимая и корреляционная компоненты спектра частотных флуктуаций сигнала многодиодного генератора совпадают с соответствующими компонентами спектра такого гипотетического однодиодного генератора, у которого прочность предельного цикла, неизохронность и составляющие уровня собственных шумов диода в  $N$  раз больше, чем у реального однодиодного генератора, и равны соответственно  $Np_1, Nq_1, NS_{u1}, NS_{uk1}$ .

Если параметр фиксирующей способности контура мал и  $q_\phi \ll 1$ , то из (11),(12) следует

$$S_{vhfN}^{ind}(\Omega) = \frac{1}{N} \frac{2S_{u1}(\Omega)}{I_1^2(X_1')^2} \left( 1 + \frac{q_1^2}{p_1^2 + \Omega^2} \right), \quad (15)$$

$$S_{vhfN}^{cor}(\Omega) = \frac{1}{N} \frac{S_{uk1}(\Omega)}{I_1^2(X_1')^2} \frac{2q_1\Omega}{p_1^2 + \Omega^2}. \quad (16)$$

Нетрудно видеть, что множители при  $1/N$  в правых частях полученных выражений представляет собой компоненты спектра однодиодного генератора. Таким образом, в рассматриваемом случае ( $q_\phi \ll 1$ ) спектры частотных флуктуаций многодиодного генератора оказываются в  $N$  раз ниже, чем для однодиодного.

Теперь рассмотрим спектры частотных флуктуаций многодиодного генератора при втором способе его настройки. Если настройка генератора осуществляется путем изменения связи диодных модулей с суммирующим резонатором, то параметры  $S_{u\phi}, S_{uk\phi}, p_\phi, q_\phi, I_\phi, R_{d\phi}, X_{d\phi}, X_{p\phi}$ , входящие в выражения (4)-(7) и соответствующие  $N$  – диодному генератору, выражаются через

аналогичные параметры однодиодного генератора следующим образом [3,4]:

$$S_{u\phi} = S_{u1}, S_{uk\phi} = S_{uk1}, I_\phi = \sqrt{N}I_1,$$

$$R_{d\phi} = R_{d1}, X_{d\phi} = X_{d1},$$

$$X_{p\phi} = X_p + X_1, p_\phi = p_N = p_1,$$

$$q_\phi = q_N = q_1, \quad (17)$$

При подстановке (17) в (4)-(7) выражения для независимой и корреляционной компонент спектра принимают вид

$$S_{vhfN}^{ind}(\Omega) = \frac{1}{N} \frac{2S_{u1}(\Omega)}{I_1^2(q_\phi + 1)^2(X_1')^2} \left( 1 + \frac{q_1^2}{p_1^2 + \Omega^2} \right), \quad (18)$$

$$S_{vhfN}^{cor}(\Omega) = \frac{1}{N} \frac{S_{uk1}(\Omega)}{I_1^2(q_\phi + 1)^2(X_1')^2} \frac{2q_1\Omega}{p_1^2 + \Omega^2}. \quad (19)$$

Согласно (18),(19) спектры частотных флуктуаций сигнала многодиодного генератора при любых значениях параметра фиксирующей способности контура суммирующего резонатора в  $1/N$  раз ниже частотных спектров однодиодной автоколебательной системы.

Таким образом, расчет показал, что учет корреляции квадратурных компонент шума приводит к появлению в спектре частотных флуктуаций сигнала дополнительной компоненты, вид которой зависит от стратегии настройки. При значительной корреляции квадратурных компонент шума, что может наблюдаться у мощных диодов, роль этой компоненты может быть существенной.

#### Библиографический список

1. Kurogawa K. // IEEE Trans. 1971. V. MTT-19, № 10. P. 793-801.
2. Абрамов С.Н., Гершензон Е.М., Левитес А.А., Плохова Л.А. // Радиотехника и электроника. 1988. Т. 33. Вып. 1. С.103-113.
3. Кудряшов С.А., Шаповалов А.С. // Электронная техника. Серия 1. СВЧ-техника. – 1997. Вып 2. С. 28-31.
4. Кудряшов С.А., Шаповалов А.С., Шаповалов С.А. // Вопросы прикладной физики. Саратов, 1997. Вып. 3. С. 67-70.
5. Шаповалов А.С., Шаповалов С.А., Кудряшов С.А. // Вопросы прикладной физики. Саратов, 2003. Вып. 9. С. 86-88.
6. Шаповалов А.С., Шаповалов С.А. // Вопросы прикладной физики. Саратов, 2004. Вып. 10. С. 22-26.
7. Шаповалов А.С., Шаповалов С.А., Кудряшов С.А. // Вопросы прикладной физики. Саратов, 2005. Вып. 12. С. 84-89.
8. Кузнецов О.В., Еленский В.Г. // Зарубежная радиоэлектроника. 1981. № 7. С. 63-81.
9. Шаповалов А.С. // Вопросы прикладной физики. Саратов, 1989. Вып. 2. С. 3-19.
10. Малахов А.Н. Флуктуации в автоколебательных системах. М. 1968.
11. Бовсуновский А.Ю., Ткаченко Л.А. // Изв. Вузов. Радиоэлектроника. 1987. Т. 30, № 10. С. 83-85.

#### INFLUENCE OF A CORRELATION OF THE NOISE QUADRATURE COMPONENTS OF THE INTERNAL SOURCES ON A FREQUENCY FLUCTUATIONS SPECTRUM OF A SIGNAL OF THE MULTIDIODE MICROWAVE GENERATOR

<sup>1</sup>A.S.Shapovalov, <sup>2</sup>S.A. Kudryashov, <sup>1</sup>I.A. Shapovalova

<sup>1</sup>Saratov State University,

<sup>2</sup>Precision Mechanics and Control Institute of RAS, Saratov

The calculation of a spectrum of the frequency fluctuations of the multidiode microwave generator signal taking into account correlation of the quadrature component of noise of internal sources is presented. The received expressions take into account also dynamic parameters of the generator, peculiarities of its electrodynamic system, fixing ability of an oscillatory contour. The influence of the strategy of tuning of the generator on the frequency fluctuations spectrum is investigated.

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТЕРМОГРАММ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОСТОЯНИЯ ТРУБ, ПРОВОДЯЩИХ ЖИДКОСТИ С ТЕМПЕРАТУРНЫМ НАПОРОМ

В.В. Новоселов, С.В. Овчинников

Саратовский государственный университет

*Новоселов Владимир Владимирович*, к.ф.-м.н., доцент

*Овчинников Сергей Владимирович*, к.ф.-м.н., доцент

Предлагается метод неразрушающего контроля различных слоистых трубопроводов, которым с помощью термографических измерений можно выявить их состояние и возможные локальные дефекты.

Современный термограф (тепловизор), объединенный с мобильным ПК, является инструментом для оперативного и точного определения поверхностной температуры различных объектов. Особенно точно он выявляет температурные перепады на этих поверхностях. Однако причины, вызывающие специфическое распределение поверхностной температуры, кроются внутри обследуемого объекта, и «поверхностного» суждения о них зачастую недостаточно. Поэтому поверхностную термограмму приходится делать основой для расчета температурных явлений, которые исследуются термографом косвенно.

### 1. РАСЧЕТ ТЕПЛООВОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ТРУБЫ

Тепловая схема трубы показана на рис. 1. Это – многослойная цилиндрическая стенка, содержащая  $N$  слоев твердых материалов с коэффициентами теплопроводности  $\lambda_1 \dots \lambda_N$ . На внутренней поверхности стенки задан конвективный теплообмен с коэффициентом теплоотдачи  $\alpha_1$ , а на внешней поверхности – конвективный и лучистый теплообмен с окружающей средой, характеризуемый эффективным коэффициентом поверхностной теплоотдачи  $\alpha_2$ . Тепловой поток через стенку обусловлен температурным напором  $(T-T_0)$ , где  $T$  – температура жидкости,  $T_0$  – температура окружающей среды. Термограф определяет температуру  $T_N$  внешней поверхности трубы.

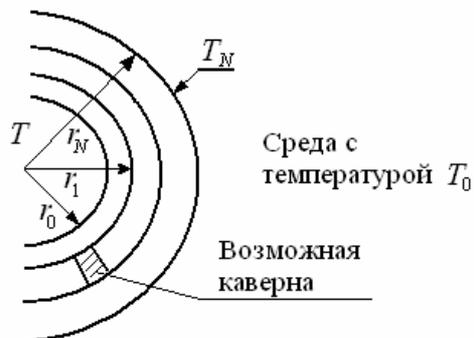


Рис. 1. Тепловая схема трубы в виде многослойной цилиндрической стенки

Известно [1], что тепловое сопротивление единицы длины такой стенки, определяется выражением:

$$R_T = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{1}{\alpha_1 r_0} + \sum_{i=1}^N \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{r_i}{r_{i-1}} + \frac{1}{\alpha_2 r_N} \right), \quad (1)$$

где  $r_0$  – радиус внутренней поверхности стенки,

$r_1 \dots r_N$  – внешние радиусы слоев стенки.

В (1) величина  $R_{\alpha 1} = \frac{1}{2\pi\alpha_1 r_0}$  представляет собой внутреннее конвективное сопротивление трубы,  $R_i = \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{r_i}{r_{i-1}}$  – тепловое сопротивление

$i$ -го твердого слоя,  $R_{\alpha 2} = \frac{1}{2\pi\alpha_2 r_N}$  – внешнее тепловое сопротивление трубы.

Для тонкостенных труб с хорошей степенью точности можно положить  $\ln(r_i / r_{i-1}) \cong \Delta r_i / r_i$ ,

где  $\Delta r_i = r_i - r_{i-1}$  – толщина  $i$ -го слоя трубы.

Поэтому (1) можно переписать в виде

$$R_T = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{1}{\alpha_1 r_0} + \sum_{i=1}^N \frac{\Delta r_i}{\lambda_i r_{i-1}} + \frac{1}{\alpha_2 r_N} \right), \quad (2)$$

где  $\frac{\Delta r_i}{\lambda_i r_{i-1}}$  – тепловое сопротивление  $i$ -го слоя трубы.

Для расчета внутреннего конвективного сопротивления необходимо определить коэффициент конвективной теплоотдачи  $\alpha_1$ . Его значение зависит от режима течения жидкости, который определяется величиной критерия Рейнольдса  $Re = \frac{u \cdot 2r_0}{\nu}$ . Здесь  $u = G / (\pi r_0^2)$  –

средняя скорость течения жидкости в трубе,  $G$  – постоянный расход жидкости,  $\nu$  – коэффициент кинематической вязкости жидкости.

При  $Re < 2200$  режим течения ламинарный и

$$\alpha_1 = \frac{0,15\lambda}{2r_0} \sqrt[3]{Re} \cdot Gr^{0,1} \cdot Pr^{0,43} \cdot \left( \frac{Pr}{Pr_{ct}} \right)^{0,25},$$

где  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности текущей по трубе жидкости, Gr – критерий Грасгофа, Pr – критерий Прандтля. Критерии Re, Gr и Pr характеризуют свойства жидкости, текущей по трубе, и диаметр трубы.

При  $2,2 \cdot 10^3 < Re < 10^4$  режим течения является переходным и

$$\alpha_1 = \frac{\lambda}{2r_0} \cdot K(Re) \cdot Pr^{0,43} \cdot \left( \frac{Pr}{Pr_{ст}} \right)^{0,25},$$

где  $K(Re)$  – некоторая табулированная функция.

При  $Re > 10^4$  режим течения турбулентный (наиболее часто встречающийся). При нем

$$\alpha_1 = Z \frac{u^{0,8}}{(\pi r_0^2)^{0,2}}, \quad \text{где} \quad Z = 0,023 \frac{\lambda \cdot Pr^{0,4}}{v^{0,8}} -$$

табулированная функция, зависящая от температуры жидкости.

Внешнее тепловое сопротивление  $R_{\alpha 2}$  определяется не только конвективным, но и лучистым теплообменом. То есть

$\alpha_2 = \alpha_K + \alpha_{Л}$ , где  $\alpha_K$  определяет конвективную составляющую, а  $\alpha_{Л}$  – лучистую составляющую теплового потока с единицы поверхности трубы.

Для расчета конвективной составляющей коэффициента поверхностной теплоотдачи при отсутствии ветра можно воспользоваться методикой [4].

Сначала определяем значение  $(T_N - T_0)$ .

Если  $(T_N - T_0) \leq \left( \frac{840}{2r_N} \right)^3$ , то

$$\alpha_K = \left( 1,42 - 0,002 \cdot \frac{T_N + T_0}{2} \right) \left( \frac{T_N - T_0}{2r_N} \right)^{1/4}.$$

Если же  $(T_N - T_0) > \left( \frac{840}{2r_N} \right)^3$ , то

$$T(x) = T_0 + (T_H - T_0) \exp\left( -\frac{x}{\pi i c \rho_0^2} \right) = T_{0=} (T_H - T_0) \exp\left( -\frac{x}{c \rho G} \right). \quad (3)$$

$$\alpha_K = \left( 1,69 - 0,008 \cdot \frac{T_N + T_0}{2} \right) \left( \frac{T_N - T_0}{2r_N} \right)^{1/3}.$$

При наличии ветра со скоростью  $V$  (м/с) в случаях, когда  $10 < \frac{V \pi r_N}{v} < 10^5$ ,  $\alpha_K = \frac{0,8 \cdot \lambda}{\pi r_N} \sqrt{\frac{V \pi r_N}{v}}$ ,

где  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности воздуха при температуре окружающей среды.

Для расчета лучистой составляющей коэффициента поверхностной теплоотдачи  $\alpha_{Л}$  можно воспользоваться выражением [1]

$$\alpha_{Л} = 5,67 \cdot \varepsilon \cdot \frac{\left( \frac{T_N + 273}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_0 + 273}{100} \right)^4}{T_N - T_0},$$

где  $\varepsilon$  – степень черноты поверхности трубы.

Таким образом, задача определения  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  и, следовательно,  $R_{\alpha 1}$  и  $R_{\alpha 2}$  решается с помощью известных полуэмпирических соотношений [1 – 4] и может быть занесена в компьютер с широкой базой исходных данных.

## 2. РАСЧЕТ ТЕМПЕРАТУРЫ ЖИДКОСТИ, ПРОТЕКАЮЩЕЙ В ТРУБЕ, В ЗАВИСИМОСТИ ОТ КООРДИНАТЫ X, СООТВЕТСТВУЮЩЕЙ МЕСТУ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕРМОГРАФИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

Течение жидкости предполагается ламинарным. Выделим два бесконечно близких поперечных сечения трубы и рассмотрим элемент жидкости, заключенный между этими сечениями. Данный элемент движется по трубе со скоростью

$u = G / (\pi r_0^2)$ . Он имел на входе в трубу (при  $x=0$ ) начальную температуру  $T_H$  и со временем  $\tau=x/u$  охладился до температуры  $T$  за счет теплопередачи через стенку трубы. Изменение теплосодержания

элемента во времени  $c \rho \frac{dT}{d\tau} dV$ , где  $c$  – удельная теплоемкость жидкости,  $\rho$  – ее плотность,

$dV = \pi r_0^2 dx$  – объем элемента. Это изменение обусловлено теплотерями элемента через его боковую поверхность  $(T - T_0) dx / R_T$ . Поэтому уравнение теплового баланса имеет вид

$$c \rho i \pi r_0^2 \frac{dT}{T - T_0} = - \frac{dx}{R_T},$$

откуда, с учетом начального условия, получаем распределение температуры по длине трубы в условиях ее постоянного расхода

## 3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТРУБ НА ОСНОВЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ И РАСЧЕТОВ.

В общем случае нас будут интересовать изменения внутренних областей трубы. Поэтому будем рассматривать трубу в виде многослойной стенки, 1-й и 2-й слои которой моделируют изменения в структуре трубы: ржавчина, наносные отложения и изменение толщины основного материала трубы.

Температурный напор между жидкостью, протекающей по трубе, и окружающей средой  $T - T_0 = P \cdot R_T$ , где  $P$  – тепловой поток, рассеиваемый трубой, в расчете на единицу длины трубы, а  $R_T$  определяется с помощью (2).

Температурный напор между внешней стенкой трубы с известной температурой  $T_N$  и окружающей средой обусловлен тем же тепловым потоком и

может быть представлен в виде  $T_N - T_0 = P \cdot R_{\alpha 2}$ .

Из этих двух уравнений следует, что  $R_T - R_{\alpha 2} = R_{\alpha 2} \frac{T - T_N}{T_N - T_0}$ .

Тогда:

$$\sum_{i=1}^2 \frac{\Delta r_i}{\lambda_i r_i} = \frac{1}{\alpha_2 r_N} \cdot \frac{T - T_N}{T_N - T_0} - \frac{1}{\alpha_1 r_0} - \sum_{i=3}^N \frac{\Delta r_i}{\lambda_i r_i}, \quad (4)$$

Таким образом, на основе термографического определения температуры  $T_N$  и используя выражение (4), мы можем рассчитать тепловое сопротивление внутренних слоев трубы и сравнить его с проектным значением.

Рассмотрим два простых примера.

1) Стальная труба для перекачки воды.

