

A901328

**ВОПРОСЫ  
ПРИКЛАДНОЙ  
ФИЗИКИ**

*Выпуск 3*

*1997*

Саратовский ордена Трудового Красного Знамени  
государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

# ВОПРОСЫ ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКИ

*Межвузовский научный сборник*

Выпуск 3

Издательство Саратовского университета  
1997

УДК [53 + 621.37/.39](082)

ББК 22.3 я 43 + 32 я 43

В74

Вопросы прикладной физики: Межвуз. науч. сб. – Саратов: Изд-во Саратов. ун-та,  
В74 1997. – Вып.3. – 136 с.

ISBN 5 – 292 – 02071 – 0

В сборнике представлены результаты теоретических и экспериментальных исследований прикладных проблем в различных областях современной физики: математические методы в физике; статистическая физика и термодинамика; инструменты, аппаратура, компоненты и техника, общие для различных областей физики и астрономии; электромагнетизм, электронная и ионная оптика; оптика; конденсированные среды: структура, механические и тепловые свойства; геофизика гидросферы и атмосферы. Тематика разделов соответствует международной классификации по физике и астрономии (PACS 1996).

Для специалистов в области прикладной физики, а также для аспирантов и студентов физиков старших курсов.

Редакционная коллегия:

А.Ф.Голубенцев, И.М.Блейвас, Ю.Д.Денискин, В.С.Кошелев (отв. редактор), О.Г.Мартыненко, В.В.Новоселов, А.А.Сканцов (отв. секретарь), В.В.Тучин, Г.М.Цымбалов, А.С.Шаповалов (зам. отв. редактора), В.Н.Шевцов, М.Г.Эпштейн

Научный сборник подготовлен и выпущен при содействии РОУ "Народный дом"  
(директор Александр Николаевич Лепесткин)



A 901328

УДК [53 + 621.37/.39](082)

ББК 22.3 я 43 + 32 я 43

ISBN 5 – 292 – 02071 – 0

© Саратовский государственный университет, 1997

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ФИЗИКЕ

УДК 530. 1. 539. 12

ФАЗОВЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

А. А. Скапцов

Саратовский государственный университет, г. Саратов

Найдена восьмипараметрическая группа SO(φ) координатных преобразований, удовлетворяющая физическим симметриям группы Лоренца. Приведены примеры ее использования в механике и классической теории поля.

Введение

Генераторы алгебр Ли заданы с точностью до группы преобразований F, оставляющих инвариантными коммутационные соотношения между ними [1]. В специальной теории относительности неоднородность генераторов устраняется выбором в четырехмерном пространстве-времени R<sub>4</sub> метрики Минковского [2], что приводит к выделению из F некоторой подгруппы SO(3). Согласно [1], это эквивалентно признанию существования определенных физических симметрий, общих для R<sub>4</sub> и мира Минковского.

Исходя из этого, в настоящей работе найдено представление группы SO(φ) комплексными 4×4 матрицами и приведены примеры использования SO(φ) в динамике материальной точки и классической теории поля.

Метод

Преобразование Лоренца x'=Lx обладает следующими физическими симметриями.

Пусть L = AB, где A – матрицы координатных преобразований пространственных вращений, B – инерциальных движений без вращений, тогда

$$LL^+ = L^+L, \quad Px = BPx', \tag{1}$$

$$A\tilde{A} = 1, \tag{2}$$

где x – 4- вектор с компонентами x<sup>0</sup>, x<sup>1</sup>, x<sup>2</sup>, x<sup>3</sup>; x<sup>0</sup> = ct, c – скорость света, t – время; L – 4×4 матрица преобразования координат; P = diag(1, -1, -1, -1) – матрица инверсии пространственных координат, I = diag(1, 1, 1, 1). В обозначениях [1, 4] B = exp(bt), A = exp(at), знаки (+) и (~) соответствуют эрмитову сопряжению и транспонированию.

С физической точки зрения симметрии (1,2) отражают существование в R<sub>4</sub>: четырехмерных систем отсчета, тождественности коллинеарных систем отсчета при инерциальных движениях и пространственных вращений.

Пусть c<sub>k</sub> – произвольный генератор. Введем обозначение {c<sub>k</sub>c<sub>j</sub>} = c<sub>k</sub>c<sub>j</sub> - exp(iφ)c<sub>j</sub>c<sub>k</sub>, где α – действительный параметр, i – мнимая единица. Тогда симметрии (1) удовлетворяют следующие преобразования F:

$$Fb = b(\varphi), \quad Fa = a(\theta),$$

где b(φ) = [b<sub>1</sub>(φ<sub>1</sub>), b<sub>2</sub>(φ<sub>2</sub>), b<sub>3</sub>(φ<sub>3</sub>)],

a(θ) = [a<sub>1</sub>(θ<sub>1</sub>), a<sub>2</sub>(θ<sub>2</sub>), a<sub>3</sub>(θ<sub>3</sub>)],

$$(b_k)_{\mu\nu} = \delta_{k\alpha} \delta_{0\beta} (\delta_{\mu\alpha} \cos \frac{\varphi_k}{2} + i\delta_{\nu\beta} \sin \frac{\varphi_k}{2}) + \delta_{k\beta} \delta_{0\alpha} (\delta_{\mu\alpha} \cos \frac{\varphi_k}{2} - i\delta_{\nu\beta} \sin \frac{\varphi_k}{2}),$$

$$(a_k)_{\mu k} = \partial_{lmk} e^{i\frac{\alpha}{2}} (\partial_{\mu m} \partial_{\nu l} \cos \frac{\theta_k}{2} - i\delta_{\mu l} \partial_{\nu m} \sin \frac{\theta_k}{2}),$$

где φ<sub>k</sub>, θ<sub>l</sub> – действительные параметры; μ, ν = 0, 1, 2, 3; k, m, l = 1, 2, 3.

Алгебра генераторов a(θ), b(φ) имеет вид

$$\begin{aligned} \{b_k(\varphi_k), b_m(\varphi_m)\} &= -e_{km1} a_1(\theta_1), \\ \{a_k(\theta_k), a_m(\theta_m)\} &= e^{i\alpha} e_{km1} a_1(\theta_1), \\ \{a_k(\theta_k), b_m(\varphi_m)\} &= e^{i\alpha} e_{km1} b_1(\varphi_1), \end{aligned} \tag{3}$$

где θ<sub>i</sub> + θ<sub>j</sub> + θ<sub>k</sub> = α; φ<sub>i</sub> - φ<sub>j</sub> + θ<sub>k</sub> = -α; i ≠ j ≠ k.

Соотношение параметров α, φ<sub>k</sub>, θ<sub>l</sub> в (3) совместны при α = πn (n – целое число). Тождественные преобразования Fa = a, Fb = b реализуются при φ<sub>k</sub> = θ<sub>l</sub> = α = 2πn.

Симметрия (2) выделяет в F' преобразование с параметрами θ<sub>i</sub> = α = 2πn и φ<sub>i</sub> = φ,

$$F'b = b(\varphi), \quad F'a = a(2\pi n).$$

Генераторы a(2πn), b(φ) задают в R<sub>4</sub> восьмипараметрическую группу координатных преобразований, которую обозначим SO(φ). Параметрами группы SO(φ) являются величины n, τ, t и фаза φ.

Введем две квадратические формы вида

$$s^2 = \tilde{x}gx, \quad s_+^2 = x^+gx,$$

где g – метрический тензор в R<sub>4</sub>. Для группы Лоренца SO(3, 1) g = P и обе метрические формы эквивалентны. Для группы SO(φ) инвариантам s и s<sub>+</sub> удовлетворяют различные метрические тензоры g и g<sub>+</sub>:

$$\begin{aligned} g &= g_{00} \text{diag}(1, -e^{-i\varphi}, -e^{-i\varphi}, -e^{-i\varphi}), \\ g_+ &= g_{00} P + \begin{pmatrix} 0 & (1 - e^{i\varphi})q \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \end{aligned} \tag{4}$$

$$s^2 = g_{00} [(x^0)^2 - e^{i\varphi} r^2],$$

$$s_+^2 = g_{00} [(x^0)^2 - r^2] + g_{j0} x^j x^0 (1 - e^{i\varphi}),$$

где (g<sub>00</sub>; q) – произвольный вектор в R<sub>4</sub>, q – произвольный вектор в R<sub>3</sub>, r<sup>2</sup> = (x<sup>1</sup>)<sup>2</sup> + (x<sup>2</sup>)<sup>2</sup> + (x<sup>3</sup>)<sup>2</sup>. Функция фазы e<sup>iφ</sup> является инвариантом группы SO(φ) и задает фазовые преобразования в R<sub>4</sub>. Переход от SO(φ) к SO(3,1) осуществляется заданием нулевой фазы. Действительные интервалы s реализуются в R<sub>4</sub> при φ = 2πn. Им соответствуют пространство Минковского (n – четное) и Евклида (n – нечетное) [3].

Функция действия

В R<sub>4</sub> с интервалом s существует единственная функция действия S, которая является инвариантом SO(φ) и имеет классический предел:

$$dS = -\sqrt{g_{00}} mc ds.$$

Фазу  $\varphi$  определим, как обычно, полным дифференциалом вида

$$d\varphi = 2\pi dS/h. \quad (5)$$

Это есть следствие, как группового характера  $\varphi$ , так и принципа суперпозиции действия  $S$ ,  $h$  — постоянная Планка.

**Результаты**

Соотношения (4, 5) позволяют естественным образом объяснить следующие физические явления.

- Квантование действия  $S$  в пространстве  $R_4$  с действительным интервалом  $s$ . Так, согласно (5),  $\Delta\varphi = 2\pi\Delta S/h$ . Но в  $R_4$  с действительным интервалом  $s$  приращение фазы  $\Delta\varphi = 2\pi n$  и поэтому  $\Delta S = \Delta n h/2$ . Величина  $\Delta n$  в пространствах Минковского и Евклида равна четному числу  $n$  и  $S$  в них может меняться только на целое число квантов  $h$ . При переходах между этими пространствами  $\Delta n$  равно нечетному числу (т. к. величина  $n$  в одном из них четная, а в другом нечетная) и  $S$  изменяется на  $h/2$ .

- Знак взаимодействия силовых полей зависит от фазы преобразований  $\varphi$ .

Например, волновое уравнение стационарного скалярного поля с точечным источником  $q \delta(x)$ :

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m^2) V(x) = q \delta(x).$$

В  $R_4$  с интервалом  $s$  преобразуется в уравнение вида

$$(m'^2 - \nabla^2) V(r) = \sqrt{g_{00}} q e^{-i\varphi} \delta(r),$$

где  $m' = \sqrt{g_{00}} e^{-i\varphi} m$ . Величина  $e^{-i\varphi}$ , стоящая перед  $q$ , и определяет знак взаимодействия силовых полей (она равна 1 для  $R_4$  с метрикой Минковского и -1 для  $R_4$  с метрикой Евклида).

- Бивекторное поле  $(E, B)$  в  $R_4$  с действительным интервалом  $s$  в зависимости от значений  $\varphi$  является электромагнитным полем Максвелла или полем тяготения, аналогичным полю общей теории относительности (ОТО) в постньютоновском приближении. Действительно, в приближении слабого поля, когда действием поля можно пренебречь, величина фазы, согласно (4, 5), постоянна. Поэтому уравнения бивекторного поля, задаваемые ковариантными уравнениями Максвелла [4] в  $R_4$  с интервалом  $s$ , имеют вид

$$\nabla \cdot B = 0, \nabla \cdot E = 4\pi\rho, \nabla \times B = \partial_0 E + \frac{4\pi}{c} J,$$

$$\nabla \times E = -e^{-i\varphi} \partial_0 B, B = \frac{e^{i\varphi}}{g_{00}} \nabla \times A, \quad (6)$$

$$E = -\frac{e^{i\varphi}}{g_{00}} \nabla A^0 - \frac{1}{g_{00}} \partial_0 A$$

где  $\rho, J$  — плотности заряда и тока, а  $(A^0, A)$  — векторный потенциал в  $R_4$ .

В пространстве Минковского  $e^{-i\varphi} = e^{i\varphi} = 1$  и поле (6) является электромагнитным, а в пространстве Евклида  $e^{-i\varphi} = e^{i\varphi} = -1$ , — полем тяготения, аналогичным полю ОТО в постньютоновском приближении. Так, в задаче о смещении перигелия Меркурия  $\Delta\beta$  закон сохранения энергии в полярной системе координат  $(r, \theta)$  в обозначениях [5] имеет вид

$$E = \frac{mv^2}{2} + mA^0 + mA^\theta \frac{v^\theta}{c}, \quad (7)$$

где  $A^0 = -\gamma m'/r$ ,  $A^\theta = A^0 v^\theta/c$ ,  $v = (v^r, v^\theta)$ ,  $\gamma$  — постоянная тяготения.

С другой стороны, закон сохранения энергии заряда  $q$  массой  $m$ , движущегося со скоростью  $v$  в поле (7) заряда  $q'$  массой  $m'$ , записывается аналогично:

$$E = \frac{mv^2}{2} + mA^0 + qA^\theta \frac{v^\theta}{c} + qA^r \frac{v^r}{c}, \quad (8)$$

где  $A^0 = g_{00} e^{-i\varphi} q'/r$ ,  $A^\theta = A^0 v^\theta/c$ ,  $A^r = A^0 v^r/c$ .

При малых эксцентриситетах орбит, когда  $A^r v^r \ll \ll A^\theta v^\theta$  эти законы тождественны при следующих значениях постоянной  $g_{00}$  и зарядов  $q$  и  $q'$  как функций  $\varphi$ :

$$e^{i\varphi} g_{00} q q' = \frac{q q'}{4\pi\epsilon_0} \cos^2 \frac{\varphi}{2} - i \gamma m m' \sin^2 \frac{\varphi}{2},$$

где  $\epsilon_0$  — электрическая постоянная.

Величина  $A^e v^r$ , на которую отличаются (7) и (8), хотя и приводит к поправке второго порядка малости по эксцентриситету  $\epsilon$  в  $\Delta\beta$ :  $\Delta\beta \Rightarrow \Delta\beta(1 + \epsilon^2/6)$ , но не противоречит известным экспериментам [6], поскольку величина  $\epsilon^2/6 = 0,7\%$  не выходит за пределы точности современных измерений  $\Delta\beta$ .

**Библиографический список**

1. Вакри Н., Levy-Leblond J. — М. // J. Math. Phys. 1968. Vol. 9, N10.
2. Наймарк М. А. // УМН. 1954. Т. 9, №4.
3. Громов Н.А. // Весці АН БССР. Сер. физ.—мат. навук. 1984. № 2.
4. Курочкин Ю. А., Толкачев Е. А. // ДАН БССР. 1990. Т.34, №6.
5. Паули В. Теория относительности. М., 1983.
6. Руденко В. Н. // УФН. 1978. Т. 126, №3.

**A PHASE TRANSFORMATIONS IN THE THEORY OF RELATIVITY**

A. A. Scaptzov

Saratov state university, Saratov

The 8 — parametric group of coordinate transformations  $SO(\varphi)$ , yielding the physical symmetries of the Lorentz group, is found. The use the group in material point dynamics and classical field theory has been considered.

## СТАТИСТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

УДК 621.385.6.032.21

## МОДЕЛИРОВАНИЕ БИСТАБИЛЬНЫХ ФЛУКТУАЦИЙ ПОЛЕВОЙ ЭМИССИИ

В.М.Аникин, А.Ф.Голубенцев

Саратовский государственный университет, г. Саратов

Проводится аналитическое моделирование низкочастотного импульсного (взрывного) шума полевой эмиссии с одиночного центра эмиссии в высоком вакууме в рамках марковской модели с двумя состояниями. Расчитаны условные и безусловные вероятности эмиссионных состояний, автокорреляционная функция и спектральная плотность бистабильных флуктуаций тока эмиссии. Бистабильный характер тока соотносится с возможностью рассмотрения одиночного центра эмиссии как бистабильной системы, подверженной случайным адсорбционно-десорбционным процессам на поверхности эмиттера.

## Введение

Создание надежных катодных систем с хорошей воспроизводимостью параметров является актуальной проблемой при разработке вакуумных микроволновых миниатюрных приборов, плоских панельных дисплеев, микросенсоров, ионизационных датчиков и других устройств на основе полевой эмиссии. Реальные же условия формирования (в рамках различных технологий), а также и функционирования автоэлектронных эмиттеров не исключают серьезного влияния ряда случайных факторов, приводящих к дестабилизации и зашумлению процесса эмиссии.

По-видимому, существуют флуктуационные механизмы различной природы, каждый из которых вносит свою "лепту" в общую шумовую картину полевой эмиссии. Здесь мы рассмотрим разновидность низкочастотного шума, связанную со случайной импульсной модуляцией тока с одиночного эмиттирующего центра, — так называемый взрывной (burst, или, образно, "porcogn") шум. В простейшем случае это явление соотносится со случайной последовательностью прямоугольных всплесков тока, имеющих случайные длительности и возникающих в случайные моменты времени [1, 2].

Обнаружено, что ток с отдельных эмиссионных центров металлических [3, 4] и кремниевых [5, 6] острых автокатодов (радиуса 30–50 нм) при постоянном напряжении в сверхвысоком вакууме (порядка  $10^{-9}$  торр) имеет случайную квазипериодическую модуляцию (фиксируемую в микросекундном временном масштабе). При этом можно выделить два сравнительно стабильных уровня тока.

В настоящее время наиболее перспективными источниками автоэмиссии представляются нанотрубные углеродные структуры [7]. Можно отметить, что ранее взрывные шумы наблюдались в пленочных углеродистых и композиционных углеродистых резисторах [8, 9].

Природа бистабильных флуктуаций полевой эмиссии достаточно сложна. Параметры флуктуаций тока зависят от материала катода, электрического режима, состава парциальных газов, температуры и так далее (см., например, [10–13]). Изучение флуктуационных процессов необходимо для углубленного понимания особенностей работы микровакуумных

систем, оценки надежностных характеристик катодов и приборов в целом.

Теоретические модели статистики взрывных шумов вводились ранее при изучении импульсной модуляции тока в твердотельных приборах на p–n переходах [1, 2]. В модели Мэчлапа [1] вводится набор независимых случайных ключей, включающихся и отключающихся случайным образом. Эта модель приводит к следующему выражению для спектральной плотности флуктуаций тока:

$$S_I(\omega) = 4I_1^2 N_d \frac{\gamma_1 \gamma_2}{(\gamma_1 + \gamma_2)^2} \frac{\tau_0}{1 + \omega^2 \tau_0^2}, \quad (1)$$

где  $\omega$  — круговая частота,  $N_d$  — число ключей,  $I_1$  — ток через каждый ключ,  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  и  $\tau_0$  — микропараметры переключений.

В модели Кенрика-Райса [2] вероятностная модель взрывного шума дана на основе статистики случайного телеграфного сигнала, подтвержденной экспериментально измерениями времен "пробывания" приборов на различных токовых уровнях. В предположениях этой модели спектральная плотность бистабильных флуктуаций записывается в форме

$$S_I(\omega) = \frac{2a^2 / \nu}{1 + \omega^2 / (4\nu^2)}, \quad (2)$$

где  $2a$  — высота "ступеньки" тока, а  $\nu$  — среднее число переключений в единицу времени.

Хсу и Виттиер [14] моделировали взрывной шум как случайную линейную суперпозицию независимых импульсов. В этих предположениях спектр флуктуаций выражается через длительность импульса  $\tau$ :

$$S_I(\omega) \sim \frac{\sin^2(\omega\tau/2)}{(\omega\tau/2)^2}. \quad (3)$$

Картины импульсных шумов автоэмиссии и взрывных шумов в твердотельных структурах имеют внешние совпадающие признаки, но, естественно, описание физики этих явлений должно проводиться и проводится с помощью различных терминов. Следует учитывать и то обстоятельство, что реальная экспериментальная статистика взрывных шумов полевой эмиссии не исследовалась. Ниже мы представляем альтернативную марковскую модель бистабильных флуктуаций, допускающую точные пол-

ные вероятностные решения и учитывающую асимметрию флуктуационного процесса.

Марковская модель бистабильных флуктуаций

Представим случайную функцию  $I(t)$ , описывающую ток с отдельного эмиссионного центра как

$$I(t) = (I_{\max} - I_{\min})S(t) + I_{\min}, \quad (4)$$

где  $I_{\max}$  и  $I_{\min}$  – максимальный и минимальный уровни бистабильного тока, а  $S(t)$  – случайная марковская функция, характеризующая размеченным графом состояний, представленным на рис. 1.

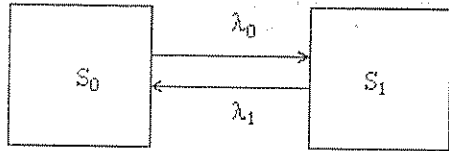


Рис. 1.

Размеченный граф состояний бистабильной системы

Здесь  $\lambda_0$  – интенсивность (среднее число в единицу времени) переходов из состояния  $S_0(S(t)=0)$  в состояние  $S_1(S(t)=1)$ , а  $\lambda_1$  – интенсивность обратного перехода. Пример реализации случайных функций  $I(t)$  и  $S(t)$  показан на рис. 2.

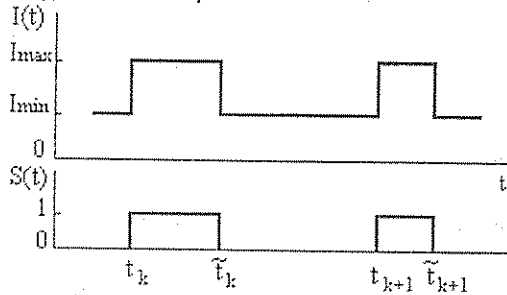


Рис. 2.

Случайные функции, моделирующие бистабильный процесс эмиссии

Модуляция тока  $I(t)$  определяется поведением марковской функции  $S(t)$ :

$$I(t) = I_{\max}, \text{ когда } S(t) = 1;$$

$$I(t) = I_{\min}, \text{ когда } S(t) = 0.$$

Случайная функция времени  $S(t)$  может принимать два дискретных значения (0 и 1); смена значений происходит в случайные моменты времени  $t_k, \tilde{t}_k$  ( $k = 1, 2, \dots$ ).

Случайные интервалы  $\tilde{t}_k - t_k$  и  $t_{k+1} - \tilde{t}_k$  описываются экспоненциальными распределениями с параметрами  $\lambda_0$  и  $\lambda_1$ .

Введем вероятности состояний для нашей марковской системы

$$P_0(t) = P\{S(t) = 0\} \text{ и } P_1(t) = P\{S(t) = 1\},$$

связанные для любого момента времени соотношением:

$$P_0(t) + P_1(t) = 1. \quad (5)$$

Вероятности состояний удовлетворяют уравнениям Колмогорова, которые легко записываются на основе размеченного графа состояний, представленного на рис.1:

$$dP_i(t)/dt = -\lambda_i P_i(t) + \lambda_{1-i} P_{1-i}, \quad i=0, 1 \quad (6)$$

Решение системы (6) с учетом (5) представляется в виде:

$$P_i(t) = P_{i0} e^{-(t-t_0)} + \frac{\lambda_{1-i}}{\gamma} (1 - e^{-(t-t_0)}), \quad i=0, 1 \quad (7)$$

где

$$P_{i0} = P(t_0) = \delta_{i,0}, \quad i = 0, 1 \quad (8)$$

– начальные условия, а  $\gamma = \lambda_0 + \lambda_1$ .

Процесс  $S(t)$  является эргодическим в силу существования предела функций (7):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P_i(t) = \lambda_{1-i} / \gamma = P_i, \quad i = 0, 1. \quad (9)$$

В асимптотике математическое ожидание процесса  $S(t)$  равно

$$E\{S(t)\} = \lambda_0 / \gamma. \quad (10)$$

Введем, далее, условные (переходные) вероятности

$$\pi_{i,k}(t_0, t) = P\{S(t) = k \mid S(t_0) = i\}, \quad i, k = 0, 1, \quad (11)$$

определяющие вероятность пребывания системы в момент  $t = t_0 + \tau$  в состоянии  $S_k$  при условии, что в момент  $t_0$  она находилась в состоянии  $S_i$ . Переходные вероятности (11) удовлетворяют дифференциальным уравнениям

$$\frac{\partial \pi_{i,k}(t_0, t)}{\partial t} = -\lambda_k \pi_{i,k}(t_0, t) + \lambda_{1-k} \pi_{i,1-k}(t_0, t), \quad i, k = 0, 1, \quad (12)$$

решение которых имеет вид

$$\pi_{k,k}(t_0, t) = \pi_{k,k}(\tau) = \frac{\lambda_{1-k}}{\gamma} (1 - e^{-\gamma\tau}) + e^{-\gamma\tau}, \quad k = 0, 1, \quad (13)$$

$$\pi_{k,1-k}(t_0, t) = \pi_{k,1-k}(\tau) = \frac{\lambda_k}{\gamma} (1 - e^{-\gamma\tau}), \quad k = 0, 1. \quad (14)$$

Начальные условия для (12) записываются в форме:

$$\pi_{i,k}(t_0, t_0) = \delta_{i,k} \quad (15)$$

Переходные вероятности  $\pi_{i,k}$ , как следует из вида (13) – (14), зависят только от разности  $\tau = t - t_0$ , то есть, другими словами, введенная функция  $S(t)$  описывает однородный процесс.

Для марковских процессов двумерные вероятностные распределения выражаются через произведение одномерных (9) и переходных вероятностей (13) – (14):

$$P\{S(t) = k, S(t+\tau) = k\} = P_k \pi_{k,k}(\tau),$$

$$P\{S(t) = k, S(t+\tau) = 1-k\} = P_k \pi_{k,1-k}(\tau), \quad (16)$$

где  $k = 0, 1$ . Используя (16), мы можем найти автокорреляционную функцию для  $S(t)$ :

$$R_s(\tau) = E\{S(t) - E\{S(t)\}\} (S(t+\tau) - E\{S(t+\tau)\}) = \frac{\lambda_0 \lambda_1}{\gamma^2} e^{-\gamma|\tau|} \quad (17)$$

Наконец, спектральная плотность случайного процесса  $S(t)$ , исходя из (16), может быть определена по теореме Хинчина – Винера:

$$S_s(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_s(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = \frac{\lambda_0 \lambda_1}{\pi \gamma (\gamma^2 + \omega^2)} \quad (18)$$

Следовательно, согласно (4) и (17) в рамках введенной модели бистабильные флуктуации полевой эмиссии описываются автокорреляционной функцией

$$R_1(\tau) = \Delta^2 \frac{\lambda_0 \lambda_1}{\gamma^2} e^{-\gamma|\tau|} \quad (19)$$

и спектральной плотностью

$$S_1(\omega) = \Delta^2 S_S(\omega) = \frac{\Delta^2 \lambda_0 \lambda_1}{\pi \gamma (\gamma^2 + \omega^2)}, \quad (20)$$

где  $\Delta = I_{\max} - I_{\min}$ .

### Заключение

1. В рамках марковской модели с двумя состояниями получены выражения для важнейших характеристик стохастического бистабильного процесса флуктуаций полевой эмиссии с отдельного эмиттирующего центра – одномерных, переходных и двумерных вероятностных распределений, описывающих состояние системы в каждый момент времени, автокорреляционной функции и энергетического спектра. Качественно (или при определенных асимптотических рассмотрениях) результаты для автокорреляционной функции (19) и спектра флуктуаций (20) согласуются с выражениями (1)–(3), которые ранее использовались при моделировании взрывных шумов в полупроводниковых приборах.

Рассмотрим два предельных случая:

- Когда число переходов из одного эмиссионного состояния в другое эмиссионное состояние “велико”, то есть для определенного частотного диапазона  $\gamma \gg \omega$ , спектральная плотность флуктуаций “теряет” зависимость от частоты:

$$S_1(\omega) \approx \frac{\Delta^2 \lambda_0 \lambda_1}{\pi \gamma^3}$$

- Наоборот, когда число переходов из состояния в состояние “мало”, то есть  $\omega \gg \gamma$  в определенной частотной области (20) сводится к

$$S_1(\omega) \approx \frac{\Delta^2 \lambda_0 \lambda_1}{\pi \gamma \omega^2}$$

2. Марковская модель флуктуаций с конечным числом эмиссионных состояний и случайными моментами перехода от одного состояния в другое дает для мощности шумов частотную зависимость

$$S_1(\omega) \sim \frac{1}{\gamma^2 + \omega^2}$$

(см. также [15]). Очевидно, что экспериментально замеченная (см., например, [13]) “фликкерная” зависимость

$$S_1(\omega) \sim \frac{1}{\omega^\alpha}, \quad \alpha < 2$$

требует дополнительных предположений при теоретическом моделировании.

Важно отметить, что в твердотельных приборах фликкерные и взрывные шумы имеют различные, пространственно разнесенные “источники” [2].

Принято объяснять флуктуационный характер автоэмиссии изменением работы выхода электронов под действием процессов адсорбции – десорбции частиц остаточных газов и миграции частиц на эмиссионной поверхности. В рассматриваемой задаче “агрессивное” действие данных случайных процессов проявляется в импульсном бистабильном характере тока, что может быть соотнесено со случайными скачкообразными изменениями среднего коэффициента прозрачности потенциального барьера, через который туннелируют электроны в процессе полевой эмиссии.

3. Значения микропараметров  $\lambda_0$  и  $\lambda_1$ , а также макропараметра  $\Delta$  обусловлены физическими условиями и процессами, протекающими в вакуумном микроэлектронном приборе. Другими словами, значения этих параметров “содержат” соответствующую информацию об эмиссионных свойствах материала катода, числе эмиссионных центров, компонентах остаточных газов, температурных процессах и т.д. (см. также [10]).

4. Выше представлено вероятностное описание бистабильных флуктуаций автоэмиссии с отдельного эмиссионного центра. На базе предложенной модели возможно развитие более сложных и общих моделей эмиссионного процесса с полевого катода:

- модели токовых флуктуаций с единичного эмиссионного центра с учетом временной зависимости микропараметров  $\lambda_0 = \lambda_0(t)$  и  $\lambda_1 = \lambda_1(t)$ ;
- моделей эмиссии флуктуаций эмиссии с ансамбля нерегулярно расположенных “независимых” эмиссионных центров; моделей эмиссии с ансамбля нерегулярно расположенных эмиттирующих центров, требующих введения многомерных вероятностных распределений;
- представления эмиссионных процессов на одиночном эмиссионном центре в терминах нелинейных хаотических систем.

### Библиографический список

1. Ван дер Зил А. Шум: источники, описание, измерение. М., 1973.
2. Букингем М. Шумы в электронных приборах и системах. М., 1986.
3. Spindt C.A., Brodie I., Humphrey L.H. and Westerberg E.R. Physical properties of thin-film emission cathodes with molybdenum cones // J. Appl. Phys. 1976. Vol. 47. P. 5248–5263.
4. Brodie I. Fluctuation phenomena in field emission from molybdenum micropoints // Inst. Phys. Conf. 1989. Ser. 99. P. 89–93.
5. Busta H., Pogemiller J., Zimmerman B., Nguyen T. and Zajac G. Ex-situ AFM investigation of silicon field emitter under the influence of high electric fields // Revue “Le Vide les Couches Minces”. 1994. Suppl. au № 271. P. 70–72.
6. Qiong Li, Jingfang Xu, Haibo Song, and Xinfu Liu. The instability and reliability of silicon field emission array // IVMC’95. Portland, Oregon, 1995. P.23–26.



7. Chernozatonskii L.A., Gulyaev Yu.V., Kosakovskaya Z.Ja., Sinitsyn N.I. et al. Electron field emission from nanofilament carbon films // Chem. Phys. Lett. 1995. Vol. 233. P. 63-68.
8. Bell D.A. and Chong R. Y. Current noise in composition resistors // Wireless Eng., 1954. Vol. 31. P. 142-144.
9. Card W.H. and Maurec A. Characteristics of burst noise // Proc. of IEEE (letters), 1965. Vol. 53. P. 652-653.
10. Green R.F. and Daneshvar K. "1/f noise in field emission" // Revue "Le Vide, les Couches Minces", 1994. Suppl. au 271. P. 199-202.
11. Busta H., Grammie G. and Skala S. Pressure dependency of emission currents of Si, Mo, Au, and SiC field emitters // IVMC'96. St.-Peterburg, 1996. P.143-147.
12. Trujillo J.T., Chakhovskoi A.G. and Hunt Ch.E. Effects of vacuum conditions on low frequency noise in silicon field emission devices // Ibid. P.133-137.
13. Bakhtizin R.Z., Ghots S.S. and Amirkhanov R.N. Time stability of electron emission and noise from p-n type Si fields emitters // Revue "Le Vide, les Couches Minces", 1994. Suppl. au 271. P. 203-206.
14. Hsu S.T. and Whittier R.J. Characterization of burst noise in silicon devices // Solid State Elect. 1969. Vol. 12. P.867-878.
15. Golubentsev A.F. and Anikin V.M. Markov models of emission distortions for matrix cathodes // Revue "Le Vide, les Couches Minces", 1994. Suppl. au 271. P.147-150.

## MODELING OF BISTABLE FLUCTUATIONS IN FIELD EMISSION

V.M. Anikin, A.F. Golubentsev

Saratov state university, Saratov

The important characteristics (probabilities of emissive states, autocorrelation function and spectral density) of the stochastic bistable process of the current fluctuations in the field emission from the micro- and nanotips are determined in the context of the Markov model with two states.

УДК 621.385.6.032.21

## МАРКОВСКАЯ МОДЕЛЬ ОТКЛИКА АВТОЭМИССИОННОЙ СИСТЕМЫ

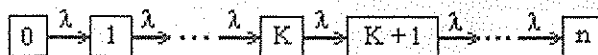
В.М. Аникин, А.Ф. Голубенцев

Саратовский государственный университет, г. Саратов

Предложена марковская модель реакции многоэмиттерной системы с полевой эмиссией на импульс управляющего напряжения. Определены статистические характеристики числа функционирующих микроострий и случайного времени полного "включения" катодной системы.

Полевая эмиссия с одиночного острейного катода носит осциллирующий характер [1]. Многоэмиттерная система до определенной степени "гасит", усредняет эти флуктуации в пространстве и времени. Однако, увеличение числа эмиссионных центров еще не означает безусловной стабильности работы эмиссионной системы в силу естественного разброса геометрических, физических и, как следствие, эмиссионных возможностей отдельных микроострий. В реальных условиях "включение" отдельных эмиссионных центров холодного катода в процесс эмиссии под действием управляющего напряжения происходит не мгновенно, а в течение определенного времени. Поэтому при импульсной работе микроприбора с полевой эмиссией можно ожидать расплывание фронтов импульсов по причине постепенного вовлечения в работу отдельных эмиссионных микроцентров.

Явно учитывая ограниченность числа работоспособных эмиссионных центров, будем моделировать эффект включения эмиттера марковским процессом гибели [2], прибегая к инверсной нумерации состояний:



Обозначим через  $n$  общее число работающих микроострий катодной системы, а через  $\lambda$  – среднюю интенсивность "включения" эмиссионных центров.

Если  $P_k(t)$  – вероятность того, что к моменту  $t$  включилось  $k$  микроцентров эмиссии (т.е. система, как мы будем говорить, находится в  $k$  состоянии), соответствующая система дифференциальных уравнений Колмогорова относительно  $P_k$  имеет вид:

$$\begin{aligned} dP_k/dt &= \lambda P_{k-1} - \lambda P_k, \quad k=1, 2, \dots, n-1. \\ dP_0/dt &= -\lambda P_0, \quad dP_n/dt = \lambda P_{n-1}. \end{aligned}$$

Полагаем, что эмиттерная система в начальный момент времени находится в состоянии  $k=0$ , т.е.  $P_0(0)=1$ .

Производящая функция

$$P(z, t) = \sum_{k=0}^n P_k(t) z^k = \sum_{k=0}^{n-1} P_k(t) z^k + F(t) z^n$$

удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\partial P(z, t) / \partial t = \lambda(z-1)P(z, t) + \lambda(1-z)z^n F(t), \quad (1)$$

где  $F(t) = P_n(t) = P\{T < t\}$  – интегральный закон распределения времени полного включения катода,  $P(z, 0)=1$ . Благодаря аналитичности производящей функции относительно аргумента  $z$  можно, используя преобразование Лапласа, найти решение уравнения (1), определив сначала  $F(t)$ , а затем и вероятности  $P_k(t)$ ,  $k=0, 1, \dots, n-1$ :

$$F(t) = \int_0^t \frac{\lambda^n t^{n-1}}{(n-1)!} e^{-\lambda t} dt, \quad (2)$$

$$P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}, k = 0, 1, \dots, n-1. \quad (3)$$

С помощью аналогичного рассмотрения можно решить уравнения и для переходных вероятностей  $P_{ij}$ :

$$\begin{aligned} dP_{ij} / dt &= \lambda P_{ij-1} - \lambda(1 + \delta_{jn}) P_{ij}, \\ P_{ij}(0) &= 0, i, j = 0, 1, \dots, n. \end{aligned}$$

Результат таков:

$$\begin{aligned} P_{ij} &= \frac{(\lambda t)^{j-1}}{(j-1)!} e^{-\lambda t}, j \geq i, i, j = 0, 1, 2, \dots, n-1; \\ P_{in} &= 1 - \sum_{j=0}^{n-1} P_{ij}(t) = 1 - \sum_{j=i}^{n-1} P_{j-i}(t); \\ P_{nn}(t) &= 1. \end{aligned} \quad (4)$$

На основании (2) среднее значение и дисперсия случайного времени включения эмиттерной системы есть

$$\bar{T} = n/\lambda, \quad (\overline{T - \bar{T}})^2 = n/\lambda^2.$$

Результаты (3) и (4) позволяют определить вероятностные характеристики случайного числа  $N(t)$  микроэмиттеров, функционирующих в момент  $t$ . Среднее значение

$$\overline{N(t)} = \lambda \int_0^t (1 - F(t)) dt.$$

Автокорреляционная функция процесса  $N(t)$  также выражается через интегральный и дифференциальный законы распределения времени включения эмиттера. Эта характеристика является нестационарной, в соответствии с чем процесс  $N(t)$  описывается частотно-временным спектром. С математической точки зрения нестационарность процесса  $N(t)$  объясняется исходным предположением об ограниченности числа реально действующих эмиссионных центров. Формальное снятие данной исходной посылки коренным образом меняет характер энергетического спектра.

Достижение процессом  $N(t)$  границы  $N(t)=n$  можно интерпретировать и в терминах исчерпания эмиссионных возможностей эмиттера [3].

#### Библиографический список

1. Brodie I. Fluctuation phenomena in field emission from molybdenum micropoints //Inst.Phys. Conf. 1989. Ser. 99.P.89-93.
2. Тихонов В.И., Миронов М.А. Марковские процессы. М., 1977.
3. Golubentsev A.F., Anikin V.M. Statistical model of cathodes with limited emissive resource //9th Int.Vacuum Microelectronics Conf.-IVMC-95. Portland, Oregon,1995. P.238-241.

#### MARKOV MODEL OF FIELD EMISSION ARRAY RESPONSE

V.M.Anikin, A.F.Golubentsev  
Saratov state university, Saratov

Markov model with finite numbers of states is suggested for the description of field emission array (FEA) and its impulse response.

УДК 621.3.032.21

#### КОРРЕЛЯЦИЯ И ВЗАИМНЫЙ СПЕКТР ФЛУКТУАЦИЙ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА НА НЕОДНОРОДНОМ ЭМИТТЕРЕ

А.С. Шаповалов

Саратовский государственный университет, г. Саратов

В работе исследуется возможность корреляции флуктуаций электронного пучка на неоднородном катоде. Для проведения соответствующих расчетов предложена статистическая модель неоднородного эмиттера. Получено выражение для взаимной спектральной плотности флуктуаций тока и скорости.

До последнего времени при определении шумности электронного пучка на катоде принималось предположение Пирса [1] об отсутствии корреляции флуктуаций тока и скорости и шумовой инвариант  $\Pi$  считался равным нулю. В то же время экспериментальные исследования шумовых свойств пучка на выходе из электронной пушки свидетельствуют о наличии корреляции указанных флуктуаций [2], что свидетельствует о возможности их существования и на поверхности эмиттера. Теоретические исследования, проведенные в работах [3-5], показали, что одной из причин корреляции флуктуаций может служить неоднородность катода.

Данная работа посвящена дальнейшему физико-статистическому обоснованию возможности возникновения корреляционного эффекта на неоднородном катоде и расчету соответствующего взаимного спектра флуктуаций.

Исследование корреляции флуктуаций тока и скорости электронного пучка проведем на основе следующей схемы неоднородного катода, которая фактически следует из данных многочисленных экспериментов [3]. Будем считать, что отдельные элементы катода эмиттируют электроны, характеризующиеся различными плотностями распределения

начальных скоростей  $f_k(u)$ ,  $k=1,2,\dots,L$ . Совокупность электронов с одинаковым законом распределения  $f_k(u)$  скоростей  $u$  будем называть кинетическим классом; а различные законы  $f_k(u)$  – кинетической неоднородностью катода.

Будем также считать, что все эмиттирующие центры катода можно разделить на  $N$  типов, отличающихся распределением электронов по кинетическим классам. Совокупность центров определенного типа в общем случае может отличаться также и эмиссионной способностью, что позволяет говорить о ней, как об эмиссионной области соответствующего типа. Существование эмиссионных областей различных типов означает, по существу, наличие эмиссионной неоднородности катода.

Под скоростью электронного пучка  $v$  на катоде, как принято в классических работах [1,6,7], будем понимать среднее значение скорости  $u$  электронов, испущенных за физически бесконечно малый интервал времени. Ее величина, естественно, будет зависеть как от вида функций  $f_k(u)$ , так и от соотношения числа частиц различных кинетических классов.

Вследствие флуктуаций числа частиц, эмиттируемых различными эмиссионными областями, текущий закон распределения электронных скоростей на подобном катоде с течением времени будет изменяться. Следовательно, детальное описание спектра скоростей требует введения в рассмотрение такой рандомизированной условной плотности вероятности скорости, которая характеризовала бы распределение скоростей на любом конечном интервале времени, а после статистического усреднения приводила бы к безусловному регулярному закону распределения.

Рандомизированную условную плотность распределения скорости электронов, эмиттированных за любой конечный интервал времени  $T$ , нетрудно выразить через плотности распределения  $f_k(u)$  и вероятности  $P_k$  принадлежности произвольного электрона к соответствующему кинетическому классу. Величина  $P_k$  в общем случае зависит от числа электронов  $n_1, n_2, \dots, n_N$ , испущенных за указанное время всеми эмиссионными областями, т.е.  $P_k = P_k(n_1, n_2, \dots, n_N)$ . По формуле полной вероятности закон распределения запишется так:

$$f(u|n_1, n_2, \dots, n_N) = \sum_{k=1}^L P_k(n_1, n_2, \dots, n_N) f_k(u), \quad (1)$$

где  $f(u|n_1, n_2, \dots, n_N)$  – рандомизированная условная плотность распределения скорости, определяемая при условии, что отдельные эмиссионные области испустили за время  $T$  соответственно  $n_1, n_2, \dots, n_N$  электронов.

Случайные изменения числа частиц  $n_1, n_2, \dots, n_N$  вызывают флуктуации тока электронного пучка. Поскольку эта же причина, как следует из (1), приводит и к флуктуациям скорости пучка, есть основания полагать, что в общем случае указанные флуктуации могут быть коррелированы. В дальнейшем будем предполагать, что эмиттер работает в режиме насыщения, а случайные величины  $n_1, n_2, \dots, n_N$  независимы и распределены по закону Пуассона.

Для расчета взаимной спектральной плотности флуктуаций тока и скорости электронного пучка  $S_{iv}(\omega)$  воспользуемся приближенным методом, предложенным и успешно использованным в работах [7,8]. Предположим, что если флуктуации тока и скорости коррелированы, то они связаны стационарно, а взаимная корреляционная функция  $R_{iv}(\tau)$  описывается дельта-функцией  $\delta(\tau)$ , т.е.:

$$R_{iv}(\tau) = R_0 \delta(\tau), \quad (2)$$

где  $R_0$  – вещественная постоянная величина,  $\tau = t_2 - t_1$  – разность моментов времени.

Введенное предположение означает определенную ограниченность метода, состоящую в том, что он позволяет найти лишь равномерную (не зависящую от частоты) компоненту действительной части взаимной спектральной плотности.

