

**ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК И  
МЕТОДИКИ ИХ ПРЕПОДАВАНИЯ**

Издательский центр «Наука»

2011

УДК 501  
ББК 2  
И64

Редакционная коллегия: доктор физико-математических наук, профессор Железовский Б.Е., доктор технических наук, профессор Клинаев Ю.В., кандидат технических наук, доцент Шнейдер М.Е.

И64 Исследования в области естественных наук и методики их преподавания.

Сб. научных ст. – Саратов: ООО Издательский Центр «Наука», 2011 – 102с.

ISBN 978-5-9999-0773-8

Сборник включает в себя исследования по физике, по методике её преподавания, а также ряд вопросов по анализу физических процессов и явлений в области других естественных наук.

Сборник предназначен для научных работников, аспирантов и студентов старших курсов соответствующих специальностей.

Рецензенты: профессор Куликов М.Н.,  
профессор Шаповалов А.С.

УДК 501  
ББК 2

ISBN 978-5-9999-0773-8

© Авторы статей, 2011

*А.А.Анашкин, М.Н.Семенова, Т.Г.Бурова*  
**Краткий анализ современного состояния теории  
гиперкомбинационного рассеяния света**

Явление гиперкомбинационного рассеяния (ГКР) света было впервые описано в [1]. ГКР представляет собой нелинейный трёхфотонный процесс, в котором участвуют два кванта возбуждающего и один квант рассеянного излучений. В общем случае кванты возбуждающего излучения имеют разные частоты. Разность энергий начального и конечного состояний, как правило, совпадает с энергией колебательного, колебательно-вращательного или чисто электронного резонансов. Действующие для колебательных переходов в ГКР правила отбора позволяют наблюдать линии, как активные в инфракрасных спектрах поглощения, так и запрещённые в инфракрасных (ИК) спектрах поглощения и комбинационного рассеяния (КР) [2-7].

Выделим общие закономерности для правил отбора спектров ГКР[4]:

- 1 Все активные в поглощении колебания разрешены и в ГКР.
- 2 В молекулах могут быть активны только нечётные колебания.
- 3 В ГКР могут быть активны колебания, запрещённые в КР и ИК поглощении одновременно.
- 4 Для нецентросимметричных молекул некоторые типы колебаний активны в КР и ГКР одновременно. Однако имеются типы разрешённые в ГКР, но запрещённые в КР и наоборот, запрещённые в ГКР, но разрешённые в КР.
- 5 Ряд колебаний, разрешённых для тензора общего вида, оказываются запрещёнными в тензорах, симметричных по двум последним и по всем трём индексам; ряд колебаний, разрешённых в тензоре, симметричном по двум последним индексам, запрещён в полностью симметричном тензоре.
- 6 В ГКР нецентросимметричных молекул, кроме активных в ИК поглощении, разрешены и другие типы колебаний, запрещённых в ИК поглощении.
- 7 В центросимметричных средах, кроме колебаний, разрешены и другие типы колебаний, запрещённые в ИК поглощении.

Отметим, что некоторые из данных закономерностей могут нарушаться, если симметрия молекулы нарушается в возбуждённых электронных состояниях. Для случая сохранения частоты, формы и симметрии колебаний в возбуждённых состояниях, в гармоническом приближении правила отбора записываются в виде  $\nu_n = \nu_k \pm l$ , где  $\nu_n$  и  $\nu_k$  - колебательные квантовые числа исходного и конечного состояний соответственно. Если же частоты колебаний в основном и возбуждённом состояниях несколько различаются, появление спектра второго порядка возможно уже в гармоническом приближении.

Резюмируя вышеизложенное, отметим, что особенностью метода ГКР, является то, что он позволяет наблюдать линии, запрещённые в КР и ИК. Следовательно, актуальность метода ГКР состоит в том, что данный метод дополняет традиционные спектроскопические методы исследования.

В связи с различиями правил отбора для резонансного комбинационного рассеяния (РКР) и ГКР возникла необходимость разработки методов опи-

сания и анализа спектров ГКР, учитывающих особенности данных спектров. В работах [8-9] для данных целей была привлечена вибронная теория, при помощи которой авторам удалось объяснить основные закономерности распределения интенсивностей в спектрах. Также, в работах [8-9] был рассмотрен частный случай ГКР – резонансное гиперкомбинационное рассеяние (РГКР), для которого в приближении Борна-Оппенгеймера был получен вид тензора гиперполяризуемости. Для объяснения наличия наблюдаемых в спектре линий был применён метод, использовавшийся ранее при описании спектров РКР. Компонента дипольного момента была разложена в ряд Тейлора по нормальным координатам основного электронного состояния. Данное преобразование позволило представить тензор гиперполяризуемости в виде суммы трёх слагаемых, каждое из которых описывает возбуждение колебаний определённых типов. Методы, описанные в [8-9], были применены в [10] для расчёта спектров РГКР циклических молекул. Рассчитанные, при помощи указанных выше методов значения, показали удовлетворительное соответствие с экспериментальными данными.

В итоге, картина для РГКР выглядит следующим образом: объяснены причины появления в спектрах РГКР линий, запрещённых в РКР и ИК поглощении, разрабатываются методы расчёта спектров РГКР. Несмотря на то, что существующие методы позволяют получать удовлетворительные результаты, процесс расчёта с их использованием достаточно трудоёмок. Следовательно, развитие методов расчета спектров РГКР остается весьма актуальной задачей.

- 
1. Terhune R., Maker P., Savage C. // Phys. Rev. Lett. 1965. V. 14. P. 681.
  2. Cyvin S., Rauch J. E., Decius J. C. // J. Chem. Phys. 1965. V. 43, P. 4083.
  3. Christie J.D., Lockwood D.J. // Ibidem 1971. V. 54, P. 1111
  4. Баранов А.В., Бобович Я.С., Петров В.И. // УФН 1990 Т.1.-4.10, С.35-72.
  5. Бурова Т.Г., Тен Г.Н. // Опт. и спектр. 2005. Т.99 №5. С.737-741.
  6. Ghomi M., Letellier R., Taillander E., Chinsky L., Laigle A., Turpin P.// J.Raman Spectrosc. 1986. V.17. P.249-255.
  7. Fodor S., Rava R., Hays T., Spiro T. // J.Amer.Chem.Soc. 1985.V.107. P.1520.
  8. Chung Y., Ziegler L. // J.Chem.Phys. 1988. V.89, P.4692.
  9. Ziegler L. // J.Raman Spectr.1990. V.21. P.769.
  10. Тен Г.Н., Бурова Т.Г., Баранов В.И. Спектроскопическое исследование структуры оснований нуклеиновых кислот //Саратов. Научная книга. 2004. 149с.

**Белов Ф.А.**

### **К вопросу о решении школьных геометрических задач**

Как известно, одним из факторов, определяющим успешность учащегося в изучении физики, является активное владение математическим аппаратом. Нередко при решении физических задач учащиеся сталкиваются с задачами геометрическими (в разделах кинематика, динамика, статика и т.д.). Разре-

шение трудностей, которые могут возникать в таких ситуациях, оказывается в компетенции учителя физики. Поэтому интересно рассмотреть возможности формирования у учащихся представлений о принципах решения геометрических задач.

При рассмотрении школьных геометрических задач следует обращать особое внимание на общий подход к их решению. Весь процесс анализа задачи, направленный на построение эффективного (то есть результативного и рационального) способа решения можно, вероятно, разбить на три этапа. Первым шагом должно быть рассмотрение вопроса задачи, осознание требований, которые предъявляются решающему. Вторым – поиск возможностей непосредственного ответа на этот вопрос. Если сразу ответить на вопрос задачи нельзя, необходимо перейти к третьему этапу – поиску связей искомых величин с исходными данными. Когда такие связи найдены, можно говорить о завершении анализа: после прохождения этих трех этапов структура решения становится ясной.

Рассмотрим подробнее процесс анализа геометрической задачи по этапам.

Первый этап, как правило, наиболее короткий из всех, однако это не говорит о его малой значимости. Каждый из трех шагов одинаково важен, так же как и последовательность, в которой они выполняются. Начинать анализ следует именно с вопроса, который поставлен в задаче. Объективное его рассмотрение (то есть обособленно от данных задачи) позволит полностью осознать, что требуется определить или доказать. На этом этапе школьник должен понять, в какой форме будет получен ответ. Последующее рассмотрение условий задачи в некоторых случаях дает возможность оценить численное значение искомой величины.

Рассмотрим пример (рис.1). Отрезок  $AB=2$  см,  $BC=3$  см, определить  $AC$ . Первый этап решения этой элементарной задачи должен быть таким: требуется найти  $AC$ ;  $AC$  – отрезок прямой; определить отрезок – значит найти его длину, никаких других параметров для его определения не требуется, так как концы отрезка уже заданы. Рассматривая на этом же этапе условия задачи ( $AB=2$  см,  $BC=3$  см и тот факт, что точка  $B$  лежит на одной прямой с  $A$  и  $C$  и расположена между ними), можно прийти к выводу, что искомый отрезок должен быть больше каждого из данных, но в то же время в ответе мы, вероятно, получим сантиметры, так как  $AC$  не может быть намного больше  $AB$  и  $BC$ . Это будет критерием правильности результата: если вдруг в ответе мы получим, что  $AC$  равен нескольким километрам, этот факт должен вызвать сомнения и проверку всего решения.

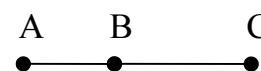


Рис. 1.

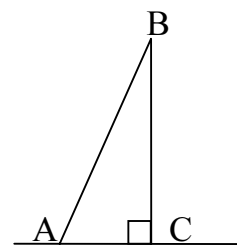


Рис. 2.

Во втором примере (рис. 2) известны гипотенуза  $AB$  и катет  $AC$ , требуется определить  $BC$ . Оценку ожидаемого результата на первом этапе анализа можно дать исходя из того, что перпендикуляр всегда меньше наклонной. Поэтому длина  $BC$  не может превышать длины  $AB$ .

Второй этап анализа задачи – поиск возможностей непосредственного ответа на ее вопрос. Под непосредственным ответом следует понимать тот,

который требует применения какой-либо элементарной арифметической операции или одной геометрической формулы (теоремы, свойства). Если это возможно, значит задачу можно решить в одно действие, выразив искомую величину через данные. Оба рассмотренных выше примера относятся к таким задачам. В первом примере длина отрезка  $AC$  равна сумме длин отрезков, его составляющих,  $AB$  и  $BC$ . Во втором примере катет связан с гипотенузой и другим катетом прямоугольного треугольника согласно теореме Пифагора. Поэтому  $BC$  можно найти по формуле  $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2}$ .

Рассмотрим третий пример, анализ которого нельзя закончить на втором этапе. Пусть даны (рис.3)  $AD = 3$  см,  $DB = 1/3$  см и  $BC = 2$  см. Требуется определить  $AF$ . Выяснив на первом этапе анализа задачи, что требуется найти, переходим ко второму. Есть ли возможности для непосредственного определения длины  $AF$  в одно действие? Так как  $AF$  состоит из отрезков  $AC$  и  $CF$ , его длину можно найти по формуле  $AF = AC + CF$ . Однако ни один из упомянутых отрезков нам не дан. С

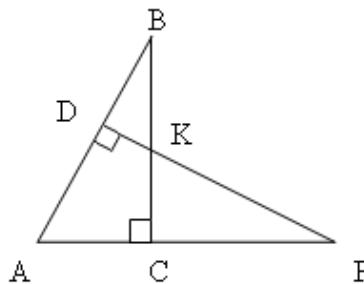


Рис. 3.

другой стороны отрезок  $AF$  является стороной  $\triangle ADF$ , следовательно, его длину можно найти по теореме Пифагора. Однако в  $\triangle ADF$  нам известен только один катет. Таким образом определить длину  $AF$  сразу невозможно. Прежде нужно найти или длину  $AC$  и  $CF$ , или второй катет  $\triangle ADF$ , или установить связи  $\triangle ADF$  с другими треугольниками.

Второй этап анализа задачи позволяет либо сразу дать ответ (в случае элементарных задач), либо наметить возможные пути решения, направления третьего этапа анализа.

На третьем шаге нужно определить, как искомая величина связана с величинами, данными в условии задачи. В качестве связи может выступать ряд теорем или свойств. Процесс поиска связей следует начинать с результатов предыдущего этапа анализа. На предыдущем этапе (пример 3) мы выяснили, что  $AF = AC + CF$ . Как отрезки  $AC$  и  $CF$  связаны с исходными данными?  $AC$  можно найти по теореме Пифагора из  $\triangle ABC$  (вычислив прежде гипотенузу  $AB$ ). Однако отрезок  $CF$  найти можно только из  $\triangle CKF$ , в котором неизвестен ни один элемент кроме прямого угла. Рассмотрим другой путь, также намеченный на втором этапе. Можно ли найти катет  $DF$   $\triangle ADF$ ? Для это необходимо установить связь  $\triangle ADF$  с какими либо другими треугольниками. Очевидно,  $\triangle ADF$  подобен  $\triangle ABC$ . Определив коэффициент подобия, мы сможем связать  $AF$  со стороной  $AB$ .  $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2}$ ,  $AF = \frac{AD}{AC} AB$ . Решение найде-

но. Как видим, для нахождения ответа нужно выполнить более одного действия. После того, как анализ задачи привел к установлению связи искомой величины (или величин) с исходными, можно приступить к оформлению решения и вычислению результатов.

Используя в процессе преподавания описанный метод решения геометрических задач, следует обращать внимание школьников на структуру и по-

следовательность этапов анализа вне зависимости от содержания задачи, с тем, чтобы в дальнейшем подобный подход использовался учениками сознательно. Следует заметить, что такой трехэтапный подход может применяться для анализа не только задач, но и теорем.

*Бурова Т.Г., Семенова М.Н., Кучерова В.В.*

### **Расчет матричных элементов функции Грина как этап реализации квантово-механического подхода к описанию спектров биомолекул**

Изучение биологически активных молекул, в том числе – оснований нуклеиновых кислот (ОНК) и их комплексов, представляет собой одну из актуальных задач современной биофизики. Известно, что оптический спектр молекулы является ее индивидуальной характеристикой, что позволяет использовать спектроскопию как один из основных методов исследования структуры и свойств сложных молекул. Наиболее информативными с этой точки зрения являются спектры резонансного комбинационного рассеяния (РКР), т.к. именно они наиболее чувствительны к малейшим изменениям структуры. Применение методов спектроскопии РКР позволяет исследовать таутомерный состав и таутомерные превращения оснований нуклеиновых кислот в разных фазовых состояниях при разных температурах, т.е. предоставляет необходимую информацию для определения причин и условий, приводящих к мутациям в ДНК. Следует отметить, однако, что современные квантово-механические методы расчета спектров РКР начали активно применяться для изучения сложных биомолекул лишь в последние годы. Одной из трудностей на пути их непосредственного применения является громоздкость основных соотношений и не удобный для алгоритмизации вид. В данной работе проанализированы два подхода к расчету наиболее сложных величин, определяющих интенсивность линии спектра РКР - матричных элементов функции Грина многомерного осциллятора и предложены упрощенные формулы, позволяющие производить оценку интенсивностей линий сложных биомолекул, ОНК и их комплексов.

Одним из прямых квантово-механических методов расчета распределения интенсивностей в спектрах РКР многоатомных молекул является метод [1], согласно которому компоненты тензора рассеяния, сумма квадратов которых определяет значение интенсивности линии, можно представить в виде (1). В этом выражении  $\langle e |$  и  $E_e$  – волновая функция и энергия  $e$ -го электронного состояния соответственно;  $v$  и  $v^{(e)}$  – колебательные квантовые числа в основном и возбужденном электронных состояниях,  $\Delta\omega$ -разность частот 0-0 перехода в «резонансное» электронное состояние и частоты возбуждающего излучения,  $p_p$  - компонента дипольного момента,  $\omega_k^{(e)}$ - частота  $k$ -колебания в электронном состоянии  $\langle e |$ ,  $\langle e | A_k | m \rangle$  - матричный элемент оператора электронно-колебательного взаимодействия первого порядка,  $Q_k$  - нормальная координата номера  $k$ . Первый член в (1) представляет собой значение компоненты тензора рассеяния в кондоновском приближении, а остальные являются поправками за счет эффекта Герцберга-Теллера.

$$(R_{\sigma\rho})_{0v} = \frac{1}{\hbar} \sum_e \left\{ \begin{aligned} & \langle g | p_\sigma | e \rangle \langle e | p_\rho | g \rangle \sum_{\nu^{(e)}} \frac{\langle \nu | \nu^{(e)} \rangle \langle \nu^{(e)} | 0 \rangle}{\sum_{\kappa} \nu_{\kappa}^{(e)} \omega_{\kappa}^{(e)} + \Delta\omega} + \\ & + \langle g | p_\sigma | e \rangle \sum_{m \neq e} \frac{\langle m | p_\rho | g \rangle}{\varepsilon_e - \varepsilon_m} \sum_{\lambda} \langle e | A_{\lambda}^{(e)} | m \rangle M_{\lambda}^{(e)} + \\ & + \langle e | p_\rho | g \rangle \sum_{n \neq e} \frac{\langle n | p_\rho | g \rangle}{\varepsilon_e - \varepsilon_n} \sum_{\lambda} \langle e | A_{\lambda}^{(e)} | n \rangle N_{\lambda}^{(e)} + \\ & + \sum_{m, n \neq e} \frac{\langle g | p_\sigma | m \rangle \langle n | p_\rho | g \rangle}{(\varepsilon_e - \varepsilon_m)(\varepsilon_e - \varepsilon_n)} \sum_{\lambda, \lambda'} \langle e | A_{\lambda}^{(e)} | m \rangle \langle e | A_{\lambda'}^{(e)} | n \rangle L_{\lambda\lambda'}^{(ee)} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} M_{\lambda}^{(r)} &= \sum_{\nu^{(e)}} \frac{\langle \nu | \nu^{(e)} \rangle \langle \nu^{(e)} | Q_{\lambda}^{(r)} | 0 \rangle}{\sum_{\kappa} \nu_{\kappa}^{(e)} \omega_{\kappa}^{(e)} + \Delta\omega}; \\ N_{\lambda}^{(r)} &= \sum_{\nu^{(e)}} \frac{\langle \nu | Q_{\lambda}^{(r)} | \nu^{(e)} \rangle \langle \nu^{(e)} | 0 \rangle}{\sum_{\kappa} \nu_{\kappa}^{(e)} \omega_{\kappa}^{(e)} + \Delta\omega}; \\ L_{\lambda\lambda'}^{(rr')} &= \sum_{\nu^{(e)}} \frac{\langle \nu | Q_{\lambda}^{(r)} | \nu^{(e)} \rangle \langle \nu^{(e)} | Q_{\lambda'}^{(r')} | 0 \rangle}{\sum_{\kappa} \nu_{\kappa}^{(e)} \omega_{\kappa}^{(e)} + \Delta\omega} \quad r, r' = e, g \end{aligned} \quad (2)$$

Каждое слагаемое выражения (1) содержит матричные элементы функции Грина многомерного осциллятора (суммы по колебательным квантовым числам возбужденных электронных состояний). В работах [2-4] было предложено представить подобные суммы как функции частот колебаний, параметров Душинского и разности частот возбуждающего излучения и 0-0 перехода. Для этого в [3-4] использовался метод функции Грина, а в [2] – метод производящей функции. Проведем сравнительный анализ окончательных соотношений, полученных этими методами для случая возбуждения одного кванта колебания номера  $\mu$ . Согласно [3-4] матричный элемент функции Грина многомерного осциллятора можно представить в виде:

$$G_{1_{\mu}0}(t) = \frac{D_{\mu}}{\sqrt{2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \tilde{D}D\right) \exp\left(\frac{1}{2} \tilde{D}e^{-i\omega t} D\right) (1 - e^{-i\omega_{\mu}t}), \quad (3)$$

где  $D_j = \left(\frac{M_j \omega_j}{\hbar}\right)^{\frac{1}{2}} \Delta_j$ ,  $M_j$  - масса осциллятора,  $\omega_j$  - частота колебания,  $\Delta_j$  - элемент вектора сдвига нормальных координат в возбужденном состоянии относительно основного.

Для упрощения дальнейших выкладок рассмотрим предельный случай, когда частотным эффектом можно пренебречь, а матрицу поворота нормаль-



ных координат считать единичной. В энергетическом представлении величина  $G_{1\mu 0}(E)$ :

$$G_{1\mu 0}(E) \approx \frac{D_\mu}{\sqrt{2}} \frac{\omega_\mu}{(\Delta\omega + \omega_\mu)\Delta\omega} \quad (4)$$

Обратимся теперь к выражениям, полученным методом производящей функции. Согласно [2] сумма по колебательным квантовым числам возбужденного электронного состояния для возбуждения одного кванта колебания номера  $\mu$  в пренебрежении частотным эффектом и «перепутыванием» нормальных координат имеет вид:

$$G_{1\mu 0} = \frac{I_0^2 \exp\left(\frac{1}{2} \tilde{D}D\right)}{\sqrt{2\alpha\omega_\mu}} \left\{ D_\mu \left[ F(1, \alpha + 1, -z) - \frac{1}{\alpha + 1} F(2, \alpha + 2, -z) \right] + \right. \\ \left. + B_\mu F(1, \alpha + 1, -z) \right\} \quad (5)$$

где  $B_\mu$  и  $I_0$  определены согласно [5],  $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\omega_\mu}$

Преобразуя данное выражение, нетрудно получить:

$$G_{1\mu 0} \approx -\frac{D_\mu}{\sqrt{2}\omega_\mu\alpha(\alpha + 1)} = -\frac{D_\mu\omega_\mu}{\sqrt{2}\Delta\omega(\Delta\omega + \omega_\mu)}, \quad (6)$$

что совпадает с выражением (4), полученным методом функции Грина.

Итак, проведенное рассмотрение показывает, что результаты работ [2] и [3-4] не противоречат друг другу и выбор метода может быть сделан из соображений удобства алгоритмизации. Приведем соотношения, полученные методом функции Грина для возбуждения различного числа квантов (1-3). Для возбуждения одного кванта колебания номера  $\mu$  соответствующее выражение имеет вид (7), где  $F$  – вырожденная гипергеометрическая функция, остальные обозначения подробно раскрыты в [1]. Аналогично можно получить расчетные формулы для случая возбуждения обертонов и составных колебаний.

$$G_{1\mu 0}(E) = \frac{D_\mu}{\sqrt{2}} \left( G_{00}(E) - G_{00}^{(\mu)}(E) \right) + \frac{1}{\sqrt{2}x} \left| 1 + 2\bar{\Delta} \right|^{-\frac{1}{2}} \times \\ \times \sum_i D_i \left( \begin{array}{l} \bar{\Delta}_{\mu i} \left( \frac{F\left(1, y + 1, -z\right)}{y} - \frac{F\left(1, y + \frac{\omega'_i}{x} + 1, -z\right)}{y + \frac{\omega'_i}{x}} \right) - \\ - \bar{\Delta}_{\mu i} \left( \frac{F\left(1, y + \frac{\omega'_\mu}{x} + 1, -z\right)}{y + \frac{\omega'_\mu}{x}} - \frac{F\left(1, y + \frac{\omega'_\mu + \omega'_i}{x} + 1, -z\right)}{y + \frac{\omega'_\mu + \omega'_i}{x}} \right) \end{array} \right) \quad (7)$$

Приведем формулу для возбуждения двух квантов колебания  $\mu$

$$G_{2,\mu 0}(E) = \frac{D_\mu^2}{2\sqrt{2}} \left( G_{00}(E) - 2G_{00}^{(\mu)}(E) + G_{00}^{(\mu\mu)}(E) \right) + \left| I + 2\bar{\Delta} \right|^{-\frac{1}{2}} \frac{e^{-z}}{\sqrt{2}} \left\{ \bar{\Delta}_{\mu\mu} (I_1^{\mu\mu} - I_1) - D_\mu \sum_i \bar{\Delta}_{\mu i} D_i (I_1 - I_1^\mu - I_1^i + I_1^{\mu i}) + D_\mu \sum_i \bar{\Delta}_{\mu i} D_i (I_1^\mu - I_1^{\mu i} - I_1^{\mu\mu} + I_1^{\mu\mu i}) \right\} \quad (8)$$

и для составного колебания:

$$G_{1,\mu 1,\lambda 0}(E) = \frac{D_\mu D_\lambda}{2} \left( G_{00}(E) - G_{00}^{(\mu)}(E) - G_{00}^{(\lambda)}(E) - G_{00}^{(\mu\lambda)}(E) \right) + \left| I + 2\bar{\Delta} \right|^{-\frac{1}{2}} e^{-z} \times \left\{ \frac{1}{2} (\bar{\Delta}_{\mu\lambda} + \bar{\Delta}_{\lambda\mu}) (I_1^{\mu\lambda} - I_1) - \frac{1}{2} \sum_i D_i \left[ \bar{\Delta}_{\mu i} D_i (I_1 - I_1^\lambda + I_1^{\lambda i} - I_1^i) + \bar{\Delta}_{\lambda i} D_i (I_1^\lambda - I_1^{\lambda i} + I_1^{\lambda i} - I_1^i) \right] + \frac{1}{2} \sum_i D_i \left[ \bar{\Delta}_{\mu i} D_i (I_1^\mu - I_1^{\lambda i} - I_1^{\mu\lambda} + I_1^{\mu\lambda i}) + \bar{\Delta}_{\lambda i} D_i (I_1^\lambda - I_1^{\lambda i} - I_1^{\lambda\mu} + I_1^{\lambda\mu i}) \right] \right\} \quad (9)$$

Алгоритм расчета распределения интенсивности включает возможность описания любых названных линий. При этом расчеты для многоквантового случая опираются на результаты расчета для одноквантовой задачи.

Таким образом, реализация расчета распределения интенсивности в спектрах РКР сложных биомолекул не встречает принципиальных трудностей и может быть выполнена в рамках указанных методов.

1. Бурова Т.Г. // Химическая физика.- 1994. Т.13, №3.- С.29-35.

2. Бурова Т.Г., Приютов М.В. // Журн. прикл. спектр. – 1991. –Т.54, №5.- с.91.

3. Бурова Т.Г. Гурьев К.И. // Спектроскопия и физика молекул. Межвуз. научн. сб. – Изд-во СГПИ.- Саратов, 1996.-с.6-8.

4. Бурова Т.Г. // Журн. структ. химии.-1997.-т.38, №2.-с.248-255.

5. Sharp T.E. Rosenstok H.M. // J.Chem.Phys.-1964.-V.41.-p.3453-3463.

**Васильев А. Е., Рачков В.А.**

### **Моделирование процессов в цепях переменного тока с помощью пакета прикладных программ Mathcad 13**

Основные математические соотношения, описывающие физические процессы в цепях переменного тока, имеют достаточно компактный вид, и при использовании символьных переменных, внешне похожи на соотношения в цепях постоянного тока. Однако их практическое использование оказывается весьма трудоемким, как и многие математические операции с функциями комплексной переменной. В подобных случаях, неоценимую помощь в решении практических задач может оказать пакет прикладных программ Mathcad. Он позволяет практически мгновенно решать системы линейных алгебраических уравнений, к которым фактически сводится любая задача о цепях переменного тока; представлять найденное решение в табличной или графич-

ческой форме. У пользователей появляется возможность следить за физическим содержанием проблемы, не отвлекаясь на техническую сторону дела.

В настоящей работе предлагается использование системы Mathcad 13 в курсе «Переменный электрический ток» по следующим направлениям:

- а) Создание наглядного иллюстративного материала по разделу «Амплитудные и фазовые соотношения в цепях переменного тока» в интерактивном формате;
- б) моделирование процессов в генерирующих, потребляющих, измерительных и др. приборах переменного тока; создание на этой основе компьютерных лабораторных работ – тренажеров;
- в) Автоматизация процессов вычислений при решении стандартных задач цепей переменного тока.

### *1 Демонстрация амплитудных и фазовых соотношений в цепях переменного тока с помощью Mathcad 13*

В качестве примера рассмотрим последовательную цепь переменного тока, содержащую активное сопротивление  $R$  (резистор), катушку индуктивности  $L$  с собственным резистивным сопротивлением  $r$  и конденсатор емкостью  $C$  (см. рис. 1). На зажимах «a-b» действует переменное напряжение  $U$ ; в цепи протекает ток  $i = I_m \sin \omega t$ . Падения напряжения на участках цепи описываются выражениями

$$\begin{aligned} u_R &= RI_m \sin \omega t, & u_r &= rI_m \sin \omega t, \\ u_L &= \omega LI_m \sin(\omega t + \pi/2), & u_C &= \frac{I_m}{\omega C} \sin(\omega t - \pi/2) \end{aligned} \quad (1)$$

В символьной форме записи для комплексов амплитудных значений величин получаем:

$$\dot{U}_R = R\dot{I}, \quad \dot{U}_r = r\dot{I}, \quad \dot{U}_L = j\omega L\dot{I}, \quad \dot{U}_C = -j\frac{1}{\omega C}\dot{I} \quad (2)$$

Комплексное напряжение всей цепи

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_r + \dot{U}_L + \dot{U}_C = \dot{I} \cdot \left[ R + r + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \right] = \dot{I} \cdot Z \quad (3)$$

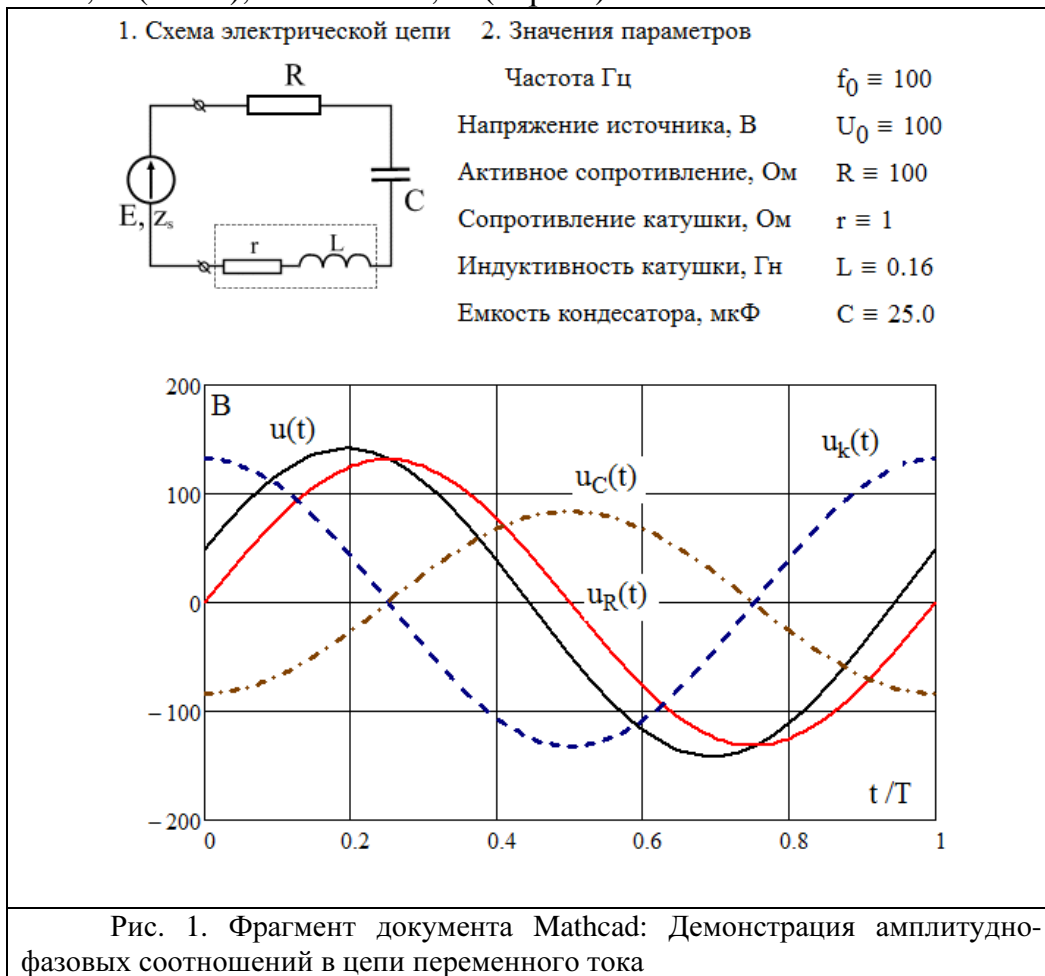
Уравнение (3) позволяет выразить комплекс тока через заданные значения сопротивлений, индуктивности и емкости элементов цепи. Комплексные значения напряжений на резисторе, катушке и конденсаторе определяют формулы

$$\dot{U}_R = \dot{I} \cdot R, \quad \dot{U}_k = \dot{I} \cdot (r + j\omega L), \quad \dot{U}_C = \dot{I} \cdot \left( -j\frac{1}{\omega C} \right) \quad (4)$$

Для нахождения временных зависимостей тока и напряжений требуется найти амплитуды и фазы соответствующих комплексных значений.

Расчетный блок в окончательном виде скрыт от пользователя; необходимые начальные данные вводятся с клавиатуры в любой последовательности с помощью соответствующих подсказок. Представление об интерфейсе дает рис. 1

Информацию об амплитудных и фазовых соотношениях в цепи, схема которой представлена на рис. 1, дают графики диаграммы; по оси абсцисс отложены моменты времени в долях периода, по осям ординат отложены напряжение, В (слева), и сила тока, А (справа).



Изменение любого из указанных параметров практически мгновенно отражается на графиках соответствующих величин. Это позволяет удобно, наглядно и оперативно проследить влияние индуктивности, емкости или активного сопротивления на амплитудно – фазовые соотношения в цепи.

## 2 Моделирование лабораторной работы

### «Определение индуктивности катушки в цепи переменного тока»

Классическая лабораторная работа по указанной теме, основанная на проведении реального (натурного) эксперимента, предполагает составление электрической цепи в соответствии со схемой, представленной на рис. 2. Она включает в себя генератор (источник) переменного напряжения с ЭДС  $E$  и внутренним (комплексным) сопротивлением  $Z_s$ ; регулируемый реостат с сопротивлением  $R$ ; катушка индуктивности, про которую известно лишь то, что у неё кроме индуктивности имеется еще и некоторое резистивное сопротивление. Имеются также измерительные приборы – вольтметры, пределы измерения которых соответствуют решаемой задаче. Результатом проводимого эксперимента (в наиболее простой версии) являются показания вольтметров, т.е. значения напряжений на зажимах источника ( $U$ ), на реостате ( $U_R$ ); на ка-

тушке ( $U_K$ ). Используя эту информацию, необходимо определить индуктивность катушки. У исполнителя лабораторной работы имеется возможность изменять напряжение на клеммах источника, ничего не подозревая о его внутреннем (активно-реактивном) сопротивлении, а также подбирать (в некоторых разумных пределах) сопротивление реостата. предусматривает электрическую схему цепи, на которую рядом с обозначением вольтметров выводятся показания приборов. Задаваемые параметры ( $f_0$ ,  $U$ ,  $R$ ) вводятся с клавиатуры.