Значение  $\frac{\Delta r_1}{\lambda_1 r_1}$  характеризует тепловое

сопротивления слоя ржавчины и осадков. Теплопроводность этого слоя  $\lambda_1 \approx 1$  Вт/(м К) мала по сравнению теплопроводности стали  $\lambda_2 \approx 40$  Вт/(м К), определяющей тепловое сопротивление основного слоя трубы  $\frac{\Delta r_2}{\lambda_2 r_2}$ .

Со временем величина  $\Delta r_1$  нарастает, делая трубу непроходимой, вместе с ней сильно растет величина  $\frac{\Delta r_1}{\lambda_1 r_1}$ , а величина  $\frac{\Delta r_2}{\lambda_2 r_2}$  слабо убывает за

счет уменьшения толщины стали из-за процесса ржавления.

В целом значение  $\sum_{i=1}^2 \frac{\Delta r_i}{\lambda_i r_i}$  у «водяных» труб

сильно растет вместе с ростом  $\Delta r_1$ , а  $T_N$  – уменьшается.

2) Труба нефтепровода.

Если на стенках такой трубы не осаждаются неподвижные отложения, то значение  $\frac{\Delta r_1}{\lambda_1 r_1} = 0$ .

Износ трубы определяется уменьшением величины

$\Delta r_2$  и, следовательно, величины  $\frac{\Delta r_2}{\lambda_2 r_2}$  в области

стали с относительно большим  $\lambda_2$ . Оно невелико в общей сумме выражения для  $R_T$ , и соответствующее возрастание температуры  $T_N$  термограф может не выявить.

Если же осадки с плохой теплопроводностью осаждаются, то этот случай рассмотрен выше.

#### 4. ОБСЛЕДОВАНИЕ ТРУБ С ЦЕЛЮ ВЫЯВЛЕНИЯ В НИХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ В ВИДЕ КАВЕРН

При наличии локальных неоднородностей в трубах радиальный характер плотности теплового потока практически не изменяется. Поэтому при термографическом обследовании на внешней поверхности образ каверн проявляется в виде локальных температурных всплесков  $T_{N2}$  на фоне малопеременного значения температуры  $T_{N1}$  остальной поверхности. Форма области, где всплески на поверхности наблюдаются, отражает форму внутреннего дефекта. Сам температурный всплеска на поверхности может иметь температуру как большую, чем температура остальной поверхности, так и меньшую. Условие  $T_{N2} > T_{N1}$  выполняется, если сообщаемая с первым слоем окислов и осадков «открытая» каверна в основном материале трубы заполнена ими. Если каверна «закрыта», то при  $T_{N2} < T_{N1}$  в этом месте возможно уменьшение толщины основного слоя трубы на величину

$$\Delta = \frac{\lambda_2 r_2}{\alpha_2 r_N} \left( \frac{T - T_{N1}}{T_{N1} - T_0} - \frac{T - T_{N2}}{T_{N2} - T_0} \right).$$

В заключении заметим, что погрешность измерения абсолютного значения температуры типичным термографом составляет около 1 К, а разности температур – около 0,05 К. Поэтому термографические обследования труб по поводу выявления в них каверн обладают высокой практической точностью и способны обнаружить локальные изменения толщины основного слоя трубы  $\Delta \approx 10^{-4}$  м.

#### Библиографический список

1. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел, А.С. Теплопередача. – М.: Энергоиздат, 1981. – 416 с.
2. Уонг Х. Основные формулы и данные по теплообмену для инженеров / Пер. с англ. – М.: Атомиздат, 1979. – 216 с.
3. Цой П.В. Методы расчета задач тепломассопереноса. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 413 с.
4. Дульнев Г.Н., Семьяшкин Э.М. Теплообмен в радиоэлектронных аппаратах. – Л.: Энергия, 1968. – 360 с.

#### USE OF THERMOGRAMS FOR DETERMINING THE STATE OF THE PIPES, WHICH CONDUCT LIQUIDS WITH TEMPERATURE HEAD

V.V. Novoselov, S.V.Ovchinnikov

Saratov State University

Is proposed the method of the nondestructive testing of different laminar conduits, by which with the aid of the thermograph measurements it is possible to reveal their state and possible local defects.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ДИАГНОСТИКА ПОДШИПНИКОВ КАЧЕНИЯ

А.А.Никитин, С.В.Дробязко, О.С.Плеханов

Саратовский государственный университет

*Никитин Анатолий Александрович*, к.ф.-м.н., доцент кафедры прикладной физики*Плеханов Олег Сергеевич*, ассистент кафедры прикладной физики,

ОАО Саратовский подшипниковый завод

*Дробязко Сергей Витальевич*, зам.главного конструктора по научным исследованиям

Для повышения достоверности диагностирования технического состояния подшипников предлагается применять метод, основанный на контроле работоспособности подшипников качения путем создания специальных режимов работы.

Эффективным методом определения технического состояния подшипника и подшипникового узла является метод сравнения результатов измерений во времени в одной и той же точке узла. Для этого необходимо определить некий базовый уровень вибрации, который имеет место на нормально работающем подшипнике или подшипниковом узле. Он может определяться существующими нормами вибрации, заложенными разработчиками и производителями подшипников качения или некоторыми отраслевыми нормами, а также измерениями, произведенными на субъективно нормально работающем (или новом) подшипнике. Можно остановиться на статистическом методе определения нормативных значений интенсивности вибрации [1]. Базовый уровень вибрации может быть также получен анализом тренда (тенденции развития амплитуды вибрации во времени).

Известно, что при отсутствии каких-либо дефектов подшипника и правильной установке в подшипниковом узле уровень вибрации последнего будет оставаться стабильным на протяжении длительного времени. Последующие периодические результаты измерений сравниваются с этим базовым уровнем. Периодичность измерений зависит от типа подшипника и от критичности его технического состояния. Кроме того, диапазон частот для анализа тенденций должен быть выбран согласно частотным полосам, в которых были обнаружены заметные изменения амплитуд механических колебаний. На основании анализа тренда могут быть установлены также предупредительный и аварийный уровни. Предупредительный уровень устанавливает границу, в пределах которой повышение уровня сигнала может иметь случайный характер. Устойчивый рост амплитуды выше предупредительного уровня является сигналом к тому, что периодичность измерений необходимо сделать более частой. Такое изменение амплитуды вибрации является признаком деградации подшипника качения.

Скорость нарастания процесса деградации значительно увеличивается, если нагрузка на него будет превышать, установленную техническими условиями. Кроме того, на частотах вращения выше номинального, развитие какого-либо дефекта пройдет все стадии разрушения достаточно быстро.

Если же частота вращения ниже номинальной процесс деградации может занять и несколько месяцев.

В ряде случаев для повышения достоверности диагностики технического состояния необходимо применять метод прогнозирования, основанный на контроле работоспособности подшипников качения путем создания специальных режимов работы (перегруженных или недогруженных) с целью выявления близости контролируемых параметров вибрации (виброперемещения, виброскорости и виброускорения) к неисправному состоянию.

Пусть известно, что при нормальном (номинальном) режиме работы изменения параметра происходит во времени в соответствии с кривой 1 на рис. 1. Если же несколько перегрузить подшипник в механическом отношении, то изменение параметра прогнозирования может происходить иначе (в соответствии с кривой 2).

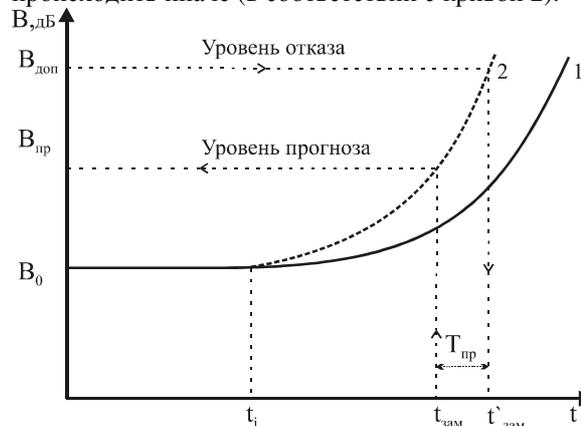


Рис 1

На рисунке  $V_0$  – соответствует базовому уровню параметра вибрации,  $V_{пр}$  – соответствует предельному уровню (уровню прогноза);  $V_{доп}$  – верхнее допустимое значение контролируемого параметра (уровень отказа);  $t_{зам}$  – текущая точка замера параметра;  $t'_{зам}$  – определяет возможный момент отказа;  $T_{пр}$  – период времени наработки до отказа (или до замены подшипника). При этом в течении времени  $t_i$  подшипник работал безотказно.

После истечения времени  $t_i$  (сотни часов наработки) начинают сказываться изнашивание и старение элементов подшипника. При тяжелых внешних воздействиях: ударно-вибрационных нагрузках, тяжелом температурном режиме изнашивания элементов подшипника может

начаться значительно раньше (через несколько десятков часов наработки), т.е. время до отказа резко сокращается. Следовательно, зная допустимое значение параметра прогнозирования, можно предусмотреть отказ подшипника в ближайшем будущем. Если в процессе выполнения очередных измерений выяснится, что параметр прогнозирования лежит на уровне, соответствующему предупредительному уровню, то это указывает на необходимость замены (или ремонта) подшипника.

На практике часто не удается создать специальные режимы работы для выявления близости подшипника (или подшипникового узла) к отказу. Для определения технического состояния (работоспособности) подшипникового узла в этом случае необходим расчет влияния на режим работы параметров и условий эксплуатации подшипника качения.

В реальных условиях амплитуда вибрационного сигнала зависит от нагрузки на подшипник, частоты вращения, радиального зазора, плотности посадки подшипника, количества смазки и т.д. В таких случаях необходимо учитывать совокупность измерений нескольких параметров и для получения полезной информации использовать современные методы обработки. С этой целью необходимо ввести функцию от следующих переменных: частоты вращения ( $f$ ), радиального зазора ( $\Delta r$ ), величины нагрузки ( $P$ ). По аналогии с работой [2] используя логарифмические единицы, моделируемый процесс, по которому можно оценить техническое состояние подшипника качения определяется по формуле.

$$V = V_0 + Ш (f, \Delta r, P) \quad (1)$$

где Ш ( $f, \Delta r, P$ ) добавочные вибрации (или шумы) вносимые условиями эксплуатации.

При условии, что источники вибрации (шумов) являются независимыми друг от друга или слабо коррелированы, функцию Ш ( $f, \Delta r, P$ ) можно записать в следующем виде:

$$Ш, дБ = \gamma 10 \log \left( \frac{\Delta r}{\Delta r_0} \right) + \beta 10 \log \left( \frac{P}{P_0} \right) + j 10 \log \left( \frac{f}{f_0} \right), \quad (2)$$

где  $\Delta r_0, P_0$  и  $f_0$  величины заложенные разработчиками и производителями подшипников;  $\Delta r, P$  и  $f$  – действующие в данный момент;  $\gamma, \beta, j$  – коэффициенты учитывающие конструктивные особенности подшипников. Для классических конструкций роликовых и шариковых подшипников можно полагать, что коэффициенты  $\gamma, \beta$  и  $j$  близки к единице.

Рассмотрим некоторые возможности анализа технического состояния подшипника с применением соотношения (1). Здесь зависимость уровня вибрации от величины диаметра подшипника учитывается при измерении базового уровня данного типа подшипника. Пусть частота вращения (или число оборотов), радиальный зазор и нагрузка соответствуют заданным разработчиком значениям ( $f=f_0; \Delta r=\Delta r_0; P=P_0$ ), то их вклад в общий уровень вибрации минимален, т. е. равен нулю. В этом случае  $\beta=\beta_0$  и подшипник находится в рабочем состоянии. На рис. 2 представлены зависимости

влияния размеров подшипников и частоты вращения ( $f > f_0$ ) на уровень вибрации. При построении кривых использованы данные опубликованных работ (по роликовым подшипникам типа 32310, 42726 и др., шариковым типа 305, 307, 206 и др.), а также результаты экспериментальных измерений. Из хода зависимостей следует, что с увеличением размеров подшипника и числа оборотов роликовые подшипники шумят больше чем шариковые. В соответствии с отношением (2), увеличение частоты вращения также приводит к росту вибрации относительно базового уровня. При этом расчетный вклад может достигать 8 дБ и более. Он зависит от величины радиального зазора и действующей нагрузки. При этом нагрузка, превосходящая в несколько раз номинальную может привести к незначительному уменьшению вибрации.

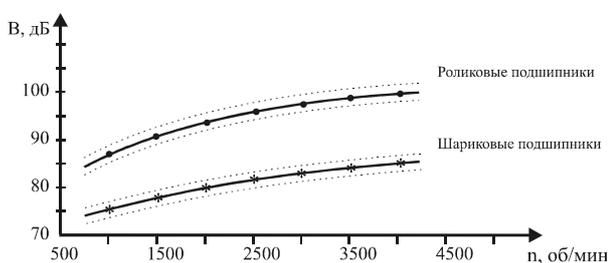


Рис.2

Допустим, что в процессе дальнейшей эксплуатации подшипника наблюдается рост размаха шумоподобного вибросигнала, но без появления в сигнале отдельных периодических и случайных импульсов. Такая ситуация, как правило [3], обусловлена увеличением радиального зазора ( $\Delta r$ ) относительно заданного ( $\Delta r_0$ ). На рис. 3 приведена зависимость изменения вибрации от радиального зазора при ( $f=f_0$  и  $P=P_0$ )

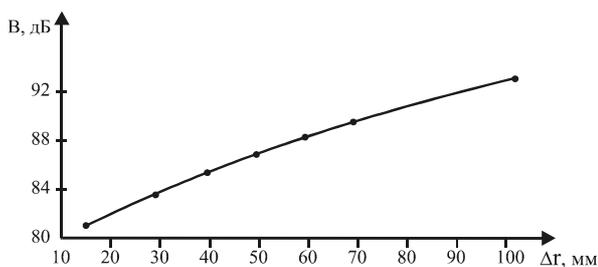


Рис.3

Как следует из рисунка, рост зазора также сопровождается увеличением вибрации. Кроме того, анализ вибрации подшипника в данном случае показал возможность оценки величины радиального зазора:

$$\Delta r = \Delta r_0 \cdot 10^{\frac{(V - V_0)}{10\gamma}} \quad (3)$$

С помощью соотношения (2) можно также оценить влияние разноразмерности тел качения на уровень вибрации. При наличии разброса диаметров тел качения в пределах установленных ТУ (например, для подшипника 42726) расчетная величина вибрации изменялась не более чем на два децибела. Лишь увеличение разброса данного

параметра в три-четыре раза приводило к росту уровня вибрации. Поставленные экспериментальные исследования подтвердили полученный результат. Вместе с тем в отдельных случаях наблюдалось некоторое уменьшение вибрации. В целом разноразмерность тел качения (например, роликов) не приводит к заметному изменению уровня вибрации.

Таким образом в соответствии с соотношением (1), если  $V < V_{пр}$ , то подшипник считается нормально функционирующим. Если  $V > V_{пр}$ , то в ближайшее время возможен отказ подшипника. При этом значение предела допустимого изменения параметра прогнозирования определяется на основании испытаний и моделирования изменения уровня вибрации подшипника на компьютере.

#### Библиографический список

1. Гольдин А.С. "К вопросу о нормах и принципах нормирования вибрации вращающихся машин" – Контроль. Диагностика. №4. 2000. с.3 –10.
2. Рагулькис К.М., Юркаускас А.Ю. "Вибрация подшипников" – Л.: "Машиностроение", Ленинградское отделение, 1985. – 119 с. (Б –ка инженера. Вибрационная техника; Вып. 4)
3. Никитин А.А., Машников В.В., Дробязко С.В. «Обнаружение неисправностей подшипников качения методом анализа вибраций» – Вопросы прикладной физики, Вып. 12, 2005. с. 129 –130

#### EXPERIMENTAL DIAGNOSTICS OF ROLL BEARINGS

A.A. Nikitin, S.V. Drobjazko, O.S. Plehanov

Saratov State University

Data of experimental research on an acoustic field of bearings are presented.

УДК 621.391.822

#### ВИБРОДИАГНОСТИКА ПОДШИПНИКОВ КАЧЕНИЯ

А.А. Никитин., Ю.В. Кузьмин

Саратовский государственный университет

*Никитин Анатолий Александрович, к.ф.-м.н., доцент*

*Кузьмин Юрий Владимирович, студент физического факультета*

Рассмотрен параметр активности механических колебаний, который позволяет повысить качество оценки технического состояния подшипника.

Предупреждение о неисправности подшипника качения можно получить с помощью периодических измерений среднего квадратического значения (СКЗ) уровня механических колебаний корпуса подшипника, а также путем регулярного измерения пик-фактора (отношение пикового значения к СКЗ механических колебаний). Однако, вследствие того, что уровень механических колебаний подшипников качения, как правило, увеличивается только на заключительной стадии развития дефекта, то метод измерений СКЗ дает позднее предупреждение о неисправности. Аналогичная ситуация и с пик-фактором. При развитии местного дефекта короткие серии импульсов приводят к увеличению пиковых значений, но оказывают небольшое влияние на СКЗ. С ухудшением технического состояния подшипника возросшее количество пиков в конечном итоге оказывает влияние на общее СКЗ. В дальнейшем пик-фактор может уменьшиться до первоначального уровня.

Техническое состояние подшипника качения можно определить с помощью метода сравнения спектров с полосами с постоянной относительной шириной, который дает более раннее предупреждение о неисправности, чем метод мониторингования уровня механических колебаний. При этом необходимо априорно знать опорный спектр, соответствующий "хорошему состоянию", с которым сравнивается присущий "текущему состоянию" спектр. Кроме того, этот метод

предполагает достаточно большой объем вычислительных операций и более высокие затраты.