Используя соотношения Хинчина–Винера и выражение (2), взаимный спектр  $S_{iv}(\omega)$  можно записать так:

$$S_{iv}(\omega) = \frac{R_0}{2\pi},$$

где  $\omega$  – круговая частота.

Взаимная спектральная плотность должна удовлетворять известному соотношению теории случайных функций [1]

$$|S_{iv}(\omega)|^2 < S_i(\omega) S_v(\omega),$$

где  $S_i(\omega)$  – спектральная плотность флуктуации тока,  $S_v(\omega)$  – спектральная скорость флуктуаций скорости пучка.

Это неравенство накладывает ограничения на величину постоянной  $R_0$  и устанавливает соответствующую границу применимости результатов расчета использованным методом.

С целью определения постоянной  $R_0$  введем в рассмотрение две случайные вспомогательные функции: среднее значение скорости электронного пучка  $v^T(t)$  и средний ток луча  $i^T(t)$  за время  $T$ . В рамках гидродинамической модели электронного потока эти функции определяются выражениями

$$v^T(t) = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} v(t) dt, \quad (3)$$

$$i^T(t) = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} i(t) dt, \quad (4)$$

где  $v(t)$  – скорость электронного пучка, определенная для любого момента времени методом "мгновенного усреднения" Рэка [6];  $i(t)$  – ток электронного пучка, являющийся непрерывной функцией времени.

На основе дискретных представлений о пучке эти же функции запишутся так:

$$v^T(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u_i, \quad (5)$$

$$i^T(t) = \frac{ne}{T}, \quad (6)$$

где  $n$  – число электронов, испущенных за время  $T$ .

Сравнение математических ожиданий  $v^T(t)$ , рассчитанных при помощи выражений (3) и (5), приводит к равенству средней скорости пучка  $v_0$  и средней скорости электронов  $v_0$ . Аналогичная операция, проведенная для функции  $i^T(t)$ , дает выражение для среднего значения тока  $I_0$  электронного луча:

$$I_0 = \lambda e,$$

где  $\lambda = \frac{n_0}{T}$  – среднее число электронов, испущенных в единицу времени;  $n_0$  – среднее число электронов, эмиттированных за время  $T$ ;  $e$  – абсолютная величина заряда электрона.

Смешанный одномерный начальный момент 2-го порядка  $M\{i^T(t)v^T(t)\}$ , рассчитанный на основе выражений (3) и (4), определяется равенством

$$M\{i^T(t)v^T(t)\} = I_0 v_0 + \frac{1}{T^2} \int_0^T \int_0^T R_{iv}(t_2 - t_1) dt_1 dt_2,$$

где  $M$  – символ взятия математического ожидания.

С учетом (2) это выражение упрощается и принимает вид

$$M\{i^T(t)v^T(t)\} = I_0 v_0 + \frac{R_0}{T^2}. \quad (7)$$

Этот же момент, найденный при помощи выражений (5), (6), выглядит следующим образом:

$$M\{i^T(t)v^T(t)\} = \frac{e}{T} M\{nM(u|n_1, n_2, \dots, n_N)\}, \quad (8)$$

где  $M(u|n_1, n_2, \dots, n_N)$  – условное математическое ожидание скорости электронов, определенное при условии, что за время  $T$  отдельные эмиссионные области испустили соответственно  $n_1, n_2, \dots, n_N$  электронов.

Сопоставление правых частей равенств (7) и (8) позволяет определить постоянную  $R_0$  и записать взаимную спектральную плотность флуктуаций тока и скорости  $S_{iv}(\omega)$  таким образом:

$$S_{iv}(\omega) = \frac{e}{2\pi} \{M[nM(u|n_1, n_2, \dots, n_N)] - n_0 v_0\}. \quad (9)$$

Если катод кинетически однороден и все  $f_k(u)$  одинаковы, то  $f(u|n_1, n_2, \dots, n_N)$  не зависит от числа частиц, поскольку сумма коэффициентов  $P_k$  в выражении (1) равна единице. В этом случае

$$M(u|n_1, n_2, \dots, n_N) = u_0 = v_0$$

и корреляция отсутствует. В общем случае кинетически неоднородного катода корреляционный эффект определяется видом функций  $P_k(n_1, n_2, \dots, n_N)$  в выражении (1). Анализ результатов, полученных на основе соотношений (9) и (1), показывает, что корреляция флуктуаций отсутствует лишь для весьма ограниченного числа функций  $P_k(n_1, n_2, \dots, n_N)$ . Так, например, при  $P_k = \text{const}$ ,  $k=1, 2, \dots, N$ , или  $P_k = n_k/n$ ,  $k=1, 2, \dots, N$ , корреляция отсутствует. Однако в большинстве других случаев  $S_{iv}(\omega) \neq 0$ .

В частном случае, когда катод содержит 2 эмиссионные области ( $N=2$ ), а эмиттируемые частицы относятся к двум кинетическим классам, выражения для  $v_0$  и  $S_{iv}(\omega)$  упрощаются и принимают вид

$$v_0 = W_1 + p_{02}(W_2 - W_1),$$

$$S_{iv}(\omega) = \frac{e}{2\pi} (W_2 - W_1) \{M[np_2(n_1, n_2)] - n_0 p_{02}\}, \quad (10)$$

где  $p_{02} = p_2(n_{01}, n_{02})$ ;

$W_1 = \int_0^\infty u f_1(u) du$  – средняя скорость электронов

1-го кинетического класса;

$W_2 = \int_0^\infty u f_2(u) du$  – средняя скорость электронов

2-го кинетического класса.

Для иллюстрации возможности возникновения корреляционного эффекта приведем результаты расчета  $S_{iv}(\omega)$  для ряда моделей нерегулярного эмиттера.

Так, при  $L = N = 2$  и

$$P_1 = \frac{n_1}{n} \left(1 + \alpha \frac{n_2}{n}\right),$$

$$P_2 = 1 - P_1, \quad \alpha = \text{const}$$

взаимный спектр имеет вид

$$S_{iv}(\omega) = \frac{e\alpha P_{1e} P_{2e}}{2\pi} (W_2 - W_1),$$

где  $P_{1e} = \frac{n_{01}}{n_0}$ ,  $P_{2e} = \frac{n_{02}}{n_0}$  – безусловные вероятности

того, что данный электрон испущен соответственно 1-й или 2-й эмиссионными областями;

$n_{01}$ ,  $n_{02}$  – среднее число частиц, эмиттированных за время  $T$  соответственно 1-й и 2-й эмиссионными областями.

При  $P_1 = \frac{n_1^2}{n_1^2 + n_2^2}$  взаимная спектральная плот-

ность определяется выражением

$$S_{iv}(\omega) = -\frac{e}{2\pi} \frac{P_{1e} P_{2e} (P_{1e} - P_{2e})}{(P_{1e}^2 + P_{2e}^2)^{3/2}} (W_2 - W_1) (1 + 2P_{1e} P_{2e}).$$

Если  $P_1 = \frac{k_1 n_2}{k_1 n_1 + k_2 n_2}$ ,  $0 < k_1 < 1$ ,  $0 < k_2 < 1$ ,

то  $S_{iv}(\omega) = \frac{e}{2\pi} P_{1e} P_{2e} \frac{k_1 k_2 (k_1 - k_2)}{(k_1 P_{1e} + k_2 P_{2e})^3} (W_2 - W_1)$ .

Для статистической модели, в которой

$$P_1 = \left(\frac{n_1}{n}\right)^2 + \frac{n_2 n_{01}}{n n_0},$$

корреляция флуктуаций описывается соотношением

$$S_{iv}(\omega) = -\frac{e}{2\pi} P_{1e} P_{2e} (W_2 - W_1).$$

Эти примеры можно продолжить.

Физико-статистические модели, которым соответствуют приведенные выше выражения для вероятностных коэффициентов  $P_1$ ,  $P_2$  и взаимной спектральной плотности  $S_{iv}(\omega)$ , нетрудно обосновать для различных типов неоднородных эмиттеров. Следовательно, корреляция флуктуаций тока и скорости на неоднородном катоде является весьма вероятным фактором, который необходимо учитывать при теоретических расчетах и интерпретации результатов эксперимента.

## Библиографический список

1. Шумы в электронных приборах // Под ред. Л.Д. Смулина и Г.А. Хауса. М.; Л., 1964. С.484.
2. Анищенко В.С., Соколов И.П., Штыров А.И. Влияние плотности тока на шумность электронного пучка // Электронная техника, Сер.1, Электроника СВЧ, 1969. Вып. 11, С. 111-116.
3. Шаповалов А.С., Голубенцев А.Ф., Денисов Ю.И. Эмиссионные и шумовые свойства неоднородных эмиттеров. Саратов, 1983. С.92.
4. Шаповалов А.С. О корреляции флуктуаций тока и скорости электронного пучка в СВЧ приборах с неоднородным катодом // Тез. док. междунар. науч.-тех. конф. "Актуальные проблемы электронного приборостроения". Саратов, 1996. Ч. 1, С. 59-60.
5. Шаповалов А.С. Исследование влияния корреляции флуктуаций на минимальный коэффициент шума СВЧ усилителя типа 0 // Тез. док. междунар. науч.-тех. конф. "Актуальные проблемы электронного приборостроения". Саратов, 1996. Ч. 1, С. 61-62.
6. Rack A.I. Effect of space charge and transit time on the shot noise in diodes // Bell System Tech. J. 1938, Vol. 17, October, P. 592-619.
7. Голубенцев А.Ф. О спектральной плотности флуктуаций скорости электронов на катоде электронной пушки // Вопросы электронной техники. Саратов, 1971. Вып. 2, С. 83-103.
8. Голубенцев А.Ф., Денисов Ю.И., Минкин Л.М. Введение в статистическую электронику. Саратов, 1990. С.126.

## CORRELATION AND MUTUAL SPECTRUM OF FLUCTUATIONS OF AN ELECTRON BEAM ON THE INHOMOGENEOUS EMITTER

A.S. Shapovalov

Saratov state university, Saratov

In work the possibility of correlation of fluctuations of an electron beam on the inhomogeneous cathode is investigated. For realization of appropriate accounts the statistical model of the inhomogeneous emitter is offered. The expression for a mutual spectral density of fluctuations of a current and velocity is obtained.

УДК 621.3.032.21

## ШУМОВЫЕ ИНВАРИАНТЫ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА НА НЕОДНОРОДНОМ КАТОДЕ

А.С. Шаповалов

Саратовский государственный университет, г. Саратов

Для двух статистических моделей неоднородного эмиттера рассчитаны шумовые инварианты электронного луча. Показано, что влияние эффекта корреляции на фактор шума СВЧ электронно-лучевых приборов весьма существенно.

Шумовые свойства реальных катодов существенным образом зависят от степени их однородности [1]. Эмиссионно-кинетическая нерегулярность эмиттера, как правило, не только увеличивает спектральную плотность флуктуаций кинетического потенциала, но и вызывает корреляцию флуктуаций тока и скорости пучка. В результате изменяются оба шумовых инварианта пучка  $S$  и  $\Pi$  [1,2]. До последнего времени влияние корреляционного эффекта в теоретических работах не учитывалось. В данной работе на основе двух статистических моделей неоднородного термокатада проводится расчет шумовых инвариантов и шумности электронного пучка с учетом корреляции флуктуаций.

Взаимный спектр флуктуаций на нерегулярном эмиттере может быть определен путем последовательного применения и дальнейшего развития известных методов исследования флуктуационных процессов [1,2].

Если катод испускает группы электронов 2-х типов (кинетических классов), отличающихся плотностью распределения продольной скорости частиц, и, кроме того, состоит из 2-х эмиссионных областей, которые в общем случае различаются величиной тока и плотностью тока эмиссии, а также соотношением эмиттируемых электронов различных кинетических классов, то указанные методы приводят к следующему выражению для взаимной спектральной плотности флуктуаций тока и скорости электронного пучка на поверхности эмиттера:

$$S_{iv}(\omega) = \frac{e}{2\pi} \{M[nM(u|n_1, n_2)] - n_0 v_0\}, \quad (1)$$

где  $\omega$  – круговая частота;  $e$  – заряд электрона;  $M$  – символ операции взятия математического ожидания;  $M(u|n_1, n_2)$  – условное математическое ожидание скорости электронов, рассчитываемое при условии, что 1-я и 2-я эмиссионные области испускают за время  $T$  соответственно  $n_1$  и  $n_2$  электронов;  $n = n_1 + n_2$  – число электронов, испускаемых катодом за некоторый конечный интервал времени  $T$ ;  $n_1, n_2$  – независимые случайные величины, равные числу электронов, испущенных за время  $T$  соответственно 1-й и 2-й эмиссионными областями;  $n_0$  – среднее число электронов, эмиттированных катодом за время  $T$ ;  $v_0$  – средняя скорость электронного пучка на катоде, равная средней скорости электронов.

Особенность использованной методики расчета  $S_{iv}(\omega)$  состоит в том, что функции тока и скорости считаются стационарно связанными, взаимно корреляционная функция с точностью до постоянного вещественного множителя описывается дельта-функцией, а число электронов предполагается распределенным по закону Пуассона. Выражение, аналогичное (1), нетрудно записать для нерегулярных катодов с другим типом кинетической и эмиссионной неоднородности, то есть с другим числом кинетических классов электронов и эмиссионных областей эмиттирующей поверхности. При этом конечное выражение для  $S_{iv}(\omega)$  определяется видом условной

плотности распределения скорости электронов для той или иной конкретной модели катода.

Условную плотность вероятности скорости электронов зададим на основе следующих соображений. Предположим, что вероятность принадлежности данного электрона к 1-му кинетическому классу с точностью до нормировочного множителя пропорциональна произведению числа частиц, эмиттированных 1-й эмиссионной областью, и весового множителя  $k_1$  ( $0 < k_1 \leq 1$ ). Если аналогичное предположение сделать относительно вероятности того, что данный электрон относится ко 2-му кинетическому классу, и считать эту вероятность пропорциональной  $k_2 n_2$  ( $0 < k_2 \leq 1$ ), то нормировочный множитель будет равен  $\frac{1}{k_1 n_1 + k_2 n_2}$ , а условная плотность распре-

деления скорости электронов, найденная по формуле полной вероятности [3], будет иметь вид

$$f(u|n_1, n_2) = \frac{k_1 n_1}{k_1 n_1 + k_2 n_2} f(u) + \frac{k_2 n_2}{k_1 n_1 + k_2 n_2} f(u). \quad (2)$$

Характер эмиссионно-кинетической неоднородности, которая, в принципе, может существовать у реальных катодов и приводить к возникновению  $f(u|n_1, n_2)$  вида (2), может состоять в следующем. Допустим, что из  $n_1$  электронов, испущенных за время  $T$  1-й эмиссионной областью,  $k_1 n_1$  ( $0 < k_1 \leq 1$ ) частиц эмиттируются идентичными центрами ("зернами") и относятся к 1-му кинетическому классу. Из  $n_2$  электронов, эмиттированных 2-й эмиссионной областью,  $k_2 n_2$  ( $0 < k_2 \leq 1$ ) частиц относятся ко 2-му кинетическому классу, так как эмиттируются идентичными эмиттирующими центрами 2-го типа, характерными для 2-й области. В результате "перемешивания" этих групп электронов за счет поперечных составляющих скоростей образуется совокупность электронов с условной плотностью распределения, описываемой выражением (2). Остальные  $(1-k_1)n_1$  электронов 1-й области и  $(1-k_2)n_2$  электронов 2-й области эмиттируются центрами смешанного типа. Каждый из таких центров, несмотря на небольшие размеры, имеет неоднородную эмиттирующую поверхность и испускает электроны 2-х кинетических классов. Теперь будет наблюдаться "перемешивание" электронов различных кинетических классов, испущенных различными элементами поверхности отдельных центров. Естественно предположить, что в кинетическом отношении возникающая электронная смесь каждого неоднородного центра будет подобна той совокупности электронов, которая образуется при "перемешивании" частиц, испущенных двумя типами однородных центров катода. Это означает, что плотность вероятности скорости электронов центров смешанного типа совпадает с (2), и, следовательно, выражение (2) дает единую условную плотность распределения скорости электронов, эмиттированных всем катодом. Учитывая физический смысл коэффициентов  $k_1, k_2$  в рамках описанной модели катода, их можно назвать коэффициентами кинетической идентичности эмиттирующих центров 1-й и 2-й областей катода.

Безусловная плотность распределения скорости электронов на неоднородном катоде после проведения вычислений, связанных с усреднением (2) по числу частиц, имеет вид

$$f(u) = \frac{k_1 p_{1e}}{k_1 p_{1e} + k_2 p_{2e}} f_1(u) + \frac{k_2 p_{2e}}{k_1 p_{1e} + k_2 p_{2e}} f_2(u), \quad (3)$$

где  $p_{1e} = \frac{n_{01}}{n_0} = \frac{I_{01}}{I_{02}}$ ,  $p_{2e} = 1 - p_{1e}$ ,  $n_0 = n_{01} + n_{02}$ ,  
 $n_{01} = M\{n_1\}$ ,  $n_{02} = M\{n_2\}$ ,  $I_0 = I_{01} + I_{02}$ ;

$I_{01}, I_{02}$  – среднее значение токов эмиссии 1-й и 2-й эмиссионных областей соответственно;

$\frac{k_1 p_{1e}}{k_1 p_{1e} + k_2 p_{2e}}$ ,  $\frac{k_2 p_{2e}}{k_1 p_{1e} + k_2 p_{2e}}$  – безусловные вероятности того, что данный электрон относится соответственно к 1-му или 2-му кинетическому классу.

Среднее значение  $v_0$  скорости электронного пучка, определяемой методом "мгновенного усреднения" Рэка, равно средней скорости электронов  $u_0$  и согласно (3):

$$u_0 = \frac{k_1 p_{1e}}{k_1 p_{1e} + k_2 p_{2e}} W_1 + \frac{k_2 p_{2e}}{k_1 p_{1e} + k_2 p_{2e}} W_2, \quad (4)$$

$W_1 = \int_0^\infty u f_1(u) du$  – среднее значение скорости электронов 1-го кинетического класса;  $W_2$  – имеет аналогичный смысл.

С учетом (2) безусловное математическое ожидание, входящее в выражение (1), можно записать так:

$$M[nM(u|n_1, n_2)] = M\left\{n \left[ W_1 + \frac{k_2 n_2}{k_1 n_1 + k_2 n_2} (W_2 - W_1) \right]\right\} \quad (5)$$

Представим случайные величины  $n_1, n_2, n$  в виде суммы их математических ожиданий  $n_{01}, n_{02}, n_0$  и флуктуационных составляющих  $\delta n_1, \delta n_2, \delta n = \delta n_1 + \delta n_2$ , разложим коэффициенты при  $W_1$  и  $W_2$  в ряд по степеням  $\frac{\delta n_1}{n_{01}}, \frac{\delta n_2}{n_{02}}$  и ограничимся членами 2-го поряд-

ка малости, считая  $\left| \frac{\delta n_1}{n_{01}} \right| \ll 1, \left| \frac{\delta n_2}{n_{02}} \right| \ll 1$ . Проведя в

(5) усреднение по числу частиц и подставив полученное соотношение в (1), находим следующее выражение для взаимной спектральной плотности флуктуаций тока и скорости:

$$S_{i_0}(w) = \frac{e p_{1e} p_{2e} k_1 k_2 (k_1 - k_2)}{2\pi (k_1 p_{1e} + k_2 p_{2e})^3} (W_2 - W_1). \quad (6)$$

Как следует из выражения (6), корреляция флуктуаций наблюдается лишь тогда, когда катод наряду с эмиссионно-кинетической неоднородностью обладает неоднородностью по коэффициенту идентичности "зерен" эмиссионных областей. Поэтому корреляция отсутствует при выполнении любого из следующих равенств:

$$W_1 = W_2, p_{1e} = 0, p_{2e} = 0, k_1 = 0, k_2 = 0, k_1 = k_2.$$

Используя связь кинетического потенциала и перемещенной составляющей скорости пучка  $V = \frac{v v_0}{e} m$ ,

а также выражение (4) для  $v_0$ , находим взаимную спектральную плотность флуктуаций кинетического потенциала и тока электронного пучка

$$S_{vi}(\omega) = \frac{m p_{1e} p_{2e} k_1 k_2 (k_1 - k_2)}{2\pi (k_1 p_{1e} + k_2 p_{2e})^3} (W_2 - W_1) \times \left[ W_1 + \frac{k_2 p_{2e}}{k_1 p_{1e} + k_2 p_{2e}} (W_2 - W_1) \right],$$

где  $m$  – масса электрона.

Для более компактной записи этого выражения введем следующие обозначения:

$$\varepsilon = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}, \quad \varepsilon_1 = \frac{W_1}{\sqrt{\frac{\pi k T_c}{2 m}}}, \quad \varepsilon_2 = \frac{W_2}{\sqrt{\frac{\pi k T_c}{2 m}}}.$$

Здесь  $\varepsilon$  – параметр неоднородности катода по коэффициенту идентичности эмиттирующих центров отдельных областей;  $\sqrt{\frac{\pi k T_c}{2 m}}$  – средняя скорость электронов на поверхности однородного катода при Релеевском законе распределения скорости [1];  $k$  – постоянная Больцмана;  $T_c$  – температура катода;  $\varepsilon_1$ , и  $\varepsilon_2$  – средние значения скоростей электронов 1-го и 2-го кинетического классов в безразмерных переменных. В этих обозначениях взаимная спектральная плотность  $S_{vi}(\omega)$  имеет вид

$$S_{vi}(\omega) = k T_c \frac{p_{1e} p_{2e}}{2} \times \frac{\varepsilon (1 - \varepsilon^2) (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) [p_{1e} \varepsilon_1 (1 + \varepsilon) + p_{2e} \varepsilon_2 (1 - \varepsilon)]}{[1 + \varepsilon (p_{1e} - p_{2e})]^4} \quad (7)$$

В рассматриваемом случае  $S_{vi}(\omega)$  совпадает с шумовым инвариантом  $\Pi$  электронного пучка.

Для проведения численных иллюстративных расчетов сделаем конкретные предположения о законах распределения  $f_1(u)$  и  $f_2(u)$ . Допустим, что активное покрытие эмиттера имеет пористый характер, и 1-я эмиссионная область представляет собой совокупность поверхностных микрокристаллов катода, а 2-я область – совокупность выходных сечений пор, выходящих на поверхность катода. Тогда в качестве  $f_1(u)$  естественно принять закон Релея, а в качестве  $f_2(u)$  – плотность распределения скорости электронов, выходящих из пор, рассчитанную в [1]. В этом случае

$$\varepsilon_1 = 1, \quad \varepsilon_2 = 2\sqrt{\frac{q}{\pi}} + e^q (1 - \text{erf} \sqrt{q}), \quad (8)$$

где  $\text{erf} \sqrt{q} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\sqrt{q}} e^{-z^2} dz$  – интеграл вероятностей

[4];  $q = e\varphi / kT_c$  – параметр неэквивипотенциальности эмиттирующих зерен;  $\varphi$  – разность потенциалов ускоряющего электрического поля в порах, обусловленная поперечным падением напряжения на катодном покрытии.

Выражения (7), (8) позволяют найти численные значения шумового инварианта  $\Pi_{\text{нк}}$  неоднородного катода для заданных значений параметров, характеризующих его неоднородность.

Минимальный коэффициент шума электронно-лучевого усилителя типа 0 определяется шумностью электронного пучка, т.е. разностью шумовых инвариантов  $S$  и  $\Pi$  [5]. Поэтому при оценке влияния корреляции флуктуаций на минимальный коэффициент шума расчетные значения  $\Pi_{\text{нк}}$  необходимо сопоставить с величиной шумового инварианта  $S$  как однородного  $S_0$ , так и неоднородного  $S_{\text{нк}}$  эмиттеров. Для выбранной модели пористого неэквивипотенциального эмиттера [1]

$$S_{\text{нк}} = \sqrt{\gamma} \varepsilon_2 S_0, \quad (9)$$

где  $S_0 = \sqrt{4 - \pi} \frac{k T_c}{4 \sqrt{\pi}}$ ;

$$\gamma = \frac{4}{4 - \pi} - \frac{\pi}{4 - \pi} [p_{1k} + (1 - p_{1k}) e^q (1 - \text{erf} \sqrt{q})]^2 - \frac{4}{4 - \pi} \sqrt{\pi q} (1 - p_{1k}) e^{2q} (1 - \text{erf} \sqrt{q}) - \frac{4}{4 - \pi} p_{1k} (1 - p_{1k}) (\sqrt{\pi q} - q); \quad (10)$$

где  $p_{1k} = \frac{k_1 p_{1e}}{k_1 p_{1e} + k_2 p_{2e}}$ ;  $p_{1e}$  – безусловная вероятность того, что данный электрон испущен 1-й эмиссионной областью;  $\gamma$  – параметр, характеризующий увеличение дисперсии скорости электронов на неэквивипотенциальном эмиттере по сравнению с дисперсией на однородном катоде.

Выражения (8), (9), (10) позволяют рассчитать численные значения шумового инварианта  $S_{\text{нк}}$  для неоднородного катода.

Кривые зависимости от  $q$  шумовых инвариантов и шумности пучка, а также минимального избыточного коэффициента шума  $F_{\text{мин}} - 1$  СВЧ усилителя, представлены на рис. 1 и 2. Параметры неоднородности катода  $\varepsilon$  и  $p_{1e}$  для этих кривых соответствуют эмиттеру с умеренной степенью неоднородности.

На рис. 1, соответствующем  $\varepsilon = 0,5$ ;  $p_{1e} = 0,5$ , кривая 1 иллюстрирует зависимость от  $q$  величины  $S_{\text{нк}}/S_0$ , кривая 2 – величины  $\Pi_{\text{нк}}/S_0$ , кривая 3 – отношения  $\Pi_{\text{нк}}/S_{\text{нк}}$ . Анализ этих кривых показывает, что уже при умеренных значениях  $q$  численные значения  $|\Pi_{\text{нк}}|$  и  $S_{\text{нк}}$  сравнимы по величине, а отношение  $|\Pi_{\text{нк}}|/S_{\text{нк}}$  приближается к 0,5.

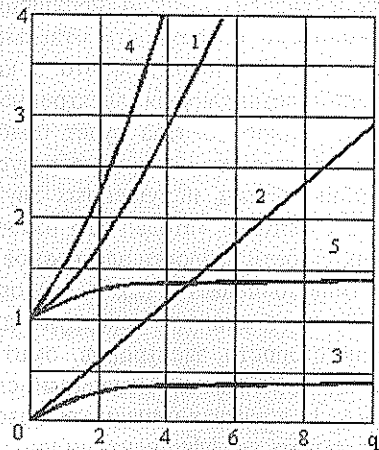


Рис. 1

Увеличение минимального значения избыточного коэффициента шума СВЧ усилителя с неоднородным катодом по сравнению с аналогичной величиной для прибора с однородным катодом иллюстрирует кривая 4, изображающая зависимость от  $q$  величины  $S_{шк}-\Pi_{шк}/S_0$ . При  $q = 4-5$   $F_{мин}-1$  за счет неоднородности катода увеличивается в 4-5 раз. Кривая 5 на рис.1 показывает зависимость от  $q$  отношения  $S_{шк}-\Pi_{шк}/S_{шк}$ , которое характеризует влияние эффекта корреляции на величину минимального избыточного коэффициента шума. Ординаты точек этой кривой дают отношение  $F_{мин}-1$ , рассчитанное с учетом корреляции флуктуаций на неоднородном катоде, к аналогичной величине, найденной без учета корреляционного эффекта. При указанных значениях  $\epsilon$  и  $p_{1e}$  и  $q \rightarrow 10$  эффект корреляции флуктуации приводит к увеличению  $F_{мин}-1$  почти в 1,5 раза. При увеличении степени неоднородности эмиттера указанная величина становится еще больше.

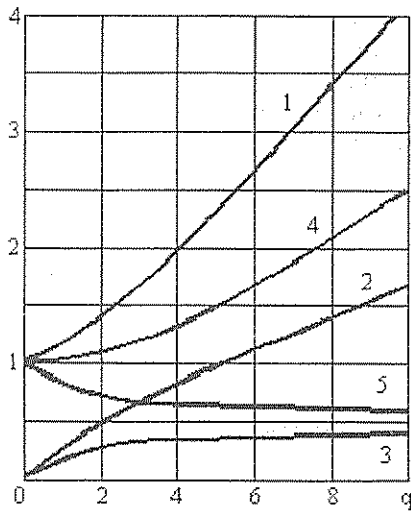


Рис.2

Кривые на рис.2 иллюстрируют аналогичные зависимости при положительном значении  $\epsilon=0,5$  и  $p_{1e}=0,5$ . Кривая 1 на этом рисунке показывает зависимость от  $q$  величины  $S_{шк}/S_0$ , кривая 2 – величины  $\Pi_{шк}/S_0$ , а 3 – отношения  $\Pi_{шк}/S_{шк}$ . Увеличение минимального избыточного коэффициента шума прибора с неоднородным катодом по сравнению с аналогичной величиной для усилителя с однородным катодом, равное  $(S_{шк}-\Pi_{шк})/S_0$ , иллюстрируется кривой 4. Наконец кривая 5 на рис.2 показывает зависимость от  $q$  величины  $(S_{шк}-\Pi_{шк})/S_{шк}$ , которая характеризует влияние эффекта корреляции на минимальный избыточный коэффициент шума. Выводы, следующие из анализа зависимостей 1-4 на рис.2, подобны тем, что констатировались выше.

Особенность рассмотренного случая состоит в том, что при  $\epsilon=0,5$  шумовой инвариант  $\Pi_{шк}$  положителен, и при  $q$ , близких к 10, эффект корреляции вызывает уменьшение  $F_{мин}-1$  почти в 2 раза.

Характерной особенностью рассмотренной статистической модели является то, что она может быть использована в качестве базовой для построения серии статистических схем, отличающихся видом

плотности распределения скоростей электронов смешанного кинетического класса.

В описанном случае закон распределения скоростей электронов, эмиттированных центрами смешанного типа, представляет собой линейную комбинацию функций  $f_1(u)$  и  $f_2(u)$  с весовыми вероятностными коэффициентами, зависящими как от эмиссионных характеристик  $n_1, n_2$ , так и от коэффициентов кинетической идентичности  $k_1, k_2$  эмиссионных областей. Очевидно, что определенным типам реальных катодов в большей степени может соответствовать другой вариант модели, в котором плотность распределения скоростей электронов смешанного кинетического класса не зависит от коэффициентов кинетической идентичности, а определяется только эмиссионными свойствами областей. Анализ подобной модели также представляет практический интерес.

Для определения вида закона распределения скоростей электронов смешанного кинетического класса в этом случае достаточно единственного предположения о том, что весовые коэффициенты в линейной комбинации функций  $f_1(u)$  и  $f_2(u)$  пропорциональны соответственно  $n_1, n_2$ . Из условия нормировки этих коэффициентов следует величина нормирующего множителя, равная  $1/n$ . Следовательно, условная плотность распределения скоростей электронов смешанного кинетического класса описывается суммой

$\frac{n_1}{n} f_1(u) + \frac{n_2}{n} f_2(u)$ , а условный закон распределения электронных скоростей на катоде в целом имеет вид

$$f(u | n_1, n_2) = \frac{k_1 n_1}{n} f_1(u) + \frac{k_2 n_2}{n} f_2(u) + \frac{(1-k_1)n_1 + (1-k_2)n_2}{n} \left[ \frac{n_1}{n} f_1(u) + \frac{n_2}{n} f_2(u) \right] \quad (11)$$

Использование (11) при расчете взаимной спектральной плотности флуктуаций тока и скорости, аналогичном приведенному для предыдущей модели, приводит к следующему выражению:

$$S_{iv}(\omega) = \frac{e}{2\pi} p_{1e} p_{2e} k_{12} (W_2 - W_1),$$

где  $k_{12} = k_1 - k_2$ .

В принятых обозначениях взаимный спектр  $S_{iv}(\omega)$  флуктуаций тока и кинетического потенциала, т.е. шумовой инвариант  $\Pi$ , принимает вид

$$S_{iv}(\omega) = \frac{kT_c}{4} p_{1e} p_{2e} k_{12} (\alpha_2 - \alpha_1) \times [p_{1e} \alpha_1 (1 + k_{12} p_{2e}) + p_{2e} \alpha_2 (1 - k_{12} p_{1e})] \quad (12)$$

Для иллюстрации полученного результата проведем расчет численных значений шумовых инвариантов пучка на пористом термокатоде с неэквивпотенциальными эмиттирующими центрами. К 1-му кинетическому классу отнесем электроны, испущенные поверхностными зернами, т.е. примем  $\alpha_1=1$ . Ко 2-му классу отнесем электроны, выходящие из пор, т.е.  $\alpha_2=\alpha_2(q)$ . Значения  $\Pi$  определим при помощи (12), а шумовой инвариант  $S_{шк}$  найдем на основе тех же соотношений, что и в предыдущем расчете. С целью



сопоставления вкладов в шумность пучка инвариантов  $S$  и  $\Pi$  построим графики для отношения данных параметров на неоднородном эмиттере. Для сравнения этой величины в режимах работы с различной степенью кинетической неоднородности и неэквипотенциальности эмиттера в качестве варьируемого аргумента выберем  $r_{1k} = r_{1e} [1 + k_{12}(1 - r_{1e})]$  (вероятность принадлежности любого электрона к 1-му кинетическому классу), а величину  $q$  используем в качестве параметра кривых. Результаты отражены на рис.3, 4.

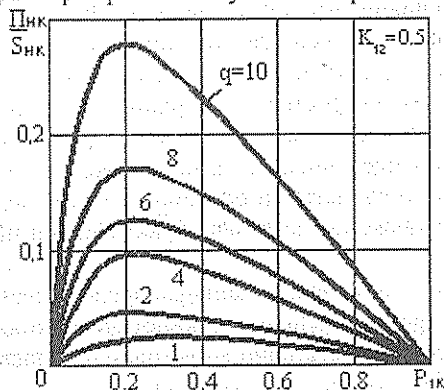


Рис.3

Кривые рис. 3 показывают зависимость отношения  $\Pi/S_{нк}$  от  $r_{1k}$  при  $k_{12}=0,5$  и  $q=1; 2; 4; 6; 8; 10$ . Кривые рис. 4 иллюстрируют зависимость  $|\Pi|/S_{нк}$  (здесь  $\Pi < 0$ ) от  $r_{1k}$  при  $k_{12}=-0,5$  и  $q=1; 2; 4; 6; 8; 10$ . Из анализа зависимостей следует, что в режимах умеренной эмиссионно-кинетической неоднородности ( $r_{1k} \approx 0,5$ ) абсолютная величина указанного отношения достигает  $0,2 \dots 0,25$ . При резко выраженной неоднородности ( $r_{1k} = 0,1 \dots 0,2$ ) абсолютная величина отношения инвариантов может составлять  $0,25 \dots 0,7$ . Это свидетельствует о том, что шумовые инварианты  $S$  и  $\Pi$  на неоднородном катоде сравнимы по величине. Численные значения инвариантов  $S$  и  $\Pi$  для рассмотренной модели нетрудно определить, если вместе с кри-

выми на рис.3, 4 принять во внимание графики  $S_{нк}/S_0$  на рис.1, 2.

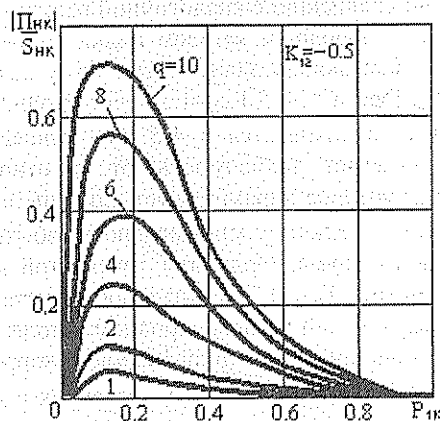


Рис.4

Анализ численных результатов расчета, иллюстрируемых кривыми на рис.1-4, в целом показывает, что эффект корреляции флуктуаций тока и скорости электронного пучка на неоднородном катоде оказывает существенное влияние на шумность пучка, на минимальный коэффициент шума усилителя и должен учитываться при разработке приборов, а также при теоретических и экспериментальных исследованиях реальных эмиттеров. Указанные исследования будут способствовать построению статистических моделей неоднородных эмиттеров, которые позволят более корректно объяснять экспериментальные результаты исследования шумов и устанавливать более обоснованные требования к степени неоднородности эмиттеров при разработке и создании СВЧ усилителей с заданным коэффициентом шума.

#### Библиографический список

1. Шаповалов А.С., Голубенцев А.Ф., Денисов Ю.И. Эмиссионные и шумовые свойства неоднородных эмиттеров. Саратов, 1983. С.92.
2. Голубенцев А.Ф., Денисов Ю.И., Минкин Л.М. Введение в статистическую электронику. Саратов, 1990. С.126.
3. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятности. М., 1965. С.400.
4. Сегал Б.И., Семидяев К.А. Пятизначные математические таблицы. М., 1962. С.464.
5. Шумы в электронных приборах / Под ред. Л.Д. Смудлина и Г.А. Хауса. М., Л., 1964. С.484.

#### NOISE INVARIANTS OF AN ELECTRON BEAM ON THE INHOMOGENEOUS CATHODE

A.S. Shapovalov

Saratov state university, Saratov

For two statistical models of the inhomogeneous emitter the noise invariants of an electron beam are calculated. It is shown, that the influence of effect of correlation to the noise factor of a microwave electron beam devices is very essential.

## ВЛИЯНИЕ КОРРЕЛЯЦИИ ФЛУКТУАЦИЙ НА ШУМОВЫЕ ПАРАМЕТРЫ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА НА НЕОДНОРОДНОМ ЭМИТТЕРЕ

А.С. Шаповалов

Саратовский государственный университет, г. Саратов

В работе исследуются шумовые параметры электронного пучка на специальной модели неоднородного эмиттера с эмиссионной, кинетической и инерционной нерегулярностями. Показано, что корреляция флуктуаций тока и скорости изменяет шумность электронного пучка в 1,5–2 раза.

Шумность электронного пучка и минимальный коэффициент шума электронно-лучевого усилителя типа  $\theta$ , как известно, определяются разностью шумовых инвариантов  $S$  и  $\Pi$  [1]. Неоднородность эмиттера приводит к изменению обоих инвариантов как вследствие увеличения спектральных плотностей флуктуаций тока и кинетического потенциала, так и вследствие возникновения корреляции флуктуаций [2–4]. Для расчета влияния неоднородности катода на шумовые параметры пучка необходима разработка серии статистических моделей, с помощью которых можно описать те или иные особенности нерегулярности эмиттеров различного типа. В данной работе анализируется один из возможных вариантов модели реального термоэлектронного эмиттера, неоднородного в эмиссионном и кинетическом отношении. На ее основе исследуется корреляция флуктуаций и шумовые свойства пучка.

Предположим, что катод содержит две эмиссионные области, каждая из которых испускает частицы двух различных кинетических классов, характеризующихся плотностями распределения нормальных скоростей электронов  $f_1(u)$  и  $f_2(u)$ . К 1-й эмиссионной области отнесем совокупность эмиттирующих центров, отличающихся динамическим (безынерционным) распределением электронов по кинетическим классам, когда условная вероятность принадлежности электрона к соответствующему классу определяется фактическим числом частиц, испущенных за время  $T$ . Ко 2-й эмиссионной области отнесем центры, характеризующиеся статическим (инерционным) распределением частиц по кинетическим классам, когда условная вероятность принадлежности электрона к тому или иному классу определяется математическими ожиданиями числа частиц. Такую ситуацию можно предположить для пористого неоднородного катода. Действительно, если распределение электронов по кинетическим классам зависит от соотношения числа частиц, эмиттированных поверхностными зернами и порами, то данная зависимость, очевидно, может определяться не текущими значениями этих чисел, а их значениями, усредненными, по крайней мере, за время пролета электронов в порах. Следовательно, распределение электронов, испущенных отдельными или всеми элементами эмиттирующей поверхности, может оказаться статическим в указанном смысле этого слова.

Для определенности примем следующий принцип распределения частиц по классам. Будем считать, что вероятность принадлежности к 1-му кинетическому

классу тех частиц, которые испущены 1-ой эмиссионной областью, пропорциональна числу электронов  $n_1$ , эмиттированных данной областью за время наблюдения  $T$ . Вероятность принадлежности этих электронов ко 2-му кинетическому классу естественно предположить пропорциональной числу частиц  $n_2$ , эмиттированных за указанное время 2-й эмиссионной областью. Из условия нормировки следует, что эти вероятности равны соответственно  $n_1/n$  и  $n_2/n$ , а число частиц, эмиттированных 1-й эмиссионной областью и относящихся к 1-му и 2-му кинетическим классам, составляет соответственно  $n_1(n_1/n)$  и  $n_1(n_2/n)$ , где  $n = n_1 + n_2$ . Аналогичные рассуждения относительно электронов, эмиттированных 2-й эмиссионной областью, проводимые на основе принятого принципа распределения, необходимо скорректировать с учетом того, что вероятностные коэффициенты теперь определяются математическими ожиданиями чисел  $n_{01}$ ,  $n_{02}$ ,  $n_0 = n_{01} + n_{02}$ , представляющих собой количество частиц, испущенных за время  $T$  соответственно 1-й и 2-й областями и катодом в целом. В этом случае из общего числа частиц  $n_2$ , испущенных 2-й областью,  $n_2(n_{02}/n_0)$  электронов относятся ко 2-му кинетическому классу, а  $n_2(n_{01}/n_0)$  — к 1-му. Таким образом, условная вероятность того, что взятый наугад электрон из числа испущенных катодом за время  $T$  относится к 1-му кинетическому классу равна  $(n_1/n)^2 + [(n_2/n) \cdot (n_{01}/n_0)]$ , а вероятность принадлежности произвольного электрона ко 2-му кинетическому классу составляет  $[(n_1/n)(n_{02}/n_0)] + [(n_1/n)(n_2/n)]$ . Следовательно, по формуле полной вероятности условная плотность распределения скорости электронов в смешанном пучке частиц, испущенных неоднородным катодом, запишется так:

$$f(u|n_1, n_2) = \left( \frac{n_1^2}{n^2} + \frac{n_2 n_{01}}{n n_0} \right) f_1(u) + \left( \frac{n_2 n_{02}}{n n_0} + \frac{n_1 n_2}{n^2} \right) f_2(u). \quad (1)$$

Полученные значения вероятностных коэффициентов в выражении (1) можно объяснить с физической точки зрения следующим образом. Исползованный принцип распределения электронов по кинетическим классам, основанный на пропорциональности количества электронов соответствующего класса отношению  $n_1/n$ ,  $n_2/n$ ,  $n_{01}/n_0$ ,  $n_{02}/n_0$ , приводит к появлению выражений для числа частиц типа  $n_1 n_2/n$  (или  $n_2 n_{01}/n_0$ ), кинетический класс которых не является основным для области их эмиссии. Указанные числа, очевидно, можно трактовать как количество частиц  $n_{гр}$ , испускаемых приграничными эле-

ментами эмиссионных областей, так как эта величина обращается в ноль при исчезновении границ областей при  $n_1=0, n_2 \neq 0$  или  $n_1 \neq 0, n_2=0$ , когда катод становится однородным. В общем случае величина  $n_{гр}$ , по-видимому, должна быть связана с  $n_1 n_2 / n$  некоторым коэффициентом пропорциональности  $C$ , т.е.  $n_{гр} = C \cdot (n_1 n_2) / n$ .

Поскольку  $n_{гр} < \min(n_1, n_2)$ , то  $C < \min(n/n_1, n/n_2)$ .

При изменении  $n_1$  от 0 до  $n$  отношение  $n/n_1$  уменьшается от  $\infty$  до 1, а величина  $n/n_2 = n/n - n_1$  увеличивается от 1 до  $\infty$ . Кривые зависимости  $n/n_1$  и  $n/n_2$  от  $n_1$  для любого заданного  $n$  пересекаются при  $n_1 = n/2$ , когда  $n/n_1 = n/n_2 = 2$ . Таким образом, возможные значения коэффициента пропорциональности лежат в интервале от 0 до 2. Естественно предположить, что коэффициент  $C$  является случайной величиной, изменяющейся от катода к катоду, и в проводимых расчетах должен быть принят равным его математическому ожиданию. Закон распределения  $C$  определяется особенностями технологии изготовления эмиттеров. Если в качестве его первого приближения применить закон равномерной плотности, то среднее значение  $C$  будет равно 1, что и использовалось в проведенном расчете.