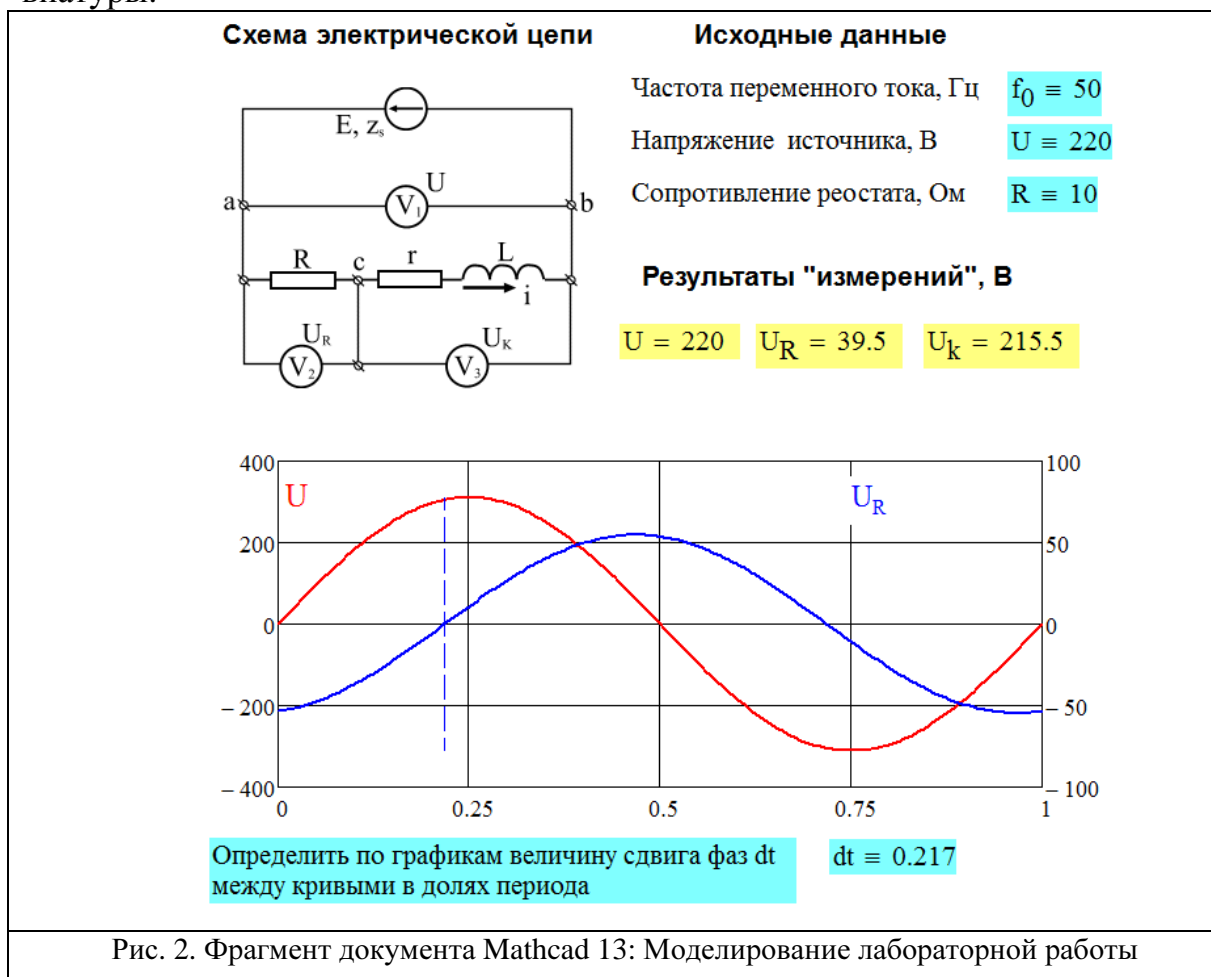


Рис. 2. Фрагмент документа Mathcad 13: Моделирование лабораторной работы

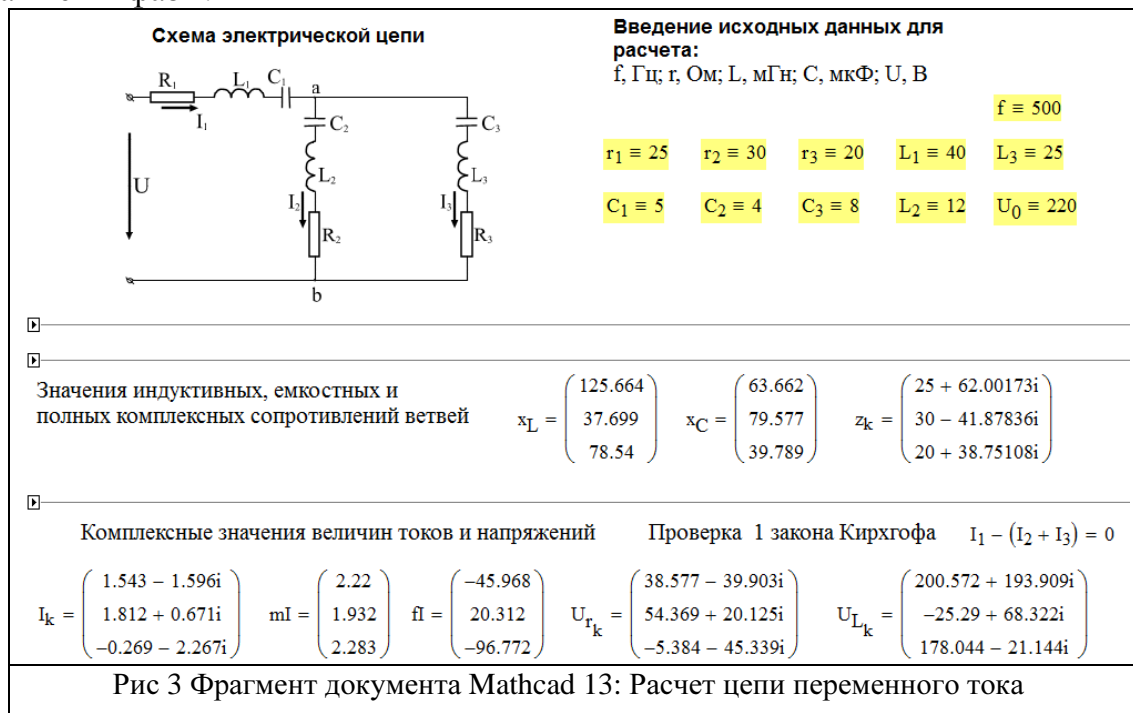
Упрощенная компьютерная модель учитывает в данном случае лишь погрешности измерительных приборов. Т.е. значения действующих напряжений на реостате, на катушке индуктивности и на зажимах цепи могут отличаться от «истинных» значений (на величины, не превышающие 5 %); причем сами значения генерируются программой случайным образом. Остальные факторы, в том числе, внутреннее сопротивление источника, пока игнорируются. Тогда сама компьютерная модель (понимаемая как совокупность соответствующих расчетных формул и процедур) должна давать на «выходе»:

- а) значения активного сопротивления катушки и ее индуктивности, выбираемые с помощью датчика случайных чисел из определенного интервала;
- б) результаты «опыта», т. е. «показания вольтметров», с учетом случайной погрешности в заданных пределах, и «осциллограммы» – графики зависимости напряжений  $U_R$  и  $U$  от времени.

Графики временных зависимостей напряжений на зажимах цепи и на реостате – две смещенные синусоиды – следует интерпретировать как изображение на экране двух лучевого осциллографа. По величине смещения кривых (в представленном случае напряжение на реостате отстает на 0,19 периода) легко определить разность фаз между током и напряжением  $\varphi = 0,19 \cdot 360^\circ \approx 69^\circ$ .

### 3 Решение классической задачи расчета цепей переменного тока с помощью пакета программ Mathcad 13

Классическая задача расчета разветвленной цепи переменного тока предполагает определение действующих значений токов во всех ветвях и напряжений на всех элементах цепи, а также построение векторной диаграммы токов и напряжений. При этом используется символьный метод расчета, в соответствии с которым составляется система уравнений на основе законов Кирхгофа для комплексов токов и напряжений; проводится решение системы линейных алгебраических уравнений. По комплексным значениям полученных величин определяются действующие значения токов и напряжений, а также их фазы.



Рассмотрим в качестве конкретного примера электрическую цепь переменного тока, содержащую три ветви с параллельным и последовательным соединением элементов, представленную на рис. 3. При этом предполагаются заданными значения всех сопротивлений  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$ ; всех индуктивностей  $L_1$ ,  $L_2$  и  $L_3$ ; всех емкостей  $C_1$ ,  $C_2$  и  $C_3$ , а также напряжения  $U_0$  на входных зажимах цепи. Цель расчета: определить действующие токов в ветвях  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ ; напряжений на всех элементах цепи; активную, реактивную и полную мощности отдельных ветвей и всей цепи; построить векторную диаграмму токов и напряжений.

На рис. 3 представлен начальный фрагмент документа Mathcad 13, в котором приводится решение поставленной задачи. Рядом с электрической схемой цепи располагается шаблон для введения исходных параметров с указанием единиц измерения. Первый вычислительный блок (он будет скрыт от пользователя) вычисляет значения комплексных сопротивлений цепи; результаты расчета (см. ниже) представлены векторами  $x_C$ ,  $x_L$ ,  $z$ . Следующие вычислительные блоки позволяют найти комплексные значения токов и напряжений на участках цепи. Результаты работы программы выводятся в виде матриц с алгебраической формой записи комплексных чисел, а также отдельно модули и фазы величин.

Определяется также активная, реактивная и полная мощности цепи, проверяется выполнение баланса мощностей. Наконец, предусмотрен расчетный блок для построения векторных диаграмм токов и напряжений с выбором удобного масштаба. Пример векторной диаграммы представлен на рис.4.

Все это вместе позволяет легко и наглядно анализировать влияние параметров цепи, что весьма полезно при изложении теоретического материала и выполнении лабораторных работ в курсе электротехники.

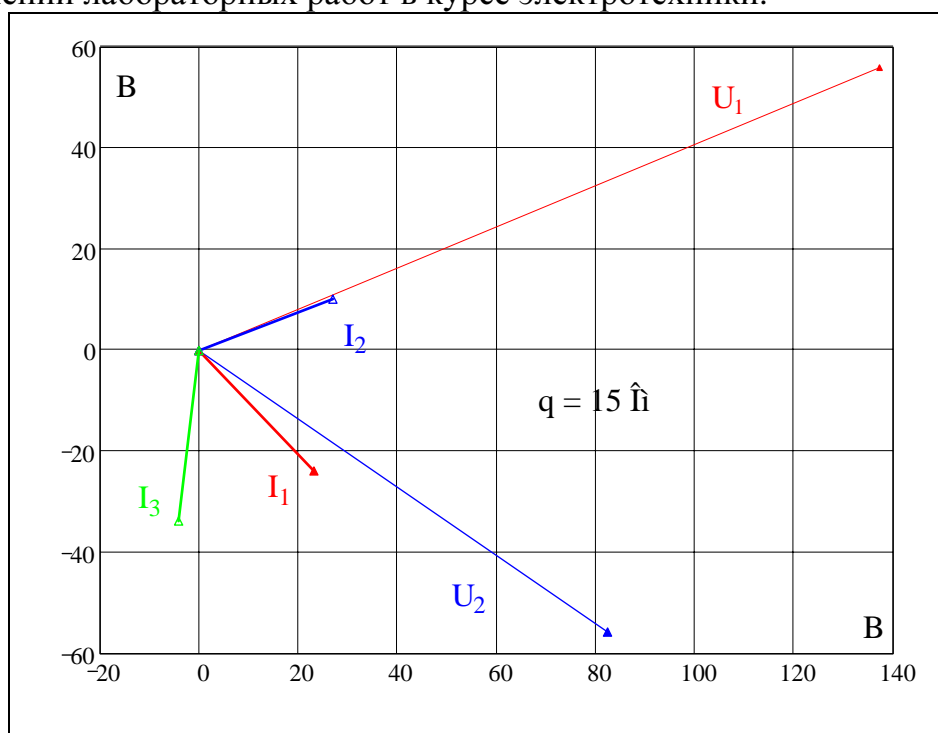


Рис. 4 Пример векторной диаграммы токов и напряжений

Таким образом, представленные материалы свидетельствуют о том, что применение пакета прикладных программ Mathcad 13 в преподавании темы «Переменный электрический ток» может существенно повысить качество процесса обучения благодаря возможности оперативной и наглядной иллюстрации основных физических процессов в цепях переменного тока; созданию виртуальных лабораторных работ – тренажеров; автоматизации трудоемких вычислительных процессов.

*В.П. Вешнев, Т.А. Нурлыгаянов*

**Фазовый переход в системе твёрдых сфер  
в конфигурационном пространстве**

[vpvshnev@mail.ru](mailto:vpvshnev@mail.ru)

В силу независимости статистического интеграла равновесной простой системы твёрдых сфер от температуры её термическое уравнение состояния может быть записано в виде

$$P = \frac{k}{v_0} T f(N, V), \quad (1)$$

где  $f(N, V)$  – некоторая неизвестная функция числа сфер  $N$  и объёма  $V$ ,  $v_0$  – объём сферы? Остальные обозначения общеизвестны. Внутренняя энергия системы твёрдых сфер не зависит от объёма по определению.

Потенциальная энергия межмолекулярного притяжения у твёрдых сфер равна нулю, поэтому в системе отсутствует фазовый переход газ - жидкость. Жидкое состояние в такой системе определяется условно по факту возникновения ближнего порядка, то есть возникновения второго круга ближайших соседей в поведении радиальной функции распределения. Можно считать, что система твёрдых сфер при любых температурах находится выше своей критической температуры, поэтому её газообразное и жидкое состояния неразличимы.

Фазовый переход жидкость – кристалл является переходом с изменением симметрии системы, то есть переходом с возникновением упорядоченности. Существование этого перехода не зависит от наличия у частиц потенциальной энергии взаимодействия. Если кристалл твёрдых сфер имеет плотность отличную от плотности изотропного жидкого состояния, то при некоторых средней плотности в системе твёрдых сфер возможна область сосуществования жидкой и кристаллической фаз. Такая область значений плотности для системы твёрдых сфер в настоящее время неизвестна. В представляемой работе мы излагаем результаты численного эксперимента, проведённого методом молекулярной динамики, и содержащего решение обозначенной проблемы.

Впервые фазовый переход жидкость – кристалл в системе твёрдых сфер был обнаружен пионерами метода молекулярной динамики (МД) Олдером и Вайнрайтом [1], [2]. Путём введения периодических граничных условий им удалось имитировать бесконечную трёхмерную статистическую систему и при достижении средней плотности  $\eta_0=0,47$  фиксировать в ней скачкообразное падение давления. Здесь и далее  $\eta$  – безразмерная плотность в системе, имеющая смысл числа частиц в объёме самой частицы. Скачкообразное падение давления при постоянной плотности означает переход системы к новому состоянию. Некоторые авторы ссылаются на указанные работы как на источники явления сосуществования фаз. В работе [2] действительно говорится о сосуществовании в объёме твёрдой и жидкой фаз. Оценивая результаты [2], Олдер в [7] отмечает: “For spheres the two phases only coexisted for the brief time of a rarely observed jump between the solid and fluid phases”[7]. (Для сфер две фазы сосуществовали в течение краткого времени редко наблюдаемого скачка между твёрдой и жидкой фазами). Данная оценка есть



констатация факта, что область сосуществования равновесных фаз твёрдых сфер не обнаружена. Во-первых, нет измерений геометрических параметров сосуществования (размера объёмов, границ раздела, их ориентации в пространстве). Во-вторых, молекула воздуха испытывает  $10^9$  столкновений в секунду при нормальных условиях. Наблюдение методом МД любого явления в течение 3000 столкновений в системе 32 молекул, да ещё “brief time”, следует понимать как наблюдение случайного состояния на молекулярном уровне, а не сосуществование фаз как макроскопических состояний.

Авторы наблюдали скачкообразное возникновение в объёме кубической решётки, возможно гранецентрированной. В силу применяемых граничных условий система имеет бесконечный объём, поэтому фазовый переход наблюдался во всём бесконечном пространстве. Именно так с макроскопической точки зрения следует понимать “jump”. Иное прочтение результатов есть плод фантазии читателя, при котором желаемое принимается за действительность. Ниже, на результатах проводимого нами численного эксперимента мы увидим подобные “coexisted for the brief time” состояния в переходном слое. Они являются зародышами кристалла в изотропной жидкости, находящейся в равновесии с кристаллом. Очевидно, что авторы наблюдали медленную с молекулярной точки зрения, но мгновенную с макроскопических позиций перестройку изотропной жидкости в кристалл. Они пытались увидеть в этом сосуществование фаз, необходимое для идентификации явления как фазового перехода первого рода, но как истинные исследователи описали то, что наблюдали.

Второе свойство явления: система атермична, а фазовый переход происходит при постоянной температуре, следовательно, тепловой эффект этого процесса равен нулю. Во всех учебниках по физике утверждается, что фазовый переход первого рода характерен теплотой фазового перехода. При обратном прочтении, как часто определяют в учебниках, это означает, если теплота фазового перехода отсутствует, то данный переход не есть фазовый переход первого рода. Но с другой стороны рассматриваемое явление есть кристаллизация, и представлять её фазовым переходом не первого рода как-то некомфортно.

В последствие Олдер наблюдал кристаллизацию в смеси твёрдых сфер. Но и этот фазовый переход происходил скачкообразно во всём объёме. Авторы [3] при изучении методом молекулярной динамики системы твёрдых сфер с добавлением сферы диаметром в 2 – 4 раза большим наблюдали возникновение в объёме гексагонального кристалла. При этом фазовый переход вновь происходил скачкообразно во всём объёме. На основе результатов [1,2] делается вывод, что твёрдые сферы могут существовать либо только в жидком состоянии, либо только в виде кристалла.

На самом деле из результатов [2] такой вывод не следует. Переход к большему значению плотности совершался путём добавления к заданной ячейке некоторого конечного количества сфер. Но при заданных периодических граничных условиях автоматически к каждой подобной ячейке бесконечного пространства добавлялось такое же количество частиц, что приводило к фазовому переходу во всем конфигурационном пространстве бесконечной сис-

темы. Таким образом, скачкообразный переход во всём конфигурационном пространстве, появившийся в [1,2], есть следствие использования периодических условий, имитирующих бесконечную систему. Сделанное заключение в равной степени относится к работе [3].

Периодические условия метода МД позволяют рассматривать подсистемы со сравнительно небольшим числом частиц и имитировать такую подсистему как бесконечную, то есть занимающую всё конфигурационное пространство. В теоретическом плане периодические условия [1] путём устранения границ системы упрощают интегро-дифференциальные уравнения для молекулярных функций распределения, делают возможным их более глубокий анализ вплоть до аналитического решения в отдельных случаях. Вместе с этими преимуществами периодические граничные условия Олдера устраняют все реальные границы статистической системы, делая пространство однородным, диктуют группу симметрии системы, устраняя возможные границы раздела внутри системы и, следовательно, возможность фиксации и наблюдения в конфигурационном пространстве двухфазного состояния твёрдых сфер.

Отмеченные особенности моделирования статистических систем численными методами могут быть устранены введением в состав систем пространственных границ, понижающих симметрию изучаемых объектов хотя бы вдоль одной из пространственных координат. Простейшим примером таких

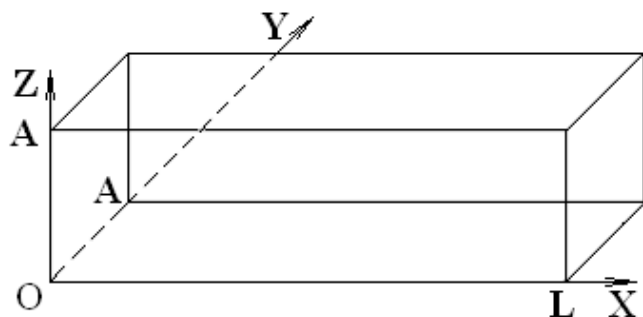


Рис 1. Ячейка МД.

границ могут служить две параллельные твердые гладкие стенки. Оставляя систему бесконечной, введение стенок устраняет трансляционную симметрию вдоль одной из координат, и этим вводится зависимость функций распределения от декартовой координаты, перпендикулярной стенке.

Следовательно, равновесное состояние системы вдоль этой координаты может изменяться.

Систематическое изучение системы твёрдых сфер между двумя параллельными твёрдыми стенками проводилось Д. Хендерсоном [4,5] методом Монте-Карло (МК). Авторы не описывают применяемые ими граничные условия, отмечая лишь, что они идентичны граничным условиям [1]. Однако следует отметить, что в силу отмеченных выше изменений группы симметрии систем граничные условия, применённые в [5], не могут совпадать с условиями, предложенными в [1].

Выберем ячейку молекулярной динамики в виде прямоугольной призмы высоты  $L$ , в основании которой лежит квадрат с длиной стороны  $A$  (рис 1). Плоскости  $X=0$  и  $X=L$  являются твёрдыми стенками. В этом случае для каждой сферы, покидающей объём через боковую грань, вводится образ, обладающий теми же скоростями, что и сфера, и входящей в объём через грань, параллельную первой. В момент пересечения грани призмы центром сферы её образ должен располагаться симметрично относительно неё. Плоскостью

симметрии должна быть плоскость, проходящая через ось симметрии призмы и параллельная грани. Такое условие позволяет сохранять проекции полного импульса системы на параллельные стенкам оси координат. Для устранения взаимного влияния неоднородностей плотности около стенок для  $L$  выбирается достаточно большое значение. Чтобы снизить неоднородность плотности сфер около стенки  $X=L$ , мы применяем диффузное отражение, то есть распределённое случайное отражение на расстоянии до двух диаметров сфер от стенки. Такое диффузное отражение позволяет значительно уменьшить величины возникающих колебаний плотности.

Мы рассматриваем ячейку с  $N=6976$  твёрдыми гладкими сферами методом молекулярной динамики. Необходимая средняя плотность  $\eta_0$  в системе достигается путём передвижения плоскости  $X=L$ . В процессе эволюции системы число частиц  $N$  остаётся постоянным. Для достижения строгого постоянства числа частиц потребовалось для каждой сферы, пересекающей границу ячейки, вводить до трёх образов. В результате при эволюции системы число частиц и температура остаются постоянными, то есть не флуктуирующими величинами. Если на стенке  $X=L$  оставить граничное условие таким же, как при  $X=0$ , то система становится детерминированной механической системой  $N$  тел. Применяемая нами программа даёт точное численное решение её эволюции. Для проверки программы были воспроизведены результаты, полученные методом Монте-Карло в работе [5].

За единицу длины в работе принят радиус сферы. Время мы измеряем средним количеством соударений одной сферы. При передвижении стенки  $L$  в системе создаётся повышенная плотность, которая порождает звуковую волну и градиент плотности. Так как в системе отсутствуют неупругие столкновения, то звуковая волна не затухает, а продолжительное время, отражаясь от стенок, существует в объёме. Для устранения звуковой волны увеличение средней плотности осуществлялось последовательно не более чем на  $\Delta\eta=10^{-3}$ . После каждого сжатия в системе проводилось 1000 соударений (на одну частицу). При таком сжатии звуковая волна разбивалась на 20 – 40 малых волн каждая с амплитудой порядка  $10^{-4}$ . Создаваемые при этом возмущения достаточно равномерно заполняли весь объём и создавали незначительное отклонение от локального среднего значения.

Возникновение градиента плотности влекло за собой неравновесный процесс релаксации. В силу отсутствия в системе неупругих столкновений такой процесс точнее следует называть процессом перемешивания. Это достаточно медленное явление, требующее длительного времени. В нашем случае достижение равновесного состояния требовало до 140 000 соударений на частицу, что составляет приблизительно  $5 \cdot 10^8$  соударений в системе. Для идентификации равновесия в системе снималось два значения локальной плотности через 10 000 соударений на сферу. Считалось, что система достигла равновесного состояния, если результаты измерений локальной плотности совпадали не менее чем в трёх знаках.

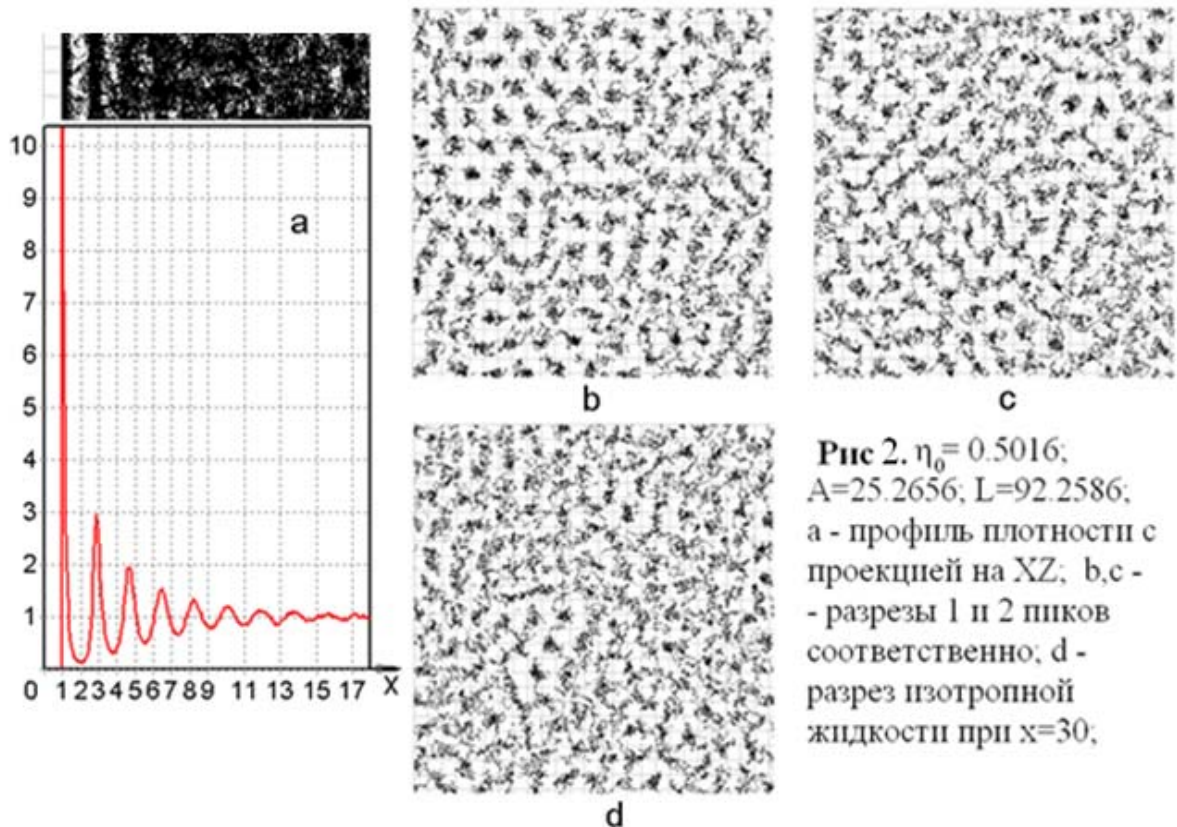
Ошибка расчётов статистических величин за счёт флуктуации параметров может быть оценена как  $N^{-1/2}$ . Для вычисления локальной плотности единица длины разбивалась на 20 интервалов, что по результатам двух тысяч наблю-

дений даёт ошибку, сравнимую с вкладом в ошибку флуктуаций. Таким образом, максимально возможная ошибка вычисляемых статистическими методами результатов не превышает 1%.

Эксперимент начинался с посева плотной упаковки твёрдых сфер в виде гранецентрированной кубической решётки с приданием сферам распределённых по Максвеллу случайных скоростей. Затем система расширялась до средней плотности  $\eta_0=0.45$ . Из результатов [5] следует, что при данной плотности система имеет структуру изотропной жидкости и слоистость плотности около стенки. После этого в системе проводили тысячу соударений на частицу. Так как система оказывалась в изотропном жидком состоянии, то начальное состояние не оказывало влияния на последующий процесс кристаллизации. Далее по описанной выше схеме проводилось изотермическое сжатие системы до заданной средней плотности  $\eta_0$ . Из полученного неравновесного состояния системе предоставлялась возможность достичь равновесия.

При исходной плотности  $\eta_0=0.5016$  через 120 000 соударений на сферу система приходит в состояние равновесной изотропной жидкости, аналогичное состояниям, полученным в [5] (рис 2). Образование неоднородности плотности вблизи стенки уменьшило равновесную плотность изотропного жидкого состояния до  $\eta_1=0.493$ . При этом в пиках повышенной плотности сферы остаются в жидком состоянии. Этот факт устанавливался визуально из отметок в виде точек 500 последовательных положений центров сфер пика, снятых в проекции на плоскость, параллельную плоскости  $YZ$ , в среднем через одно соударение на частицу. Такую проекцию для краткости в дальнейшем будем называть разрезом. Отметим, что на графиках приводится профиль относительной плотности, определяемый как отношение  $\eta(x)/\eta_1$ , где  $\eta(x)$  - локальная плотность как функция  $X$ ,  $\eta_1$  - средняя плотность жидкости. Здесь и в дальнейшем каждая точка профиля плотности получена методами математической статистики как результат 2000 измерений. При этом каждое измерение снималось через одно соударение на сферу, то есть через 3488 соударений в системе. Большое число измерений не уменьшает вычисленную ошибку результатов измерения статистических величин. Результаты представлены рисунком 2.

Точное значение размера системы по оси  $X = L$  даётся в подписи к рисунку. На графиках приводится лишь часть системы, примыкающая к твёрдой стенке  $X=0$  и имеющая неоднородность плотности. За объём системы принимается лишь та часть объёма  $A^2L$ , которая доступна центру сферы при её движении по объёму. Проекция системы на плоскость  $XZ$  снимались по методике снятия разрезов по  $YZ$ . Следует обратить внимание, что последующий слой изотропной однородной жидкости (здесь при  $X>17$ ) находится в равновесии с пристеночным неоднородным слоем. Характерно, что форма этого слоя в 4 – 6 пиков не изменяется при повышении средней плотности в системе. Этот слой в дальнейшем будет играть роль переходного слоя между изотропной жидкостью и кристаллом. Фрагмент с рисунка показывает, что структура уже первого пика переходного слоя демонстрирует изотропную жидкость. В этом слое заметно передвижение частиц в плоскости  $YZ$ . Легко видеть зародыши кристалла. Они наблюдаются и в разрезе изотропной жидкости (рисунок 2d).

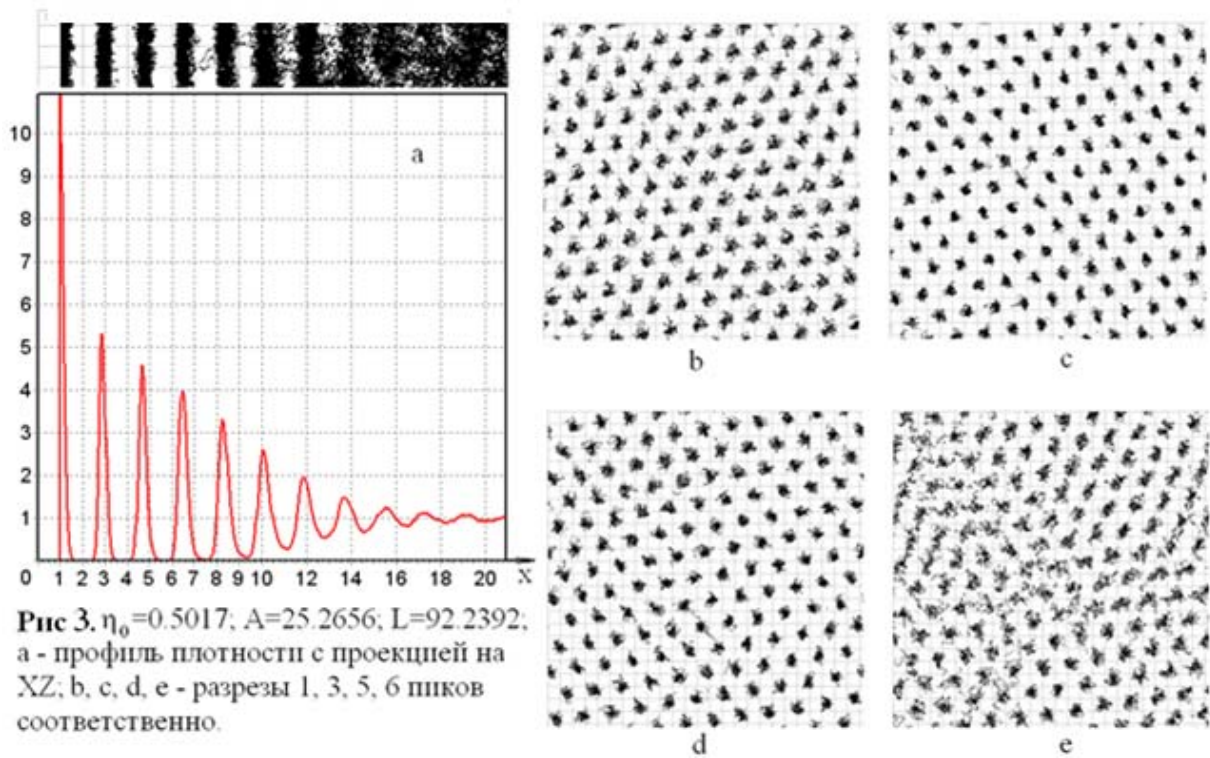


**Рис 2.**  $\eta_0 = 0.5016$ ;  
 $A=25.2656$ ;  $L=92.2586$ ;  
 а - профиль плотности с  
 проекцией на XZ; b, c -  
 - разрезы 1 и 2 пиков  
 соответственно; d -  
 разрез изотропной  
 жидкости при  $x=30$ ;

Увеличение плотности до  $\eta_0=0.5017$  приводит к качественному изменению состояния системы [6]. В пристеночной части объёма образуется сразу пять слоёв кристалла (рисунок 3а). Разрезы **b**, **c**, **d** показывают, что каждый пик в плоскости YZ является кристаллом с гексагональной структурой. Первый слой имеет несколько больший размер постоянной решётки, что выражается значительным отклонением центра сферы от равновесного положения. Такое явление можно объяснить гладкостью стенки  $X=0$ .

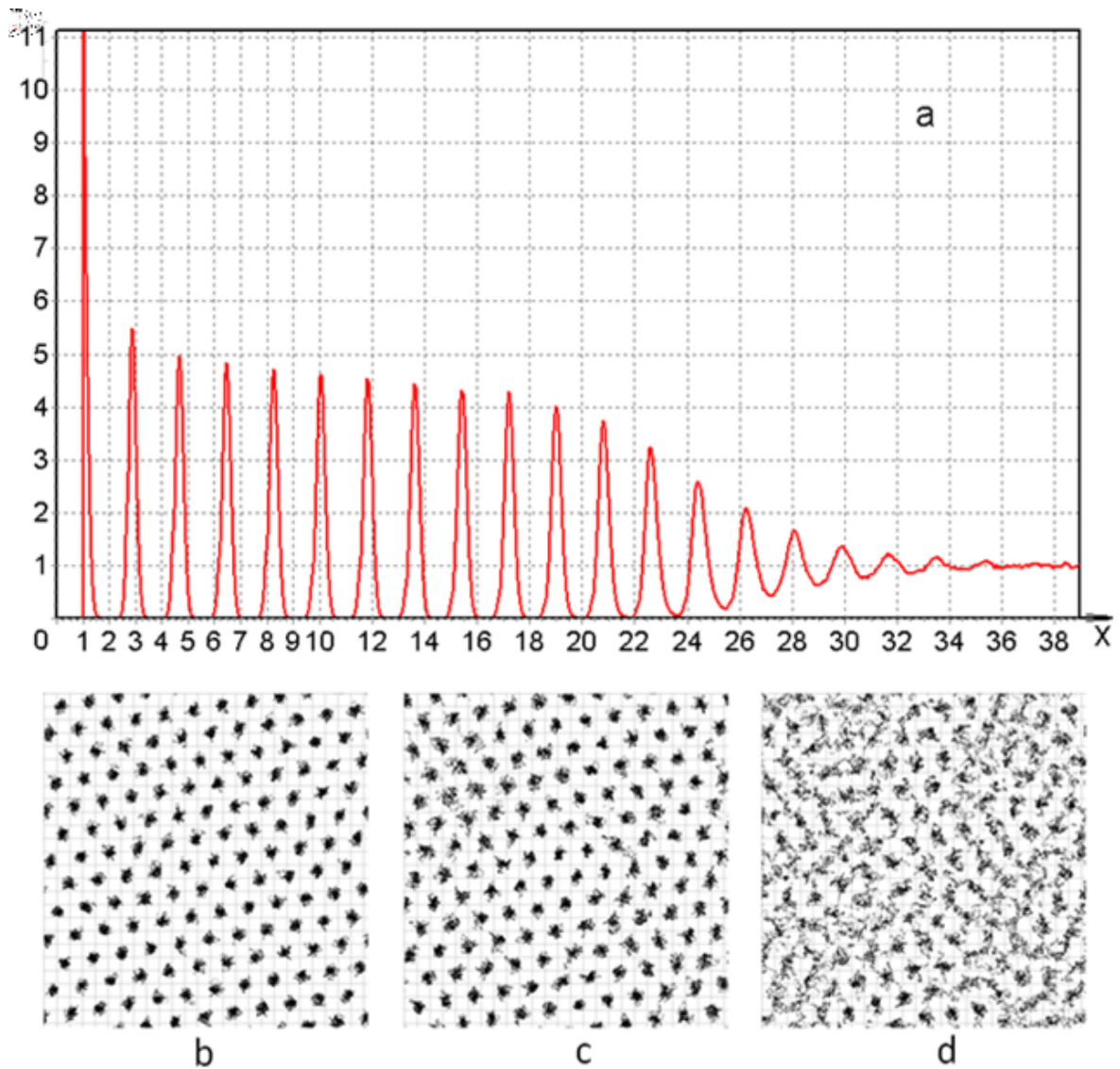
Разрез **e** является первым пиком переходного слоя. Все уплотнения в переходном слое при различных средних плотностях имеют одинаковую структуру. В них доля зародышей, существующих “brief time”, с увеличением номера пика снижается. Снижается и максимальная локальная плотность в пиках. В изотропной жидкости при равновесии установилась плотность  $\eta_1=0.491$ .

Подсчёт давления и температуры показывает, что кристалл, переходный слой и изотропная жидкость находятся в тепловом и механическом равновесии. Таким образом, мы зафиксировали равновесное сосуществование двухфазного состояния в термодинамической системе твёрдых сфер. Для получения этого равновесного состояния из состояния с  $\eta_0=0.5016$  потребовалось 80 000 соударений на каждую из 6976 частиц системы. Столь значительное различие между исходной средней плотностью  $\eta_0=0.5017$  и равновесной плотностью изотропной фазы  $\eta_1=0.491$  свидетельствует о нахождении системы в промежуточном метастабильном состоянии, из которого она скачком перешла в двухфазное состояние. При плотностях  $0.491 \leq \eta_0 < 0.5017$  жидкость твердых сфер не кристаллизуется и находится в “пережатом” состоянии. Это состояние весьма устойчиво. Мы наблюдали его на протяжении  $4.95 \cdot 10^8$  соударений в системе при  $\eta_0 = 0.501$ .



Возникающее изотропное уплотнение вблизи стенки индуцирует гексагональное покрытие стенки сферами, которое в  $(2/\sqrt{3})$  раз плотнее “квадратного”. Одновременно гексагональное покрытие препятствует образованию в объёме кристалла иной симметрии. При образовании кристалла плотность изотропной фазы уменьшается до  $\eta_1$ . Равновесная с кристаллом изотропная жидкая фаза не обладает свойством упругости. Увеличение плотности в ней путём сжатия в результате релаксации плотности приводит к росту кристалла до устранения последствий внешнего воздействия. Такое поведение напоминает свойство насыщенных паров реальных жидкостей и является характерным для фазовых переходов первого рода.

Рисунок 4 демонстрирует динамику роста кристалла и позволяет установить его сингонию и класс. Задавая среднюю плотность, мы можем получить слой кристалла заданной толщины. В данном случае мы имеем 14 слоёв кристаллических пиков. Среднее расстояние между слоями равно 1.85, что меньше диаметра сферы. Это означает, что примитивной ячейкой кристалла является правильная пирамида, а весь кристалл относится к тетрагональной сингонии. Возникающий кристалл имеет в среднем плотность  $\eta_c=0.555 \pm 3 \cdot 10^{-3}$  [6]. Находящаяся в равновесии с кристаллом изотропная жидкость твёрдых сфер, как отмечалось выше, имеет плотность  $\eta_1=0.491 \pm 10^{-3}$  [6]. Приведённые значения плотностей сохраняются во всей области значений исследованных средних плотностей до  $\eta_0=0.52$ . Кристалл и изотропная жидкость твёрдых сфер пространственно разделяются переходным слоем, имеющим толщину в 5 молекулярных слоёв. Свойства переходного слоя не изменяются при изменении объёмов фаз. Равновесно сосуществующие фазы имеют одинаковые температуру и давление.



**Рис 4.**  $\eta_0 = 0.510$ ;  $A = 25.3342$ ;  $L = 90.2692$ ; а - профиль плотности; b, c - разрезы 1 и 13 пиков соответственно; d - разрез 15 пика, первого пика переходного слоя.