Колебательные процессы, протекающие в механических системах, в данном случае в подшипниках, оказывают разрушающее действие. Поэтому важное значение приобретает анализ энергетических характеристик механических колебаний. При этом в установившихся режимах работы подшипников статистические характеристики колебательных процессов можно считать неизменными во времени, а наблюдаемые процессы полагать стационарными.

В связи с изложенным для анализа механических колебаний подшипников качения предлагается ввести параметр – активности (А):

$$A = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} W(\omega) d\omega = \frac{1}{T} \int_{t_0-T}^{t_0} (x(t))^2 dt = \sigma^2, \quad (1)$$

где  $W(\omega) = \frac{(x(\omega))^2}{T}$  – спектральная плотность средней мощности рассматриваемой реализации (при достаточной большой T), соответствующей единичному частотному интервалу в окрестности выбранной частоты  $\omega$ ;  $x(t)$  – вещественная функция ( в данном случае напряжение случайного сигнала вибрации).

Дисперсия  $\sigma^2$ , равная средней мощности стационарного случайного процесса, есть, таким образом, сумма вкладов от всех частот.

Если рассматривать случайный процесс  $x(t)$  с ненулевым средним значением, то энергетический спектр следует представить в форме [1]:

$$W(\omega) = \left(\overline{x(t)}\right)^2 2\pi\delta(\omega) + W_-(\omega) \quad (2)$$

где  $W_-(\omega)$  – сплошная часть спектра, соответствующая флуктуационной составляющей  $x(t)$ , а  $\delta(\omega)$  – дельта-функция.

При интегрировании (2) по частоте первое слагаемое в правой части дает квадрат средней величины  $\left(\overline{x(t)}\right)^2$ , т.е. мощность постоянной составляющей, а второе – мощность флуктуационной составляющей, т.е. дисперсию:

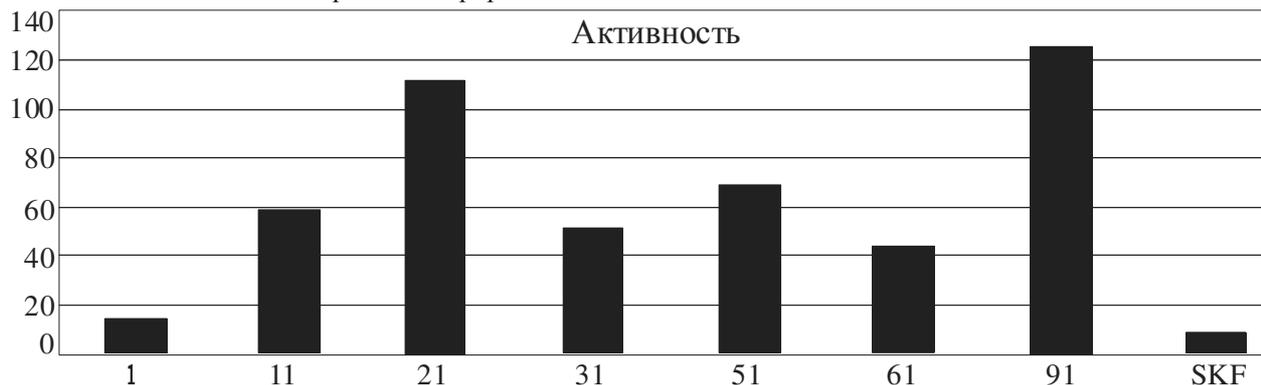
$$\sigma^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} W_-(\omega) d\omega$$

Но интегрирование ведется по  $-\infty < \omega < \infty$ , а частота  $0 < f < \infty$ . По  $f$  интегрируют физическую спектральную плотность  $W_{физ}(f) = 4\pi W$ .

Тогда, по определению,

$$\sigma^2 = \overline{x^2(t)} - \left(\overline{x(t)}\right)^2$$

Таким образом, если  $x(t)$  представляет собой электрический сигнал, например, напряжение, то  $x(t)$ -можно интерпретировать, как постоянную составляющую случайного сигнала,  $\overline{x^2(t)}$  – как среднюю мощность,  $A = \sigma^2$  – среднюю мощность флуктуации сигнала (относительно постоянной составляющей  $\overline{x^2(t)}$ ). Следовательно, введенный параметр активности (A) является энергетической характеристикой и при экспериментальном исследовании случайных процессов, должен характеризовать действительное состояние механической системы. При этом, чем выше требование к точности результатов измерений, тем длиннее должен быть интервал интегрирования T.



На рисунке показан отклик параметра активности (в относительных единицах) на дефекты дорожек качения внутреннего и наружного колец, а также дефекты тел качения в сравнении с исправными (без дефектов) подшипниками.

Из анализа рисунка следует, что наименьшее значение активности, а следовательно наименьшая величина энергии процесса разрушения, наблюдалась у подшипника SKF. Несколько выше

Наилучшие результаты будут достигнуты при усреднении по нескольким реализациям.

Для исследования отклика параметра активности на различные дефекты использовались отечественные и зарубежные (фирмы SKF) подшипники качения типа 206К.

Экспериментальные работы проводились на приводной установке ВНИПП-551 с помощью бесконтактного сверхвысокочастотного вибропреобразователя перемещений (СВЧ-ВП) [2,3]. Частота вращения шпинделя установки и осевое усилие на подшипник соответствовали техническим требованиям. Измерения вибрации производились в радиальном направлении. Степень развития дефектов подбиралась по возможности одинаковой. При этом расположение точки съема вибросигнала относительно дефектов наружного кольца от подшипника к подшипнику могло изменяться.

В таблице 1 приведена оценка технического состояния подшипников, включенных в эксперимент.

Таблица 1

Код подшипника	Техническое состояние
1	Исправен (без дефектов)
11	Имеет один дефект внутреннего кольца
21	Имеет два дефекта внутреннего кольца
31	Имеет три дефекта внутреннего кольца
51	Имеет один дефект наружного кольца
61	Имеет два дефекта наружного кольца
91	Имеет дефекты тел качения
SKF	Исправен (производства фирмы SKF)

активность у подшипника 206К и значительно выше (в несколько раз) у дефектных подшипников.

При этом необходимо отметить, что параметр активности от одиночного дефекта внутреннего кольца подшипника под номером 11 несколько меньше, чем от одиночного дефекта наружного кольца подшипника под номером 51.

Таким образом, введенный для анализа вибрации подшипников качения параметр активности (A) является энергетической характеристикой

случайного процесса и отображает реальное механической системы.  
техническое состояние рассмотренной

### Библиографический список

1. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. – Советское радио, 1977. – 679с.
2. Никитин А.А., Засорин В.А. // Тяжелое машиностроение, 2001, №9, с. 5–6.
3. Никитин А.А., Машников В.В., Дробязко С.В. // Вопросы прикладной физики, Вып. 12, 2005. с.129–130

### VIBRODIAGNOSTICS OF ROLL BEARINGS

A.A.Nikitin, Ju.V.Kuzmin

Saratov State University

Vibrodiagnostics of roll bearings is discussed

УДК 621.385

### ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРОВ

В.С. Кошелев, В.Н. Шевцов

Саратовский государственный университет

Кошелев Василий Сергеевич, д.т.н., профессор

Шевцов Владимир Николаевич, к.ф.-м.н., доцент

Описан подход к исследованию термомеханических процессов в изделиях электронной техники.

Известны методы построения математических моделей термомеханического состояния твердых тел при низких температурах, которые не превышают 20–40% от абсолютной температуры плавления материала. При эксплуатации изделий в области повышенных температур (около 80% от температуры плавления) необходимо дополнительно учитывать следующие особенности механизмов деформирования и накопления пластических деформаций:

- ползучесть материалов,
- разность коэффициентов линейного расширения (КТР) материалов,
- градиенты температур,
- периодичность разогрева и охлаждения,
- релаксацию напряжений в период работы при повышенной температуре.

Явление ползучести приводит к накоплению пластических деформаций в материалах изделий даже при работе в области упругих деформаций и напряжений за счет релаксации упругих напряжений, вызванных разностью КТР или наличием градиента температур. При этом наиболее критичными оказываются места стыка разнородных элементов конструкции. Например, в случае соединения двух разнородных элементов процесс накопления пластических деформаций по обе стороны от поверхности соединения можно описать следующей общей нелинейной системой уравнений:

$$\begin{cases} (\varepsilon'_{i,j})_{n+1} = F[(\varepsilon'_{i,j})_n, (\varepsilon_{i,j}^2)_n] \\ (\varepsilon_{i,j}^2)_{n+1} = f[(\varepsilon_{i,j})_n, (\varepsilon_{i,j}^2)_n] \end{cases} \quad (1)$$

где  $(\varepsilon'_{i,j})_n$ ,  $(\varepsilon'_{i,j})_{n+1}$  – полные деформации 1-го порядка материала на границе соединения при  $n$  и  $n+1$  цикле разогрева,  $(\varepsilon_{i,j}^2)_n$ , и  $(\varepsilon_{i,j}^2)_{n+1}$ , – полные деформации 2-го порядка материала на границе соединения при  $n$  и  $n+1$  цикле разогрева. Вид функций  $F$  и  $f$  зависит от законов ползучести материалов, исходной формы соединяемых

элементов и особенностей пластического поведения материалов при циклическом нагружении.

Система уравнений (1) в силу нелинейности функций  $F$  и  $f$  позволяет описать сложный характер деформирования элементов конструкций в процессе периодического разогрева при повышенных температурах. С математической точки зрения все особенности такого деформирования можно выявить, изучая поведение системы (1) вблизи неподвижных точек. Таким способом можно определить области изменения параметров, внутри которых сохраняется устойчивость процесса накопления пластических деформаций.

Устойчивость накопления пластических деформаций в элементах изделия гарантирует их ограниченность в процессе всего срока эксплуатации, при этом формоизменение элементов имеет предел.

Однако при наличии технологического, физического и эксплуатационного разбросов исходных теплофизических, упругих и геометрических параметров материалов изделия, указанный предел формоизменения может оказаться слишком большим и превысить допустимые нормы.

Таким образом, математические модели, описывающие термомеханическое состояние при повышенных температурах должны включать в себя в качестве обязательного элемента исходный статистический разброс параметров модели. Описанная схема анализа поведения, элементов конструкции была апробирована на торцевом катодном узле сверхдолговечной лампы бегущей волны. Исследовалось формоизменение многослойного сферического ядра оксидного катода в процессе термоциклирования. Анализ поведения конкретного вида системы (1) позволил выбрать геометрию поверхности ядра, обеспечивающую устойчивость формоизменения в пределах допустимого разброса диаметра и радиуса кривизны ядра.

**Библиографический список**

1. Никонов Б.П., Судакова Л.Н., Свешникова Н.М. // Электронная техника, Сер.Электроника СВЧ, М., 1980г. Вып. 12, с. 27.
2. Скапцов А.А., // Вопросы прикладной физики. Саратов, 1998. Вып. 4, с. 43.

**THERMOMECHANICAL MODELS OF ELECTRONIC DEVICES**

V.S. Koshelev, V.N. Shevtsov

The Saratov State University

Approach towards research of thermomechanical processes in electronic devices is described.

УДК 621.385

**ПРОБЛЕМЫ ТЕПЛООВОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ ИЗДЕЛИЙ ЭЛЕКТРОННОЙ ТЕХНИКИ**

В.С. Кошелев, В.Н. Шевцов

Саратовский государственный университет

*Кошелев Василий Сергеевич*, д.т.н., профессор*Шевцов Владимир Николаевич*, к.ф.-м.н., доцент

Показана актуальность разработки адекватных математических моделей теплообменных и термомеханических процессов в изделиях электронной техники.

Успехи в сокращении сроков разработки надежных изделий электронной техники (ИЭТ) и прогрессивной технологии их изготовления в значительной мере связаны с созданием адекватных математических моделей теплообменных и термомеханических процессов, протекающих в ИЭТ. К настоящему времени усилиями ряда научных групп такие модели созданы и успешно апробированы для многих функциональных узлов электровакуумных приборов, твердотельных полупроводниковых приборов и для электронных устройств на их основе. По этой тематике опубликовано очень много работ. Библиографический список этих работ настолько обширен, что нет смысла его приводить в данной короткой заметке.

В ряде работ дается анализ физических и математических моделей, обеспечивающих исследование термомеханических процессов в ИЭТ. В большинстве случаев эти модели ориентированы на применение в системах автоматизированного проектирования.

Рассмотрены, например, математические модели теплообмена и термоупругости. Известны примеры теплофизического и термомеханического моделирования основных функциональных узлов электровакуумных приборов СВЧ, таких как катодно-подогревательные узлы, электродинамические системы, токоприемные узлы. Для катодно-подогревательных и катодно-сеточных узлов найдены критерии оптимальности узлов по экономичности, надежности. Большинство таких моделей реализованы в виде компьютерных программ. Для электродинамических систем и токоприемных узлов рассмотрены различные уровни теплофизической оптимизации их конструкций.

Показано влияние полей температуры и термонапряжений на параметры и выходные

характеристики мощных дискретных полупроводниковых приборов. Оказывается, что теплофизический анализ таких приборов не только помогает выбрать оптимальные конструкторские решения для самого прибора, но и определить оптимальные режимы их эксплуатации.

Вместе с тем, сохраняется актуальность совершенствования уже разработанных моделей. Это связано с необходимостью учета процессов сложного теплообмена в ИЭТ, исследования влияния различных нелинейных эффектов, учета взаимного влияния физических процессов. По-прежнему актуальной является задача прогнозирования долговечности ИЭТ в реальных условиях их эксплуатации и существующего разброса технологических параметров. Актуальной остается задача разработки ускоренных методов испытания ИЭТ на долговечность. Особая роль принадлежит вопросам экспериментального исследования теплофизических и термомеханических процессов в ИЭТ и, что особенно важно, созданию эффективных приборов для измерения теплофизических и термомеханических параметров материалов электронной техники. В области измерения теплофизических свойств имеется большой опыт, однако чаще всего разработанные методы ориентированы на исследование строительных и других материалов с невысокой теплопроводностью. Надежных и простых методов измерения теплофизических свойств материалов с высокой теплопроводностью почти нет.

Таким образом, для прикладной физики до сих пор открыто обширное поле исследований теплофизических и термомеханических явлений в изделиях электронной техники. Особенно исследований экспериментальных.

**PROBLEMS OF HEAT DESIGNING OF ELECTRONIC TECHNOLOGY DEVICES**

V.S. Koshelev, V.N. Shevtsov

The Saratov State University

Actuality of development of sufficient mathematical models of heat exchange and thermomechanics processes in electronic technology devices is presented.

**СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИК ОТКРЫТЫХ СПИРАЛЕЙ И ТЭНОВ  
В СОСТАВЕ ЭЛЕКТРОНАГРЕВАТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ.  
ЧАСТЬ 1. РАСЧЕТ ТЕПЛОВЫХ ПОЛЕЙ В СТАЦИОНАРНЫХ И НЕСТАЦИОНАРНЫХ  
ТЕПЛОВЫХ РЕЖИМАХ**

А.В. Козлов, А.С. Шаповалов, В.Я. Явчуновский

Саратовский государственный университет

Козлов Андрей Владимирович, аспирант

Шаповалов Александр Степанович, д.ф.-м.н., профессор-

Научно-производственная фирма ООО «ЭТНА»

Явчуновский Виктор Яковлевич, д.ф.-м.н., директор

В течение ряда десятилетий велась дискуссия о соотношении различных свойств открытых спиралей и трубчатых электрических нагревателей (ТЭНов), демонстрируемых ими в составе электронагревательных приборов различного класса. В настоящей работе на основе расчета стационарных и нестационарных режимов проводится сравнение характеристик открытых спиралей и ТЭНов.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

В современных электронагревательных приборах (тепловентиляторах, тепловых пушках, тепловых завесах, электроконвекторах) в качестве основы их нагревательных устройств используются самые различные элементы: ТЭНы (трубчатые электрические нагреватели), металлокерамические нагреватели, позисторы, так называемые бронекабели, открытые спирали и т.п. [2, 3]. Однако в мощных электронагревательных приборах реальную конкуренцию друг другу составляют именно ТЭНы и открытые спирали.

В настоящей работе ставится задача максимально корректного сравнения основных эксплуатационных характеристик этих нагревательных элементов – надежности, степени создания эффекта выжигания кислорода, тепловой инерционности. Сравнение проводится на основе анализа температурных полей этих элементов в стационарных и нестационарных (переходных) режимах работы.

### 2. ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ОЦЕНКИ.

Все указанные во введении эксплуатационные характеристики являются функциями температуры спиралей обоих элементов, а также (в случае рассмотрения ТЭНов) – температуры их оболочки.

Так, надежность и долговечность обоих устройств, естественно, тем ниже, чем выше температура нагревательного элемента – спирали. В грамотно спроектированных электронагревательных устройствах на открытых спиралах превышение температуры спиралей над температурой выходящего из устройства воздуха составляет всего несколько десятков градусов. В зависимости от качества съема проходящим воздухом тепла с поверхности нагреваемой спирали, ее температура колеблется в реальных устройствах от 100 до 250 °С.