Условное математическое ожидание скорости электронов  $M\{u | n_1, n_2\}$ , соответствующее распределению (1), запишется в виде

$$M\{u | n_1, n_2\} = W_1 + \left( \frac{n_2}{n} \frac{n_{02}}{n_0} + \frac{n_1 n_2}{n} \right) (W_2 - W_1),$$

где  $W_1 = \int_0^\infty u f_1(u) du$  — средняя скорость электронов 1-го кинетического класса;  $W_2$  — имеет аналогичный смысл.

Безусловная плотность распределения скорости электронов получается из (1) путем усреднения вероятностных коэффициентов при  $f_1(u)$  и  $f_2(u)$  по  $n_1, n_2, n$  и проведения в случае необходимости предельного перехода при  $T \rightarrow \infty$  [5]. Конечный результат имеет вид выражения, аналогичного (1), которое вместо  $n_1, n_2, n$  содержит математические ожидания  $n_{01}, n_{02}, n_0$ . Средняя скорость пучка  $u_0$ , равная средней скорости электронов и рассчитанная при помощи безусловной плотности распределения для данной модели эмиттера, описывается соотношением

$$u_0 = W_1 + p_{2e}(W_2 - W_1), \quad (2)$$

где  $p_{2e} = n_{02}/n_0$ .

Для расчета безусловного математического ожидания  $M\{nM\{u | n_1, n_2\}\}$  предположим, что случайные величины  $n_1, n_2$  распределены по закону Пуассона и независимы друг от друга. Представим величины  $n_1, n_2, n$  в виде сумм их математических ожиданий и флуктуационных компонент  $\delta n_1, \delta n_2, \delta n = \delta n_1 + \delta n_2$ , разложим усредняемое выражение в ряд по степеням  $\delta n_1/n_{01}, \delta n_2/n_{02}$  и, считая  $\delta n_1/n_{01} \ll 1, \delta n_2/n_{02} \ll 1$ , ограничимся членами 2-го порядка малости. Тогда результат усреднения запишется так:

$$M\{nM\{u | n_1, n_2\}\} = n_0 u_0 - p_{1e} p_{2e} (W_2 - W_1).$$

Подстановка этого соотношения в выражение для взаимной спектральной плотности  $S_{iv}(\omega)$  флуктуаций тока и скорости [3] приводит к равенству

$$S_{iv}(\omega) = -\frac{e}{2\pi} p_{1e} p_{2e} (W_2 - W_1),$$

где  $p_{1e} = n_{01}/n_0$ , и  $e$  — абсолютная величина заряда электрона.

В рамках односкоростной теории шумность электронного пучка определяется взаимной спектральной плотностью  $S_{iv}(\omega)$  флуктуаций тока и кинетического потенциала. При средней скорости пучка (2) указанный спектр имеет вид

$$S_{iv}(\omega) = -\frac{m}{2\pi} p_{1e} p_{2e} (W_2 - W_1) [W_1 + p_{2e} (W_2 - W_1)].$$

Если отнормировать средние скорости электронов различных кинетических классов к средней скорости электронов  $W_e$  при релеевском распределении, то в безразмерных величинах  $\alpha_1 = W_1/W_e, \alpha_2 = W_2/W_e$  это выражение примет вид

$$S_{iv} = -\frac{kT_c}{4} p_{1e} p_{2e} (\alpha_2 - \alpha_1) [\alpha_1 + p_{2e} (\alpha_2 - \alpha_1)],$$

где  $T_c$  — абсолютная температура катода,  $k$  — постоянная Больцмана.

Согласно использованной методике расчета полученная величина совпадает с шумовым инвариантом  $\Pi$  электронного пучка. Как и следовало ожидать, корреляция флуктуаций тока и кинетического потенциала отсутствует для однородного эмиттера, когда  $\alpha_1 = \alpha_2$  или  $p_{1e} = 0$  ( $p_{2e} = 1$ ), или  $p_{2e} = 0$  ( $p_{1e} = 1$ ). Знак инварианта  $\Pi$  зависит от соотношения  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ .

Для иллюстрации полученных результатов воспользуемся конкретной физической моделью неоднородного эмиттера, описывающей пористый катод [2]. Будем считать, что 1-ю эмиссионную область, характеризующуюся динамическим (безынерционным) распределением электронов по кинетическим классам, образует совокупность поверхностных кристаллов эмиттера. Область статического (инерционного) распределения электронов по кинетическим классам образуют выходные сечения пор активного покрытия катода. Тогда закон  $f_1(u)$  будет представлять собой релеевское распределение, а функция  $f_2(u)$  — плотность распределения скоростей электронов, выходящих из пор, которая рассчитана в [2]. При таких предположениях  $\alpha_1 = 1$ , а величина  $\alpha_2$  определяется соответствующим выражением работы [2].

Зависимости шумовых параметров электронного пучка от параметра неэквипотенциальности эмиттера  $q = e\phi/kT_c$  представлены на рис. 1 (здесь  $\phi$  — разность потенциалов эмиттирующих центров). Вклад в интегральную эмиссию отдельных эмиссионных областей принимается одинаковым, т.е.  $p_{1e} = p_{2e} = 0,5$ . Шумовой инвариант  $\Pi$  в рассматриваемом случае отрицателен, что означает увеличение шумности электронного пучка за счет корреляционного эффекта. Кривая 1 на рис. 1 иллюстрирует зависимость величины  $|\Pi|/kT_c$  от параметра  $q$ . Для реальных значе-

ний  $q$  абсолютная величина инварианта может достигать  $0,5kT_c$ , что говорит о возможности существенного вклада эффекта корреляции флуктуаций в шумность пучка.

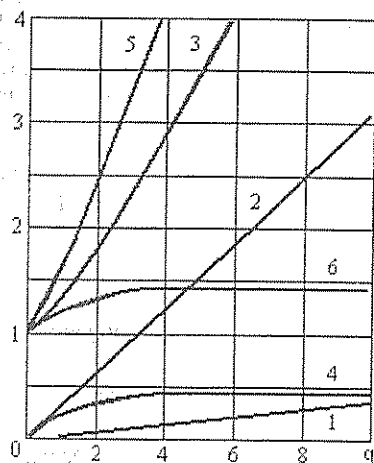


Рис.1

Зависимость от  $q$  отношения абсолютной величины шумового инварианта  $\Pi$  к величине  $S_{OK}$ , являющейся шумовым инвариантом  $S$  однородного катода, изображена кривой 2, которая показывает, что  $|\Pi|$  может превышать  $S_{OK}$  почти в 3 раза.

Неэквипотенциальность эмиттера приводит к увеличению не только  $|\Pi|$ , но и шумового инварианта  $S$ , величину которого на неоднородном катоде обозначим  $S_{HK}$ . Зависимость отношения  $S_{HK}/S_{OK}$  от параметра неэквипотенциальности  $q$  представлена кривой 3.

Очевидно, особый практический интерес представляет сопоставление величины  $|\Pi|$  с шумовым инвариантом  $S_{HK}$  неоднородного катода. Соотношение этих величин характеризует кривая 4 зависимости  $|\Pi|/S_{HK}$  от параметра  $q$ . Из нее следует, что  $|\Pi|$  может достигать значений  $0,5S_{HK}$ .

Шумность электронного пучка  $S_{HK}-\Pi$  на неоднородном катоде по сравнению с аналогичной величиной для однородного катода  $S_{OK}$  резко возрастает по мере увеличения параметра  $q$ . Этот рост, обусловленный увеличением абсолютных величин обоих шумовых инвариантов, иллюстрирует кривая 5 зависимости  $(S_{HK}-\Pi)/S_{OK}$  от  $q$ . Для реальных значений  $q$  минимальный избыточный коэффициент шума электронно-лучевого усилителя типа 0 может более чем в 4 раза превышать аналогичную величину для усилителя с однородным катодом.

Зависимость от  $q$  отношения шумностей  $(S_{HK}-\Pi)/S_{HK}$  электронного пучка на неоднородном катоде, рассчитанных с учетом и без учета корреляции флуктуаций, изображается кривой 6. Корреляционный эффект может приводить к увеличению минимального избыточного коэффициента шума усилителя в 1,5 раза.

Если теперь предположить, что область динамического распределения электронов по кинетическим классам (1-я эмиссионная область) представляет собой совокупность выходных сечений пор, а область

статического распределения (2-я эмиссионная область) — это поверхностные кристаллы катодного покрытия, то  $\alpha_2$  будет равно 1, а  $\alpha_1$  будет определяться зависимостью  $\alpha_1 = \alpha_1(q)$  [2]. Параметр  $\Pi$  при заданных  $q$  и  $r_{1e}$  будет иметь те же абсолютные значения, что и в предыдущем случае, но станет положительным. Следовательно, корреляционный эффект будет вызывать уменьшение шумности электронного пучка и минимального значения избыточного коэффициента шума электронно-лучевого усилителя. Зависимости шумовых параметров электронного пучка от параметра неэквипотенциальности эмиттера  $q$  в этом случае приведены на рис. 2.

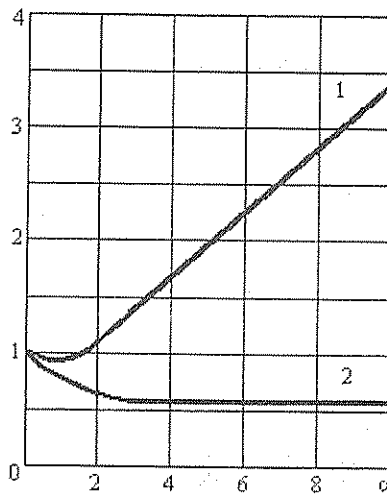


Рис.2

Кривая 1 этого рисунка показывает зависимость от  $q$  отношения  $(S_{HK}-\Pi)/S_{OK}$  шумности пучка на неоднородном катоде к аналогичной величине на однородном эмиттере. Отношение шумностей  $(S_{HK}-\Pi)/S_{HK}$  электронного пучка на неоднородном катоде, рассчитанных с учетом и без учета корреляции флуктуаций, иллюстрирует кривая 2. Непосредственно из рисунка следует, что корреляционный эффект может приводить к снижению шумности пучка, а следовательно, и минимального значения избыточного коэффициента шума усилителя в 2 раза.

Характерно, что для выбранных значений параметров рассмотренной модели, соответствующих средним точкам диапазона их возможных значений, числовые характеристики влияния корреляции флуктуаций на шумность пучка и минимальный избыточный коэффициент шума электронно-лучевого усилителя типа 0 близки к аналогичным величинам, полученным на основе других моделей неоднородного эмиттера [4].

Таким образом, изменение использованных в расчете моделей не приводит к значительному изменению конечных результатов, которые характеризуют корреляционный эффект и свидетельствуют о его существенном влиянии на шумовые свойства электронного пучка.

Библиографический список

1. Шумы в электронных приборах / Под ред. Л.Д. Смуглина и Г.А. Хауса. М.; Л., 1964. С.484.
2. Шаповалов А.С., Голубенцев А.Ф., Денисов Ю.И. Эмиссионные и шумовые свойства неоднородных эмиттеров. Саратов, 1983. С. 92.
3. Шаповалов А.С. О корреляции флуктуаций тока и скорости электронного пучка в СВЧ приборах с неоднородным катодом //Тез. док. междунар. научн.-тех. конф. "Актуальные проблемы электронного приборостроения". Саратов, 1996. Ч. 1. С. 59-60.
4. Шаповалов А.С. Исследование влияния корреляции флуктуаций на минимальный коэффициент шума СВЧ усилителя типа 0 //Тез. док. междунар. научн.-тех. конф. "Актуальные проблемы электронного приборостроения". Саратов, 1996. Ч. 1. С. 61-62.
5. Голубенцев А.Ф. О спектральной плотности флуктуаций скорости электронов на катоде электронной пушки. Саратов, Вопросы электронной техники. 1971. Вып. 2. С. 83-103.

INFLUENCE OF CORRELATION OF FLUCTUATIONS TO NOISE PARAMETERS OF AN ELECTRON BEAM ON THE INHOMOGENEOUS EMITTER

A.S. Shapovalov

Saratov state university, Saratov

In work the noise parameters of an electron beam on a special model of the inhomogeneous emitter with emission, kinetic and inertial irregularities are investigated. It is shown, that the correlation of fluctuations of a current and velocity changes noisiness of an electron beam in 1,5-2 times.

УДК 621.3.032.021

ВЗАИМНЫЙ СПЕКТР ФЛУКТУАЦИЙ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА НА ИНЕРЦИОННО-НЕОДНОРОДНОМ ЭМИТТЕРЕ

А.С. Шаповалов, О.С. Плеханов, В.В. Машников, Р.Ф. Мухамедов  
Саратовский государственный университет, г. Саратов

А.И. Варламов

Саратовский государственный технический университет, г. Саратов

В работе обосновывается статистическая модель эмиттера с распределенной инерционной неоднородностью. Исследуется взаимная спектральная плотность флуктуаций тока и скорости электронного пучка. Результаты расчета свидетельствуют о существенном влиянии корреляции флуктуаций на шумность пучка.

Как показывает расчет [1, 2], флуктуации тока и скорости электронного пучка коррелированы, если катод неоднороден в эмиссионном и кинетическом отношении. Так, для модели 2-х эмиссионных областей и 2-х кинетических классов взаимная спектральная плотность флуктуаций отлична от нуля и определяется различием параметров, характеризующих неоднородный эмиттер: разностью средних скоростей электронов отдельных кинетических классов и разностью коэффициентов кинетической идентичности эмиссионных областей [2]. Одним из факторов неоднородности катода может служить также различная степень кинетической инерционности отдельных эмиссионных областей или их элементов. В данном случае под инерционностью эмиттера понимается степень замедленности реакции вероятностных коэффициентов в условной плотности распределения скорости эмиттированных электронов на изменение числа испущенных частиц. Исследования показали, что если распространенность инерционной неоднородности имеет ограниченный характер, т.е. отдельные эмиссионные области характеризуются различной степенью инерционности, но в пределах области она одинакова, то знак действительной части взаимной спектральной плотности (ВСП) не зависит от вклада эмиссионных областей в интегральную эмиссию, так как он фигурирует в выражении для ВСП в виде множителя  $P_{1c}P_{2c}$  (где  $P_{1c} = n_{01}/n_0, P_{2c} = n_{02}/n_0, n_0 = n_{01} + n_{02}, n_{01}$  и  $n_{02}$  - среднее число частиц, эмиттированных за время  $T$  со-

ответственно 1-ой и 2-ой областями). Знак ВСП имеет принципиальное значение, поскольку именно он определяет знак приращения шумности пучка вследствие корреляции флуктуаций: при положительной ВСП флуктуаций шумность пучка уменьшается, при отрицательной ВСП - растет [3].

Создание и применение новых эмиссионных материалов и типов катодов, совершенствование технологии их изготовления, сопровождается появлением новых видов нерегулярности эмиттеров и изменением характера уже известных. Естественно предположить, что для описания некоторых типов катодов указанная выше модель эмиттера с ограниченной инерционной неоднородностью может оказаться слишком упрощенной, так как в рамках этой модели различные инерционные свойства присвоены отдельным эмиссионным областям, а не их элементам. В более общем случае инерционную неоднородность следует распространить и на отдельные элементы эмиссионных областей, т.е. придать ей распределенный характер. Это скажется на величине и знаке ВСП флуктуаций, информация о которой представляет большой практический интерес.

С целью исследования влияния на ВСП степени распространенности инерционной неоднородности необходимо построение модели эмиттера с инерционной неоднородностью, распределенной по всей эмиттирующей поверхности, и сравнение результатов расчета ВСП для этой модели и модели с огра-

ниченной неоднородностью. Для этого воспользуемся следующей статистической схемой.

Предположим, что катод состоит из двух эмиссионных областей, а эмиттированные электроны относятся к двум кинетическим классам с плотностью распределения скоростей соответственно  $f_1(u)$  и  $f_2(u)$ . При этом каждую эмиссионную область будем считать инерционно-неоднородной, т.е. состоящей из безынерционной части, в которой вероятность принадлежности электрона к соответствующему классу определяется фактическим числом эмиттированных электронов, и инерционной части, в которой указанная вероятность определяется математическими ожиданиями числа частиц. Основные кинетические классы электронов, испускаемых 1-й и 2-й эмиссионными областями, будем называть соответственно 1-м и 2-м кинетическими классами. Вследствие кинетической неоднородности эмиссионных областей каждая из них испускает частицы обоих кинетических классов: и основного, и неосновного. Предположим также, что вероятность принадлежности к 1-му кинетическому классу произвольного электрона из числа тех, которые испущены за время наблюдения  $T$  1-й эмиссионной областью, пропорциональна числу частиц  $n_1$ , эмиттированных этой областью. В принятой терминологии это означает, что электроны основного кинетического класса эмиттируются безынерционной частью 1-й эмиссионной области. Вероятность принадлежности указанного электрона ко 2-му (неосновному) кинетическому классу примем пропорциональной математическому ожиданию  $n_{02}$  числа частиц, эмиттированных за время  $T$  смежной, т.е. 2-й эмиссионной областью, для которой указанный кинетический класс является основным. По существу это предположение означает, что данный электрон испущен приграничной инерционной частью 1-й эмиссионной области, физические свойства которой (например, поперечное падение напряжения на катодном покрытии, влияющее на закон распределения скоростей эмиттированных электронов [4] и др.) близки к аналогичным характеристикам смежной области. Кроме того, число подобных частиц (с плотностью распределения  $f_2(u)$ ) оказывается пропорциональным произведению  $n_1 n_{02}$ , которое определяется "протяженностью" границ эмиссионных областей и обращается в ноль при их исчезновении (при  $n_1=0$  или  $n_{02}=0$ ). Из условия нормировки следует, что названные вероятности равны соответственно  $n_1/(n_1+n_{02})$  и  $n_{02}/(n_1+n_{02})$ .

Аналогичные предположения сделаем по отношению к электронам, эмиттированным за время  $T$  2-й эмиссионной областью. Допустим, что вероятность принадлежности ко 2-му кинетическому классу некоторого электрона из числа тех, что испущены за время  $T$  2-й эмиссионной областью, пропорциональна числу частиц  $n_2$ , эмиттированных этой областью. Вероятность принадлежности указанного электрона к 1-му кинетическому классу примем пропорциональной математическому ожиданию  $n_{01}$  числа электронов, испущенных 1-й областью. С учетом

нормировочных множителей эти вероятности запишутся как  $n_2/(n_2+n_{01})$  и  $n_{01}/(n_2+n_{01})$ .

Согласно теореме полной вероятности [5] условная плотность распределения  $f(u/n_1, n_2)$  электронных скоростей  $u$  в "смешанном" пучке вблизи поверхности эмиттера запишется так:

$$f(u/n_1, n_2) = P_1 f_1(u) + P_2 f_2(u),$$

$$\text{где } P_1 = (n_1/n)[n_1/(n_1+n_{02})] + (n_2/n)[n_{01}/(n_2+n_{01})], \\ P_2 = (n_2/n)[n_2/(n_2+n_{01})] + (n_1/n)[n_{02}/(n_1+n_{02})], n = n_1 + n_2.$$

Статистический анализ дает следующие выражения для средней скорости  $v_0$  пучка и взаимной спектральной плотности  $S_{i0}(\omega)$  флуктуаций тока и скорости [1]:

$$v_0 = W_1 + P_{02}(W_2 - W_1), \quad (1)$$

$$S_{i0}(\omega) = (e/2\pi)(W_2 - W_1)[M(nP_2) - n_0 P_{02}], \quad (2)$$

где  $P_{02} = P_2(n_{01}, n_{02})$ ,  $W_1, W_2$  — средние скорости электронов соответственно 1-го и 2-го кинетических классов,  $e$  — абсолютная величина заряда электрона,  $\omega$  — круговая частота,  $M$  — символ операции математического ожидания. Считая, что величины  $n_1$  и  $n_2$  независимы и распределены по закону Пуассона, представим их в виде суммы математических ожиданий  $n_{01}, n_{02}$  и флуктуационных составляющих  $\delta n_1, \delta n_2$ . Разложив выражения для  $nP_2(n_1, n_2)$  в степенной ряд по степеням  $\delta n_1/n_{01}$  и  $\delta n_2/n_{02}$ , ограничившись членами второго порядка малости и произведя статистическое усреднение, получим

$$M(nP_2) = n_0 P_{02} + P_{1c} P_{2c} (P_{2c} - P_{1c}), \quad (3)$$

где  $P_{1c} = n_{01}/n_0$ ,  $P_{2c} = n_{02}/n_0$ . В данном случае  $P_{02} = P_{2c}$ . Подстановка (3) в (2) дает следующее выражение для взаимного спектра флуктуаций тока и скорости пучка на неоднородном катоде:

$$S_{i0}(\omega) = (e/2\pi) P_{1c} P_{2c} (P_{2c} - P_{1c})(W_2 - W_1), \quad (4)$$

Как и следовало ожидать, полученный результат имеет много общего с аналогичным соотношением для модели ограниченной инерционной неоднородности. Для обеих моделей эмиттера корреляция флуктуаций наблюдается лишь при наличии кинетической ( $W_1 \neq W_2$ ) и эмиссионной ( $P_{1c} \neq 0$ ; 1) неоднородностей. Вместе с тем имеется и принципиальное отличие конечных выводов. В обсуждаемой модели величина ВСП зависит не только от произведения вероятностных коэффициентов  $P_{1c}$  и  $P_{2c}$ , но и от их разности ( $P_{2c} - P_{1c}$ ). При равенстве вкладов эмиссионных областей в интегральную эмиссию ( $P_{1c} = P_{2c} = 0,5$ ) корреляционный эффект исчезает. При изменении знака разности  $P_{2c} - P_{1c}$  меняется и знак ВСП, а следовательно, и характер влияния эффекта корреляции на шумность пучка.

В модели ограниченной инерционной неоднородности зависимость ВСП от вклада эмиссионных областей в интегральную эмиссию определяется множителем  $P_{1c} P_{2c}$ , который остается положительным при любых  $P_{1c}$  и принимает максимальное значение, равное 0,25, при  $P_{1c} = P_{2c} = 0,5$ . В модели распределенной инерционной неоднородности указан-

ная зависимость определяется эмиссионным множителем  $P_{1e}P_{2e}$  ( $P_{2e}-P_{1e}$ ), который положителен при  $0 < P_{1e} < 0,5$  и отрицателен при  $0,5 < P_{1e} < 1$ . При изменении  $P_{1e}$  величина этого множителя принимает два экстремальных значения, приблизительно равных 0,1 и -0,1, в точках  $P_{1e} \approx 0,2$  и  $P_{1e} \approx 0,8$  соответственно. Таким образом, характер зависимости эмиссионного множителя ВСП от  $P_{1e}$  претерпевает существенные изменения, однако максимальное значение его модуля остается величиной того же порядка, что и в известных моделях [1], в том числе Шумовой инвариант П электронного пучка представляет собой действительную часть ВСП  $S_{iv}(\omega)$  флуктуаций тока и кинетического потенциала  $v = \omega \omega_0 / \eta$  (где  $\eta = e/m$  — отношение абсолютной величины заряды электрона к его массе  $m$ ). Используя (1) и (4), и переходя к безразмерным значениям средней скорости электронов  $\alpha_1 = W_1/W_c$  и  $\alpha_2 = W_2/W_c$  ( $W_c$  — среднее значение скорости электронов при условии, что она распределена по закону Релея) шумовой инвариант можно записать так:

$$P = S_{iv}(\omega) = (kT_c/4) P_{1e}P_{2e}(P_{2e} - P_{1e})(\alpha_2 - \alpha_1) \times [\alpha_1 + P_{2e}(\alpha_2 - \alpha_1)], \quad (5)$$

где  $W_c = \sqrt{\frac{\pi kT_c}{2m}}$ ,  $k$  — постоянная Больцмана,  $T_c$  — температура катода по шкале Кельвина. Задавая конкретные законы распределения скоростей электронов  $f_1(u)$  и  $f_2(u)$ , на основе (5) не-

трудно рассчитать численные значения шумового инварианта П для различных физических моделей неоднородного катода, в том числе и для пористого неоднородного эмиттера. Анализ структуры соотношения (5) показывает, что оно близко к соответствующим выражениям для ранее описанных моделей [1, 2]. Это означает, что диапазон реальных значений модуля шумового инварианта П для данной модели оказывается приблизительно тем же, что и в предыдущих статистических схемах [2], а влияние корреляции флуктуаций электронного пучка на его шумность является весьма значительным.

Подводя итоги, общий вывод работы можно сформулировать так. Инерционная неоднородность катода и ее свойства весьма существенно влияют на знак и характер зависимости ВСП от параметров, описывающих вклад отдельных областей катода в его интегральную эмиссию. При этом предельные значения модуля ВСП остаются высокими, а влияние корреляции флуктуаций на шумность пучка — значительным. Для оптимального статистического описания реальных эмиттеров и объяснения результатов эксперимента необходима разработка значительной серии моделей, что обеспечит возможность выбора наиболее подходящей схемы, соответствующей данному типу катода.

#### Библиографический список

1. Шаповалов А.С. О корреляции флуктуаций тока и скорости электронного пучка в СВЧ приборах с неоднородным катодом // Тез. док. междунар. научн.-техн. конф. "Актуальные проблемы электронного приборостроения". Саратов, 1996. Ч. 1. С. 59-60.
2. Шаповалов А.С. Исследование влияния корреляции флуктуаций на минимальный коэффициент шума СВЧ усилителя типа 0 // Тез. док. междунар. научн.-техн. конф. "Актуальные проблемы электронного приборостроения". Саратов, 1996. Ч. 1. С. 61-62.
3. Шумы в электронных приборах / Под ред. Л.Д. Смуглина и Г.А. Хауса. М.: Л., 1964. С. 484.
4. Шаповалов А.С., Голубенцев А.Ф., Денисов Ю.И. Эмиссионные и шумовые свойства неоднородных эмиттеров. Саратов, 1983. С. 92.
5. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятности. М., 1965. С. 400.

#### MUTUAL SPECTRUM OF FLUCTUATIONS OF AN ELECTRON BEAM ON THE INERTIALLY INHOMOGENEOUS EMITTER

A.S. Shapovalov, O.S. Plehanov, V.V. Mashnikov, R.F. Muhamedov

Saratov state university, Saratov

A.I. Varlamov

Saratov state engineering university, Saratov

In work the statistical model of the emitter with a distributed inertial heterogeneity is justified. The mutual spectral density of fluctuations of a current and velocity of an electron beam is investigated. The outcomes of account testify to essential influence of correlation of fluctuations on noisiness

# ИНСТРУМЕНТЫ, АППАРАТУРА, КОМПОНЕНТЫ И ТЕХНИКА, ОБЩИЕ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ ОБЛАСТЕЙ ФИЗИКИ И АСТРОНОМИИ

УДК 53.08 + 531.732

## ПРИНЦИПЫ КОНСТРУИРОВАНИЯ УСТАНОВОК ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ СЖИМАЕМОСТИ ЖИДКОСТЕЙ. ИЗМЕРИТЕЛЬ ОБЪЕМНЫХ СВОЙСТВ ЖИДКОСТЕЙ

В.Н.Карцев, В.В.Цепулин, В.А.Забелин

Саратовский государственный университет, г. Саратов

Приведен анализ требуемой для изучения строения жидкостей точности измерения их изотермической сжимаемости  $\beta_T$  в совокупности с функциональной зависимостью  $\beta_T(T, P)$ , который позволил сформулировать основные принципы конструирования приборов для измерения изотермической сжимаемости жидкостей. Выделены факторы, влияющие на точность измерения изотермической сжимаемости и указаны способы их устранения. Описаны конструкция установки и методика одновременного измерения (при однократном заполнении dilatометра исследуемой жидкостью) изотермической сжимаемости с погрешностью менее 1%, термического коэффициента объемного расширения – 2% и плотности –  $\rho - 0,002\%$  жидкостей в широком диапазоне температур.

### Введение

К объемным свойствам жидкостей относят плотность –  $\rho$ , сжимаемость (адиабатическая –  $\beta_s$ , изотермическая –  $\beta_T$ ), термический коэффициент объемного расширения  $\alpha$ . Обычно каждое из объемных свойств измеряют соответствующими приборами. Так приборы, предназначенные для измерения плотности, называют пикнометрами, а приборы, предназначенные для измерения степени сжатия вещества под действием всестороннего давления, – пьезометрами. Вместе с тем есть приборы, предназначенные для измерения размеров тел под действием различных факторов ( $T$  и  $P$ ), и их называют dilatометрами.

Экспериментально и методически наиболее разработаны методы измерения плотности [1–3] и адиабатической сжимаемости [3–6]. Более сложными и до настоящего времени недостаточно разработанными и обоснованными являются методы измерения изотермической сжимаемости и термического коэффициента объемного расширения. Поскольку многие принципы и подходы к методике измерения этих свойств схожи, то более подробно остановимся на измерении изотермической сжимаемости.

По определению, изотермический коэффициент сжимаемости – это относительное изменение объема вещества на единицу давления в изотермическом процессе всестороннего сжатия  $\beta_T = -(\partial V / \partial P)_T / V$ , где  $V$  – объем вещества. Термодинамика указывает на то, как происходит сжатие

$$1/\beta_T = V (\partial^2 F / \partial V^2)_T,$$

т.е. оно сопровождается изменением свободной энергии вещества  $F$ . Поэтому сжимаемость имеет размерность обратной энергии единичного объема вещества. Чьей конкретно энергии? Где и как она распределена? Ответы на данные вопросы должна дать теория изотермической сжимаемости. Пока такая теория отсутствует. Это в значительной мере затрудняет использование коэффициента всестороннего сжатия для анализа строения вещества. Правом

мерно поставить вопрос: насколько точно необходимо измерять сжимаемость для целей анализа строения жидкостей. Очевидно, что точность измерений должна быть такой, чтобы появилась возможность различать или идентифицировать вещества.

Сравним с этой целью сжимаемость некоторых жидкостей. Сжимаемость этилового спирта отличается от сжимаемости четыреххлористого углерода примерно на 6%, четыреххлористого углерода от бензола – на 10%, бензола от толуола – на 4%. Отличие в сжимаемости изотопных аналогов жидкостей составляет ~ 1,5%. Такое же отличие в сжимаемости наблюдается между членами гомологических рядов различных органических соединений. Отсюда в качестве максимально допустимой погрешности измерения коэффициента изотермической сжимаемости жидкостей следует принять относительную ошибку в измерениях в 1%.

Приняв ограничение на ошибку измерения сжимаемости в 1%, тем самым проведем разделение всех существующих методов на второстепенные (о них здесь говорить не будем) и на заслуживающие внимания. Далее методы исследования сжимаемости можно классифицировать как косвенные и прямые. В рамках косвенных методов исследования [3–9], пожалуй, только акустический метод в ряде случаев позволяет рассчитать изотермическую сжимаемость с ошибкой в 1% и менее. Дело в том, что при расчетах  $\beta_T$  используют одним из соотношений

$$\beta_T = (C_P / C_V) \cdot 1/v_{зв}^2 \cdot \rho, \quad (1)$$

или 
$$\beta_T = (1/v_{зв}^2 \cdot \rho) + (T\alpha^2 / C_P), \quad (1)$$

где  $C_P$  – теплоемкость при постоянном давлении,  $C_V$  – теплоемкость при постоянном объеме;  $v_{зв}$  – скорость распространения звука в жидкости;  $\rho$  – плотность жидкости. В настоящее время, видимо, только для воды можно найти значения величин, входящих в формулы (1) с той точностью, которая обеспечивает суммарную ошибку вычислений в 1% и менее [10, 11].



Теперь рассмотрим каковы же возможности прямых методов измерений изотермической сжимаемости.

Прежде всего, обратим внимание на то, что выбор точности измерения автоматически накладывает определенные ограничения как на величины приращения давления  $\Delta P$  (которым производят сжатие жидкости), так и на степень изотермичности процесса. Дело в том, что изотермическая сжимаемость является функцией давления и температуры, причем зависимость эта нелинейная [12]. Нетрудно убедиться в том, что уменьшение сжимаемости на 1% вблизи атмосферного давления обеспечивается увеличением давления приблизительно на 10 атм для органических жидкостей и примерно на 30 атм для воды. Отсюда ясно, что для измерения сжимаемости с ошибкой в 1% должны быть использованы приращения давлений по крайней мере в два раза меньше предельных значений, которые заведомо дают ошибку в 1% вследствие зависимости  $\beta_T$  от давления, т.е.  $\Delta P$  должна быть меньше или хотя бы равно 5 атм.

Рассмотрим случай, когда при измерении сжимаемости используются приращения давления в 5 атм. Сжатие жидкости этим давлением можно компенсировать ее термическим расширением. Для такой 100% компенсации пьезовоздействия термическим расширением нужно повысить температуру примерно на  $0,5^\circ\text{C}$  для органических жидкостей и на  $2,5^\circ\text{C}$  для воды при комнатной температуре. Отсюда следует, что для измерения сжимаемости с погрешностью в 1%, отклонения от изотермичности процесса не должны превышать  $0,005^\circ\text{C}$  для органических жидкостей и  $0,02^\circ\text{C}$  для воды. Приращения  $\Delta P$  меньше 5 атм должны сочетаться с более высокими требованиями к термостатированию исследуемой жидкости.

Таким образом, можно сформулировать два весьма общих требования, которые должны быть положены в основу конструирования установок для измерения истинного изотермического коэффициента сжимаемости жидкостей с погрешностью в 1%:

- приращение давления не должно превышать 5 атм;
- неизотермичность процесса не должна быть более  $0,005^\circ\text{C}$ .

Перед рассмотрением устройства приборов для измерения изотермической сжимаемости прямым методом, удовлетворяющим этим требованиям, сузим задачу. Нас будут интересовать только методы измерения изотермической сжимаемости при атмосферном давлении. Эту величину находят двумя способами.

Первый способ – метод экстраполяции – заключается в том, что измеряют средний равновесный изотермический коэффициент сжимаемости для интервала давлений в 100 и более атмосфер как функцию давления, а затем экстраполируют полученные значения на атмосферное давление таким способом, чтобы в итоге получить истинную равновесную изотермическую сжимаемость. Методам такой экстраполяции и технике проведения измерений средней

изотермической сжимаемости посвящены обзоры [3, 12–14]. Отметим, что экстраполяция по предлагаемым в этих работах способам и уравнениям приводит к разбросу данных в значениях истинной изотермической сжимаемости при атмосферном давлении в 4–6% и более [14].

Во втором способе непосредственно проводят измерения истинной сжимаемости (точнее величин, входящих в рабочую формулу определений сжимаемости вблизи атмосферного давления). Наиболее распространенным методом прямого измерения изотермической сжимаемости жидкостей при давлениях, близких к атмосферному, является метод сосуда с калиброванным капилляром (метод Кантона) [12]. Метод Кантона гарантирует высокую точность измерения сжимаемости при малых приращениях давления. Действительно, соотношение объемов основного резервуара и диаметра капилляра всегда может быть выбрано таким, чтобы незначительное изменение объема жидкости в резервуаре сопровождалось сильным изменением высоты столбика жидкости в капилляре пьезометра. Последнее позволяет с необходимой точностью определить изменение объема жидкости в результате пьезовоздействия

$$\Delta V = S \Delta h, \quad (3)$$

где  $S$  – площадь сечения капилляра,  $\Delta h$  – изменение уровня жидкости в капилляре.

Анализ причин, вызывающих разброс экспериментальных значений изотермической сжимаемости жидкостей, полученных по методу Кантона, основанный как на литературных источниках, так и опыте собственных исследований, позволяет выделить и сформулировать следующие основные факторы, влияющие на точность измерения  $\beta_T$ :

- загрязнение образца в ходе проведения измерений;
- испарение исследуемой жидкости из измерительного сосуда;
- наличие пузырьков воздуха как в самой жидкости, так и на стенках измерительного сосуда;
- изменение концентрации газов, растворенных в жидкости;
- деформация волномера при  $P$  и  $T$  воздействиях;
- остаточный слой жидкости на стенках капилляра при уменьшении ее объема под давлением;
- степень термостатирования и точность измерения температуры и давления образца.

Использование различных способов сведения к минимуму действия указанных факторов на точность измерения сжимаемости обуславливает многообразие конструкций пьезометров и установок по измерению  $\beta_T$  [3, 12–17].

#### Описание установки

В 1975 г. нами был предложен пикнометрический метод измерения изотермической сжимаемости жидкостей [18]. Дальнейшая работа по совершенствованию конструкции установки и методики измерения сжимаемости жидкостей показала, что этот метод имеет то преимущество, что позволяет одновременно (при однократном заполнении измерительной кюветы и дилатометра одним и тем же образцом

жидкости) проводить измерения трех ее объемных свойств: изотермической сжимаемости, термического коэффициента объемного расширения и плотности [19].

Схема измерителя объемных свойств жидкостей приведена на рис.1. Устройством, обеспечивающим необходимую степень термостатирования исследуемой жидкости, является термостат с адиабатической оболочкой А6 [2], в котором размещаются измерительные кюветы с дилатометром-двойником 2, а также инерционная система пирометра 4 [20], обеспечивающего контроль температуры жидкости в дилатометре с точностью 0,002°C. В конструкции термостата и пирометра, по сравнению с описанием их в [2, 20], внесены небольшие изменения: инерционная система, содержащая ртуть, заменена безвредной свинцово-латунной, без ухудшения ее инерци-

онных свойств; улучшена освещенность кювет с помощью использования для этих целей газоразрядной U-образной лампы. Заполнение дилатометра исследуемой жидкостью осуществляется с помощью устройства А1. С этой целью на шлиф капилляра дилатометра надевается колпачок, внутренняя полость которого сообщается с вакуумной системой и внутренним объемом дилатометра при помощи крана Э8. В колпачок впаяна тонкая никелированная трубочка, один конец которой вводится в капилляр дилатометра, а другой опускается в колбочку с исследуемой жидкостью. Дилатометр заполняют исследуемой жидкостью путем создания в нем пониженного относительно колбочки давления. Слив жидкости из дилатометра производится с помощью устройства А3, работающего аналогично устройству А1.

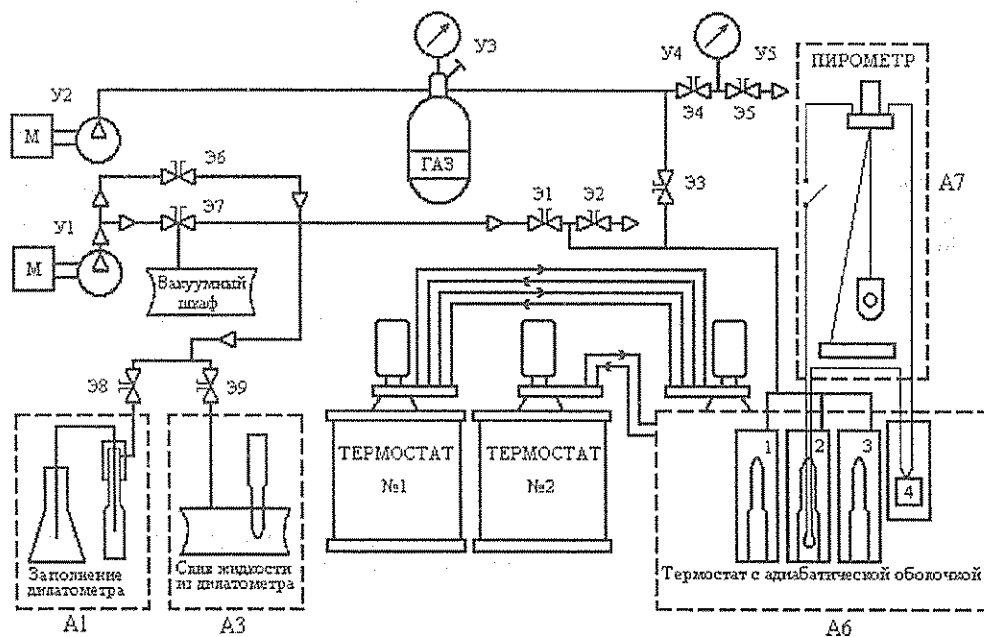


Рис.1. Экспериментальная установка для измерения объемных свойств жидкости

Основным элементом измерителя объемных свойств жидкости является измерительная кювета (рис.2). Она имеет камеру давления, представляющую собой полый стеклянный цилиндр 1 с толщиной стенок 5–6 мм, закрепленный через уплотнители 4 между верхним 2 и нижним 3 фланцами. Фланцы 2 и 3 стягиваются между собой четырьмя шпильками 5. Внутри камеры давления через отверстие во фланце 2 вставляется дилатометр 6, представляющий собой тонкостенный цилиндрический баллон, емкостью 40–60 см<sup>3</sup>, изготовленный из термометрового стекла. К верхней части баллона 6 приварена стеклянная трубка из того же стекла диаметром 5–6 мм с калиброванным капилляром 0,6–0,9 мм. Стеклянная трубка заканчивается конусным шлифом, на который при измерении плотности жидкости надевается притертый стеклянный колпачок (на рис.2 не показан). Камера давления герметично запирается с помощью манипуляционного фланца 7 и уплотни-

тельного металлического кольца 8, входящего в кольцевые пазы фланцев 2 и 7. В манипуляционном фланце имеется осевое отверстие 9, через которое осуществляется с помощью специальной никелевой трубочки установка уровня и отбор жидкости из капилляра дилатометра. Осевое отверстие при измерениях герметизируется фторопластовой прокладкой 10 и колпачком 11, навинчиваемым на штуцер фланца 7. К нижней части фланца 7 привинчивается металлический вкладыш 12, предназначенный для выравнивания температуры по камере давления. Для наблюдения за жидкостью в капилляре и баллоне дилатометра во вкладыше делается вертикальная прорезь. С целью обеспечения соосности капилляра дилатометра с осевым отверстием 9 в вертикальной прорези вкладыша закрепляется направляющая планка 16 с конусным отверстием для шлифа капиллярной трубки дилатометра. На верхнюю часть манипуляционного фланца навинчивается предохра-

тельный патрубок 13. Во фланце 7 имеется также отверстие с резьбой, в которое с уплотнителем 14 ввинчивается штуцер 15, служащий для соединения системы давления или вакуумной системы с измерительной ячейкой. Все металлические детали камеры давления изготовлены из титана, а уплотнительные

прокладки, обеспечивающие герметичность камеры давления, из резины или фторопласта. Свободный объем измерительной кюветы почти полностью заполняется жидкостью, идентичной исследуемой. Уровень ее заполнения указан на рис.2 цифрой 17.

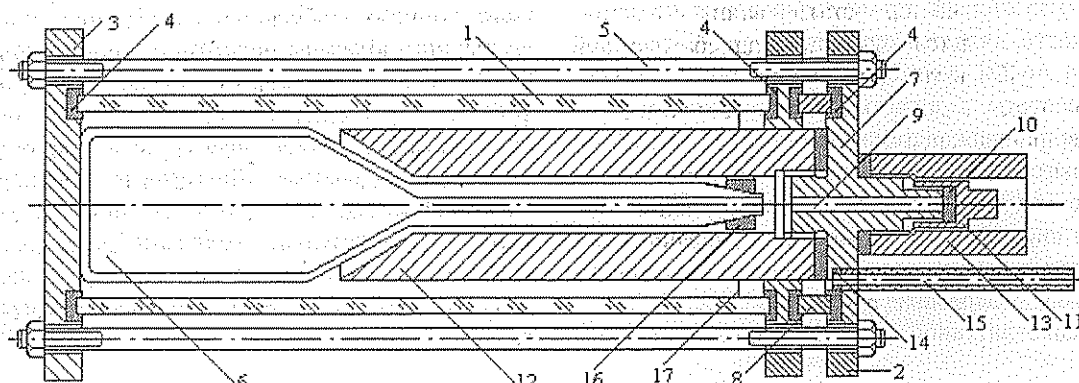


Рис.2.

Кювета для измерения объемных свойств жидкости

Рассмотрим, как конструктивно и методически исключаются или сводятся к минимуму отмеченные факторы, влияющие на точность измерения  $\beta_T$ .

Контакт жидкости лишь со стеклом дилатометра обеспечивает чистоту образца в ходе эксперимента при условии, что транспорт массы  $M$  инородного вещества к поверхности жидкости через капилляр дилатометра длиной  $h$  и площадью  $S$  за время эксперимента  $\tau$  мал. Известно, что при изотермическом процессе транспорт вещества массы  $M$  выражается формулой

$$M = D \cdot S \cdot \tau \cdot \Delta C / h_0,$$

где  $D$  — коэффициент диффузии паров в воздухе ( $D \leq 2 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ );  $\Delta C/h_0$  — градиент концентрации паров;  $h_0$  — длина капилляра, заполненного жидкостью ( $h = 0,1 \text{ м}$ );  $S$  — площадь сечения капилляра ( $S = 0,4 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$ );  $\tau$  — время проведения эксперимента ( $\tau = 1 \cdot 10^4 \text{ с}$ ).