Так как внутренняя энергия системы твёрдых сфер не зависит от объёма, то на основе (1) для изменения энтропии в изотермическом процессе получаем

$$\Delta S = \int_{V_1}^{V_2} \frac{P}{T} dV = \frac{k}{v_0} \int_{V_1}^{V_2} f(N, V) dV. \quad (2)$$

Учитывая, что процесс кристаллизации есть процесс изобарический, то подынтегральная функция в (2) остаётся постоянной и изменение энтропии в процессе кристаллизации принимает вид

$$S_l - S_c = \frac{k}{v_0} f(N, V_l)(V_l - V_c), \quad (3)$$

где индексы  $l$  и  $c$  относятся к жидкой и кристаллической фазам соответственно. Так как плотность образовавшегося кристалла выше плотности жидкости сфер, то энтропия при кристаллизации уменьшилась. Это уменьшение энтропии происходит за счёт работы, затрачиваемой на сжатие системы. Мы получили, что вопреки принятому мнению фазовый переход жидкость – кристалл может происходить не только при отборе от жидкости теплоты, но и

при затрате работы. Последнее необходимо при отсутствии между молекулами сил притяжения или при их ничтожности. Именно так был получен кристалл гелия.

Вероятно процесс изотермической кристаллизации правильно понимать именно как происходящий вследствие затраты работы на уменьшение энтропии системы. При равенстве температуры системы температуре кристаллизации вещества эту работу совершают силы межмолекулярного притяжения. При этом от системы необходимо отвести соответствующее количество энергии в форме теплоты.

---

1. B.J. Alder, T.E. Wainwright// Molecular dynamics by electronics computers, Transport processes in statistical mechanics / Ed. I. Prigogine. N.Y., 1958

2. B. J. Alder, T. E. Wainwright// J. Chem. Phys. 1959, **31**, 459; J. Chem. Phys. 1960, **33**, 1439.

3. В. Я. Рудяк, А. А. Белкин // ЖЭТФ. 1999. Т.116, № 5(11). С. 1 – 6.

4. М. Н. Семенова, А.С. Гераськин, В.П. Вешнев, Сб. научных статей – Саратов: ООО Издательский Центр «Наука», 31-35 с., 2009

5. K. Snook, D. Henderson// J. Chem. Phys. 1978. **68**(5), 2134 - 2139.

6. В. П. Вешнев, Т.А. Нурлыгаянов //Кристаллизация твёрдых сфер вблизи стенки/ Письма в ЖТФ, в печати.

7. W. G. Hoover, B.J. Alder//J. Chem. Phys. 1967, **46**(2), 689.

***В.Б. Гаманюк, Ю.В. Каменский, В.Н. Николаенко.***

### **Прохождение сигналов через нелинейные цепи.**

Нелинейные системы (*НС*) – динамические системы, свойства которых зависят от происходящих в них процессов. Если пределы изменения состояний физических систем не ограничены, они в подавляющем большинстве случаев являются нелинейными.

Характерной особенностью электрических цепей или сред, параметры которых зависят от амплитуды проходящих по ним сигналов, является искажение этих сигналов, которые называются нелинейными искажениями (*НИ*). При этом *НИ* тем сильнее, чем больше амплитуда напряжения или тока. Следствиями *НИ* являются превращение гармонических колебаний в релаксационные и обогащение изначально негармонических сигналов новыми гармониками и колебаниями комбинационных частот.

Рассмотрим случай, когда причиной изменения спектра на выходе какого-либо устройства является нелинейная зависимость силы выходного тока от напряжения на его входе, то есть функция  $i = f(U)$ , которую обычно называют вольтамперной характеристикой (*ВАХ*). Степень влияния данного фактора, помимо особенностей самой характеристики, зависит от выбора режима работы подобных систем и величины амплитуды подаваемых сигналов. Из общих соображений ясно, что чем в большей степени выбранный рабочий участок ха-



характеристики соответствует линейному и чем меньше амплитуда входного сигнала, тем слабее он искажается. Несмотря на очевидность сделанного заключения, в каждом конкретном случае для достижения наилучших результатов, как линейного, так и нелинейного преобразований необходимы предварительные количественные оценки, которые желательно совместить со зрительными графическими представлениями получающихся результатов. Проведение численных расчетов для существующих зависимостей выходного тока от величины приложенного напряжения, а тем более получение аналитических результатов и их графические представления, связаны с определенными трудностями. По этой причине прибегают к различным аппроксимациям указанных зависимостей, упрощающих процедуру расчетов и последующего построения графиков при сохранении приемлемой точности и облегчении анализа физического смысла исследуемого процесса. Наиболее простой способ конструирования аппроксимирующих функций связан с методами численного анализа, которые легко реализуются при использовании компьютера.

Рассмотрим четырехполюсник с заданной функцией  $i = f(U)$ . Так как она в общем случае нелинейна, расчет спектра выходного тока представляет достаточно сложную задачу. Обычно его проводят в окрестности некоторого значения  $U_0$ , выбранного в качестве рабочей точки четырехполюсника.

Известно, что любую функцию  $F(x)$  на любом интервале изменения аргумента  $\Delta x$  можно аппроксимировать полиномом. Его степень  $N$  при заданной точности аргумента можно определяется размером этого интервала. Коэффициенты полинома находят «привязывая» его к значениям аппроксимируемой функции в точках, находящихся внутри  $\Delta x$ . При гармоническом сигнале амплитудой  $U_1$  на входе аргумент функции  $f(U)$  будет изменяться в пределах от  $U_0 - U_1$  до  $U_0 + U_1$ . Для небольших значениях  $U_1$  вполне можно ограничиться третьей степенью аппроксимирующего полинома. Учитывая приведенные соображения, заменим  $f(U)$  степенной функцией

$$\tilde{f}(U) = k_0 + k_1 U + k_2 U^2 + k_3 U^3. \quad (1)$$

Важной особенностью такого представления  $f(U)$  является возможность легко выявить степень нелинейности ВАХ по влиянию нелинейных элементов разложения (1) на характер исследуемой выходной функции. Особенно наглядно степень этого влияния проявляется при использовании компьютерной графики, так как зрительные впечатления позволяют зачастую обнаружить столь незначительные тренды, которые трудно уловить при числовом анализе соотношений линейных и нелинейных элементов разложения.

Рассмотрим прохождение гармонического сигнала с постоянным смещением  $U_0$

$$U = U_0 + U_1 \cos \omega t \quad (2)$$

через систему с амплитудной характеристикой (1). Подстановка (2) в (1) превращает  $\tilde{f}(U)$  в функцию от  $\omega t$ .

Ясно, что в результате воздействия системы на гармонический сигнал получится спектр частот, который можно представить в виде ряда Фурье [1]

$$\hat{f}(\omega t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [E_n \cos(n\omega t) + C_n \sin(n\omega t)], \quad (3)$$

При этом амплитуды гармоник определяются по формулам

$$A_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \hat{f}(\omega t) d(\omega t),$$

$$E_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \hat{f}(\omega t) \cos(n\omega t) d(\omega t), \quad C_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \hat{f}(\omega t) \sin(n\omega t) d(\omega t). \quad (4)$$

Таким образом, определить спектральный состав выходного сигнала в данном случае не трудно. Однако задача заметно усложняется при рассмотрении двухчастотного входного сигнала, когда появляются комбинационные частоты, не являющиеся гармониками основных частот. Хотя ряды Фурье и являются наиболее удобными для наших целей, ими в данном случае без определенных преобразований воспользоваться нельзя. Приведем эти преобразования.

Рассмотрим случай, когда на входе активного четырехполюсника кроме напряжения смещения присутствуют одновременно два гармонических сигнала

$$U = U_0 + U_1 \cos \omega_1 t + U_2 \cos \omega_2 t \quad (5)$$

Очевидно, при прохождении такого сигнала через четырехполюсник с амплитудной характеристикой (1) спектр выходного сигнала (тока) будет состоять из постоянной составляющей и колебаний с частотами  $\alpha\omega_1 + \beta\omega_2$ , где  $\alpha$  и  $\beta$  – целые числа, сумма которых не превосходит порядок полинома (1). В нашем случае  $|\alpha| + |\beta| \leq 3$ .

Подставляя (5) в (1), получим спектр частот, выражаемый формулой

$$\hat{f}(\omega t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{\alpha, \beta} [E_{n,m} \cos(\alpha\omega_1 + \beta\omega_2) + C_{n,m} \sin(\alpha\omega_1 + \beta\omega_2)] =$$

$$= \frac{A_0}{2} + \sum_{\alpha, \beta} [E_{n,m} \cos \omega_{\alpha, \beta} t + C_{n,m} \sin \omega_{\alpha, \beta} t], \quad \text{где } \omega_{\alpha, \beta} = \alpha\omega_1 + \beta\omega_2. \quad (6)$$

Здесь  $\alpha = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$ ,  $\beta = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$ .

Заметим, что (6) не есть разложение выходного сигнала в ряд Фурье, а аналитическая формула для суммы составляющих с частотами, появившимися в результате воздействия *НС* на гармонические сигналы. Эти частоты определены, неизвестны только амплитуды колебаний. Выясним, можно ли использовать аппарат разложения в ряды Фурье для решения поставленной задачи (хотя, в принципе, возможны и иные подходы).

Напомним, что основной прием определения амплитуд спектральных составляющих при представлении сложного периодического процесса через простые тригонометрические функции связан с использованием «вспомога-

тельных» интегралов [1], которые не обращаются в ноль только для выделяемых частот. Таковыми являются следующие интегралы

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos nx dx = \begin{cases} \frac{\sin nx}{n} \Big|_{-\pi}^{\pi} = 0 (n \neq 0) \\ x \Big|_{-\pi}^{\pi} = 2\pi (n = 0) \end{cases}; \quad (7)$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin nx dx = \begin{cases} -\frac{\cos nx}{n} \Big|_{-\pi}^{\pi} = 0 (n \neq 0) \\ = 0 (n = 0) \end{cases}; \quad (8)$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos mx \cos nx dx = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos(m+n)x + \cos(m-n)x}{2} dx = \begin{cases} 0 (m \neq n) \\ \pi (m = n) \end{cases}; \quad (9)$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin mx \sin nx dx = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos(m-n)x - \cos(m+n)x}{2} dx = \begin{cases} 0 (m \neq n) \\ \pi (m = n) \end{cases}; \quad (10)$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin mx \cos nx dx = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin(m+n)x + \sin(m-n)x}{2} dx = 0. \quad (11)$$

Характерная особенность этих интегралов состоит в том, что в них  $m$ ,  $n$  целые числа и переменной является только одна величина  $x$ . Данное обстоятельство накладывает определенные ограничения на значения частот гармоник и выбор переменной интегрирования.

Возьмем в качестве переменной интегрирования  $x = \omega_0 t$  и определим частоту  $\omega_{\alpha,\beta}$  следующим образом

$$\omega_{\alpha,\beta} = \left( \alpha \frac{\omega_1}{\omega_0} + \beta \frac{\omega_2}{\omega_0} \right) \omega_0 = n_{\alpha,\beta} \omega_0, \quad (12)$$

Постоянная приведения  $\omega_0$  подбирается в соответствии с условиями каждой конкретной задачи. Примем  $\omega_0$  равной единице частоты в системе СИ. Тогда коэффициент  $n_{\alpha,\beta}$  рассчитывается по формуле

$$n_{\alpha,\beta} = \alpha \omega_1 + \beta \omega_2, \quad (13)$$

где для упрощения символами  $\omega_1$  и  $\omega_2$  обозначены числа  $\omega_1/\omega_0$  и  $\omega_2/\omega_0$ .

В рядах Фурье коэффициенты  $n_{\alpha,\beta}$  целые числа. Значит, и безразмерные частоты  $\omega_1$  и  $\omega_2$  должны быть целочисленными. На первый взгляд это требование существенно ограничивает возможности предложенных преобразований. Однако его можно легко обойти подбором вспомогательной частоты  $\omega_0$ .

В итоге спектр частот на выходе нелинейной системы (1) предстанет в виде

$$\hat{f}(\omega t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n_{\alpha,\beta}} \left[ B_{n_{\alpha,\beta}} \cos n_{\alpha,\beta} x + C_{n_{\alpha,\beta}} \sin n_{\alpha,\beta} x \right], \quad (14)$$

подобном (3). Следовательно, теперь амплитуды спектральных составляю-

ших могут быть рассчитаны по известным формулам (4).

Авторами разработана компьютерная программа для анализа воздействия нелинейной системы на двухчастотный сигнал. При этом интегралы (4) вычислялись по формулам Симпсона. По причине большого объема текст программы в работе не приводится. Его можно получить на кафедре ФиМИТ СГУ.

На рис.1 представлен интерфейс данной программы. Он состоит из трех областей: I – ввода параметров, II – кнопок запуска программы и вывода «экспериментального» графика, III – вывода частот спектральных составляющих выходного сигнала и гистограммы их амплитуд.

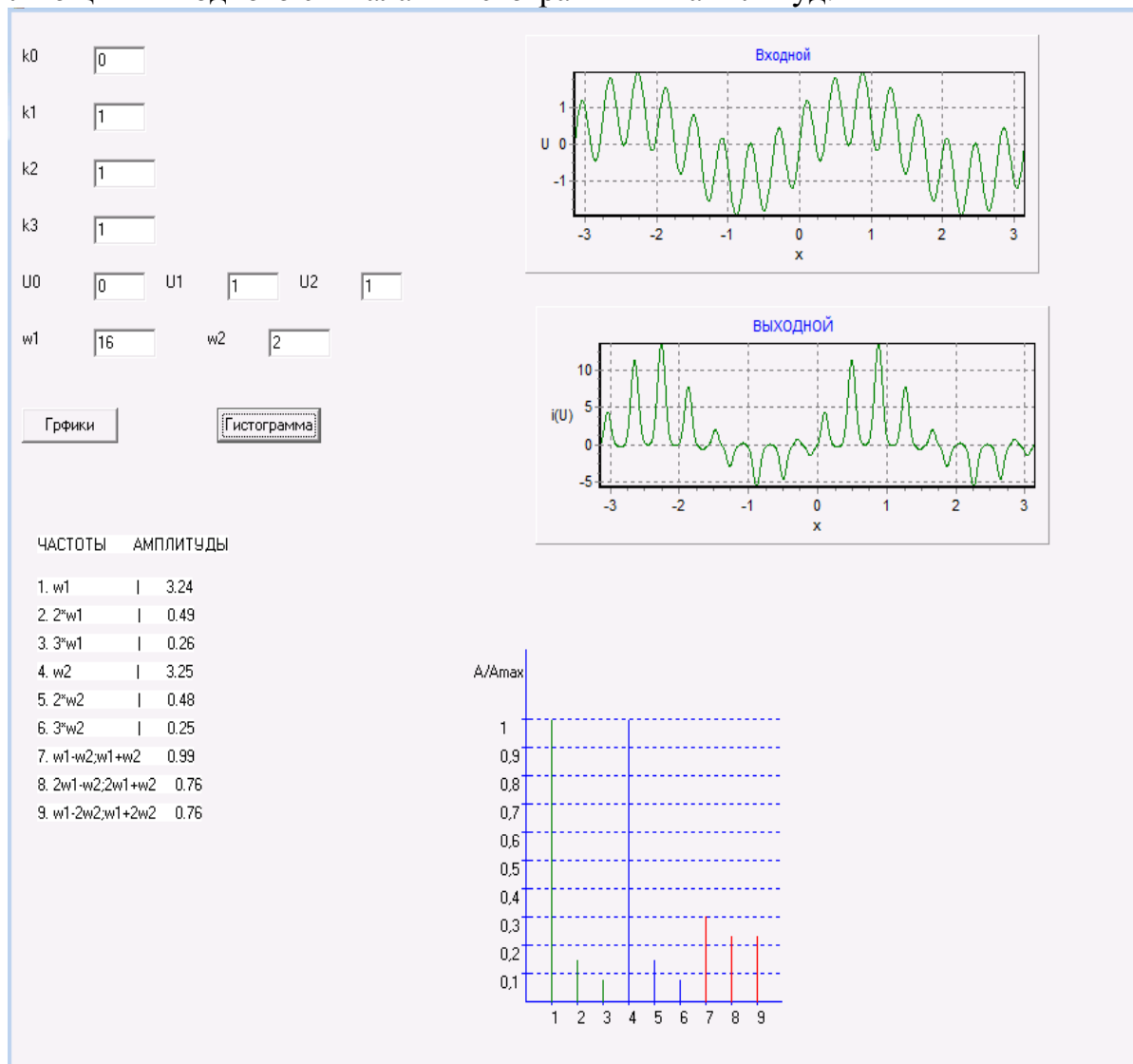


Рис.1. Интерфейс компьютерной модели.

Опишем каждую из них.

I:  $k_0, k_1, k_2, k_3$  – коэффициенты в формуле (1);  $U_0, U_1, U_2$  – амплитуды в формуле (5);  $W_1, W_2$  – частоты сигналов.

II: после нажатия кнопки «График» в правом верхнем углу формы вычерчиваются два графика: верхний –  $i(x)$  и нижний –  $U(x)$ . Здесь  $x = \omega_0 t$ , при- чем  $\pi \leq x \leq \pi$ .

III: при нажатии кнопки «Гистограмма» в правом нижнем углу формы строится гистограмма амплитуд основных (красный цвет) и комбинационных частот. Они задаются в относительном виде, как  $A_n/A_{max}$ , где  $A_n$  – амплитуда  $n$  – ой гармоники,  $A_{max}$  – величина максимальной из них. В окнах нижнего левого угла при этом «высвечиваются» значения амплитуд частотных составляющих выходного сигнала.

Программа дает возможность исследовать воздействие  $HC$  на двухчастотные колебания, когда  $\omega_1$  и  $\omega_2$  сильно отличаются и, например, позволяет:

1. Рассмотреть процесс возникновения модулированных колебаний и определить коэффициент (глубину) модуляции  $M$ .

2. Изменяя коэффициенты разложения  $k_1$  и  $k_2$  оценить их влияние на величину  $M$ . Построить графики зависимостей  $M = f(k_1)$  и  $M = f(k_2)$ .

Можно также проанализировать случай, когда частоты  $\omega_1$  и  $\omega_2$  соизмеримы друг с другом. При этом целесообразно проделать следующие виды работ:

а) Изменяя разность частот  $\omega_1 - \omega_2$ , построить график зависимости коэффициента взаимной модуляции  $\gamma_{вз}$  от значения промежуточной частоты.

б) Изменяя коэффициенты  $k_2$  и  $k_3$ , оценить их влияние на  $\gamma_{вз}$ . Построить графики зависимостей  $\gamma_{вз} = f(k_2)$  и  $\gamma_{вз} = f(k_3)$ .

---

1. П.И. Романовский. Ряды Фурье. – М.: «Наука», 1964.

**Гаманюк В.Б., Недогреева Н.Г., Чабан В.И**  
**Лабораторная установка для изучения цепей**  
**трехфазного переменного тока**

Трехфазные электрические цепи переменного тока нашли широкое применение в различных сферах народного хозяйства и техники. Они, например, используются для передачи энергии, получения механической энергии и тепла.

В силу указанных обстоятельств «Трехфазные цепи» являются одной из тем учебных дисциплин университетов, педагогических и технических ВУЗов. Кроме того, ознакомление с особенностями трехфазных цепей может проводиться и в школах с углубленным изучением физики в рамках элективных курсов.

Как известно, одним из основных способов закрепления знаний является проведение наряду с теоретическими занятиями лабораторного практикума. Естественно, экспериментальное изучение трехфазных цепей требует наличия трехфазного источника электроэнергии. Таковым может стать промышленные сети переменного тока частотой 50 Гц. Однако напряжения этих сетей являются опасными для жизни пользователей. Поэтому необходимо

трансформировать трехфазный ток до значений напряжений не выше 42 В. Подобные трансформаторы для промышленности не являются стандартными и поэтому довольно редко встречаются в продаже и к тому же достаточно дороги.

В настоящей работе предпринята попытка создания простой в изготовлении, недорогой и при этом электробезопасной экспериментальной установки для изучения как генераторов трехфазного тока, так и некоторых частных случаев трехфазных электрических цепей.

За основу был взят автомобильный трехфазный генератор, в конструкцию которого пришлось внести некоторые изменения: из его корпуса были извлечены выпрямительные диоды и реле-регулятор напряжения; питание обмотки якоря организовано через щетки от внешнего источника; концы и начала обмоток статора выведены наружу и подключены к зажимам. Указанные переделки позволяют исследовать зависимость ЭДС генератора от величины тока подмагничивания, соединять обмотки статора как «треугольником», так и «звездой», а также изменять схемы выпрямления.

Общий вид установки показан на рис. 1.



Рис. 1

Якорь генератора приводится в движение мотором постоянного тока с постоянным магнитом, который используется в автомобилях ВАЗ 2108-2109 в вентиляторе радиатора. Напряжение питания мотора 12-14 В, а скорость вращения достигает 3000 об/мин, что соответствует частоте около 50 Гц переменного тока, вырабатываемого генератором. Это позволяет при измере-

ниях электрических параметров цепей пользоваться стандартными стрелочными приборами. Мощность мотора около 200 Вт, что вполне достаточно для питания небольших нагрузок, например, низковольтных ламп накаливания.

Для питания установки можно использовать любой источник постоянного тока с напряжением 12-14 В и током до 15 А. Таковым, например, может служить аккумулятор соответствующей емкости. Данное обстоятельство является дополнительной возможностью повысить электробезопасность устройства.

Так как в стационарных условиях, как правило, первичным источником электроэнергии является сеть переменного тока напряжением 220 В, для установки был изготовлен сетевой блок питания с большим выходным током на основе отслужившего свой срок источника питания компьютера. При этом использована его силовая часть, оставлен только один выпрямитель, который ранее имел выходное напряжение 12 В, и удалены все системы защиты. Схему широтно-импульсного модулятора на основе микросхемы FSP 3528 пришлось переработать с тем, чтобы появилась возможность регулирования выходного напряжения в пределах от 8 до 15 В.

Блок питания размещен в стандартном корпусе из листовой стали. На его передней панели расположены сетевой разъем и выключатель. На задней панели размещен регулятор напряжения и зажимы для подключения приемников энергии. Для охлаждения силовых элементов использован встроенный вентилятор.

Блок управления током обмотки якоря (обмотки возбуждения) необходим для изменения величины тока от нуля до некоторого максимального значения. Его электрическая схема приведена на рис. 2. Транзисторы VT1 и VT2

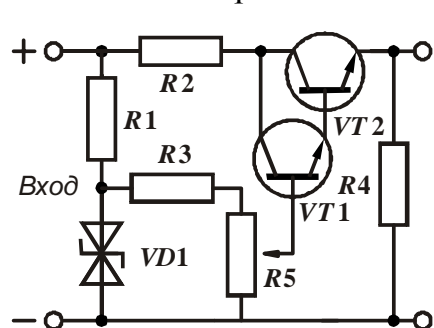


Рис. 2

работают как составной эмиттерный повторитель. Резистор R4 является его нагрузкой в режиме холостого хода. Цепь обмотки возбуждения присоединяется к эмиттеру транзистора и «минусовому» проводу схемы. Напряжение на базу VT1 подается с делителя R3, R5, подключенного к стабилитрону VD с балластным резистором R1. Перемещая движок переменного резистора R5 снизу вверх по схеме, можно изменить ток якоря от нуля до максимальной величины, которую определяет номинал R3. Напряжение на вход схемы подается от блока питания установки.

Поскольку на коллекторе транзистора может рассеиваться значительная мощность, он расположен на радиаторе охлаждения. Резистор R2 небольшой величины ограничивает ток в цепи коллектора. Тем самым облегчается тепловой режим транзистора и осуществляется его защита при случайных коротких замыканиях на выходе регулятора. Для увеличения тепловой мощности рассеивания резистор R2 составлен из шести одинаковых сопротивлений, включенных параллельно.

Компоненты электрической схемы блока управления током подмагничивания располагаются на печатной плате, прикрепленной к радиатору охлаждения транзистора.

Трехфазный выпрямитель состоит из шести диодов, соединенных по мостовой схеме. Каждая из групп «положительных» и «отрицательных» диодов расположена на своем радиаторе охлаждения.

В качестве выключателя использован стандартный сетевой «автомат» на 16 А. Тем самым блок питания защищается от возможных перегрузок.

Электродвигатель и генератор установлены на специальных кронштейнах, выполненных из стального уголка. Для наглядности части генератора (статор, ротор и корпус) окрашены в разные цвета. Скорость вращения электродвигателя можно регулировать путем изменения выходного напряжения блока питания. Частоту вращения определяют с помощью электронного осциллографа или частотомера, подключая вход прибора к одной из обмоток генератора.

Все узлы установки расположены на общем основании. Для гашения возможных вибраций в качестве такового использована толстая древесностружечная плита. С этой же целью вал электромотора соединен с валом якоря генератора посредством эластичной муфты, выполненной из отрезка вакуумного шланга подходящего диаметра. Для соединения узлов установки между собой и внешними устройствами предусмотрены зажимы, имеющие к тому же и гнезда для штекеров.

Электрическая схема лабораторной установки дана на рис. 3. Между зажимами *ab* в цепи питания обмотки якоря следует включать внешний амперметр, необходимый для контроля величины протекающего тока.

Анализируя рис. 3, можно сделать вывод, что установка, по сути, представляет собой базовую часть некоего конструктора. Данное обстоятельство обусловлено тем, что на наш взгляд при подготовке планируемого эксперимента учащиеся должны проявить максимум самостоятельности при составлении необходимой электрической схемы.

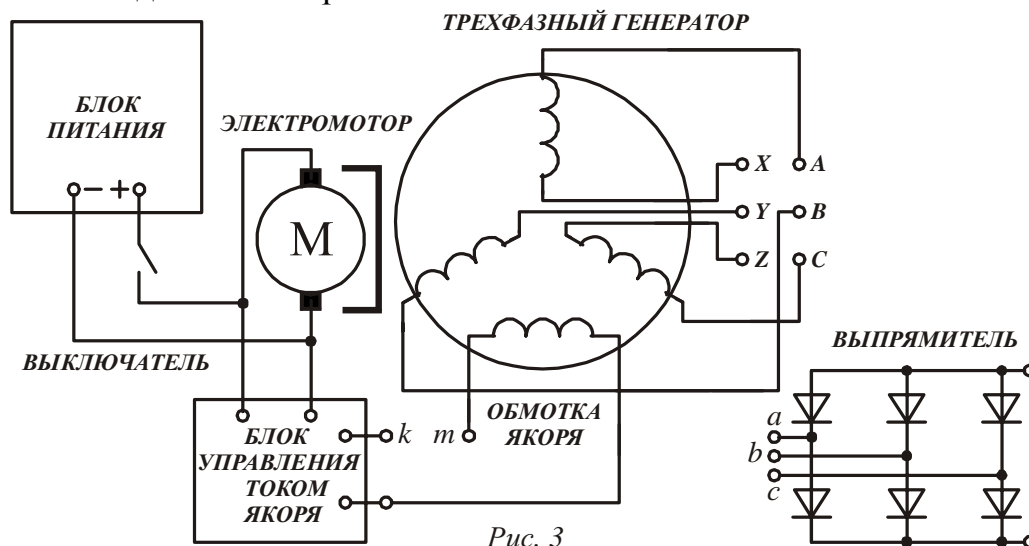


Рис. 3

С помощью предлагаемой лабораторной установки можно проводить изучение как самого генератора, так и цепей, подключаемых к нему. По нашему мнению наиболее важными для учебного процесса являются следующие темы:

1. Исследование зависимости величины ЭДС генератора от частоты вращения и тока подмагничивания.



2. Изучение различных схем подключения обмоток генератора и приемников.
3. Исследование однополупериодного и мостового выпрямителей.
4. Моделирование аномальных режимов работы трехфазных цепей:
  - а) обрыв нейтрали четырехпроводной линии при неравномерной нагрузке фаз;
  - б) обрыв фазы трехпроводной линии;
  - в) обрыв фазы четырехпроводной линии;
  - г) работа выпрямителя при обрыве в цепи одного из диодов;
  - д) работа выпрямителя при коротком замыкании одного из диодов.

Безусловно, весьма затруднительно дать для каждого из перечисленных видов исследований электрическую схему и подробную инструкцию по проведению эксперимента. Однако при этом считаем целесообразным принять во внимание приведенные ниже соображения.

Не следует забывать, что для привода генератора использован электродвигатель сравнительно малой мощности, что накладывает определенные ограничения на величину тока подмагничивания и мощность приемников.

Если предполагается, что нагрузки фаз будут носить активный характер, то советуем использовать в их качестве лампочки накаливания небольшой мощности соответствующего напряжения. В некоторых случаях может оказаться целесообразным подстроить выходное напряжение генератора путем изменения тока возбуждения под рабочее напряжение уже имеющихся в наличии ламп. По яркости свечения лампочек можно косвенно судить о величине напряжения на них.

Как можно шире для контроля электрических величин привлекать электронный осциллограф, поскольку с его помощью легко определить частоту тока или напряжения, одновременно наблюдая его форму.

*Гаманюк В.Б., Тверикин К.С., Недогреева Н.Г.*

#### **ПРИСТАВКА К ОСЦИЛЛОГРАФУ ДЛЯ ДЕМОСТРАЦИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ЯВЛЕНИЙ В РАДИОТЕХНИКЕ**

Как правило, учебные лабораторные исследования нелинейных явлений [1] в электрических цепях проводятся с использованием достаточно большого числа радиоизмерительных приборов. К тому же, подготовка эксперимента требует значительного времени, поскольку все элементы установки должны быть соответствующим образом соединены между собой. На наш взгляд для понимания сущности нелинейных преобразований электрических сигналов высокие качественные характеристики стандартной аппаратной базы не имеют определяющего значения. Поэтому для проведения указанных выше лабораторных исследований авторами была предпринята попытка создания простой в эксплуатации, многофункциональной и малогабаритной приставки к осциллографу. При этом ее конструкция была максимально ориентирована на использование доступных и недорогих компонентов и возможность повторения силами студентов и даже школьников старших классов.

Приставка состоит из трех блоков: блока генераторов, блока преобразования сигналов, блока питания. На рис. 1 представлена её структурная схема

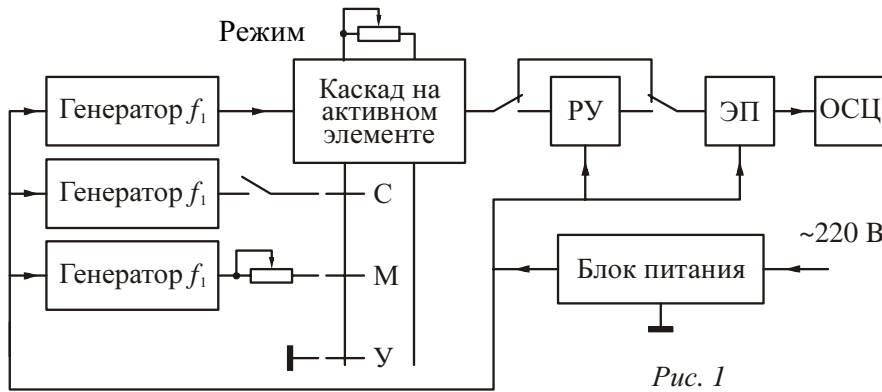


Рис. 1

в составе установки. Здесь *РУ* – резонансный усилитель (перестраиваемый), *ЭП* – эмиттерный повторитель, *ОСЦ* – осциллограф. Символами «С», «М», «У» – обозначены положения переключателя, соответствующие режимам работы «Смеситель», «Модулятор» и «Умножитель» соответственно. Нелинейные преобразования гармонических сигналов генераторов осуществляются в каскаде на активном элементе, роль которого выполняет транзистор, а «продукты» преобразования выделяются перестраиваемым колебательным контуром и могут быть поданы на вход осциллографа либо сразу, либо через *РУ*.

Выбор частот  $f_1$ ,  $f_2$  и  $f_3$  генераторов был сделан, исходя из следующих соображений:

1. Для того, чтобы использовать недорогие компоненты (осциллограф, транзисторы и другие комплектующие) и упростить изготовление экспериментальной установки  $f_1$  и  $f_2$  не должны быть очень высокими.

2. Наиболее низкая из частот  $f_1$  и  $f_2$  вместе со своими второй и третьей гармониками должны попадать в диапазон

перекрываемый перестраиваемым фильтром. Только при таком условии можно убедительно продемонстрировать результат умножения частоты.

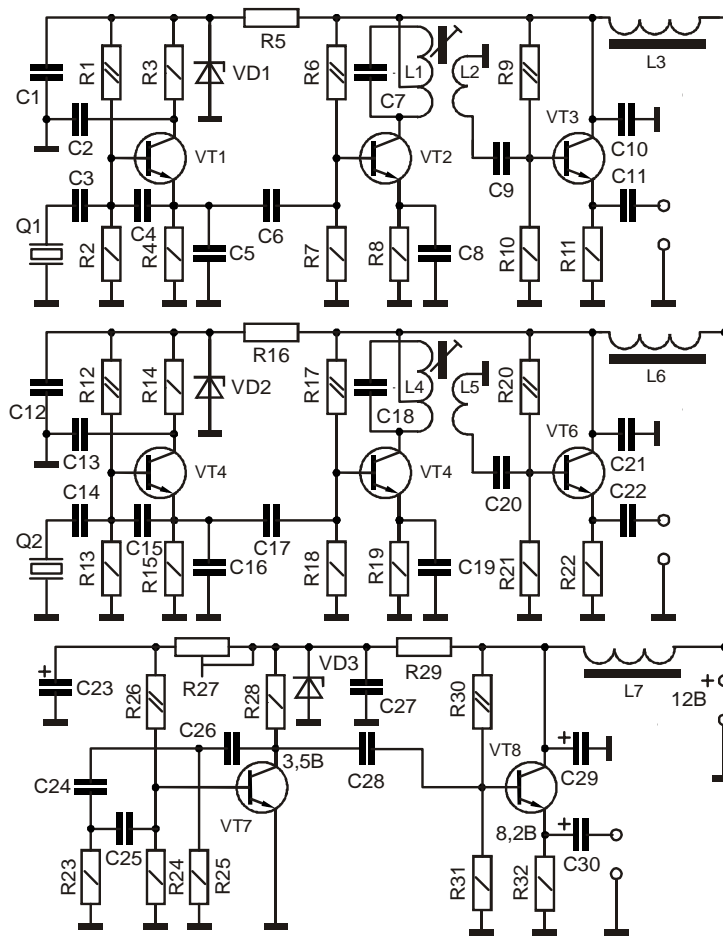


Рис. 2

3. С целью упрощения электрической схемы проектируемой установки

$\Delta f = f_{\max} - f_{\min}$ , перекрываемый перестраиваемым фильтром. Только при таком условии можно убедительно продемонстрировать результат умножения частоты.

3. С целью упрощения электрической схемы проектируемой установки

желательно, чтобы промежуточная частота вместе со своими исходными сигналами также попадали в интервал  $\Delta f$ .

4. По возможности добиться перекрытия интервала  $\Delta f$ , не меняя индуктивности катушки фильтра, то есть не прибегая к разбиению на поддиапазоны.

5. Частота генератора НЧ должна соответствовать средним звуковым частотам (400 – 1500 Гц).

С учетом сказанного выше были выбраны  $f_1 = 400$  кГц,  $f_2 = 1000$  кГц,  $f_3 = 1000$  Гц. Таким образом, для умножителя частоты при использовании сигнала с  $f_1$  нужно с запасом иметь значение  $\Delta f = 375$  кГц – 1225 кГц. Коэффициент перекрытия фильтра по емкости при этом составит  $k = (f_2/f_1)^2 \approx 11$ , что легко реализуется стандартным КПЕ. Следовательно, разбиения на поддиапазоны не потребуется. Частоты  $f_1$ ,  $f_2$  и промежуточная частота  $f_2 - f_1 = 600$  кГц тоже войдут в полосу фильтра. Для получения модулированных колебаний можно в качестве несущей использовать как  $f_1$ , так и  $f_2$ .

На рис. 2 представлена схема блока генераторов.

Генераторы на частоты 1 МГц и 400 кГц выполнены по одной структурной схеме: «кварцевый генератор – резонансный усилитель – буферный каскад» [2]. Генератор на частоту 1 кГц выполнен на транзисторе, охваченном частотно-зависимой положительной обратной связью, реализованной на RC – цепочках. Все три генератора имеют в цепях питания параметрические стабилизаторы на элементах  $R4$ ,  $VD1$ ,  $R14$ ,  $VD2$ ,  $R27$ ,  $VD3$ .

Для расширения функциональных возможностей приставки предусмотрено наличие дополнительных выходов от каждого генератора, выведенных на гнезда, расположенные на передней панели приставки.

На рис. 3 представлена схема блока преобразования сигналов, который включает в себя каскад на активном элементе, перестраиваемый резонансный усилитель с возможностью отключения и эмиттерный повторитель. Активный элемент – транзистор  $VT1$ , включенный по схеме  $OЭ$ , с резонансной нагрузкой в виде перестраиваемого колебательного контура  $L1, C3$ . Режим работы  $VT1$ , который существенным образом влияет на спектральный состав выходного сигнала, можно изменять переменным резистором  $R7$ . Он совместно с элементами  $R4$ ,  $R5$  образует регулируемый делитель напряжения смещения базы активного элемента.

$PУ$  представляет собой типовой перестраиваемый резонансный усилитель [3] по схеме  $OЭ$  на транзисторе  $VT2$  и элементах  $R9-R11$ ,  $C6-C8$ ,  $L4$ ,  $L5$ . Реле  $P1$ ,  $P2$ , диод  $VD1$  и кнопка  $SA2$  предназначены для отключения  $PУ$ .

Приставка работает следующим образом: с генератора 400 кГц сигнал постоянно поступает на вход «НЕС» каскада на активном элементе. В режиме «Умножитель» эмиттер транзистора  $VT1$  «заземляется» через контакты переключателя  $SA1$ .

Когда  $SA1$  переведен в положение «Смеситель», помимо сигнала частотой 400 кГц на базе  $VT1$  на его эмиттер через вход «ГЕТЕР» поступают колебания частотой 1000 кГц от второго высокочастотного генератора. Таким образом, один из генераторов (400 кГц) вырабатывает колебания несущей час-

тоты, в то время как второй (1000 кГц) является гетеродином. Сигнал гетеродина может быть отключен специальным тумблером (см. рис. 1). Такая возможность позволяет отличить результаты преобразования частот от близких к ним гармоник обоих генераторов.