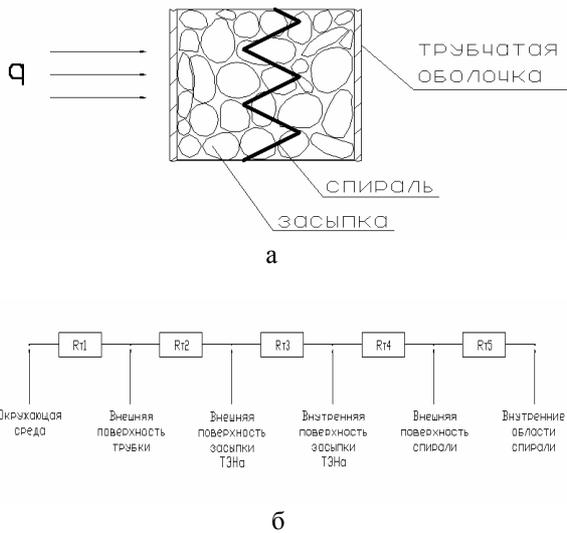
Что же касается температуры спирали внутри ТЭНа, то она зачастую превышает величину 1000 °С [1]. Это связано с достаточно сложной системой передачи тепла от тела спирали к нагреваемому

воздуху через все элементы ТЭНа (рис.1). В случае же открытой спирали единственное значимое тепловое сопротивление имеет место на границе «спираль - нагреваемый воздух» (рис.2), и оно может быть предельно минимизировано при организации качественного теплосъема.

Открытая спираль практически не создает аэродинамического сопротивления, тепло с нее снимается мощным воздушным потоком, температура ее поверхности всего на несколько десятков градусов превышает температуру выходящего из электронагревательного устройства воздуха (при температуре реструктуризации нихрома более 2000 °С [1]). От спирали же в ТЭНе тепловой поток идет достаточно сложным путем, через многочисленные последовательные тепловые сопротивления.

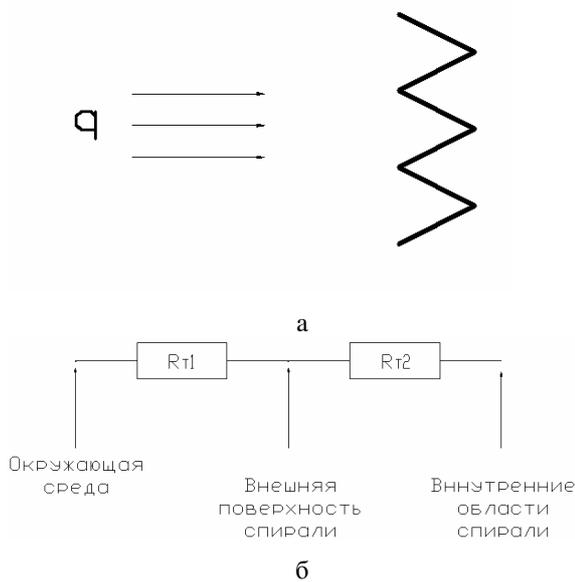
Указанный тепловой поток проходит, прежде всего, из внутренних областей на поверхность спирали при высокой температуре самой спирали и, соответственно, многократно увеличенном за счет этого ее удельном сопротивлении. Затем тепловой поток проходит через достаточно большое контактное сопротивление «поверхность спирали - засыпка», затем - через еще большее тепловое сопротивление самой засыпки (гранулированного диэлектрического материала с существенно меньшей, чем у металла теплопроводностью, со случайной площадью теплового контакта между гранулами); после этого – через достаточно большое контактное сопротивление «засыпка – трубка ТЭНа».

По качеству теплосъема с поверхности ТЭНы также явно уступают своим конкурентам – открытым спиралам. Хотя площадь поверхности у трубки ТЭНа больше, чем у открытой спирали, создаваемое им аэродинамическое сопротивление настолько велико, что скорость воздушного потока в использующих их электронагревательных устройствах, как правило, достаточно мала, а, соответственно, и теплосъем оставляет желать лучшего (выигрыш в поверхности теплосъема становится несущественным).



**Рис. 1.** Продольный разрез ТЭНа (а) и его эквивалентная теплофизическая схема (б).

В результате даже поверхность ТЭНа существенно горячее, чем поверхность открытой спирали, что влечет за собой эффект выжигания кислорода. Что же касается спирали внутри ТЭНа, то она разогревается более, чем до 1000 °С, а в местах плохого прилегания к металлу гранул засыпки и гораздо выше, подходя вплотную к температуре реструктуризации, а то и плавления нихрома. Это и обуславливает недолговечность ТЭНов.



**Рис. 2.** Открытая спираль в потоке нагреваемого воздуха (а) и ее эквивалентная теплофизическая схема (б)

Таким образом, по крайней мере, на уровне оценок температура спирали внутри ТЭНа на сотни градусов превышает в рабочем режиме температуру открытой спирали. Причем необходимо учитывать, что влияние технологических факторов на температурный режим открытой спирали существенно меньше – на него оказывают влияние лишь относительно небольшие неметаллические вкрапления материала проволоки спирали (которые, конечно,

равновероятно могут иметь место в проволоке внутренней спирали ТЭНа). В ТЭНе же на отвод теплового потока от спирали влияет разброс тепловых сопротивлений  $R_2 \div R_4$ , величина которых зависит от нестабильности параметров технологического процесса изготовления ТЭНа.

Из-за сложной структуры ТЭНа передача тепла со спирали на поверхность происходит с потерями в его диэлектрическом заполнении. Наряду с конвективным теплообменом имеет место теплопроводность (от спирали к поверхности ТЭНа). В результате в нестационарном режиме работы только часть теплового потока идет на увеличение температуры внешней среды, остальная же часть накапливается внутри ТЭНа, обуславливая тем самым существенно больший перепад между спиралью и оболочкой в стационарном режиме.

Таким образом, исходя из проведенных выше рассуждений, можно сделать вывод, что надежность и долговечность открытой спирали должны быть существенно выше надежности и долговечности ТЭНов. Это усугубляется еще и тем, что из-за дефицита места внутри оболочки ТЭНа его внутренняя спираль изготавливается из существенно более тонкой проволоки ( $\varnothing=0,3 \div 0,4$  мм), чем открытые спирали ( $\varnothing=0,7 \div 1,0$  мм). Соответственно и плотность тока через сечение проволоки спирали внутри ТЭНа в 5÷8 раз выше, чем в открытой спирали, что в основном и предопределяет их температуру в рабочем режиме.

Еще одним критерием, по которому проводят обычно сравнение различных нагревательных элементов, является эффект выжигания кислорода.

Степень проявления эффекта выжигания кислорода должна быть тем сильнее, чем выше температура и площадь нагретой поверхности. Площадь поверхности у ТЭНа примерно в 10÷15 раз больше, чем у открытой спирали. Что же касается температуры, то, казалось бы, она должна быть ниже, чем у открытой спирали из-за наличия развитой поверхности трубки ТЭНа. Однако, как правило, ТЭНа создают потоку охлаждающего воздуха столь значительное аэродинамическое сопротивление, что расход воздуха и его скорость значительно падают, теплосъем с поверхности ТЭНа снижается и температура его поверхности существенно превышает температуру открытой спирали (по крайней мере, при грамотном организованном движении воздушного потока).

Что же касается тепловой инерционности, то и здесь все достаточно очевидно. Время разогрева открытой спирали не превышает нескольких секунд (см. ниже представленные расчетные данные), а время выхода в стационарный тепловой режим ТЭНа достигает в большинстве случаев 10÷15 минут. Таково же примерно и время их остывания при выключении. Причем, для открытых спиралей при одновременном выключении нагревательного элемента и вентилятора остаточного потока воздуха от вентилятора с запасом достаточно для полного охлаждения спиралей. В случае с ТЭНом при включении вентилятора граничное сопротивление  $R_2$  резко возрастает и остаточный поток тепла от

внутренней спирали обеспечивает в течение некоторого времени подъем температуры оболочки ТЭНа до значений, превышающих ее температуру в рабочем режиме. Это вынуждает в большинстве электронагревательных приборов с ТЭНами вводить специальные схемотехнические решения, обеспечивающие работу вентилятора в течение нескольких минут после выключения напряжения, подаваемого на ТЭНы.

Малая тепловая инерционность открытых спиралей, в частности, чрезвычайно важна в устройствах, которые начинают работать в зимних условиях при отрицательных температурах – в трамваях, троллейбусах, электричках, различных мобильных зданиях, блок - контейнерах и т.п.

Одним из важнейших параметров работы нагревательных приборов является равномерность распределения температуры воздуха по его выходному сечению. Как было показано выше, спираль обладает большей прозрачностью для воздушного потока, чем ТЭН. Поэтому практически все участки спирали доступны для теплосъема, т.е. тепло, выделяемое спиралью, с минимальными потерями расходуется на нагрев воздуха. В случае ТЭНа воздух «обтекает» развитую трубчатую поверхность ТЭНа, вследствие чего происходит локальный перегрев нагревателя, из-за которого имеет место неравномерность температуры по поперечному сечению потока нагретого воздуха. Кроме того, открытая спираль конструктивно может быть разделена на большое число отрезков, которые располагаются внутри нагревательного блока так, что существующая температурная неоднородность минимизируется.

### 3.РАСЧЕТ ТЕПЛОВЫХ РЕЖИМОВ ОТКРЫТЫХ СПИРАЛЕЙ.

Анализ тепловых режимов открытой спирали при различных токовых нагрузках проводился для ламинарных воздушных потоков – сильной турбулизации потока при реализуемых в электронагревательных устройствах скоростях воздуха ( $\leq 10$  м/с) не наблюдается. При температуре хладагента  $T_0$ , температура обтекаемой им спирали может быть записана [4] в виде:

$$T = T_0 + \frac{q}{\alpha}, \quad (1)$$

где  $q = \frac{Q}{S}$  – плотность излучения теплового потока,  $Q$  - мощность, выделяемая в спирали,  $S$  – теплоотдающая поверхность,  $\alpha = Nu \frac{\lambda}{b}$  – параметр, характеризующий эффективность теплосъема с нагретой поверхности,  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности нихрома,  $Nu$ - критерий Нуссельта, записываемый для ламинарного течения ( $Re < 10^3$ ) в виде:

$$Nu_g = 0,52 \cdot Re_g^{0,5} \cdot Pr_g^{0,37} \cdot \left( \frac{Pr_g}{Pr_n} \right)^{0,25}, \quad (2)$$

для переходного режима ( $10^3 < Re < 2 \cdot 10^5$ ):

$$Nu_g = 0,25 \cdot Re_g^{0,6} \cdot Pr_g^{0,38} \cdot \left( \frac{Pr_g}{Pr_n} \right)^{0,25}, \quad (3)$$

для турбулентного режима ( $2 \cdot 10^5 < Re < 10^7$ ):

$$Nu_g = 0,023 \cdot Re_g^{0,8} \cdot Pr_g^{0,4} \cdot \left( \frac{Pr_g}{Pr_n} \right)^{0,25}, \quad (4)$$

где  $Pr$ ,  $Re$ - критерии Прандтля и Рейнольдса [4] ( $Re = V \cdot b / \nu_v$ ) соответственно,  $V$  – скорость воздушного потока,  $b$  – линейный размер,  $\nu_v$  – динамическая вязкость воздуха.

Символами  $v$  и  $n$  обозначаются величины для воздуха и нихрома соответственно.

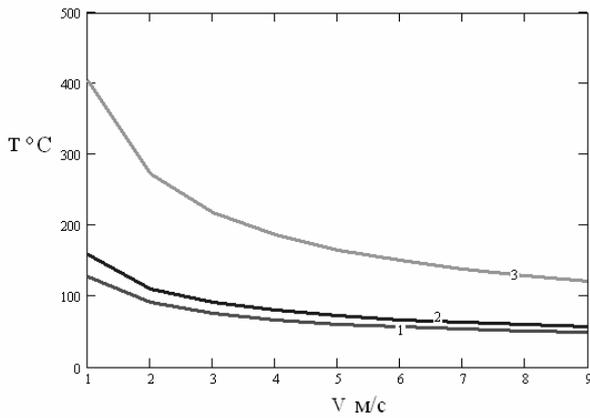
Расчет по данной модели проводился для выпускаемых ООО НПФ «ЭТНА» тепловых пушек специального назначения, предназначенных для обогрева салонов троллейбусов и трамваев. Первоначально расчет проводился для трех типов проволоки спирали – диаметром 0,7 мм, 0,8 мм и 0,9 мм при уровнях мощности соответственно – 2,5 кВт, 3,5 кВт и 5,0 кВт (токи, протекающие по спирали из проволоки диаметром 0,7 мм  $I = 4,5$  А, из проволоки диаметром 0,8 мм  $I = 6,4$  А, из проволоки диаметром 0,9 мм  $I = 8,2$  А).

Поскольку напряжение питания рассматриваемых в настоящей работе электронагревательных приборов может варьироваться в пределах от 400 В до 1000 В, то необходимо учитывать, что температуры нагревательных элементов также будут изменяться. Поэтому целесообразным является рассмотрение не отдельных значений температуры, а предельных их значений, определяемых изменениями сети питания.

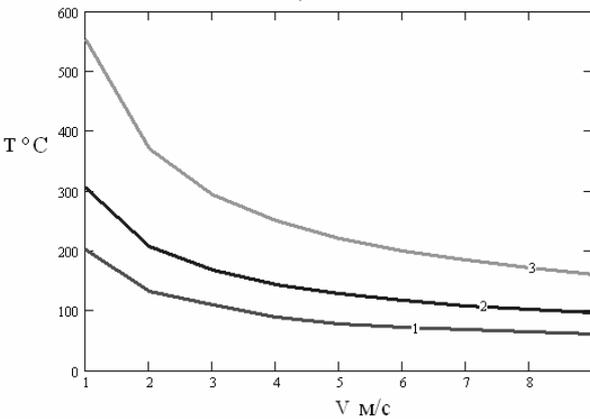
Из результатов численного эксперимента (рис. 3 а, б, в) следует, что для каждой величины тока, протекающего по проволоке спирали существует свое минимальное значение скорости воздушного потока, при котором температура спирали выходит за границы допустимого (с позиций надежности и долговечности) температурного режима – порядка  $250 \div 300^\circ\text{C}$ . При больших значениях температуры спираль начинает постепенно терять свои упругие свойства, что принципиально недопустимо. Особенно это опасно для изделий, эксплуатация которых проходит в условиях повышенных вибрационных и ударных нагрузок.

Необходимо отметить, что на рис. 3 а, б, в приведены значения температуры спирали при температуре входящего воздуха  $T_0 = 20^\circ\text{C}$ .

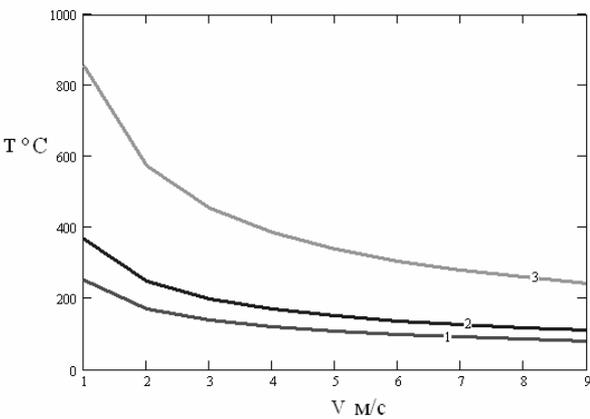
В реальных электронагревательных приборах воздушный поток проходит, как правило, через ряд последовательно расположенных (вдоль оси движения воздушного потока) нагревательных элементов (спиралей), каждый из которых вносит свой вклад в увеличение температуры воздуха.



а)



б)



в)

**Рис. 3.** Зависимость температуры спирали от скорости охлаждающего ее воздуха при различных значениях выделяемой мощности: а - диаметр проволоки 0.7 мм, диаметр навивки спирали 8 мм (1 – P=1300 Вт, 2 – P=2500 Вт, 3 – P=4600 Вт); б - диаметр проволоки 0.8 мм, диаметр навивки спирали 8 мм (1 – P= 1900 Вт, 2 – P= 3500 Вт, 3 – P= 6500 Вт); в - диаметр проволоки 0.9 мм, диаметр навивки спирали 9 мм (1 – P= 2400 Вт, 2 – P= 4500 Вт, 3 – P= 8700 Вт). Температура входящего воздуха 20 °С

В этой связи в реальной системе для каждого нагревательного элемента значение температуры входящего воздуха в выражении (1) – свое и зависит от его месторасположения в последовательном ряду спиральных нагревательных элементов.

Зависимость перепада температур воздуха  $\Delta T_p$  от мощности нагрева P и расхода воздуха через систему Q имеет вид:

$$\Delta T_p = \frac{P}{\alpha_p \cdot Q \cdot \rho} \tag{5}$$

где  $\alpha_p$  – теплоемкость воздуха,  $\rho$  – плотность воздуха.