Таким образом, в формуле (3) неизвестным остается градиент концентраций. Обратим внимание на то обстоятельством, что избыточное, по сравнению с атмосферным, давление в установке создается сжатым воздухом, нагнетаемым в баллон-демпфер УЗ компрессором. Для сведения до минимума в нем концентрации воды и органических веществ в воздухопроводе устанавливается фильтр и влагопоглотитель. Пылесборник встроен в компрессор. Учитывая эти условия, можно предположить, что концентрация посторонних веществ в воздухе будет малой. Тогда подставляя соответствующие значения в формулу (3), получим

$$M = 0,8 \cdot \Delta C \cdot 10^{-6}$$

Принимая малость величины  $\Delta C$ , следует заключить, что за время проведения эксперимента перенос массы вещества из воздуха в жидкость будет пренебрежимо мал.

Наряду с транспортом вещества из воздуха в жидкость, всегда имеет место и испарение ее с поверхности  $S$  в капилляре. Остановить этот процесс можно в том случае, если создать такие условия над

мениском жидкости в капилляре, чтобы по достижении паров насыщения их концентрация не изменялась, т.е.  $\Delta C = 0$ . Так, в установках, предназначенных для измерения плотности, закрывают капилляр пикнометра шлифом [1]. Такое решение, неоспоримое при измерениях плотности, очевидно неприемлемо в случае измерения сжимаемости. Во всех известных нам конструкциях пьезометров его капилляр "запирают" ртутным затвором [12–17]. Это надежно, но не безвредно для экспериментатора, и, кроме того, усложняет конструкцию пьезометра и методику проведения эксперимента. В предлагаемом нами измерителе объемных свойств жидкости, в целях создания в капилляре упругости паров, равной таковой над мениском жидкости, почти все свободное пространство между дилатометром и внутренней поверхностью измерительной ячейки заполняется жидкостью, идентичной с исследуемой (граница раздела жидкости и паров помечена на рис.2 цифрой 17). В этом случае по достижении стационарного режима градиента концентраций не будет, следовательно, не будет и изменения массы и объема жидкости в результате ее испарения.

Присутствие свободного воздуха (пузырьков) в самой жидкости на пылинках и на стенках дилатометра приводит к ошибкам в измерениях объемных свойств по двум причинам:

- 1) из-за сильного отличия объемных свойств жидкостей и газов;
- 2) из-за изменения состава жидкости в результате растворения в ней газов.

Первая причина превалирует над второй при достаточно большом количестве пузырьков воздуха и проявляется в "выбросах" значений измеряемого свойства. При этом сами пузырьки можно обнаружить визуально. Их аккумуляторами могут быть раковины и "карманы" внутренних стенок баллона дилатометра или недостаточно очищенная поверхность стекла. Чаще всего они обнаруживаются в месте сая капилляра с баллоном. При неоднократном по-

явлении пузырьков в dilatометре его следует забраковать.

Вторая причина более тонкая и трудно обнаруживаемая. Обычно измерение объема (плотности) жидкости проводят при атмосферном давлении. При этом совершенно ясно, что небольшая часть газа (воздуха) растворена в исследуемом образце. Полностью избавиться от растворенного в жидкости газа практически невозможно. Как правило, с ростом давления растворимость газов в жидкостях растет [21]. Это означает, что с повышением давления при наличии даже небольшого количества воздуха в dilatометре будет изменяться состав исследуемого образца и, следовательно, его свойства. Растворимость газов является также функцией температуры [21]. Учесть влияние растворенного газа, например на измеряемую таким образом сжимаемость, — задача весьма трудная и в настоящее время практически невыполнимая. Можно лишь указать на следующий экспериментальный факт: первоначально с повышением концентрации молекул газов в органических жидкостях их изотермическая сжимаемость уменьшается. О влиянии растворенного воздуха на плотность воды можно судить по данным работы [22]. Для уменьшения влияния изменения растворимости газов на значения измеряемых объемных свойств жидкостей рекомендуется делать поверхность dilatометра без раковин, а его форму такой, чтобы при заполнении dilatометра жидкостью воздух беспрепятственно вытеснялся наружу. Кроме того, мы использовали в установке вакуумную систему, назначение которой — дегазация dilatометра и его заполнение под вакуумом жидкостью, прошедшей форвакуумную обработку. В таком случае при изотермическом процессе воздух может проникнуть в dilatометр только диффузией через жидкость, находящуюся в капилляре. Если учесть, что значение отношения длины капилляра к его диаметру  $h/\varnothing=125$ , а избыточное давление мало, то следует ожидать, что за время нахождения жидкости под давлением (20–30 мин) эффект диффузионного проникновения будет незначительным. Очевидно, что если воздух, растворившийся под давлением в жидкости, находящейся в капилляре dilatометра, проникает на значительное расстояние, то после снятия давления он будет выделяться из жидкости и адсорбироваться стенками капилляра. Такой эффект наблюдался нами в тех случаях, когда жидкость находилась под давлением более трех часов. При этом пузырьки газа образовывались лишь в верхней части столбика жидкости, на расстояниях, не превышающих 10–15 мм от мениска жидкости. За время же проведения опыта диффузионное проникновение газа столь мало, что после снятия давления, даже в слое жидкости, граничащей с мениском, выделение пузырьков газа на стенках капилляра не наблюдалось.

Как отмечалось выше, растворимость газов в жидкости зависит от ее температуры. Причем для органических жидкостей она растет с повышением температуры, а для воды и разбавленных водных растворов — понижается. Это обстоятельство необ-

ходимо учитывать в методике заполнения dilatометра исследуемым образцом жидкости, чтобы избежать возможных неприятностей, связанных с выделением газов из самой жидкости при изменении температуры измерения. Так, при исследовании объемных свойств воды и водных растворов желательнее заполнять dilatометр жидкостью, имеющей температуру несколько выше максимальной температуры измерения. К такому же результату приводит и предварительная форвакуумная обработка исследуемой жидкости. Итак, влияние растворенного газа на результаты измерения объемных свойств жидкости могут быть сведены к минимуму двумя способами:

- дегазацией dilatометра с последующим методически правильным его заполнением исследуемой жидкостью под вакуумом;
- созданием жидкостного затвора в капилляре.

Теперь рассмотрим погрешность в измерениях объемных свойств жидкостей, связанную с деформацией dilatометра под действием температуры и давления. Способ нахождения объема и методика проведения калибровки объема dilatометра как функции температуры подробно изложены в монографии [1]. Поэтому определить изменение объема dilatометра с достаточной точностью ( $1 \cdot 10^{-5} \text{ см}^3$ ) при изменении температуры не представляет большого труда. Важно другое — подобрать для изготовления dilatометра материал с практическим отсутствием явления усталости при смене температуры. Этому требованию хорошо удовлетворяют кварц и термометровые стекла, изготавливаемые Клинским заводом. Что же касается вопроса учета изменения объема dilatометра под давлением, то здесь следует согласиться с мнением Хейварда [14], что практика вычисления объема dilatометра по теории упругости связана с неопределенностью из-за анизотропии упругих свойств dilatометра. Как показывает теория и опыт, измеряемый изотермический коэффициент всестороннего сжатия исследуемого вещества всегда может быть представлен в следующем виде:

$$\beta_{T(\text{измер})} = \beta_{T(\text{ж})} \pm \beta_{T(\text{д})},$$

где  $\beta_{T(\text{ж})}$  — истинный изотермический коэффициент всестороннего сжатия жидкости;  $\beta_{T(\text{д})}$  — изотермический коэффициент всестороннего сжатия dilatометра. Его величина и знак индивидуальны для каждого dilatометра и определяются калибровкой по эталонной жидкости (вода, ртуть).

Как правило, проанализированные выше погрешности приводят к занижению измеряемого значения сжимаемости по сравнению с истинным. И в этом их единство.

Следующая причина возможной погрешности приводит к прямо противоположному эффекту. Если изменение объема жидкости в результате ее сжатия определяется по уменьшению уровня жидкости в капилляре, а жидкость смачивает стекло, то неизбежно образование пленки жидкости на стенках капилляра. В результате отсчитываемый ход изменения уровня жидкости  $\Delta h$  окажется больше истинного и это приведет к завышению измеряемой величины

сжимаемости по сравнению с истинной величиной. Исключить эту погрешность можно следующим образом. До наложения давления dilatометр с образцом жидкости выдерживается при температуре меньше рабочей на величину  $\Delta T$ , находимую из равенства

$$\approx \Delta T = \beta_T \Delta P. \quad (4)$$

При этих условиях жидкость отбирается из капилляра до самой нижней его калиброванной части, а стенки капилляра выше уровня жидкости просушиваются. Затем одновременно увеличивают температуру и давление до рабочих значений так, чтобы сжатие жидкости компенсировать ее тепловым расширением. Изменение положения жидкости в результате пьезо-воздействия определяется после изотермического понижения давления до атмосферного. При такой методике измерения уровня жидкости в dilatометре величина  $\Delta h$  уже не связана с эффектом, происходящим за счет смачивания стекла исследуемым веществом.

И наконец, последняя погрешность в измерениях объемных свойств связана с термостатированием, созданием изотермических условий и контролем  $T$  и  $P$  образца. Неизотермичность процесса, согласно общему требованию, не должна быть более  $0,005^\circ\text{C}$ . Конструкции термостата и пирометра, которые позволяют реализовать это требование и его проконтролировать, нами уже рассмотрены, а на рис.2 показана конструкция измерительной ячейки. Остается сделать дополнительно небольшие комментарии.

В целях обеспечения лучшего теплового контакта dilatометра с теплоносителем в термостате А6 (см. рис.1) пространство между dilatометром и внутренней поверхностью измерительной ячейки заполняется металлическим вкладышем 12 (см. рис.2) и жидкостью. Пьезовоздействия на жидкость сопровождаются тепловыми эффектами. При этом скорость распространения тепловых импульсов в жидкостях мала. Поэтому контроль за стабильностью температуры теплоносителя только в термостате А6 недостаточен. Необходимо контролировать и измерять температуру в самом образце жидкости. Разность температур теплоносителя в термостате, точнее в инерционной системе пирометра 4 и исследуемой жидкости, можно определить с помощью дифференциальной термопары. Однако ввиду необходимости наблюдения за уровнем жидкости в dilatометрах рабочих ячеек 1 и 3 ввод термопар через их капилляры нежелателен. Эту ситуацию мы разрешаем за счет использования ячейки-двойника 2: идентичной с рабочими по размерам, форме и теплофизическим параметрам. Двойник специально приспособлен для размещения в нем термопары пирометра А7. В термостате А6 двойник располагается по соседству с рабочими ячейками и параллельно с ними подключен к системе давления. Как показала экспериментальная проверка, при соблюдении этих условий температура жидкости в dilatометре-двойнике равна температуре жидкости в рабочих dilatометрах.

Давление в ячейках измеряется с помощью образцового манометра (при избыточном давлении  $\Delta P=5\text{атм}$ , относительная ошибка составляет  $0,2\%$ ). Отсчет уровня жидкости в капилляре dilatометра при заданных  $P$  и  $T$  осуществляется катетометром относительно риски, нанесенной в средней части капилляра, но только после установления термодинамического равновесия. Наступление состояния термодинамического равновесия всей термостатируемой системы определяется по выполнению следующего комплекса критериев

- постоянству температуры в инерционной системе пирометра;
- постоянству температуры в dilatометре-двойнике относительно инерционной системы;
- постоянству уровня жидкости в капиллярах dilatометров.

Тщательный учет источников приборных погрешностей [23] показал, что рассмотренный метод определения сжимаемости позволяет измерить  $\beta_T$  с ошибкой единичного измерения, не превышающей  $1\%$ . Ошибка измерения сжимаемости жидкости такой величины возникает при самых неблагоприятных условиях: когда погрешности всех параметров, используемых для определения сжимаемости, максимальны и имеют один и тот же знак. Очевидно, что в действительности такая ситуация реализуется нечасто. Так, серия из тринадцати измерений изотермической сжимаемости бензола, выполненных при  $20^\circ\text{C}$ , показала, что с надежностью  $0,99$  истинное и измеренное значения сжимаемости отличаются менее чем на  $0,4\%$  [23].

Статистическая обработка результатов измерений указывает на разброс в измерениях, обусловленный случайными ошибками, и ничего не говорит о том, имеется ли систематическая ошибка и какова ее величина. Такая информация может быть получена из сопоставления результатов измерения изотермической сжимаемости жидкостей данным и иными методами. При таком сопоставлении сдвиг между политермами сжимаемости, а также неидентичность их наклона к оси температур следует связывать в первую очередь с несовершенством применяемой аппаратуры и методики измерения.

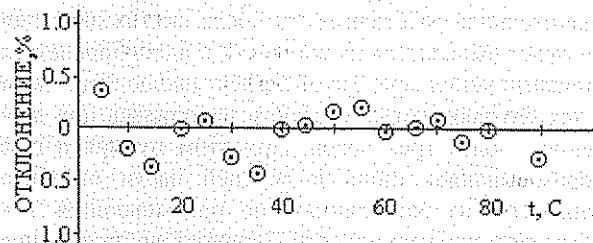


Рис.3. Отклонение результатов измерения  $\beta_T$  воды от данных работы [10], %

В настоящее время наиболее точно намерена изотермическая сжимаемость воды. Математическая обработка большого числа измерений сжимаемости воды [10] позволила получить интерполяционную формулу, воспроизводящую температурную зависимость изотермической сжимаемости воды при атмо-

сферном давлении с отклонением в 0,25%. Результаты сравнения нами измеренных значений сжимаемости воды [24] и значений сжимаемости по данным [10] в интервале температур 5–90°C представлен на рис.3. Видно, что расхождения незначительны (не более 0,3%) и не имеют систематического поведения.

Итак, следует заключить, что ошибка в измерении сжимаемости на установке [19] не превышает 1% и, по-видимому, в среднем составляет 0,5%.

#### Методика измерений

Измерение всех трех объемных характеристик жидкости проводится в следующей последовательности. Первый отсчет уровня жидкости  $h_1$  производится при самом низком ее положении в калиброванной части капилляра при атмосферном давлении. Затем температуру увеличивают на  $\Delta T$ , а давление на  $\Delta P$  так, чтобы тепловое расширение жидкости по возможности, компенсировать ее всесторонним сжатием (см. равенство 4). По достижении термодинамического равновесия производится второй отсчет уровня жидкости в капилляре –  $h_2$ . Далее, медленно понижая давление до атмосферного, реализуется процесс изотермического расширения. После установления термодинамического равновесного состояния производится третий отсчет уровня жидкости –  $h_3$ . Разность уровней жидкостей в капилляре  $\Delta h$  между первым и третьим ее равновесным состояниями при неизменном давлении (атмосферном) используется для вычисления термического коэффициента объемного расширения

$$\alpha = 1/V_1 \cdot S \Delta h / \Delta T + \alpha_{ст}.$$

Здесь  $V_1$  – объем жидкости в dilatометре при первом равновесном состоянии. Если в рабочем диапазоне температур термический коэффициент объемного расширения стекла dilatометра  $\alpha_{ст}$  практически постоянен, то

$$V_1 = V_0 [1 + \alpha_{ст} (T_1 - T_0)] + (h_1 - h_0) S,$$

где  $V_0$  – объем dilatометра до риски на капилляре при температуре калибровки  $T_0$  (обычно 25°C);  $T_1$  – температура первого равновесного со-

стояния;  $h_0$  – положение риски по шкале катетометра.

Параметры второго и третьего состояний жидкости в dilatометре являются исходными для вычисления ее изотермической сжимаемости

$$\beta_T = -1/V_3 \cdot (\Delta V / \Delta P) \pm \beta_{T(ф)},$$

где  $V_3$  – объем жидкости в dilatометре при третьем равновесном состоянии;  $\Delta V$  – изменение объема жидкости в результате пьезодействия, определяемое равенством (3).

$$V_3 = V_0 [1 + \alpha_{ст} (T_3 - T_0)] + (h_3 - h_0) S.$$

Если температуры второго и третьего равновесных состояний не равны, то в величину  $\Delta V$  вносят поправку на тепловое расширение жидкости и тогда

$$\Delta V = S (h_2 - h_3) + \alpha (T_2 - T_3) V_3,$$

где  $T_2$  – температура второго равновесного состояния.

Для определения плотности жидкости dilatометры извлекают из кювет и взвешивают. Исходным для вычисления плотности являются объемы при первом  $V_1$  или при третьем  $V_3$  равновесных состояниях. Если измерения объемных свойств проводят в широком диапазоне температур, то нет необходимости каждый раз взвешивать dilatометр с жидкостью. Достаточно провести взвешивание и найти плотность для одной из температур.

Значения плотности для других температур легко рассчитываются по температурной зависимости  $\alpha$ . Так как объем dilatометра ~ 50 см<sup>3</sup>, то, как показано в [1], это позволяет измерять плотность с погрешностью  $(1 \pm 2) \cdot 10^{-3} \%$ .

#### Результаты измерений

Данные выполненных нами измерений объемных свойств индивидуальных жидкостей и растворов приведены в работах [18, 24, 25]. Оценка максимально возможной приборной погрешности измерения термического коэффициента объемного расширения жидкости при  $\Delta T \sim 0,5^\circ\text{C}$  дала величину 2%.

#### Библиографический список

1. Шатенштейн А.И. и др. Изотопный анализ воды. М., 1967. С. 64–166.
2. Шрайбер Л.С., Куколенко О.Н. // Журн. физ. химии. 1965. Т.39, вып.2. С.521–523.
3. Millero F.J. // J. Am. Chem. Soc. 1980. Vol.31. P.582–622.
4. Бергман Л. Ультразвук и его применение в науке и технике. М., 1957.
5. Михайлов И.Г. и др. Основы молекулярной акустики. М., 1964.
6. Tyler D. // J. Chem. Soc. London, 1913. Vol.103. P.1675–1688.
7. Фабелинский И.Л. Молекулярное рассеяние света. М., 1965.
8. Шахпаронов М.И. // Совр. пробл. физ. химии. 1970. Т5. С.3–80.
9. Rihard A.J., Rogers K.S. // Can. J. Chem. Phys. 1971. Vol.49, №24. P.3956–3959.
10. Kell G.S. // J. Chem. Eng. Data. 1970. Vol.15, №1. P.119–122.
11. Fine P.A., Millero F.J. // J. Chem. Phys. 1973. Vol.59, №10. P.5529–5536.
12. Бриджмен В.П. Физика высоких давлений. М., 1935.
13. Бриджмен В.П. Новейшие работы в области высоких давлений. М., 1948.
14. Hayward A.T.J. // J. Phys. D. Appl. Phys. 1971. Vol.4. P.938–949.
15. Millero F.J et al. // J. Chem. Eng. Data. 1969. Vol.14, №4. P.422–425.
16. Pena M.D., MacGlachan M.L. // Trans. Faraday. Soc. 1959. Vol.55, №12. P.2018–2024.
17. Pena M.D., MacGlachan M.L. // Trans. Faraday. Soc. 1961. Vol.57, №9. P.1511–1520.
18. Карцев В.Н. и др. // Журн. физ. химии. 1975. Т.49, Вып.10. С. 2708–2709.
19. А.с. 1332209 СССР, МКИ (51) 4 01 №25/16 / Карцев В.Н., Цепулин В.В. (СССР). №39800616/31–25. Заявл. 19.11.85; Опубл. 23.08.87; Бюл. №31. Зс.
20. Франгасев В.П. и др. // Журн. физ. химии. 1960. Т.34, вып.3. С.675–677.
21. Еремнина Б.Г. Растворимость одноатомных газов и азота. Л., 1950.

22. Wagenberth H., Blanke W. // PTB - Mitt. 1971. Vol.6. S.412-415.  
 23. Карцев В.Н. О связи изотермической сжимаемости жидкостей с их энергетическими и структурными характеристиками: Дис. канд. хим. наук. М., 1979. 178с.  
 24. Карцев В.Н., Самойлов О.Я., Забелин В.А. // Журн. физ. химии. 1979. Т.53, №3. С.757-759.  
 25. Карцев В.Н. и др. // Журн. физ. химии. 1976. Т.50, №3. С.764-765; 1977. Т.51, №6. С.2113-2114; 1978. Т.52, №8. С.2113-2114; 1979. Т.53, №7. С.1774-1778; 1979. Т.53, №7. С.1846-1847; 1982. Т.56, №5. С.1254-1255; 1984. Т.58, №11. С.2678-2691; 1985. Т.59, №11. С.2740-2743; 1986. Т.60, №1. С.232-234; 1988. Т.62, №8. С.2233-2239.

## PRINCIPLES OF CONSTRUCTING APPARATUS FOR MEASURING ISOTHERMAL COMPRESSIBILITY OF LIQUIDS. MEASURING APPARATUS FOR VOLUME PROPERTIES OF LIQUIDS

V.N.Kartsev, V.V.Tsepulin, V.A.Zabelin  
 Saratov state university, Saratov

The analysis of the exactness of measuring isothermal compressibility of liquids  $\beta_T$  which is essential for the study of the structure of liquids has been combined with the functional dependence  $\beta_T(T, P)$  which made it possible to formulate the basic principles of constructing apparatus for measuring isothermal compressibility of liquids. The factors affecting the exactness of measurement of isothermal compressibility have been determined, the ways of eliminating them have been pointed out. The construction of the apparatus as well as the methods of simultaneous measurement of isothermal compressibility with the error of less than 1 %, expansibility of 2 % and density -  $\rho$  of 0,002% of liquids within the wide range of temperatures are described.

УДК 621.314.21

## АНАЛОГО-ЦИФРОВОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ КОМПЛЕКС ДЛЯ РЕШЕНИЯ ТРЁХМЕРНЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ, ОПИСЫВАЕМЫХ УРАВНЕНИЕМ ЛАПЛАСА

А.П. Клёпов

Саратовский государственный университет, г. Саратов

В работе показана методика работы на АЦВК на примере построения эквипотенциальной линии электростатического поля произвольной модели. Методика может быть использована при решении задачи построения силовых линий поля, задач техники высоких напряжений по определению электрической прочности изоляционных промежутков путём обработки данных о поле в ЭВМ по специальному алгоритму.

### Введение

Решение разнообразных проблем физики и техники связано с изучением различных физических полей, причём такая необходимость возникает как при проектировании тех или иных устройств, так и в процессе исследовательских работ.

Развитие производства высоковольтных устройств тесно связано с решением проблемы электрической прочности. Возникающая при этом задача состоит в установлении зависимости между геометрической формой электродов, приложенным напряжением и распределением электрического поля в изоляционном промежутке.

Представляется важным два аспекта указанной проблемы: исследование электрических полей, воздействующих на изоляцию устройств; определение величины напряжённости в заданных условиях конкретного изоляционного промежутка. Последнее устанавливается, как правило, с помощью натуральных экспериментов, путём испытаний до пробоя физических моделей, воспроизводящих те или иные узлы изоляции. Если при этом известно распределение электрического поля в промежутке, то становится возможным обоснованный поиск критерия, позволяющего объективно судить об электрической прочности конструкции.

Взаимосвязь между полем и электрической прочностью неоднозначна и в значительной степени зависит от влияния среды и прочих условий электрического разряда. Поэтому анализ электрических полей следует рассматривать в на-

стоящее время как вспомогательное средство при оценке изоляционных конструкций, снижая тем самым массу и габариты высоковольтных устройств.

Строгое аналитическое исследование полей обычно связано с серьёзными математическими трудностями, что обусловлено сложной формой электродных систем реальных конструкций. Поля являются трёхмерными, поэтому часто приходится очень сильно идеализировать задачу, а получившиеся при этом результаты весьма далеки от практики. Применение приближённых численных методов решения также не всегда практично ввиду их трудоёмкости. В такой ситуации целесообразным является применение экспериментальных методов исследования полей, и в частности аналогового моделирования, особое место среди которых занимает метод электростатической индукции [1]. Он использует явление наведения зарядов и токов в системе проводников постоянными и переменными зарядами, которые покоятся или перемещаются в межэлектродном пространстве.

Наведенные заряды и токи несут информацию о некотором безразмерном потенциальном поле, связанном с системой проводников. Это поле служит моделью реальных физических полей, описываемых уравнением Лапласа при соответствующих граничных условиях. Выделение указанной информации позволяет находить потенциал и компоненты градиента потенциала моделируемых полей.

Для многоцелевых и удобных в эксплуатации автоматизированных устройств, реализующих основные возможности метода электростатической индукции, используют высокоинформативные проводящие зонды, питаемые от генератора переменного напряжения низкой частоты. Они обладают стабильным зарядом и позволяют одновременно получать информацию о потенциале и напряженности исследуемого поля. На базе такого зонда создана экспериментальная установка МНТ-2АМ [2], с помощью которой проведено решение ряда практических задач, связанных с исследованием трехмерных полей на моделях некоторых электрофизических приборов и устройств [3-5].

Возможности установки таковы, что она легко автоматизируется и сопрягается с аналоговыми и цифровыми вычислительными устройствами. В работах [6-10] обоснованы и описаны схемы и конструкции таких устройств, сочетающих возможности аналогового метода моделирования и управляющих аналоговых или цифровых вычислительных машин и позволяющих автоматизировать процесс измерения.

В данной работе приведена методика моделирования, разработанная для аналого-цифрового вычис-

лительного комплекса (АЦВК), созданного на базе указанной установки и предназначенного для решения широкого круга краевых задач, описываемых уравнением Лапласа.

### Структурная схема АЦВК

Аналого-цифровой вычислительный комплекс представляет собой автоматизированное моделирующее устройство, содержащее функциональный датчик поля МНТ-2АМ, описанный в работе [2], и управляющую микроЭВМ, соединенные каналом связи и предназначенные для решения широкого круга задач, связанных с трехмерным уравнением Лапласа.

На рис. 1 представлена структурная схема АЦВК. Основой комплекса является функциональный датчик поля с проводящим питаемым зондом. При анализе электрического поля датчик решает наиболее важную часть задачи, а именно краевую задачу, выполняя функции микропроцессора. Кроме этого он играет роль своеобразной аналоговой памяти, к которой ЭВМ обращается в ходе вычислений.

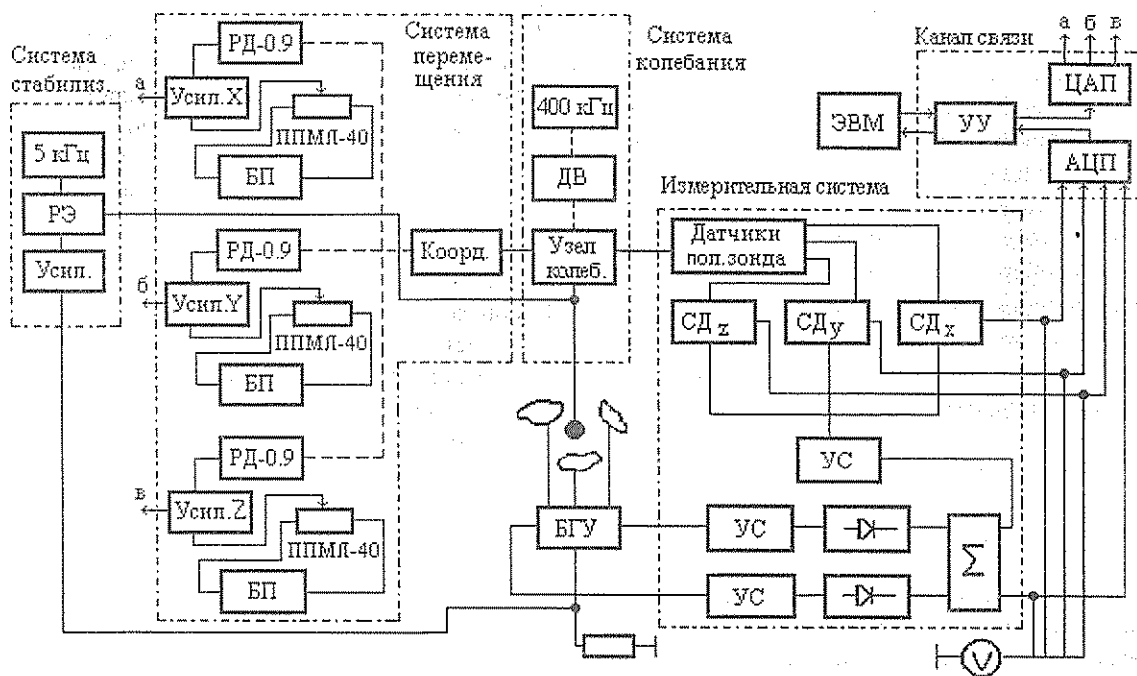


Рис. 1. Аналого-цифровой вычислительный комплекс

Главными элементами функционального датчика являются: сменная модель; проводящий питаемый зонд, выполненный в виде шарика малых размеров с выводным проводником, помещенным в экран; блок задания граничных условий (БГУ), в котором суммируются наведенные на электродах модели токи с заданными масштабными коэффициентами; система колебания зонда, осуществляющая его движение по сложной объемной траектории относительно исследуемой точки поля; система перемещения зонда, включающая координатор и следящие системы, обеспечивающие движение зонда по заданной траектории в исследуемом поле; система стабилизации,

сообщающая зонду переменный заряд постоянной амплитуды; измерительная система, позволяющая выделить из наведенного на электродах модели тока информацию в виде постоянных напряжений.

Канал связи датчика с микроЭВМ в данном АЦВК имеет типовую структуру, как во всякой автоматизированной системе, имеющей в своём составе аналоговый датчик и цифровую машину. Он содержит: аналого-цифровой преобразователь (АЦП), обеспечивающий ввод аналоговых сигналов, поступающих с выхода датчика поля в ЭВМ; цифро-аналоговый преобразователь (ЦАП), преобразующий выходной код ЭВМ в аналоговый сигнал соот-



ветствующего вида, и устройство управления (УУ), предназначенное для непосредственной связи ЦАП-АЦП с ЭВМ.

Взаимодействие элементов АЦВК в процессе работы осуществляется следующим образом. Зонд, на который подаётся переменное напряжение, колеблется относительно исследуемой точки поля по объёмной траектории, при которой проекции движущегося зонда на оси трёхмерной прямоугольной системы координат с началом в исследуемой точке — есть гармонические колебания. При этом в цепях электродов модели за счёт явления электростатической индукции возникает наведённый ток, величина которого определяется соотношением [9]

$$i_H(t) = \omega q_3 [\varphi(x_0, y_0, z_0) + A \frac{\partial \varphi}{\partial x} \sin \Omega t + A \frac{\partial \varphi}{\partial y} \cos \Omega t + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \sin \Omega_1 t] \cos \omega t,$$

где  $\omega$  — частота напряжения, подаваемого на зонд;  $q_3$  — заряд зонда;  $A$  — амплитуда колебаний зонда;  $\Omega$  и  $\Omega_1$  — частоты перемещения зонда по осям  $ox$ ,  $oy$  и  $oz$ ;  $\varphi(x, y, z)$  — относительный потенциал исследуемого поля. Заряд зонда определяется из соотношения

$$q_3 = U_0 C \sin \omega t,$$

где  $U_0$  — амплитуда переменного напряжения на зонде;  $C$  — ёмкость зонда.

Для получения нужной информации сигнал подвергается двойному детектированию по частоте  $\omega$  и по частотам  $\Omega$  и  $\Omega_1$ , с последующим выделением постоянных составляющих. После первого детектирования по частоте  $\omega$  постоянная составляющая оказывается пропорциональной потенциалу  $\varphi(x, y, z)$ . После вторичного детектирования по частотам колебания зонда  $\Omega$ ,  $\Omega_1$  постоянные составляющие  $i_{H2}$ ,  $i_{H3}$ ,  $i_{H4}$  будут пропорциональны соответствующим пространственным производным

$$\begin{aligned} i_{H1} &= \omega q \varphi, & i_{H2} &= \omega q A \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \\ i_{H3} &= \omega q A \frac{\partial \varphi}{\partial y}, & i_{H4} &= \omega q A \frac{\partial \varphi}{\partial z}. \end{aligned} \quad (1)$$

Из соотношения (1) следует, что повышение частоты питания зонда увеличивает амплитуду тока, наведенного в модели и, следовательно, снижает требования к измерительной аппаратуре. Однако с повышением частоты за счёт ёмкостных эффектов в блоке граничных условий возникают фазовые искажения исследуемого сигнала. Чтобы устранить указанную погрешность, действующие значения сигнала на обоих плечах делителя БГУ усиливаются и детектируются в отдельных каналах, а затем вычитаются. В результате выходной сигнал становится независимым от сдвига фаз напряжений.

Постоянная составляющая этого сигнала, пропорциональная потенциалу поля, подаётся на АЦП.

Переменная составляющая сигнала с увеличением частоты колебаний зонда усиливается и подаётся на входы синхронных детекторов совместно с последовательностями импульсов, вырабатываемых датчиками положения зонда. Импульсы фиксируют

моменты пересечения зондом координатных осей  $ox$ ,  $oy$ ,  $oz$  и являются опорными напряжениями для синхронных детекторов. С выходов синхронных детекторов напряжения пропорциональные компонентам вектора напряжённости поля поступают на АЦП.

При перемещении питаемого проводящего зонда в модели заряд зонда изменяется за счёт изменения ёмкости зонда. Для получения точной информации о поле необходимо, чтобы величина заряда на зонде была неизменной в процессе измерений. В функциональном датчике предусмотрена система стабилизации заряда, роль которой заключается в непрерывном изменении напряжения, питающего зонд, таким образом, чтобы заряд зонда оставался постоянным. Блок граничных условий, помимо суммирования наведённых токов, формирует напряжения, пропорциональные ёмкостному току, текущему с зонда на электроды модели. Это напряжение через усилитель подаётся на сумматор в противофазе с напряжением генератора частоты, питающего зонд. При изменении ёмкости "зонд-модель" напряжения на выходе сумматора изменяются так, что ёмкостный ток и заряд на зонде остаются неизменными, тем самым исключается нежелательное влияние указанной ёмкости на результаты измерений.

В процессе работы АЦВК датчик поля и ЭВМ работают поочередно, по принципу последовательного измерения параметров поля в дискретных точках. На каждом шаге информация о поле, полученная в модели, поступает в АЦП, в котором постоянные напряжения, пропорциональные потенциалу и компонентам вектора напряжённости электрического поля, преобразуются в цифровые коды и с помощью устройства управления передаются в центральный процессор ЭВМ. В соответствии с программой ЭВМ решает задачу, после чего вырабатывает сигнал соответственно той или иной команде, которые с помощью устройства управления подаются в ЦАП, где преобразуются в аналоговые сигналы и подаются на вход следящих систем функционального датчика, обеспечивающих перемещение зонда в следующую точку. Взаимодействие ЭВМ и функционального датчика осуществляется посредством УУ, вырабатывающего сигналы синхронизации.

Обработка информации в ЭВМ, определённой в дискретных точках, позволяет обеспечить высокую точность работы АЦВК, поскольку исключается возникновение в момент измерений погрешности, связанной с появлением в цепи электродов модели наведённого тока, обусловленного непрерывным перемещением зонда по заданной траектории.

#### Методика моделирования на АЦВК

Аналого-цифровой вычислительный комплекс предназначен для решения самых разнообразных задач, в частности техники высоких напряжений. К ним относятся задачи по определению напряжённости и потенциала поля в межэлектродных изоляционных промежутках высоковольтных конструкций, построению силовых и эквипотенциальных линий электрического поля, определению различных элек-

трических характеристик указанных промежутков на основе математической обработки величин напряженности и потенциала по известным законам и т.д.

Решение всех типов задач, с которыми можно справиться с помощью данного АЦВК, связано с выполнением определённого набора операций: помещением зонда в начальную исследуемую точку поля с известными координатами; считыванием параметров поля  $\varphi$ ,  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$  в этой точке; обработкой параметров в ЭВМ в соответствии с программой; передачей управляющих сигналов из ЭВМ в функциональный датчик; перемещением зонда в следующую точку поля.

Рассмотрим методику работы на АЦВК на примере решения одной из типичных задач техники высоких напряжений – задачи по вычислению координат эквипотенциальной линии электрического поля.

Пусть имеем модель некоторого изоляционного промежутка, образованного двумя электродами с относительными потенциалами на границах  $\varphi = 1$ ,  $\varphi = 0$  (рис.2).

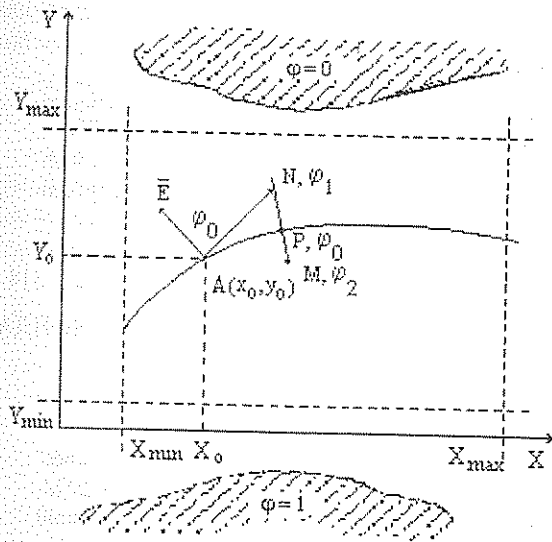


Рис.2.

Вычисление координат эквипотенциальной линии на АЦВК

Необходимо вычислить координаты эквипотенциальной линии, лежащей в прямоугольной области, ограниченной значениями  $x_{min}$ ,  $x_{max}$ ,  $y_{min}$ ,  $y_{max}$  и проходящей через точку  $A(x_0, y_0)$  с потенциалом  $\varphi = \varphi_0$ .

Для определения искомой эквипотенциальной линии зонд функционального датчика помещают в межэлектродное пространство модели в точку А. ЭВМ считывает параметры поля  $\varphi$ ,  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$  в этой точке и соответственно программе решает уравнение эквипотенциальной линии, записанное в приближённой форме [12]:

$$\begin{cases} \Delta x = kE_y \\ \Delta y = kE_x \end{cases} \quad (2)$$

где  $k$  – некоторая произвольная постоянная величина, которая задаётся исходя из размеров модели.

ЭВМ вычисляет величины отрезков, на которые надо переместить зонд, чтобы оказаться в окрестности точки Р (рис.2) с потенциалом  $\varphi_0$ . Согласно команде, поступающей из ЭВМ, зонд перемещается по

осям  $ox$  и  $oy$  на указанные величины отрезков и оказывается в точке N с потенциалом  $\varphi_1$ . В точке N вновь считываются значения  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$  и  $\varphi$ . После чего ЭВМ сравнивает значения  $\varphi_1$  и  $\varphi_0$ . Если значения  $\varphi_0$  и  $\varphi_1$  отличаются меньше, чем на наперёд выбранную малую величину  $\epsilon$ , определяющую погрешность вычисления координат эквипотенциальной линии, то ЭВМ вновь вычисляет значения  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  из уравнений (2) и подаёт команду на перемещение зонда в следующую точку эквипотенциала. Если  $\varphi_0$  и  $\varphi_1$  отличаются больше, чем на  $\epsilon$ , то ЭВМ вычисляет значения отрезков  $\Delta x$  и  $\Delta y$ :

$$\begin{aligned} \Delta x &= kE_x \\ \Delta y &= kE_y \end{aligned} \quad (3)$$

на которые перемещается зонд по нормали к эквипотенциальной линии в сторону точки Р. Причём знак коэффициента шага перемещения  $k$  определяет направление перемещения зонда. Если  $\varphi_1$  меньше  $\varphi_0$ , то движение необходимо осуществлять в сторону уменьшения градиента поля, поэтому знак у коэффициента выбирают положительным. Если  $\varphi_1$  больше  $\varphi_0$ , то знак  $k$  выбирают отрицательным, и движение зонда осуществляется в сторону увеличения градиента поля.

На каждом шаге перемещения зонда по нормали к эквипотенциальной линии считываются значения потенциала  $\varphi$  и сравниваются со значением  $\varphi_0$ .

Движение осуществляется до тех пор, пока не будет выполняться неравенство  $|\varphi - \varphi_0| < \epsilon$ . Если коэффициент шага перемещения не обеспечит точное попадание на эквипотенциальную линию и зонд окажется в точке М с потенциалом  $\varphi_2$ , то коэффициент шага перемещения делится пополам и изменяется знак на противоположный, т.е. изменяется направление движения на противоположное. Цикл продолжается до тех пор, пока зонд не выйдет на эквипотенциальную линию в точку Р с потенциалом  $\varphi_0$ . Координаты данной точки определяются как  $x = x_0 + \Delta x$ ,  $y = y_0 + \Delta y$ . Эти значения выводятся на печать. Из точки Р цикл повторяется аналогично циклу, начинающемуся из точки А.

Таким образом, зонд перемещается до тех пор, пока не достигнет границы исследуемой области.

Количество точек  $n$  линии, координаты которых необходимо вычислить, задаются в условии задачи. Коэффициент шага перемещения связан с количеством точек линии, размерами исследуемой области поля  $D$  и величиной напряжённости  $E$  соотношением

$$k = \frac{D}{En}$$

где

$$\begin{aligned} D &= \sqrt{(x_{max} - x_{min})^2 + (y_{max} - y_{min})^2} \\ E &= \sqrt{E_x^2 + E_y^2} \end{aligned}$$

## Библиографический список

1. Герштейн Г. М. Моделирование полей методом электростатической индукции. М., 1970. 316 с.
2. А.с. 767787 СССР. Устройство для моделирования трёхмерных полей.
3. Берёзов В. А., Горбунцов А. Ф., Иванов С. А., Клёпов А. П. Моделирование электрического поля установки ввода трансформатора методом электростатической индукции // Аппараты высокого напряжения, трансформаторы, силовые конденсаторы, 1981. №7 (120). С. 12-17.
4. Берёзов В. А., Иванов С. А. Моделирование электрических полей изоляционных промежутков электротехнических устройств методом электростатической индукции // Электричество, 1981. №2. С. 48-51.
5. Горбунцов А. Ф., Иванов С. А., Берёзов В. А., Клёпов А. П. Исследование трёхмерного электрического поля в зоне края обмоток многостержневых трансформаторов // Электронное моделирование, 1984. Т. 66, №37. С. 95-97.
6. Берёзов В. А., Клёпов А. П., Шехтман Л. А. Аналоговый комплекс для решения трёхмерных краевых задач, описываемых уравнением Лапласа // Применение вычислительной техники для решения краевых задач в экологии. М.; Свердловск, 1981. С. 25.
7. Берёзов В. А., Клёпов А. П. Аналого-цифровой вычислительный комплекс для решения трёхмерных краевых задач, описываемых уравнением Лапласа // Методы и средства решения краевых задач: Тез. докл. М.; Казань, 1984. С. 47.
8. Берёзов В. А., Демидов Н. Ф., Клёпов А. П., Кушнарченко О. Н. Аналого-цифровой вычислительный комплекс для модельных исследований электрофизических устройств // Машинные методы решения краевых задач: Тез. докл. М.; Рига, 1985. С. 37.
9. Берёзов В. А. Исследование трёхмерных полей методом электростатической индукции с применением проводящих зондов: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. М., 1985. 160 с.
10. Берёзов В. А., Клёпов А. П. Аналоговое моделирование полевых задач электрофизики методом электростатической индукции // Машинные методы решения краевых задач: Тез. докл. М.; Ростов н/Д, 1986. С. 8.
11. Берёзов В. А., Клёпов А. П. Моделирование трёхмерных электрических полей устройств высокого напряжения с помощью электростатических моделей // Применение машинных методов для решения краевых инженерных задач: Тез. докл. М.; Одесса, 1987. С. 23.
12. Тамм И. Е. Основы теории электричества. М., 1976. 560 С.

**THE ANALOG-DIGITAL COMPUTER COMPLEX FOR A SOLUTION OF THREE-DIMENSIONAL BOUNDARY VALUE PROBLEMS, CIRCUMSCRIBED BY THE EQUATION OF THE LAPLACE**

Klepov A.P.

Saratov state university, Saratov

In work the technique of work with the analog-digital computer complex on an example of a construction of an equipotential line of an electrostatic field of an arbitrary model is shown. The technique can be used with a solution of the task of a construction of force lines of a field, with problem solving of an engineering of high voltages under the definition of electrical durability of isolation gaps by data processing about a field on special algorithm.