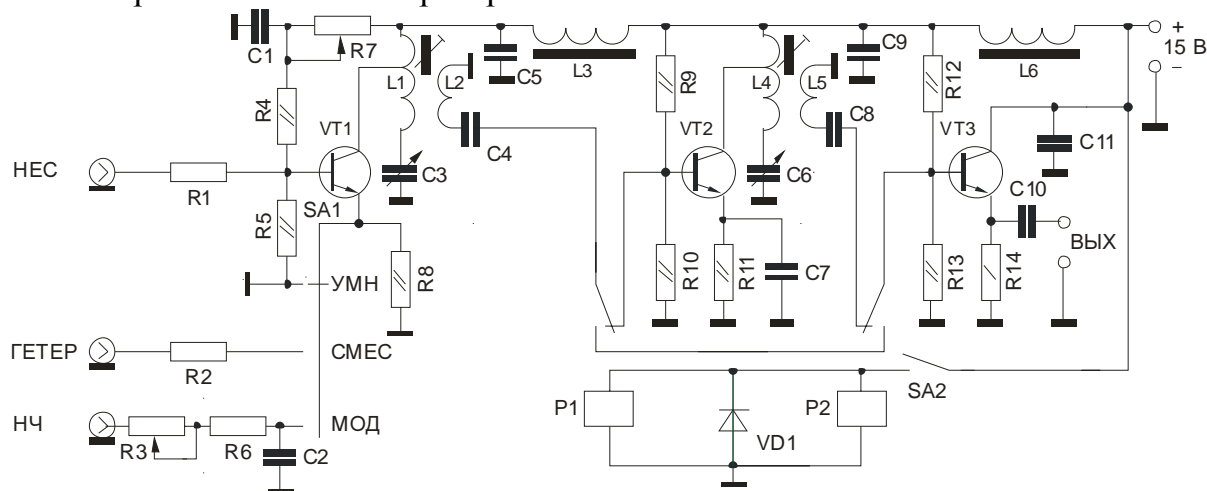


Рис. 3

Получение модулированных колебаний происходит в результате подачи на эмиттер  $VT1$  через контакты  $SA2$  (положение «Модулятор») колебаний низкочастотного генератора. Глубину модуляции можно регулировать переменным резистором  $R3$ , изменяя амплитуду напряжения  $НЧ$  на эмиттере  $VT1$ .

Выходным каскадом блока преобразования сигналов является эмиттерный повторитель на транзисторе  $VT3$ . Это позволяет присоединить к приставке не только осциллограф, но и другие приборы, которые могут входить в состав установки, например, частотомер и  $ВЧ$  вольтметр.

На вход  $ЭП$  интересующий пользователя «продукт» преобразования может подаваться в зависимости от состояния контактов  $P1$  и  $P2$  как с катушки связи  $L2$  резонансного контура транзистора  $VT1$ , так и с катушки связи  $L5$   $ПУ$ , который, по существу, является дополнительным активным перестраиваемым фильтром, способствующим выделению гармонических составляющих спектра с малой амплитудой.

Блок питания приставки выполнен по схеме «трансформатор – выпрямитель – стабилизатор» и особенностей не имеет.

В результате проведенных испытаний были получены следующие результаты: в режиме «Умножитель» удалось выделить до четырех гармоник.

На рис. 4 представлены полученные осциллограммы (длительность развертки горизонтального отклонения осциллографа на всех фото 1 мкс/дел):  $a$  – первая гармоника частоты 400 кГц;  $b$  – процесс «перехода» первой гармоники во вторую;  $в$  – вторая гармоника;  $г$  – третья гармоника.

Заметим, что при получении этих осциллограмм усиление по вертикали сознательно регулировалось так, чтобы размах сигналов в каждом случае был примерно одинаковым.

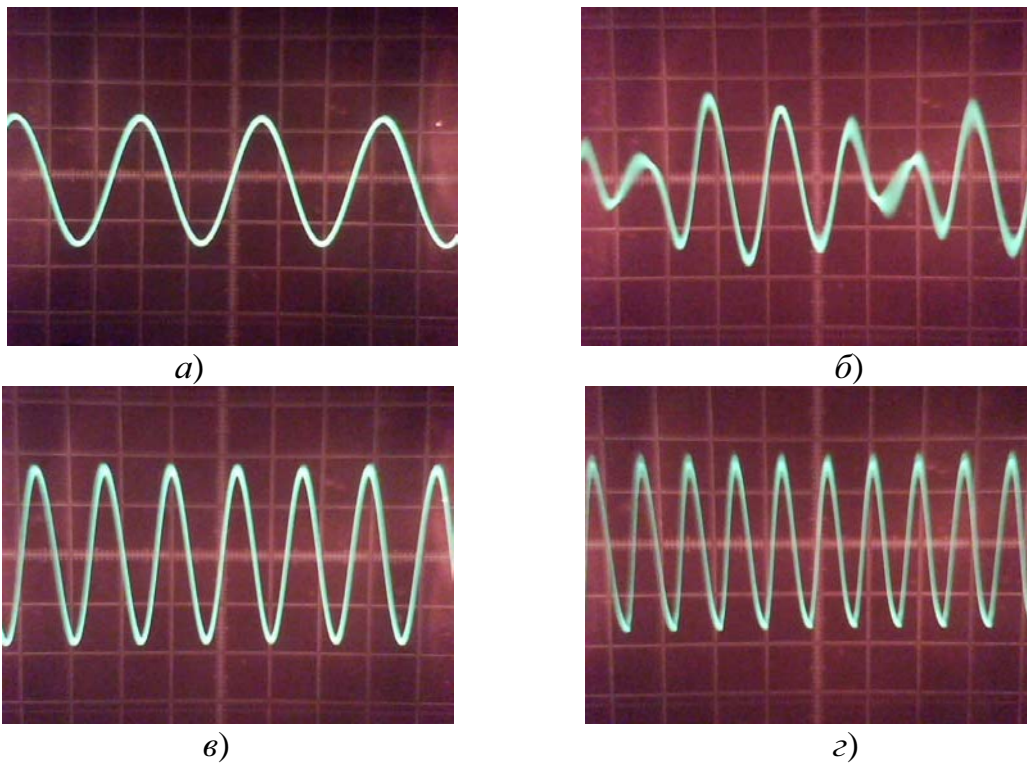


Рис. 4

В режиме «Смеситель» спектр выходного сигнала наряду с частотами  $f_1$ ,  $f_2$ , и их гармониками с невысокими порядковыми номерами содержит суммарную  $f_1 + f_2$ , разностную  $f_2 - f_1$  и комбинационные составляющие. Поскольку, на наш

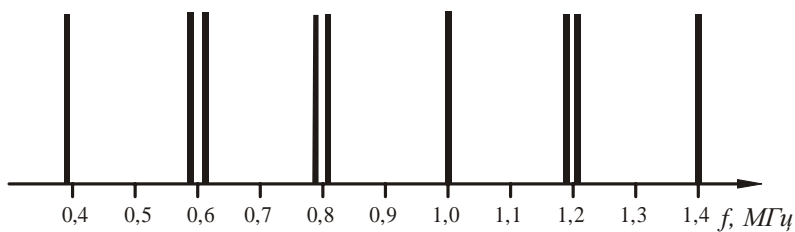


Рис. 5

взгляд, в данном случае осциллограммы маловыразительны, на рис. 5 при-водим спектр колебаний, выявленных в данном режиме работы приставки.

Так как частоты ВЧ генераторов не точно равны значениям 0,4 МГц и 1,0 МГц, комбинационные частоты  $4f_1 - f_2$ ,  $2f_2 - 3f_1$ ,  $2f_2 - 2f_1$ , попадающие в полосу перекрытия фильтров, будут несколько отличаться от  $f_2 - f_1$ ,  $2f_1$  и  $3f_1$  соответственно. Поэтому спектр выходного сигнала будет содержать «дуплеты», что и подтвердил эксперимент. Заметим, что поскольку рис. 5 должен

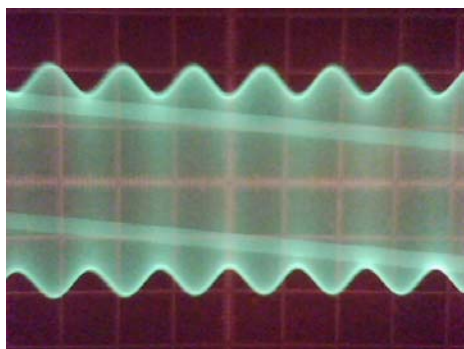


Рис. 6

пояснить только особенности частотного состава спектра, на нем все линии изображены одинаковой высоты, в то время как реальные амплитуды различных составляющих могут значительно отличаться.

В режиме модуляции наблюдается до четырех модулированных гармоник частоты 400 кГц, амплитуда которых убывает с увеличением их номера, а форма огибающей становится все более сложной. На рис. 6 дана осциллограмма

модулированного колебания основной частоты, наиболее интересного с точки зрения практического применения. Две наклонные параллельные полосы на фото – «засветка» за счет обратных ходов горизонтальной развертки осциллографа.

1. Харкевич А.А. Нелинейные и параметрические явления в радиотехнике: М.: «Государственное издательство технико-теоретической литературы», 1956г.
2. Альтшуллер Г.Б. Кварцевые генераторы: Справочное пособие – М.: «Радио и связь», 1984 г.
3. Справочник по радиоэлектронным устройствам. Под ред. Линде Д.П. – М.: «Энергия», 1978 г.

### *М.А. Епифанова*

#### **Об одной возможности оценки качества мультимедийной технологии формирования социально-значимых мотивов учения учащихся старших классов**

Последнее десятилетия ознаменовалось формированием в нашей стране образовательного пространства, в котором важное место занимает технологизация и информатизация учебного процесса.

Наряду с живым словом педагога все большую роль начали играть внедряемые в образовательный процесс мультимедийные средства обучения, которые можно назвать электронными образовательными ресурсами или образовательными мультимедиа.

Благодаря тому, что образовательные ресурсы позволяют увеличить информативность учебных занятий, в первую очередь, за счет увеличения числа каналов поступления информации, так как для этого используются самые разнообразные среды: звук, видео, график, текст, анимация. Кроме этого в мультимедиа-ресурсы входит комплекс аппаратных и программных средств, позволяющих общаться при помощи компьютера с самыми различными справочными материалами.

Мультимедийные технологии обучения, использующие мультимедийные ресурсы, повышают заинтересованность учащихся в приобретении знаний, повышается их мотивация учения, что сказывается на результативности образовательного процесса.

В психолого-педагогических исследованиях под мотивами понимается то, что побуждает деятельность человека, в частности, мотивы учения побуждают к освоению учебных дисциплин, к получению знаний.

Мотивы бывают самыми разнообразными. Они изменчивы и формируются под внешним воздействием, а также с изменением возраста школьника.

Как правило, учебная деятельность школьника старшего возраста может побуждаться несколькими мотивами, некоторые из которых оказываются доминирующими и придают личности субъективный смысл. Таким образом, возникает целый спектр мотивов, который по мере перехода школьника из класса в класс непрерывно изменяется.

Однако если отдельные мотивы могут становиться более значимыми, а другие уменьшать свою значимость, может оказаться, что формирование мотивов

вов учения может происходить целенаправленно, если их рассмотреть одновременно в составе всего мотивационного спектра.

Для этого необходимо соответствующим образом организовывать и проводить процесс обучения, используя выбранную педагогическую технологию, призванную реализовать целевую направленность педагогической системы, разрабатываемой специально для решения тех или иных результатов обучения.

В настоящей работе педагогическая система и реализующая ее направленность педагогическая технология имели целью формирование социально значимых мотивов учения [1,2].

Среди мотивов рассматривались: 1. Широкий социальный мотив; 2. Широкий познавательный мотив; 3. Учебно-ценностный мотив; 4. Неосознанный мотив; 5. Эстетический мотив; 6. Статусно-позиционный мотив; 7. Меркантильный мотив; 8. Мотив самообразования; 9. Коммуникационный мотив; 10. Профессионально-ценностный мотив.

Из них к социально-значимым относятся мотивы под номерами 1, 2, 3, 5, 8, 10. Как показали специальные исследования, в экспериментальных группах, где внедрялись мультимедийные технологии, уровень социально-значимых мотивов непрерывно повышался и, по сравнению с девятыми классами, в десятых классах он увеличился на 16,6%, а одиннадцатых классах на – 33%. Заметим, что в группах школьников, обучающихся по традиционным (немультимедийным) технологиям, этого не произошло.

Наряду с такими выводами представлялось интересным проанализировать последовательность учащихся в своих оценках иерархии мотивов на протяжении их обучения с девятого по одиннадцатый класс.

Известные в педагогике математические методы этого сделать не могут. Поэтому были использованы адекватные поставленной задаче методы, основанные на ранжировании мотивов учения и выяснении степени согласованности ранжировок друг с другом [3].

В качестве экспертов выступали не отдельные личности, а учащиеся целых классов, которые результатами их анкетирования давали коллективные оценки составляющим мотивационного спектра. Таких коллективных экспертов было три: учащиеся девятого, десятого и одиннадцатых классов экспериментальных групп.

Если учесть, что ранги каждому из мотивов учения учащиеся выставляли в соответствии с их порядковыми номерами, указанными в этой статье, то получается матрица рангов, приведенная в табл. 1.

Таблица 1. Матрица рангов.

Мотивы \ Классы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
9	6	4	2	8	7	1	9	10	3	5
10	6	1	2	10	5	3	8	7	9	4
11	6	2	1	10	4	7	8	3	9	5

Вообще говоря, можно было бы найти коэффициенты парных ранговых корреляций и построить матрицу, которая содержала бы  $k(k-1)/2$  коэффициентов, где  $k$  – количество ранжировок.

Эта матрица позволила бы отобразить ранжировки согласующихся или, наоборот, плохо согласующихся между собой экспертных оценок.

Однако меру согласия ранжировок лучше оценить одним коэффициентом, носящим название коэффициента конкордации.

В рассматриваемом случае эксперты приписывают объектам (мотивам) различные ранги, поэтому в соответствии с общим математическим подходом, полученные ранги следует просуммировать, найти среднее значение  $k(n+1)/2$ , где  $n$  – число экспертов, найти квадраты отклонений каждого ранга от среднего значения, просуммировать их и разделить на максимальное из всех значений этой суммы.

Очевидно, что сумма будет максимальной только тогда, когда все ранжировки одинаковы. В этом случае сумма рангов образует последовательность  $k, 2k, \dots, nk$ , а отклонения от среднего соответственно равны:

$$-\frac{1}{2}(n-1)k, -\frac{1}{2}(n-3)k, \dots, \frac{1}{2}(n-3)k, \frac{1}{2}(n-1)k.$$

Максимальное из значений суммы квадратов отклонений определяется так:

$$\frac{1}{2}k^2((n-1)^2 + (n-3)^2 + \dots) = \frac{1}{12}k^2n(n^2-1).$$

Тогда коэффициент конкордации  $W$  вычислится по формуле:

$$W = \frac{12S}{k^2n(n^2-1)},$$

где  $S$  – сумма квадратов отклонений.

При полном совпадении ранжировок  $W=1$ . При ухудшении согласованности экспертов  $W$  стремится к нулю, то есть  $0 \leq W \leq 1$ .

В соответствии с таблицей 1 получаем, что  $W=0,682$ , то есть согласованность экспертных мнений достаточно высока.

Для проверки значимости полученного вывода найдем значение критериальной статистики по таблице F-распределения. Для уровня значимости 0,05 (то есть с вероятностью 95%) при степенях свободы с большей дисперсией  $v_1 = n - 1 = 2$  и большей дисперсией  $v_2 = (n - 1)(k - 1) = 2 = 16$  находим, что величина

$$F = \frac{(k-1)W}{1-W} = 4.29,$$

что выше найденного из таблиц критического значения  $F_{кр, \alpha=0,05} = 3,7$ .

Следовательно, существует неслучайная согласованность мнений экспертов.

Это означает, что использованная для формирования социально-значимых мотивов учения мультимедийная технология эффективна или, как часто говорят, отличается высоким уровнем качества.

Сделанный вывод в полной мере коррелирует с отмеченными ранее в этой статье сведениями о повышении уровня сформированности социально-



значимых мотивов учения при внедрении в учебный процесс мультимедийных технологий.

1. Подласый И.П., Педагогика. Новый курс. Учеб. для студ. высш. уч. зав. : в 2 кн., М., 2004. Кн. 1. Общие основы. Процесс обучения.

2. Елифанова М.А., Железовский Б.Е., Исследование иерархии мотивации учения школьников в образовательных учреждениях, внедривших мультимедийные технологии обучения // Материалы конференции «Актуальные проблемы информатизации в науке, образовании и экономике – 2009», Москва: МИЭТ, 2009.

3. Кендалл М. Дж., Стьюарт А., Статистические выводы и связи // Пер. с англ. М.: Наука, 1973.

### *Елифанова М.А.*

#### **Оценка эффектов внедрения в учебный процесс мультимедийных технологий**

Начало XXI-го века ознаменовалось формированием в нашей стране образовательного пространства, в котором особую роль начали играть мультимедийные средства обучения, позволяющие обеспечить качество учебного процесса, адекватное запросам социального общества.

Под мультимедиа понимается область компьютерных технологий, связанная с использованием информации, поступающей от различных носителей по самым различным каналам связи. При этом оказывается возможным вводить, хранить, перерабатывать и сообщать учащимся через аппаратные и программные средства, информацию, используя естественные среды: звук, видео, графику, тексты, анимацию [1].

Естественно предположить, что комплексная передача информации позволит существенно повысить качество обучения, мотивацию учения школьников и повышение их успеваемости по учебным предметам, в частности, по физике и другим естественнонаучным дисциплинам.

Проблема повышения качества образования по естественным наукам в настоящее время стоит особенно остро, что подтверждается данными независимых международных исследований, согласно которым Третье международное исследование по оценке качества математического и естественнонаучного образования (Third International Mathematics and Science Study) – самого широкомасштабного по исследуемой проблематике проекта XX века, в котором приняло участие 45 стран с 1991 по 1999 годы, показало, что подготовка выпускников школы к свободному владению и использованию знаний по физике не достигает уровня требований международного теста на «физическую грамотность». Занятое нашими участниками место оказалось лишь 16-м, в то время как по данным аналогичного Второго международного исследования, проведенного ранее, наши участники занимали 4–5-е места.

Несмотря на очевидную значимость исследований по проблеме поиска эффективных способов улучшения сложившейся ситуации и их актуальность в

публикуемых работах не содержится сведений об эффективности того или иного метода обучения с конкретной демонстрацией достижений. Это касается и внедрения мультимедийных технологий обучения.

В настоящей работе сделана попытка анализа результатов внедрения в учебный процесс мультимедиа-ресурсов.

В широком педагогическом эксперименте приняло участие более 1500 школьников 9-х – 11-х классов 4-х школ и 3-х лицеев, в которых в достаточной степени внедрены основные элементы мультимедийных средств обучения.

Некоторые результаты педагогических исследований приведены на рис.1–3.

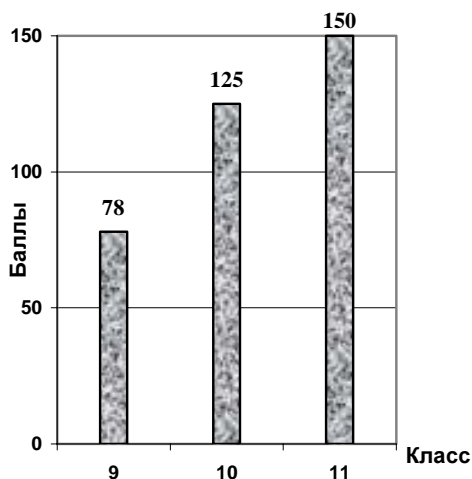


Рис. 1 Оценка школьниками влияния мультимедиа на освоение курса физики

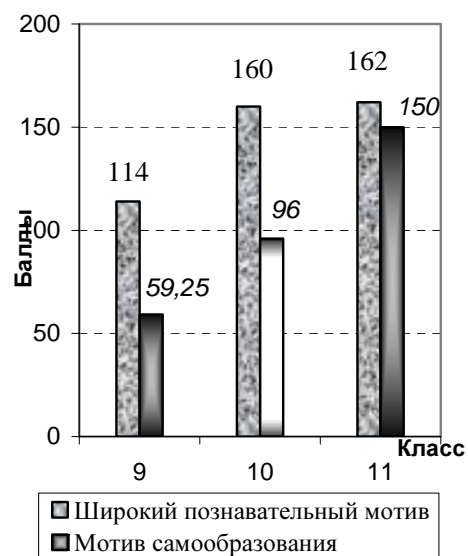


Рис. 2 Оценка мотивов учения школьниками старших классов

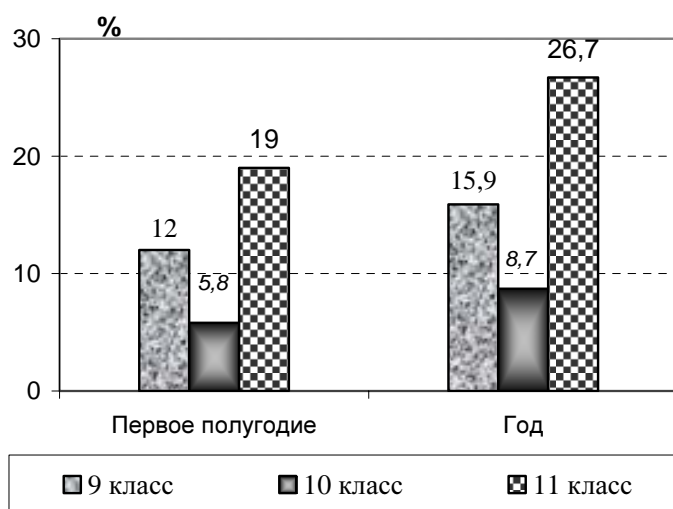


Рис. 3 Относительное увеличение средней оценки по физике после внедрения мультимедийной технологии

На первом из них представлена самооценка школьниками с 9-го по 11-й классы влияния мультимедийных технологий на усвоение курса физики. В связи с необходимостью получения усредненных результатов оценочные баллы усреднялись на 20 участников эксперимента и выставлялись от 1 до 10 баллов в порядке возрастания значимости факторов учебного процесса.

Нетрудно видеть, что в 10-х классах по сравнению с 9-ми положительная оценка эффекта внедрения мультимедийных технологий повысилась на 60%, а в выпускных классах по сравнению с 10-ми классами – на 20%.

Мультимедийные технологии способствуют повышению широкого познавательного мотива и мотива самообразования (рис. 2). Это позволяет заключить, что современные технологии проведения учебного процесса формируют положительные качества личности обучаемых.

Одновременно происходит и заметное повышение качественных показателей учебного процесса, что можно наблюдать из рассмотрения рис. 3. Внедрение мультимедийных технологий в 9-х классах в 1-м полугодии привело к повышению средней оценки на 12, в 10-х – на 5,8, а в 11-х классах – на 19% по сравнению с тем же периодом в соответствующих параллелях до внедрения в учебный процесс этих современных технологий.

В конце учебного года относительное увеличение оценок характеризуется 15,9, 8,7 и 26,7%.

Подводя итог проведенным педагогическим исследованиям, можно заключить, что современные технологии обучения, базирующиеся на внедрении мультимедийных средств сообщения школьникам учебной информации, могут способствовать как формированию значимых мотивов учения, так и существенному повышению результативности дидактического процесса.

---

1. Мантуленко В.В. Электронные медиа в жизни современных школьников // Социальная педагогика в развитии/ Науч. ред Б.З. Вульф, – М.: Изд-во Института социально-педагогических проблем сельской школы, 2006. – Серия «Школа молодых исследователей». – Выпуск 5. с.39-44.

УДК 621.372

*Ершов А.С.*

### **Решение трехмерного уравнения Пуассона с учетом сложных граничных условий**

Для детального и полного анализа многих сложных систем и технических устройств требуется разработка трехмерных моделей. Однако сложность математического описания протекающих процессов, ограниченные возможности вычислительной техники часто вынуждают применять двумерные модели. В результате многие важные для теории и практики вопросы остаются за рамками компьютерного моделирования.

К таким приборам можно отнести и приборы магнетронного типа. Часто расчеты проводятся по моделям, использующим двумерное приближение, а по

третьей переменной все процессы считаются однородными. Действительно в приборах со скрещенными полями, электрические поля в основном направлены по двум координатам, а магнитное поле направлено по высоте прибора. В результате оказывается возможным моделировать все процессы в плоскости, перпендикулярной высоте прибора.

Однако, «краевые» эффекты электрических полей, неоднородность магнитного поля, отличающиеся высоты анодного блока и катода приводят к необходимости использовать трехмерные модели, особенно в задачах разработки и оптимизации этих приборов. В известных трехмерных моделях [1-3] при решении уравнения движения и расчете электростатических полей учитываются сложные граничные условия по всем трем измерениям. Однако при решении уравнения Пуассона [4-6] конструкция электродов упрощается: игнорируется разрезная структура анода, катодная ножка, состоящая из нескольких фрагментов, заменяется однородным по высоте цилиндром и т. д. Ясно, что для корректного трехмерного моделирования магнетронных приборов необходимо и уравнение Пуассона решать с учетом сложных граничных условий.

В работе [7] проанализированы различные методы решения двумерного уравнения Пуассона, и показано, что наиболее перспективным в компьютерном моделировании магнетронных приборов является метод Зейделя. Данным методом можно решать уравнение Пуассона для любых граничных условий, при этом метод имеет приемлемую точность и быстродействие. Этот подход можно использовать и в трехмерных моделях, где учет сложной структуры электродов более важен, чем в двумерных.

Рассмотрим алгоритм метода Зейделя для решения трехмерного уравнения Пуассона для области со сложными граничными условиями.

Трехмерное уравнение Пуассона имеет вид

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = -f(x, y, z). \quad (1)$$

В частности в моделях магнетронных приборов  $f(x, y, z) = \frac{\rho}{\epsilon_0}$  где

$\rho = \frac{dQ}{dydx dz}$  -плотность заряда,  $Q$  – заряд в рабочем пространстве.

Представим уравнение (1) в конечноразностной форме,

$$\frac{\Phi_{i-1,j,k} - 2\Phi_{i,j,k} + \Phi_{i+1,j,k}}{\Delta x^2} + \frac{\Phi_{i,j-1,k} - 2\Phi_{i,j,k} + \Phi_{i,j+1,k}}{\Delta y^2} + \frac{\Phi_{i,j,k-1} - 2\Phi_{i,j,k} + \Phi_{i,j,k+1}}{\Delta z^2} = -f_{i,j,k}, \quad (2)$$

где  $f_{i,j,k}$  - значение  $f(x,y,z)$  в узле пространственной сетки,  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  – шаг сетки,  $i=1..I$ ,  $j=1..J$ ,  $k=1..K$ ,  $I, J, K$  – размерность сетки.

Из формулы (2) видно, что значение потенциала в узле сетки определяется через значение правой части в узле и значения потенциалов в соседних узлах сетки.

$$\begin{aligned} \Phi_{i,j,k} = & \frac{\Delta y^2 \Delta z^2}{\alpha} (\Phi_{i-1,j,k} + \Phi_{i+1,j,k}) + \frac{\Delta x^2 \Delta z^2}{\alpha} (\Phi_{i,j-1,k} + \Phi_{i,j+1,k}) + \\ & + \frac{\Delta x^2 \Delta y^2}{\alpha} (\Phi_{i,j,k-1} + \Phi_{i,j,k+1}) + \frac{\Delta x^2 \Delta y^2 \Delta z^2}{\alpha} f_{i,j,k} \end{aligned} \quad , (3)$$

где  $\alpha = 2(\Delta y^2 \Delta z^2 + \Delta x^2 \Delta z^2 + \Delta x^2 \Delta y^2)$ .

Алгоритм метода Зейделя заключается в следующем:

1. Задание допустимой погрешности решения  $\delta$ .
2. Задание начального приближения  $\Phi^{(0)}$ .
3. Нахождение следующего приближения к решению  $\hat{O}^{(n)}$  в соответствии с итерационной формулой

$$\begin{aligned} \Phi_{i,j,k}^{(n)} = & \frac{\Delta y^2 \Delta z^2}{\alpha} (\Phi_{i-1,j,k}^{(n)} + \Phi_{i+1,j,k}^{(n-1)}) + \frac{\Delta x^2 \Delta z^2}{\alpha} (\Phi_{i,j-1,k}^{(n)} + \Phi_{i,j+1,k}^{(n-1)}) + \\ & + \frac{\Delta x^2 \Delta y^2}{\alpha} (\Phi_{i,j,k-1}^{(n)} + \Phi_{i,j,k+1}^{(n-1)}) + \frac{\Delta x^2 \Delta y^2 \Delta z^2}{\alpha} f_{i,j,k} \end{aligned} \quad (4)$$

4. Определение погрешности n-ого приближения  $\varepsilon$
5. Если выполняется неравенство  $\varepsilon < \delta$ , то найденное приближение к решению удовлетворяет заданной точности, итерационный процесс завершается выводом полученного результата. В противном случае осуществляется переход к пункту 3, и выполняется новая итерация.

В частности в моделях магнетронных приборов формула (4) примет вид:

$$\begin{aligned} \Phi_{i,j,k}^{(n)} = & \frac{\Delta y^2 \Delta z^2}{\alpha} (\Phi_{i-1,j,k}^{(n)} + \Phi_{i+1,j,k}^{(n-1)}) + \frac{\Delta x^2 \Delta z^2}{\alpha} (\Phi_{i,j-1,k}^{(n)} + \Phi_{i,j+1,k}^{(n-1)}) + \\ & + \frac{\Delta x^2 \Delta y^2}{\alpha} (\Phi_{i,j,k-1}^{(n)} + \Phi_{i,j,k+1}^{(n-1)}) + \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\alpha \varepsilon_0} q_{i,j,k} \end{aligned} \quad , \quad (5)$$

где  $q_{i,j,k}$  – значение заряда, «размазанного» по узлам пространственной сетки.

Необходимо отметить, что скорость сходимости итерационного процесса метода Зейделя зависит от начального приближения. В моделях приборов М-типа расчет уравнения Пуассона происходит на каждом временном шаге. На каждом временном шаге происходит перемещение заряда на определенную величину. При этом сама форма пространственного заряда, состоящая из электронных спиц и втулки, практически не меняется. Поэтому, возможно принимать за начальное приближение значение потенциалов на предыдущем временном шаге со сдвигом по одной координате, равным величине перемещения зарядов, в результате чего увеличится скорость сходимости итерационного процесса.

Внедрение данного метода в трехмерную модель магнетронных приборов позволит проводить расчет характеристик этих приборов с учетом ре-

альной трехмерной геометрии катодной ножки, разрезного анода и торцевых экранов.

1. Писаренко В.М., Шадрин А.А. Численная трехмерная модель генератора М-типа. //Радиотехника. Респ. межвед. науч.-техн. сб. Изд. «Выща школа». Харьков.-1985.-Вып. 75.- стр. 71-78.
2. Галаган А.В. Цилиндрическая трехмерная модель генератора со скрещенными полями. //Радиотехника. Респ. межвед. науч.-техн. сб. Изд. «Выща школа». Харьков. - 1989. - Вып. 88. - С. 130 -135.
3. Байбурин В.Б., Терентьев А.А., Поваров А.Б., Гаврилов М.В., Трехмерные цилиндрические уравнения движения электронов в неоднородных скрещенных полях. //Радиотехника и электроника. 2000. - Т.45,№4. – С.492-498.
4. Шадрин А.А., Шеин А.Г. Модификация "сверхбыстрого" алгоритма решения уравнения Пуассона для трехмерных областей взаимодействия электронных приборов. //Радиотехника: Респ. межвед. науч.-техн. сб. Изд. «Выща школа». Харьков.- 1974.- Вып. 29.- С. 96-110.
5. Писаренко В. М., Шадрин А.А., Галаган А.В. Реализация алгоритма трехмерного решения уравнения Пуассона методом Хоккни. //Радиотехника. Респ. межвед. науч.-техн. сб. Изд. «Выща школа». Харьков. - 1989. - Вып. 89. - С. 88 - 92.
6. Байбурин В.Б., Терентьев А.А., Гаврилов М.В., Поваров А.Б. Расчет полей пространственного заряда при трехмерном моделировании приборов М-типа //Радиотехника и электроника. 2000. - Т.45, № 8. - С. 993-998.
7. Терентьев А.А., Ляшенко А.В., Ершов А.С. Расчет полей пространственного заряда при компьютерном моделировании приборов М-типа.// «Гетеромагнитная микроэлектроника». – 2009. Вып.6. С. 77-85

УДК 621.372

*Ершов А.С., Терентьев А.А.*

#### **МЕТОДИКА РАСЧЕТА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ (СТАИЧЕСКИХ, ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ, ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА) ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ МАГНЕТРОННЫХ ПРИБОРОВ**

Процессы, протекающие в магнетронах достаточно сложные для математического описания. В частности, большинство уравнений решаются только численными методами, путем замены дифференциальных операторов на разностные схемы. Это связано с тем, что электронно-волновое взаимодействие в скрещенных полях протекают в условиях ярко выраженных колебательных состояний пространственного заряда большой плотности, что необходимо учитывать в модели. Кроме того, для полного описания процессов необходимо добиваться получения самосогласованного состояния системы. Например, установления стационарного состояния электронного облака за счет ограничения эмиссии катода пространственным зарядом; установление баланса мощностей, при котором отдаваемая электронным потоком мощность равна выходной мощно-

сти плюс мощности потерь. Эти условия непосредственно в модель не заложены, а реализуются в случае корректного решения основных уравнений модели.

Сложность математического описания и ограничения вычислительной техники приводили к необходимости введения в моделях разного рода упрощений и приближений. Наиболее распространенным из них является приближение «гладкого анода». Наличие разрезной структуры в виде резонаторов на аноде учитывается только самим фактом, возможности возбуждения в приборе определенного вида колебаний. Однако при решении основных уравнений (движения, Лапласа, Пуассона и др.) наличие разрезной структуры игнорируются.

В некоторых моделях, например [1-3], учитывалась разрезная структура анода при решении уравнения движения и уравнения Лапласа. При этом решение уравнения Лапласа проводилось численно с использованием метода сеток. Однако возможен и другой более удобный метод решения уравнения Лапласа в пространстве взаимодействия магнетронных приборов.

Приближенный метод решения уравнения Лапласа заключается в представлении потенциала или напряженности поля в щели между резонаторами аппроксимирующей функцией. Так в [4,5] напряженности поля на уровне анода представлялись в виде ступенчатой функции (в [4] – применительно к радиальной составляющей поля, в [5] – к азимутальной). Однако, использование такой аппроксимации приводит к значительным погрешностям и ряду нефизических явлений, например, поверхность ламелей не совпадает с эквипотенциальной поверхностью.

В работе [6] приведены результаты численного расчета распределения потенциала в пространстве взаимодействия для большого набора геометрических размеров конструктивных параметров  $0 < \mu < 1$ ,  $1 < \alpha < 4$ , где  $\mu = h/l$ ,  $\alpha = 2d/l$ ,  $d = \ln(r_a/r_k)$ ,  $h$ ,  $l$  – угловые размеры щели и периода разрезной структуры,  $r_a$ ,  $r_k$  – радиусы анода и катода.

Анализ результатов численных расчетов электростатических полей, позволили подобрать функцию, описывающую изменение потенциала на уровне радиуса анода в щелях резонатора:

$$U(x) = U_a \left( 1 + k(\alpha, \mu) \frac{ch\left(\frac{2\pi(x/l - 1/2)}{\mu}\right) - ch(\pi)}{ch(\pi) - 1} \right), \quad (1)$$

где  $k(\alpha, \mu) = \frac{9\mu}{8(2\alpha + 1)}$ ,  $U_a$  – анодное напряжение.

Используя эту аппроксимацию можно провести решение уравнения Лапласа в пространстве между катодом и анодом.

Представляя функцию изменения потенциала на аноде в виде

$$\hat{O}_{\tilde{n}\tilde{d}}(x, d) = \begin{cases} U(x) & \frac{1-\mu}{2}l < x < \frac{1+\mu}{2}l \\ U_a & 0 < x < \frac{1-\mu}{2}l \vee \frac{1+\mu}{2}l < x < l \end{cases} \quad (2)$$

и учитывая условие периодичности по азимуту можно найти решение уравнения Лапласа:

$$\frac{\partial^2 \hat{O}_{\tilde{n}\tilde{d}}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \hat{O}_{\tilde{n}\tilde{d}}}{\partial y^2} = 0, \quad (3)$$

где  $x = \varphi$ ,  $y = \ln(r/r_k)$ ,  $\varphi$  и  $r$  – цилиндрические координаты.

Решение для потенциала и напряженностей полей имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \hat{O}_{\tilde{n}\tilde{d}}(x, y) = U_a \left( \left(1 + \frac{a_0}{2}\right) \frac{y}{d} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \frac{sh(\gamma_k y)}{sh(\gamma_k d)} \cos(\gamma_k x) \right) \\ E_y(x, y) = U_a \left( \left(1 + \frac{a_0}{2}\right) \frac{1}{d} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \gamma_k \frac{ch(\gamma_k y)}{sh(\gamma_k d)} \cos(\gamma_k x) \right), \\ E_x(x, y) = -U_a \sum_{k=1}^{\infty} a_k \gamma_k \frac{sh(\gamma_k y)}{sh(\gamma_k d)} \sin(\gamma_k x) \end{cases} \quad (4)$$

где

$$\begin{cases} a_k = k(\alpha, x) \frac{\mu}{\pi} \cdot \frac{2(-1)^k sh\pi \cos(\pi k x) - \pi ch\pi \sin(\pi k x) / \pi k \mu}{ch(\pi) - 1} \\ a_0 = k(\alpha, x) \frac{2\mu}{\pi} \cdot \frac{sh\pi - \pi ch\pi}{ch(\pi) - 1} \end{cases} \quad (5)$$

Результаты расчета по формуле (4) приведены на рис. 1, 2 в сравнении с численным расчетом. Из приведенных графиков видно, что полученные формулы с достаточной точностью описывают поля в рассматриваемом пространстве взаимодействия.