В рассматриваемом случае удобно оперировать не значением расхода воздуха Q, а скоростью его истечения V через трубу фиксированного сечения S, в которой размещены нагревательные элементы:

$$\Delta T_p = \frac{P}{\alpha_p \cdot V \cdot S \cdot \rho} \tag{6}$$

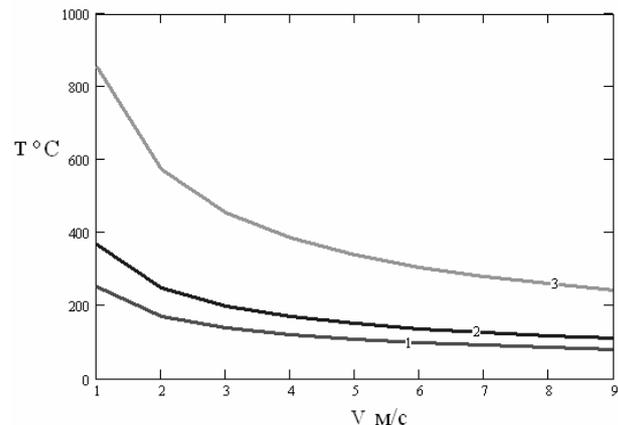
Тогда для набора из n последовательно расположенных нагревательных элементов для каждого элемента с номером i в выражение (1) вместо  $T_0$  следует подставлять величину

$$T'_0 = T_0 + \Delta T_{pi} = T_0 + \frac{\Delta T_p}{n} \cdot (i - 1) \tag{7}$$

Тогда для первой из последовательного ряда нагревательных спиралей  $T'_0 = T_0$ , для последней (n-ной) спирали:

$$T'_0 = T_0 + \Delta T_p \cdot \frac{n - 1}{n} \tag{8}$$

С учетом этого фактора на рис. 3 а,б,в для корректности рассуждений следует приводить не фиксированные температуры спиралей в зависимостях типа  $T = T(V)$ , а температурные зоны, ширина которых при каждом значении V равна  $\Delta T_p$ . Верхние границы этих зон обозначают максимальную температуру последнего ряда спиралей в соответствующей нагревательной системе в соответствующих режимах работы, т.е. при условии максимальных напряжений в сети питания и выделяемой мощности на спирали, а также худшего (с точки зрения теплосъема воздушным потоком) местоположения спирали.



**Рис 4.** Зависимость температуры последовательно расположенных отрезков спирали (1 - начало спирального нагревательного блока по ходу воздушного потока, 2 – середина нагревательного блока, 3 - выходной участок спирального нагревательного блока) от скорости охлаждающего воздуха; мощность, выделяемая на спирали – 3500 Вт, используемый тип проволоки – 0,8х8,0 мм.

Для наглядности на рис. 4 приведены расчетные зависимости температуры от скорости воздушного потока для различных участков спирального нагревательного блока в стационарном тепловом режиме. Под температурной зоной здесь следует понимать расстояние по оси абсцисс от кривой 1 (начало спирального нагревательного блока по ходу воздушного потока) до кривой 3 (выходной участок спирального нагревательного блока).

#### 4. ОЦЕНКА ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ НЕСТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМОВ ОТКРЫТОЙ СПИРАЛИ.

Грубая оценка нестационарных режимов, а точнее времени разогрева и времени остывания нагретой спирали может быть произведена на следующей основе [1].

При подаче напряжений на нагревательный блок и на вентилятор электронагревательного прибора тепло, выделяемое в открытой спирали  $dQ_1$ , идет на начальном этапе (до достижения термодинамического равновесия) на нагрев воздуха  $dQ_3$  и на нагрев самого тела спирали  $dQ_2$ .

Уравнение теплового баланса за время  $dt$  имеет вид

$$dQ_1 = dQ_2 + dQ_3, \quad (9)$$

где  $dQ_1 = P \cdot dt$ ,

$P$  – мощность, подводимая к телу.

$$dQ_2 = M \cdot c \cdot dt, \quad (10)$$

$M$  – масса тела.

$c$  – удельная теплоемкость нихрома,

$dt$  – изменение температуры тела за время  $d\tau$ .

$$dQ_3 = k \cdot S \cdot (t - t_0) d\tau, \quad (11)$$

здесь  $k$  – коэффициент теплопередачи от нихромовой проволоки в окружающую среду;

$S$  – поверхность теплопередачи;

$t_0$  – температура окружающей среды.

Тогда уравнение (9) запишется в виде

$$P \cdot d\tau = M \cdot c \cdot dt + k \cdot S \cdot (t - t_0) d\tau \quad (12)$$

или 
$$\frac{M \cdot c}{k \cdot S} \cdot \frac{dt}{d\tau} + t - (t_0 + \frac{P}{k \cdot S}) = 0$$

Обозначив 
$$T = \frac{M \cdot c}{k \cdot S}, \quad t_y = t_0 + \frac{P}{k \cdot S},$$

запишем уравнение (13) в виде:

$$T \cdot \frac{dt}{d\tau} + t - t_y = 0, \quad (14)$$

где  $T$  – постоянная времени нагрева;

$t_y$  – установившаяся температура тела (при

$$\frac{dt}{d\tau} = 0)$$

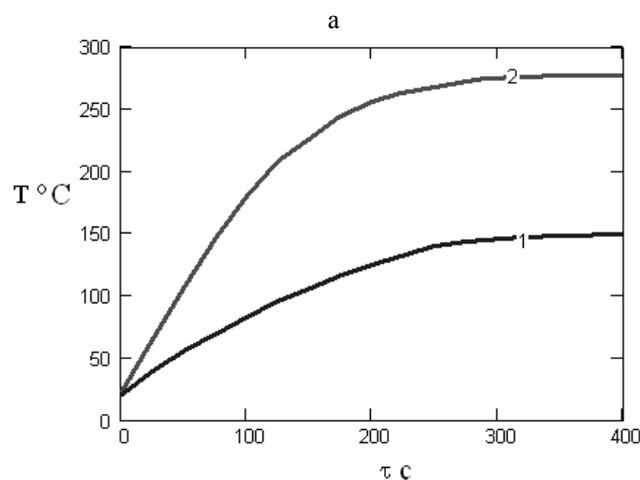
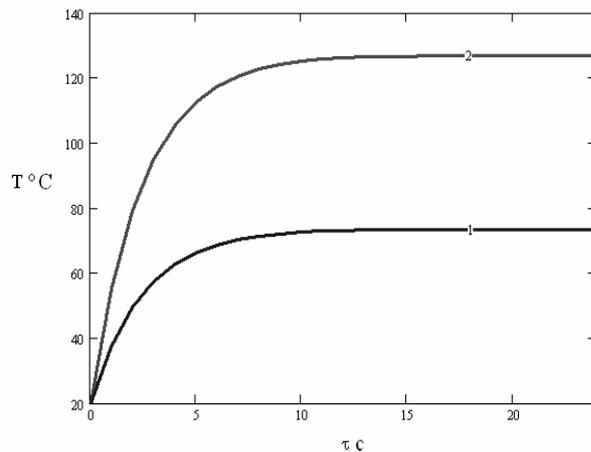
Решение уравнения (14) имеет вид 
$$t = t_n \cdot e^{-\tau/T} + t_y \cdot (1 - e^{-\tau/T}), \quad (15)$$

здесь  $t_n$  – температура тела в начальный момент времени при  $\tau=0$ .

Используя данные таблиц и результаты расчетов по формулам (1, 3), несложно определить время выхода нагревателя в стационарный режим:

$$\tau = T \cdot \ln \frac{t_y - t_n}{t_y - t} \quad (16)$$

На основании проведенных расчетов (рис.5) можно сделать вывод, что для открытой спирали время, необходимое для достижения температуры, составляющей 90% от максимальной (90% от величины перепада температур термодинамического равновесия и начальной температуры  $T_0$ ) указанной выше системы нагревательных блоков составляет примерно 13 с.



**Рис. 5.** Расчетные зависимости установления температуры воздуха на выходе из нагревательного блока (1) и средней температуры самого нагревательного элемента (2): а – для открытой спирали (3500 Вт), б – для ТЭНа (P=3500 Вт). Температура входящего воздуха  $T_0=20$  °С.

Аналогичные расчеты в существенно более приближенном варианте проводились и для нестационарного режима ТЭНа. При этом он рассматривался как единый источник тепла, обладающий некой усредненной теплоемкостью (без учета внутренних нестационарных процессов теплопередачи). Полученные в расчете результаты (рис. 5, б) свидетельствуют о том, что время разогрева (выхода в стационарный температурный

режим) ТЭНа примерно на  $1,5 \div 2$  порядка превышает соответствующую величину для открытой спирали.

#### **ЗАКЛЮЧЕНИЕ.**

Подводя итоги проведенных исследований, сформулируем основные выводы, которые можно сделать на основании полученных результатов.

Очевидно, что практически по всем параметрам трубчатые электрические нагревательные элементы уступают открытым спиралам. При близких скоростях воздушного потока разница в температурах сравниваемых нагревательных элементов в среднем составляет  $115^\circ\text{C}$ , соответственно,  $145^\circ\text{C}$  для открытой спирали и  $260^\circ\text{C}$  для ТЭНа.

Это определяет и многократно больший эффект выжигания кислорода в случае использования ТЭНов, что еще более усугубляется тем, что площадь оболочки ТЭНа более, чем на порядок превышает поверхность теплосъема спирали. Время выхода в стационарный режим для ТЭНа на

$1,5 \div 2$  порядка выше, чем у открытой спирали (соответственно, порядка 10 с и 10 мин).

Сложный состав ТЭНа, «замысловатость» его конструкции могут служить обоснованием полученных результатов. Очевидно, что в основе работы двух сравниваемых нагревательных элементов лежит одно и то же физическое явление – превращение электрической энергии в тепловую. Но вследствие конструктивных особенностей ТЭНа это явление в нем проявляется иначе, чем в открытой спирали.

Это и должно ограничивать области применения ТЭНов. Безусловно, они успешно работают в устройствах с локальным разогревом (например, в электроплитках). Однако, для устройств с активным вентилированием, призванных осуществлять быстрый, интенсивный и равномерный обогрев заданных объемов, надежно работать в этих условиях, причем с минимальной реализацией эффекта выжигания кислорода, открытые спирали имеют безусловные и очевидные преимущества перед ТЭНами.

#### **Библиографический список**

1. И.Ф. Кудрявцев В.А. Карасенко Электрический нагрев и электротехнология Москва, "Колос", 1975
2. Ю.А. Белавин, М.А. Евстигнеев, А.Н. Чернявский. Трубчатые электронагреватели и установки с их применением. Энергия, 1989
3. С.В. Костомаров, Мышленок Ф.Ф., Шут В.Н. Свойства позисторной керамики, полученной из оксалатного титаната бария с различной степенью кристалличности. Материалы конференции 2003 года «Керамические материалы: производство и применение», ФГУП «ВИМИ», 2004.
4. А.В. Болгарский, Г.А. Мухачев, В.К. Щуки Термодинамика и теплопередача, М.:Высшая школа, 1975

### **A COMPARATIVE ANALYSIS OF OPEN SPIRALS AND TUBULAR ELECTRIC HEATING ELEMENTS CHARACTERISTICS IN THE ELECTRIC HEATERS. PART 1. COMPUTATION OF TEMPERATURE FIELDS FOR THE STATIONARY AND NONSTATIONARY HEAT MODES**

A.V. Kozlov, A.S. Shapovalov, V.Y. Yavchunovsky

Saratov State University

A discussion about the relation between different features of the open spirals and tubular electric heating elements, demonstrated them in the different class electric heaters, had been conducted for many decades. The comparison of open spirals and tubular electric heating elements characteristics is carried on the basis of computation of stationary and nonstationary modes in present work.

УДК

### **СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИК ОТКРЫТЫХ СПИРАЛЕЙ И ТЭНОВ В СОСТАВЕ ЭЛЕКТРОНАГРЕВАТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ. ЧАСТЬ 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СТАЦИОНАРНЫХ И НЕСТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМОВ**

А.В. Козлов, А.С. Шаповалов, В.Я. Явчуновский

Саратовский государственный университет

Козлов Андрей Владимирович, аспирант

Шаповалов Александр Степанович, д.ф.-м.н., профессор-

Научно-производственная фирма ООО «ЭТНА»

Явчуновский Виктор Яковлевич, д.ф.-м.н., директор

На основе экспериментальных исследований проведен сравнительный анализ стационарных и нестационарных режимов двух конкурирующих типов электронагревательных элементов – открытых спиралей и трубчатых электрических нагревателей (ТЭНов). Подтверждены существенные преимущества стационарных и нестационарных характеристик открытых спиралей по сравнению с ТЭНами.

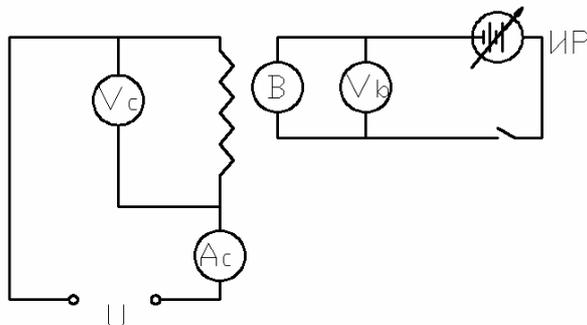
**1.ВВЕДЕНИЕ**

В работе [1] проведен сравнительный теоретический анализ стационарных и нестационарных режимов работы двух основных типов нагревательных элементов – открытых спиралей и трубчатых электрических нагревателей (ТЭНов), показаны преимущества открытых спиралей в обоих режимах. В настоящей работе проводится экспериментальная проверка полученных в [1] теоретических зависимостей.

**2. ОБОРУДОВАНИЕ И МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА**

Измерения проводились по экспериментальной схеме, собранной в соответствии с рис.1. В качестве дополнительного оборудования использовались анемометр (для измерения скорости проходящего через нагревательный блок воздушного потока), электронный измеритель температуры (для измерения температуры поверхности нагревательного элемента и воздушного потока).

Каждая серия измерений проводилась при фиксированном значении скорости воздушного потока (напряжении вентилятора) - см. табл. 1.



**Рис.1.** Измерительная схема для экспериментального исследования температурных режимов нагревательных элементов: R – нагревательный элемент, Ac, Vc – амперметр и вольтметр, B – вентилятор, Vb – вольтметр для измерения напряжения, подаваемого на вентилятор; IP – регулируемый источник напряжения вентилятора.

**Таблица 1.** Исходные данные по сериям температурных измерений

№ серии	1	2	3	4	5	7
U вентилятора, В	5	9	13	17	21	25
Vвоздушного потока, м/с	0.9	2.1	3.2	4.1	5.1	6.0

Перед началом каждой серии экспериментов нагревательный блок охлаждался потоком воздуха от вентилятора до исходной температуры (температуры окружающей среды). До начала эксперимента измерялось также исходное сопротивление нагревательного блока R<sub>0</sub> (сопротивление при температуре нагревательных элементов, равной температуре окружающей среды).

**3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО РЕЖИМА НАГРЕВАТЕЛЬНОГО БЛОКА НА ОТКРЫТЫХ СПИРАЛЯХ (В СТАЦИОНАРНОМ И НЕСТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМАХ РАБОТЫ)**

В процессе проведения каждой серии экспериментов строились зависимости напряжения и тока в открытой спирали от времени (с момента подачи напряжения на нагревательный блок), затем вычислялось сопротивление спирали и через температурный коэффициент изменения удельного сопротивления α материала определялась средняя температура спирали T<sub>сп</sub>:

$$T_{сп} = \frac{R - R_0}{\alpha} + T_0 \quad (1)$$

Одновременно измерялась температура воздуха на выходе из нагревательного блока. Данные эксперимента представлены в таблицах 2, 3 и 4.

**Таблица 2.** Результаты измерений температурного режима нагревательного блока на открытых спиралях мощностью 2,5 кВт при скорости воздушного потока V=5м/с.

t, с.	0	3	6	9
R, Ом	120.30	124.03	125.11	125.44
T <sub>сп</sub> , °C	20	79	90	94

**Таблица 3.** Результаты измерений температурного режима нагревательного блока на открытых спиралях мощностью 3,5 кВт при скорости воздушного потока V=5м/с.

t, с.	0	3	6	9	12
R, Ом	82.36	85.52	87.06	87.60	87.73
T <sub>сп</sub> , °C	20	61	103	117	120

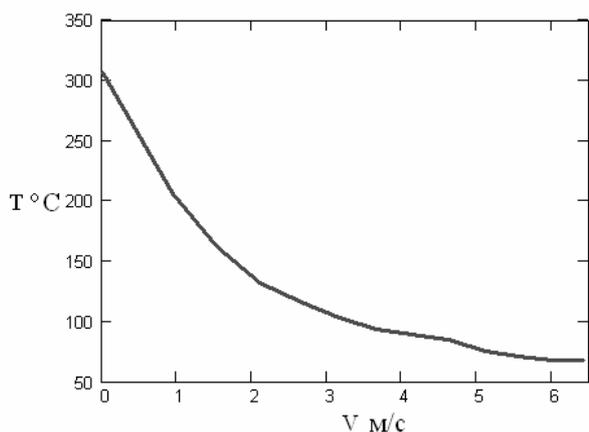
Разумеется, при измерении скорости и температуры воздушного потока наблюдался весьма значительный разброс их значений по сечению воздушного потока. Поэтому при обработке данных экспериментов использовались усредненные значения этих величин.

**Таблица 4.** Результаты измерений температурного режима нагревательного блока на открытых спиралях мощностью 4,5 кВт при скорости воздушного потока V=5м/с.