УДК 621.314.21

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ВНЕШНИХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ ПРОВОДЯЩЕГО ЗОНДА**

А. П. Клёпов

Саратовский государственный университет, г. Саратов

В данной работе теоретически показана возможность решения трёхмерного уравнения Лапласа в бесконечно протяжённых областях с помощью проводящего зонда на моделирующей установке МНТ-2АМ. Предложено в качестве аналога неограниченного пространства использовать дополнительный внешний электрод, при котором обеспечивается целесообразный минимум искажений моделируемого поля в заданной области.

Современный уровень развития средств и методов вычислительной техники не позволяет в ряде случаев преодолеть трудности, возникающие при решении краевых задач теории поля. Более того, трудности увеличиваются в связи с появлением новых задач, число которых растёт быстрее, чем число решённых. В этой ситуации становится понятным стремление исследователей полнее использовать возможности аналоговых методов, которые позволяют на сравнительно простых и недорогих моделях решать весьма сложные краевые задачи.

Среди аналоговых методов несомненными преимуществами обладает метод электростатической индукции [1]. В указанном методе используется явление наведения зарядов и токов в системе проводников постоянными или переменными зарядами, которые покоятся или перемещаются в межэлектродном пространстве. Наведенные заряды и токи несут информацию о некотором безразмерном по-

тенциальном поле, связанном с системой проводников. Это поле служит моделью реальных физических полей, описываемых уравнением Лапласа при соответствующих граничных условиях. Выделение указанной информации позволяет находить потенциал и компоненты градиента потенциала моделируемых полей.

Для моделирования трёхмерных полей используют зонды в виде металлического шарика малых размеров с помещённым в заземлённый экран выводным проводником, подключённым к генератору переменного напряжения. Такие зонды обладают стабильным зарядом и позволяют получать одновременно информацию как о потенциале, так и о компонентах градиента потенциала исследуемого поля. На основе проводящего зонда создана моделирующая установка МНТ-2АМ, предназначенная для решения актуальных задач физики и техники [2].

### Влияние собственной ёмкости зонда на точность моделирования

Запишем величину ёмкости зонда [4]:

$$C = C_{00} + \sum_{i=1}^n C_{0i}, \quad (5)$$

где  $C_{00}$  – собственная ёмкость зонда;  $C_{0i}$  – ёмкость зонда на электроды модели;  $n$  – число электродов. Подставив соотношение (5) в первое уравнение системы (4), получим

$$I_H = U_0 \omega (C_{00} + \sum_{i=1}^n C_{0i}) \varphi(x, y, z). \quad (6)$$

В установке МНТ - 2АМ блок задания граничных условий помимо суммирования наведенных токов формирует напряжение, пропорциональное току, текущему с зонда на электроды модели 5. Это напряжение через усилитель тока 15 подаётся на вход сумматора 14 в противофазе с напряжением генератора 13, подключённого ко входу сумматора 14. При любом изменении ёмкости зонд-модель напряжение на выходе сумматора 14 изменяется так, что величина этого тока остаётся постоянной.

Таким образом, величина  $U_0 C_{00}$  в процессе измерения не учитывается, т.е. экспериментально определяется

$$I_{H \text{ эксп.}} = U_0 \omega \sum_{i=1}^n C_{0i} \cdot \varphi(x, y, z), \quad (7)$$

что приводит к погрешности моделирования.

При решении внутренних задач, таких как моделирование электромагнитного поля регулярных волноводов сложной формы сечения, определение структуры поля и критических частот разных типов волн и др., изменением собственной ёмкости  $C_{00}$  зонда, а следовательно указанной погрешностью, можно пренебречь. Применение установки для решения внешних краевых задач, например задач техники высоких напряжений, становится проблематичным, поскольку изменение  $C_{00}$  в этом случае может привести к неприемлемым для практики величинам погрешностей. Проанализируем эту погрешность в предположении того, что зонд выполнен в виде изолированного металлического шарика малых размеров, а влияние выводного проводника с экраном пренебрежимо мало.

Пусть зонд помещен в исследуемую точку поля с потенциалом  $\varphi(x, y, z)$ , а заряд на зонде равен нулю. Очевидно потенциал шарика равен потенциалу той точки поля, в которую он помещен. Выразим потенциал  $\varphi(x, y, z)$  через частичные ёмкости с помощью электростатических уравнений Максвелла [5]. Учитывая, что заряд на изолированном металлическом зонде равен нулю, получим

$$0 = C_{00}\varphi + C_{01}(\varphi - \varphi_1) + \dots + C_{0n}(\varphi - \varphi_n), \quad (8)$$

где  $\varphi_i$  – потенциал  $i$ -го электрода системы;  $C_{00}$  – собственная ёмкость зонда;  $C_{01}, \dots, C_{0n}$  – частичные ёмкости зонда на соответствующие электроды;  $n$  – число электродов в системе. Отсюда

$$\varphi = \sum_{i=1}^n C_{0i} \varphi_i / \sum_{i=0}^n C_{0i}. \quad (9)$$

Предположим, что потенциалы электродов  $\varphi_i = 1$ , тогда соотношение (9) будет иметь вид

$$\varphi' = \sum_{i=1}^n C_{0i} / \sum_{i=0}^n C_{0i}. \quad (10)$$

Перепишем соотношение (6) в виде

$$I_H = U_0 \omega \sum_{i=1}^n C_{0i} \cdot \sum_{i=0}^n C_{0i} / \sum_{i=1}^n C_{0i} \cdot \varphi. \quad (11)$$

Подставив (10) в (11), получим

$$I_H = U_0 \omega \sum_{i=1}^n C_{0i} \frac{\varphi}{\varphi'}. \quad (12)$$

Подставляя соотношения (7) и (12) в выражение для относительной погрешности определения потенциала поля

$$\delta\% = \frac{I_H - I_{H \text{ эксп.}}}{I_H}, \quad (13)$$

получим:

$$\delta\% = 1 - \varphi'. \quad (14)$$

Из соотношения (14) видно, что погрешность будет минимальна при решении внутренней краевой задачи, т.е. когда электроды модели образуют замкнутое пространство и потенциал поля в нём  $\varphi = 1$ . И, напротив, погрешность будет максимальна при решении внешней краевой задачи, например когда модель представляет собой одиночный электрод.

Методика моделирования внешних краевых задач

Из проведённых рассуждений видно, что при решении уравнения Лапласа в безграничном пространстве изменение собственной ёмкости зонда необходимо учитывать. Это можно осуществить путём введения в исследуемую модель дополнительного электрода с относительным потенциалом  $\varphi = 0$  в качестве аналога неограниченного пространства. Использование такого электрода, кроме того позволяет реализовать способ, с помощью которого может быть решен определенный класс задач техники высоких напряжений, связанный с определением поля в моделях, в которых известны разности потенциалов между электродами и суммарный заряд электродов, в то время как относительные потенциалы электродов неизвестны. Согласно [6], потенциалы могут быть определены прямым измерением при наличии электрода в качестве аналога безграничного пространства.

Очевидно, что использование дополнительного электрода приводит к погрешности, возникающей за счёт его влияния на поле модели. Для оценки указанной погрешности выберем модель в виде одиночной сферы радиусом  $R_1$  и относительным потенциалом  $\varphi = 1$ . Выберем начало координат в центре сферы. Расположим модель в заземлённую сферу радиусом  $R_2$ . Определим влияние этой сферы на поле модели на расстоянии  $r$  от начала координат (рис.2).

Согласно [7] выражение для потенциала поля одиночной сферы с потенциалом  $\varphi_c = 1$  имеет вид

$$\varphi_c = 1/r. \quad (15)$$

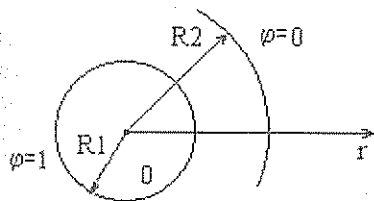


Рис. 2.  
Расчётная модель

Выражение для потенциала поля в сферическом конденсаторе в точке, расположенной на расстоянии  $r$  от начала координат согласно [7] определяется из соотношения

$$\varphi = (R2 / r - 1) \cdot R1 / (R2 - R1) \quad (16)$$

Учитывая выражение для относительной погрешности, записанное в виде

$$\varepsilon \% = (\varphi - \varphi_c) / \varphi_c \quad (17)$$

и подставляя в него (16) и (17), получим:

$$\varepsilon \% = \left( \frac{R1R2}{R2 - R1} - 1 \right) \frac{R1r}{R2 - R1} \quad (18)$$

Из соотношения (18) следует, что погрешность зависит от взаимных размеров модели и внешнего электрода. Данное соотношение позволяет при известных размерах модели устанавливать размеры дополнительного электрода таким образом, что моделирование будет производиться с наперед заданной точностью.

Библиографический список

1. Герлицейн Г.М. Моделирование полей методом электростатической индукции. М., 1970.
2. А.с. 767787 СССР. Устройство для моделирования трёхмерных полей.
3. Барёзов В.А. Исследование трёхмерных полей методом электростатической индукции с применением проводящих зондов: Автореф. дис. канд. техн. наук. М., 1985. 160 с.
4. Иссель Ю.Я., Кочанов Э.С., Струцкий М.Г. Расчёт электрической ёмкости. Л., 1969. 240 с.
5. Нейман Л.Р., Калантаров П.Л. Теоретические основы электротехники. М., 1959. 389 с.
6. А.с. 930161 СССР. Способ измерения потенциалов электродов.
7. Говорков В.А. Электрические и магнитные поля. М., 1968. 488 с.

SIMULATION OF EXTERIOR BOUNDARY VALUE PROBLEMS WITH THE HELP OF CONDUCTING PROBE

Klepov A.P.

Saratov state university, Saratov

In the given work a possibility of a solution of the three-dimensional equation of the Laplace in indefinitely extended areas with the help of conducting probe on simulating installation MNT-2AM theoretically is shown. It is offered in qualities of analog of unlimited space to use additional an exterior electrode, with which the expedient minimum of distortions of a simulated field in the given area is ensured.

УДК 621.314.21

О ПОГРЕШНОСТЯХ МОДЕЛИРОВАНИЯ НЕОДНОРОДНЫХ ТРЁХМЕРНЫХ ПОЛЕЙ ПРОВОДЯЩИМ ЗОНДОМ

А.П. Клёпов

Саратовский государственный университет, г. Саратов

В работе приведены результаты исследований погрешностей определения потенциала и напряжённости трёхмерных полей, связанных с перераспределением зарядов на поверхности проводящего зонда в зависимости от его расположения относительно модели, амплитуды колебаний и конечных размеров зонда. Теоретически получены кривые погрешностей определения потенциала и напряжённости поля проводящим зондом. Они позволяют при известных размерах зонда и модели устанавливать границу минимального приближения зонда к поверхности электродов и определять указанные параметры поля с наперед заданной точностью.

При проектировании различных радиоэлектронных устройств, электрических машин, аппаратов и приборов, устройств высокого напряжения часто возникает необходимость определения трёхмерного электростатического поля, описываемого уравнением Лапласа.

С математической точки зрения, определение поля сводится к решению соответствующей краевой задачи математической физики – дифференциального уравнения в частных производных с граничными условиями первого рода.

Аналитическое решение таких краевых задач в замкнутом виде возможно только при сравнительно простой форме граничных поверхностей. Применение вычислительных машин также представляется

весьма затруднительным при определении трёхмерных полей со сложной конфигурацией.

В этой ситуации удобнее пользоваться аналоговыми методами моделирования физических полей, позволяющими определять потенциал и компоненты градиента потенциала в различных точках исследуемого поля. Среди известных методов особое место занимает метод электростатической индукции [1]. В основе данного метода лежит явление электростатической индукции, т.е. явление наведения зарядов и токов в системе проводников неподвижными или движущимися относительно нее зарядами. Наведенные заряды и токи несут информацию о поле, связанном с системой проводников в точке нахождения зонда.

A 901328



Математическое выражение электростатической индукции изложено в теореме Шокли-Рамо [2,3]. Она позволяет расшифровать информацию о поле, содержащуюся в измеряемых наведенных зарядах и токах, и связать величину последних с параметрами моделируемого поля.

Для многоцелевых и удобных в эксплуатации автоматизированных устройств, реализующих основные возможности метода электростатической индукции, используются высокоинформативные проводящие зонды, питаемые от генератора переменного напряжения низкой частоты. Они обладают стабильным зарядом и позволяют одновременно получать информацию о потенциале и напряженности исследуемого поля [4,5].

В работе [6] рассмотрена конструкция проводящего питаемого зонда в виде металлического шарика и подводящего проводника, помещенного в экран. Определены причины, вызывающие погрешности определения параметров исследуемого поля. К ним относятся: влияние заземленного экрана; геометрические размеры зонда; амплитуда перемещения зонда (вибрации); перераспределение заряда на зонде в зависимости от его близости к электродам и их формы — так называемый "эффект близости". Проведен анализ указанных погрешностей, возникающих при анализе однородного поля.

Расчет рассматриваемых типов погрешностей показал, что при соблюдении определенных пропорций между размерами зонда и модели, погрешность определения потенциала поля имеет порядок 1-3%, а компонент градиента потенциала — 3-5%.

Приведенные расчеты погрешностей были проведены для случая, когда зонд расположен в однородном поле. При моделировании трёхмерного неоднородного поля поведение погрешностей, по-видимому, будет другим. Исследованию этого вопроса посвящена данная работа.

Для оценки погрешностей моделирования неоднородного трёхмерного поля проводящим зондом выберем модель в виде проводящей сферы с относительным потенциалом  $\varphi = 1$  (рис.1). Будем определять погрешность моделирования поля этой модели зондом в виде металлического шарика малых размеров для различных соотношений радиусов сферы (R1) и зонда (R2), лежащих в интервале  $0.1 < R1/R2 < 100$ . Выбор величин границ интервала объясняется тем, что сферу с наибольшим радиусом в сравнении с зондом можно с достаточной степенью приближения рассматривать как бесконечную плоскость, а с минимальным радиусом — как точечный электрод. Определение погрешностей моделирования при соотношениях R1/R2, лежащих на границах интервала, позволяет установить промежуток, в котором лежат погрешности моделирования полей моделей с произвольной конфигурацией граничных поверхностей.

#### Погрешности определения потенциала поля

Выберем начало координат таким образом, чтобы ось  $ox$  лежала на прямой, проходящей через центры сферы и зонда. Обозначим координаты

центра зонда через  $(x_0, y_0, z_0)$ . Пусть на зонд подаётся переменное напряжение  $u = u_0 \sin \omega t$ , где  $u_0$  и  $\omega$  — постоянные амплитуда и частота напряжения питания зонда, причём заряд зонда в каждый момент времени равномерно распределен по его поверхности. Тогда величина заряда, наведенного на сфере, будет иметь вид [6]:

$$q_H = - \int_S u(t) \epsilon \varphi(x, y, z), \quad (1)$$

где  $C$  — ёмкость зонда.

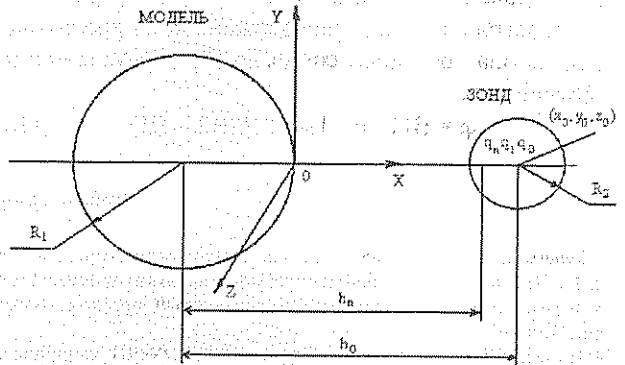


Рис.1. Расчетная модель.

Учитывая, что в каждый момент времени заряд зонда имеет один знак и равномерно распределен по его поверхности, а  $\varphi(x, y, z)$  — гармоническая функция, к соотношению (1) применив обобщенную теорему о среднем [7], получим

$$q_{H0} = -q_3 \varphi(x_0, y_0, z_0) \sin \omega t, \quad (2)$$

где заряд зонда  $q_3 = u_0 C$ .

Индекс "0" означает, что в этом случае наведенный заряд пропорционален потенциалу поля модели в точке  $x_0, y_0, z_0$ , соответствующей геометрическому центру зонда. Продифференцировав (2), получим, что величина наведенного тока на модели в этом случае

$$i_{H0} = -q_3 \omega \varphi(x_0, y_0, z_0) \cos \omega t. \quad (3)$$

Из соотношения (3) следует, что амплитуда наведенного тока пропорциональна потенциалу поля в точке нахождения центра зонда

$$I_{H0} = q_3 \omega \varphi(x_0, y_0, z_0). \quad (4)$$

В дальнейшем для простоты будем оперировать с амплитудными значениями наведенного тока.

Учитывая известное выражение для потенциала поля одиночной сферы, заряженной до потенциала  $\varphi=1$  [8], и подставляя его в (4), получим

$$I_{H0} = q_3 \omega \frac{h_1}{h_0}, \quad (5)$$

где  $h$  — расстояние между центрами сферы и зонда. Это соотношение дает точное значение потенциала поля модели в точке расположения центра зонда.

В реальных условиях поверхностные заряды на зонде распределены неравномерно и центр системы зарядов не совпадает с геометрическим центром зонда. Поэтому моделирование производится с некоторой погрешностью.

Используя метод изображений [9], запишем выражения для величин и координат зарядов изобра-

жений в зависимости от расположения зонда относительно модели в виде

$$q_{n+1} = q_n \frac{R_1 - R_2}{h_0 h_n - R_1^2}, \quad (6)$$

$$h_{n+1} = h_0 - \frac{R_1^2 \cdot h_n}{h_0 h_n - R_1^2}. \quad (7)$$

Умножив каждый из зарядов изображений на величину поля одиночной сферы с потенциалом  $\varphi = 1$  в точке его расположения и просуммировав по  $n$ , получим выражение для наведенного тока с учетом "эффекта близости":

$$I_H = \sum_{n=a}^{\infty} q_n \frac{R_1}{h_n} \omega. \quad (8)$$

Относительная погрешность определения потенциала поля в точке с координатой  $x = h_0 - R_1$  определяется из (5), (8) и соотношения

$$\delta_{\varphi} = \frac{I_H - I_{H0}}{I_{H0}}. \quad (9)$$

Для различных значений  $h_0$ , (7)  $R_1/R_2=R$ , проведен расчет погрешности, причем в процессе расчета численно обеспечивалось равенство

$$\sum_{n=0}^{\infty} q_n = q_3. \quad (10)$$

что удовлетворяет требованиям постоянства заряда на зонде при расположении его в любой точке поля модели, вытекающим из условий теоремы Шокли-Рамо.

По результатам расчета построены графики, изображенные на рис. 2.

Величина погрешности определения потенциала поля при заданных размерах зонда зависит от степени неоднородности поля (рис. 2). Пересечение кривых на рис. 2 объясняется резким уменьшением потенциала поля при удалении от моделей с малым радиусом кривизны и соответственно быстрым уменьшением погрешностей.

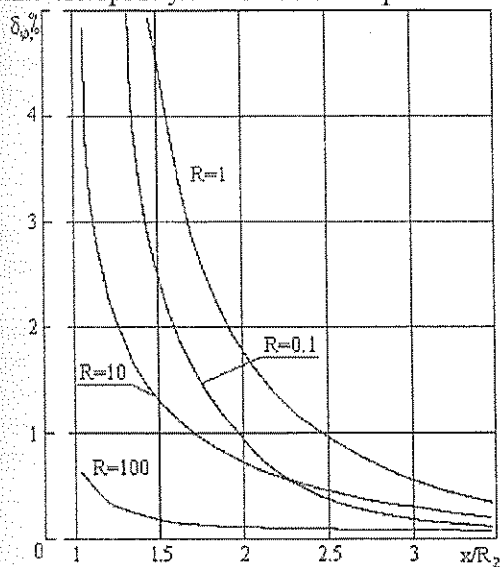


Рис. 2. Зависимости для оценки погрешности определения потенциала поля

Уменьшая размеры зонда относительно модели, можно уменьшить погрешность, что согласуется с физическими представлениями.

Используя полученные зависимости, можно очертить область, разрешенную для моделирования поля моделей с разными радиусами кривизны поверхности с заданной погрешностью  $\delta_{\varphi}=0.5-5\%$ .

В большинстве случаев при моделировании трёхмерного поля проводящий зонд колеблется относительно исследуемой точки поля с координатами  $x_0, y_0, z_0$  по закону

$$\begin{aligned} x &= x_0 + A \sin \Omega t \\ y &= y_0 + A \cos \Omega t, \\ z &= z_0 + A \sin \Omega_1 t \end{aligned} \quad (11)$$

где  $A$  и  $B$  – амплитуды колебаний зонда по осям  $ox, oy$  и  $oz$  соответственно,  $\Omega$  и  $\Omega_1$  – частоты колебания зонда по осям  $ox, oy$  и  $oz$ .

Согласно [6], выражение для тока, наведенного на модели при равномерном распределении заряда на зонде, имеет вид

$$\begin{aligned} i_H(t) &= \omega q_3 [\varphi(x_0, y_0, z_0) + A \frac{\partial \varphi}{\partial x} \sin \Omega t + \\ &+ A \frac{\partial \varphi}{\partial y} \cos \Omega t + B \frac{\partial \varphi}{\partial z} \sin \Omega_1 t] \cos \omega t. \end{aligned} \quad (12)$$

Структура выражения (12) указывает на возможность выделения составляющих наведенного тока с помощью устройств, осуществляющих частотную и фазовую селекцию. Это позволяет одновременно получать четыре выходные величины, амплитуды которых пропорциональны соответствующим характеристикам поля

$$\begin{cases} I_{H1}(t) \sim \omega q_0 \varphi; \\ I_{H2}(t) \sim \omega q_0 A \frac{\partial \varphi}{\partial x}; \\ I_{H3}(t) \sim \omega q_0 A \frac{\partial \varphi}{\partial y}; \\ I_{H4}(t) \sim \omega q_0 B \frac{\partial \varphi}{\partial z}. \end{cases} \quad (13)$$

Колебания зонда вносят дополнительную погрешность определения компонент напряженности поля. Погрешность для одной из них проведена по следующей методике. Вычислены значения токов, наведенных на модели из соотношений

$$\bar{I}_H = \frac{I_{H1} + I_{H2}}{2}, \quad (14)$$

$$\bar{I}_{H0} = \frac{I_{H01} + I_{H02}}{2}, \quad (15)$$

где  $I_{H1}, I_{H2}$  и  $I_{H01}, I_{H02}$ , – значения наведенных зарядов, вычисленные из соотношений (5) и (8) в точках  $h_0-A$  и  $h_0+A$  соответственно.

Величина погрешности определится из соотношения

$$\delta_{\varphi} = \frac{\bar{I}_H - \bar{I}_{H0}}{\bar{I}_{H0}}. \quad (16)$$

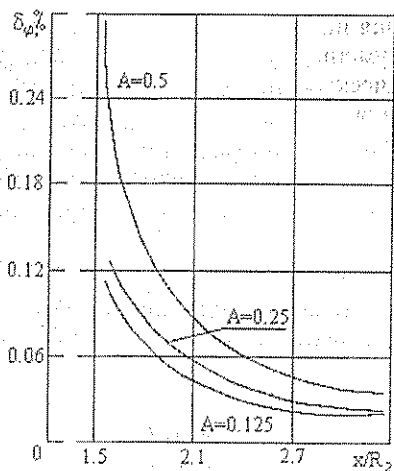


Рис.3. Кривые погрешности определения потенциала (R=100)

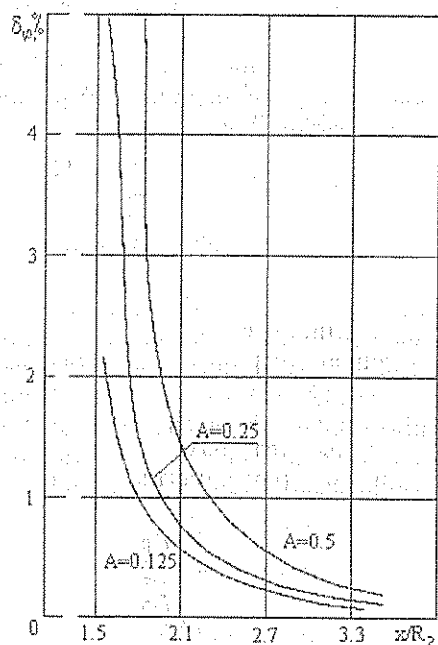


Рис.4. Кривые погрешности определения потенциала (R=0.1)

На рис.3, 4 приведены зависимости, полученные по указанной методике. Они характеризуют поведение погрешностей, обусловленных амплитудой колебаний зонда, его конечными размерами и "эффектом близости" при моделировании трёхмерного поля в области, где величина этой погрешности не превышает 5%.

Из графиков видно, что с увеличением амплитуды колебаний и степени неоднородности поля погрешность возрастает.

#### Погрешности определения напряженности поля

Используя в выражении (13) соотношение для наведённого тока  $i_{H_2}(t)$  и учитывая известное выражение для напряженности поля одиночной сферы

с относительным потенциалом  $\varphi=1$  [8], это соотношение перепишем в виде

$$I_{H_0} = \omega q_3 A \frac{R1}{h_0^2}, \quad (17)$$

где  $h$  — расстояние между центрами модели и зонда.

Это соотношение дает значение напряженности поля модели в точке расположения центра зонда.

Чтобы учесть "эффект близости", заменим проводящий зонд эквивалентным распределением зарядов изображений и проведем рассуждения аналогично тому, как это сделано при расчёте погрешности определения потенциала поля. В предположении малости амплитуды колебания зонда получим

$$I_H = \omega A \sum_{n=0}^{\infty} \left( q_n \frac{R1 \frac{dh_n}{dh_0}}{h_n^2} - \frac{R1 \frac{dq_n}{dh_0}}{h_n \frac{dh_0}{dh_0}} \right), \quad (18)$$

$$\text{где } \frac{dh_{n+1}}{dh_0} = 1 + \frac{R2^2 \left( R1 \frac{dh_n}{dh_0} + R2^2 h_n^2 \right)}{(h_0 h_n - R1^2)^2};$$

$$\frac{dq_{n+1}}{dh_0} = \frac{R1 \cdot R2}{h_0 h_n - R1^2} \frac{dq_n}{dh_0} - q_n \frac{R1 \cdot R2 \left( h_n + h_0 \frac{dh_n}{dh_0} \right)}{h_0 h_n - R1^2}$$

Используя соотношения (17) и (18), получим относительную погрешность в определении поля

$$\delta_E = \frac{I_H - I_{H_0}}{I_{H_0}}$$

По данным расчета погрешности для различных значений  $R$ ;  $h_0$  построены графики, изображенные на рис.5.

Определим погрешности моделирования поля в зависимости от величины амплитуды колебаний зонда. Для чего, используя метод конечных разностей и вычисляя величины наведенных токов по соотношениям (5) и (8) в точках  $x=x_0+A$  и  $x=x_0-A$ , получим

$$I_H = \frac{I_{H_2} - I_{H_1}}{2A}, \quad I_{H_0} = \frac{I_{H_{02}} - I_{H_{01}}}{2A}$$

По результатам расчета погрешностей для различных значений  $h_0$ ,  $A$ ,  $R1/R_2=R$  построены графики, изображенные на рис. 6, 7.

Приведенные графики характеризуют "поведение" погрешности определения напряженности поля проводящим зондом, обусловленной "эффектом близости", колебаниями зонда и его конечными размерами в той области модели, где её величина не превышает 10%.



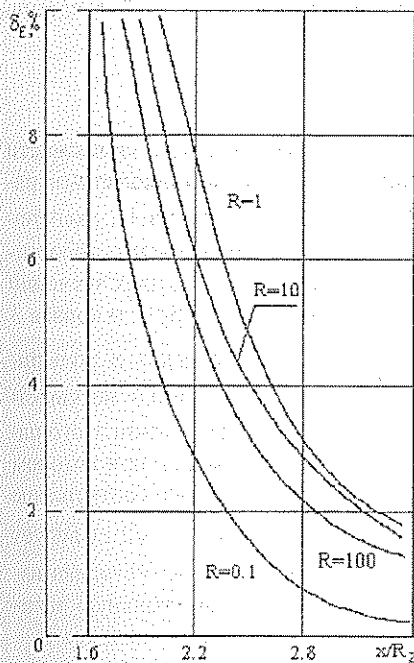


Рис. 5.

Кривые погрешности определения напряженности поля без учета амплитуды колебаний зонда

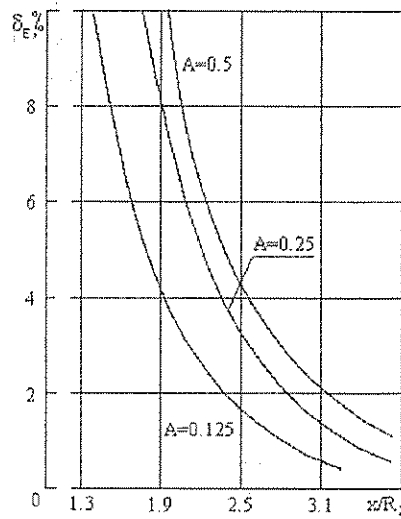


Рис. 6.

Кривые погрешности определения напряженности поля ( $R = 100$ )

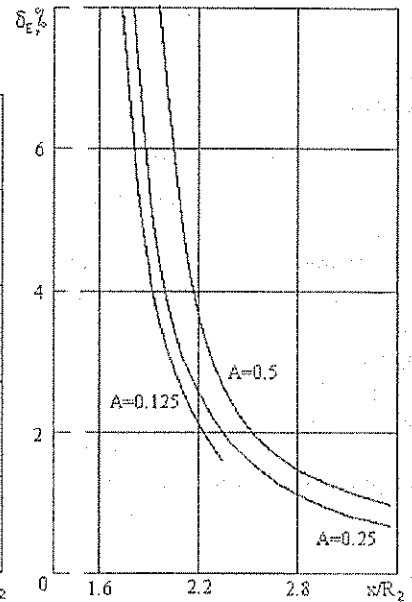


Рис. 7.

Кривые погрешности определения напряженности поля ( $R = 0.1$ )

Библиографический список

1. Герштейн Г.М. Моделирование полей методом электростатической индукции. М., 1970. 316 с.
2. Shokley W. // J. Appl. Phys. 1938. P. 635.
3. Ramo S. // Proc. IRE. 1939. Vol. 27. P. 584.
4. Semenov N., Walfler A., Zeifs. F. // Physik 19. 1923. P. 136.
5. Седин В.А., Шехтман Л.А. Определение потенциала поля, описываемого уравнением Лапласа на моделях с квазистатическим электрическим полем в непроводящей среде // Изв. вузов. Электромеханика. 1969. №6. С. 593-598.
6. Березов В.А. Исследование трехмерных полей методом электростатической индукции с применением проводящих зондов: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. М., 1985. 160 с.
7. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Под ред. И.Г. Арамановича. М., 1974. 832с.
8. Говорков В.А. Электрические и магнитные поля. М., 1968. 487 с.
9. Миролюбов Н.Н., Костенко М.В. Методы расчёта электрических полей. М., 1963. 465 с.

ABOUT ERRORS OF SIMULATION OF INHOMOGENEOUS THREE-DIMENSIONAL FIELDS BY A CONDUCTING PROBE

Klepov A.P.

Saratov state university, Saratov

In work the outcomes of researches of errors of the definition of a potential and strength of three-dimensional fields, which occur with redistribution of charges on a surface of a conducting probe in an association from its disposition concerning a model, and as amplitudes of oscillations and final sizes of a probe are reduced. Curves of errors theoretically are obtained with the definition of a potential and strength of a field by a conducting probe. With known parameters, the curves allow to install the boundary of a minimum approximation of a probe to a surface of electrodes, and as to determine indicated parameters of a field with the beforehand given exactitude.

УДК 621.385.6

ФИЗИЧЕСКИЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ ПО ИЗУЧЕНИЮ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭФФЕКТОВ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА ЭЛЕКТРОННЫХ ПОТОКОВ

М.А. Дмитриева

Саратовский государственный университет, г. Саратов

Представлены результаты экспериментального исследования параметров пространственного заряда при возбуждении нелинейных волн в протяженных электронных потоках.

Введение

При теоретическом изучении физических явлений взаимодействия потоков заряженных частиц с электромагнитными полями задача учета поля пространственного заряда является до сих пор наиболее сложной и поэтому при создании математических моделей коллективного взаимодействия частиц

пользуются рядом упрощающих предположений. Адекватность тех или иных моделей оценивается, как правило, через такие интегральные характеристики сверхвысокочастотных приборов, как КПД, усиление и т.п.

В этой связи интересно провести прямые физические эксперименты по оценке эффектов поля про-

странственного заряда протяженных электронных потоков ограниченного поперечного сечения, дрейфующих в продольном магнитном поле. Физические объекты и приборы, для которых эта задача представляет интерес, довольно распространены и разнообразны [ 1 ].

**Методика исследований**

Экспериментальные исследования были выполнены с помощью метода электронного зонда [ 2 ]. Электронный пучок модулировался по скорости ВЧ сигналом объемного резонатора, что приводило к возникновению в потоке волн пространственного заряда, характер которых определялся уровнем модулирующего сигнала. Картина и эволюция возбуждаемых волн изучалась подвижным вдоль оси потока резонатором-анализатором и чувствительной регистрирующей аппаратурой. Важно отметить, что методика измерений носит замкнутый характер, т.е. все необходимые для обработки результатов данные были получены в опыте (ВЧ параметры резонаторов и элементов схемы, геометрические и электрические данные электронного потока, плазменная частота, фокусирующее магнитное поле и возбуждающее электрическое поле и т.д.).

Одним из распространенных способов учета пространственного заряда, ставшим уже классическим, является метод, изложенный в монографии [ 3 ]. В этом подходе, основанном на приближенной нелинейной теории, получено уравнение нелинейных колебаний электронного потока, имеющее наглядную физическую интерпретацию на фазовой плоскости. Параметром, учитывающим пространственный заряд пучка, является функция  $q(V)$ , имеющая смысл потенциала кулоновских сил. В приближении экспоненциального закона кулоновского взаимодействия сечений электронного пучка этот параметр имеет вид

$$q(V) = 2(1 + k^2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_n^2(nB)}{n^2 + k^2},$$

где  $k$  - безразмерный параметр, связанный с радиусом электронного пучка;  $B$  - безразмерная амплитуда, характеризующая группировку электронного пучка и определяющая значения гармоник тока.

Параметр  $q(V)$  и представлял интерес для экспериментального изучения ввиду универсальности его применения, тем более что подобные результаты опытов в литературе неизвестны. Экспериментальную зависимость  $q(V)$  можно получить, анализируя фазовые портреты нелинейного осциллятора, соответствующего нелинейным волнам пространственного заряда, методика получения которых представлена в работе [ 2 ]. Подобные зависимости были получены для разных электронных потоков. Введенный выше безразмерный параметр  $k$  связан с радиусом  $b$  электронного пучка следующим образом:

$$k = \beta_0 / (\beta_e b); \quad \beta_e = \omega / v_0;$$

где  $\omega$  - частота сигнала;  $v_0$  - невозмущенная скорость электрона;  $\beta_0$  - постоянная, выбираемая по

разным источникам в пределах от 1 до 2, в частности в [ 3 ] принято  $\beta_0 = \sqrt{2}$ .

**Результаты**

Экспериментальные и рассчитанные зависимости  $q(V)$  для электронного пучка с нормированным радиусом  $\beta_e b = 0,385$  представлены на рис.1 (экспериментальные точки показаны кружочками, теоретические зависимости приведены для разных значений  $\beta_0$ : кривая 1 для  $\beta_0 = 1$ , кривая 2 для  $\beta_0 = 2$  и кривая 3 для  $\beta_0 = \sqrt{2}$ ). Различия в теоретических и экспериментальных данных до значения  $B \approx 0,6$  незначительны, а при увеличении  $B$  и приближении этого параметра к критическому значению  $B_{кр}$ , при котором функция  $q(V)$  имеет максимум, лучшее соответствие получается для кривой 3, т.е. для  $\beta_0 = \sqrt{2}$ . Следует обратить внимание, что предложенная методика измерений позволяет снять экспериментальную зависимость  $q(V)$  только до критического значения  $B = B_{кр}$ , когда фазовые траектории замкнуты, что соответствует режиму нелинейных плазменных колебаний. Значению  $B_{кр}$  на фазовой плоскости соответствует сепаратриса, а при  $B > B_{кр}$  процесс группировки близок к кинематическому приближению.

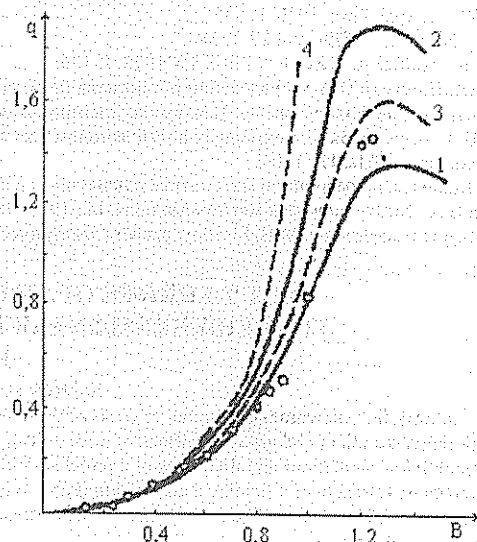


Рис.1  
Зависимость усредненного потенциала поля пространственного заряда  $q$  от безразмерной амплитуды волны  $B$  для электронного пучка при  $\beta_e b = 0,385$ .  
o - эксперимент.  
Расчеты по соотношению 3.7: 1- $\beta_0 = 1$ ; 2- $\beta_0 = 2$ ; 3- $\beta_0 = \sqrt{2}$ .  
4-расчет при  $k \rightarrow \infty$ .

Приведенные результаты в соответствии с принятой в литературе классификацией характеризуют "тонкий" электронный поток ( $k = 3,63$ ), однако пользоваться аналитическими соотношениями для "очень тонкого" пучка (при малых  $B$ ) нельзя - это демонстрирует кривая 4 на рис.1, рассчитанная по работе [4].

На рис.2 представлены экспериментальные и теоретические результаты для более широкого электронного пучка:

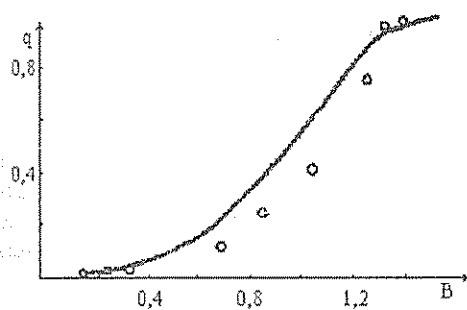


Рис.2

Зависимость усредненного потенциала поля пространственного заряда  $q$  от безразмерной амплитуды волны  $B$  для электронного пучка при  $\beta v = 1,1$ ,  $\circ$  — эксперимент, — — расчет.

$$\beta_e b = 1,1 \quad (k=1,2; B_{кр}=1,5)$$

Проведенные измерения показывают вполне удовлетворительное соответствие с широко распространенной в электронике СВЧ математической моделью учета такого характерного физического фактора, как пространственный заряд ограниченного электронного потока. Поскольку коллективное взаимодействие частиц является в физике распространением эффектом, полученный результат носит довольно общий характер.

#### Библиографический список

1. Коваленко В.П. Электронные сгустки в нелинейном коллективном взаимодействии пучков с плазмой // УФН. 1983. Т.139, вып.2. С.223.
2. Боголюбов В.В., Дмитриев Б.С., Дмитриева М.А., Жарков Ю.Д. Исследование волновых процессов в протяженных электронных потоках / Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. Саратов, 1986. Кн.2. С. 178.
3. Вайнштейн Л.А., Солнцев В.А. Лекции по сверхвысокочастотной электронике. М., 1973.
4. Овчаров В.Т., Солнцев В.А. Применение упрощенных нелинейных уравнений лампы бегущей волны для расчета ламп типа О // Радиотехника и электроника. 1962. Т.7, № 12. С.2011.

### PHYSICAL EXPERIMENTS ON STUDY OF NONLINEAR EFFECTS OF A SPACE CHARGE OF ELECTRONIC STREAMS

M.A. Dmitreeva

Saratov state university, Saratov

The outcomes of an experimental research of space charge parameters produced by generation of nonlinear waves in extended electronic streams are represented.

УДК 315. 322: 321. 621. 365

### МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ЭНЕРГОМАССОВЫДЕЛЕНИЯ ПРИ ОБРАБОТКЕ ВЫСОКОВЛАЖНЫХ СРЕД ИЗЛУЧЕНИЕМ МИКРОВОЛНОВОГО ДИАПАЗОНА

В.А.Малярчук

Саратовский государственный университет, г. Саратов

В статье рассмотрен вопрос изучения динамики процессов энерговыделения в конвейерных установках микроволнового нагрева. Кратко описана математическая модель макропроцессов, основанная на экспериментально полученных значениях коэффициента затухания электромагнитного излучения в обрабатываемом продукте.

Начало использования микроволнового излучения в технологических процессах обезвоживания можно отнести к 50-м годам нашего века. Как правило, это процессы при которых необходимо создание "щадящих" по отношению к обрабатываемому материалу условий, исключающих перегрев и обеспечивающих минимальное время обработки. Одним из перспективных на сегодняшний день видов такого оборудования являются конвейерные установки микроволновой сушки серии УСК (УСК-6, УСК-12, УСК-18).

Эти установки представляют собой многосекционные конструкции (рис.1), где каждая секция (рис.2), основой которой является желобковый волновод, содержит по два источника микроволнового излучения, трансформаторы типов колебаний и окна для стыковки секций между собой, через которые проходит лента конвейера с обрабатываемым материалом [1].

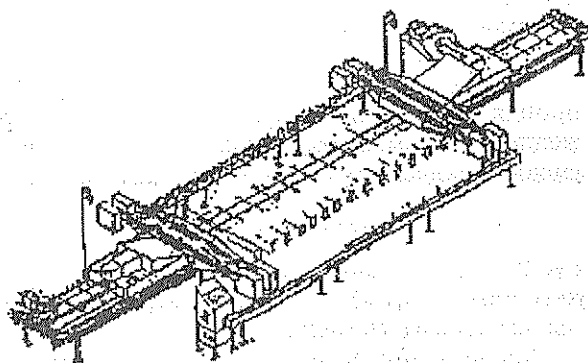


Рис.1.

Установка микроволновой сушки серии УСК

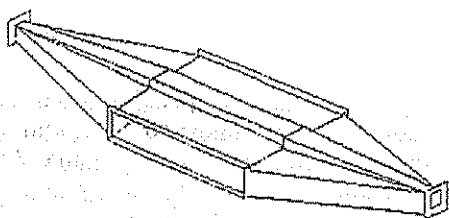


Рис.2.

Отдельная секция камеры нагрева установок серии УСК

Учитывая тот факт, что микроволновое излучение направлено по оси, перпендикулярной направлению движения конвейера и параллельной слою материала (рис.3), важным является вопрос о поперечной неравномерности обработки материала.

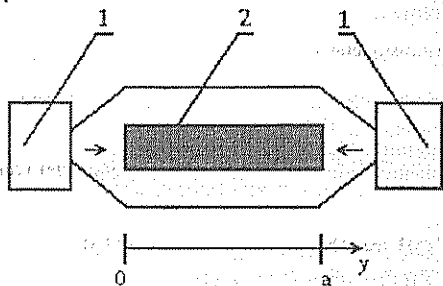


Рис.3.

Взаиморасположение источников микроволнового излучения и обрабатываемого продукта в камере нагрева установок серии УСК (1 - источники микроволнового излучения, 2 - обрабатываемый продукт)

Рассмотрим энерговыделение в поперечном разрезе продукта на входе в зону микроволнового нагрева. Считая распределение продукта в поперечном сечении квазиравномерным, введем удельное затухание в продукте  $\alpha_{уд} = \Lambda/a$  [дБ/м], где  $\Lambda$  - интегральное затухание в слое материала,  $a$  - ширина слоя продукта, и не учитываем отражение электромагнитных волн (что вполне оправдано, так как в данном случае нас интересует лишь характер распределения поглощения излучения в поперечном слое продукта). Тогда мощность излучения в произвольной точке поперечного сечения материала

$$P(y) = P_1(y) + P_2(y),$$

где  $P_1(y)$  - мощность, полученная от первого источника;  $P_2(y)$  - мощность, полученная от второго источника.