Использование данных формул в численном моделировании магнетронов показало, что результаты не отличаются от результатов модели, где использовалось численное решение уравнения Лапласа. Однако приведенные формулы более удобны и не усложняют в целом процесс расчета. Причем, значение высших членов ряда тоже можно протабулировать в узлах пространственной сетки.

Не менее важным в моделировании магнетронов, особенно работающих в миллиметровом диапазоне, является учет разрезной структуры при расчете ВЧ полей [2,3,7]. Однако вследствие громоздкости формул сами выражения в [2,3,7] не приведены.



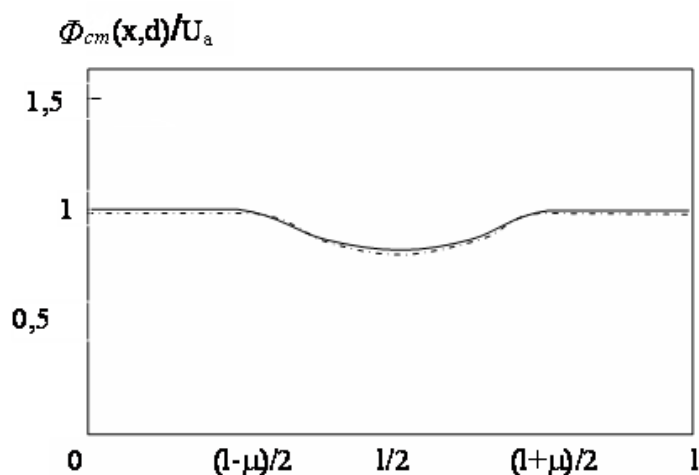


Рис. 1. Распределение электростатического потенциала на уровне анода, рассчитанное по формуле (4) (сплошная линия) и численным методом «сеток» (штрих - пунктир)

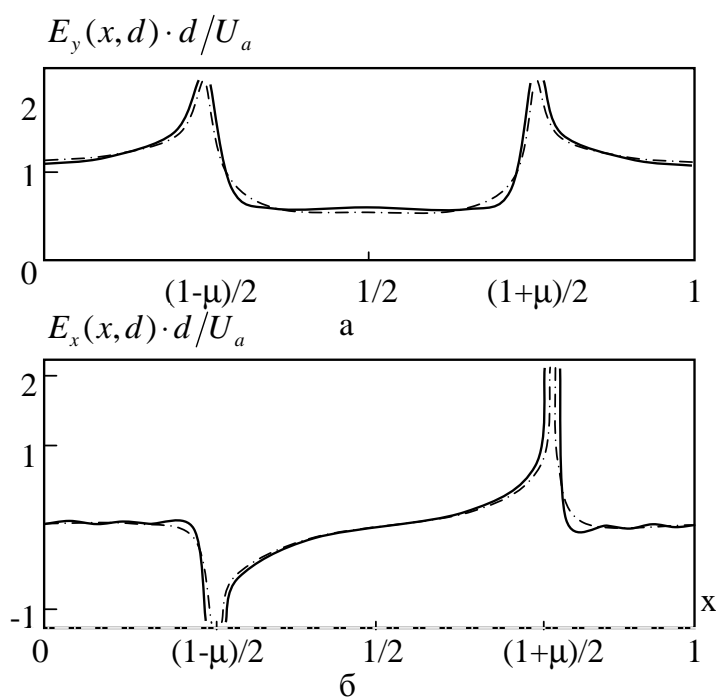


Рис. 2. Распределение радиальной (а) и азимутальной (б) составляющих электростатического поля на уровне анода, рассчитанного по формулам (4) (сплошная линия) и численным методом «сеток» (штрих - пунктир)

Дополнительный анализ полученных выражений волнового уравнения с учетом разрезной структуры позволил упростить выражение для ВЧ полей, и сделать их удобными для использования в компьютерных моделях магнетронов.

$$\hat{O}_{\hat{A} \times}(x, y, t) = 2 \sum_{-\infty}^{+\infty} U_m \frac{sh(y_m y)}{sh(y_m d)} \cos(y_m x) \cos(\omega t), \quad (6)$$

$$\text{где } U_m = (-1)^{\frac{|2m+1|-1}{2}} \cdot \frac{2U_s N^2}{\pi^2 \gamma_m^2 \mu} \sin\left(\frac{\pi \gamma_m \mu}{N}\right) \sin\left(\frac{\pi m}{N}\right), \quad (7)$$

$\gamma_m = |n + mN|$ ,  $n$  – номер вида колебаний,  $m=0, \mp 1, \mp 2 \dots$  – номер гармоники,  $N$  – количество резонаторов.

Таким образом, ВЧ потенциал представлен суммой гармоник: основная (с индексом  $m=0$ ), первая отличная от нуля или минус первая (с индексом  $m=-1$ ), вторая отличная от нуля или плюс первая (с индексом  $m=+1$ ) и т.д.

Следует отметить, что в работах [1-3,7] не учитывается влияние разрезной структуры на поля пространственного заряда. Дело в том, что решение уравнения Пуассона необходимо проводить на каждом временном шаге моделирования, так как конфигурация электронного облака постоянно меняется. Наиболее быстрый метод решения уравнения Пуассона [8], основанный на методе сеток и БПФ, не позволяет учесть сложные граничные условия (разрезную структуру анода).

Постоянно увеличивающиеся ресурсы вычислительной техники позволяют отказаться от приближения гладкого анода и при расчете полей пространственного заряда. Как показано в [9] наиболее приемлемым с точки зрения точности и быстродействия для магнетронных моделей, является метод последовательных приближений. Однако приведенные в [9] результаты относятся к квазиплоской конструкции, но аналогичное решение сожжет быть получено и для цилиндрической конструкции.

Двумерное уравнение Пуассона в цилиндрических координатах имеет вид

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \hat{O}_{i\zeta}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \hat{O}_{i\zeta}}{\partial \phi^2} = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (8)$$

с нулевыми граничными условиями на границе поверхностей электродов и условием замкнутости пространства по азимуту, где  $\rho = \frac{dQ}{hrdrd\phi}$  – плотность за-

ряда,  $Q$  – заряд в рабочем пространстве,  $h$  – высота прибора по оси  $Z$ .

Уравнение (8) в нормализованных координатах  $(x, y)$  приобретает вид

$$\frac{\partial^2 \hat{O}_{i\zeta}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \hat{O}_{i\zeta}}{\partial y^2} = -\frac{\rho'}{\epsilon_0}, \quad (9)$$

где  $\rho' = \frac{dQ}{hrdrd\phi} = \rho r^2$  – нормализованная плотность.

Представим уравнение Пуассона в конечноразностной форме:

$$\frac{\hat{O}_{i\zeta i+1,j} - 2\hat{O}_{i\zeta i,j} + \hat{O}_{i\zeta i-1,j}}{\Delta \tilde{\sigma}^2} + \frac{\hat{O}_{i\zeta i,j+1} - 2\hat{O}_{i\zeta i,j} + \hat{O}_{i\zeta i,j-1}}{\Delta y^2} = -\frac{q_{i,j}}{\epsilon_0 h \Delta x \Delta y}, \quad (11)$$

где  $q_{i,j}$  – заряд в узле пространственной сетки,  $\Delta x, \Delta y$  – шаг сетки,  $i=1..n, j=1..m, n, m$  – размерность сетки.

Суть метода последовательных приближений заключается в следующем. Задается начальное значение  $\hat{O}_{i\zeta i,j}^{(0)}$ , причем на каждом временном шаге моделирования в качестве начального значения выбирается значение потенциала  $\hat{O}_{i\zeta i,j}$ , полученного на предыдущем шаге. Далее находятся следующие приближения  $\hat{O}_{i\zeta i,j}^{(k)}$  в соответствии с итерационной формулой

$$\hat{O}_{i\zeta i,j}^k = \frac{\left( \Delta y^2 (\hat{O}_{i\zeta i+1,j}^{(k-1)} + \hat{O}_{i\zeta i-1,j}^{(k-1)}) + \Delta \tilde{\sigma}^2 (\hat{O}_{i\zeta i,j+1}^{(k-1)} + \hat{O}_{i\zeta i,j-1}^{(k-1)}) + \frac{\Delta x \Delta y q_{i,j}}{\epsilon_0 h} \right)}{2(\Delta \tilde{\sigma}^2 + \Delta y^2)}. \quad (12)$$

Итерационная процедура повторяется до тех пор, пока отличие  $\hat{O}_{i\zeta i,j}^{(k)}$  от  $\hat{O}_{i\zeta i,j}^{(k-1)}$  станет меньше заданной погрешности.

Таким образом, приведенные соотношения позволяют в моделях магнетронов полностью отказаться от приближения гладкого анода и учесть влияние разрезной структуры анодного блока на все виды электрических полей.

8. Терентьев А.А., Гурьев И.К. Влияние разрезной структуры анода на процессы в магнетронных приборах // В сб. «Физические основы радиоэлектроники и полупроводников». Сб. науч. ст. – Саратов, 2000.- С. 26-27.

9. Терентьев А.А., Гурьев И.К. Моделирование магнетронов с учетом разрезной структуры анода (при работе на гармониках разных видов колебаний) // В сб. «Прикладные исследования в радиофизике и электронике». Сб. науч. ст. - Саратов, 2001.- С. 15-17.

10. Терентьев А.А., Гурьев И.К. Исследования влияния ширины щели между ламелями на выходные характеристики магнетронов // В сб. «Моделирование в радиофизических устройствах». Сб. науч. ст. – Саратов, 2002. - С. 73-77.

11. Капица П.Л. Электроника больших мощностей. - М.: - Издательство АН СССР, 1962. - 196 с.

12. Бычков С.И. Вопросы теории и практического применения приборов магнетронного типа. - М.: Советское радио, 1967.- С. 34-37.

13. Рошаль А.С. О распределении электронно-статического потенциала в магнетроне. // Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ.- 1974.- Вып.3.- С. 109-111.

14. Гурьев И.К., Еремин В.П., Терентьев А.А. Анализ особенностей работы магнетронов на гармониках основного вида колебаний. // В сб. «Моделирование в радиофизических устройствах» Сб. науч. ст. - Саратов, 2003. - С. 29-33.

15. Хокни Р., Иствуд Дж. Численное моделирование методом крупных частиц. Пер. с англ. под ред. Сагдеева Р.З. и Шевченко В.И. - М.: Мир, 1987. - 640 с.

16. Терентьев А.А., Ляшенко А.В., Ершов А.С. Расчет полей пространственного заряда при компьютерном моделировании приборов М-типа. // «Гетеромагнитная микроэлектроника». – 2009. - Вып.6. - С. 77-85.

### **Об определении информационной емкости учебника физики**

Сегодня существует большое разнообразие учебников и учебных пособий по физике, основной целью которых является фактически обеспечение учащихся системой базовых знаний по курсу физики и формирование в их сознании естественно-научной картины мира. При этом отсутствуют подходы к определению количественных характеристик эффективности и полезности тех или иных учебных разработок. Очевидно, что таких характеристик существует две – информационная емкость учебника и степень усвоения учащимися материала, при изучении его по данному учебнику. Создание методики перевода качественных параметров учебника в количественные представляется весьма интересной и полезной с практической точки зрения задачей. Она позволит проводить сравнительный анализ существующих учебных пособий, а также формулировать рекомендации по созданию новых.

Определенные идеи по оценке влияния структуры и содержания материала на усвоение учащимися знаний были выдвинуты Нурминским И.И. и Гладышевой Н.К. [1]. Работ же в направлении методов определения информационной емкости учебника до настоящего момента не проводилось.

Под информационной емкостью учебника физики будем понимать выраженное в битах количество научной информации, содержащейся в данном учебнике. Учебник состоит из множества связанных между собой и в то же время в некоторой степени обособленных физических идей – законов, понятий, явлений. Каждая такая идея – это смысловой элемент. Именно он является тем носителем информации, который необходимо подвергнуть измерению. Смысловой элемент может быть выражен в одной из трех форм: текстовой, графической или алгебраической. Первая является подавляющей.

Как правило, существует не одна, а несколько текстовых формулировок смыслового элемента. Это могут быть строгое научное определение; один или несколько примеров, рассматриваемого явления, в описании которых обязательно содержатся формулировки смыслового элемента; текстовый фрагмент представляющий явление или процесс противоположный или обратный исходному; кроме того, для того же смыслового элемента могут присутствовать объяснительные рисунки или схемы и алгебраические формы выражения. При этом все эти формулировки несут одну и ту же информацию и отличаются только степенью её упрощения. Поэтому для расчета количества информации следует выбирать главную формулировку, представляющую данный смысловой элемент в наиболее полной и одновременно самой общей форме безотносительно к примерам и частным проявлениям.

Для определения информационной емкости текстовых формулировок можно применять классический метод расчета количества информации в сообщении, разработанный американскими учеными Хартли и Шенноном. Согласно этому методу информация – есть устраненная неопределенность, а 1 бит определяется как такое количество информации, которое уменьшает неопределенность знаний об объекте сообщения в два раза. Величина устраненной неопре-

деленности – это число вариантов исхода некоторой ситуации, которые существовали до получения сообщения и не существуют после. Этот метод возможно применять для определения информативности текстовых формулировок, так как каждая из них так или иначе уменьшает некоторую неопределенность знаний, умений или навыков учащихся. Формулировка смыслового элемента, как правило, имеет сложную структуру и устанавливает связи и отношения между несколькими физическими величинами или понятиями. Что затрудняет определение информационной емкости при рассмотрении формулировки как единого целого. Поэтому рассматриваемое сообщение смыслового элемента необходимо разбить на лексические группы – словосочетания, имеющие конечный смысл. Далее для каждой лексической группы составляется набор тех неопределенностей, которые она раскрывает. Если число таких неопределенностей  $N_k$ , то количество информации в  $k$ -ой лексической группе вычисляется по формуле Хартли:  $I_k = \log_2 N_k$ . А полное количество информации в формулировке есть сумма  $I = \sum_k I_k$ . В соответствии с этим покажем расчет количества информации в следующей формулировке (табл. 1): «*Механическая работа совершается, только когда на тело действует сила, и оно движется*» (Перышкин А.В. Физика. 7 кл.: учебник для общеобразовательных учреждений. – М.: Дрофа, 2002. – 192с.).

Таблица 1.

Лексические группы	Набор раскрываемых неопределенностей N	Кол-во информации I (бит)
<i>механическая работа совершается только когда</i>	-имеет место (совершается)	1
	-не совершается	
	-необходимое и достаточное условие (тогда и только тогда)	1
<i>на тело действует сила</i>	-необходимое (когда)	
	-действует сила	1
	-не действует	
<i>и</i>	-и	
	-или	1,585
	-исключающее или	
<i>оно движется</i>	-движется	1
	-не движется	
	итого	5,585 бит

Методика определения информационной емкости учебника пока во многом носит прецедентный характер, так как формулировка тех или иных ее положений зависит от успехов или неудач практического применения. Тем не менее, можно выделить ряд очевидных правил, по которым следует осуществлять оценочные расчеты. Первым из них, несомненно, является необходимость производить выделение наборов неопределенностей исключительно с позиции ученика. Действительно, цель – определение того количества научной информации, которое сообщает текст учебника среднему учащемуся соответствующего класса. С позиций иных категорий пользователей учебного пособия (педа-

гог; ученик, интересующийся физикой и изучающий её углубленно и с опережением; исследователь, производящий собственно расчет информационной емкости) учебник может нести меньше или вообще не нести никакой новой информации, так как содержание излагаемых в его тексте смысловых элементов уже им известно. Максимальное количество информации в смысловом элементе будет получать тот пользователь, который полностью понимает термины, используемые в его формулировке, но при этом связи, которые смысловой элемент устанавливает между различными понятиями, являются для него новыми. На основе этого собственно и построено изложение любого учебника, ориентированного на среднего учащегося.

Таблица 2.

Лексические группы	Набор раскрываемых неопределенностей N	Кол-во информации I (бит)
<i>изменяя</i>	-изменяя -не изменяя	1
<i>свое положение в пространстве тело</i>	-форма тела -объем тела -состояние вещества -температура -положение тела в пространстве	2,322
<i>переходя из одного места в другое</i>	Не вносит новой информации, т.к. является повтором предыдущей лексической группы	-
<i>движется</i>	-движется -не движется	1
<i>по некоторой линии</i>	-линия -фигура	1
<i>называют</i>	-называют (принимают) -является (есть)	1
<i>траекторией движения тела</i>	новый, впервые вводимый термин	1
	итога	7,322 бит

Реализация этого правила заключается в учете уровня знаний среднего ученика, который должен быть у него сформирован к моменту изучения смыслового элемента. Рассмотрим определение количества информации в формулировке: «*Изменяя свое положение в пространстве, переходя из одного места в другое, тело движется по некоторой линии, которую называют траекторией движения тела*» (табл. 2) (Перышкин А.В. Физика. 7 кл.: учебник для общеобразовательных учреждений. – М.: Дрофа, 2002. – 192с.). Лексическая группа «*свое положение в пространстве тело*» раскрывает следующий набор неопределенностей: форма тела, объем тела, состояние вещества, температура, положение тела в пространстве (N=5). Если бы эта лексическая группа встретила учащимся седьмого класса до того, как они изучили понятие агрегатного состояния вещества, соответствующая неопределенность не входила бы в набор (и N=4). В тоже время после изучения §15 «Скорость. Единицы скорости» учащимся станет известным ещё один параметр тела – скорость. Поэтому та же

лексическая группа «*положение тела*» будет раскрывать неопределенность  $N=6$ . То же относится и к употреблению в других фрагментах учебника лексических групп «*форма тела*», «*объем тела*», «*состояние вещества тела*», «*температура тела*» и «*скорость тела*» – количество информации, вносимое каждой из них, возрастет с 2,32 бит до 2,58 бит.

Отсюда можно сделать важный вывод. В процессе изучения материала информативность некоторых понятий (или лексических групп) может возрастать. Это происходит в том случае, если учащемуся предоставляются некоторые новые особенности понятия, неизвестные до того его свойства, расширяется круг родственных понятий. Фактически идея увеличения количества информации с ростом знаний – есть фундаментальный принцип познания природы: чем больше мы знаем о некотором объекте, тем больше мы сможем извлечь пользы из сообщения о его состоянии.

Набор неопределенностей, который раскрывается каждой лексической группой, вероятно, зависит ещё от нескольких факторов. В частности не следует эту лексическую группу считать обособленной от остальной части формулировки. Наоборот необходимо учитывать контекст, окружающие её подчиненные и управляющие лексические конструкции, так как они существенным образом могут менять смысл лексической группы, а значит и набор неопределенностей. Например, лексическая группа «*длина*» в различных текстовых фрагментах будет раскрывать различные наборы неопределенностей. В формулировке «*Сопротивление проводника прямо пропорционально его длине ( $N=2$ ) и обратно пропорционально его сечению*» набор неопределенностей указанной лексической группы: длина, площадь поперечного сечения. А во фрагменте «*При увеличении длины ( $N=3$ ) бруска вдвое, его объем также увеличивается вдвое*» – длина, ширина, высота. В формулировке «*Длина ( $N=2$ ) траектории, по которой движется тело в течение некоторого промежутка времени, называется путем*» число неопределенностей также равно двум, но они отличаются от первого набора и связаны с теми параметрами линии, которые известны учащимся к моменту изучения смыслового элемента: длина отрезка линии (траектории), характер линии.

Выделение смысловых элементов, разбиение их на лексические группы, и выявление наборов неопределенностей, раскрываемых каждой лексической группой, трудоемкий и не всегда однозначно определенный процесс. Тем не менее, представленные здесь правила, вероятно, могут и должны рассматриваться в качестве основы для расчетов.

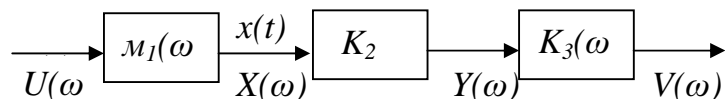
Методика определения информационной емкости учебника физики весьма перспективное направление. Достижение успехов в нем позволит осуществлять научный количественный подход к выбору эффективного учебника, а также производить адекватное планирование учебного процесса.

---

1. Нурминский И.И., Гладышева Н.К. Статистические закономерности формирования знаний и умений учащихся. –М.: Педагогика, 1991. – 224с.

## Характеристики квадратурной модели ЛБВ

Лампа бегущей волны (ЛБВ) является нелинейным усилителем СВЧ диапазона с явно выраженной амплитудно-фазовой конверсией и амплитудной нелинейностью. В [1] предложена и обоснована математическая модель ЛБВ в виде типового радиотехнического звена (ТРТЗ)<sup>1</sup>. ТРТЗ структурно состоит из последовательного соединения двух линейных инерционных частей разделенных одной нелинейной безынерционной частью.

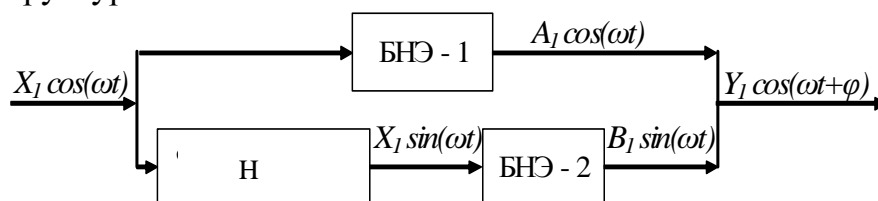


Предполагается также, что линейные элементы описываются комплексными коэффициентами передачи  $K_1(i\omega)$  и  $K_3(i\omega)$ , а безынерционный нелинейный элемент - характеристикой мгновенных значений  $y=f(x)$ , определяющей сигнал на выходе  $y(t)$  в момент времени  $t$  по величине входного сигнала  $x(t)$  в тот же момент времени. Относительно характеристики БНЭ можно предположить, что она удовлетворяет условиям разложения в ряд Тейлора и представима в виде степенного ряда:

$$y(t) = f(x(t)) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k(t)$$

Предложенная модель позволяет аналитически описать амплитудные нелинейности не только в одной точке частотного диапазона, но и во всей полосе работы ЛБВ, а также производить расчет комбинационных составляющих спектра выходного сигнала при многочастотном входном сигнале. Однако амплитудно-фазовая конверсия данной моделью не описывается.

В настоящее время существует много методов и способов описания этого специфического физического явления. Наиболее перспективным и удачным можно, по всей видимости, считать метод описания устройств с АФК, основанный на модели параллельно соединённых звеньев, содержащих безынерционные нелинейные элементы [2-4]. Таковой является квадратурная модель, представленная структурной схемой:



На данной схеме Н – блок, реализующий преобразование Гильберта:

$$\tilde{x}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau.$$

<sup>1</sup> В некоторых современных научных публикациях данная модель именуется моделью Винера-Гаммерштейна.



Преобразование Гильберта обладает такими свойствами, что все косинусные гармоники разложения сигнала  $x(t)$  в ряд Фурье превращаются в синусные гармоники, а синусные гармоники спектра сигнала превращаются в косинусные гармоники.

Пусть на нелинейный усилитель воздействует один гармонический сигнал  $X_1 \cos \omega t$ . Если нелинейный усилитель обладает амплитудно-фазовой конверсией, то первая гармоническая составляющая выходного спектра представится в виде  $Y_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ , где  $Y_1(X_1)$  и  $\varphi_1(X_1)$  являются функциями входной амплитуды  $X_1$ .

Гармоническая составляющая основной частоты запишется как

$$Y_1 \cos(\omega t + \varphi) = Y_1 \cos \varphi_1 \cos \omega t - Y_1 \sin \varphi_1 \sin \omega t = A_1 \cos \omega t + B_1 \sin \omega t,$$

где  $A_1 = Y_1 \cos \varphi_1$ ,  $B_1 = -Y_1 \sin \varphi_1$ .

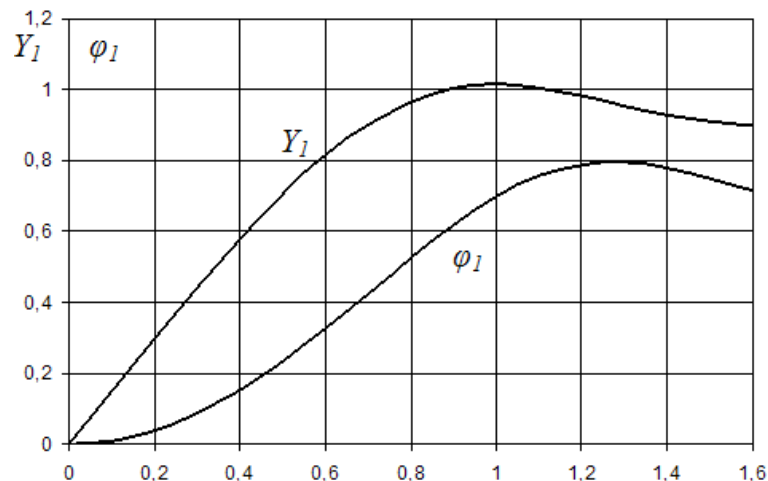
Отсюда следует, что  $Y_1^2(X_1) = A_1^2(X_1) + B_1^2(X_1)$ , где  $A_1(X_1), B_1(X_1)$  – амплитудные характеристики БНЭ - 1 и БНЭ - 2 соответственно.

Одна из задач, которую можно сформулировать, — это задача определения амплитудных характеристик синфазной и квадратурной ветвей, то есть амплитудных характеристик БНЭ - 1 и БНЭ - 2, по известным амплитудным и фазоамплитудным характеристикам исследуемой ЛБВ. Для решения данной задачи можно воспользоваться данными, приведенными в [ 5] на странице 38, где выходные амплитудная и фазоамплитудная характеристики задаются полиномами:

$$Y_1(X_1) = 1.506X_1 - 0.2803X_1^3 - 0.4769X_1^5 + 0.3454X_1^7 - 0.0869X_1^9 + 0.0076X_1^{11},$$

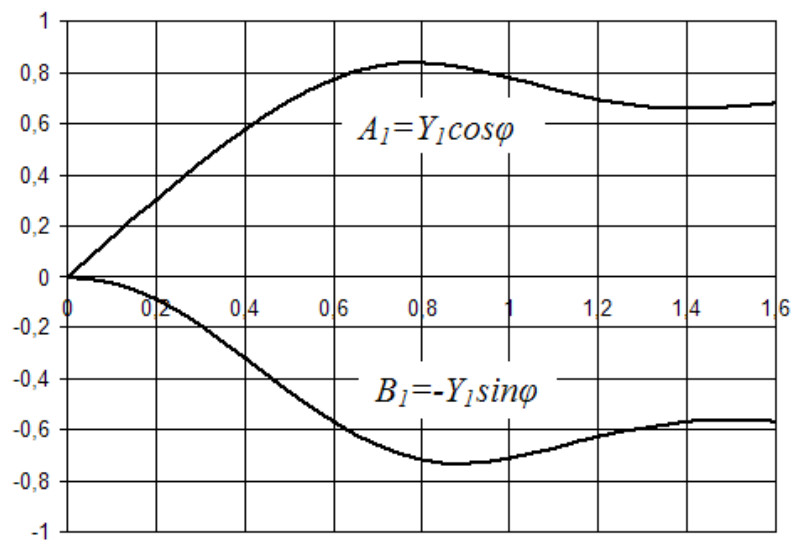
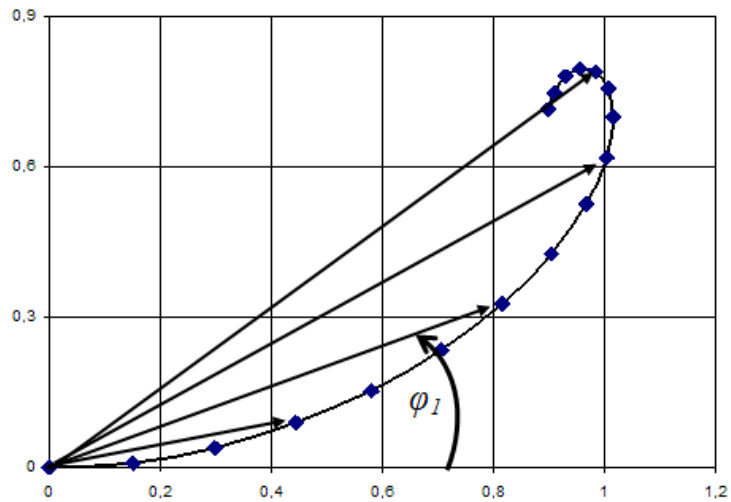
$$\varphi(X_1) = \arctg \frac{-0.0165 + 1.006X_1^2 - 0.34X_1^4 - 0.0696X_1^6 + 0.0508X_1^8 - 0.0064X_1^{10}}{1.007 - 0.0903X_1^2 - 0.4172X_1^4 + 0.369X_1^6 - 0.1076X_1^8 + 0.0105X_1^{10}}$$

Результаты расчетов по этим формулам приведены на данном графике:



По тем же самым данным можно построить график-годограф выходной амплитуды  $Y_1(X)$ , как вектора, имеющего фазу  $\varphi$  и длину  $|Y_1|$ .

Амплитудные характеристики для БНЭ - 1 и БНЭ - 2, как известно, определяются из формул  $A_1(X_1) = Y_1(X_1) \cos \varphi_1(X_1)$ ,  $B_1(X_1) = -Y_1(X_1) \sin \varphi_1(X_1)$ , и их также можно представить в виде графиков:



Приведенные графики дают наглядную картину изменения амплитудной и фазоамплитудной характеристик ЛБВ, а также представление об амплитудных характеристиках синфазного и квадратурного каналов квадратурной модели данной ЛБВ.

1. Железовский Б.Е., Козырев А.П. Метод ТРТЗ в электронике СВЧ. — Саратов: «Научная книга», 2004. — 125 с., ил.
2. Loyka S.L., Mosig J.R. New Behavioral-Level Simulation Technique for RF/Microwave signals / Int. J. RF and Microwave CAE. 2000. Vol. 10, No. 4. P. 221–237.
3. Hetrakul P., Taylor D.P. Nonlinear quadrature model for a travelling-wave-tube-type amplifier / Electronics letters, 1975.-№2.-С.50.
4. Сидоров В.М., Кудашов В.Н. Метод определения спектра в устройствах с амплитудно-фазовой конверсией / Радиотехника, 1976.-№1.-С.10-17.
5. Амплитудно-фазовая конверсия/ Под ред. Крылова Г.М.—М.: Связь, 1979.—256 с., ил.

### **Об одной возможности использования нейронных сетей в педагогике**

В большинстве технических, экономических и социальных системах возникают процессы, являющиеся результатом взаимодействия множества составляющих, что не позволяет строить адекватные математические модели исходя только из априорных знаний. Вместе с тем часто имеется потребность строить не модели явлений, а эволюционные модели изменений динамики конкретного процесса, являющегося наблюдаемым параметром сложной системы. Особый интерес представляют эволюционные модели, дающие качественные прогнозирующие значения моделируемого процесса [1].

В настоящее время идея применения искусственных нейронных сетей в современной вычислительной технике заняла прочное место в умах ее разработчиков. Нейронные сети применяются для решения задач искусственного интеллекта, в системах технических органов чувств и управления производственными процессами.

Сейчас известны модели таких психических функций, как восприятие и ассоциативная память, поэтому представляется естественным ожидать, что попытка применения функционирования головного мозга при моделировании сложных процессов, когда аналогом мозга выступает искусственная нейронная сеть, способная самоорганизоваться при изменении внешних факторов, к описанию сложных педагогических процессов окажется успешной.

Следует также отметить, что в учебный процесс последние годы активно внедряются высокоэффективные мультимедийные ресурсы, позволяющие обрабатывать и сочетать в себе текстовую, графическую, аудио и видеoinформацию, различные анимации и компьютерные модели. Однако какого бы то ни было анализа результатов такого внедрения, основанного на количественных оценках, в периодической печати не имеется, что значительно осложняет анализ влияния эффективности мультимедийных технологий. Поэтому представляется, что проведение анализа дидактического процесса с использованием метода нейронных сетей, основываясь именно на логистическом уравнении получения учащимися знаний, учитывающем эффект внедрения мультимедиа-ресурсов, также актуально и имеет как чисто теоретический интерес, так и большую практическую значимость.

#### **Структура искусственного нейрона**

Нейрон является составной частью нейронной сети. На рис. 1 показана его структура. Он состоит из элементов трех типов: умножителей (синапсов), сумматора и нелинейного преобразователя. Синапсы осуществляют связь между нейронами, умножают входной сигнал на число, характеризующее силу связи, (вес синапса). Сумматор выполняет сложение сигналов, поступающих по синап-

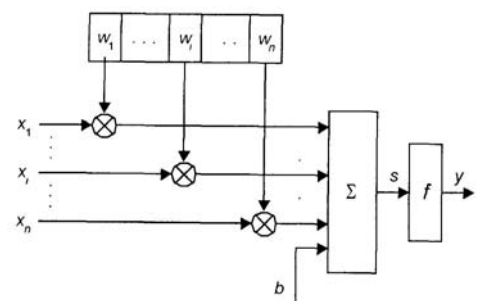


Рис. 1. Схема искусственного нейрона

тическим связям от других нейронов, и внешних входных сигналов. Нелинейный преобразователь реализует нелинейную функцию одного аргумента - выхода сумматора. Эта функция называется функцией активации или передаточной функцией нейрона [2]. Нейрон в целом реализует скалярную функцию векторного аргумента. Математическая модель нейрона:

$$S = \sum_{i=1}^n x_i w_i + b, \quad (1)$$

$$y = f(S), \quad (2)$$

где  $w_i$  - вес синапса,  $i=1..n$ ;  $b$  - значение смещения,  $S$  - результат суммирования;  $x_i$  - компонент входного вектора (входной сигнал),  $i=1..n$ ;  $n$  - число входов нейрона;  $f$  - нелинейное преобразование (функция активации).

В общем случае входной сигнал, весовые коэффициенты и смещение могут принимать действительные значения, а во многих практических задачах - лишь некоторые фиксированные значения. Выход ( $y$ ) определяется видом функции активации и может быть как действительным, так и целым.

Описанный вычислительный элемент можно считать упрощенной математической моделью биологических нейронов. На входной сигнал ( $s$ ) нелинейный преобразователь отвечает выходным сигналом  $f(s)$ , который представляет собой выход у нейрона.

Одной из наиболее распространенных является нелинейная функция активации с насыщением, так называемая логистическая функция или сигмоид (функция S-образного вида (Рис. 2):

$$f(s) = \frac{1}{1 + e^{-as}} \quad (3) [3]$$

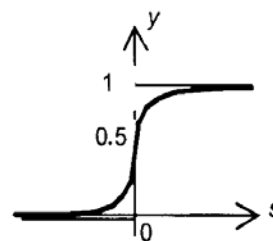


Рис. 2

### Практические исследования

В нашем исследовании для обучения нейронной сети использовалась выборка данных, полученная с помощью уравнения, выражающего зависимость полученных знаний от мотивации и использования мультимедийных средств обучения:

$$\frac{dZ}{dt} = \alpha M v - \frac{\gamma}{k} Z,$$

решением которого является уравнение:

$$Z(t) = \frac{\alpha v M k}{\gamma} \left( 1 - e^{-\frac{\gamma}{k} t} \right) + Z_0 e^{-\frac{\gamma}{k} t}, \text{ где}$$

$\gamma$  - степень забывания учебного материала; находится в интервале  $0.01 \leq \gamma \leq 0.19$

$K$  - уменьшение степени забывания, за счет использования мультимедиа технологий; находится в интервале  $1 \leq K \leq 2$

$\alpha$  - учет индивидуальных особенностей к обучаемости; находится в интервале  $0.5 \leq \alpha \leq 1$

$v$  - скорость получения учебной информации; находится в интервале  $2 \leq v \leq 5$

$M$  – коэффициент мотивации; находится в интервале  $1 \leq M \leq 2$

$\tau$  – время обучения

$Z_0$  – начальный уровень знаний; находится в интервале  $1 \leq Z_0 \leq 2$

Выходным параметром является  $Z$  – полученный уровень знаний.

Отличительной особенностью исследования является использование всех параметров ( $\gamma, K, \alpha, v, M, \tau, Z_0$ ) для получения обучающего множества. При  $0 \leq t \leq 8$  (процесс получения знаний) все параметры фиксировались в 4 значениях:

$\gamma - 0.01, 0.07, 0.13, 0.19$ ;  $K - 1, 1.33, 1.66, 2$ ;  $\alpha - 0.5, 0.66, 0.83, 1$ ;

$M - 1, 1.33, 1.66, 2$ ;  $v - 2, 3, 4, 5$ ;  $Z_0 - 1, 1.33, 1.66, 2$ ;  $t - 0, 2.66, 5.33, 8$ .

При  $8 \leq t \leq 14$  (процесс забывания знаний) использовались следующие значения параметров:

$\gamma - 0.01, 0.07, 0.13, 0.19$ ;  $K - 1, 1.33, 1.66, 2$ ;

$t - 8, 10, 12, 14$ ;  $Z_0 - 5, 30.12, 54.87, 80$ .

Для получения всех возможных вариаций параметров использовалась специальная программа. Изначально результирующая таблица обучающего множества выглядела следующим образом (для процесса получения знаний):

g	K	a	V	M	Zo	t	Zo
0.01	1	0.5	2	1	1	0	1
0.01	1	0.5	2	1	1	2.66	3.59
0.01	1	0.5	2	1	1	5.33	6.13
0.01	1	0.5	2	1	1	8	8.61
0.01	1	0.5	2	1	1.33	0	1.33
0.01	1	0.5	2	1	1.33	2.66	3.92
...							
0.19	2	1	5	2	1.66	5.33	42.82
0.19	2	1	5	2	1.66	8	56.81
0.19	2	1	5	2	2	0	2
0.19	2	1	5	2	2	2.66	25.05
0.19	2	1	5	2	2	5.33	43.02
0.19	2	1	5	2	2	8	56.97

Далее строки этого обучающего множества перераспределялись случайным образом.

Для получения тестового множества были использованы следующие значения параметров, не входящие в обучающее множество:

$\gamma - 0.037, 0.1, 0.163$ ;  $K - 1.15, 1.5, 1.85$ ;  $\alpha - 0.57, 0.75, 0.92$ ;

$M - 1, 1.33, 1.66, 2$ ;  $V - 2, 3, 4, 5$ ;  $Z_0 - 1, 1.33, 1.66, 2$ ;  $t - 1.2, 4, 6.8$

при  $0 \leq t \leq 8$  (процесс получения знаний), и

$\gamma - 0.037, 0.1, 0.163$ ;  $K - 1.15, 1.5, 1.85$ ;  $t - 9.5, 11, 12.5$ ;  $Z_0 - 23.75, 42.5, 61.25$  при  $8 \leq t \leq 14$  (процесс забывания знаний).