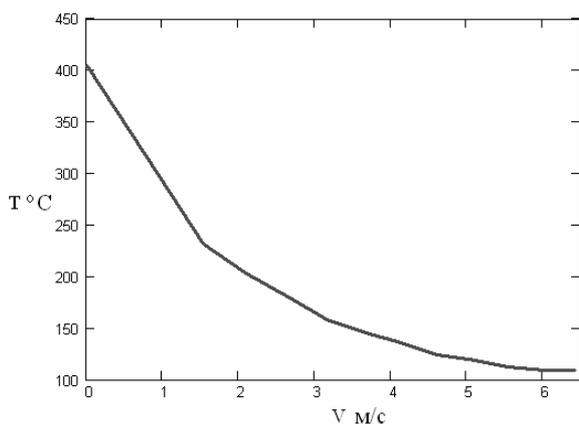
t, с.	0	3	6	9	12	15
R, Ом	69,01	71,66	72,48	73,01	73,20	73,42
T <sub>сп</sub> , °C	20	73	116	123	136	148

Из приведенных в таблицах 2-4 результатов видно, что с увеличением мощности увеличивается как температура спирали в установившемся тепловом режиме, так и время выхода в стационарный режим, что подтверждает результаты расчетов, проведенных в [1].

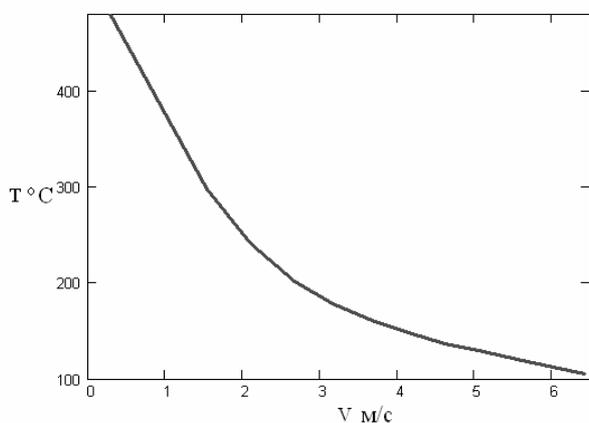
Зная, что надежность нагревательного элемента является функцией его температуры, необходимо знать, какую температуру принимает поверхность спирали во всем используемом диапазоне скоростей. С этой целью проводилось измерение зависимостей температуры спирали от скорости потока воздуха.



а



б



в

**Рис.2.** Зависимость температуры спирали от скорости охлаждающего ее потока для блока нагрева мощностью: а - 2,5 кВт, б - 3,5 кВт, в - 4,5 кВт

Результаты эксперимента (рис.2 а, б, в) достаточно хорошо согласуются с приведенными в [1] расчетными данными. Так при скорости воздушного потока 5 м/с и мощности нагрева 3,5 кВт при достижении термодинамического равновесия средняя температура спирали составляет 120 °С; температура воздуха, выходящего из нагревательного блока - 70 °С. Время выхода на перепад температур между входом и выходом воздушного потока, составляющий 90 % от уровня термодинамического равновесия  $t_{90}=11$  с.

Для сравнения представленные выше экспериментальные результаты сведены в общую таблицу с представленными в [1] расчетными данными (табл. 5). Сравнение производится для наиболее типовой системы параметров:  $T_0=20^\circ\text{C}$ ,  $P=3,5$  кВт,  $V=5$  м/с.

**Таблица 5.** Сравнение расчетных и экспериментальных данных.

Параметр	T, °C	T <sub>возд</sub> , °C	t <sub>90</sub> , °C
Теория	127	75	13
Эксперимент	120	70	11

Следует отметить, что из экспериментальных данных достаточно просто определить максимальную температуру  $T_{\text{max}}$  спирали с учетом ее нарастания по длине нагревательного блока (см. [1]) без непосредственных, достаточно трудоемких расчетов. Несложно вывести, что

$$T_{\text{max спирали}} = T_{\text{cp}} + \frac{T_{\text{max возд}} - T_0}{2} \quad (2)$$

где  $T_{\text{max возд}}$  - максимальная температура воздуха, которую можно задавать как температуру воздуха на выходе из нагревательного блока, усредненную по сечению нагревательного блока,  $\bar{T}$  - средняя температура спирали.

Несложно показать, что в наиболее типичных случаях (например для случая  $T_0=25^\circ\text{C}$ ,  $V=5$  м/с,

$P_{\text{нагр}}=4500$  Вт) средняя температура спирали на выходе нагревательного блока не превышает 130°С.

#### 4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ РЕЖИМОВ НАГРЕВАТЕЛЬНОГО БЛОКА НА ТЭНАХ (В СТАЦИОНАРНОМ И НЕСТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМАХ) И СРАВНЕНИЕ ЕГО С НАГРЕВАТЕЛЬНЫМ БЛОКОМ НА ОТКРЫТЫХ СПИРАЛЯХ

В качестве объекта исследований был выбран блок нагрева, основу которого составлял ТЭН кольцеобразной формы мощностью 2 кВт. Необходимо отметить, что исследуемый ТЭН имел диаметр трубки 5 мм и состоял из двух витков трубки по внутреннему диаметру 178 мм. Исследование проводилось с использованием методики и схемы предыдущего раздела.

Для сравнения был собран и исследован блок нагрева на открытых спиралях мощностью 2 кВт. Важно отметить, что в обоих случаях сравниваемые нагревательные элементы располагались в одном и том же месте внутри одной и той же конструкции, тепловой поток с них снимался одним и тем же вентилятором.

Данные и результаты эксперимента для ТЭНа сведены в таблицу 6.

Таблица 6. Исходные данные по сериям температурных измерений для ТЭНа

№ серии	1	3	5	7
U вентилятора, В	13	17	21	25
T <sub>ТЭНа</sub> , °С	269	236	203	189

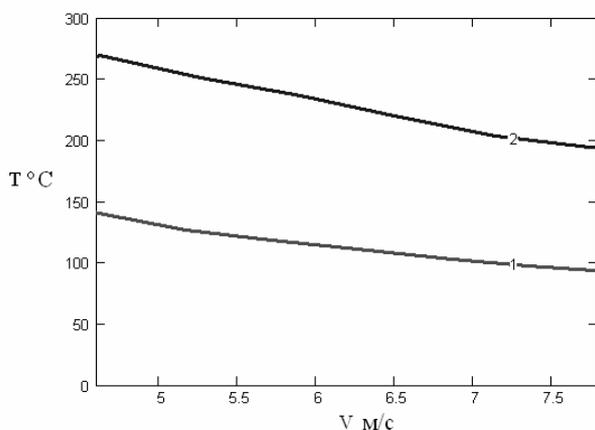


Рис.3 Зависимости температуры поверхности спирали (1) и температуры оболочки ТЭНа (2) от скорости охлаждающего воздуха

Таблица 7. Динамика выхода ТЭНа в стационарный тепловой режим

t, с.	10	30	50	70	90	110	130
T <sub>ТЭН</sub> , °С	65	148	208	243	263	273	277
t, с.	150	200	250	300	350	400	450
T <sub>ТЭН</sub> , °С	280	284	289	291	295	297	300

Сравнительные данные, характеризующие нестационарные тепловые режимы (параметры выхода в стационарный температурный режим) для ТЭНа и открытой спирали приведены на рис.4.

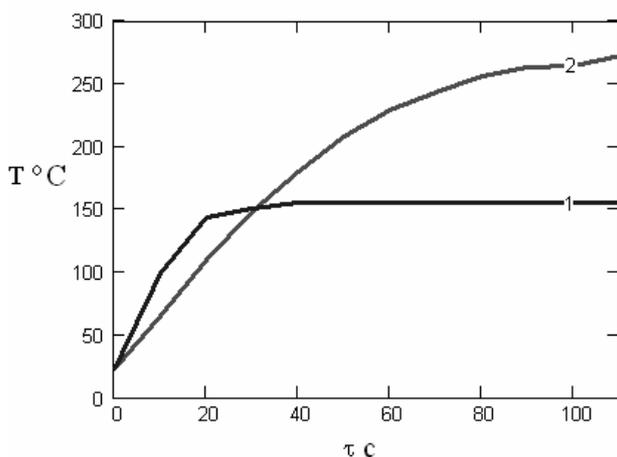


Рис.4. Зависимости температуры поверхности спирали (1) и температуры оболочки ТЭНа (2) от времени

Таблица 8. Сравнение основных параметров нестационарных и стационарных тепловых режимов ТЭНов и открытых спиралей при средней скорости охлаждающего его воздуха V=5 м/с

Параметр	спираль	ТЭН
Время выхода в рабочий режим, с	20	450
Температура нагревательного элемента, °С	130	260

### 5. СРАВНЕНИЕ РЕЖИМОВ ОСТЫВАНИЯ ТЭНОВ И НАГРЕВАТЕЛЬНЫХ БЛОКОВ НА ОТКРЫТЫХ СПИРАЛЯХ.

Широко известно [2,3], что при остывании ТЭНов (в случае одновременного выключения напряжения питания нагревательного блока и вентилятора) температура оболочки ТЭНа в течение некоторого времени продолжает нарастать. Это связано с тем, что при отключении потока воздуха съём тепла с поверхности ТЭНа резко уменьшается, а тепловой поток от раскаленной спирали внутри ТЭНа некоторое время остается практически неизменным.

Проведенная экспериментальная проверка полностью подтвердила наличие этого эффекта (рис.5).

Полученные экспериментальные данные подтверждают необходимость дополнительного охлаждения ТЭНа после отключения питания нагревательного блока. В противном случае выделяемое в нем тепло может привести к перегреву двигателя вентилятора и других элементов конструкции.

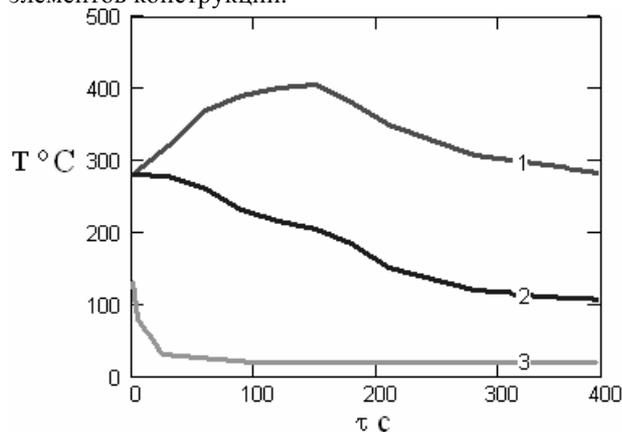


Рис.5. Кривые остывания ТЭНа (1 – при выключенном двигателе вентилятора, 2 – при включенном двигателе вентилятора) и открытой спирали (3) при выключенном двигателе вентилятора. Отсчет времени во всех измерениях начинается с момента отключения напряжения питания нагревательного блока.

При работе же вентилятора после отключения напряжения питания нагревательного блока в течение 5÷10 минут поток воздуха «уносит»

выделяющийся на оболочке ТЭНа тепловой поток и перегрев двигателя вентилятора (а, соответственно, и снижения его ресурса) не происходит.

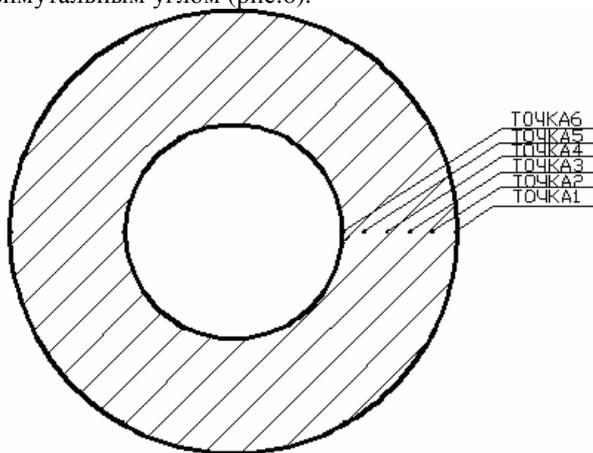
Нагревательные же элементы на открытых спиралях, как это видно из соответствующей кривой (3) на рис.5 в дополнительном охлаждении после отключения напряжения питания нагревательного блока не нуждаются.

**6. СРАВНЕНИЕ ОДНОРОДНОСТИ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ПО СЕЧЕНИЮ НАГРЕВАЕМОГО ВОЗДУШНОГО ПОТОКА (ДЛЯ ОБОИХ ТИПОВ НАГРЕВАТЕЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ).**

В силу большей свободы в подходах к конструированию нагревательных блоков на открытых спиралях, в использующих их электронагревательных приборах существует больше возможностей по равномерному расположению их по сечению воздушного потока. Это, в свою очередь, позволяет существенно повысить (для случая использования открытых спиралей) однородность температурного поля по поперечному сечению направленного воздушного потока по сравнению со случаем использования ТЭНов.

В проводимых экспериментах измерение температуры проводилось в 6 различных точках по сечению воздушного потока.

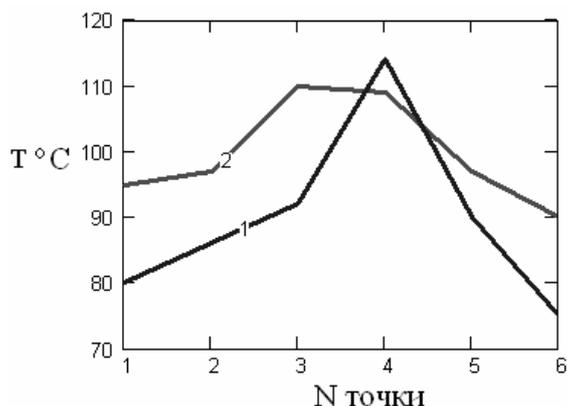
В силу почти идеальной аксиальной симметрии обоих нагревательных элементов и снимающих с них тепловую энергию кольцевых (по поперечному сечению) воздушных потоков, все 6 точек располагались на одной линии с общим азимутальным углом (рис.6).



**Рис.6.** Расположение точек измерения температуры по поперечному сечению аксиального симметричного кольцевого воздушного потока (заштрихованная область).

Все измерения проводились в стационарных режимах работы обоих устройств.

Результаты измерений (рис.7) показывают существенно большую равномерность распределения температур для случая использования открытых спиралей (порядка 7°C). Для случая использования ТЭНов эта величина составила порядка 36°C.



**Рис.7.** Распределение температур в стационарном режиме по сечению выходящего из электронагревательного прибора кольцевого воздушного потока для случаев использования ТЭНов (1) и открытых спиралей (2). Расположение точек измерения в соответствии с рис.6

Разумеется, предоставленные на рис.7 результаты измерений не могут претендовать на достаточную полноту, поскольку, очевидно, можно достаточно большее количество вариантов размещения в нагревательном блоке как открытых спиралей, так и ТЭНов. Но качественно эти измерения отражают реальное соотношение однородности нагрева воздушных потоков для обоих рассматриваемых типов нагревателей.

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Проведенные экспериментальные исследования полностью подтвердили полученные в [1] расчетные данные. Из полученных экспериментально результатов однозначно следуют следующие выводы:

1. При работе в наиболее типовых стационарных режимах температура ТЭНов (~300°C) существенно превышает температуру открытых спиралей (~120°C).
2. По показателям тепловой инерционности открытые спирали также существенно отличаются от ТЭНов - время их выхода в стационарный рабочий режим составляет порядка 10÷12 секунд (по уровню 90%), тогда как у ТЭНов это время составляет до 10 минут. Кроме того, при остывании без охлаждения воздушным потоком, открытые спирали выходят на комнатную температуру примерно за 15÷20 секунд, причем температурно-временная зависимость остывания имеет гладкий вид. Время же остывания ТЭНа составляет примерно 15 минут, причем на начальном периоде (до 5 минут) имеет место существенное нарастание температуры оболочки ТЭНа. В реальных технических устройствах это приводит к необходимости введения дополнительного охлаждения ТЭНа активным воздушным потоком после отключения напряжения питания нагревателя. Для остывания же открытой спирали достаточно остаточного воздушного потока вентилятора после

- одновременного отключения напряжений питания нагревательного элемента и двигателя вентилятора.
3. Подтвержденное экспериментально существенное превышение температуры оболочки ТЭНа в стационарном рабочем режиме по сравнению с температурой поверхности открытой спирали, усугубленное многократно большей (как минимум, на порядок) его поверхностью теплоотдачи приводит к существенно более яркому проявлению в случае использования ТЭНов эффекта «выжигания кислорода», который реализуется именно при взаимодействии нагреваемого воздуха с
- металлической поверхностью нагревателя. В открытых спиралях этот эффект практически отсутствует.
4. И наконец, в силу существенно больших конструктивных возможностей по равномерному распределению спиральных нагревателей по поперечному сечению воздушного потока, однородность температурных полей по сечению воздушного потока существенно выше для электронагревательных устройств с открытыми спиралями по сравнению с аналогичными устройствами, использующими ТЭНы.