Считая, что волна от каждого из источников, пройдя через слой продукта, испытывает отражение от противоположной стенки камеры и снова попадает в продукт, необходимо записать

$$P_1(y) = P_{1пр}(y) + P_{1отр}(y), \quad (1)$$

где  $P_{1пр}(y)$  - мощность прямой волны от первого источника;  $P_{1отр}(y)$  - мощность отраженной волны для второго источника.

Аналогичное выражение записывается для волны от второго источника

$$P_2(y) = P_{2пр}(y) + P_{2отр}(y), \quad (2)$$

Каждый из членов выражений (1) и (2) можно расписать через номинальную мощность источника и величину удельного затухания

$$P_{1пр}(y) = P_1 \cdot 10^{-0,1y\Lambda/a}$$

$$P_{1отр}(y) = P_{1пр}(y) \cdot 10^{-0,2(a-y)\Lambda/a} = P_1(y) \cdot 10^{0,1y\Lambda/a - 0,2\Lambda}$$

$$P_{2пр}(y) = P_2 \cdot 10^{-0,1(a-y)\Lambda/a}$$

$$P_{2отр}(y) = P_{2пр}(y) \cdot 10^{-0,2y\Lambda/a} = P_2 \cdot 10^{-0,1y\Lambda/a - 0,1\Lambda}$$

Так как номинальные мощности 1-го и 2-го источников равны, можно записать выражение для полной (суммарной) мощности, подводимой к произвольной точке поперечного сечения продукта

$$P(y) = P_0 (10^{-0,1y\Lambda/a} + 10^{0,1y\Lambda/a - 0,2\Lambda} + 10^{0,1y\Lambda/a - 0,1\Lambda} + 10^{-0,1y\Lambda/a - 0,1\Lambda}).$$

С помощью полученного уравнения были рассчитаны распределения энерговыделения в продукте под действием на него микроволнового излучения для нескольких значений интегрального затухания (т.е. для различных загрузок тары продуктом).

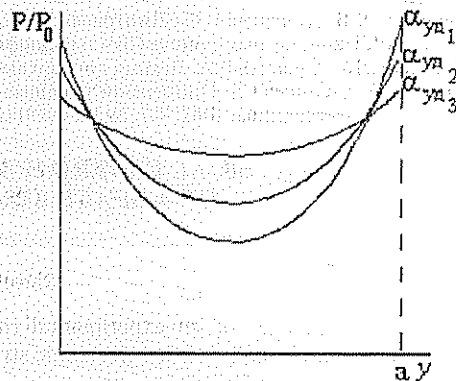


Рис.4.

Распределение энерговыделения в поперечном сечении обрабатываемого продукта в начальный момент времени

На рис.4 приведены результаты расчета для следующих конкретных условий: мощность источников излучения  $P_0 = 1,5$  кВт, начальное влагосодержание обрабатываемого продукта  $W_0 \approx 700-750\%$ , ширина зоны облучения  $a = 0,6$  м.

Но полученные распределения справедливы лишь для начального момента техпроцесса. Дальнейшее течение процесса значительно более сложно, так как различное энерговыделение влечет за собой различное локальное испарение влаги, что, в свою очередь, определяет изменение величины удельного затухания. То есть для следующего момента времени затухание в продукте уже нельзя считать квазиравномерным, вследствие чего картина распределения энерговыделения по поперечному сечению значительно усложняется.

Для изучения динамики процесса энерговыделения в микроволновом модуле была разработана теоретико-экспериментальная модель. В этой модели продукт разбит на  $n$  элементов по поперечному сечению и на  $k$ -слоев по оси движения через микроволновый модуль. Для каждого элемента задается начальное значение влагосодержания. По этому значению производится выбор полученных экспериментально значений затухания и энергоемкости. После чего рассчитывается энергия, выделяемая в каждом элементе, причем энергия волны, выходящей из  $i$ -го элемента, равна энергии волны, входящей в  $(i+1)$ -й элемент.

На основе величины энергии, поглощенной элементом, также на основе экспериментально полученных значений энергоемкости процесса рассчитывается масса влаги, испаренной из элемента. По значениям испаренной массы в  $j$ -м слое выбираются значения затухания и энергоемкости для  $j+1$ -го слоя и т.д. Так путем последовательных итераций определяется динамика изменения распределения влагосодержания в обрабатываемом продукте при движении его через камеру микроволнового нагрева.

На рис. 5 представлены результаты изучения динамики изменения распределения влагосодержания продукта в поперечном сечении для двух наиболее характерных случаев: равномерного начального распределения влагосодержания  $W$  и распределения влагосодержания, характерного для продукта, подвергнутого предварительной обработке конвективным методом сушки. На представленных графиках отчетливо видно, что при неравномерном начальном распределении влагосодержания в поперечном сечении обрабатываемого продукта (с минимумом в середине и максимумом по краям) время обработки продукта до заданного значения влагосодержания по всему поперечному сечению сокращается по сравнению со случаем равномерного начального распределения. Необходимо оговориться, что подробное изучение влияния формы начального распределения влагосодержания продукта на ход процесса обезвоживания не может быть приведено в настоящей статье по причине большого объема экспериментального и теоретического материала [2].

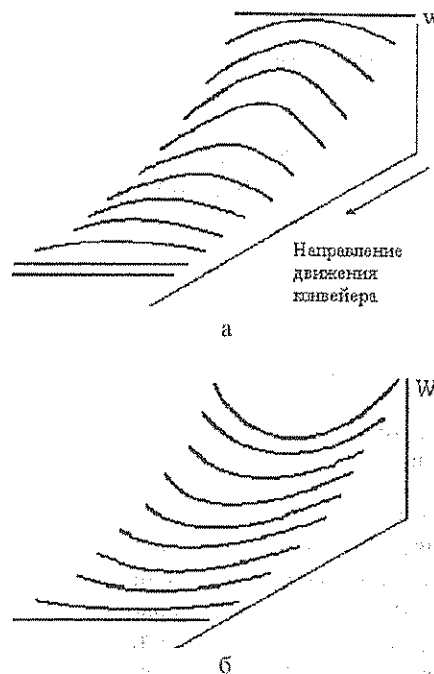


Рис. 5.

Динамика изменения распределения влагосодержания в поперечном разрезе обрабатываемого продукта для различных начальных условий:

равномерного начального распределения (а);  
неравномерного начального распределения (б).

Из сказанного можно сделать вывод, что для максимальной интенсификации процесса микроволновой сушки необходимо в едином технологическом процессе совмещать два метода обработки: конвективный и микроволновый.

#### Библиографический список

1. Явчуновский В.Я., Львицын А.В., Малярчук В.А., Явчуновская С.В. Решение задачи преобразования и транспортировки электромагнитных СВЧ колебаний применительно к оборудованию микроволновой сушки диэлектрических объектов // Вопросы преобразовательной техники частотного электропривода и управления: Межвуз. науч. сб. Саратов, 1996. С.47-58.
2. Малярчук В.А. Повышение эффективности сушки плодоовощной продукции за счет создания и использования установок комбинированной сушки: Дис... канд. техн. наук. Саратов, 1997.

#### THE SIMULATION OF PROCESSES ENERGY AND MASS LOSSES AT PROCESSING HIGH DAMP ENVIRONMENTS RADIATIONS OF MICROWAVE RANGE.

Malyarchuk V.A.

Saratov state university, Saratov

Article considers the question of study of dynamics of processes energy and mass losses in conveyORIZED installations of microwave heating. The brief mathematical model of macroprocess, based on experimentally received significances of factor of attenuation electromagnetic radiation in processable product is described.

## ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ; ЭЛЕКТРОННАЯ И ИОННАЯ ОПТИКА

УДК 621.372

## РАСЧЕТ И ОПТИМИЗАЦИЯ СИММЕТРИЧНОГО ТУРНИКЕТНОГО СОЕДИНЕНИЯ ВОЛНОВОДОВ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

А. В. Бровка

Саратовский государственный университет, г. Саратов

Решается актуальная и интересная с точки зрения практического использования задача расчета и оптимизации симметричного турникетного соединения волноводов. Элементы матрицы сопротивлений соединения рассчитываются с использованием метода конечных элементов. Исследуются частотные зависимости параметров рассеяния несогласованного соединения и влияние согласующего элемента на характеристики многополюсника. Проводится сопоставление численных результатов с экспериментальными данными.

## Введение

Турникетное соединение, состоящее из четырех прямоугольных волноводов, соединенных крестом в  $H$ -плоскости, и круглого волновода, ось которого перпендикулярна плоскости креста, обладает рядом интересных свойств, которые успешно используются в современных СВЧ устройствах, в частности, турникетное соединение является основным элементом дифференциально-коммутиционного разделителя поляризации [1].

Однако использование турникетного соединения в прецизионных устройствах возможно лишь в том случае, если соединение полностью внутренне согласовано. В работах [2],[3] указывается на возможность полного внутреннего согласования турникетного соединения с помощью трехэлементного шлейфа, представляющего собой три соосных цилиндра разной длины и разного диаметра, введенного в область соединения волноводов, однако на сегодняшний день не существует достоверной методики расчета размеров (диаметров и длин цилиндров) такого согласователя. На практике указанные размеры подбираются экспериментально, но такой способ, как правило, не позволяет добиться полного согласования, а кроме того, требует значительных затрат времени и средств на экспериментальные исследования.

Многочисленные попытки [4], [5] рассчитать турникетное соединение различными методами до сих пор не дали положительных результатов. Это объясняется сложностью геометрической формы турникетного соединения.

В настоящей работе с использованием метода конечных элементов, описанного в статье А.В. Бровка и А.Г. Рожнева этого же сборника, рассчитываются элементы матриц сопротивлений и рассеяния турникетного соединения, приводится методика получения полной матрицы сопротивлений турникетного соединения из расчета одной четвертой его части, приводятся численные результаты для несогласованного соединения, а также расчетная зависимость коэффициентов отражения в плечах многополюсника от размеров введенного в область соединения волноводов одиночного цилиндра, исследуется влияние цилиндрического согласователя на частотные зависимости коэффициентов отражения.

## Турникетное соединение

В настоящей работе рассчитывались характеристики турникетного соединения с диаметром круглого волновода 30 мм и сечением прямоугольного волновода  $23 \times 10$  мм. Расчет производился в диапазоне частот от 8 до 10 ГГц. В указанном диапазоне в прямоугольных волноводах может распространяться только основная волна типа  $H_{10}$ , а в круглом волноводе — две ортогонально поляризованные моды типа  $H_{11}$  и, кроме того, мода  $E_{01}$ . Таким образом, турникетное соединение с указанными размерами в указанном диапазоне частот следует рассматривать как четырнадцатиполосник. Нумерация прямоугольных волноводов показана на рис. 1. В круглом волноводе плечо 5 — мода  $H_{11}$  с вектором  $E$ , направленным вдоль оси  $Ox$ , плечо 6 — мода  $H_{11}$  с вектором  $E$ , направленным вдоль оси  $Oz$ , плечо 7 — мода  $E_{01}$ .

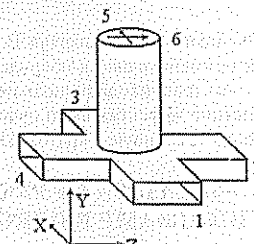


Рис. 1

Симметричное турникетное соединение волноводов.  
Нумерация плеч

Матрица сопротивлений при такой нумерации плеч имеет вид:

$$Z = \begin{pmatrix} \alpha & \gamma & \delta & \gamma & \theta & 0 & \phi \\ \gamma & \alpha & \gamma & \delta & 0 & \theta & \phi \\ \delta & \gamma & \alpha & \gamma & -\theta & 0 & \phi \\ \gamma & \delta & \gamma & \alpha & 0 & -\theta & \phi \\ \theta & 0 & -\theta & 0 & \beta & 0 & 0 \\ 0 & \theta & 0 & -\theta & 0 & \beta & 0 \\ \phi & \phi & \phi & \phi & 0 & 0 & \psi \end{pmatrix} \quad (1)$$

(структура матрицы легко может быть получена из рассмотрения условий симметрии многополюсника [2]). Аналогичную структуру имеет и матрица рассеяния.

Таким образом, в матрице сопротивлений несогласованного турникетного соединения имеется семь неизвестных ненулевых элементов, которые необходимо найти. Турникетное соединение является симметричным многополосником и при расчете матрицы сопротивлений с помощью метода конечных элементов можно получить все семь неизвестных элементов, рассмотрев только одну четвертую часть соединения (рис. 2).

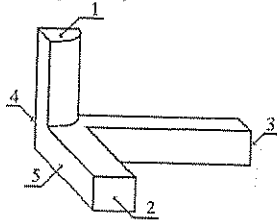


Рис. 2.

Конфигурация расчетной области.

Нумерация плоскостей отсчета и секущих плоскостей

Для этого необходимо решить пять краевых задач следующего вида:

1 задача: на плоскости 1 – поле собственной моды  $H_{11}$ , на плоскостях 2 и 3 –  $H_z=0$ , на плоскости 4 –  $E_z=0$ . (Решение задачи –  $H_1$ ).

2 задача: на плоскости 2 – поле собственной моды  $H_{10}$ , на плоскостях 1 и 3 –  $H_z=0$ , на плоскости 4 –  $E_z=0$ . (Решение задачи –  $H_2$ ).

3 задача: на плоскости 2 – поле собственной моды  $H_{10}$ , на плоскостях 1,3,4 –  $H_z=0$ . (Решение задачи –  $H_3$ ).

4 задача: на плоскости 3 – поле собственной моды  $H_{10}$ , на плоскостях 1,2,4 –  $H_z=0$ . (Решение задачи –  $H_4$ ).

5 задача: на плоскости 1 – поле собственной моды  $E_{01}$ , на плоскостях 2,3,4 –  $H_z=0$ . (Решение задачи –  $H_5$ ).

На плоскости 5 во всех задачах – условие  $H_z=0$ .

Используя полученные решения, следует вычислить билинейные формы вида

$$F(H_1, H_2) = \int_{\Omega} \left[ \frac{1}{\epsilon} \text{rot} H_1^* \text{rot} H_2 - k^2 \mu H_1^* H_2 \right] d\Omega \quad (2)$$

(вывод и подробное описание выражения (2) приведены в статье А. В. Бровка и А. Г. Рожнева данного сборника).

Элементы  $\beta$  и  $\psi$  могут быть выражены в виде

$$\beta = \frac{4}{i\omega\epsilon_0 N_1} F(H_1, H_1), \quad \psi = \frac{4}{i\omega\epsilon_0 N_1} F(H_5, H_5).$$

Значения билинейной формы умножаются на четыре, так как билинейные формы вычисляются по одной четвертой части расчетной области.

Элементы  $\theta$  и  $\phi$  могут быть выражены как

$$\theta = \frac{2}{i\omega\epsilon_0 N_1} F(H_1, H_2), \quad \phi = \frac{2}{i\omega\epsilon_0 N_1} F(H_3, H_5).$$

Значения билинейных форм также умножаются на четыре и делятся на два, так как при решении задач

2 и 3 структура поля в расчетной области соответствует одновременному возбуждению входов 1 и 3 (см. рис.1).

Элемент  $\gamma$  может быть записан в виде

$$\gamma = \frac{1}{i\omega\epsilon_0 N_1} F(H_3, H_4).$$

Билинейная форма умножается на четыре и два раза делится на два, так как обе задачи (и 3, и 4) соответствуют двухвходовому возбуждению соединения.

Элементы  $\alpha$  и  $\delta$  можно найти, рассматривая турникетное соединение как симметричный четырехполосник (входные плечи – прямоугольные волноводы с номерами 1 и 3 (см. рис.1), а на остальных входах – однородное условие Дирихле). Нетрудно заметить, что выражения

$$\frac{2}{i\omega\epsilon_0 N_1} F(H_3, H_3) \quad \text{и} \quad \frac{2}{i\omega\epsilon_0 N_1} F(H_2, H_2)$$

являются собственными значениями матрицы сопротивлений такого четырехполосника, причем первое соответствует синфазному (“четному”) возбуждению четырехполосника, а второе – противофазному (“нечетному”) возбуждению. Элементы  $\alpha$  и  $\delta$  могут быть выражены соответственно как полу-сумма и полуразность собственных значений матрицы сопротивлений симметричного четырехполосника [2]

$$\alpha = \frac{1}{i\omega\epsilon_0 N_1} (F(H_3, H_3) + F(H_2, H_2)),$$

$$\delta = \frac{1}{i\omega\epsilon_0 N_1} (F(H_3, H_3) - F(H_2, H_2)).$$

Применение описанной методики позволяет значительно сократить затраты машинного времени при расчете матриц сопротивлений и рассеяния симметричного турникетного соединения.

Результаты расчета параметров турникетного соединения представлены на рис. 4–10. На рис. 4 представлены расчетные зависимости коэффициентов отражения от частоты в прямоугольном и круглом волноводах многополосника в отсутствие согласователя (в прямоугольном волноводе – для волны  $H_{10}$ , в круглом волноводе – для волн  $H_{11}$  и  $E_{01}$ ). По оси абсцисс отложены значения частоты. По оси ординат – коэффициенты отражения в плечах 1–4 (линия 1), в плечах 5,6 (линия 2) и в плече 7 (линия 3).

Для проверки расчетных зависимостей были проведены экспериментальные измерения коэффициента отражения. Так как измерить характеристики “чистого” турникетного соединения оказалось затруднительно (в связи с отсутствием высококачественных согласованных нагрузок на круглый волновод), был измерен коэффициент отражения в прямоугольном волноводе турникетного соединения при подключении согласованной нагрузки на круглый волновод через переходник с круглого волновода на прямоугольный в виде усеченного цилиндра (рис.3).

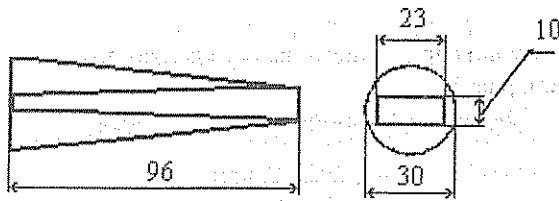


Рис. 3

Переходник с круглого волновода на прямоугольный

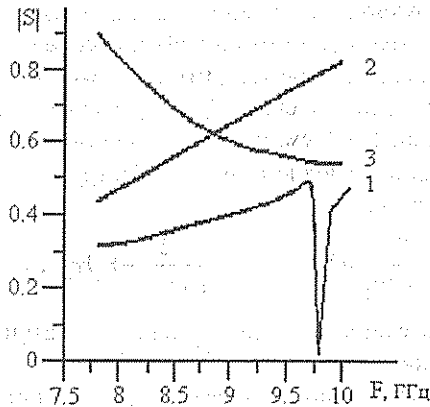


Рис. 4

Зависимость коэффициентов отражения в плечах несогласованного турникетного соединения от частоты

Рассматривая турникетное соединение с подключенным на круглый волновод переходником как каскадное соединение двух многополюсников, для коэффициента отражения в одном из прямоугольных волноводов турникетного соединения можно записать выражение [2]

$$\Gamma_k = S_{11} + \frac{S'_{11}S_{15}^2}{1 - S_{55}S'_{11}} + \frac{S'_{33}S_{17}^2}{1 - S_{77}S'_{33}}, \quad (3)$$

где  $S'_{11}$  — коэффициент отражения волны  $H_{11}$  в круглом плече переходника;  $S'_{33}$  — коэффициент отражения волны  $E_{01}$  в круглом плече переходника;  $S_{11}$ ,  $S_{55}$ ,  $S_{77}$ ,  $S_{15}$ ,  $S_{17}$  — элементы матрицы рассеяния турникетного соединения. Указанные элементы матриц рассеяния были рассчитаны с помощью метода конечных элементов.

Результаты экспериментальных измерений и данные расчета каскадного соединения представлены на рис. 5. Сплошная линия на рисунке — результат экспериментальных измерений, треугольные символы — численные результаты расчета коэффициента отражения каскадного соединения турникета и переходника, подсоединенного к круглому волноводу, пунктирная линия — результат расчета коэффициента отражения в прямоугольном волноводе турникетного соединения без учета влияния переходника.

Расхождение результатов эксперимента и расчета в области высоких частот может объясняться тем, что на частоте 9.72 ГГц в круглом волноводе возникает волна типа  $H_{21}$ , которая не была учтена при расчете.

Для уменьшения коэффициентов отражения в плечах турникетного соединения используют ци-

линдрические согласователи, которые располагают на оси симметрии соединения [2]. Основная трудность при этом заключается в подборе размеров цилиндров таким образом, чтобы обеспечить наилучшее согласование. На сегодняшний день не предложено достоверной методики расчета этих размеров. Кроме того, неизвестно, как введение согласователя во внутреннюю область соединения отразится на частотных зависимостях коэффициентов отражения.

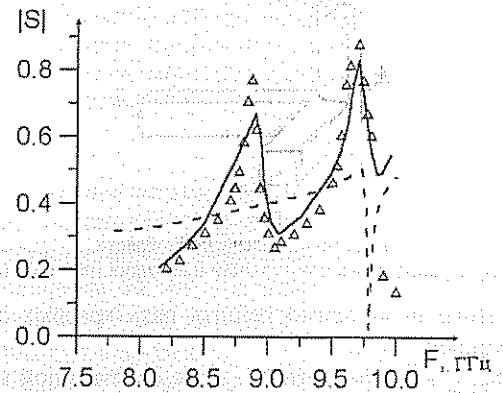


Рис. 5

Экспериментальная и расчётная зависимость от частоты коэффициента отражения в прямоугольном волноводе турникетного соединения

Проведем численные расчеты влияния размеров согласующего цилиндра на коэффициенты отражения в плечах соединения.

На рис. 6–8 представлены зависимости коэффициентов отражения в плечах многополюсника от размеров (радиуса  $R$  и длины  $H$ ) цилиндра, расположенного внутри соединения на оси симметрии на частоте 9 ГГц. По оси абсцисс отложены значения длины цилиндра. По оси ординат — значения коэффициентов отражения в прямоугольных волноводах (рис. 6), в плечах 5, 6 (рис. 7) и в плече 7 (рис. 8).

На рис. 6 представлено четыре линии, соответствующие разным значениям  $R$ : линия 1 —  $R=6$  мм, линия 2 —  $R=8$  мм, линия 3 —  $R=11$  мм, линия 4 —  $R=12$  мм.

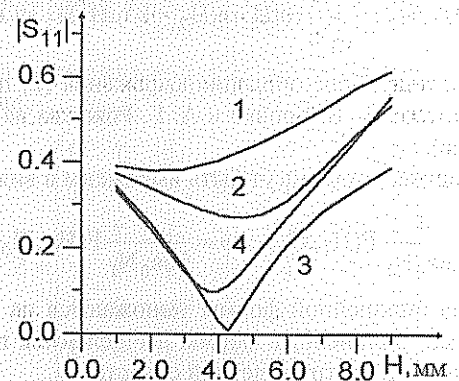


Рис. 6

Зависимость коэффициента отражения в прямоугольном волноводе турникетного соединения от размеров согласующего цилиндра



На рис. 7 представлено пять линий: линия 1 –  $R=2\text{мм}$ , линия 2 –  $R=4\text{мм}$ , линия 3 –  $R=6\text{мм}$ , линия 4 –  $R=8\text{мм}$ , линия 5 –  $R=10\text{мм}$ .

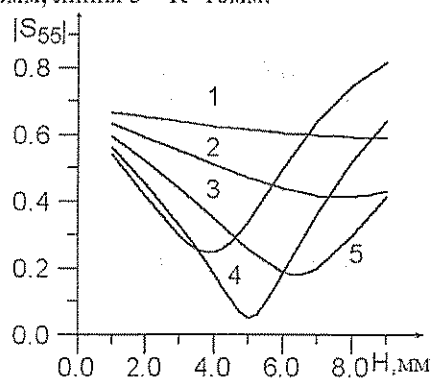


Рис. 7.

Зависимость коэффициента отражения для моды  $H_{11}$  в круглом волноводе турникетного соединения от размеров согласующего цилиндра

На рис. 8 представлено четыре линии: линия 1 –  $R=4\text{мм}$ , линия 2 –  $R=6\text{мм}$ , линия 3 –  $R=8\text{мм}$ , линия 4 –  $R=11\text{мм}$ .

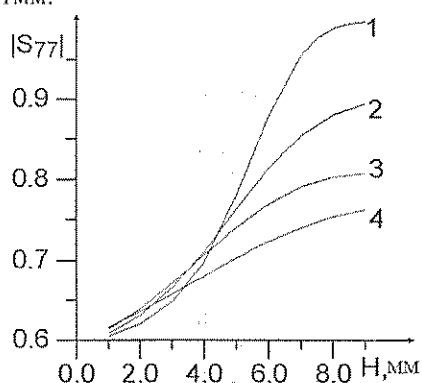


Рис. 8.

Зависимость коэффициента отражения для моды  $E_{01}$  в круглом волноводе турникетного соединения от размеров согласующего цилиндра

Зависимости коэффициентов отражения для основных типов волн в прямоугольном и круглом волноводах от радиуса и длины цилиндра имеют по одному минимуму (рис.6, 7), следовательно, можно найти размеры цилиндра, обеспечивающего минимальное отражение в указанных плечах.

Путем перебора значений размеров и решения конечноэлементной задачи для каждой комбинации  $R$  и  $H$  найдены размеры цилиндра, обеспечивающего наилучшее согласование либо прямоугольных волноводов ( $R=11\text{мм}$ ,  $H=4,25\text{мм}$ ), либо волны  $H_{11}$  в круглом волноводе ( $R=7,5\text{мм}$ ,  $H=5,25\text{мм}$ ) на частоте 9 ГГц (размеры вычислены с точностью 0.2 мм).

На рис. 9 представлены зависимости коэффициентов отражения от частоты при размерах цилиндра  $R=7,5\text{мм}$ ,  $H=5,25\text{мм}$ . Линия 1 – коэффициент отражения волны  $H_{10}$  в прямоугольном волноводе, линия 2 – коэффициент отражения волны  $H_{11}$  в круглом

волноводе и линия 3 – коэффициент отражения волны  $E_{01}$  в круглом волноводе.

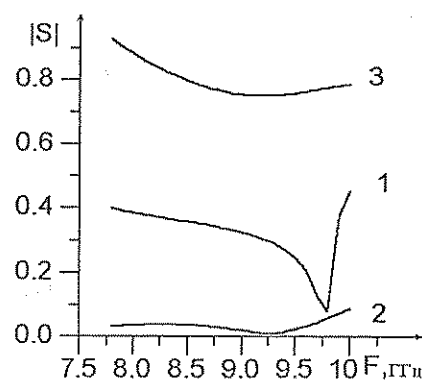


Рис. 9.

Зависимость коэффициентов отражения в плечах турникетного соединения от частоты при размерах согласующего цилиндра  $R=7,5\text{мм}$ ,  $H=5,25\text{мм}$ .

На рис.10 представлены аналогичные зависимости при размерах цилиндра  $R=11\text{мм}$ ,  $H=4,25\text{мм}$ . Из рисунков видно, что цилиндр с размерами  $R=7,5\text{мм}$ ,  $H=5,25\text{мм}$  обеспечивает широкополосное согласование волны  $H_{11}$  в круглом волноводе, а волна  $H_{10}$  в прямоугольном волноводе может быть согласована с помощью цилиндра с размерами  $R=11\text{мм}$ ,  $H=4,25\text{мм}$  только в узкой полосе частот.

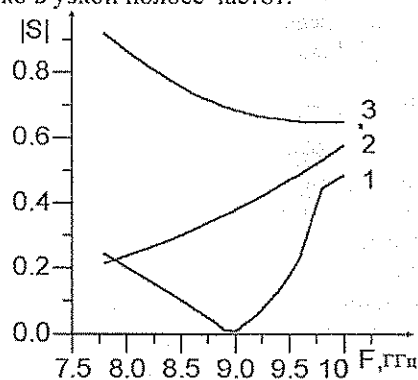


Рис. 10.

Зависимость коэффициентов отражения в плечах турникетного соединения от частоты при размерах согласующего цилиндра  $R=11\text{мм}$ ,  $H=4,25\text{мм}$

Из представленных результатов следует, что круглые и прямоугольные плечи турникетного соединения не могут быть одновременно согласованы с помощью одного цилиндра. Для одновременного согласования следует использовать двух- или трехступенчатые конструкции согласователей [2]. Влияние таких согласователей на характеристики турникетного соединения станет предметом дальнейших исследований.

Библиографический список

1. Хохлов А. В., Мясников А. В. К теории дифференциально-коммутационного радиополяриметра СВЧ // Радиотехника и электроника. 1995. Т.40, № 4. С.675-684.

2. Альтман Дж. Устройства СВЧ. М., 1968. 487 с.  
 3. Fourikis N. An 18 cm turnstile junction as a polarisation splitter // IREE Austr. Proc. 1973. Vol.34, № 10. P. 403-405.  
 4. Буторин В. М., Фналковский А. Т. Теория крестообразного перехода между прямоугольным и круглым волноводом // Радио-техника и электроника. 1985. Т.30, № 2. С.218-226.  
 5. Буторин В. М. Турникетное сочленение прямоугольных и круглого волноводов // Изв. вузов. Радиофизика. 1989. Т.32, № 9. С.1137-1143.

## COMPUTATION AND OPTIMISATION OF A SYMMETRIC TURNSTILE WAVEGUIDE JUNCTION BY THE FINITE ELEMENT METHOD

Brovko A.V.

Saratov state university, Saratov

Topical and practically interesting problem of analysis and adjusting of a symmetrical turnstile junction of waveguides is solved. Impedance matrix elements of the junction are calculated with using of the finite element method. Frequency dependence of scattering parameters of the nonadjusted junction and influence of the adjusting cylinder on junction properties are studied. Numerical results are compared with corresponding experimental data.

УДК 621.372

## РЕШЕНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ ЗАДАЧ РАССЕЯНИЯ В ВОЛНОВОДНЫХ МНОГОПОЛОСНИКАХ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

А.В. Бровко, А.Г. Рожнев

Саратовский государственный университет, г. Саратов

Представлена методика расчета параметров рассеяния волноводных СВЧ многополосников методом конечных элементов. Для расчета элементов матрицы сопротивлений предложено использовать сочетание вариационной формулы и метода реберных элементов, что обеспечивает высокую точность решения и простоту реализации алгоритма. Предложенный метод может применяться для расчета разнообразных СВЧ многополосников на персональных компьютерах. Приведенные результаты решения тестовых задач подтверждают высокую эффективность и универсальность метода.

### Введение

Неотъемлемыми частями современных радиоэлектронных систем СВЧ и КВЧ диапазонов являются СВЧ многополосники. Анализ рассеяния электромагнитных волн такими устройствами предполагает нахождение матрицы рассеяния для каждого из каскадов СВЧ тракта. Рассчитать элементы матрицы рассеяния аналитически удастся лишь для узкого класса задач, когда расчетная область имеет простую геометрическую форму и электрические свойства материала, заполняющего многополосник, не зависят от пространственных координат. В общем же случае для расчета приходится использовать численные методы.

Как показывает практика, наиболее эффективным методом решения краевых задач для неоднородно заполненных областей сложной геометрической формы является метод конечных элементов.

В приложении к задачам рассеяния особый интерес вызывает связь пространственного распределения поля в расчетной области, которое является решением конечноэлементной задачи, с глобальными характеристиками СВЧ многополосника — элементами матриц сопротивлений и рассеяния.

В настоящей работе представлен метод расчета элементов матрицы сопротивлений СВЧ многополосника в случае, когда трехмерная задача не может быть сведена к двумерной модели. Элементы матрицы сопротивлений выражаются че-

рез значения билинейной формы, взятой на решении краевых задач с различными типами граничных условий. Для решения краевых задач в работе используется метод реберных ("edge") элементов, который, как показано в последние несколько лет, в приложении к задачам электродинамики обладает рядом преимуществ по сравнению с традиционным вариантом метода конечных элементов.

### Вариационная формулировка и метод реберных конечных элементов

Рассмотрим ситуацию, когда диэлектрическая и магнитная проницаемости материала, заполняющего расчетную область, представляют собой скалярные действительные функции пространственных координат, другими словами, рассматривается изотропная среда без потерь.

Нетрудно показать [2], что в этом случае функционал

$$F(\mathbf{H}) = \int_{\Omega} \left[ \frac{1}{\epsilon} \text{rot} \mathbf{H}^* \text{rot} \mathbf{H} - k^2 \mu \mathbf{H}^* \mathbf{H} \right] d\Omega \quad (1)$$

будет стационарен на решении волнового уравнения

$$\text{rot} \left( \frac{1}{\epsilon} \text{rot} \mathbf{H} \right) = k^2 \mu \mathbf{H}, \quad (2)$$

с граничными условиями

$$\mathbf{H}_\tau = \mathbf{H}_0 |_{S_1}, \quad \left( \frac{1}{\epsilon} \text{rot} \mathbf{H} \right)_\tau = 0 |_{S_2}$$

(поверхности  $S_1$  и  $S_2$  образуют полную поверхность  $S$ , ограничивающую объем  $\Omega$ ).

Если искомое решение должно удовлетворять каким-либо дополнительным граничным условиям, то при минимизации функционала (1) пробные функции  $\mathbf{H}(\mathbf{r})$  следует искать в пространстве функций, удовлетворяющих этим дополнительно наложенным граничным условиям.

Представим поле  $\mathbf{H}$  в виде разложения по некоторому набору базисных функций

$$\mathbf{H} = \sum_i^N h_i \alpha_i, \quad (3)$$

$$\text{rot} \mathbf{H} = \sum_i^N h_i \text{rot} \alpha_i. \quad (4)$$

Подставляя (3), (4) в (1), получим

$$\begin{aligned} F(\mathbf{H}) &= \\ &= \int_{\Omega} \sum_{i,j}^N h_i h_j \text{rot} \alpha_i \text{rot} \alpha_j d\Omega - \int_{\Omega} k^2 \mu \sum_{i,j}^N h_i h_j \alpha_i \alpha_j d\Omega = \quad (5) \\ &= \sum_{i,j}^N h_i h_j \int_{\Omega} \text{rot} \alpha_i \text{rot} \alpha_j d\Omega - \sum_{i,j}^N k^2 h_i h_j \int_{\Omega} \mu \alpha_i \alpha_j d\Omega. \end{aligned}$$

Вводя обозначения

$$S_{ij} = \int_{\Omega} \text{rot} \alpha_i \text{rot} \alpha_j d\Omega, \quad (6)$$

$$T_{ij} = \int_{\Omega} \mu \alpha_i \alpha_j d\Omega, \quad (7)$$

выражение (5) можно записать в виде

$$F(\mathbf{H}) = \mathbf{h}^T [\mathbf{S}] \mathbf{h} - k^2 \mathbf{h}^T [\mathbf{T}] \mathbf{h}, \quad (8)$$

где  $\mathbf{h}$  – вектор, составленный из коэффициентов разложения  $h_i$  ( $i=1, \dots, N$ ).

Так как варьируемыми величинами являются коэффициенты  $h_i$ , для отыскания минимума функционала необходимо продифференцировать (8) по всем  $h_i$  и приравнять производные к нулю.

Учитывая правило матричного дифференцирования [1]

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{h}} (\mathbf{h}^T [\mathbf{A}] \mathbf{h}) = 2[\mathbf{A}] \mathbf{h}, \quad (9)$$

получаем матричное уравнение

$$[\mathbf{S}] \mathbf{h} - k^2 [\mathbf{T}] \mathbf{h} = 0. \quad (10)$$

Уравнение (10) представляет собой алгебраическую задачу на собственные значения, которая соответствует электродинамической задаче отыскания спектра собственных частот и собственных полей электродинамической системы. Если же решается задача о вынужденных колебаниях системы, то некоторые элементы вектора  $\mathbf{h}$  будут фиксированными, величина  $k$  также будет фиксированной и уравнение (10) будет представлять собой обыкновенное матричное уравнение.

При решении задачи методом конечных элементов расчетная область  $\Omega$  разбивается на непересекающиеся элементы конечных размеров. Как правило, в двумерных задачах это – тре-

угольники, в трёхмерных – тетраэдры. Внутри каждого элемента, а следовательно и во всей области, поле аппроксимируется кусочно-полиномиальными функциями.

Первоначально при решении электродинамических задач в качестве аппроксимирующих функций для каждой компоненты векторного поля использовались скалярные барицентрические функции узлов (представляющие собой интерполяционные полиномы Лагранжа)[2]. В случае аппроксимации поля функциями первого порядка барицентрические функции совпадают с симплексными координатами и для трёхмерных элементов могут быть записаны в виде [2]

$$\lambda_i = \frac{V_i}{V}, \quad (i=1, \dots, 4), \quad (11)$$

где  $V$  – объем тетраэдра, вершины которого – точки с координатами  $(x_1, y_1, z_1)$ ,  $(x_2, y_2, z_2)$ ,  $(x_3, y_3, z_3)$ ,  $(x_4, y_4, z_4)$ ,  $V_i$  – объемы тетраэдров, имеющих одну общую грань с исходным и четвертую вершину в точке  $(x, y, z)$ , расположенной внутри исходного тетраэдра. При использовании функций  $\lambda_i$  коэффициенты  $h_i$  в (3) представляют собой компоненты поля в узлах конечноэлементной сетки.

Однако выяснилось, что такой подход имеет существенные недостатки. В частности, при решении задач для областей с неоднородным заполнением в решении возникают лишние физические нереализуемые моды [3–6].

Причина этих недостатков заключается в неадекватности представления полей узловыми функциями. Реальные электрические и магнитные поля на границе раздела двух сред с разными показателями преломления должны иметь непрерывные тангенциальные компоненты. Нормальная компонента поля может претерпевать скачок. При интерполяции узловыми функциями на поле автоматически накладывается условие непрерывности всех компонент на границах элементов, а значит, и на границе раздела разнородных сред, что не соответствует реальной структуре поля.

В конце восьмидесятых годов был предложен метод представления полей, свободный от указанных недостатков – так называемый метод реберных (edge) элементов [7–11]. Основная идея метода реберных элементов заключается в следующем: расчетная область  $\Omega$  разбивается на непересекающиеся тетраэдры, внутри каждого тетраэдра поле представляется в виде разложения по векторным функциям

$$\mathbf{H} = \sum_{i < j} h_{ij} \mathbf{w}_{ij}, \quad (12)$$

$$\mathbf{w}_{ij} = \lambda_i \nabla \lambda_j - \lambda_j \nabla \lambda_i, \quad (13)$$

где  $\lambda_i$  – скалярная барицентрическая функция узла  $i$  ( $i=1, \dots, 4$ );  $\mathbf{w}_{ij}$  – функция Уитни первого порядка, связанная с ребром  $(i, j)$  (вектор направлен из узла  $i$  в узел  $j$ );  $h_{ij}$  – коэффициент разложения, физически представляющий собой произведение касательной компоненты поля  $\mathbf{H}$  вдоль ребра

(i, j) на длину ребра. Дальнейшие выкладки аналогичны формулам (4)–(10).

В методе конечных элементов глобальные матрицы [S] и [T] формируются из элементных матриц для каждого тетраэдра

$$[S] = \sum_e [S]_e, \quad [T] = \sum_e [T]_e.$$

Выражения для матричных элементов при использовании реберных функций приведены в [10]. При суммировании строки и столбцы элементной матрицы, соответствующие ребрам, не принадлежащим данному элементу, заполняются нулями.

Рассмотрим подробно, как на основе решения конечноэлементной задачи можно рассчитать матрицу сопротивлений волноводного трансформатора.

#### Вычисление матрицы сопротивлений многополосника

Среди возможных методов численного расчета матрицы сопротивлений волноводного трансформатора наиболее удобным в сочетании с конечноэлементной формулировкой является подход, в котором используется решение задачи о возбуждении резонатора через отверстие.

Рассмотрим билинейную форму

$$F(H_1, H_2) = \int_{\Omega} \left( \frac{1}{\epsilon} \text{rot} H_1^* \text{rot} H_2 - k^2 \mu H_1^* H_2 \right) d\Omega. \quad (14)$$

Интегрируя по частям и учитывая векторное тождество  $\text{div}[A, B] = B \text{rot} A - A \text{rot} B$ , выражение (14) можно записать в виде

$$F(H_1, H_2) = \int_{\Omega} \text{div} \left[ H_1, \frac{1}{\epsilon} \text{rot} H_2^* \right] d\Omega + \int_{\Omega} H_1 \left( \text{rot} \frac{1}{\epsilon} \text{rot} H_2 - k^2 \mu H_2 \right) d\Omega. \quad (15)$$

Второй интеграл в (15) равен нулю, так как  $H_2$  удовлетворяет уравнениям Максвелла. Преобразуя первый интеграл в интеграл по поверхности, можно записать

$$F(H_1, H_2) = \int_S [H_1, \frac{1}{\epsilon} \text{rot} H_2^*]_n dS. \quad (16)$$

На поверхности металла  $(\frac{1}{\epsilon} \text{rot} H)_t = 0$ , поэтому интеграл отличен от нуля только на поперечных сечениях (плоскостях отсчета) однородных участков волновода.

Выберем два плеча рассматриваемого многополосника с номерами i и j. Поля в плоскостях отсчета для плеча i (и аналогично для плеча j) представляются в виде

$$E^i = \sum_k a_k^i e_k^i, \quad H^i = \sum_k b_k^i h_k^i,$$

здесь  $a_k^i$  и  $b_k^i$  – амплитуды собственных мод поперечного сечения волновода, которые нормированы условием

$$\int_S [e_k, h_l]_n dS = \delta_{kl} N_k. \quad (17)$$

Пусть  $H_1$  – решение для случая, когда в i-м плече задано поле  $h_k^i$ , а во всех остальных поле равно нулю (граничное условие типа “магнитная стенка”);  $H_2$  – решение для случая, когда в j-м плече задано поле  $h_k^j$ , а во всех остальных поле равно нулю (k, l – номера собственных мод подводящих волноводов). Выражение (17) при этом может быть переписано в виде

$$F(H_1, H_2) = - \int_S [H_k^{i*}, \frac{1}{\epsilon} \text{rot} H^j]_{z_i} dS - \int_S [H_k^{i*}, \frac{1}{\epsilon} \text{rot} H^j]_{z_j} dS. \quad (18)$$

Знак “-” появился потому, что направление осей  $z_i, z_j$  выбрано внутрь объема  $\Omega$ . На j-м сечении поле  $H_k^{i*} = 0$ , поэтому второй интеграл в (18) исчезает. Для первого интеграла  $H_k^i|_{S_i} = h_k^i$ . Из

уравнений Максвелла  $\frac{1}{\epsilon} \text{rot} H^j = j\omega \epsilon_0 e^j$ . С учетом этих равенств, а также выражения (17) формула (18) может быть переписана в виде

$$F(H_1, H_2) = j\omega \epsilon_0 \int_S [E_i^j, h_k^i]_{z_i} dS = j\omega \epsilon_0 Z_{ki}^{ij} N_i. \quad (19)$$

Отсюда

$$Z_{ki}^{ij} = \frac{1}{j\omega \epsilon_0 N_i} F(H_1, H_2). \quad (20)$$

Аналогичная формула представлена в работе [12]. Итак, для вычисления элементов матрицы сопротивлений многополосника с N входами необходимо решить N задач о возбуждении резонатора через отверстие, вычислить значения билинейной формы вида (14) на полученных решениях и подставить полученные значения в (20) (отметим, что в конечноэлементной формулировке вычисление билинейной формы (14) сводится к вычислению алгебраической билинейной формы вида  $h_1^T [A] h_2$ , где  $[A] = [S] - k^2 [T]$  – матрица системы).

Имея матрицу сопротивлений и воспользовавшись соотношением

$$S = (Z + I)^{-1} (Z - I),$$

где I – единичная матрица, можно найти матрицу рассеяния рассматриваемого многополосника.