Наилучших результатов удалось добиться при следующей конфигурации сети:

Количество нейронов во входном слое – 16;

Количество нейронов в скрытых слоях соответственно – 8, 3, 2, 1

Функция активации – сигмоидальная логистическая

Параметр сигмоида  $\alpha = 0.5$

Скорость обучения – 0.2.

В результате обучения нейронной сети средняя ошибка на обучающем множестве составила 0.5%, а максимальная – 7%, на тестовом множестве 4.5% и 6.5% соответственно. Наглядное изображение результата обучения нейронной сети представлено на графиках.

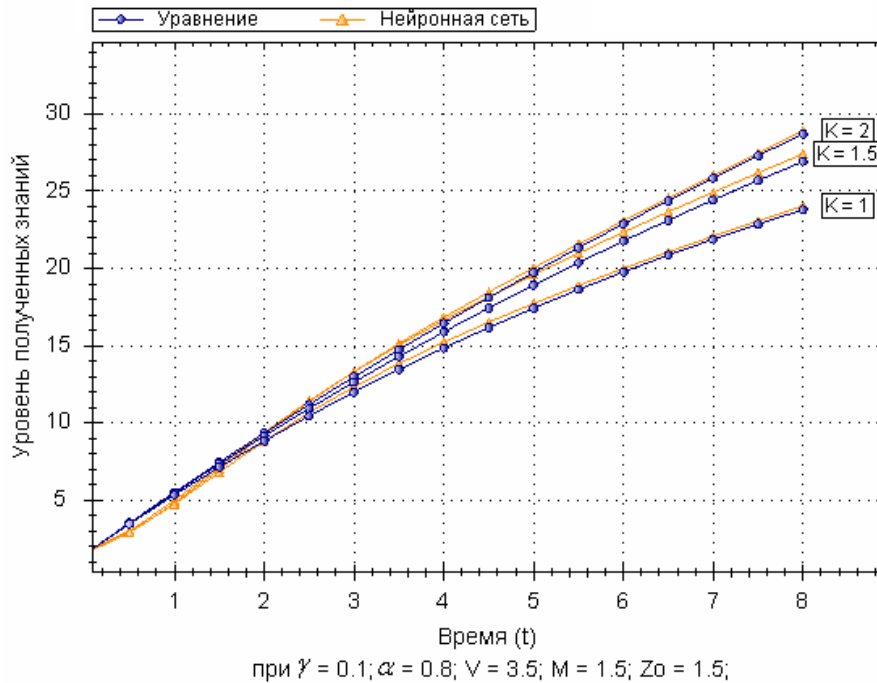


Рис. 3. Зависимость уровня полученных знаний  $Z_0$  от параметра мотивации ( $K$ )

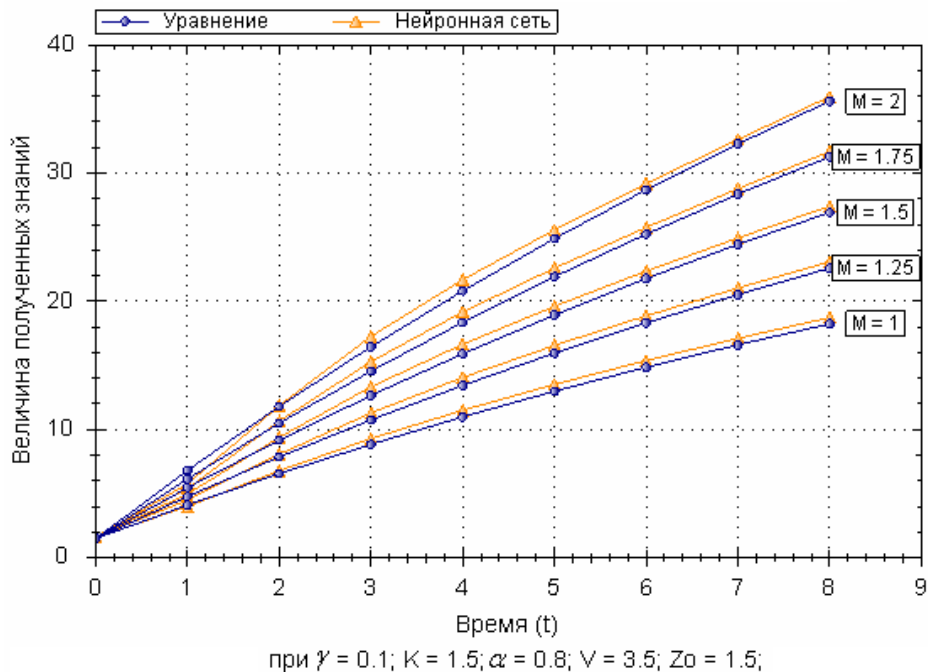


Рис. 4. Зависимость уровня полученных знаний  $Z_0$  от параметра мотивации ( $M$ )

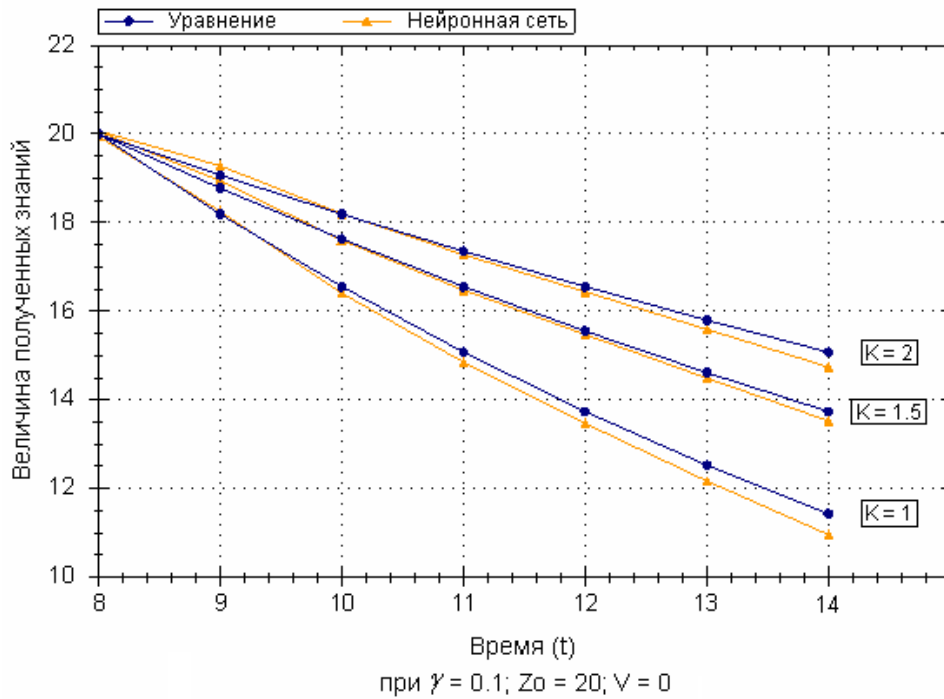


Рис. 5. Зависимость уровня знаний ( $Z$ ) от параметра  $K$

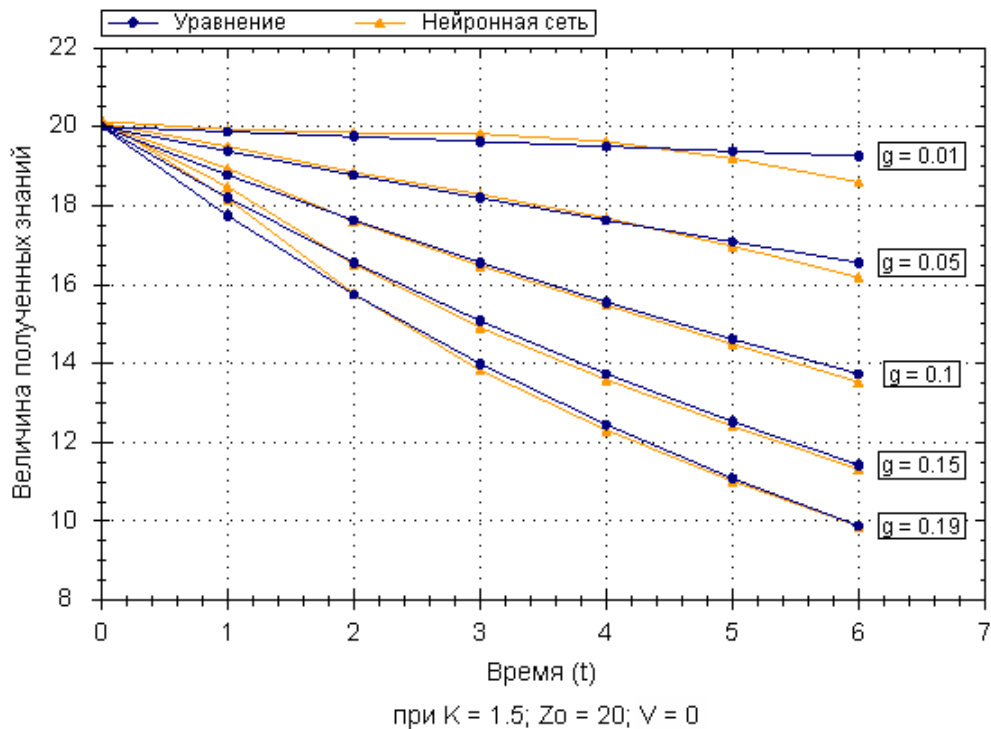


Рис. 6. Зависимость уровня знаний ( $Z$ ) от параметра  $\gamma$

Исходя из полученных результатов, можно сделать вывод о безусловности перспективности использования метода самоорганизующихся нейронных сетей для описания и прогнозирования результатов учебного процесса, а также для его оптимизации. Это дает возможность получить не только качественное, но и, что особенно важно, количественное описание результатов обучения при

выборе той или иной педагогической системы и реализующей ее целевую направленность педагогической технологии.

1. Круглое В.В., Борисов В. В. Искусственные нейронные сети. Теория и практика. - 2-е изд., стереотип. - М.: Горячая линия-Телеком, 2002. - 382 с: ил.
2. Хайкин, Саймон. Нейронные сети: Полный курс, 2-е издание. : Пер. с англ. — М.: Издательский дом "Вильямс", 2006. — 1104 с.: ил. — Парал. тит. англ.
3. Каллан, Роберт. Основные концепции нейронных сетей.: Пер. с англ. — М: Издательский дом "Вильямс", 2001.— Парал. тит. англ.

УДК 621.372

*Зяблов А.С.*

### **Моделирование магнетронных усилителей с учетом возбуждения паразитных видов колебаний**

В большинстве известных численных моделей магнетронных усилителей [1-5] предполагается идеальное согласование выводов энергии прибора и других элементов ВЧ тракта. При таком подходе ВЧ-сигнал распространяется в приборе в одном направлении от входа к выходу и целиком поглощается нагрузкой. Однако на практике выполнить такое согласование в широком диапазоне частот не удастся, и часть мощности ВЧ-сигнала отражается от выхода и распространяется в обратном направлении.

В работах [6,7] изложена численная модель магнетронных усилителей, учитывающая процессы отражения ВЧ-сигнала от устройств ввода и вывода энергии. Моделирование этого процесса показало, что влиянием отраженного сигнала на работу прибора можно пренебречь в отличие от переотраженного сигнала (отраженного от выхода, потом от входа), который, складываясь с входным сигналом, оказывает на него существенное влияние. Для некоторых частот мощность переотраженного сигнала оказывается достаточной для поддержания режима усиления при отсутствии входного сигнала, то есть режима генерации. На практике такие автоколебания могут мешать усилению рабочего сигнала, ограничивая минимальный рабочий ток и ухудшая другие рабочие параметры (КПД, выходная мощность и др.).

В настоящей статье приводятся результаты моделирования УПВМ (усилителя прямой волны М-типа) сантиметрового диапазона. При этом моделировалось одновременно и усиление рабочего сигнала, и возбуждения паразитного автоколебания. Частота паразита была выбрана на 10 МГц меньше, чем рабочего сигнала, коэффициенты отражения от входа/выхода равными 0.5, коэффициент затухания при распространении отраженного сигнала от входа к выходу – 0.4.

В модели предусмотрено, что усиливаемый сигнал задается фиксированным уровнем мощности на входе. Для паразитного вида колебаний мощность определяется из условия самосогласования, при котором уровень сигнала на входе после усиления и отражения от выхода, обратного распространения и отражения от входа должен быть равен первоначальному уровню. Таким образом,



удается моделировать одновременное усиление рабочего сигнала и возбуждение паразитного вида колебаний.

Результаты моделирования усилителя показаны на рис. 1-3.

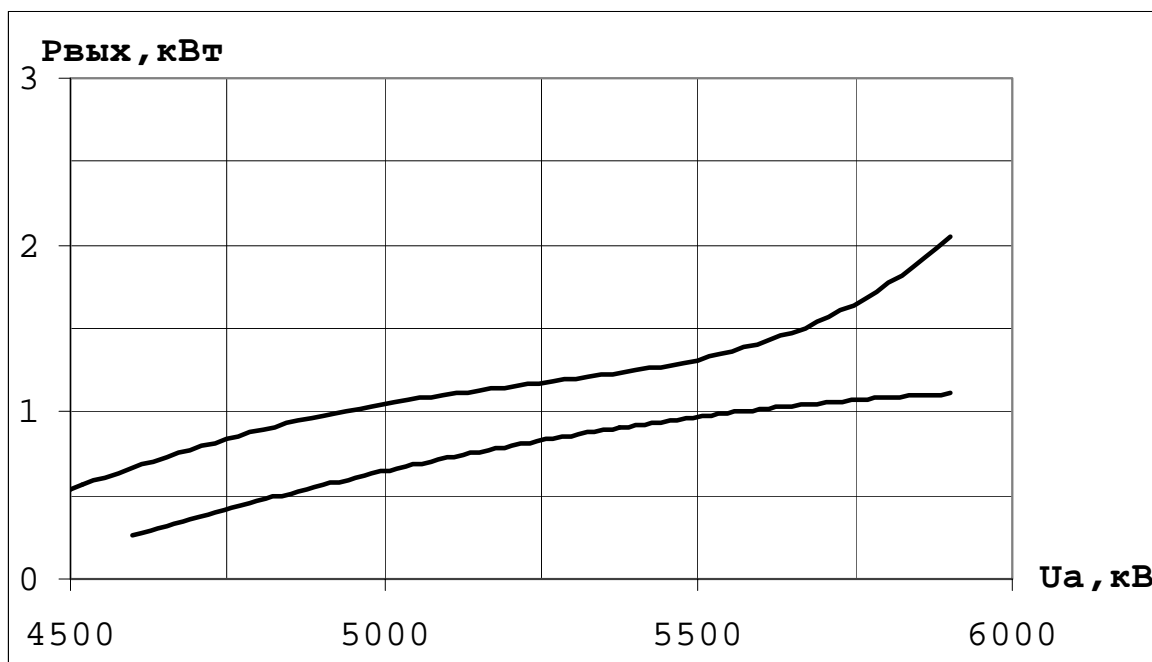


Рис. 1 Зависимость выходной мощности от анодного напряжения: без учета возбуждения паразитного вида колебаний (1) и с учетом (2).

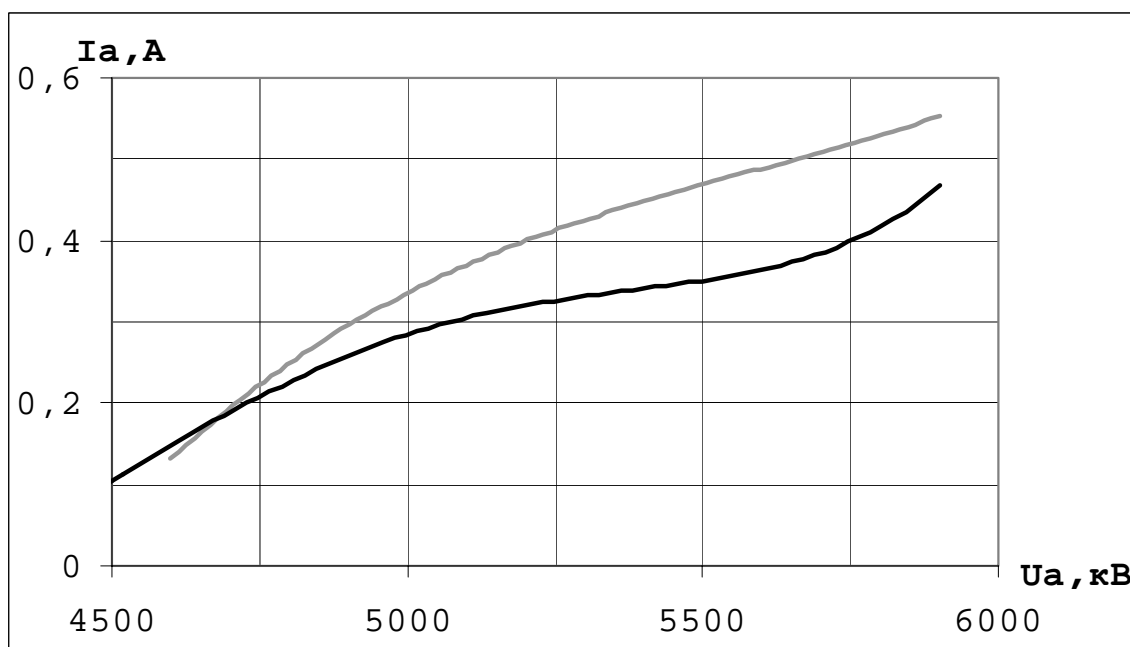


Рис. 2 Зависимость анодного тока от анодного напряжения: без учета возбуждения паразитного вида колебаний (1) и с учетом (2).

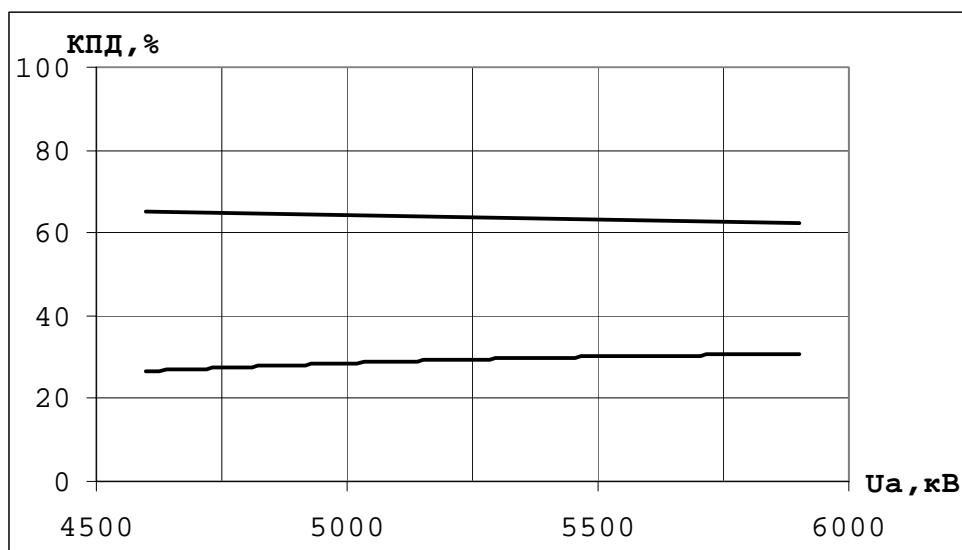


Рис. 3 Зависимость КПД от анодного напряжения: без учета возбуждения паразитного вида колебаний (1) и с учетом (2).

Из графиков видно, что наличие паразитного вида колебаний уменьшает выходную мощность и соответственно коэффициент усиления основного сигнала при фиксированном значении анодного напряжения; при этом увеличивается анодный ток. Особенно заметно влияние паразитного вида колебаний на КПД (так как часть мощности перераспределяется на паразит). Так, КПД падает с 60% до 30%.

Имеет смысл также проанализировать зависимость мощности паразитного вида колебаний на входе прибора от режима питания (рис. 4).

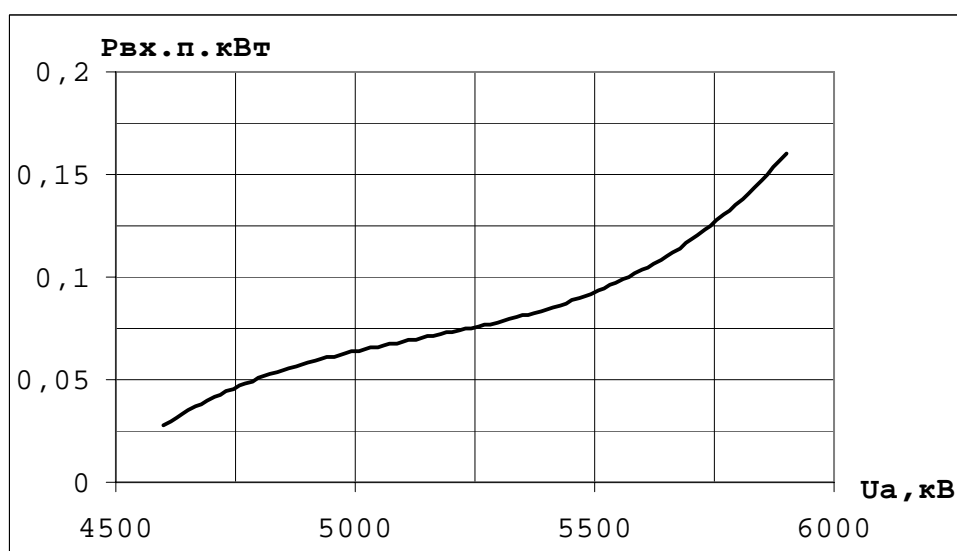


Рис. 4 Зависимость мощности паразитного вида колебаний на входе от анодного напряжения.

И соответствующую зависимость мощности паразитного вида колебаний на выходе (рис. 5). Расчеты проводились при входной мощности рабочего сигнала 0.16 кВт.

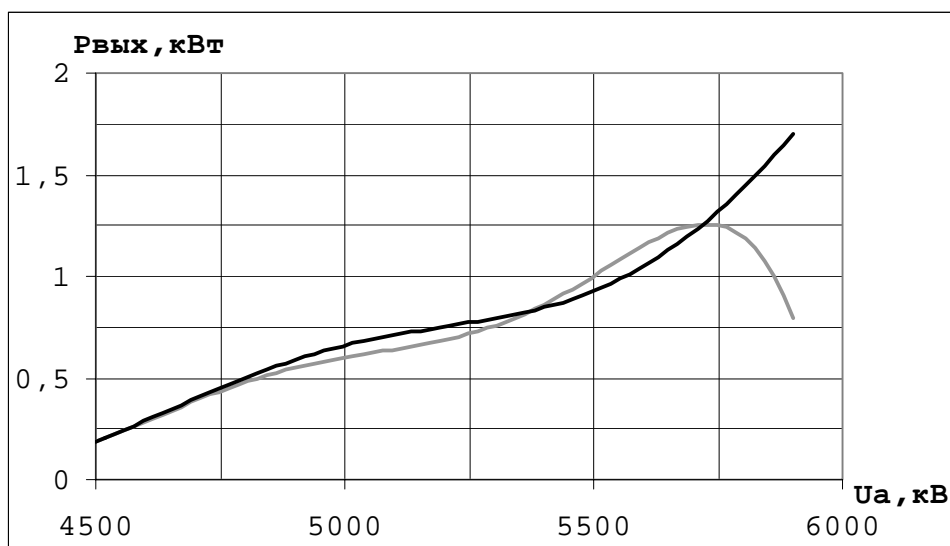


Рис. 5 Зависимость мощности паразитного вида колебаний на выходе (1) и выходной мощности рабочего вида (2) от анодного напряжения.

Мощность паразитного вида на входе во всем диапазоне рабочих напряжений меньше входной мощности рабочего сигнала, а мощность паразитного вида на выходе близка к выходной мощности рабочего сигнала. Из-за относительно небольшой разницы частот происходит не конкуренция видов колебаний, а их взаимодействие. Усиление паразитного сигнала частично происходит за счет рабочего.

Возможно, это связано с низких уровнях входного сигнала, при котором влияние входной мощности на выходную не столь значительно. Расчеты с увеличенным уровнем входной мощности до 4 кВт показали, выходная мощность рабочего сигнала начинает превалировать над мощностью паразитного вида на выходе. Однако сам эффект перераспределения мощности рабочего вида между самим сигналом и паразитным видом сохраняется. При этом также наблюдается негативное влияние паразитного вида на выходные характеристики рабочего сигнала.

Необходимо отметить, что ситуация принципиально отличается от процессов, которые наблюдаются при моделирование амплитрона [7] – прибора с аномальной отрицательной дисперсией. Там конкуренция между рабочим и паразитным видами приводила к подавлению либо рабочего вида, либо паразитного в зависимости от режима питания.

Таким образом, результаты моделирования показали, что для расчета характеристик магнетронных усилителей необходимо использовать многоволновые модели, в которых учитывается не только основной сигнал, но и возбуждение побочных видов колебаний, в частности, обусловленное многократным отражением от устройств ввода и вывода энергии.

1. Байбурин В.Б., Ширшин С.И., Еремин В.П. Цилиндрическая модель усилителя с распределенной эмиссией и замкнутым электронным потоком // Радиотехника и электроника. – 1984. – Т.29, № 3. – С. 508-515.

2. Терентьев А.А., Ильин Е. М., Байбурин В.Б. Многопериодная численная модель усилителей М-типа с распределенной эмиссией. //Изв. ВУЗов МВ и ССО СССР. Радиоэлектроника.- 1986.- Т. 29, № 10.- С. 72-79.

3. Терентьев А.А., Ильин Е. М., Байбурин В.Б. Численное моделирование многоволновых процессов в магнетронных усилителях. //Изв. ВУЗов МВ и ССО СССР. Радиоэлектроника.- 1987.- Т.30, № 10.- С. 63-65.

4. Терентьев А.А., Лазовская Б.Э. Программа расчета характеристик усилителей М-типа с распределенной эмиссией и замкнутым электронным потоком // Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ. – 1990. – Вып.8. – С. 63-64.

5. Терентьев А. А., Гурьев И. К. Компьютерное моделирование процессов в усилителях М-типа прямой и обратной волны // В сб.: «Физические основы радиоэлектроники и полупроводников». Межвуз. науч. сб. -Вып.3.-Саратов, СГУ, 2000.-С.28-29

6. Терентьев А.А., Леванде А.Б. Зяблов А.С. Моделирование процессов отражения от входного и выходного устройств в магнетронных усилителях //В сб.: «Моделирование процессов в радиофизических и оптических устройствах». Сб. науч. трудов.- Саратов, 2003.-С.34-38

7. Зяблов А.С., Леванде А.Б., Ляшенко А.В. Численная модель возбуждения в амплитроне резонансных паразитных колебаний // Прикладные исследования физических процессов и явлений. – Саратов: Научная книга, 2006. – С. 17-20.

*Ю.В. Каменский, В.Н. Николаенко*

### **К вопросу о минимизации погрешностей при компьютерном моделировании**

Любая экспериментальная величина всегда измеряется с определенной погрешностью. Естественно, что и в компьютерном эксперименте численное решение не может точно совпадать с «истинным» решением исходного дифференциального уравнения. В общем случае отклонение от точного решения обусловлено двумя причинами.

Во-первых, компьютеры не оперируют с вещественными числами, а представляют числа с некоторым конечным числом десятичных цифр, определяемым аппаратными средствами и программным обеспечением. Арифметические операции, оперирующие с вещественными числами, приводят к дополнительной погрешности, которую называют **погрешностью округления**. Например, если бы у нас был компьютер, оперирующий с вещественными числами, содержащими только две значащие цифры, то результатом умножения  $2,1 \cdot 3,2$  было бы число 6,7. Погрешность округления равна в этом случае 0,02. По определению **погрешность округления не должна превышать половины последней значащей цифры**. Важная особенность погрешностей округления заключается в том, что они накапливаются по мере роста объёма вычислений.

Ошибка округления особенно быстро накапливается при вычитании двух близких по величине больших чисел. Так, например, если вычесть из числа  $a=10000,09910$  число  $b=10000,09905$ , то получим  $c=0,00005$ . Погрешности округления чисел  $a$ ,  $b$  и  $c$  равны:  $\Delta a=0,00005$ ,  $\Delta b=0,00003$  и  $\Delta c=0,00003$ . Относи-

тельные погрешности округления в этих случаях имеют значения:  $\frac{\Delta a}{a} \cdot 100\%$  0,0000005%,  $\frac{\Delta b}{b} \cdot 100\%$  0,0000003% и  $\frac{\Delta c}{c} \cdot 100\%$  60%.

Аналогично быстро накапливается погрешность округления при делении небольшой величины на большую.

С не меньшими проблемами мы столкнемся, если алгоритм решения требует деления большой величины на очень малую. В этом случае, как и при очень большом накоплении погрешностей мы получаем **ошибки, приводящие к неустойчивости алгоритма**. Таким образом, мы должны выбирать такие алгоритмы, в которых ошибки их неустойчивости сводились бы к нулю, или были минимальными.

Другой источник погрешностей обусловлен выбором методов численного решения дифференциальных или интегральных уравнений. В некоторых книгах по численному анализу такая погрешность называется **погрешностью приближения**.

Оценка **точности методов численного решения дифференциальных уравнений** представляет серьезные трудности, поэтому ограничимся необходимыми общими соображениями.

Если разложить искомое решение  $y(x)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $x_l$  и положить затем в разложении  $x=x_{k+1}$ , то мы получим

$$y_{k+1} = y_k + y'_k h + \frac{1}{2!} y''(\xi) h^2, \quad (1.4.1)$$

где  $\xi$  - точка интервала  $(x_k, x_{k+1})$ . Сравнение этой формулы с формулой, определяющей метод Эйлера [1], показывает, что погрешность метода Эйлера возникает от отбрасывания члена вида  $\frac{1}{2!} y''(\xi) h^2$ . Этот член при малых  $h$  будет являться величиной порядка  $h^2$ . Следовательно, погрешность метода Эйлера есть величина порядка  $h^2$ .

Аналогично получим, что погрешность уточненного метода Эйлера есть величина уже порядка  $h^3$ . Из этих общих рассуждений становится ясно, почему обычный и уточненный методы Эйлера применяются, как правило, лишь для прикидочных расчетов.

Остальные численные методы имеют погрешности более высокого порядка. Не останавливаясь на выводах, укажем, что методы Милна и Рунге – Кутта имеют погрешность порядка  $h^5$ . При практическом применении численных методов решения дифференциальных уравнений обычно ограничиваются ориентировочными представлениями, среди которых основную роль играет сравнение приближений, полученных с различным шагом. Автоматический выбор шага для достижения нужной точности при машинных вычислениях требует в этом случае, по меньшей мере, двойной работы, поэтому особенно удобным является применение методов прогноза и коррекции (например, метода Милна), рассмотренных в [2] § 3.3.

Возможность оценить **точность результатов, полученных по формулам численного интегрирования**, имеет очень большое значение. Однако практический интерес представляют, конечно, случаи, когда точное значение интеграла остается неизвестным.

При использовании формул численного интегрирования заранее задается число частей  $n$  (число шагов), на которые разбивается участок интегрирования. Естественно возникает вопрос — какова точность полученного при этом приближения? Другой, тесно связанный с ним и наиболее практически важный вопрос — каким нужно выбрать шаг и число частей  $n$ , чтобы получить значение интеграла с погрешностью, не превосходящей заданного предела?

Вопросы эти весьма сложны, и дать на них ответ в общем виде не представляется возможным. Если же речь идет о функциях, заданных аналитическими выражениями, для которых можно получить и оценить старшие производные, то для оценки точности формул трапеций и парабол можно воспользоваться выражением соответствующих остаточных членов, равных разности между интегралом и его приближенным значением.

Остаточный член формулы трапеций имеет вид

$$R = -\frac{(b-a)^3}{12n^2} \cdot M_2 \quad (1.4.2)$$

Здесь  $(b - a)$  — длина участка интегрирования,  $n$  — число частей, на которые разбит участок, и  $M_2$  — наибольшее по абсолютной величине значение второй производной  $f''(x)$  на рассматриваемом участке (взятое, тем не менее, со своим знаком).

Проанализируем влияние всех входящих в эту формулу членов. Длина участка интегрирования входит в числитель формулы. Из этого следует, что чем больше участок, тем больше погрешность формулы трапеций, и, наоборот, при уменьшении участка интегрирования погрешность падает. Это обстоятельство вполне естественно. Столь же естественно и то, что число  $n$  частей разбиения входит в знаменатель: при увеличении  $n$  погрешность быстро падает.

Легко уяснить себе также зависимость погрешности формулы трапеций от величины второй производной. Прежде всего, если  $f'(x) \equiv 0$ , то формула трапеций дает точный результат, поскольку погрешность обращается в нуль. Но вторая производная обращается тождественно в нуль лишь для линейной функции. Для нее формула трапеций должна дать точный результат, поскольку она основана на замене произвольной функции линейной. Вторая производная характеризует кривизну графика функции, которая является мерой отклонения кривой от прямой линии. Поэтому ясно, что чем меньше вторая производная, тем меньше график функции  $f(x)$  отличается от прямой линии и тем меньшую погрешность мы будем получать при интегрировании по формуле трапеций, заменяя функцию линейной.

Так же просто объяснить и знак минус в формуле (1.4.2). В самом деле, если график функции на рассматриваемом участке является выпуклым вверх, то формула трапеций дает значение, меньшее истинного, и, значит, погрешность

этой формулы положительна. Вместе с тем, вторая производная в этом случае отрицательна. Наоборот, для функции с графиком, выпуклым вниз, вторая производная положительна и формула трапеций имеет отрицательную погрешность. Таким образом, знак погрешности в обоих случаях противоположен знаку второй производной.

Аналогичное выражение имеет место и для формулы Симпсона. Именно, остаточный член формулы парабол имеет вид

$$R = -\frac{(b-a)^5}{180n^4} M_4, \quad (1.4.3)$$

где, как и выше,  $(b-a)$  — длина участка интегрирования,  $n = 2m$  — общее число частей, на которые разбит участок, и  $M_4$  — наибольшее по абсолютной величине значение четвертой производной функции, которую мы интегрируем.

Итак, нами рассмотрены три вида погрешностей, свойственных технике компьютерного исчисления, это – **погрешности округления, погрешности неустойчивости алгоритма и погрешности приближения.** Однако эти виды погрешностей связаны только с методами получения экспериментальных данных в виде массивов чисел. Но массивы чисел зачастую не дают нам явных представлений об исследуемом физическом явлении. Для этого их надо преобразовать в графики, диаграммы, анимации, аналитические формулы и т.д., способствующие процессу познания.

Для обработки результатов эксперимента пользуются статистическими методами, обеспечивающими минимизацию перечисленных выше погрешностей. К таким методам относятся представления экспериментальных данных в виде разложений в степенные ряды, ряды Фурье и т.д.

В не меньшей степени способствует минимизации погрешностей также качество подготовки к компьютерному эксперименту дифференциальных уравнений, описывающих исследуемый физический процесс. Изложим подробнее методику подготовки дифференциального уравнения к разработке компьютерной модели.

Рассмотрим, к примеру, дифференциальное уравнение второго порядка, описывающее какой-либо реальный физический процесс

$$a \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + b \cdot \frac{\partial y}{\partial x} + c \cdot y = f(x, y) \quad (1.4.4)$$

В данном уравнении все параметры и переменные -  $a, b, c, x, y, f$  имеют размерность, которые компьютер не «понимает», так как работает только с числами. Поэтому первым шагом подготовки (1.4.4) для компьютера является приведение дифференциальных операторов и всех слагаемых данного уравнения к числовому виду. Для этого умножим и разделим  $x$  и  $y$ , на числа-константы  $y_0$  и  $x_0$ , имеющие размерности переменных. Величины этих чисел произвольны. Их выбор диктуется с одной стороны диапазоном области наблюдения физического процесса, а с другой – алгоритмом решения уравнения с минимальной погрешностью. После данной операции уравнение (1.4.4) примет вид

$$a \cdot \frac{\partial^2 (\frac{y}{x_0})}{\partial (\frac{x}{x_0})^2} \cdot (\frac{y_0}{x_0^2}) + b \cdot \frac{\partial (\frac{y}{x_0})}{\partial (\frac{x}{x_0})} \cdot (\frac{y_0}{x_0}) + c \cdot (\frac{y}{x_0}) \cdot (y_0) = f(x, y) = f.$$

Разделим его на  $a \frac{y_0}{x_0^2}$ , тогда получим выражение, все слагаемые которого вместе с дифференциальными операторами будут безразмерными

$$\frac{\partial^2 \acute{o}_{\dot{\cdot}}}{\partial \tilde{\delta}_{\dot{\cdot}}^2} + \frac{\partial \acute{o}_{\dot{\cdot}}}{\partial \tilde{\delta}_{\dot{\cdot}}} \cdot \pi_1 + \acute{o}_{\dot{\cdot}} \cdot \pi_2 = \pi_3, \quad (1.4.5)$$

где  $\acute{o}_{\dot{\cdot}} = \frac{y}{y_0}$ ,  $\tilde{\delta}_{\dot{\cdot}} = \frac{x}{x_0}$ , а также  $\pi_1 = \frac{bx_0}{a}$ ,  $\pi_2 = \frac{cx_0^2}{a}$  и  $\pi_3 = \frac{fx_0^2}{ay_0}$ .

В уравнении (1.4.5) переменные  $x_{\dot{\cdot}}$ ,  $y_{\dot{\cdot}}$  и критерии подобия  $\pi_1$ ,  $\pi_2$ ,  $\pi_3$  являются также постоянными числами и, следовательно, уравнение (1.4.5) полностью подготовлено к числовым методам решения (к компьютерному моделированию).

Характерной особенностью критериев подобия является то, что только за счет подбора размерностей параметров  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $f$  и величин чисел-констант  $x_0$ ,  $y_0$  мы можем, не изменяя характера уравнения (1.4.5), управлять процессом разработки устойчивого алгоритма его решения с целью получения минимальных погрешностей.