#### Библиографический список

1. Сравнительный анализ характеристик открытых спиралей и ТЭНов в составе электронагревательных приборов. Часть 1. Расчет тепловых полей в стационарных и нестационарных тепловых режимах. А.В. Козлов, А.С. Шаповалов, В.Я. Явчуновский. Настоящий выпуск, с.
2. И.Ф. Кудрявцев В.А. Карасенко. Электрический нагрев и электротехнология Москва, "Колос", 1975
3. Ю.А. Белавин, М.А. Евстигнеев, А.Н. Чернявский. Трубчатые электронагреватели и установки с их применением. Энергия, 1989

#### A COMPARATIVE ANALYSIS OF OPEN SPIRALS AND TUBULAR ELECTRIC HEATING ELEMENTS CHARACTERISTICS IN THE ELECTRIC HEATERS. PART 2. EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF OF STATIONARY AND NONSTATIONARY MODES

A.V. Kozlov, A.S. Shapovalov, V.Y. Yavchunovsky  
Saratov State University

The comparative analysis of stationary and nonstationary modes of the two competing electric heating elements – open spirals and tubular electric heating elements - had been carried out on basis of the experimental investigations. Essential preferences of the stationary and nonstationary characteristics of open spirals in comparison with tubular electric heating elements were confirmed

## НА ЗАМЕТКУ ВАКУУМЩИКУ (ИЗ ОПЫТА РАБОТЫ С ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ВЫСОКОВАКУУМНОЙ ТЕХНИКОЙ)

Б.Н. Кондрашов, Е.А. Воробьева

Саратовский государственный университет

*Кондрашов Борис Никанорович*, старший преподаватель кафедры прикладной физики

*Воробьева Елена Александровна*, инженер центра патентных услуг СГУ, vorobievae@mail.ru

В данной работе рассматриваются некоторые приемы позволяющие улучшить работу высоковакуумных исследовательских установок без существенных затрат.

### ПРОСТЕЙШАЯ ЛОВУШКА ДЛЯ МАСЛЯНЫХ ФОРВАКУУМНЫХ НАСОСОВ.

При дефиците жидкого азота, ловушки с которым обеспечивают хорошее улавливание паров масла, можно в качестве ловушки использовать систему тонкостенных нержавеющей трубок, соединенных в батарею с помощью резиновых вакуумных шлангов с хомутами (рис. 1) и охлаждаемых окружающим воздухом. При внутреннем диаметре трубок 10-15 мм подобная система позволяет получить форвакуум с приемлемым содержанием масла для работы в дальнейшем магниторазрядных насосов.

Перед каждым применением данный тип ловушки тщательно промывается ацетоном и спиртом. Длина, используемых для данного типа ловушки нержавеющей трубок, составляла 1500 мм при внутреннем диаметре 13 мм и наружном 16 мм.

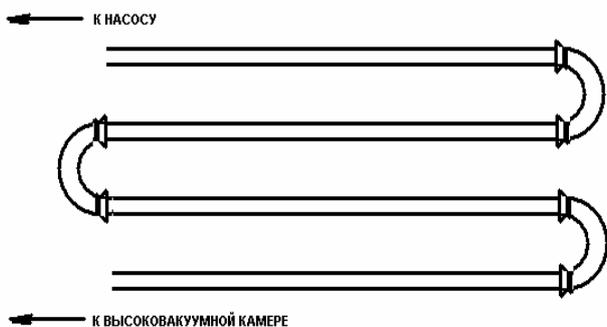


Рис. 1

### УВЕЛИЧЕНИЕ ФОРВАКУУМА В РАБОЧЕЙ КАМЕРЕ С ПОМОЩЬЮ ФОРВАКУУМНОГО НАСОСА С ПРЕДЕЛЬНЫМ ПАСПОРТНЫМ ВАКУУМОМ $5 \cdot 10^{-2}$ ТОРА.

Для увеличения степени вакуума в высоковакуумной камере, при предварительной форвакуумной откачке масляным форвакуумным насосом с предельным паспортным вакуумом  $5 \cdot 10^{-2}$  тора применяется следующий прием. После включения форвакуумного насоса соединенного с высоковакуумной камерой описанной выше ловушкой и началом откачки из высоковакуумной камеры, в форвакуумный насос доливаются масло в объеме,

превышающем нормальное (до полного заполнения камеры насоса).

При таком режиме, в совокупности с трубчатой масляной ловушкой удается получить в камере объемом 5 литров соединенный с магниторазрядным насосом степень вакуума  $1,0 \cdot 10^{-3}$  тора, а при одной камере (при закрытии вентиля, соединяющего магниторазрядный насос с камерой) – до  $9 \cdot 10^{-4}$  тора.

Такой вакуум позволяет легко запустить магниторазрядные насосы, в том числе и НМД-025. И в течение 1 часа (при использовании эффекта обдува лампы ЛМ-2) получить вакуум  $5 \cdot 10^{-7}$  тора из состояния полностью разгерметизированной системы камера – магниторазрядный насос. При предварительном прогреве камеры и остаточном вакууме в камере  $5 \cdot 10^{-1}$  тора до  $5 \cdot 10^{-8}$  тора.

#### Примечание

Особенностью эксплуатации форвакуумных насосов с переполненной маслом рабочей камерой заключается в том, что:

- 1 - при выключении насоса надо немедленно слить избыток масла в противном случае при включении форвакуумного насоса произойдет выброс масла;
- 2 – избыточное количество масла подбирается для каждого типа насоса экспериментально.

### СОЧЛЕНЕНИЕ ЧАСТЕЙ ВЫСОКОВАКУУМНЫХ УСТАНОВОК С ОДИНАКОВОЙ КОНСТРУКЦИЕЙ ОТВЕТНЫХ ЧАСТЕЙ.

При конструировании высоковакуумных систем иногда приходится перекомпоновывать узлы вакуумной системы с металлическими уплотнителями. При этом, встречается случай, когда фланцы разъемных соединений имеют одинаковые ответные части: например, выступ-выступ или впадина-впадина. В первом случае, решение известно. Для временных соединений между двумя ответными фланцами, имеющими уплотнение в виде треугольного зуба, ставят металлическую (медную или алюминиевую) уплотнительную шайбу двойной толщины и поджимают фланцы гайками так, чтобы с одной стороны соединение обеспечивало необходимый вакуум, а с другой – зубья не прорезали шайбу.

Во втором случае, можно сделать промежуточную шайбу с зубьями форма которых соответствуют геометрию имеющихся во фланцах впадинах (рис.2) и, используя удлиненные шпильки сочленяют фланцы системы.

Данный прием был испытан на высоковакуумной системе допускающей вакуум  $10^{-7} - 10^{-10}$  тора и выдерживающей прогрев до 205-300°C. Диаметр сочленений (по зубу) составляли 70 мм. При аккуратном затягивании шпилек достигнута приемлемая герметичность соединения.

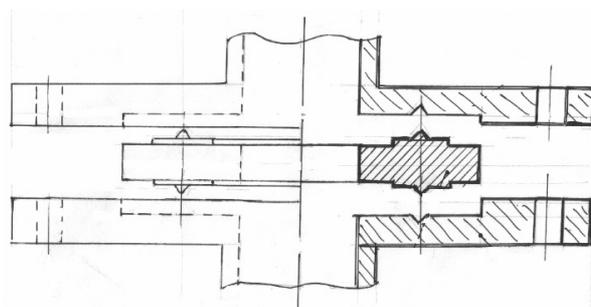


Рис. 2

#### Библиографический список

1. Королев Б.И. Основы вакуумной техники. М., Госэнергоиздат, 1957.

#### TO THE NOTICE OF VACUUM ENGINEER (AN EXPERIENCE OF RESEARCH IN HIGH-VACUUM TECHNIQUE)

B.N. Kondrashov, E.A. Vorobyova.

Saratov State University

In this work some receptions are examined allowing to improve work of the high-vacuum research settings without substantial expenses.

## ПАМЯТКА АВТОРАМ

## К публикации принимаются статьи по всем разделам физики

**В редакцию представляются**

- бумажный носитель (бумага белая А4) - 1 экз.;
- электронная копия;
- разрешительный документ на открытое опубликование.

**Правила оформления (не оформленные статьи, не принимаются к рассмотрению):***Структура статьи*

Заголовок; аннотация на русском (английском) языке; содержание статьи, включая таблицы, рисунки, на русском (английском) языке; библиографический список; название статьи, фамилия автора(ов)), название организации(й), аннотация - все на английском (русском) языке.

Текст представляется в формате MS Word \*.doc; интервал – полуторный; шрифт - Times New Roman Суг., 14 пт; размер полей: верхнего 2 см, нижнего 2 см, левого 2,5 см, правого 2 см; абзацы - отступом в 0,5 см.

*Заголовок*

Первая строка – индекс УДК (для статей на русском языке), выровненный по **правому** краю текста; вторая строка – заголовок полужирными строчными буквами без переносов, размещенный по центру текста;

с третьей строки – перечень авторов (имя, отчество, фамилия полностью) с указанием уч. степени, должности, места работы, адреса эл. почты, дом. и раб. телефонов.

*Обозначения и формулы*

Латинские обозначения ( $P$ ,  $I$ ,  $W$  и т.д.) выполняются *курсивом*, названия функций ( $\sin$ ,  $\cos$ , и т.д.), греческие буквы - обычным (прямым) шрифтом ( $\beta$ ,  $\lambda$ ,  $\alpha$ ); обозначения векторов полужирным шрифтом (без верхнего обозначения,  $\mathbf{W}$ ,  $\mathbf{a}$ ); номера кривых в рисунках даются *курсивом* ( $I$ ,  $2$ ); русский текст и цифры в верхнем и нижнем индексах - прямым шрифтом ( $W_{\text{вых}}$ ,  $L^2$ ).

Формулы набираются только в редакторе формул Equation 2.0, 3.0.

Ширина строки формулы – **до 8 см**, в особых случаях – 16 см.

*Ссылки*

Ссылки на формулы и таблицы даются в круглых скобках (\*.\*); формулы, на которые имеются ссылки в тексте, нумеруются в порядке их появления в тексте цифрой, заключенной в круглые скобки (\*.\*), по правому краю границы текста, выносятся отдельной строкой и располагаются по центру текста.

В тексте допустимо расположение только однострочных формул, не имеющих нумераций.

Ссылки на источники даются в квадратных скобках [\*].

*Рисунки*

Каждый рисунок содержится в отдельном файле формата bmp, jpg, wmf, psx (сохраненные в монохромном режиме). Размеры рисунков: простые ненасыщенные - **ширина 8 см**, сложные до 16 см. Рисунки даются **только черно-белыми**.

В оформлении рисунков применяются: латинские обозначения ( $P$ ,  $I$ ,  $W$  и т.д.) - *курсивом*; названия функций ( $\sin$ ,  $\cos$ , и т.д.), греческие буквы - прямым шрифтом, номера кривых - *курсивом*; обозначения векторов полужирным шрифтом (без верхнего обозначения).

*Фотографии*

Фотографии - черно-белые, в отдельных файлах bmp, jpg, wmf, psx (сохраненные в монохромном или 16-цветном режиме). Размеры рисунков-фотографий: простые - шириной 8 см., сложные до 16 см.

*Таблицы*

Размеры таблиц - ширина 8 см., большие - до 16 см. Правила оформления обозначений те же, как и для формул.

*Библиография*

В библиографическом списке нумерация источников должна соответствовать очередности ссылок на них в тексте. Пример правильного оформления показан в образце на следующей странице.

**Условия опубликования в сборнике:**

- публикации платные;
- стоимость 1 машинописной страницы А4 – уточняется предварительно;
- оплата производится в течение недели со дня получения уведомления редколлегии о принятии статьи к опубликованию;
- редколлегия подтверждает факт оплаты в течение недели со дня получения перевода;
- материалы статьи направлять в адрес редколлегии: 410600 г. Саратов, ул. Астраханская, 83, Саратовский госуниверситет, физфак, каф. прикладной физики: отв. редактор сб. "Вопросы прикладной физики" проф. В.С Кошелев;
- или лично отв. секретарю редколлегии на кафедре прикладной физики (СГУ, 8 корпус, 4 этаж, 90 к.) доц. Старшову М.А.

**Телефоны:** редколлегия - 7(8-452) 51-48-52,  
отв. секр. - 7(8-452) 26-07-50.

**E-mail:** apd@apd.sgu.ru;

## ОБРАЗЕЦ ОФОРМЛЕНИЯ СТАТЬИ

УДК 51.942.82:621.396.96

## ВЕРОЯТНОСТНЫЕ МОДЕЛИ В БИОФИЗИКЕ

И.А.Иванов, А.И.Петров

Саратовский государственный университет,

Иванов Иван Алексеевич, канд. физ.-мат. н, доцент, e@mail, p.t. (8452) 11-12-13, д.т. (8452) 11-13-14

Петров Антон Иванович, аспирант, e@mail, p.t. (8452) 15-17-13, д.т. (8452) 21-13-14

Показано, что в некоторых явлениях случайные отклонения от закономерностей настолько малы, что их можно не учитывать. Рассмотрены явления, в которых случайность играет основную роль.

Рассмотрим вероятностную модель биомолекулярной реакции:



Вероятность того, что за время  $\Delta t$  не образуется ни одной молекулы типа  $C$ , равна  $1-N_1N_2\lambda\Delta t$  [1]. На рис.1 показано изменение скорости продуцирования энтропии около стационарной точки. Кривая 1 - зависимость от времени, кривая 2 - вблизи точки равновесия.

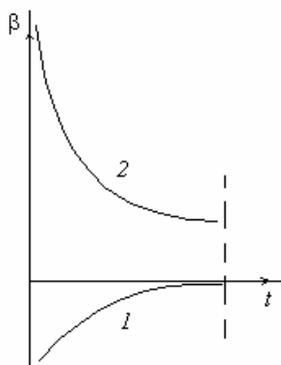


Рис.1

На рис.2 показано изменение скорости продуцирования энтропии около стационарной точки при образовании молекулы типа  $D$ .

## Библиографический список

1. Рубин А.Б. Биофизика. М., 1987.
2. Иванов И.А. // Материалы междунар. науч.-техн. конф. "Актуальные проблемы электронного приборостроения АПЭП-98". Саратов, 1998. Т.1. С.234-235.
3. Бочаров Е.П. // Изв. Вузов. Радиофизика. 1987. Т.30, №1. С.96-103.
4. Rack A.I. // Bell System Tech. J. 1938. V.17, №3. P.123-124.
5. Van Duzer T. // IEEE Trans. 1963. V.ED-10, №6. P.370-378.
6. Петров П.И. // Вопросы электронной техники. Саратов, 1971. Вып.2. С.12-15.
7. Михайлов А.И., Лернер Д.М. // Письма в ЖТФ. 1998. Т.24, вып.21. С.16-22.

## PROBABILISTIC MODELS IN BIOPHYSICS

I.A. Ivanov, A.I. Petrov

Saratov State University

Shown that in some phenomena casual detours from regularities far enough small that their possible not to take into account. Considered phenomena, in which accident plays a main role.

**БИБЛИОТЕКИ,**

получившие обязательный экземпляр научного сборника "Вопросы прикладной физики", 2007, №14

**Россия**

Библиотека Алтайского государственного университета (656099, Барнаул, пр. Социалистический, 68).

Библиотека Волгоградского государственного университета (400063, Волгоград, ул. 2-я Продольная, 20).

Научная библиотека Уральского государственного университета (620083, Екатеринбург, пр. Ленина, 510).

Научная библиотека Иркутского государственного университета (664000, Иркутск, Бульвар Ю. Гагарина, 24).

Научная библиотека Казанского государственного университета (420008, Казань, ул. Ленина, 18).

Библиотека Калининградского государственного университета (236040, Калининград, ул. Университетская, 2).

Научная библиотека Краснодарского государственного университета (350000, Краснодар, ул. К. Либкнехта, 149).

Российская государственная библиотека (101600, Москва, Воздвиженка, 8).

Библиотека Администрации Президента Российской Федерации (Москва).

Научная библиотека им. А.М. Горького Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова (103031, Москва, ул. Моховая, 9).

Государственная публичная научно-техническая библиотека России (103031, Москва, Кузнецкий мост, 12).

Библиотека института научной информации по общественным наукам Российской академии наук (117417, Москва, ул. Красикова, 28/21).

Библиотека по естественным наукам РАН (119890, Москва, Знаменка, 11).

Государственная публичная историческая библиотека Российской Федерации (101000, Москва, Старосадский пер., 9).

Библиотека Всероссийского института научной и технической информации РАН (125219, Москва, ул. Балтийская, 14)

Государственная общественно-политическая библиотека (129256, Москва, ул. В. Пика, 4, корп. 2)

Центральная политехническая библиотека (101000, Москва, Политехнический пр., 2).

Государственная центральная научная медицинская библиотека (117418, Москва, ул. Красикова, 30).

Государственная публичная научно-техническая библиотека Сибирского отделения РАН (630200, Новосибирск, ул. Восход, 15).

Научная библиотека Новосибирского государственного университета (630090, Новосибирск, ул. Пирогова, 2).

Библиотека Пермского государственного университета (614022, Пермь, ул. Букирева, 15).

Научная библиотека Ростовского государственного университета (344006, Ростов-на-Дону, ул. Пушкинская, 148).

Библиотека Самарского государственного университета (443011, Самара, ул. Потапова, 64/163).

Российская национальная библиотека (191069, Санкт-Петербург, ул. Садовая, 18).

Библиотека РАН (199164, Санкт-Петербург, Биржевая линия, 1).

Научная библиотека Санкт-Петербургского государственного университета (Санкт-Петербург, Университетская набережная, 7/9).

Научная библиотека Саратовского государственного университета (410026, Саратов, ул. Университетская, 42).

**Научная библиотека Тверского государственного университета (170000, Тверь, ул. Трехсвятская, 16/31).**

Научная библиотека Томского государственного университета (634010, Томск, пр. Ленина, 34 А).