Описанный метод решения задач рассеяния реализован нами в программе, написанной на языке ФОРТРАН. Для решения системы линейных урав-

нений в программе предусмотрено два метода: итерационный метод сопряженных градиентов Якоби, описанный в [13] и реализованный в пакете ITPACK, и прямой метод из пакета SPARSPACK с переупорядочением строк и столбцов матрицы по алгоритму минимальной степени [14]. Прямой метод решения работает значительно быстрее итерационного, но в то же время требует значительно большего объема оперативной памяти. Описанные ниже тестовые задачи решались на компьютере IBM-486-DX100 с объемом оперативной памяти 16Мб. При использовании прямого метода решения на этом компьютере можно решать задачи, в которых порядок матрицы системы уравнений достигает 11000. При этом время расчета одной точки не превышает 10 минут. При использовании итерационного метода на данном компьютере можно решать задачи, в которых порядок матрицы достигает 90000, но при этом не гарантируется сходимость итерационной процедуры, а если она сходится, то время счета составляет несколько часов.

Для решения тестовых задач мы использовали прямой метод. При этом для получения приведенных ниже результатов было достаточно порядка матрицы 800 и время расчета одной точки не превышало 5 секунд.

**Тестовые задачи**

Для проверки работоспособности программы были решены две задачи: диэлектрическая вставка в прямоугольном волноводе и цилиндрический резонатор с прямоугольными входами.

**1. Диэлектрическая вставка в прямоугольном волноводе**

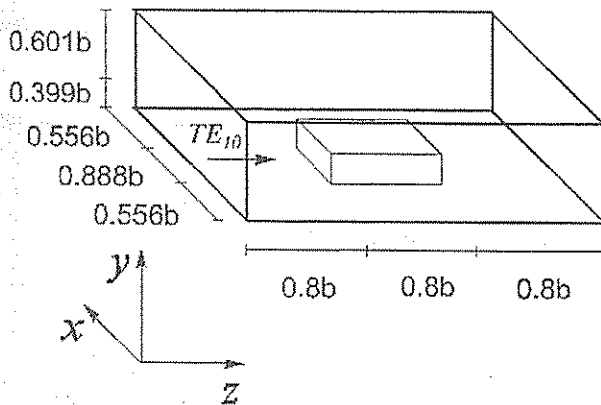


Рис. 1. Конфигурация и размеры диэлектрической вставки в прямоугольном волноводе

На рис. 1 показаны форма, расположение и размеры волновода и диэлектрической вставки. Размеры указаны в относительных единицах по отношению к ширине узкой стенки волновода. Относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика  $\epsilon=6$ . В волноводе в рассматриваемом диапазоне частот может распространяться только основная волна  $H_{10}$ . В силу симметрии задачи оказалось возможным получить решение, рассматривая только одну чет-

вертую часть расчетной области, ограниченную с двух сторон плоскостями симметрии.

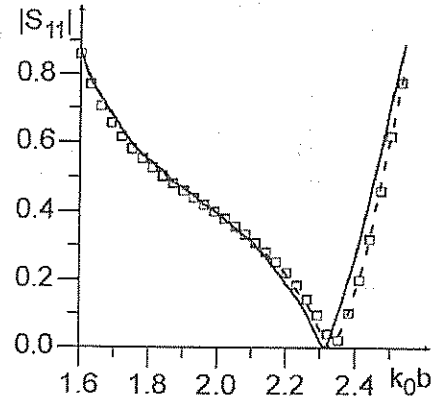


Рис. 2. Зависимость коэффициента отражения в прямоугольном волноводе с диэлектрической вставкой от волнового числа

Результаты расчета представлены на рис. 2. По оси абсцисс отложены значения произведения  $k_0 b$  ( $k_0$  – волновое число,  $b$  – размер узкой стенки волновода), по оси ординат – модуль диагонального элемента матрицы рассеяния  $|S_{11}|$ . Сплошная и пунктирная линии на графике – результаты, полученные различными численными методами и опубликованные в работе [9]. Квадратные символы – результаты наших расчетов.

**2. Цилиндрический резонатор с прямоугольными входами**

На рис. 3 показаны форма и размеры расчетной области. Входные волноводы имеют сечение  $0,75'' \times 0,375''$  (волновод WR75). В диапазоне частот 8–15 ГГц в волноводах распространяется только основная волна  $H_{10}$ . Размеры резонатора показаны на рисунке. Благодаря наличию трех плоскостей симметрии при решении конечноэлементной задачи достаточно рассмотреть одну восьмую часть расчетной области.

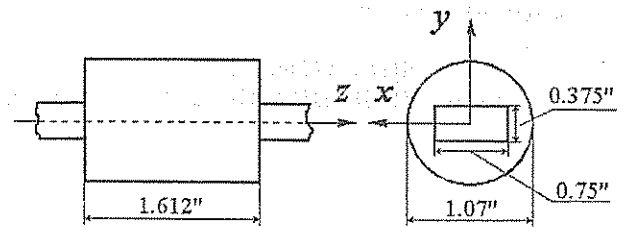


Рис. 3. Конфигурация и размеры цилиндрического резонатора с прямоугольными входами

Результаты расчета представлены на рис. 4. По оси абсцисс отложены значения частоты в гигагерцах. По оси ординат – величина  $20 \lg |S|$ , где  $|S|$  – модуль элемента матрицы рассеяния. Сплошная и пунктирная линии – результаты расчетов, проверенных экспериментальными измерениями, элементов  $S_{11}$  и  $S_{12}$  соответственно, опубликованные в работе [15]. Квадратные и треугольные символы – результаты наших расчетов величин  $S_{11}$  и  $S_{12}$  соответственно.

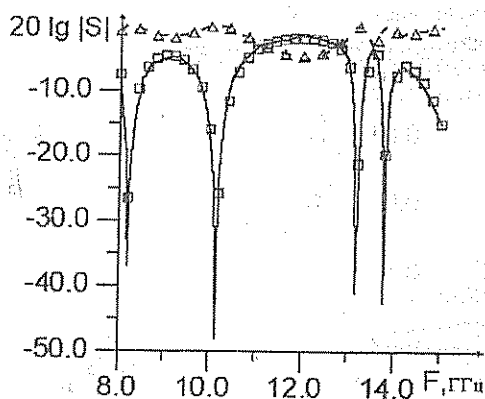


Рис. 4.

Зависимость элементов матрицы рассеяния цилиндрического резонатора с прямоугольными входами от частоты

В обеих задачах наблюдается хорошее совпадение результатов наших вычислений с ранее опубликованными.

Таким образом, разработанная нами программа может успешно использоваться для решения задач рассеяния в трехмерных волноводных системах. В программе использован метод реберных элементов (edge elements), который, в отличие от традиционного МКЭ, при решении электродинамических задач не дает ложных нефизических решений, а кроме того позволяет легко задавать граничные условия на острых металлических гранях.

С помощью разработанной программы были рассчитаны характеристики симметричного турникетного сочленения волноводов. Результаты расчета представлены в статье А.В. Бровко данного сборника.

#### Библиографический список

1. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов / Пер. с англ. М., 1979. 392 с.
2. Сильвестер П., Феррари Р. Метод конечных элементов для радиоинженеров и инженеров-электроников / Пер. с англ. М., 1986. 229 с.
3. Webb J. P. The finite-element method for finding modes of dielectric-loaded cavities // IEEE Trans. 1985. Vol. MTT-33. P.635 - 639.
4. Pinchuk A.R., Crowley C.W., Silvester P.P. Spurious solutions to vector diffusion and wave field problems // IEEE Trans. on Magn. 1988. Vol. 24, N 3. P.158-161.
5. Wong S. H., Cendes Z. J. Numerically stable finite element method for the Galerkin solution of eddy current problems // IEEE Trans. on Magn. 1989. Vol. 25, N 4. P.3019-3021.
6. Cendes Z. J., Silvester P. Numerical solution of dielectric loaded waveguides: I-Finite element analysis // IEEE Trans. 1970. Vol. MTT-18. P.1124-1131.
7. Barton M. L., Cendes Z. J. New vector finite elements for three-dimensional magnetic fields computation // J. Appl. Phys., 1987. Vol. 61, N. 8. P. 3919-3921.
8. Lee J. F., Sun D. K., Cendes Z. J. Full-wave analysis of dielectric waveguides using tangential vector finite elements // IEEE Trans. 1991. Vol. MTT-39. P.1226-1271.
9. Kiyoshi I., Inoue K., Koshiha M. Three-dimensional finite-elements method with edge elements for electromagnetic waveguide discontinuities // IEEE Trans. 1991. Vol. MTT-39, N 8. P.1289-1295.
10. Lee J. F., Mittra R. A note on the application of edge-elements for modeling three-dimensional inhomogeneously-filled cavities // IEEE Trans. 1992. Vol. MTT - 40, N. 9. P. 1767-1773.
11. Chatterjee A., Jin J. M., Vofakis J. L. Computation of cavity resonances using edge-based finite elements // IEEE Trans. 1992. Vol. MTT-40, N 11. P.2106-2108.
12. Kanellopoulos V. N., Webb J. P. A complete E-plane analysis of waveguide junctions using the finite element method // IEEE Trans. 1990. Vol. MTT-38, N 3. P.290-295.
13. Hageman L., Young D. Applied iterative methods. 1981.
14. Джордж А., Лю Дж. Численное решение больших разреженных систем уравнений / Пер. с англ. М., 1984. 333 с.
15. MacPhie R. H., Wu K.-L. Scattering at the junction of a rectangular waveguide and a larger circular waveguide // IEEE Trans. 1995. Vol. MTT-43. P.2041-2045.

### SOLUTION OF THE THREE-DIMENSIONAL TASKS OF SCATTERING IN WAVEGUIDE MULTITERMINAL NETWORKS BY A FINITE ELEMENT METHOD

A.V. Brovko, A.G. Rozhnev

Saratov state university, Saratov

An algorithm of the computation of scattering parameters of microwave junctions with using of the finite element method is presented. A combination of variational formula and edge element method is proposed for calculation of the impedance matrix elements. The combination provides high accuracy of the results and simplicity of the algorithm performing. Presented method can be used for the analysis of various microwave junction with a personal computer. Two numerical examples are carried out here. Good agreement of our results with earlier published values confirms high accuracy and efficiency of the method.

ДИССИПАТИВНЫЕ КАНОНИЧЕСКИЕ НЕРЕГУЛЯРНЫЕ  
ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ И ИХ ПРИМЕНЕНИЯ

С.В. Друзин, И.Н. Салий

Саратовский государственный университет, г. Саратов

Рассматриваются канонические нерегулярные линии передачи с комплексными погонными характеристическими параметрами. В качестве примера применения таких линий изучаются распределенные нерегулярные РС-структуры, обладающие селективными свойствами.

В микроволновой технике широкое применение находят нерегулярные линии передачи (НЛП) — линии, характеристические параметры которых являются непрерывными функциями пространственной координаты, совпадающей с направлением распространения электромагнитной волны [1, 2]. Внешние дескрипторы отрезков таких линий являются решениями нелинейных уравнений Риккати либо дифференциальных уравнений второго порядка с переменными коэффициентами. Точные решения таких уравнений известны для весьма ограниченного числа функций волнового сопротивления [3, 4]. Отсутствие формализованных взаимосвязей между ними затрудняет поиск оптимальных решений задач проектирования функциональных узлов. Кроме того, решения ищутся обычно для линий без потерь, что, естественно, сужает область их применимости.

В связи с этим несомненный интерес представляют предложенные в [5, 6] линии, названные каноническими нерегулярными линиями передачи (КНЛП). Функция волнового сопротивления таких линий включает в себя в качестве частных случаев многие известные [2, 3]; соответствующие ей точные решения дифференциальных уравнений одноволновой теории НЛП выражаются в элементарных функциях и допускают ясную физическую интерпретацию.

В настоящей работе теория КНЛП обобщается на линии с комплексными погонными характеристическими параметрами, действительные части которых учитывают потери и в проводниках, и в среде, заполняющей линию. В качестве примера применения диссипативных КНЛП изучаются распределенные нерегулярные РС-структуры, обладающие селективными свойствами [7, 8].

Решение телеграфных уравнений  
для КНЛП с потерями

В одноволновом приближении напряжение  $U(x)$  и ток  $I(x)$  в НЛП в установившемся режиме удовлетворяют системе дифференциальных уравнений

$$\frac{dU(x)}{dx} = \gamma(x)Z_c(x)I(x), \quad \frac{dI(x)}{dx} = \frac{\gamma(x)}{Z_c(x)}U(x). \quad (1)$$

Здесь  $\gamma(x) = \sqrt{Z(x)Y(x)}$ ,  $Z_c(x) = \sqrt{Z(x)/Y(x)}$ .

Погонные комплексные сопротивления проводников  $Z(x)$  и проводимость среды  $Y(x)$  определяются следующим образом:

$$Z(x) = R(x) + i\omega L(x), \quad Y(x) = G(x) + i\omega C(x),$$

где  $L(x)$  и  $C(x)$  — соответственно индуктивность и емкость на единицу длины, а  $R(x)$  и  $G(x)$  — погонные сопротивление и проводимость.

Отличительной особенностью системы уравнений (1) является зависимость их коэффициентов от пространственной координаты  $x$ .

Предположим, что проводники линии находятся в однородной среде. Это позволяет, не теряя общности, зависимость характеристических параметров от  $x$  записать в виде

$$Z(x) = Z(0)f(x) = (R(0) + i\omega L(0))f(x),$$

$$Y(x) = Y(0)f^{-1}(x) = (G(0) + i\omega C(0))f^{-1}(x),$$

где  $f(x)$  — вещественная положительная и ограниченная функция такая, что  $f(0) = 1$ . Тогда

$$\gamma(x) = \sqrt{Z(0)Y(0)} = \gamma_0 = \text{const},$$

$$Z_c(x) = \sqrt{Z(0)/Y(0)} f(x) = Z_c(0)f(x). \quad (2)$$

Учитывая это, перейдем от системы (1) к уравнениям второго порядка для напряжения  $U(x)$  и тока  $I(x)$

$$\frac{d^2 U(x)}{dx^2} - 2N(x) \frac{dU(x)}{dx} - \gamma_0^2 U(x) = 0, \quad (3)$$

$$\frac{d^2 I(x)}{dx^2} + 2N(x) \frac{dI(x)}{dx} - \gamma_0^2 I(x) = 0, \quad (4)$$

где

$$N(x) = \frac{1}{2Z_c(x)} \frac{dZ_c(x)}{dx} = \frac{d}{dx} \left[ \ln \sqrt{f(x)} \right]. \quad (5)$$

Уравнения (3) и (4) относятся к классу линейных дифференциальных уравнений второго порядка с переменными коэффициентами. Решение таких уравнений, как уже отмечалось, представимо конечным числом квадратур не для всяких  $N(x)$ . Наша задача — найти функцию  $f(x)$ , для которой уравнения (3) и (4) имеют точные решения. С этой целью подстановками двух типов

$$I(x) = \frac{y_1(x)}{\sqrt{f(x)}}, \quad U(x) = \frac{\sqrt{f(x)}Z_c(0)}{\gamma_0} \left[ \frac{dy_1(x)}{dx} - y_1(x)N(x) \right], \quad (6)$$

$$U(x) = y_2(x)\sqrt{f(x)}, \quad I(x) = \frac{1}{\sqrt{f(x)}Z_c(0)\gamma_0} \left[ \frac{dy_2(x)}{dx} + y_2(x)N(x) \right],$$

преобразуем (3) и (4) к уравнениям для функций  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$  соответственно

$$\frac{d^2 y_1(x)}{dx^2} - \left( \gamma_0^2 + \frac{dN_1(x)}{dx} + N_1^2(x) \right) y_1(x) = 0, \quad (7)$$

$$\frac{d^2 y_2(x)}{dx^2} - \left( \gamma_0^2 - \frac{dN_2(x)}{dx} + N_2^2(x) \right) y_2(x) = 0, \quad (8)$$

Эти уравнения разрешимы, если коэффициенты перед вторыми слагаемыми в них (выражения в круглых скобках) будут постоянными. Поэтому примем в качестве условия интегрируемости (7) следующее равенство:

$$\frac{dN_1(x)}{dx} + N_1^2(x) = \frac{k}{\lambda^2}, \quad (9)$$

где  $k$  — произвольная вещественная константа;  $\lambda$  — длина отрезка КНЛП. Условие (9) можно рассматривать как дифференциальное уравнение относительно функции  $N_1(x)$ . Подстановка

$$N_1(x) = \frac{1}{p(x)} \frac{dp(x)}{dx} = \frac{1}{2f_1(x)} \frac{df_1(x)}{dx} \quad (10)$$

приводит (9) к уравнению

$$\frac{d^2 p(x)}{dx^2} - \frac{k}{\lambda^2} p(x) = 0.$$

Решая его, найдем с учетом (10) функции  $f_1(x)$  и  $N_1(x)$

$$f_1(x) = \left( \operatorname{ch} \sqrt{k} \frac{x}{\lambda} + \frac{\sqrt{f(\lambda)} - \operatorname{ch} \sqrt{k}}{\operatorname{sh} \sqrt{k}} \operatorname{sh} \sqrt{k} \frac{x}{\lambda} \right)^2, \quad (11)$$

$$N_1(x) = \frac{\sqrt{k}}{\lambda} \frac{\sqrt{f(\lambda)} \operatorname{ch} \sqrt{k} \frac{x}{\lambda} - \operatorname{ch} \sqrt{k} \left( 1 - \frac{x}{\lambda} \right)}{\sqrt{f(\lambda)} \operatorname{sh} \sqrt{k} \frac{x}{\lambda} + \operatorname{sh} \sqrt{k} \left( 1 - \frac{x}{\lambda} \right)}. \quad (12)$$

Равенства (11) и (12) определяют КНЛП первого рода.

Функции  $f_2(x)$  и  $N_2(x)$ , соответствующие линии второго рода, имеют вид  $N_2(x) = -N_1(x)$ ,

$$f_2(x) = \left( \operatorname{ch} \sqrt{k} \frac{x}{\lambda} + \frac{1 - \sqrt{f(\lambda)} \operatorname{ch} \sqrt{k}}{\sqrt{f(\lambda)} \operatorname{sh} \sqrt{k}} \operatorname{sh} \sqrt{k} \frac{x}{\lambda} \right)^{-2}. \quad (11)$$

Их можно найти, применив изложенную выше схему к уравнению (8).

Как явствует из изложенного, для найденных  $f_1(x)$  и  $f_2(x)$  уравнения (7), (8), а следовательно и (3), (4), решаются точно. Например, если в (2) принять  $f(x) = f_1(x)$ , то решениями телеграфных уравнений (1) будут

$$I(x) = \frac{1}{\sqrt{f(x)}} \left[ I_0^+ e^{\Gamma x} + I_0^- e^{-\Gamma x} \right], \\ U(x) = \sqrt{f(x)} \left[ U_0^+ e^{\Gamma x} + U_0^- e^{-\Gamma x} \right], \quad (14)$$

где амплитуды прямой  $U_0^+$  и  $U_0^-$  обратной волн напряжения выражаются следующим образом:

$$U_0^+ = \frac{\Gamma - N(x)}{\gamma_0} I_0^+, \quad U_0^- = -\frac{\Gamma + N(x)}{\gamma_0} I_0^-.$$

Коэффициент распространения является комплексной величиной

$$\Gamma = \sqrt{\gamma_0^2 + k/\lambda^2} = \alpha + i\beta, \quad (15)$$

где

$$\alpha = \left[ \left( K_{RG} - \beta_0^2 + k/\lambda^2 \right)^2 + \left( K_{LG} + K_{RC} \right)^2 \right]^{1/4} \cos \varphi, \quad (16)$$

$$\beta = \left[ \left( K_{RG} - \beta_0^2 + k/\lambda^2 \right)^2 + \left( K_{LG} + K_{RC} \right)^2 \right]^{1/4} \sin \varphi, \quad (17)$$

$$\beta_0^2 = \omega^2 L_0 C_0, \quad K_{RC} = \omega R_0 C_0,$$

$$K_{LG} = \omega L_0 G_0, \quad K_{RG} = R_0 G_0,$$

$$\varphi = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{K_{LG} + K_{RC}}{K_{RG} - \beta_0^2 + k/\lambda^2}. \quad (18)$$

В отсутствие потерь ( $K_{RC} = K_{LG} = K_{RG} = 0$ ) коэффициент распространения

$$\Gamma = i\beta_0 \sqrt{1 - k/(\beta_0 \lambda)^2}.$$

В этом случае для всех  $k < (\beta_0 \lambda)^2$  в КНЛП наблюдается волновой процесс; значениям  $k > (\beta_0 \lambda)^2$  соответствует запердельный режим.

Примем  $x = \lambda$  и запишем (14) в виде линейных соотношений, связывающих значения напряжений и токов в конечных точках отрезка КНЛП:

$$U(\lambda) = a_{11} U(0) + a_{12} I(0); \quad I(\lambda) = a_{21} U(0) + a_{22} I(0). \quad (19)$$

По своему физическому содержанию коэффициенты  $a_{mn}$  ( $m, n = 1, 2$ ) суть элементы классической ненормированной матрицы передачи четырехполюсника, замещающего отрезок КНЛП длиной  $\lambda$ .

Проделав преобразования, приводящие (14) к форме (19), найдем выражения для расчета элементов матрицы передачи отрезка КНЛП первого рода в виде

$$a_{11}(\lambda) = \sqrt{f_1(\lambda)} \left( \operatorname{ch} \Gamma \lambda - \frac{N_1(\lambda)}{\Gamma} \operatorname{sh} \Gamma \lambda \right), \\ a_{12}(\lambda) = Z_c(0) \sqrt{f_1(\lambda)} \cdot \left( \frac{N_1(0) - N_1(\lambda)}{\gamma_0} \operatorname{ch} \Gamma \lambda + \right. \\ \left. + \frac{\Gamma^2 - N_1(0) N_1(\lambda)}{\gamma_0 \Gamma} \operatorname{sh} \Gamma \lambda \right), \quad (20)$$

$$a_{21}(\lambda) = \frac{1}{Z_c(0) \sqrt{f_1(\lambda)}} \frac{\gamma_0}{\Gamma} \operatorname{sh} \Gamma \lambda,$$

$$a_{22}(\lambda) = \frac{1}{\sqrt{f_1(\lambda)}} \left( \operatorname{ch} \Gamma \lambda + \frac{N_1(0)}{\Gamma} \operatorname{sh} \Gamma \lambda \right).$$

Для отрезка КНЛП второго рода получим

$$a_{11}(\lambda) = \sqrt{f_2(\lambda)} \left( \operatorname{ch} \Gamma \lambda - \frac{N_2(0)}{\Gamma} \operatorname{sh} \Gamma \lambda \right),$$

$$a_{12}(\lambda) = Z_c(0) \sqrt{f_2(\lambda)} \frac{\gamma_0}{\Gamma} \operatorname{sh} \Gamma \lambda,$$



$$a_{21}(\lambda) = \frac{1}{Z_c(0)\sqrt{f_2(\lambda)}} \left( \frac{N_2(\lambda) - N_2(0)}{\gamma_0} \operatorname{ch}\Gamma\lambda + \frac{\Gamma^2 - N_2(0)N_2(\lambda)}{\gamma_0\Gamma} \operatorname{sh}\Gamma\lambda \right), \quad (21)$$

$$a_{22}(\lambda) = \frac{1}{\sqrt{f_2(\lambda)}} \left( \operatorname{ch}\Gamma\lambda + \frac{N_2(\lambda)}{\Gamma} \operatorname{sh}\Gamma\lambda \right).$$

Формулы (20) и (21) в отсутствие потерь совпадают с приведенными в [5].

Найденные соотношения (14), (20) и (21) полностью решают задачу о распространении волн в диссипативных канонических нерегулярных линиях передачи с функциями характеристических сопротивлений, определяемых формулами

$$Z_{C1}(x) = Z_{C1}(0) \left( \operatorname{ch}\sqrt{k} \frac{x}{\lambda} + \frac{\sqrt{f(\lambda)} - \operatorname{ch}\sqrt{k}}{\operatorname{sh}\sqrt{k}} \operatorname{sh}\sqrt{k} \frac{x}{\lambda} \right)^2; \quad (22)$$

$$Z_{C2}(x) = Z_{C2}(0) \left( \operatorname{ch}\sqrt{k} \frac{x}{\lambda} + \frac{1 - \sqrt{f(\lambda)} \operatorname{ch}\sqrt{k}}{\sqrt{f(\lambda)} \operatorname{sh}\sqrt{k}} \operatorname{sh}\sqrt{k} \frac{x}{\lambda} \right)^{-2}. \quad (23)$$

Частный вид функций  $Z_{C1}(x)$  и  $Z_{C2}(x)$  определяется численными значениями двух параметров: произвольной вещественной константы  $k$  и значением  $f(\lambda)$ . Легко видеть, что (22) и (23) определяют регулярную линию, если  $k=0$ ,  $f(\lambda)=1$ ; параболическую (22) и гиперболическую (23), если  $k=0$ ,  $f(\lambda) \neq 1$ ; симметричную немонотонную, если  $k \neq 0$ ,  $f(\lambda)=1$ . Характерные зависимости  $f_1(x)$  показаны на рис.1. Полная сводка частных видов функций (22) и (23) приведена в [6].

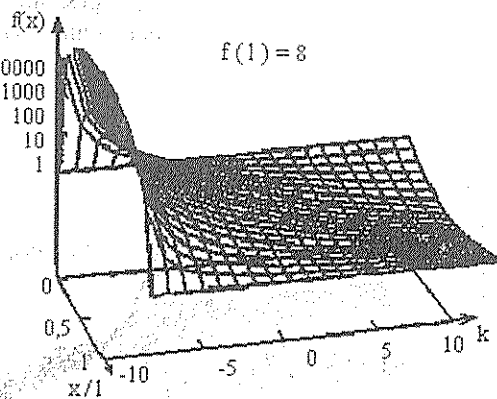


Рис.1

Найденные расчетные формулы содержат только элементарные функции и поэтому удобны для решения практических задач синтеза микроволновых устройств методами параметрической оптимизации.

### RC распределенные структуры

Рассмотрим распределенную цепь, погонные параметры которой  $L(x)=0$  и  $G(x)=0$ . В этом случае, как видно из формул (18),  $\beta_0=K_{LG}=K_{RG}=0$ , а в соответствии с (15 - 17)

$$\Gamma = \Gamma_{RC} = \alpha_{RC} + i\beta_{RC} = \left[ \left( \frac{k}{\lambda^2} \right)^2 + K_{RC}^2 \right]^{1/4} \cos\varphi + i \left[ \left( \frac{k}{\lambda^2} \right)^2 + K_{RC}^2 \right]^{1/4} \sin\varphi, \quad (24)$$

$$\text{где } \varphi = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left[ \frac{K_{RC}\lambda^2}{k} \right].$$

Такую линию, являющуюся частным случаем КНЛП, будем называть RC канонической линией (RC-КНЛП). Ее характерной особенностью является отсутствие запредельного режима независимо от знака параметра  $k$ : всегда  $\beta_{RC}^2 > 0$ . Правда, наблюдаемый при этом волновой процесс сопровождается значительным затуханием, определяемым величиной  $K_{RC}$ . Характеристическое сопротивление RC-КНЛП является комплексным и, как следует из (2),

$$Z_{RC}(x, \omega) = \sqrt{\frac{R(0)}{\omega C(0)}} f_{1(2)}(x) \exp\left(-i\frac{\pi}{4}\right) = \frac{R(0)\lambda}{\sqrt{\Omega}} f_{1(2)}(x) \exp\left(-i\frac{\pi}{4}\right), \quad (25)$$

где  $\Omega = \omega R(0)C(0)\lambda^2$  - безразмерный частотный параметр. Для расчета элементов  $a_{mn}$  в формулах (20) и (21) надо принять

$$\gamma_0\lambda = \lambda\sqrt{\omega R(0)C(0)} \exp\left(i\frac{\pi}{4}\right) = \Omega \exp\left(i\frac{\pi}{4}\right).$$

Наличие волнового процесса указывает на возможность проявления селективных свойств отрезками таких линий. Для их изучения представим RC-КНЛП длиной  $\lambda$  в виде эквивалентного T-звена, как показано на рис.2.

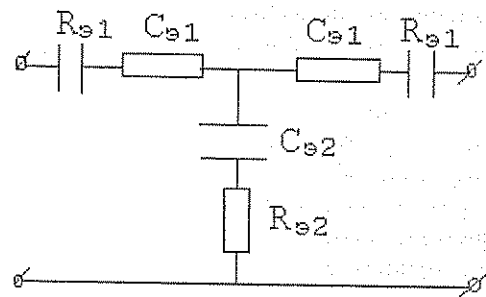


Рис.2

Значения элементов схемы для  $f(\lambda)=1$  рассчитываются по формулам:

$$R_{э1} = R(0)\lambda^2 \frac{\beta \operatorname{sh}2\alpha\lambda - \alpha \sin 2\beta\lambda - 2(\alpha \operatorname{ch}\alpha\lambda \sin \beta\lambda + \beta \operatorname{sh}\alpha\lambda \cos \beta\lambda)}{2\Omega(\operatorname{sh}^2\alpha\lambda + \sin^2\beta\lambda)};$$

$$C_{э1} = -C(0) \frac{2(\operatorname{sh}^2\alpha\lambda + \sin^2\beta\lambda)}{\alpha \operatorname{sh}2\alpha\lambda + \beta \sin 2\beta\lambda + 2N(\lambda)(\operatorname{sh}^2\alpha\lambda + \sin^2\beta\lambda) - 2(\alpha \operatorname{sh}\alpha\lambda \cos \beta\lambda + \beta \operatorname{ch}\alpha\lambda \sin \beta\lambda)};$$

$$R_{\infty 2} = R(0)\lambda^2 \frac{\alpha \operatorname{ch} \alpha \lambda \sin \beta \lambda - \beta \operatorname{sh} \alpha \lambda \cos \beta \lambda}{\Omega (\operatorname{sh}^2 \alpha \lambda + \sin^2 \beta \lambda)}, \quad C_{\infty 2} = -C(0) \frac{\operatorname{sh}^2 \alpha \lambda + \sin^2 \beta \lambda}{\alpha \operatorname{sh} \alpha \lambda \cos \beta \lambda + \beta \operatorname{ch} \alpha \lambda \sin \beta \lambda}$$

Составим цепь (рис. 3), образованную последовательным соединением четырехполюсников в виде параллельного сосредоточенного сопротивления  $r_0$  и RC-линии длиной  $\lambda$  (см. рис.2). Подобная структура изучалась ранее в [7, 8], в предположении экспоненциальной зависимости от  $\Omega$ .

Матрица сопротивления такой цепи, как известно, имеет вид

$$Z(x) = \begin{bmatrix} z_{11} + r_0 & z_{12} - r_0 \\ z_{21} + r_0 & z_{22} - r_0 \end{bmatrix}. \quad (26)$$

Элементы матрицы сопротивления  $z_{\text{ин}}$  канонической RC-линии первого рода могут быть вычислены по формуле

$$Z(x) = i \frac{R(0)\lambda \sqrt{f(\lambda)}}{\Omega \operatorname{sh} \Gamma \lambda} \begin{bmatrix} \sqrt{f(\lambda)} (N_1(\lambda) \lambda \operatorname{sh} \Gamma \lambda - \Gamma \operatorname{ch} \Gamma \lambda) & \Gamma \lambda \\ -\Gamma \lambda & \frac{1}{\sqrt{f(\lambda)}} (N_1(0) \lambda \operatorname{sh} \Gamma \lambda + \Gamma \operatorname{ch} \Gamma \lambda) \end{bmatrix}. \quad (27)$$

Частотные свойства рассматриваемой цепи (см. рис.3) описывают передаточные функции по напряжению  $K_U(\Omega)$  и по току  $K_I(\Omega)$

$$K_U = \frac{\sqrt{F} \Gamma \lambda + i R \Omega \operatorname{sh} \Gamma \lambda}{F(\Gamma \operatorname{ch} \Gamma \lambda - N_1(\lambda) \lambda \operatorname{sh} \Gamma \lambda) + i R \Omega \operatorname{sh} \Gamma \lambda}, \quad (28)$$

$$K_I = -\frac{\sqrt{F} \Gamma \lambda + i R \Omega \operatorname{sh} \Gamma \lambda}{\Gamma \operatorname{ch} \Gamma \lambda + N_1(0) \lambda \operatorname{sh} \Gamma \lambda + i R \Omega \operatorname{sh} \Gamma \lambda}, \quad (29)$$

где  $R = \frac{r_0}{R(0)\lambda}$ ,  $F = f(\lambda)$ ,  $\Gamma \lambda = \sqrt{k + i\Omega}$ .

Найденные формулы позволяют рассчитать частотные характеристики схемы, показанной на рис.3. Соответствующие передаточные функции являются трехпараметрическими, что затрудняет их анализ в общем виде. Ясно лишь, что для любой произвольной комбинации численных значений параметров  $R$ ,  $k$ ,  $F$  на частотах  $\Omega = 0$  и  $\Omega = \infty$  затухание равно нулю, а в некотором частотном диапазоне достигает максимума. Более подробная информация может быть получена путем численных расчетов. Имея в виду изучение общих свойств и закономерностей, было признано целесообразным представить модуль коэффициента передачи как функцию двух переменных, т.е. принять  $|K_U| = f(\Omega, \zeta)$ , отождествляя  $\zeta$  либо с  $R$ , либо с  $k$ , либо с  $F$  и фиксируя остальные два.

Выше уже отмечалась отличительная особенность КНПП: разнообразие частных законов  $f(x)$  в зависимости от величины  $k$  (см. рис.1). На рис.4 представлены амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) схемы (см. рис.3) для различных  $k$ . В установленных границах изменения переменных наблюдается два максимума затухания: один из них отражает резонансный характер затухания как по переменной  $\Omega$ , так и по  $k$ ; другой — только по переменной  $k$ .

Если теперь зафиксировать "резонансное" значение  $k = -5$  и проследить зависимость АЧХ от  $R$ , за-

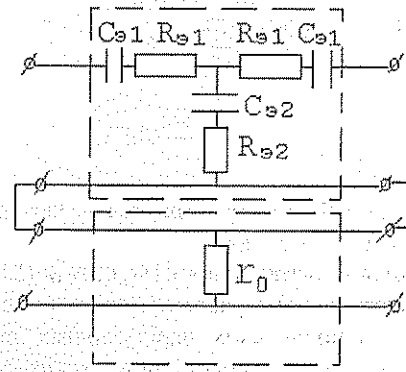


Рис.3

метим выраженный максимум ("резонанс" по обоим переменным) затухания (рис.5), соответствующий значению  $R=0,5$ .

Все предыдущие расчеты выполнены для фиксированного значения  $F=8$ . Влияние этого параметра на частотные свойства цепи показано на рис.6: локализация максимума наблюдается только по частотной переменной.

Представленные результаты численных экспериментов, помимо количественных оценок, позволяют также судить об изрезанности характеристики и ее чувствительности по независимым переменным, что может оказаться полезным при решении задач проектирования методами параметрической оптимизации.

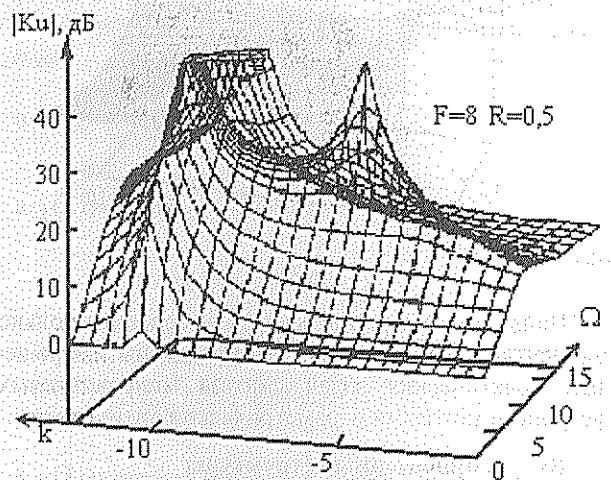


Рис.4

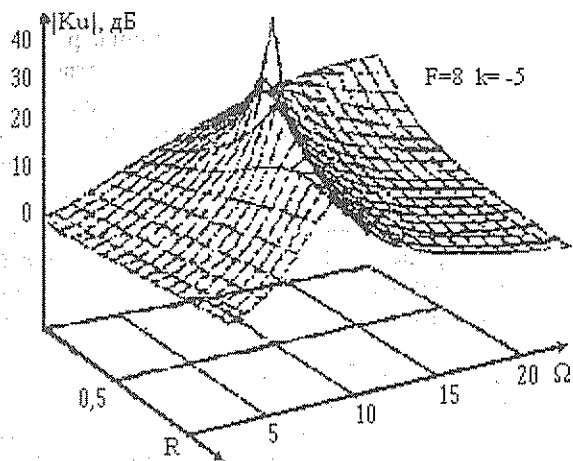


Рис.5

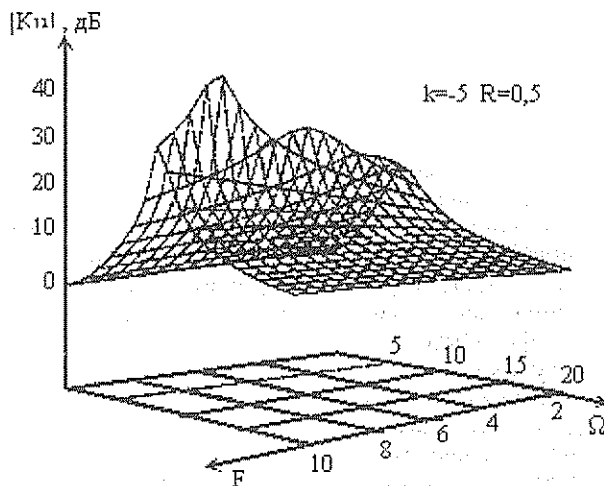


Рис.6

Библиографический список

1. Литвиненко О.Н., Сошников В.И. Теория неоднородных линий и их применение в радиотехнике. М., 1964. 535 с.
2. Кац Б.М., Мещанов В.П., Фельдштейн А.Л. Оптимальный синтез устройств СВЧ с Т-волнами. М., 1984. 288 с.
3. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. М., 1973. 343 с.
4. Камкэ Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М., 1976. 576 с.
5. Салий И.Н. Канонические нерегулярные линии передачи и их эквивалентные представления // Лекции по электронике СВЧ и радиофизике: 8-я зимняя шк.-семинар инженеров. Саратов, 1989. Кн. 4. С. 73-80.
6. Салий И.Н. Обобщенная нерегулярная линия передачи и разработка на ее основе новых функциональных элементов и узлов твердотельной электроники // Моделирование и проектирование приборов и систем микро- и нанoeлектроники: Межвуз. сб. М., 1994. С. 15-29.
7. Kaufman W.M., Theory of monolithic null device and some novel circuits // Proc. IRE. 1960. Vol. 48, P.1540-1545;
8. Kaufman W.M., Garrett S.J. Tapered Distributed Filters // IRE Trans. on circuit Theory. 1962. Vol. CT-9, no.4. P.1540-1545.

DISSIPATIVE CANONICAL IRREGULAR TRANSMISSION LINES AND THEIR APPLICATIONS

S.V. Druzin, I.N. Saliy

Saratov state university, Saratov

Canonical nonuniform transmission lines with complex characteristic parameters per unit length are considered. As an example of application these lines distributive nonuniform RC-structures are studied, having selective characteristics.

УДК 621.372.832

ФИКСИРОВАННЫЕ ФАЗОВРАЩАТЕЛИ, НЕ СОДЕРЖАЩИЕ СКАЧКООБРАЗНЫХ НЕРЕГУЛЯРНОСТЕЙ

И.Н.Салий, Н.А.Хованова

Саратовский государственный университет, г. Саратов

В.П.Мещанов, Л.В.Шикова

НПО "Ника-СВЧ", г. Саратов

Предложена система фазового смещения нового типа, не содержащая скачкообразных нерегулярностей. Ее основу составляет симметричная связанная каноническая нерегулярная линия передачи, коэффициент связи которой изменяется от некоторого максимального значения в центре линии до нуля на ее концах.

Введение

Современные фиксированные фазовращатели (ФФ) содержат компенсирующую линию и систему фазового смещения (СФС) [1]. Компенсирующая линия представляет собой отрезок регулярной линии передачи (РЛП) с линейной фазочастотной характеристикой (ФЧХ). Система фазового смещения реализуется в виде четырехполосника (С-звена) в общем случае с нелинейной ФЧХ. ФФ должен иметь минимальное амплитудное затухание во всех его каналах

и заданный фиксированный фазовый сдвиг в рабочей полосе частот между ними. Для обеспечения фиксированного фазового сдвига между выходными плечами ФФ нелинейная ФЧХ С-звена должна иметь линейный (с тем же наклоном) участок в рабочем диапазоне устройства. Одним из способов реализации таких ФЧХ является применение в качестве С-звена связанных линий передачи, проводники которых соединены на одном конце отрезком РЛП. С-звенья выполняются обычно на основе следую-

ных базовых элементов: отрезков связанных регулярных линий передачи и (или) отрезков связанных нерегулярных линий передачи (НЛП); для последних должны быть известны либо приближенные, либо точные решения дифференциальных уравнений (ДУ) теории НЛП.

Для расширения рабочего диапазона частот ФФ систему фазового смещения выполняют в виде каскадного соединения С-звеньев (многоэлементные структуры) [2, 3] либо каскадного соединения базовых элементов внутри С-звена [2, 4, 5]. Наибольшее распространение получили ступенчатые фазовращатели первого класса (по терминологии работ [1, 2]), которые представляют собой каскадное соединение отрезков связанных регулярных линий передачи одинаковой длины с различными коэффициентами связи, возрастающими в сторону соединительного отрезка, и ступенчатые фазовращатели второго класса – каскадное соединение отрезков РЛП, длины которых различны, а коэффициенты связи принимают поочередно два значения  $K_{св}$  и 0, причем последнее звено имеет коэффициент связи, отличный от нуля.

Характерной особенностью указанных (и других) структур является наличие скачкообразных нерегулярностей, возникающих в местах сочленения линий с различными характеристическими параметрами как в области связи, так и в местах подключения соединительных элементов и подводных линий. Учет ближних полей, возбуждаемых этими нерегулярностями, настолько усложняет процедуру решения обратных задач, что основой для параметрической оптимизации является одноволновая математическая модель. Поэтому измеренные частотные характеристики обычно отличаются от рассчитанных. Наиболее адекватной одноволновому приближению будет система фазового смещения, не содержащая скачкообразных нерегулярностей. Таковой является СФС фазовращателей на немонотонных нерегулярных линиях передачи с коэффициентами связи, возрастающими от нуля (на концах элемента) до некоторого максимального значения (в его центре).

Целью работы является исследование потенциальных возможностей нового базового элемента для систем фазового смещения в виде отрезка симметричной связанной канонической нерегулярной линии передачи (СКНЛП) с коэффициентом связи, убывающим в обе стороны от центра отрезка.

### Связанные симметричные канонические нерегулярные линии передачи

Связанной симметричной канонической нерегулярной линией передачи называется линия, волновые сопротивления четной ("e") и нечетной ("o") нормальных мод которой изменяются по законам [6]

$$\rho^{e,o}(z) = \rho^{e,o}(0) \left\{ \operatorname{ch} \left( \sqrt{m^{e,o}} \frac{z}{\ell} \right) + \frac{1 - \operatorname{ch} \sqrt{m^{e,o}}}{\operatorname{sh} \sqrt{m^{e,o}}} \operatorname{sh} \left( \sqrt{m^{e,o}} \frac{z}{\ell} \right) \right\}^{2q} \quad (1)$$

где  $q=1$  определяет линию первого рода,  $q=-1$  – линию второго рода;  $m^{e,o}$  – вещественные константы;  $0 \leq z \leq \ell$ ,  $\ell$  – длина отрезка линии.

На рис.1 показаны характерные зависимости  $\rho^{e,o}(z)/\rho^{e,o}(0)$  для различных значений параметров  $m^{e,o}$ :  $m^e = m^o = -3$  (маркер: □),  $-2$  (Δ),  $0$  (○),  $1$  (●),  $5$  (x). Сплошным кривым соответствует  $q=1$ , пунктирным  $q=-1$ . Легко видеть, что для  $m^{e,o} < 0$  гиперболические функции в формуле (1) должны быть заменены на тригонометрические;  $m^{e,o} = 0$  соответствует регулярной линии.

Известно [7], что каждой нормальной моде восьмиполосника, замещающего отрезок связанной линии, можно поставить в соответствие собственный четырехполосник. Напряжения  $U^{e,o}(z)$  и токи  $I^{e,o}(z)$  в собственных четырехполосниках можно найти, решив систему телеграфных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} U^{e,o}(z) &= i\beta_0 \rho^{e,o}(z) I^{e,o}(z), \\ \frac{d}{dz} I^{e,o}(z) &= -\frac{i\beta_0}{\rho^{e,o}(z)} U^{e,o}(z), \end{aligned} \quad (2)$$

в которой  $\beta_0 = 2\pi/\lambda$  – постоянная распространения и  $\lambda$  – длина волны в свободном пространстве,  $i = \sqrt{-1}$ .