Кроме того, задавая область определения числовой переменной  $x_{\dot{\cdot}}^{\min} \leq x_{\dot{\cdot}} \leq x_{\dot{\cdot}}^{\max}$ , мы можем калибровать координатную сетку на построенных компьютером графиках зависимости  $y_{\dot{\cdot}} = f(x_{\dot{\cdot}}, y_{\dot{\cdot}})$ . Калибровочные уравнения имеют вид

$$\begin{aligned} x^{\max} &= x_{\dot{\cdot}}^{\max} \cdot x_0, \\ y^{\max} &= y_{\dot{\cdot}}^{\max} \cdot y_0. \end{aligned} \quad (1.4.6)$$

Формулы (1.4.5) и (1.4.6) следует использовать при разработке алгоритмов программ компьютерных моделей экспериментальной физики.

-----  
1. Р.С. Гутер, П.Т. Резниковский. Программирование и вычислительная математика. Выпуск 2. Изд-во «Наука». М. 1971.

2. Б.Е. Железовский, Ю.В.Каменский. В.Н.Николаенко. Технология компьютерного моделирования в экспериментальной физике. Часть 1. Компьютерное моделирование в механике. Изд-во «Научная книга». С. 2008.



## **Нарушения иммунного гомеостаза при рецидиве рака щитовидной железы**

*НУЗ «Дорожная клиническая больница на ст.Саратов-2» ОАО «РЖД»*

Одной из распространенных клинических проблем последних лет являются узловые образования щитовидной железы. Механизм образования узлов в щитовидной железе во многом еще не выяснен, хотя имеются несколько теорий, в основе которых лежит воздействие факторов, уменьшающих секреторную активность щитовидной железы (В.В. Воскобойников с соавт., 2001г). В большинстве случаев узловые образования являются доброкачественными, по данным ряда авторов, в 5-10% случаев узлового зоба диагностируется рак щитовидной железы (Т.В.Воронцов с соавт., 2003г). По данным (В.В. Старинского с соавт. 1995г), риск малигнизации диффузного токсического зоба составляет 2,5-8,4%, а при узловой его форме - 4,6-31,4%. При хроническом тиреоидите риск малигнизации равен 1,2-8,2%, а при узловой форме - 4,7-29,5%, при аденоме - 5,0-24,4%. Отмечено, что рост заболеваний щитовидной железы, а также ее ракового поражения, тем выше, чем больше радиоактивное загрязнение. (Эфендиев В.А., Иванов В.К., 1998г.) Это предопределяет необходимость поиска путей диагностирования рака на любой стадии развития болезни. Одним из эффективных путей решения проблемы является операбельный метод, хотя результаты хирургического лечения узловых образований по прежнему не удовлетворяют ни хирургов, ни эндокринологов, тем более, что рецидивы зоба после оперативного вмешательства составляют до 39% случаев.

Осложнения, возникающие у больных, перенесших оперативное лечение, в значительной мере предопределены объективными факторами, характером основного заболевания, особенностями клинической картины, затрудняющими диагностику и увеличивающими длительность послеоперационного периода, патологией, шоком, кровопотерей, состоянием иммунитета.

Хирургическая травма на фоне имеющейся патологии вызывает истощение наиболее слабых физиологических систем, что приводит к нарушению защитных механизмов и проявляется в нарушении иммунного гомеостаза. Существенно, что операбельное вмешательство в ряде случаев не гарантирует больного от излечения от рака щитовидной железы, поэтому необходимы поиски путей ранней диагностики этого заболевания в послеоперационном периоде. В этой связи представляется небезызвестным в этот период обратить внимание на уровень цитокинов, характеризующих иммунную систему организма, поскольку она является одной из самых динамичных систем организма, - иммунная система чутко и одна из первых реагирует на изменения в организме. Для выяснения возможности по уровню некоторых интерлейкинов в послеоперационный период определения рецидива рака были определены значения ИЛ-1, ИЛ-6 и ФНО (фактор некроза опухолей), сведенные в таблицу №1.

Всего обследовано 31 человек, из них 12 мужчин и 19 женщин. Возраст от 24 до 70 лет. Уровень интерлейкинов определяли в двух группах больных. Первая группа – 10 человек прооперированы по поводу рака щитовидной железы. Преобладала папиллярная форма- 70,8%. Вторая группа – 21 человек про-

оперированы по поводу узлового зоба. У всех больных имелись признаки гипотиреоза (слабость, апатия, нарушение памяти, прибавка в весе), повышение уровня тиреотропного гормона от 3,5 до 6,5 МЕ/л. Лечение в послеоперационном периоде тиреоидными препаратами проводилось в супрессивных дозах –от 2,2 до 2,5 мкг на 1 кг веса в день.

*Оценка лабораторных показателей.*

Тиреоидный статус оценивался по уровню тиреотропного гормона и свободного тироксина, определяемым иммуноферментным анализом. Интерлейкины определяли также иммуноферментным методом. Нетрудно отметить, что все показатели попадают в область допустимых значений: для ИЛ-1 и ИЛ-6 это 0-300пг/мл, а для ФНО-0-250пг/мл.

Таблица № 1. Уровни интерлейкинов и фактора некроза опухолей

№	Нозология	ИЛ-6 0-300пг/мл	ИЛ-1 0-300пг/мл	ФНО 0-250пг/мл.
1	Рак щитовидной железы	2,56±0,06	4,17±0,01	0,16±0,002
3.	Узловой зоб	4,44±0,04	3,96±0,03	1,30±0,001
4.	Всего:	7,00±0,05	8,13±0,03	1,46±0,002

Казалось бы, что полученные значения для уровней интерлейкинов находятся в норме и поэтому по ним невозможно определить больных с рецидивом рака.

Вместе с тем, представлялось интересным исследовать возможность выявления рецидива рака щитовидной железы даже при таких незначительных значениях.

Расчеты достоверности различий в ИЛ-1, ИЛ-6 и ФНО проводились для групп больных, в одну из которых входили больные с доброкачественными узловыми образованиями, а в другую – с раком щитовидной железы.

Предварительно рассчитываются средние значения показателей двух групп больных X и Y, по которым определяется параметр t [4] (при n<30):

$$t = \frac{X - Y}{s},$$

где s- средняя ошибка разности средних величин;

$$s = G \sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2}},$$

G-средний квадрат отклонений от среднего:

$$G = \sqrt{\frac{\sum (x_i - X)^2 + \sum (y_i - Y)^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

Ссопоставление ИЛ-6 двух групп больных дает  $t_1=1,42$ ; для ИЛ-1 дает  $t_2=0,1$ , а для ФНО  $t_3=1,98$ .

Проведенные расчеты для  $t_1$  и  $t_2$  оказываются ниже критических для любых уровней значимости.

Если уровень значимости  $\alpha=0,1$ , когда ошибка может быть допущена в 10 случаях из 100, критическое значение  $t_{кр}=1,77$ , то есть  $t_3 > t_{кр}$ , а следовательно, можно утверждать, что имеет место статистически значимая достоверность различий.

Сделанный вывод позволяет высказать вполне обоснованные утверждения, что по показаниям фактора некроза опухоли, являющимся мощным модификатором воспалительной и иммунной реакции, можно на ранней стадии послеоперационного периода выявлять больных с рецидивом рака.

---

1. Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Д.Д. Прикладная статистика: Исследование зависимостей. М.: Финансы и статистика, 1983г.

2. Воскобойников В.В., Ванушко В.Э., Артемова А.М. и др. Диагностика, тактика и хирургическое лечение больных с многоузловым эутиреоидным зобом // Проблемы эндокринологии. - 2001.- №1. - С. 5 -12.

3. Дедов И.И., Мельниченко Г.А., Фадеев В.В. Клинические рекомендации Российской ассоциации эндокринологов по диагностике и лечению узлового зоба // Проблемы эндокринологии - научно-практический журнал /Министерство здравоохранения и социального развития Российской Федерации, ГУ Эндокринологический научный центр РАМН. - 2005. - Том 51, N 5 . - С. 40-42.

4. Старинский В.В., Сотникова Е.П., Кашулина А.П. и др. Использование автоматизированного клиничко-лабораторного скрининга для выявления группы онкологического риска и ранних стадий онкологического процесса. Методические рекомендации, М., 1995, 11 с.

5. Эфендиев В.А., Иванов В.К., Матвиенко Е.Г., Втюрин Б.М. Особенности клинического течения предопухолевых заболеваний и злокачественных новообразований и обследование больных с указанной патологией на загрязненных радионуклидами территориях Калужской области. Российский онкологический журнал, 1998, 4: 38-42.8.

6. Bennedbaek F.N. Diagnosis and treatment of the solitary thyroid nodule: Results of a European survey / F.N. Bennedbaek, H. Perrid, L. Hegedus // Clin. Endocrinol. - 1999. – V.50. - №3. - P.357-363.

7. Fukunari N. PEI therapy for thyroid lesions / N. Fukunari // Biomedicine and Pharmacotherapy. – 2002. - vol. 56. (1001). - P.79-82.

*Е.И. Катеруша*

## **РОЛЬ ИММУНОЛОГИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ В ПРОГНОЗИРОВАНИИ РЕЦИДИВОВ РАКА ЩИТОВИДНОЙ ЖЕЛЕЗЫ**

Болезни щитовидной железы среди эндокринопатий по распространенности занимают абсолютно доминирующее место. Среди них заболевания аутоиммунного генеза, узловые формы, злокачественные опухоли, йоддефицитные состояния с различным клиническим исходом. Одной из распространенных форм являются узловые образования щитовидной железы. Диагностика и лечение рака щитовидной железы является одной из актуальных в клинической он-

кологии и эндокринологии. Механизм образования узлов в железе во многом еще не выяснен, хотя имеется теория, в основе которой лежит воздействие факторов, уменьшающих секреторную активность щитовидной железы (В.В. Воскобойников с соавт., 2001г). Заболеваемость раком щитовидной железы в Российской Федерации за период с 1997г по 2007г. возросла с 92,5 до 96,7 на 100.000 населения (Аксель Е.М, 2009г.)

По данным (В.В. Старинского с соавт. 1995г), риск малигнизации диффузного токсического зоба составляет 2,5-8,4%, а при узловой его форме - 4,6-31,4%. При хроническом тиреоидите риск малигнизации равен 1,2-8,2%, а при узловой форме - 4,7-29,5%, при аденоме - 5,0-24,4%. Отмечено, что рост заболеваний щитовидной железы, а также ее ракового поражения, тем выше, чем больше радиоактивное загрязнение. (Эфендиев В.А., Иванов В.К., 1998г.)

### **МОРФОЛОГИЧЕСКАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ ЗЛОКАЧЕСТВЕННЫХ ОПУХОЛЕЙ ЩИТОВИДНОЙ ЖЕЛЕЗЫ**

#### *I. Эпителиальные опухоли*

Фолликулярный рак

Папиллярный рак

Медуллярный рак

Недифференцированный рак:

а) веретенноклеточный

б) гигантоклеточный

в) мелкоклеточный

Плоскоклеточный (эпидермоидный) рак

#### *II. Неэпителиальные опухоли*

Фибросаркома

Прочие

#### *III. Смешанные опухоли*

Карциносаркома

Злокачественная гемангиоэндотелиома

Злокачественная лимфома

Тератома

#### *IV. Вторичные опухоли*

#### *V. Неклассифицируемые опухоли*

Большинство злокачественных опухолей щитовидной железы составляют эпителиальные опухоли. При этом в зависимости от морфологического строения и связанного с ним клинического течения выделяют три формы рака щитовидной железы. Наиболее часто встречаются высокодифференцированные папиллярные и фолликулярные раки. Для них характерны длительное развитие и медленное прогрессирование опухоли. Встречаются большие, у которых морфологически верифицированная опухоль существовала до операции 20 и более лет. Значительно реже встречаются низкодифференцированные формы, к которым относят недифференцированные и плоскоклеточные раки. Для этих опухолей характерно высокозлокачественное течение процесса с быстрым его прогресси-

рованием и прорастанием окружающих органов и тканей в первые месяцы от момента обнаружения опухоли. Промежуточное положение по клиническому течению и особое место по строению занимает медуллярный рак, происходящий из С-клеток. Среди этого, относительно редко встречающегося вида рака щитовидной железы в настоящее время выделяют sporadическую и наследственную формы. Для последней характерна высокая частота обнаружения аналогичного медуллярного рака у кровных родственников больного. Нельзя не отметить и высокую вероятность развития множественных эндокринных неоплазий при медуллярном раке. Наиболее часто отмечается сочетание этой опухоли с феохромоцитомой надпочечников (синдром Сиппла), гиперплазией и аденомами околощитовидных желез, множественными невриномами слизистых оболочек, марфанодным фенотипом (большие губы и язык, утолщение век, снижение слезоотделения и пр.) и ганглионевроматозом желудочно-кишечного тракта.

Из других злокачественных опухолей щитовидной железы в настоящее время относительно чаще встречаются злокачественные лимфомы. Другие неэпителиальные опухоли встречаются крайне редко, и в их течении не отмечено характерных особенностей отличающих их от аналогичных сарком других органов.

В этиологии РЩЖ основным является комплексное взаимодействие факторов внешней и внутренней среды, изучение которых позволяет определить направления профилактики. К настоящему времени уже сформировались принципы лечения. Определены параметры, влияющие на тактику. Главным и ведущим способом лечения является хирургический, хотя результаты оперативного лечения узловых образований не всегда удовлетворяют хирургов, эндокринологов. Рецидивы после оперативного вмешательства, по данным различных авторов составляют до 39% случаев. Хирургическая травма на фоне имеющейся патологии, вызывает истощение наиболее слабых физиологических систем, что приводит к нарушению защитных механизмов и проявляется в нарушении иммунного гомеостаза. Осложнения, возникающие у больных перенесших оперативное лечение, в значительной мере предопределены объективными факторами, характером основного заболевания, особенностями клинической картины, затрудняющими диагностику и увеличивающими длительность послеоперационного периода, патологией, шоком, кровопотерей, состоянием иммунитета.

Исследования А.Ф. Романчишена (1992) подтвердили дефицит Т-клеток у больных РЩЖ при всех стадиях процесса. Также было выявлено снижение в плазме крови IgG, IgA, IgM, а также третьей фракции комплемента. В работах зарубежных авторов (Narkar A. et al., 1986), исследовавших иммунологический статус у больных до и после операции по поводу РЩЖ, отмечено уменьшение количества розеток в большинстве наблюдений, а также снижение функциональной активности Т-лимфоцитов.

Как уже было сказано выше, в ряде случаев не гарантирует больного от рецидивов, поэтому актуальным остается поиск путей ранней их диагностики. Одним из вариантов, позволяющих как прогнозировать появление рецидива, так и предупреждение его развития, является контроль иммунного статуса пациента. В

частности, определение уровня цитокинов, характеризующих иммунную систему организма. Иммунная система с самых ранних этапов своего развития тесно связана с эндокринной. Гормоны оказывают либо стимулирующий, либо депрессивный эффект на иммунную систему. Гормоны влияют на пролиферацию иммунокомпетентных клеток, митоз, синтез белка, репликацию нуклеиновых кислот, экспрессию генов, изменения на клеточных мембранах. (Лебедев К.А., Понякина Н.Д., 1990г). В отсутствии тимуса отмечена повышенная активность щитовидной железы, дегенеративные изменения в половых железах. Щитовидная железа и тимус имеют общее эмбриональное происхождение. Повышение функции щитовидной железы сопровождается, как правило, увеличением количества лимфоцитов, удаление щитовидной железы вызывает дегенерацию лимфоидной ткани и уменьшение количества лейкоцитов. (Хаитов Р.М., Манько В.М., Алексеев Л.П., 1991г).

Опыты показали, что гормоны щитовидной железы способны стимулировать Т-лимфоциты. Имеет место заинтересованность лимфоидной ткани в нормальном функционировании щитовидной железы. Интерлейкины являются не только факторами, осуществляющими взаимодействие между клетками иммунной системы, но и клетками других органов и систем, в частности регулирующих нейрогормональные функции. Интерлейкины включаются во все этапы различных форм системного и локального иммунного ответа, в том числе и на опухолевые антигены. При развитии злокачественного процесса происходит дисбаланс в системе цитокинов с неоднозначной реализацией их биологических функций. ИЛ-1 (имеет две изоформы ИЛ-1бета и ИЛ-1альфа с неодинаковой ролью в иммунном ответе) участвует во всех процессах иммунологического ответа, в том числе способен замедлять рост опухоли, либо усиливать противоопухолевую иммунологическую защиту через активацию цитотоксических Т-лимфоцитов и естественных киллеров. Подобно ИЛ-1, ИЛ-6 обладает иммуномодулирующими свойствами, в том числе противоопухолевыми. ФНО индуцирует продукцию ИЛ-1, ИЛ-6 и обладает синергичным с ними действием.

#### ***Цель исследования:***

Установить информативность исследования цитокинов для прогнозирования рецидивов РЩЖ.

#### ***Материалы и методы***

Нами обследован 31 пациент с рецидивом рака щитовидной железы и узлового зоба, находящихся в Дорожной клинической больнице в период с 2007 по 2010 годы, из них было 12 мужчин (38,7%) и 19 женщин (61,3%). Средний возраст составил  $52,7 \pm 6,6$  года.

В зависимости от первоначального диагноза больные разделены на две группы: I – 10 человек оперированы по поводу РЩЖ, преобладала папиллярная форма 70,8%; II группу составили больные перенесшие операции по поводу узлового зоба – 21 человек. У всех больных имелись признаки гипотиреоза (слабость, апатия, нарушение памяти, прибавка в весе), уровень тиреотропного гормона при поступлении был повышен и колебался от 3,5 до 6,5 МЕ/л. Лечение в послеоперационном периоде проводилось тиреоидными препаратами в супрессивных дозах от 2,2 до 2,5 мкг/кг веса в день.

С целью уточнения диагноза больным проведены клинико-лабораторное, морфологическое и иммунологическое исследования. Иммунологическое исследование включало: определение тиреоидного статуса (ТТГ, Т3, Т4) – иммуноферментным методом; определение клеточного иммунитета (СД3<sup>+</sup>, СД4<sup>+</sup>, СД8<sup>+</sup>, СД20<sup>+</sup>) осуществлялись с использованием моноклональных антител в соответствии с методическими рекомендациями, разработанными Институтом иммунологии МЗ РФ, рассчитывался ИРИ (индекс регуляции иммунитета). Гуморальное звено иммунитета оценивали путем определения основных сывороточных иммуноглобулинов IgG, IgA, IgM методом радиальной диффузии в геле по Манчини с помощью моноспецифических сывороток против IgG, IgA, IgM.

Продукцию противовоспалительных интерлейкинов (ИЛ -1, ИЛ-6, ФНО) оценивали по их концентрации в супернатантах методом твердофазного иммуноферментного анализа с помощью диагностических тест-систем ЗАО «Вектор –Бест».

### **Результаты исследования**

Ведущее значение в противоопухолевой защите придается клеточному звену иммунитета, где ключевую роль играют Т - лимфоциты. Выраженные отклонения в показателях иммунного статуса наблюдались у 9 больных(39%), причем у 8 пациентов(80%) из I группы имевших рецидив рака щитовидной железы и выражались в снижении общего количества Т – лимфоцитов (СД3<sup>+</sup>) до 46,8<sup>+</sup> 1,3% в I группе и 54,3<sup>+</sup> 2,2% во второй группе, в дисбалансе основных субпопуляций Т – клеток (СД4<sup>+</sup>, СД8<sup>+</sup>), снижении ИРИ меньше 1,0 в I группе, изменений ИРИ во II группе не выявлено.

Иммуноглобулины основных классов колебались в пределах референтных значений, тенденция к снижению отмечалась также в первой группе, что особо отражалось на уровне IgG.

При исследовании уровня интерлейкинов (данные приведены в таблице) в сыворотке крови было установлено, что все показатели попадают в область допустимых значений (для ИЛ-1 и ИЛ-6 это 0-300пг/мл, а для ФНО-0-250пг/мл). Количество ИЛ-1 в обеих группах практически одинаково. Уровень ИЛ-6 в первой группе достоверно ниже, чем во второй, что связано с возможностью ИЛ-6 индуцировать регрессию опухоли на ранних этапах роста опухоли. ФНО стимулирует дифференцировку и пролиферацию Т-лимфоцитов, что отчетливо прослеживается в сочетании снижения ФНО со снижением уровня Т-лимфоцитов в первой группе (табл.1).

Расчеты достоверности различий в ИЛ-1, ИЛ-6 и ФНО проводились для групп больных, в одну из которых входили больные с доброкачественными узловыми образованиями, а в другую – с раком щитовидной железы.

Таблица 1. Уровни интерлейкинов и фактора некроза опухолей

№	Нозология	ИЛ-6 0-300пг/мл	ИЛ-1 0-300пг/мл	ФНО 0-250пг/мл.
1	Рак щитовидной железы	2,56±0,06	4,17±0,01	0,16±0,002
3.	Узловой зоб	4,44±0,04	3,96±0,03	1,30±0,001
4.	Всего:	7,00±0,05	8,13±0,03	1,46±0,002

Сопоставление ИЛ-6 двух групп больных дает  $t_1=1,42$ ; для ИЛ-1 дает  $t_2=0,1$ , а для ФНО  $t_3=1,98$ .

Проведенные расчеты для  $t_1$  и  $t_2$  оказываются ниже критических для любых уровней значимости.

Если уровень значимости  $\alpha=0,1$ , когда ошибка может быть допущена в 10 случаях из 100, критическое значение  $t_{кр}=1,77$ , то есть  $t_3 > t_{кр}$ , а, следовательно, можно утверждать, что имеет место статистически значимая достоверность различий.

Следовательно, проведенный анализ позволяет высказать вполне обоснованное утверждение, что по показаниям фактора некроза опухоли, являющимся мощным модификатором воспалительной и иммунной реакции, можно на ранней стадии послеоперационного периода, выявлять больных с рецидивом рака щитовидной железы.

---

1. Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Д.Д. Прикладная статистика: Исследование зависимостей. М.: Финансы и статистика, 1983г.

2. Воскобойников В.В., Ванушко В.Э., Артемова А.М. и др. Диагностика, тактика и хирургическое лечение больных с многоузловым эутиреоидным зобом // Проблемы эндокринологии. - 2001.- №1. - С. 5 -12.

3. Дедов И.И., Мельниченко Г.А., Фадеев В.В. Клинические рекомендации Российской ассоциации эндокринологов по диагностике и лечению узлового зоба// Проблемы эндокринологии - научно-практический журнал /Министерство здравоохранения и социального развития Российской Федерации, ГУ Эндокринологический научный центр РАМН. - 2005. - Том 51, N 5 . - С. 40-42.

4. Старинский В.В., Сотникова Е.П., Кашулина А.П. и др. Использование автоматизированного клиничко-лабораторного скрининга для выявления группы онкологического риска и ранних стадий онкологического процесса. Методические рекомендации, М., 1995, 11 с.

5. Паршин В.С., Терентьев Р.О., Цыб А.Ф. Роль эхографии в диагностике малого рака щитовидной железы (Т1) на дооперационном этапе. Российский онкологический журнал, 1998, 4: 35-38.

6. Романчишен А.Ф. Динамика в тактике, технике и результатах хирургического лечения основных заболеваний щитовидной железы за 25 лет // Материалы IV Всероссийского конгресса эндокринологов. – С-Пб., 2001. – С.366.

7. Бернет Ф. Клеточная иммунология. М.,1974.

8. Чиссов В.И., Старинский В.В. Состояние онкологической помощи населению России в 1999 году. М., "Ранко-пресс", 2000, 176 с.

9. Эфендиев В.А., Иванов В.К., Матвиенко Е.Г., Втюрин Б.М. Особенности клинического течения предопухолевых заболеваний и злокачественных новообразований и обследование больных с указанной патологией на загрязненных радионуклидами территориях Калужской области. Российский онкологический журнал, 1998, 4: 38-42.8.

10. Лебедев К.А., Понякина Н.Д. Иммунограмма в клинической практике. М.,1990. с13.



11. Хаитов Р.М., Манько В.М., Алексеев Л.П. Иммуногенетика и иммунологическая резистентность к инфекциям. Ташкент, 1991. с.44.
12. Bennedbaek 10F.N. Diagnosis and treatment of the solitary thyroid nodule: Results of a European survey / F.N. Bennedbaek, H. Perrid, L. Hegedus // Clin. Endocrinol. - 1999. – V.50. - №3. - P.357-363.
13. Fukunari N. PEI therapy for thyroid lesions / N. Fukunari // Biomedicine and Pharmacotherapy. – 2002. - vol. 56. (1001). - P.79-82.

*Н.Г. Недогреева, А.П. Евдокимова, Д.С. Лапинова, Д.Г. Тырсин*

**Пример использования программы «Живая физика»  
для формирования потребности в творческой деятельности**

Процесс преподавания курса физики средней школы постоянно изменяется в первую очередь не только путем обновления содержания учебного материала, а в большей степени за счет внедрения новых педагогических технологий, связанных с использованием компьютера на уроках. Невозможно определить, спрогнозировать ту сумму знаний, которая необходима сегодняшнему школьнику в его будущей жизни. Поэтому важнейшей задачей школы становится содействие формированию личности, проявляющей потребность в творческой деятельности, способной ориентироваться в потоке новой информации. За последние годы учителями создано значительное число интереснейших методических разработок по использованию компьютеров на уроках физики. В статье будет рассмотрена дидактические и методические возможности использования компьютерной программы «Живая физика»

«Живая физика» – русская версия одной из наиболее известных обучающих программ по физике Interactive Physics, разработанной американской фирмой MSC.Working Knowledge. Программа представляет собой компьютерную проектную среду, максимально приспособленную для использования в учебных целях. Современный вычислительный аппарат, средства анимации, многочисленные вспомогательные функции, делают «Живую физику» удобным и одновременно исключительно мощным инструментом изучения и преподавания физики в школах.

Ученик (или учитель) создает собственные модели физических явлений и проводит численный эксперимент с автоматическим отображением процесса в виде компьютерной анимации, графиков, таблиц, диаграмм, векторов. Interactive Physics («Живая физика») широко представлена на WEB-страницах университетов и школ разных стран мира. «Живая Физика» – это не электронный учебник, а проектная среда, предназначенная для создания моделей физических явлений и лучше всего ее использовать для проведения самостоятельных работ, чтобы ученик сам задавался вопросом: «А что будет, если ...?». Особо следует отметить, что данная компьютерная программа имеет сетевую версию, что дает возможность ее использования на уроках в качестве интерактивного физического эксперимента, исследовательской и лабораторной формы учебной деятельности, а также дома для выполнения индивидуальных творческих заданий.

В качестве примера рассмотрим использование программы для проведения творческой работы по теме: «Движение с постоянным ускорением свободного падения».

Учащимся предлагается следующий порядок выполнения работы:

1. Повторить теорию по учебнику Г.Я. Мякишева, Б.Б. Буховцева, Н.Н. Сотского «Физика» для 10 класса, параграф 16, с. 38-42.

2. С помощью справочного пособия «Живая физика» ознакомиться с обучающей компьютерной средой программы, с инструментарием программы, а так же со способами разработки и проведения экспериментов.

3. На основании заданной темы и программы «Живая физика» построить компьютерную модель, наглядно демонстрирующую заданное явление.

3. Дать полное описание по использованию данной модели.

4. Описание должно содержать следующие пункты:

- ✓ ответить на вопрос «Для чего предназначена ваша модель?»
- ✓ представить картинку (скриншот) своей модели;
- ✓ подробно описать суть установки (принцип её работы);
- ✓ описать какие функции позволяет выполнять данная модель;
- ✓ какие расчеты можно производить с ее помощью;

5. Ответить на вопрос: «В демонстрации, каких явлений и законов может еще применяться ваша модель?»

Далее приведем пример отчета по выполнению данной творческой работы. Заметим, что подобное задание может быть дано учащимся в рамках проектной деятельности, например, после изучения раздела «Механика» в 10 классе.

### Пример выполнения работы

**Теоретические замечания.** Если тело бросить под углом к горизонту, то в полете на него действуют сила тяжести и сила сопротивления воздуха. Если силой сопротивления пренебречь, то остается единственная сила – сила тяжести. Поэтому вследствие 2-го закона Ньютона тело движется с ускорением, равным ускорению свободного падения  $\vec{a} = \vec{g}$ ; проекции ускорения на координатные оси равны  $a_x = 0$ ,  $a_y = -g$ .

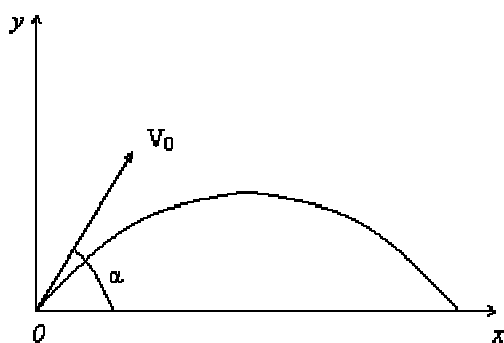


Рис. 1

Любое сложное движение материальной точки можно представить как наложение независимых движений вдоль координатных осей, причем в направлении разных осей вид движения может отличаться. В нашем случае движение летящего тела можно представить как наложение двух независимых движений: равномерного движения вдоль горизонтальной оси (оси X) и равноускоренного движения вдоль вертикальной оси (оси Y) (рис.1).

Проекции скорости тела, следовательно, изменяются со временем следующим образом:

$$v_x = v_{x0} = v_0 \cos \alpha,$$

$$v_y = v_{y0} - gt = v_0 \sin \alpha - gt,$$

где  $V_0$  – начальная скорость,  $\alpha$  – угол бросания.  
Координаты тела, следовательно, изменяются так:

$$x = x_0 + v_0 t \cos \alpha,$$

$$y = y_0 + v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2} g t^2.$$

При нашем выборе начала координат начальные координаты  $x_0 = y_0 = 0$  (рис. 1) Тогда

$$x = v_0 t \cos \alpha,$$

$$y = v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2} g t^2. \quad (1)$$

Проанализируем формулы (1). Определим время движения брошенного тела. Для этого положим координату  $y$  равной нулю, т.к. в момент приземления высота тела равна нулю. Отсюда получаем для времени полета:

$$t_0 = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}. \quad (2)$$

Второе значение времени, при котором высота равна нулю, равно нулю, что соответствует моменту бросания, т.е. это значение также имеет физический смысл.

Дальность полета получим из первой формулы (1). Дальность полета – это значение координаты  $x$  в конце полета, т.е. в момент времени, равный  $t_0$ . Подставляя значение (2) в первую формулу (1), получаем:

$$l = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}. \quad (3)$$

Из этой формулы видно, что наибольшая дальность полета достигается при значении угла бросания, равном 45 градусов.

Наибольшую высоту подъема брошенного тела можно получить из второй формулы (1). Для этого нужно подставить в эту формулу значение времени, равное половине времени полета (2), т.к. именно в средней точке траектории высота полета максимальна. Проводя вычисления, получаем

$$h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}. \quad (4)$$

Из уравнений (1) можно получить уравнение траектории тела, т.е. уравнение, связывающее координаты  $x$  и  $y$  тела во время движения. Для этого нужно из первого уравнения (1) выразить время:

$$t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$$

и подставить его во второе уравнение. Тогда получим:

$$y = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2$$

Это уравнение является уравнением траектории движения. Видно, что это уравнение параболы, расположенной ветвями вниз, о чем говорит знак «-» перед квадратичным слагаемым. Следует иметь в виду, что угол бросания  $\alpha$  и его функции – здесь просто константы, т.е. постоянные числа.

**Описание модели.** В компьютерной проектной среде «Живая физика» выполнена модель, предназначенная для изучения движения тела с постоянным ускорением свободного падения Рис. 2).

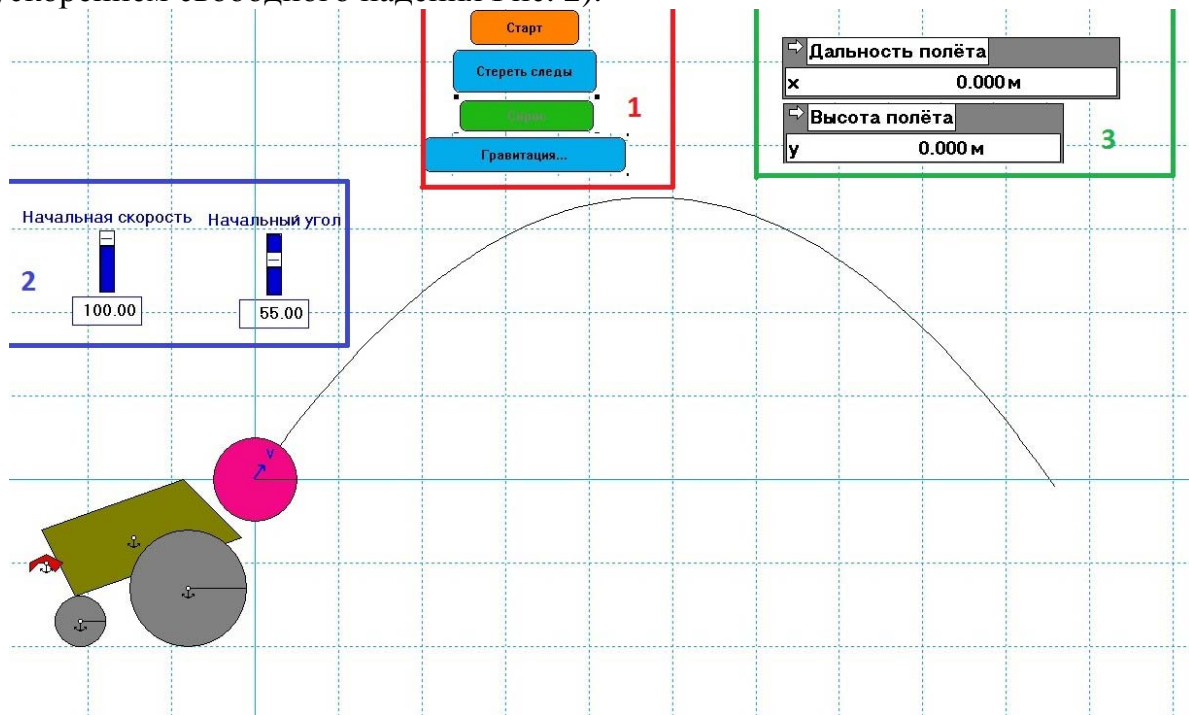


Рис. 2

В данной модели влияние сил сопротивления воздуха сведено к минимуму, кроме того, органы управления моделью позволяют менять начальные данные тела. Познакомимся с основными кнопками управления моделью:

1. кнопки «старт», «стереть следы», «сброс», «гравитация»;
2. регуляторы начальной скорости и направления;
3. показатели измерения дальности полёта и высоты полёта снаряда.

Работа модели осуществляется следующим образом: после нажатия кнопки старт, снаряд начинает двигаться под углом к горизонту, в это время будут меняться показатели дальности и высоты полёта. Снаряд завершит своё движение, когда его положение по оси ОУ примет значение нуля. Во время движения снаряда зарисовывается траектория движения. При повторном пуске снаряда, рисуется новая траектория движения, но старая также остаётся на месте. Данная возможность позволяет сравнить траектории движения, и сделать определённые выводы.

Что будет происходить с моделью, если менять значения ее составляющих параметров?

➤ Если изменить значение начальной скорости и направления, то снаряд изменит своё траекторию движения, а так же изменятся показатели дальности полёта и высоты полёта. Это происходит за счёт того, что движение тела брошенного под углом к горизонту зависит от начальных параметров скорости и угла. Что следует из уравнения движения тела:

$$y = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2$$

➤ Если нажать на кнопку «Гравитация», то можно изменить значение ускорения свободного падения в данной модели. Например, можно выбрать ускорение свободного падения Луны. При изменении параметра ускорения изменится также дальность и высота полёта, что следует из формул:

$$l = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}, \quad h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g},$$

где  $l, h$  – дальность и высота полёта соответственно.

Чем меньше ускорение свободного падения, тем больше будет значение дальности и высоты полёта снаряда.

Данная модель позволяет наглядно продемонстрировать движение тела брошенного под углом к горизонту, а так же показать зависимость траектории движения снаряда от начальной скорости, направления и ускорения свободного падения, может быть использована на уроке как наглядное подтверждение расчёта физических задач по теме: «движение тела с постоянным ускорением свободного падения».

Если создать кнопку для изменения массы снаряда, а также создать показатель скорости, который будет фиксировать скорость тела на максимальной высоте, то можно использовать модель для демонстрации и в качестве подтверждения закона сохранения энергии в механике:

$$E = E_p + E_k = \text{const} \quad \text{или} \quad \frac{mv^2}{2} + mgh = \text{const}.$$

Отчет о проделанной работе проходит в виде защиты проекта и сопровождается презентацией.

Таким образом, компьютерная программа «Живая физика» дает возможность учащимся представить изучаемый материал более наглядно, провести самому имитацию физического явления, рассмотреть устройство механизмов и приборов, исследовать зависимость параметров изучаемой системы, а учителю показать модели физических экспериментов, для которых в школе отсутствует оборудование.

В рамках проведения такой работы у учащихся повышается интерес к изучению физики, максимально используются психофизические и интеллектуальные ресурсы личности обучаемого, развивается творческий потенциал, расширяется кругозор, происходит связь теории и практики. Использование в современной школе новых передовых педагогических и информационных технологий – это не дань моде, а назревшая необходимость уже не только сегодняшнего, а вчерашнего дня.

Существует целесообразность и даже обязательность использования компьютерных моделей не только в классах с физико-математическим профилем обучения, где ученики увлечены физикой, занимаются ею на спецкурсах, факультативах, дома самостоятельно, но больше даже для школьников, выбравших гуманитарный профиль обучения. Для них вывод формул, решение задач, "игра" с формулами представляет собой "тёмный лес", полный неразрешимых загадок. Для этих учащихся открываются широкие возможности, ведь они могут быть не только наблюдателями, но, прежде всего творцами любой компьютерной модели. Придумывая задачу, затем создавая модель, учащиеся проверяют правильность своих задумок (гипотез) и их решения с помощью компьютерного эксперимента. Если над задачей (проблемой) работают 2-3 человека, то возникают деловые споры, царит атмосфера коллективного творчества, каждый отстаивает свою точку зрения, пытается предсказать результат.

Мы рассмотрели только один из многих вариантов использования компьютерной программы «Живая физика», который, на наш взгляд, наилучшим образом позволяет учителю формировать у учащихся потребность в творческой деятельности.