**Научная библиотека Ульяновского государственного университета (432700, Ульяновск, ул. Л. Толстого, 42).**

Библиотека Башкирского государственного университета (450074, Уфа, ул. Фрунзе, 32).

Хабаровская краевая научная библиотека (680671, Хабаровск, ул. К. Маркса, 1/72).

Библиотека Ярославского государственного университета (150000, Ярославль, ул. Советская, 14).

Научно-техническая библиотека Балаковского института техники, технологии и управления (413800, Балаково, ул. Чапаева, 140).

Библиотека Балашовского педагогического института (412340, Балашиов, ул. К. Маркса, 29).

**Германия**

Немецкое исследовательское общество (Deutsche Forschungsgemeinschaft DFG, Kennedyallee 40, 53175 Bonn).

**Грузия**

Библиотека Тбилисского государственного университета (320028, Тбилиси, пр. И. Чавчавадзе, 1).

**Белоруссия**

Фундаментальная библиотека Минского государственного университета (220080, Минск, Университетский городок).

**Казахстан**

Научная библиотека Казахского государственного университета (480121, Алма-Аты, ул. Тимирязева, 46).

**Молдавия**

Научная библиотека Молдавского государственного университета (277003, Кишинев, ул. Садовая, 60).

**США**

Библиотека Конгресса США (The Library of Congress European & Latin American Acquisition Division. 101 Independence Ave., S. E. Washington. D.C. 20540-4180. USA).

**Украина**

Научная библиотека Киевского государственного университета (252601, Киев, ул. Владимирская, 58).

Научная библиотека Львовского государственного университета (290601, Львов, ул. Драгоманова, 5).

Центральная научная библиотека Харьковского государственного университета (310077, Харьков, пл. Дзержинского, 4).

**Эстония**

Фундаментальная библиотека Тартуского государственного университета (202400, Тарту, ул. Струве, 1).

**СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ**

<i>Аникин Валерий Михайлович,</i>	д.ф.-м.н., профессор	Саратовский государственный университет (СГУ), AnikinVM@info.sgu.ru
<i>Аркадакский Сергей Сергеевич,</i>	к.ф.-м.н., доцент,	СГУ
<i>Воробьева Елена Александровна,</i>	инженер центра патентных услуг СГУ	СГУ, vorobievae@mail.ru
<i>Гаврилов Николай Дмитриевич,</i>	к.-т.н., доцент	Филиал СГТУ в г. Балашове
<i>Гарбер Георгий Евгеньевич,</i>		СГУ, garber@mail.saratov.ru
<i>Глухова Ольга Евгеньевна,</i>	к.ф.-м.н., доцент	СГУ, glukhovaoe@info.sgu.ru
<i>Дробязко Сергей Витальевич</i>	зам.главного конструктора	ОАО Саратовский подшипнико- вый завод
<i>Карцев Валерий Николаевич,</i>	д. х. н., профессор	СГУ
<i>Козлов Андрей Владимирович,</i>	аспирант	СГУ
<i>Кондрашов Борис Никанорович,</i>	ст. преп., зав. Проблемной лабора- торией физических и технологиче- ских исследований СГУ.	СГУ
<i>Кошелев Василий Сергеевич,</i>	д.т.н., профессор	СГУ
<i>Крылов Александр Федорович,</i>	к.ф.- м.н., доцент	СГУ
<i>Кудряшов Сергей Александрович,</i>	к.ф.-м.н.,с.н.с.	Институт точной механики и управления РАН, г. Саратов
<i>Кузьмин Юрий Владимирович</i>	студент	СГУ
<i>Купцов Сергей Николаевич,</i>	ст. преп.	СГУ
<i>Лиманский Станислав Николаевич</i>	студент	СГУ
<i>Машиников Валерий Васильевич</i>	к.ф.-м.н., доцент	СГУ
<i>Минкин Леонид Моисеевич</i>	профессор	Портландский университет, США
<i>Никитин Анатолий Александрович</i>	к.ф.-м.н., доцент	СГУ
<i>Новоселов Владимир Владимиро- вич,</i>	к.ф.-м.н., доцент	СГУ
<i>Овчинников Сергей Владимирович</i>	к.ф.-м.н., доцент	СГУ
<i>Овчинникова Ирина Алексеевна</i>	к.ф.- м.н., доцент	СГУ
<i>Осипов Дмитрий Васильевич</i>	студент	СГУ
<i>Плеханов Олег Сергеевич,</i>	ассистент	СГУ
<i>Ремизов Александр Сергеевич</i>	к.ф.-м.н., ассистент,	СГУ
<i>Салий Игорь Николаевич</i>	д. ф.-м. н., профессор	СГУ, sin@sgu.ru
<i>Слепченков Михаил Михайлович</i>	студент	СГУ, slepchenkovm@mail.ru
<i>Терентьев Олег Анатольевич</i>	к.ф.-м.н, ассистент	СГУ, TerentevOA@gymail.com
<i>Тимошенко Александр Васильевич</i>	инженер	СГУ
<i>Чебаненко Сергей Владимирович</i>	инженер	СГУ
<i>Шаповалов Александр Степанович</i>	д.ф.-м.н., профессор	СГУ
<i>Шаповалов Степан Александрович</i>	инженер	Саратовское электроагрегатное производственное объединение
<i>Шаповалова Ирина Александровна</i>	сотрудник ОМФ НИИЕН	СГУ
<i>Шевцов Владимир Николаевич</i>	к.ф.-м.н., доцент	СГУ
<i>Явчуновский Виктор Яковлевич</i>	д.ф.-м.н., директор	Научно-производственная фирма ООО «ЭТНА»

## СОДЕРЖАНИЕ

### ОБЗОР

- В.М.Аникин, С.С.Аркадакский, С.Н.Купцов, А.С.Ремизов, С.В.Чебаненко* МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТРУМЕНТАРИЙ ДЛЯ ОПЕРАТОРНОГО ОПИСАНИЯ ХАОТИЧЕСКИХ СИСТЕМ. II 3

### ОБРАЗОВАНИЕ: УЧЕБНО–МЕТОДИЧЕСКИЕ РАЗРАБОТКИ

- В.В.Машиников, А.В.Тимошенко* РАСШИРЕНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ КЛАССИЧЕСКОЙ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ 11
- Н.Д.Гаврилов* ФОРМИРОВАНИЕ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ СПОСОБНОСТЕЙ УЧАЩИХСЯ НА ПРИМЕРЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ПО ФИЗИКЕ НА НЕУПРУГИЙ УДАР ТЕЛ 12
- В.Н.Карцев, А.Ф.Крылов, И.А.Овчинникова* ЗАМЕЧАНИЕ О СТРУКТУРЕ ВЫРАЖЕНИЯ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ РАБОТЫ В ТЕРМОДИНАМИКЕ 15
- А.С. Шаповалов, И.А.Шаповалова* О ВЫВОДЕ МАКСВЕЛЛОВСКОГО ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТЕЙ МОЛЕКУЛ 16
- О.Е. Глухова, С.Н.Лиманский* КОНСТРУИРОВАНИЕ И 3D-ВИЗУАЛИЗАЦИЯ НАНООБЪЕКТОВ НА ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЯХ ПО МОЛЕКУЛЯРНОЙ ЭЛЕКТРОНИКЕ И СИНТЕЗУ ЭЛЕКТРОННЫХ УСТРОЙСТВ 19
- О.Е.Глухова, И.Н.Салий* ОБУЧАЮЩАЯ ПРОГРАММА ПРОЕКТИРОВАНИЯ ПАССИВНЫХ МИКРОВОЛНОВЫХ УСТРОЙСТВ 21
- И.А. Шаповалова* ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРОИЗВОДНЫХ СЛОВ В ПЕРЕВОДАХ ТЕКСТОВ ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНОГО СОДЕРЖАНИЯ 24
- Е. А. Воробьева, Б.Н.Кондрашов* ПРЯМОЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ 26

### ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

- О.А.Герентьев, Д.В.Осипов* МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ МОДУЛЯ СДВИГА УГЛЕРОДНЫХ НАНОТРУБОК 28
- О.Е.Глухова, М.М.Слепченко* ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УГЛЕРОДНЫХ НАНОКЛАСТЕРОВ С НЕЦЕНТРАЛЬНЫМ ЭФФЕКТОМ 30
- Г.Е. Гарбер* ВЫЧИСЛЕНИЕ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ ФОТОНА В ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ МЕТОДАМИ ВАРИАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ 32

### ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ; ЭЛЕКТРОННАЯ И ИОННАЯ ОПТИКА

- А.С. Шаповалов, Л.М Минкин, С.А. Шаповалов* ВЛИЯНИЕ КОРРЕЛЯЦИИ КВАДРАТУРНЫХ КОМПОНЕНТ ШУМА ВНУТРЕННИХ ИСТОЧНИКОВ НА ВЗАИМНЫЙ СПЕКТР АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНЫХ ФЛУКТУАЦИЙ СИГНАЛА МНОГОДИОДНОГО ГЕНЕРАТОРА СВЧ 37
- А.С. Шаповалов, С.А. Кудряшов, И.А. Шаповалова* ВЛИЯНИЕ КОРРЕЛЯЦИИ КВАДРАТУРНЫХ КОМПОНЕНТ ШУМА ВНУТРЕННИХ ИСТОЧНИКОВ НА СПЕКТР ФЛУКТУАЦИЙ ЧАСТОТЫ СИГНАЛА МНОГОДИОДНОГО ГЕНЕРАТОРА СВЧ 40

### ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

- В.В. Новоселов, С.В. Овчинников* ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТЕРМОГРАММ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОСТОЯНИЯ ТРУБ, ПРОВОДЯЩИХ ЖИДКОСТИ С ТЕМПЕРАТУРНЫМ НАПОРОМ 44
- А.А.Никитин, С.В.Дробязко, О.С.Плеханов* ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ДИАГНОСТИКА ПОДШИПНИКОВ КАЧЕНИЯ 47
- А.А. Никитин., Ю.В. Кузьмин* ВИБРОДИАГНОСТИКА ПОДШИПНИКОВ КАЧЕНИЯ 49
- В.С. Кошелев, В.Н. Шевцов* ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРОВ 51
- В.С. Кошелев, В.Н. Шевцов* ПРОБЛЕМЫ ТЕПЛОВОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ ИЗДЕЛИЙ ЭЛЕКТРОННОЙ ТЕХНИКИ 52
- А.В. Козлов, А.С. Шаповалов, В.Я. Явчуновский* СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИК ОТКРЫТЫХ СПИРАЛЕЙ И ТЭНОВ В СОСТАВЕ ЭЛЕКТРОНАГРЕВАТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ. ЧАСТЬ 1. РАСЧЕТ ТЕПЛОВЫХ ПОЛЕЙ В СТАЦИОНАРНЫХ И НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТЕПЛОВЫХ РЕЖИМАХ 53
- А.В. Козлов, А.С. Шаповалов, В.Я. Явчуновский* СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИК ОТКРЫТЫХ СПИРАЛЕЙ И ТЭНОВ В СОСТАВЕ ЭЛЕКТРОНАГРЕВАТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ. ЧАСТЬ 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СТАЦИОНАРНЫХ И НЕСТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМОВ 58

### ИНСТРУМЕНТЫ, АППАРАТУРА И ТЕХНИКА

- Б.Н. Кондрашов, Е.А. Воробьева* НА ЗАМЕТКУ ВАКУУМЩИКУ (ИЗ ОПЫТА РАБОТЫ С ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ВЫСОКОВАКУУМНОЙ ТЕХНИКОЙ) 64
- ПАМЯТКА АВТОРАМ 66
- БИБЛИОТЕКИ, ПОЛУЧИВШИЕ ЭКЗЕМПЛЯР "ВОПРОСОВ ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКИ" (ВЫП.14) 68
- СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ 69
- СОДЕРЖАНИЕ 70
- CONTENTS 71

## CONTENTS

### REVIEW

- V.M. Anikin, S.S. Arkadasky, S.N. Kuptsov, A.S. Remisov, S.V. Chebanenko* MATHEMATICAL TOOLBOX FOR OPERATOR DESCRIPTION OF CHAOTIC SYSTEMS. II 3

### EDUCATION: METHODOLOGICAL DEVELOPMENT

- V.V. Mashnikov, A.V. Timoshenko* ENLARGED POSSIBILITIES OF A CLASSICAL PRACTICAL WORK 11
- N.D. Gavrilov* THE ADAPTATION OF HIGH SCHOOL METHODS IN THE COURSE OF SOLUTION OF A COMPETITIVE TASK ON COMPLETELY UNELASTIC BODY IMPACT 12
- V.N. Karczev, A.F. Krilov, I.A. Ovchinnikova* THE NOTE ABOUT STRUCTURE OF EXPRESSION FOR THE THERMODYNAMICAL WORK 15
- A.S. Shapovalov, I.A. Shapovalova* ABOUT A CALCULATION OF THE MAXWELL LAW OF THE MOLECULES VELOCITY DISTRIBUTION 16
- O.E. Glukhova, S.N. Limanskiy* DESIGNING AND 3D-VISUALISATION OF OBJECTS ON A PRACTICAL TRAINING ON MOLECULAR ELECTRONICS AND SYNTHESIS OF ELECTRONIC DEVICES 19
- O.E. Glukhova, I.N. Saliy* TRAINING PROGRAM OF THE DESIGNING PASSIVE MICROWAVE DEVICES 21
- I.A. Shapovalova* USE OF THE DERIVATIVE WORDS IN THE TRANSLATIONS OF THE TEXTS OF THE NATURAL SCIENTIFIC CONTENTS 24
- E.A. Vorobyova, B.N. Kondrashov* A DIRECT METHOD OF MEASUREMENT OF SURFACE TENSION OF A LIQUID 26

### THEORETICAL AND MATHEMATICAL PHYSICS

- O.A. Terentev, D.V. Osipov* TECHNIQUE OF STUDY OF SHEAR MODULUS OF CARBON NANOTUBES 28
- O.E. Glukhova, M.M. Stepchenkov* THEORETICAL INVESTIGATION OF CARBON NANOCLESTERS WITH UNCENTRAL EFFECT 30
- G.E. Garber* CALCULATION OF PHOTON'S TRAJECTORY IN THE GRAVITATIONAL FIELD BY METHODS OF THE CALCULUS OF VARIATIONS 32

### ELECTROMAGNETISM

- A.S. Shapovalov, L.M. Minkin, S.A. Shapovalov* INFLUENCE OF A CORRELATION OF THE NOISE QUADRATURE COMPONENTS OF THE INTERNAL SOURCES ON THE AMPLITUDE - FREQUENCY FLUCTUATIONS MUTUAL SPECTRUM OF A SIGNAL OF THE MULTIDIODE MICROWAVE GENERATOR 37
- A.S. Shapovalov, S.A. Kudrjashov, I.A. Shapovalova* INFLUENCE OF A CORRELATION OF THE NOISE QUADRATURE COMPONENTS OF THE INTERNAL SOURCES ON A FREQUENCY FLUCTUATIONS SPECTRUM OF A SIGNAL OF THE MULTIDIODE MICROWAVE GENERATOR 40

### ENGINEERING

- Novoselov V.V., Ovchinnikov S.V.* USE OF THERMOGRAMS FOR DETERMINING THE STATE OF THE PIPES, WHICH CONDUCT LIQUIDS WITH TEMPERATURE HEAD 44
- A.A. Nikitin, S.V. Drobjazko, O.S. Plehanov* EXPERIMENTAL DIAGNOSTICS OF ROLL BEARINGS 47
- A.A. Nikitin, Ju.V. Kuzmin* VIBRODIAGNOSTICS OF ROLL BEARINGS 49
- V.S. Koshelev, V.N. Shevtsov* THERMOMECHANICAL MODELS OF ELECTRONIC DEVICES 51
- V.S. Koshelev, V.N. Shevtsov* PROBLEMS OF HEAT DESIGNING OF ELECTRONIC TECHNOLOGY DEVICES 52
- A.V. Kozlov, A.S. Shapovalov, V.Y. Yavchunovsky* A COMPARATIVE ANALYSIS OF OPEN SPIRALS AND TUBULAR ELECTRIC HEATING ELEMENTS CHARACTERISTICS IN THE ELECTRIC HEATERS. PART 1. COMPUTATION OF TEMPERATURE FIELDS FOR THE STATIONARY AND NONSTATIONARY HEAT MODES 53
- A.V. Kozlov, A.S. Shapovalov, V.Y. Yavchunovsky* A COMPARATIVE ANALYSIS OF OPEN SPIRALS AND TUBULAR ELECTRIC HEATING ELEMENTS CHARACTERISTICS IN THE ELECTRIC HEATERS. PART 2. EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF OF STATIONARY AND NONSTATIONARY MODES 58

### TOOLS, EQUIPMENT AND TECHNIQUE

- B.N. Kondrashov, E.A. Vorobyova* TO THE NOTICE OF VACUUM ENGINEER (AN EXPERIENCE OF RESEARCH IN HIGH-VACUUM TECHNIQUE) 64

### INFORMATION FOR THE AUTHORS

SAMPLE OF AN ARTICLE 66

LIST OF LIBRARIES WHICH RECEIVED COPIES OF THE PREVIOUS ISSUE 68

LIST OF THE AUTHORS 69

CONTENTS IN RUSSIAN 70

CONTENTS IN ENGLISH 71