1. Железовский Б.Е., Недогреева Н.Г., Ступина С.Б. Компьютерные технологии в современном образовании. Саратов: изд-во «Научная книга», 2007. – 110 с.
2. Кавтрев А.Ф. Опыт использования компьютерных моделей на уроках физики в школе «Дипломат»: Сб. РГПУ им. А. И. Герцена «Физика в школе и вузе». – С-Пб.: Образование, 1998. – С. 102-105.
3. Кавтрев А.Ф. Компьютерные модели в школьном курсе физики // Компьютерные инструменты в образовании. – С-Пб., 1998. – №2. – С. 41-47.
4. Львовский М.Б., Львовская Г.Ф. Преподавание физики с использованием компьютеров // Информатика и образование. – М., 1999. – №5. – С. 49-54.
5. Львовская Г.Ф. Формы проведения уроков физики с компьютерной поддержкой. Задачи и особенности таких уроков // <http://gannalv.narod.ru/>
6. Львовская Г.Ф. Возможности исследовательской работы школьников в рамках компьютерного моделирования. В сборнике МКО "Научно-исследовательская деятельность учащихся". Отв. ред. Л.Е. Курнешова. Центр "Школьная книга", М., 2001. – С. 91-93.
7. Львовская Г.Ф. О преподавании механики с использованием программы «Живая физика» // <http://www.bitpro.ru/ito/1998-99/c/ljvovskaiy.html>
8. Недогреева Н.Г., Ступина С.Б. Проблемы и перспективы использования компьютерных дидактических материалов. В сб. Современные технологии обучения в школе и вузе. Саратов: изд-во «Научная книга», 2003. С.5-9.

***В.Н. Николаенко***

### **Движение проводящей частицы без заряда в электрическом поле.**

Задача определения характера движения незаряженных проводящих частиц в электрическом поле является очень важной для исследования многих физических явлений природы, однако, и одной из самых сложных в электростати-

ке. Рассчитать траекторию движения таких частиц с помощью наведенных зарядов практически невозможно. Наиболее перспективным для решения поставленной задачи представляется метод малых возмущающих тел, когда проводящую частицу можно считать ничтожно малой в исследуемом объеме. Рассмотрим решение конкретной задачи рис.1 с использованием данного метода.

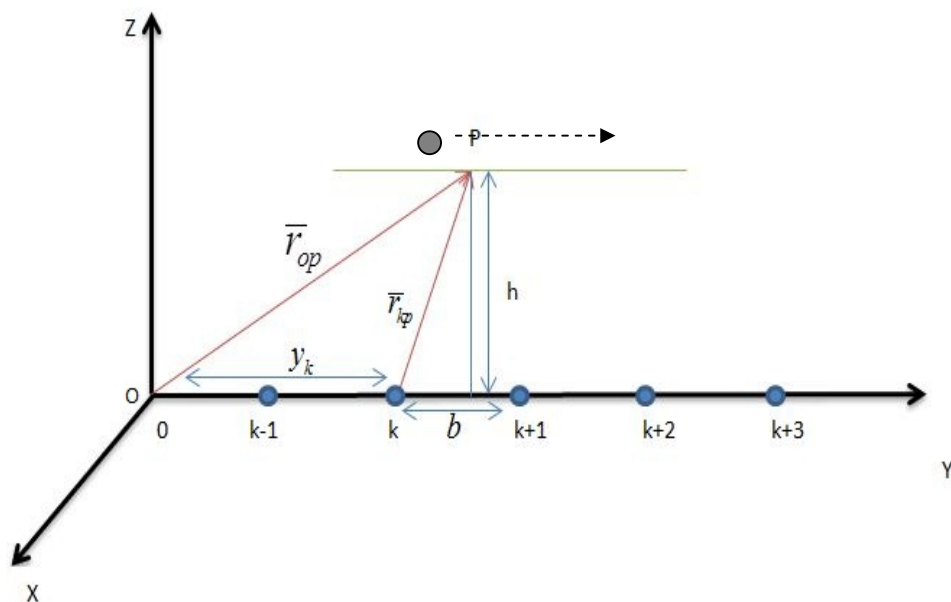


Рис.1. Движение нейтральной частицы вдоль системы зарядов  
 Движение проводящей частицы массы  $m$  без заряда (нейтральной частицы), влетевшей в электрическое поле со скоростью  $\vec{v}_0$  подчиняется второму закону Ньютона  $m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \vec{F}_g + \vec{F}_i$ , (1)

где  $\vec{F}_g = m\vec{g}$  и  $\vec{F}_i$  - пондеромоторная сила, действующая со стороны электрического поля на проводящую частицу. В работе [1] получено выражение для расчета проекции пондеромоторной силы на направление обобщенной координаты  $g$ , когда нейтральный проводник является малым возмущающим телом.

$$F_{i.g} \cong -\frac{1}{2} \epsilon_0 \cdot \frac{\partial \vec{E}_0^2}{\partial g} \cdot V_{i.i.}, \quad (2)$$

где  $\vec{E}_0(\varphi)$  – напряженность невозмущенного электрического поля в геометрическом центре «мысленного» нейтрального проводника,  $V_{н.п.}$  - объем проводящей частицы.

Проводящая частица массой  $m$  влетает со скоростью  $\vec{v}_0$  в область действия поля системы точечных зарядов  $q$ , расположенных по оси OY (рис.1).

Будем считать, что нейтральная частица движется в плоскости ZOY. Запишем уравнение (1) в координатном виде

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 y}{dt^2} &= \frac{1}{m} F_{i.\delta} \\ \frac{d^2 z}{dt^2} &= -g + \frac{1}{m} F_{i.z} \end{aligned} \right\}. \quad (3)$$

Пондеромоторные силы  $F_{n.y}$  и  $F_{n.z}$  в соответствии с (2) определяются выражениями

$$\left. \begin{aligned} F_{i.\delta} &\cong -\frac{1}{2} \varepsilon_0 \cdot \frac{\partial \vec{E}_o^2}{\partial y} \cdot V_{i.i.} \\ F_{i.z} &\cong -\frac{1}{2} \varepsilon_0 \cdot \frac{\partial \vec{E}_o^2}{\partial z} \cdot V_{i.i.} \end{aligned} \right\}. \quad (4)$$

Получим формулы для вычисления  $F_{n.y}$  и  $F_{n.z}$ . В них входит величина  $\vec{E}_o(P)$ . Определим её через потенциал  $\varphi_p$ .

В соответствии с принципом суперпозиции потенциал  $\varphi_p$  в точке P(о,y,z), являющейся мысленным геометрическим центром нейтрального проводника, равен сумме

$$\varphi_p = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{k=1}^n \frac{q}{|\vec{r}_{kp}|} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{k=1}^n \frac{q}{|\vec{r}_{op} - \vec{y}_k|}, \text{ где } \vec{r}_{op} = \vec{y}_k + \vec{r}_{kp}$$

Так как по условию задачи движение нейтрального тела происходит только в плоскости ZOY, то справедливы следующие определения

$$y_k = k \cdot b;$$

$$k = 1 \dots N;$$

$$\vec{r}_{op} = 0 \cdot \vec{i}_0 + y \cdot \vec{j}_0 + z \cdot \vec{k}_0;$$

$$\vec{y}_k = 0 \cdot \vec{i}_0 + k \cdot b \cdot \vec{j}_0 + 0 \cdot \vec{k}_0$$

$$|\vec{r}_{op} - \vec{y}_k| = \sqrt{(y - k \cdot b)^2 + z^2}$$

В соответствии с ними выражение для потенциала приобретает окончательный вид:

$$\varphi_p = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{k=1}^N \frac{q}{\sqrt{(y - k \cdot b)^2 + z^2}} \quad (5)$$

Координаты напряженности электростатического поля, квадрат вектора  $\vec{E}_o(P)$  и производные квадрата этого вектора по координатам, в связи с выражением (2.5.17), определяются следующим образом:



$$\left.
\begin{aligned}
E_y &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^N \frac{[y - k \cdot b]}{[(y - k \cdot b)^2 + z^2]^{\frac{3}{2}}} \\
E_z &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^N \frac{z}{[(y - k \cdot b)^2 + z^2]^{\frac{3}{2}}} \\
\vec{E}_0^2 &= E_y^2 + E_z^2 \\
\frac{\partial \vec{E}_0^2}{\partial y} &= 2 \left( E_y \frac{\partial E_y}{\partial y} + E_z \frac{\partial E_z}{\partial y} \right) \\
\frac{\partial \vec{E}_0^2}{\partial z} &= 2 \left( E_y \frac{\partial E_y}{\partial z} + E_z \frac{\partial E_z}{\partial z} \right) \\
\frac{\partial E_y}{\partial y} &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^N \frac{2(y - k \cdot b)^2 - z^2}{[(y - k \cdot b)^2 + z^2]^{\frac{5}{2}}} \\
\frac{\partial E_y}{\partial z} &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^N \frac{3z(y - k \cdot b)}{[(y - k \cdot b)^2 + z^2]^{\frac{5}{2}}} \\
\frac{\partial E_z}{\partial y} &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^N \frac{3z^2}{[(y - k \cdot b)^2 + z^2]^{\frac{5}{2}}} \\
\frac{\partial E_z}{\partial z} &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^N \frac{2z^2 - (y - k \cdot b)^2}{[(y - k \cdot b)^2 + z^2]^{\frac{5}{2}}}
\end{aligned}
\right\} \quad (6)$$

Соотношения (3), (4) и (6) позволяют осуществить расчет траектории движения проводящей частицы массой  $m$  и объемом  $V_{н.п.}$  в электрическом поле системы зарядов на рис.1.

1. Николаенко В.Н. К определению пондеромоторных сил, действующих на нейтральные проводники в электрическом поле. Сб. Прикладные исследования физических явлений и процессов. С. «Научная книга». 2006.

## **Роль персонального компьютера при изучении дисциплин естественнонаучного цикла в школе**

Развитие информатизации и прочное её закрепление во всех сферах деятельности, в том числе и в учебной, вызвано тем, что для человечества любая информатизация стала ресурсом научно-технического и социально-экономического развития мирового общества.

Компьютерно-ориентированные технологии (КОТ) представляют собой современные технологии обработки, сбора, хранения и передачи информации на основе использования персонального компьютера (ПК).

Действительно, ПК оказался чрезвычайно удобным помощником почти в любой деятельности, в том числе, и в учебной. Учащиеся, начиная осваивать ПК, довольно быстро убеждаются, что с помощью компьютера можно более продуктивно, чем без него, писать, рисовать, чертить, переписываться с друзьями, выполнять различные школьные задания и делать множество других дел. Для учителя набрать с помощью компьютера и распечатать на принтере задания для контрольных работ значительно быстрее и удобнее, чем писать их вручную. Один раз введённые в память компьютера, эти задания можно считать заново, причем в случае необходимости, содержание заданий легко откорректировать. Каждый ученик, имеющий доступ к Интернету, при грамотной организации работы, может найти нужный учебный материал по теме.

Персональный компьютер универсален, он является хорошей «контролирующей машиной» (электронные классные журналы). При работе с ПК в школе можно с успехом использовать все методические наработки программного обучения. ПК может заменить телевизор, кинопроектор, таблицы, плакаты, кодограммы, калькуляторы и многое другое.

Наличие в школе курса информатики создает возможность и необходимость установления его связей с дисциплинами естественнонаучного цикла, в частности, с физикой. С помощью ПК возможно комплексно подходить к изучению предметов естественнонаучного цикла, возможно увеличивать емкость знаний. ПК выступает как средство обучения. ПК и отдельные его элементы можно использовать в учебном процессе и как предмет изучения.

В качестве предмета изучения ПК используется в 2-х направлениях:

- В связи с изучением методов исследования в современном естественнонаучном знании,
- Физические принципы работы различных составляющих ПК, основанных на физических явлениях. К примеру, процессор ПК создан на базе полупроводниковых диодов, тиристоров, лазерный принтер может быть объектом демонстрации при изучении электризации тел и фотоэффекта и т.д.

Внедрение ПК в школьную практику, а вместе с ним и современных информационных технологий позволяет педагогам качественно изменить содержание, методы и организационные формы обучения.

Целью этих технологий в образовании является усиление интеллектуальных возможностей учащегося в информационном обществе, отвечающее лич-

ностно-ориентированной концепции системы образования.

В связи с этим основными задачами урока «информатики» является:

- современное развитие и совершенствование культуры использования ПК в учебных целях;
- совершенствование умений и навыков переводить текст из одной формы записи в другую;
- отработка навыков составления программы на языке программирования Turbo Pascal, ввода программы, запуска на исполнение, просмотра результата;
- формирование культуры программирования – единого стиля записи программы, т.е. записи программы, которая была бы понятна и удобна для чтения другим пользователям;
- повышение мотивации учащегося за счёт интеграции информатики с другими предметами.

Таким образом, включение СНИТ в учебный процесс изменяет роль средств обучения, используемых в процессе преподавания дисциплин естественнонаучного цикла, и оказывает огромное влияние на изменение самой учебной среды.

***Старухин П.Ю., Клинаев Ю.В., Монахова О.А.***

**Моделирование методом Монте-Карло задач теории переноса излучения через биологические многослойные среды с подвижными рассеивателями**

*Саратовский государственный технический университет*

В настоящее время одним из актуальных направлений биомедицинской оптики является разработка методов диагностики биологических объектов.

При разработке методов исследований биотканей учитываются существенные особенности объектов исследований: большинству биологических тканей (например, кожному покрову) свойственен высокий уровень рассеяния излучений, значительное поглощение и сложный характер строения [Приезжев А.В., Тучин В.В., 1989].

Так как физиологические и структурные изменения биологических объектов ведут к изменению оптических свойств рассеивающей среды, то изменение характеристик рассеянного излучения будет свидетельством изменения состояния биологического объекта, что и позволило на сегодняшний день создать ряд эффективных оптических методов диагностики.

В силу присутствия в живых тканях подвижных частиц биологических жидкостей, особое значение приобретают доплеровские методы исследования. Здесь выделяют оптическую когерентную доплеровскую томографию и доплеровскую когерентную спекл-интерферометрию, лазерная доплеровская флоуметрия, спекл-интерферометрия) [Riva Ch., 1972; de Mul, F. F. M., 1986; Ульянов С.С., 1999].

При разработке оптических методов диагностики, важное значение приобретает математическое моделирование физических процессов, протекающих

в объекте исследования, а именно: исследование распределения интенсивности излучения, рассеянного мутными средами, которое описывается в рамках теории переноса излучения (ТПИ) интегро–дифференциальным уравнением. Но получить аналитическое решение уравнения переноса излучения удастся в ограниченном ряде случаев (например, при малой кратности рассеяний или вдали от границ раздела сред).

Поэтому, для решения уравнения ТПИ с граничными условиями, соответствующими реальным биологическим объектам, приходится применять численные методы статистического моделирования, дающие приближенное решение задачи.

Одним из наиболее часто используемых методов численного решения уравнения ТПИ для сильно рассеивающих и поглощающих сред является метод статистического моделирования Монте–Карло [Соболь И.М., 1968; Ермаков С.М., 1974, 2009; Михайлов Г.А. 1987]. Методы Монте–Карло успешно применялись для задач переноса нейтронов [Спанье Дж., Гелбард З., 1972] и в задачах атмосферной оптики [Марчук Г.И., 1980].

В оптике биотканей, в числе первых, методы Монте–Карло были использованы М. Кейзер (M. Keijzer), С. Жак (S. Jacques), С. Пралл (S.A. Prah) в 1989г. В России данное научное направление получило развитие в работах И.В. Ярославского, И.В. Меглинского и др. Подробно изучено формирование распределения рассеянного излучения внутри рассеивающей среды и спектры отражения и рассеяния в видимом диапазоне частот.

Значительное преимущество использования метода Монте–Карло заключается в возможности наблюдения не только за распределением интенсивности рассеянного излучения, но и рядом производных функций, связанных с процессами рассеяния (например, поляризацией и частотой рассеянного излучения). Результаты Монте–Карло-моделирования уширения спектров рассеянного излучения вследствие эффекта Доплера для задач диагностики скорости потока жидкости приведены, например, в работах Ф. де Мул (de Mul F.F.M.), М. Кулинк (Koelink M.H.), Х. Джентинк (Jentink, H.W.), 1990.

Несмотря на эти значительные достижения, ряд важных, как в теоретическом, так и в практическом плане, задач, например использование доплеровских методов для целей медицинской томографии, остается недостаточно исследованным. Отчасти, это связано с технической невозможностью, до настоящего времени, получать достаточные по точности результаты моделирования переноса излучения для упомянутых объектов: методы Монте–Карло остаются традиционно эффективными, в то же время являются одновременно высокоресурсными в плане необходимого времени вычислений.

В связи с появлением эффективных и общедоступных реализаций многопоточных вычислительных систем, этот актуальный вопрос может стать разрешимым, если поставить задачу о параллелизации процесса моделирования методом Монте–Карло. Задача распараллеливания статистического моделирования транспорта фотонов была поставлена в работе Киркби и Дельпи в 1997г. [D.R. Kirkby, D.T. Delpy] для параллельного моделирования на 24 однопроцессорных компьютерах. Современные достижения технологии параллельных вы-

числений, особенно в области графических процессоров позволяют достичь одновременного выполнения нескольких тысяч потоков вычислений.

В настоящей работе предлагается математическая модель распространения излучения в многослойных биологических средах и алгоритмы решения задач ТПИ в рамках фотонного подхода к моделированию стационарного и не-

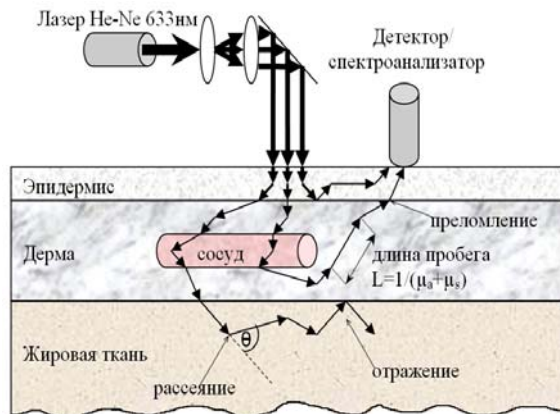


Рис. 1. Схема многослойной модели кожи и моделируемого эксперимента.

стационарного уравнений переноса излучения на основе метода статистического моделирования Монте-Карло, позволяющего учитывать чрезвычайно большие объёмы ( $\sim 10^{10}$ ) рассеиваемых пакетов фотонов.

На рис 1. представлена традиционная схема организации оптического зондирования объекта исследования – кожного покрова человека *in vivo*. Рассеивающая среда (в данной постановке задачи – кожа человека) облучается направленным пучком монохроматического излучения и от-

клик среды на исходное возмущение анализируется, с помощью комплекса детекторов рассеянного излучения.

Для математического описания объекта исследования использована многослойная модель кожи (до 7 слоёв), каждый слой которой описывается следующими физическими величинами, зависящими от длины волны падающего излучения:

- $\mu_a$  – коэффициент поглощения (величина, обратная расстоянию, на котором интенсивность уменьшается за счет поглощения в  $e$  раз) [1/см];
- $\mu_s$  – коэффициент рассеяния [1/см];
- $g$  – фактор анизотропии или средний косинус угла рассеяния;
- $n$  – показатель преломления;
- $d$  – толщина слоя [см].

(1)

Процессы распространения излучения в подобных средах описываются в рамках теории переноса излучения (ТПИ).

Основное интегро-дифференциальное уравнение нестационарной ТПИ записывается следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial s} I(\bar{r}, \bar{s}, t) + t_2 \frac{\partial}{\partial t} I(\bar{r}, \bar{s}, t) = -\mu_t I(\bar{r}, \bar{s}, t) + \frac{\mu_s}{4\pi} \int_{-\infty}^t \int_{4\pi} I(\bar{r}, \bar{s}', t') \cdot f(t, t') dt' p(\bar{s}, \bar{s}') d\Omega' + S(\bar{r}, \bar{s}, t), \quad (2)$$

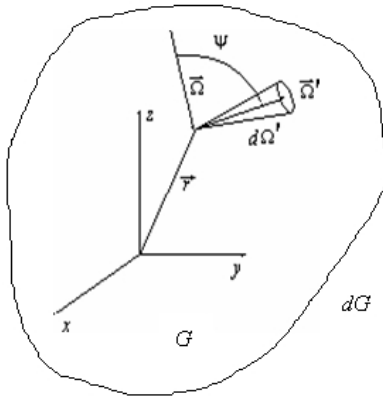
где  $I(\bar{r}, \bar{s}, t)$  – лучевая интенсивность в точке  $\bar{r}$  в направлении  $\bar{s}$ , в момент времени  $t$  [Вт·м<sup>-2</sup>·ср<sup>-1</sup>] (ср – единица измерения телесного угла стерадиан),  $t_2 = (\mu_t c)^{-1}$  – среднее время между взаимодействиями,  $\mu_t = \mu_s + \mu_a$  – полный коэффициент

ослабления или экстинкции (в биологических средах  $\mu_s \gg \mu_a$ ),  $f(t, t')$  – описывает временную деформацию  $\delta$ -образного импульса после акта рассеяния,  $p(\bar{s}, \bar{s}')$  – фазовая функция рассеяния,  $d\Omega'$  – единичный телесный угол в направлении  $\bar{s}'$ ,  $S(\bar{r}, \bar{s}, t)$  – описывает функцию источника излучения в среде,  $c$  – скорость света в среде. Уравнение (2) дополняется начальными условиями:

$$I(\bar{r}, \bar{s})|_{t=0} = \Psi(\bar{r}, \bar{s}), \quad (2')$$

Исключение из (2) переменной  $t$ , приводит к уравнению стационарной ТПИ.

$$\frac{\partial I(\bar{r}, \bar{s})}{\partial s} = -\mu_t I(\bar{r}, \bar{s}) + \frac{\mu_s}{4\pi} \int_{4\pi} I(\bar{r}, \bar{s}) p(\bar{s}, \bar{s}') d\Omega' + S(\bar{r}, \bar{s}), \quad (3)$$



Если процесс переноса излучения исследуется в области  $G \subset R^3$ , а  $\partial G$  – граница области, то граничные условия на  $\partial G$  могут быть записаны в виде:

$$I(\bar{r}, \bar{s})|_{(sn)<0} = S(\bar{r}, \bar{s}) + \hat{R}I(\bar{r}, \bar{s})|_{(sn)>0}, \quad (3')$$

где  $r \in \partial G$ ,  $n$  – внешняя нормаль к  $\partial G$ ,  $S(\bar{r}, \bar{s})$  – лучевая интенсивность падающего излучения,  $\hat{R}$  – оператор отражения. При наличии в области  $G$  отражающих и преломляющих поверхностей условия, аналогичные (3') должны быть записаны для

каждой из них. Данное граничное условие отражает тот факт, что входящее в  $G$  излучение складывается из излучения внешних источников и той части вышедшего из  $G$  излучения, которое снова попало в  $G$  за счет отражения, описываемого оператором  $\hat{R}$  (Френелевское отражение).

Основные физические допущения для разрабатываемой математической модели, связаны с особенностями теории переноса излучения. Поскольку теория переноса оперирует в терминах лучевой интенсивности, то при суммировании полей отсутствует корреляция между ними и складываются интенсивности, а не поля. Как следствие, не учитываются дифракционные эффекты. В данной модели не принимаются во внимание поляризационные эффекты, существенные при малой кратности рассеяния.

Уравнение (2–3) носит эвристический характер (Чандрасекар, Исимару) и показывает, что при отсутствии в среде источников, **интенсивность потока излучения проходящего через элементарную площадку  $s$ , ослабевает за счет поглощения и рассеяния (первый компонент в правой части (2)), а также может возрасти за счет многократного рассеяния (второй компонент в правой части (2)).**

ТПИ предусматривает постановку прямой и обратной задачи. Прямая задача ТПИ состоит в нахождении распределения рассеянного и поглощенного излучения по известным параметрам рассеивающей среды. Обратная задача заключается в определении характеристик сред по известному распределению

интенсивности возбуждающего импульса, что представляет значительный интерес в областях диагностики и томографии объектов.

Существует ряд аналитических методов решения прямой задачи ТПИ, обладающих рядом недостатков. Так, диффузионное приближение недостаточно хорошо описывает поведение вблизи источников излучения и границ слоев сред с различными оптическими характеристиками, в то же время теория Кубелки-Мунка, в большинстве случаев, ограничена одномерной геометрией среды.

Другой причиной, по которой решения уравнения ТПИ перечисленными методами недостаточно для решения поставленной задачи, является то, что ТПИ не учитывает наличия подвижных рассеивателей в среде и возникающее в связи с этим уширение спектра рассеянного излучения за счет эффекта Доплера.

Поэтому, для учета эффектов, обусловленных присутствием подвижных рассеивателей, целесообразно использование методов статистического моделирования, например, методов Монте-Карло.

Использование метода Монте-Карло не предполагает непосредственного решения уравнения ТПИ, а основано на получении оценки искомой величины на основе многократных статистических испытаний.

Суть применения метода Монте-Карло для нахождения решения задач теории переноса излучения заключается в следующем. Непрерывное излучение рассматривается как поток  $N$  дискретных частиц (фотонов или «пакетов фотонов», каждая из которых обладает начальным весом (энергией)  $W_0=1.0$ . Это дает возможность представить процесс переноса излучения в виде последовательности событий (рассеяние, поглощение и т.д.), происходящих при случайном блуждании каждого из  $N$  дискретных пакетов фотонов.

Далее, моделирование переноса излучения методом Монте-Карло включает в себя следующие основные шаги: генерация пакета фотонов, генерация траектории, учет поглощения, ликвидация пакета, регистрация пакета детектором излучения.

На каждом шаге алгоритма моделирования выполняются действия:

### **1. Генерация пакета фотонов.**

**Возбуждающий импульс длительности  $T$  с плоским по времени профилем интенсивности, соответствующий третьему компоненту  $S(r, s, t)$  уравнения (2), моделируется путем генерации на поверхности среды  $N$  пакетов фотонов для которых время влета в среду  $t_0$  равномерно распределено в диапазоне от 0 до  $T$  и определяется с использованием случайного числа:**

$$t_0 = (1 - \xi_1)T, \quad (4)$$

Здесь и далее  $\xi_i$  – случайное число, равномерно распределенное в диапазоне от 0 до 1.

Пространственное и угловое распределение пакетов фотонов в импульсе соответствует профилю падающего излучения (например, точечный источник или Гауссов пучок).

### **2. Генерация траектории.**

После генерации пакета определяется расстояние до первого (или последнего) столкновения с частицей среды исходя из закона Ламберта–Бугера–

Бера. Предполагается, что поглощающие и рассеивающие частицы случайно и равномерно распределены в каждом слое среды. **Тогда, длина свободного пробега пакета фотонов  $l_{св}$  будет определяться на основе экспоненциального распределения по формуле:**

$$l_{\bar{n}\bar{a}} = -\frac{\ln \xi_2}{\mu_t}, \quad (5)$$

**что соответствует первому компоненту из правой части (2).**

**Направление движения после рассеяния будет определяться фазовой функцией рассеяния  $p(\bar{s}, \bar{s}')$  из второго компонента правой части (2).**

При переходе к полярным координатам, направление определяется двумя углами рассеяния – полярным  $\theta$  и азимутальным  $\phi$ . В общем случае можно записать:

$$p(\bar{s}, \bar{s}') = p(\theta)p(\phi)$$

Полярный угол рассеяния  $\theta$  определяет отклонение направляющего вектора рассеянного пакета относительно исходного направления. В качестве  $p(\theta)$  для биологических сред выбрана однопараметрическая функция Хени-Гринштейна, позволяющая сгенерировать угол  $\theta$  с использованием случайного числа  $\xi_3$ :

$$\cos(\theta) = \frac{1}{2g} \left( 1 + g^2 - \left[ \frac{1 - g^2}{1 - g + 2g\xi_3} \right]^2 \right), \quad (6)$$

где  $g$  средний косинус угла рассеяния.

В случае если рассеивающая среда характеризуется изотропным рассеянием, т.е.  $g=0$ , тогда угол  $\theta$  можно определить на основе выражения:

$$\cos(\theta) = 2\xi_3 - 1, \quad (7)$$

Азимутальный угол рассеяния  $\phi$  в однородном слое среды считается произвольным и равновероятным в диапазоне от  $0$  до  $2\pi$ , таким образом:

$$\phi = 2\pi\xi_4, \quad (8)$$

**Таким образом, в алгоритме моделирования учитывается второй компонент правой части (2).**

Далее, направляющие косинусы нового направления движения пакета фотонов после рассеяния могут быть определены из соотношений:

$$\begin{aligned} \mu_x' &= \frac{\sin(\theta)}{\sqrt{1 - \mu_z^2}} (\mu_x \mu_z \cos \phi - \mu_y \sin \phi) + \mu_x \cos \theta \\ \mu_y' &= \frac{\sin(\theta)}{\sqrt{1 - \mu_z^2}} (\mu_y \mu_z \cos \phi + \mu_x \sin \phi) + \mu_y \cos \theta \\ \mu_z' &= -\sin \theta \cos \phi \sqrt{1 - \mu_z^2} + \mu_z \cos \theta, \end{aligned} \quad (9)$$

В случае если  $|\mu_z| > 0.999999$ , направляющие косинусы направления рассеянного фотона определяются как:



$$\begin{aligned}\mu_x' &= \sin \theta \cos \phi \\ \mu_y' &= \sin \theta \sin \phi \\ \mu_z' &= \text{SIGN}(\mu_z) \cos \theta,\end{aligned}\quad (10)$$

где  $\mu_x, \mu_y, \mu_z$  – направляющие косинусы до рассеяния,  $\mu_x', \mu_y', \mu_z'$  – направляющие косинусы после рассеяния,  $\text{SIGN}(\mu_z)=1$ , если  $\mu_z \geq 0$  и  $-1$ , если  $\mu_z < 0$ .

Новые координаты пакета, после рассеяния определяются по формулам:

$$\begin{aligned}x' &= x + \mu_x \cdot l_{\bar{n}\hat{a}} \\ y' &= y + \mu_y \cdot l_{\bar{n}\hat{a}} \\ y' &= y + \mu_y \cdot l_{\bar{n}\hat{a}},\end{aligned}\quad (11)$$

Время, затрачиваемое пакетом на прохождение длины свободного пробега при  $i$ -м рассеянии, учитывается следующим образом:

$$t_i = t_{i-1} + \frac{l_{\bar{n}\hat{a}} \cdot n}{c}, \quad (12)$$

где  $l_{\text{св}}$  – длина пробега между последовательными рассеяниями,  $n$  – показатель преломления среды,  $c$  – скорость света в вакууме.

Если при расчете новой координаты местоположения, оказалось, что пакет фотонов пересекает границу однородного слоя среды и попадает в область с другими значениями оптических параметров (показателя преломления, коэффициентов рассеяния, поглощения), рассчитываются доли отраженного и преломленного излучения (по формуле Френеля), координаты пакета фотонов с учетом закона преломления.

### 3. Поглощение.

На входе в непрозрачную среду вес каждого пакета фотонов равен  $W_0=1.0$ . За счет поглощения и рассеяния, после каждого  $i$ -го акта взаимодействия со средой вес пакета уменьшается в соответствии с поглощающими и рассеивающими свойствами среды по формуле:

$$W_i = W_{i-1} \cdot \left( \frac{\mu_s}{\mu_s + \mu_a} \right), \quad (13)$$

Поглощенная доля энергии пакета учитывается при расчете распределения поглощенного излучения.

**Таким образом, учитывается ослабление потока излучения в текущем направлении за счет поглощения и рассеяния, что соответствует первому компоненту из правой части уравнения (2).**

### 4. Ликвидация.

Если после  $i$ -го рассеяния вес пакета фотонов становится меньше некоторого минимума, например:

$$W_i < 10^{-10},$$

считается, что он полностью поглощен средой и осуществляется возврат к п. 1. алгоритма, иначе производится переход к п. 2.

## 5. Регистрация.

После повторения шагов 1–4 для достаточного количества фотонов, карта траекторий рассчитывается и накапливается в компьютере. Таким образом, может быть получен статистический отчет о порции падающих фотонов, поглощенных средой, а также пространственно-временное распределение излучения диффузно-отраженного средой.

**В результате численного моделирования  $N$  пакетов, энергия возбуждающего импульса  $NW$  распределяется на отраженную, поглощенную и пропущенную средой компоненты. Тогда с учетом нормировки на суммарную энергию исходного импульса:**

$$\frac{A_m + T_d + R_d}{NW} = 1, \quad (14)$$

**где  $A_m$  – суммарная доля поглощенной средой энергии всех  $N$  рассмотренных пакетов,  $T_d$  и  $R_d$  – суммарная доля диффузно отраженной (обратно-рассеянной) и диффузно пропущенной энергии, соответственно, что отражает суть закона сохранения энергии.**

Для получения приемлемой аппроксимации необходимо рассматривать большое количество траекторий, поскольку точность результатов, пропорциональна  $\sqrt{N}$ .

Таким образом, на основании модели среды (1), уравнений теории переноса излучения (2–3) и алгоритма (4–14), построена математическая модель распространения оптического излучения в биологических средах.

---

1. А. Исимару, Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах, Москва, Мир, 1981.

2. S.A. Prahl, M Keijzer, S.L. Jacques and A.J. Welch, A Monte-Carlo model of light propagation in tissue, Proc. SPIE IS 5, 1989, pp.102-111.

3. Старухин П.Ю. Расчет доплеровского сдвига методом Монте-Карло / Старухин П.Ю. // Проблемы оптической физики – 1997: материалы молодежной научной школы по оптике, лазерной физике и оптоэлектронике, Саратов, ноябрь 1997 г.- Саратов: Изд-во Саратов. университета, 1997. - С. 170-171. - ISBN 5-292-01579-2.

4. Старухин П.Ю. Математическое моделирование уширения спектров рассеянного лазерного излучения при распространении в биоткани методом Монте-Карло / Старухин П.Ю., Клинаев Ю.В. // Вестник Саратовского государственного технического университета.- 2010. - №3(48). - С. 24-32.

5. Старухин П.Ю. Исследование влияния геометрии детекторов излучения в задачах лазерного доплеровского измерения скорости потока крови в биоткани методом математического моделирования Монте-Карло / Старухин П.Ю., Клинаев Ю.В. // Актуальные проблемы электронного приборостроения АПЭП-2010: материалы Международной научно-технической конференции, Саратов. 22-23 сентября 2010 г.- Саратов, 2010. - С.163-169.

## Содержание

<i>А.А. Анашкин, М.Н. Семенова, Т.Г. Булова</i> Краткий анализ современного состояния теории гиперкомбинационного рассеяния света .....	3
<i>Ф.А. Белов</i> К вопросу о решении школьных геометрических задач .....	4
<i>Т.Г. Булова, М.Н. Семенова, В.В. Кучерова</i> Расчет матричных элементов функции Грина как этап реализации квантово-механического подхода к описанию спектров биомолекул .....	7
<i>А.Е. Васильев, В.А. Рачков</i> Моделирование процессов в цепях переменного тока с помощью пакета прикладных программ Mathcad 13 .....	10
<i>В.П. Вешнев, Т.А. Нурлыгаянов</i> Фазовый переход в системе твёрдых сферв конфигурационном пространстве .....	16
<i>В.Б. Гаманюк, Ю.В. Каменский, В.Н. Николаенко.</i> Прохождение сигналов через нелинейные цепи. ....	24
<i>В.Б. Гаманюк, Н.Г. Недогреева, В.И. Чабан</i> Лабораторная установка для изучения цепей трехфазного переменного тока .....	29
<i>В.Б. Гаманюк, К.С. Тверикин, Н.Г. Недогреева</i> Приставка к осциллографу для демонстрации нелинейных явлений в радиотехнике .....	33
<i>М.А. Епифанова</i> Об одной возможности оценки качества мультимедийной технологии формирования социально-значимых мотивов учения учащихся старших классов .....	38
<i>М.А. Епифанова</i> Оценка эффектов внедрения в учебный процесс мультимедийных технологий .....	41
<i>А.С. Ершов</i> Решение трехмерного уравнения Пуассона с учетом сложных граничных условий .....	43
<i>А.С. Ершов, А.А. Терентьев</i> Методика расчета электрических полей (статических, высокочастотных, пространственного заряда) при моделировании магнетронных приборов .....	46
<i>Б.Е. Железовский, Ф.А. Белов</i> Об определении информационной емкости учебника физики .....	52
<i>Б.Е. Железовский, А.П. Козырев.</i> Характеристики квадратурной модели ЛБВ56	

<i>Б.Е. Железовский, В. Мынков</i> Об одной возможности использования нейронных сетей в педагогике .....	59
<i>А.С.Зяблов</i> Моделирование магнетронных усилителей с учетом возбуждения паразитных видов колебаний .....	64
<i>Ю.В. Каменский, В.Н. Николаенко</i> К вопросу о минимизации погрешностей при компьютерном моделировании .....	68
<i>Е.И.Катеруша, С.А.Барышникова</i> Нарушения иммунного гомеостаза при рецидиве рака щитовидной железы .....	73
<i>Е.И.Катеруша</i> Роль иммунологических исследований в прогнозировании рецидивов рака щитовидной железы .....	75
<i>Н.Г. Недогреева, А.П. Евдокимова, Д.С. Латшова, Д.Г. Тырсин</i> Пример использования программы «Живая физика» для формирования потребности в творческой деятельности .....	81
<i>В.Н. Николаенко</i> Движение проводящей частицы без заряда в электрическом поле .....	86
<i>Н.В.Романова, О.Б. Романова</i> Роль персонального компьютера при изучении дисциплин естественнонаучного цикла в школе. ....	90
<i>Старухин П.Ю., Клинаев Ю.В., Монахова О.А.</i> Моделирование методом Монте-Карло задач теории переноса излучения через биологические многослойные среды с подвижными рассеивателями .....	91

Научное издание

Исследования в области естественных наук и методики их  
преподавания

Сборник научных статей

Авторская редакция

ООО Издательский Центр «Наука»  
410600, г.Саратов, ул.Пугачевская, д.117, к.50

---

Подписано к печати 20 февраля 2011 г.  
Формат 60x84/16. Объем 6 усл. печ. л.  
Тираж 300 экз. Заказ №

---