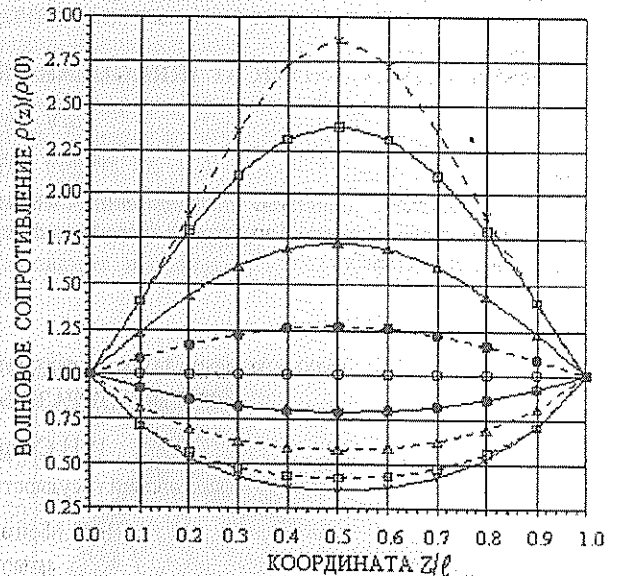


Рис. 1.

Примем в (1) для определенности  $q=1$ . Легко показать, что решением системы (2) будут следующие выражения:

$$I^{e,o}(z) = I_n^{e,o} \exp(-i\beta^{e,o}z) + I_o^{e,o} \exp(i\beta^{e,o}z), \quad (3)$$

$$U^{e,o}(z) = U_n^{e,o} \exp(-i\beta^{e,o}z) + U_o^{e,o} \exp(i\beta^{e,o}z), \quad (4)$$

где

$$U_n^{e,o} = \rho^{e,o}(z) \left( -\frac{\beta^{e,o}}{\beta_0} + i \frac{N^{e,o}(z)}{\beta_0} \right) I_n^{e,o}, \quad (5)$$

$$U_o^{e,o} = \rho^{e,o}(z) \left( \frac{\beta^{e,o}}{\beta_0} + i \frac{N^{e,o}(z)}{\beta_0} \right) I_o^{e,o},$$

$$N^{e,o}(z) = \frac{1}{2} \frac{d}{dz} \ln \sqrt{\rho^{e,o}(z)}, \quad \beta^{e,o} = \beta_0 \sqrt{1 - \frac{m^{e,o}}{(\beta_0 l)^2}} \quad (6)$$

Анализ формул (3)–(6) позволяет сделать следующие выводы.

1. Если  $m^{e,o} < (\beta_0 l)^2$ , то  $\beta^{e,o}$ , как видно из (6), вещественные и имеют смысл постоянных распространения нормальных волн. В этом случае решения для тока (3) и напряжения (4) представляют суперпозицию волн, распространяющихся навстречу друг другу. Между амплитудами токов и напряжений этих волн, согласно формулам (5), имеются фазовые сдвиги, зависящие не только от частоты, но и от пространственной координаты. Кроме того, при непрерывном изменении параметров  $m^{e,o}$  (например, в процедуре параметрической оптимизации устройств на СКНЛП) наблюдается эффект смены типа дисперсии от аномальной ( $m^{e,o} < 0$ ) к нормальной ( $m^{e,o} > 0$ ) через нулевую ( $m^{e,o} = 0$ ).

2. Для значений  $m^{e,o} > (\beta_0 l)^2$  величины  $\beta^{e,o}$  мнимые. В этом случае нормальные волны в СКНЛП не будут распространяться и  $\beta^{e,o}$  примут смысл коэффициентов затухания.

3. Случай  $m^{e,o} = (\beta_0 l)^2$  соответствует режиму отсечки. Следовательно, положительные значения параметров  $m^{e,o}$  определяют частоты отсечки. Если  $m^{e,o} < 0$ , то запрещенные режимы отсутствуют.

Элементы классических ненормированных матриц передачи  $a^{e,o}$  собственных четырехполосников ( $q=1$ ), согласно известным соотношениям [8]

$$U_1^{e,o} = a_{11}^{e,o} U_3^{e,o} + a_{13}^{e,o} I_3^{e,o}, \quad I_1^{e,o} = a_{31}^{e,o} U_3^{e,o} + a_{33}^{e,o} I_3^{e,o},$$

имеют вид [9]

$$a_{11}^{e,o}(\ell) = \cos(\beta^{e,o} \ell) - \frac{N^{e,o}(\ell)}{\beta^{e,o}} \sin(\beta^{e,o} \ell),$$

$$a_{13}^{e,o}(\ell) = -i \frac{\rho^{e,o}(\ell)}{\beta_0} \left\{ N^{e,o}(0) - N^{e,o}(\ell) \cos(\beta^{e,o} \ell) - \beta^{e,o} \sin(\beta^{e,o} \ell) - \frac{N^{e,o}(\ell) N^{e,o}(0)}{\beta^{e,o}} \sin(\beta^{e,o} \ell) \right\},$$

$$a_{31}^{e,o}(\ell) = \frac{i}{\rho^{e,o}(\ell)} \frac{\beta_0}{\beta^{e,o}} \sin(\beta^{e,o} \ell), \quad (7)$$

$$a_{33}^{e,o}(\ell) = \cos(\beta^{e,o} \ell) + \frac{N^{e,o}(0)}{\beta^{e,o}} \sin(\beta^{e,o} \ell).$$

Формулы для элементов матриц  $a^{e,o}$ , соответствующих собственным четырехполосникам с  $q=-1$ , будут такими [9]:

$$a_{11}^{e,o}(\ell) = \cos(\beta^{e,o} \ell) - \frac{N^{e,o}(0)}{\beta^{e,o}} \sin(\beta^{e,o} \ell),$$

$$a_{13}^{e,o}(\ell) = i \rho^{e,o}(\ell) \frac{\beta_0}{\beta^{e,o}} \sin(\beta^{e,o} \ell),$$

$$a_{31}^{e,o}(\ell) = \frac{-i}{\beta_0} \left\{ \frac{N^{e,o}(\ell) - N^{e,o}(0)}{\rho^{e,o}(\ell)} \cos(\beta^{e,o} \ell) - \frac{(\beta^{e,o})^2 + N^{e,o}(0) N^{e,o}(\ell)}{\beta^{e,o} \rho^{e,o}(\ell)} \sin(\beta^{e,o} \ell) \right\}, \quad (8)$$

$$a_{33}^{e,o}(\ell) = \cos(\beta^{e,o} \ell) + \frac{N^{e,o}(\ell)}{\beta^{e,o}} \sin(\beta^{e,o} \ell).$$

В дальнейшем эти выражения будут использованы для расчета частотных характеристик фазовращателя.

### Математическая модель фиксированного фазовращателя

Рассмотрим фиксированный фазовращатель, содержащий компенсирующую линию I в виде отрезка РЛП длиной  $\ell$ , и волновым сопротивлением  $\rho_0$ , и систему фазового смещения II в виде отрезка СКНЛП (рис.2).

Известно [2], что ФФ должен обладать свойством все пропускающей структуры по всем каналам. Это требование автоматически выполняется, если компенсирующая линия (первый канал) имеет волновое сопротивление, равное волновому сопротивлению подводящих линий  $\rho_0$ , а СФС (второй канал) образована отрезком связанной линии, который согласован и идеально направлен в каждом его поперечном сечении  $z$ , т.е.

$$\rho^e(z) \rho^o(z) = \rho_0^2. \quad (9)$$

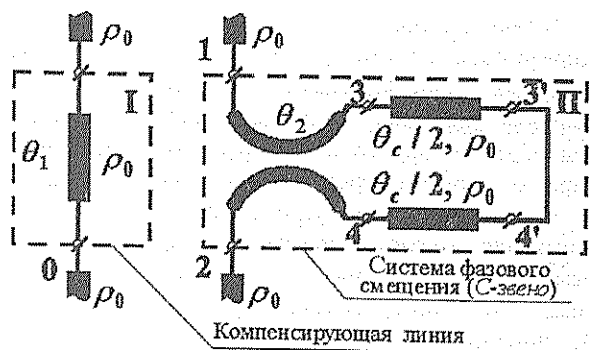


Рис.2

Условие (9) для СКНЛП выполняется, если в (1)  $m^e = m^o = m$  и каноническая функция волнового сопротивления четной моды (1) характеризуется значением параметра  $q = 1$  (либо  $q = -1$ ), а нечетной –  $q = -1$  (либо  $q = 1$ ).

Фазовый сдвиг ФФ определяется разностью фаз двух волн – прошедшей по системе фазового смещения II и компенсирующей линии I:

$$\varphi = \varphi^{\text{II}} - \varphi^{\text{I}},$$

$$\text{где } \varphi^{\text{I}} = -\beta_0 \ell, \quad \varphi^{\text{II}} = -\arctg \left( \frac{\text{Im} a_{12} + \rho_0^2 \text{Im} a_{21}}{\rho_0 (a_{11} + a_{22})} \right)$$

$\lambda_1$  — длина компенсирующей линии,  $a_{js}$  ( $j, s=1, 2$ ) — элементы классической ненормированной матрицы передачи С-звена, символ "Im" обозначает мнимые части элементов.

Для определения элементов этой матрицы, по известным правилам [8], составим матрицу передачи  $a_1$  восьмиполосника, соответствующего отрезку СКНЛП, с помощью выражений (7) и (8), в которых следует принять  $\lambda = \lambda_2$ :

$$a_1 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} a_{11}^e + a_{11}^o & a_{11}^e - a_{11}^o & a_{13}^e + a_{13}^o & a_{13}^e - a_{13}^o \\ a_{11}^e - a_{11}^o & a_{11}^e + a_{11}^o & a_{13}^e - a_{13}^o & a_{13}^e + a_{13}^o \\ a_{31}^e + a_{31}^o & a_{31}^e - a_{31}^o & a_{33}^e + a_{33}^o & a_{33}^e - a_{33}^o \\ a_{31}^e - a_{31}^o & a_{31}^e + a_{31}^o & a_{33}^e - a_{33}^o & a_{33}^e + a_{33}^o \end{bmatrix} \quad (10)$$

Запишем матрицу передачи  $a_2$  восьмиполосника, замещающего отрезок соединительной линии длины  $\lambda_c$  и заключенного между клеммными плоскостями 3-4 и 3'-4' (10):

$$a_2 = \begin{bmatrix} \cos \beta_0 \frac{\lambda_c}{2} & 0 & i \rho_0 \sin \beta_0 \frac{\lambda_c}{2} & 0 \\ 0 & \cos \beta_0 \frac{\lambda_c}{2} & 0 & i \rho_0 \sin \beta_0 \frac{\lambda_c}{2} \\ \frac{i}{\rho_0} \sin \beta_0 \frac{\lambda_c}{2} & 0 & \cos \beta_0 \frac{\lambda_c}{2} & 0 \\ 0 & \frac{i}{\rho_0} \sin \beta_0 \frac{\lambda_c}{2} & 0 & \cos \beta_0 \frac{\lambda_c}{2} \end{bmatrix}$$

Результирующая матрица передачи цепочки восьмиполосников равна произведению матриц элементов цепочки [8]:  $a = a_1 a_2$ . Выполняя умножение и учитывая, что плечи 3' и 4' восьмиполосника соединены между собой, найдем матрицу передачи С-звена. Выражения для элементов  $a_{js}$  здесь не приводятся ввиду их громоздкости.

### Результаты расчета и их обсуждение

В качестве примера, иллюстрирующего потенциальные возможности связанных канонических нерегулярных линий передачи, рассмотрим результаты решения задач синтеза квадратурных фазовращателей, С-звено одного из которых содержит нерегулярную, а другого — регулярную связанную линию.

В процедуре параметрической оптимизации общими для указанных задач варьируемыми параметрами являлись электрические длины отрезков линий: соединительной  $\theta_c$ , компенсирующей  $\theta_1$  и связанной  $\theta_2$ . Дополнительным варьируемым параметром для ФФ на РЛП служил, как и обычно, коэффициент связи  $K_{св}$ , а для ФФ на СКНЛП —  $m$ , параметр канонических линий, определяющий некоторые частные законы изменения волновых сопротивлений нормальных мод. Задача параметрической оптимизации ФФ на СКНЛП решалась с ограничением: значения функций волновых сопротивлений четной и нечетной мод в конечных точках отрезка СКНЛП задавались такими, чтобы  $K_{св}(0) = K_{св}(\lambda) = 0$ , и фиксировались. Указанное условие является принципиально важным: при его выполнении в клеммных плоскостях 1, 2, 3 и 4 (см. рис. 2) нерегулярности будут отсутствовать.

Обе структуры (регулярная и нерегулярная) должны были обеспечить опережение ( $\varphi_0=90^\circ$ ) или

отставание ( $\varphi_0=-90^\circ$ ) по фазе сигнала на клемме 2 (см. рис. 2) относительно опорного сигнала на клемме 0 в частотном диапазоне с коэффициентом перекрытия  $\chi = 2$ .

Отметим, что необходимость синтеза ФФ на регулярных линиях была обусловлена также тем, что численных данных о ФФ с  $\varphi_0=90^\circ$ , приведенных в [10], недостаточно для полной характеристики ФФ, а сведения о ФФ с  $\varphi_0=-90^\circ$  в известной нам литературе отсутствуют.

Результаты решения задач синтеза собраны в таблице, в которой  $\Delta\varphi$  — максимальное отклонение в частотном диапазоне фазового сдвига от заданного. Пульсации ФЧХ в рабочей полосе показаны на рис. 3 ( $f$  — текущее значение частоты,  $f_0$  — центральная частота). Полная ФЧХ приведена на рис. 4, на котором пунктирной линией показана ФЧХ компенсирующей цепи, т.е. отрезка регулярной линии (наличие разрыва означает всего лишь, что физически наблюдаемыми являются фазы в интервале  $[-\pi, \pi]$ ). Сплошные кривые — ФЧХ С-звеньев, обеспечивающих опережение (кривая 1) или отставание (кривая 2) сигнала по фазе по отношению к опорному. Участки характеристик, близкие к линейным (на рис. 4 отмечены численными значениями электрической длины), соответствуют рабочим диапазонам.

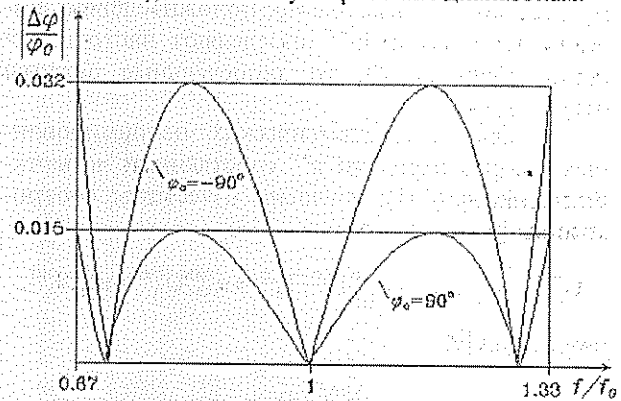


Рис. 3

	РЛП [10]	СКНЛП	РЛП	СКНЛП
$\varphi_0$	$90^\circ$	$90^\circ$	$-90^\circ$	$-90^\circ$
$\Delta\varphi, \%$	1,58*	1,50	3,24	3,18
$\theta_c$	0,5*	0,4003	0,5	0,3852
$\theta_1$	0,25*	0,3232	0,75	0,8429
$\theta_2$	0,25*	0,3425	0,25	0,3529
$K_{св}(0)$	0,8067	0	0,2587	0
$K_{св}(\lambda/2)$	0,8067	0,8504	0,2587	0,2934
$K_{св}(\lambda)$	0,8067	0	0,2587	0

СФС на связанной канонической нерегулярной линии имеет фазочастотную характеристику с меньшей пульсацией в рабочей полосе, чем СФС на РЛП, но увеличенные значения коэффициентов связи и длин компенсирующих ( $\theta_1$ ) и фазосдвигающих ( $\theta_2$ ) цепей (см. таблицу, знаком \* отмечены данные, взятые из [10]). Указанные различия, однако, не настолько заметны, чтобы по ним можно было судить о достоинствах или недостатках сравниваемых структур. Критерий сопоставления, на наш взгляд, должен

быть иным: это – степень близости расчетных характеристик и измеренных на рабочем макете ФФ, изготовленном по данным таблицы. Аргумент можно утверждать, что по данному критерию преимущество ФФ на СКНЛП неоспоримо, поскольку структура фазосдвигающей цепи на СКНЛП принципиально не содержит скачкообразных нерегулярностей, что является следствием немонокотного характера изменения коэффициента связи по длине фазосдвигающей цепи: в ее концевых точках коэффициенты связи равны нулю.

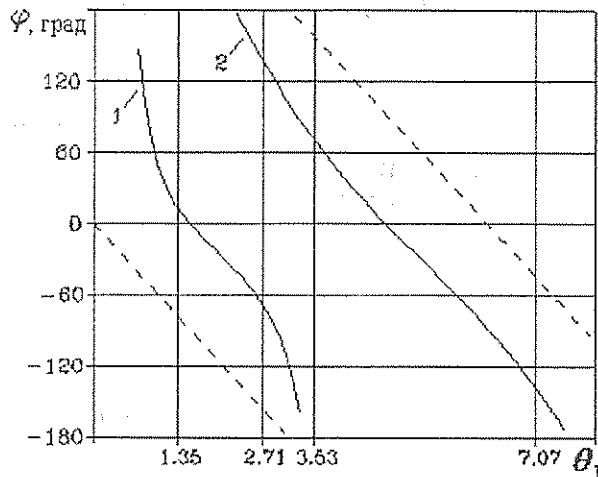


Рис.4

Напротив, С-звено на РЛП имеет неизменное значение  $K_{св}$  по всей длине, в том числе и в концевых точках (клеммные плоскости 1, 2, 3, 4 на рис.2). Это означает, что поперечные размеры одиночных соединительной и подводящей линий в указанных плоскостях будут отличаться от поперечных размеров проводников связанной линии. Отличие может быть значительным. Например, ширина токонесущего проводника соединительной и подводящей линий (при равенстве их волновых сопротивлений 50 Ом) превышает в шесть (!) раз ширину полоски связанной линии с  $K_{св}(0) = 0,8067$  (расчеты выполнялись по формулам работ [11], [12]; диэлектрическая проницаемость подложки микрополосковой линии  $\epsilon_r=9,7$ ). Наличие подобных скачкообразных нерегулярностей приведет к существенному изменению не

только ФЧХ (ожидать уменьшения пульсаций и увеличения коэффициента перекрытия рабочего диапазона не следует), но и – главное – амплитудночастотной характеристики. Хотя условие уравновешенности связи формально остается выполненным, С-звено из-за наличия реактивных элементов, замещающих скачки поперечных размеров, не будет всепропускающим. Последнее означает увеличение вносимого затухания, во-первых, и неравномерность амплитудной характеристики, во-вторых. Все это потребует дополнительных коррекций (расчетных или экспериментальных) на стадии проектирования изделия.

Отметим, что фазовращатели с  $\varphi_0=-90^\circ$  хотя и обеспечивают примерно в два раза большее отклонение оптимальной ФЧХ от идеальной, чем фазовращатели, рассчитанные на  $90^\circ$ , однако связанные линии в таких структурах имеют меньший коэффициент связи. Последнее может оказаться дополнительным аргументом при решении технологических проблем.

### Заключение

Предложенная система фазового смещения на немонокотной нерегулярной линии передачи с коэффициентом связи, возрастающим от нуля на периферии до некоторого максимального значения в центре связанной линии, является новым структурным элементом. Его отличительный признак – полное отсутствие скачкообразных нерегулярностей как в области связи, так и в местах подключения соединительных и подводящих линий.

Это позволяет рекомендовать канонические нерегулярные линии передачи в качестве основного базового элемента при проектировании фазовращателей. Применение широко распространенного одноволнового приближения для анализа и синтеза таких фазовращателей будет естественным, и натурное макетирование на стадии проектирования, возможно, не потребуется.

Авторами составлен справочный материал для расчета фиксированных фазовращателей с различными значениями фазовых сдвигов.

### Библиографический список

1. Мещанов В.П., Метельникова И.В. Широкополосные диф. фазовращатели на основе линий передачи с Т-волнами // Обзоры по электронной технике. Сер. 1. 1988. 40 с.
2. Мещанов В.П., Тулик В.Д., Чернышев С.И. Коаксиальные пассивные устройства. Саратов, 1993. 418 с.
3. Meschanov V.P., Metelnikova I.V., Tupikin V.D., Chumaevskaya G.G. A new structure of microwave ultrawide-band differential phaseshifter // IEEE Trans. on MTT. 1994. Vol. 42, N 5. P. 762–765.
4. Гительсон А.А., Михалевский В.С., Следков В.А. Синтез фазовращателей СВЧ на ступенчатых связанных линиях // Антенны. 1975. N 22. С. 117–132.
5. Мещанов В.П., Шикова Л.В., Метельникова И.В. Синтез ступенчатых фазовращателей на основе линий передачи с Т-волнами // Радиотехника и электроника. 1988. Т. XXXIII, N 9. С. 1845–1852.
6. Салий И.Н., Хованова Н.А. Математические модели связанных канонических нерегулярных линий передачи // Материалы 10-й зимней школы-семинара по электронике СВЧ и радиофизике. Саратов, 1996. Кн.2. С. 159–170.
7. Хелзайн Дж. Пассивные и активные цепи СВЧ. М., 1981. 200 с.
8. Фельдигейн А.Л., Явич Л.Р. Синтез четырехполосников и восьмиполосников на СВЧ. М., 1971. 388 с.
9. Салий И.Н., Хованова Н.А. Спектральные свойства двухполосников на связанных нерегулярных линиях передачи // Изв. вузов. Электроника, 1996. N 1–2. С. 160–168.
10. Пат. 253862 США. Microwave differential phaseshifter.

11. Hummerstad E., Jensen F. Accurate models for microstrip computer-aided design //IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig. N.Y., 1980. P. 407-409.

12. Kirschning M., Jansen R.H. Accurate wide-range design equations for the frequency-dependent characteristic of parallel coupled microstrip lines //IEEE Trans. MTT. 1984. Vol. 32, N 1. P. 83-90.

### FIXED PHASE SHIFTERS WITHOUT LEAP IRREGULARITY

I.N. Saliy, N.A. Khovanova

Saratov state university, Saratov

V.P. Meshchanov, L.V. Shikova

NPO "Nika-MICROWAVE", Saratov

New type of the phase shifter system without leap irregularity was offered. The base of the phase shifter system is symmetrical coupled canonical nonuniform transmission line, whose couple coefficient is changed from some maximal value in the center of the line to zero on its terminations.

УДК 621.372.85.01

### ПРИМЕНЕНИЕ СИНГУЛЯРНЫХ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА ДЛЯ РАСЧЕТА СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ПОЛЫХ ВОЛНОВОДОВ

А. И. Жбанов, Д. Ф. Шаповалов

Саратовский государственный университет, г. Саратов

Рассмотрено применение метода конечных элементов для нахождения собственных колебаний волноводов с однородным диэлектрическим заполнением и сингулярными точками в расчетной области. Функция решения вблизи таких точек изменяется как  $r^\lambda$ , ( $0 < \lambda < 1$ ,  $r$  — расстояние от точки) и имеет, таким образом, сингулярный градиент. Предложен подход к определению функций формы сингулярных элементов второго и более высокого порядка. На примере применения сингулярных конечных элементов второго порядка для расчета собственных колебаний полого П-образного волновода показана хорошая сходимость полученного результата к точному решению.

1. Для нахождения собственных колебаний волновода с однородным диэлектрическим заполнением необходимо найти решение двумерного уравнения Гельмгольца

$$\nabla \varepsilon \nabla \Psi + k^2 \Psi = 0 \quad (1)$$

с граничными условиями Дирихле

$$\Psi|_{\Gamma_1} = 0 \quad (2)$$

и Неймана

$$\frac{\partial \Psi}{\partial n} \Big|_{\Gamma_2} = 0, \quad (3)$$

где  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость, не зависящая от поля  $\Psi$ ;  $k^2$  — собственное число;  $\Gamma_1 \cup \Gamma_2$  — внешние границы расчетной области (поперечного сечения волновода).

Трудности, которые возникают при попытке получить аналитическое решение для волноводов с произвольным поперечным сечением, приводят к необходимости применения численных методов. Одним из наиболее эффективных методов численного решения краевых задач в настоящее время является метод конечных элементов [1-4]. Если пользоваться вариационной формулировкой, то задача (1)-(3) записывается в виде функционала [3]

$$I = \int_S [(\varepsilon/2)(\nabla \Psi)^2 - k^2 \Psi^2] dx dy. \quad (4)$$

Интеграл берется по площади  $S$  расчетной области.

$I$  — имеет минимальное значение, если  $\Psi$  — является решением (1)-(3). Расчетная область разбивается на подобласти — конечные элементы, имеющие

несколько ( $m$ ) узловых точек, значения искомой функции в которых являются неизвестными. Внутри элемента искомая функция аппроксимируется следующим образом:

$$\Psi = \sum_{i=1}^m \Psi_i N_i,$$

где  $N_i$  — функция формы  $i$ -го узла, зависящая от координат и равная 1 в  $i$ -м узле и 0 во всех остальных:

$$N_i(X_j, Y_j) = 1, N_i(X_j, Y_j) = 0, i \neq j. \quad (5)$$

Обычно функции формы представляют собой степенной многочлен, степень которого соответствует порядку элемента. Узловые значения должны быть подобраны таким образом, чтобы минимизировать функционал  $I$  (4). Задача сводится к решению обобщенной алгебраической проблемы на собственные значения, решая которую можно найти узловые значения искомой функции и собственные числа  $k^2$ .

К недостаткам метода конечных элементов при использовании стандартных функций формы относится плохая сходимость к точному решению при наличии сингулярных точек в расчетной области. Примером сингулярной точки может быть вершина острого угла на границе расчетной области. Как показано, например, в [4], градиент функции решения в этой точке равен бесконечности, применение стандартных функций формы не моделирует сингулярное поведение градиента функции решения. Существуют различные приемы, которые позволяют учесть особенности решения вблизи сингулярных точек. Среди них можно выделить следующие:



а) сгущение сетки, разбивающей область на конечные элементы, вблизи сингулярных точек, (за хорошие результаты, получаемые таким способом, приходится платить усложнением алгоритма разбиения области на конечные элементы);

б) преобразование матриц коэффициентов, сформированных методом конечных элементов [4], (этот прием дает, пожалуй, наилучшее приближение, но при его использовании происходит нарушение ленточной структуры матриц, что ведет к увеличению необходимой оперативной памяти ЭВМ для их хранения);

в) использование сингулярных конечных элементов.

Имеются работы [5-6], в которых описано применение сингулярных конечных элементов первого порядка. Однако эффективность метода конечных элементов существенно возрастает при применении элементов второго и более высокого порядка, которые рассмотрены в данной работе.

Расчетная область разбивается на треугольные конечные элементы. Коэффициенты матриц обобщенной алгебраической проблемы для элементов, вершины которых не лежат на сингулярных точках, вычисляются обычным образом, т.е. такие элементы являются обычными элементами второго и более высокого порядка. Для элементов, одна из вершин которых лежит на одной из сингулярных точек, функции формы формулируются таким образом, чтобы на сторонах элемента, которым принадлежит сингулярная точка, обеспечивалась надлежащая аппроксимация поведения функции решения, а на стороне, общей с обычным элементом, аппроксимируемая функция решения вела себя так, чтобы обеспечить согласованность двух различных элементов.

2. Для формулировки функций формы используются так называемые локальные  $L$ -координаты [2], которые часто применяются в методе конечных элементов.  $L$ -координаты любой точки, лежащей внутри треугольного элемента, определяются отношением площадей треугольников  $S_1, S_2, S_3$  к площади всего элемента  $S$  (рис. 1). На рис. 2 представлен треугольный конечный элемент 2-го порядка с узлами в вершинах и на сторонах. Функции формы для такого элемента [2]:

$$N_1=L_1(2L_1-1), N_2=L_2(2L_2-1),$$

$$N_3=L_3(2L_3-1), N_4=4L_1L_2,$$

$$N_5=4L_2L_3, N_6=4L_1L_3.$$

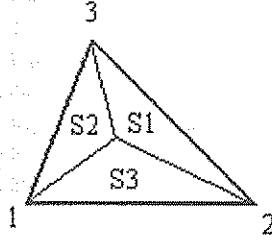


Рис. 1

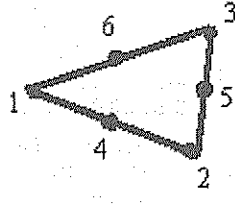


Рис. 2

Пусть для сингулярных конечных элементов сингулярная точка совпадает с узлом с номером 1, тогда для получения сингулярных функций формы достаточно в обычных функциях формы заменить  $L_1, L_2, L_3$  на  $l_1, l_2, l_3$ :  $l_1=1-(1-L_1)^\lambda, l_2=L_2(1-L_1)^{\lambda-1}, l_3=L_3(1-L_1)^{\lambda-1}$ .

Естественно, что простая замена приводит к тому, что функции формы перестают удовлетворять условию (5), т.е. равенству 1 в "своем" узле и 0 во всех остальных узлах. Для преодоления этой проблемы достаточно поменять положение узловых точек, лежащих на сторонах 1-2 и 1-3, но не лежащих на вершинах. Например, если у обычных элементов 2-го порядка точка 4 (рис. 2) имела координату  $L_2 = 1/2$ , то для сингулярных элементов 2-го порядка координата  $L_2$  точки 4 должна удовлетворять соотношению

$$L_2^\lambda = \frac{1}{2}.$$

То же для точки 6:  $L_2^\lambda = \frac{1}{2}$ , т.е. узловые точки 4 и 6 сдвигаются к точке 1.

Подобные действия можно провести для элементов более высокого порядка. После такого "сдвига" новые функции формы удовлетворяют сформулированному выше условию. Необходимость такого сдвига несколько не усложняет алгоритм, так как в принципе для формирования матриц коэффициентов не требуется знание координат, не лежащих на вершинах узловых точек. Они влияют только на функции формы, что и было использовано для их упрощения. Следует отметить, что помимо упрощения функций формы при таком "сдвиге" узловых точек можно получить наилучшее приближение к точному решению. В качестве примера ниже приведены функции формы для сингулярных элементов 2-го порядка: при  $\lambda=1$  сингулярные функции формы становятся равными обычным функциям формы 2-го порядка. На любой прямой, параллельной стороне 2-3 элемента (рис. 1) (т.е. при  $(1-L_1)=const$ ), функция решения меняется точно так же, как и в обычных элементах 2-го порядка. Таким образом, достигается согласованность между двумя различными типами элементов. На любой прямой, проходящей через точку 1 ( $L_2(1-L_1)^{-1}=const$ ), функция решения изменяется как  $r^\lambda$ , где  $r$  - расстояние от точки 1. Таким образом достигается наилучшая аппроксимация поведения функции решения вблизи сингулярной точки.

Легко заметить, что число узловых точек и их нумерация в сингулярных элементах ничем не отличается от числа узловых точек и их нумерации в обычных элементах, поэтому использование сингулярных элементов не приводит к появлению дополнительных элементов в матрицах коэффициентов.

3.  $L$ -координаты удобны тем, что для них существуют формулы интегрирования по площади

$$\int_s L_1^a L_2^b L_3^c dS = \frac{a!b!c!}{(a+b+c+2)!} 2S$$

и по стороне элемента

$$\int_L L_1^a L_2^b dL = \frac{a! b!}{(a+b+1)!} L;$$

где  $S$  – площадь элемента и  $L$  – длина стороны. Для сингулярных элементов можно воспользоваться формулами, которые достаточно легко выводятся:

$$\int_S (1-L_1)^a L_2^b dS = \frac{2S}{(b+1)(a+b+2)}, a+b+2 > 0;$$

$$\int_L (1-L_1)^a L_2^b dL = \frac{L}{(a+b+1)}, a+b+1 > 0.$$

То же и для  $L_3$ . При этом  $a$  и  $b$  могут и не быть целыми и положительными числами.

Таким образом, использование сингулярных функций формы не приводит к необходимости численного интегрирования, которое усложняется сингулярным поведением интегрируемой функций.

4. В качестве примера применения сингулярных конечных элементов 2-го порядка можно рассмотреть задачу о расчете собственных колебаний полого П-образного волновода для Е-волн (рис.3).

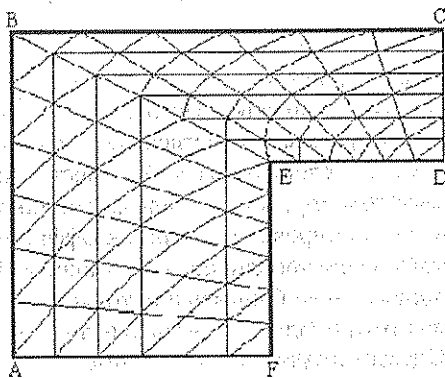


Рис.3

Точка  $E$  – сингулярная точка, степень сингулярности  $\lambda=2/3$  [4].

С учетом симметрии достаточно рассмотреть только область  $ABCDEF$ . На всех сторонах, кроме  $DE$ , задано граничное условие первого рода, на  $DE$  – второго рода. На том же рисунке показан пример разбиения области на конечные элементы, причем сингулярные элементы выделены более жирной линией.

Полученные результаты для нормированных волновых чисел  $(k|BC|)^2$  сравнивались с результатом, полученным в [7]. Графики зависимости разности полученного результата для наименьшего собственного значения и результата из [7] от  $N^{1/2}$  (где  $N$  – число конечных элементов в разбиении области) при использовании конечных элементов 1-го и 2-го порядка "с" и "без" использования сингулярных элементов представлены на рис.4.

Легко заметить, что применение сингулярных конечных элементов дает не только лучшее приближение к точному решению, но и приводит к более быстрой сходимости к точному решению при увеличении числа элементов. На рис.5 и 6 представлены графики зависимости разности полученного результата и результата из [7] от  $\lambda$  и  $(1-L_1)^a$  координаты точек 4 и 6 сингулярного элемента. Наилучший резуль-

тат достигается при  $\lambda$ , близких к степени сингулярности  $2/3$  и при  $(1-L_1)^a = 1/2$ .

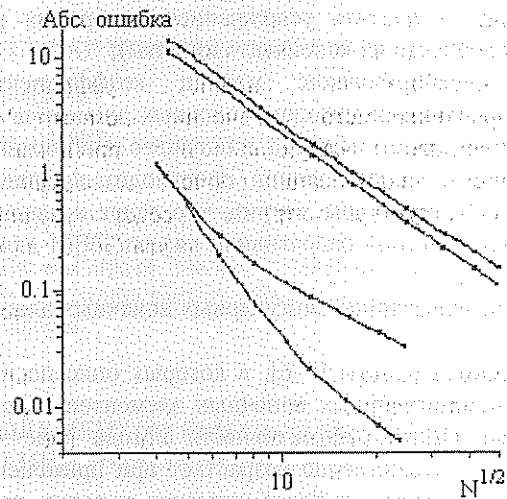


Рис.4

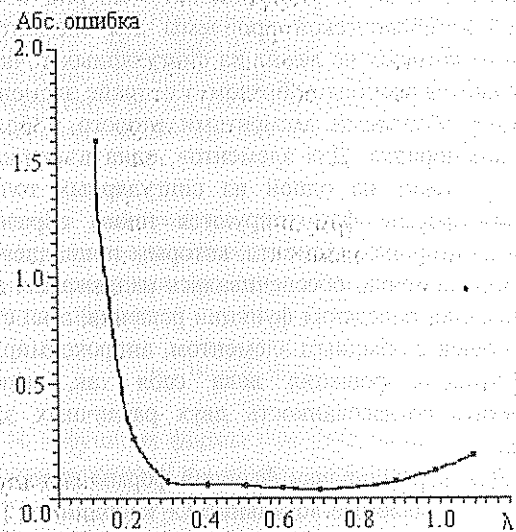


Рис.5

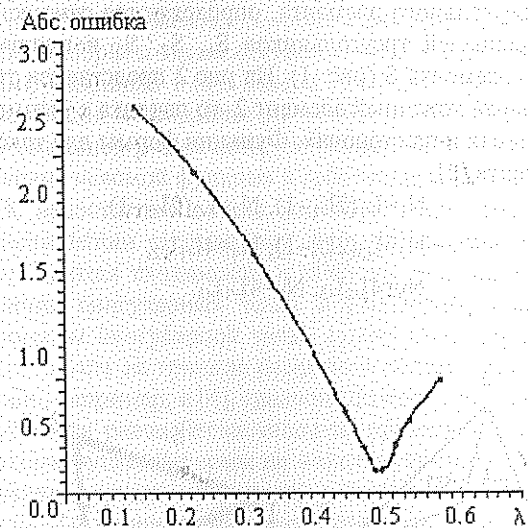


Рис.6

5. Таким образом, можно выделить следующие основные преимущества применения сингулярных конечных элементов:

- а) хорошая сходимость к точному решению;
- б) возможность использования простых формул интегрирования при формировании матриц коэффициентов;
- в) сохранение такого же алгоритма разбиения области и нумерации узловых точек, как и в случае обычных конечных элементов.

#### Библиографический список

1. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация. М., 1986.
2. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. М., 1979.
3. Сильвестер П., Феррари Р. Метод конечных элементов для радионженеров и инженеров электриков. М., 1986.
4. Стренг Г., Фикс Дж. Теория метода конечных элементов. М., 1977.
5. Tracey D., Cook T. //International Journal for numerical methods in engineering. 1977. Vol. 11. P. 1225.
6. Pantic Z., Mittra R. //IEEE Transactions of MTT. 1986. Vol. MTT-34, № 11. P. 1096.
7. Заргано Г., Липин В., Михайлевский В. Волноводы сложных сечений. М., 1986.

### APPLICATION OF SINGULAR FINITE ELEMENTS OF THE HIGH ORDER FOR ACCOUNT OF OWN OSCILLATIONS HOLLOW OF WAVE GUIDES

A.I. Zhanov, D.F. Shapovalov

Saratov state university, Saratov

Employment of high order triangular singular finite elements for problems with solution functions known to have local  $r^\lambda$  variation,  $0 < \lambda < 1$ , and thus singular gradients, is described. The domain is subdivided into triangular finite elements and special singular shape functions for elements encircling the singular points are used. Shown, that no additional non-zero elements of coefficient matrices appear and it is not necessary to use special methods for integration of singular elements.

УДК 621.373.522

### ИССЛЕДОВАНИЕ МНОГОДИОДНЫХ СВЧ ГЕНЕРАТОРОВ С СУММИРОВАНИЕМ МОЩНОСТИ В ОБЩЕМ РЕЗОНАТОРЕ

С.А. Кудряшов

Саратовский филиал института радиотехники и электроники РАН, г. Саратов

А.С. Шаповалов, С.А. Шаповалов

Саратовский государственный университет, г. Саратов

В работе исследуются энергетические и шумовые характеристики многодиодных СВЧ генераторов с суммированием мощности в общем резонаторе. Получены выражения для коэффициента суммирования и спектральных плотностей амплитудных и частотных флуктуаций генерируемого сигнала. Объясняются причины противоречивых данных о величине шумовых параметров в периодической литературе.

Суммирование мощности отдельных активных элементов (АЭ) применяют в тех случаях, когда требуемая выходная мощность генератора превышает мощность одного АЭ. Среди различных типов сумматоров мощности заслуженную популярность приобрели схемы, в которых мощность отдельных АЭ складывается в суммирующем резонаторе (СР) [1]. Первые конструкции такого типа были разработаны в 60-х годах, когда появились эффективные полупроводниковые АЭ: ЛПД и диоды Ганна [2]. В последующие годы многодиодные генераторы активно изучались и совершенствовались, однако по ряду вопросов до сих пор полной ясности нет. Это, прежде всего, касается характера изменения энергетических и шумовых характеристик многодиодных генераторов при изменении количества АЭ. В литерату-

ре имеются сведения о том, что КПД суммирования  $K_N$ , равный отношению мощности  $N$ -диодного сумматора к сумме мощностей  $N$  однодиодных генераторов, в однотипных генераторах может быть как меньше единицы [2], так и больше единицы [3], причем существуют различные объяснения роста КПД суммирования с увеличением числа АЭ [4-7]. Не всегда совпадают и результаты исследования поведения частотных шумов при изменении числа АЭ в генераторе. Например, в работе [7] частотные шумы увеличиваются, а в работе [8] уменьшаются с ростом числа АЭ. Все это позволяет сделать вывод о необходимости проведения исследования характера изменения мощности и шумов многодиодных генераторов и выявления причин, приводящих к неодно-

значным результатам при изменении числа диодов, что и является целью данной работы.

**Эквивалентная схема и метод анализа**

Для решения поставленной задачи использовалась эквивалентная схема N-диодного генератора, изображенная на рис.1 [7]. Для упрощения анализа эквивалентной схемы применен метод редуцирования объединением источников [5], основанный на пересчете элементов диодного модуля (ДМ) и нагрузки в контур СР. На рис.1 строчными латинскими буквами обозначены полезная нагрузка генератора  $r_n$  и элементы ДМ:  $r_d$  – модуль активного сопротивления АЭ,  $z=r+jx$  – импеданс колебательной системы (КС) ДМ, включающий в себя и реактивности АЭ,  $u_{ш}$  – источник шумового напряжения АЭ. Теми же самыми, но прописными буквами будем обозначать соответствующие элементы, пересчитанные к контуру СР. При этом, нижние цифровые индексы или буква N будут указывать не на порядковый номер ДМ, а на количество АЭ в генераторе. Прописной латинской буквой  $Z_p=R_p+jX_p$  обозначен импеданс СР.

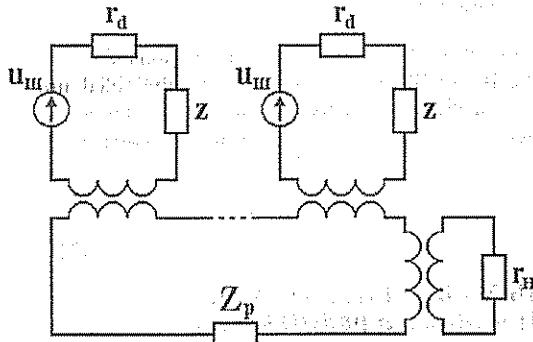


Рис. 1.

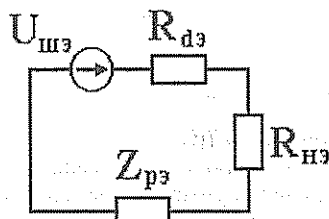


Рис. 2

Используя метод редуцирования, исходную эквивалентную схему (рис.1) можно свести к более простой (рис.2), по сути совпадающей с эквивалентной схемой однодиодного генератора. Это позволяет хорошо разработанную теорию однодиодного генератора применить для анализа многодиодного генератора. На рис.2 прописными латинскими буквами обозначены:  $R_{нэ}$  – сопротивление полезной нагрузки, полученное пересчетом величины  $r_n$  в контур СР;  $Z_{рэ}=R_{рэ}+jX_{рэ}$  – комплексное сопротивление, равное сумме  $Z_p$  и N величин  $Z$ , пересчитанных в контур СР;  $R_{дэ}$  – сумма N модулей активных сопротивлений АЭ, пересчитанных в контур СР;  $U_{шэ}$  – шумовое напряжение эквивалентного источника шума, полу-

ченного объединением пересчитанных в контур СР источников шума АЭ.

При анализе будем предполагать, что настройка генератора при изменении числа АЭ производится так, чтобы амплитуда СВЧ колебаний на каждом АЭ не зависела от числа АЭ [7]. Этому можно добиться двумя различными способами: подстройкой нагрузки, т.е. изменением связи СР с нагрузкой, и подстройкой ДМ, т.е. изменением связи каждого ДМ с СР. Будем также предполагать, что ДМ идентичны и изохронны, а источники шумового напряжения не коррелированы между собой.

**Энергетические характеристики**

В дальнейшем при анализе мы будем опираться на сделанные выше предположения и допущения. Если генератор настраивается изменением связи СР с нагрузкой (подстройка нагрузки), то для элементов эквивалентного генератора (рис.3) можно записать следующие соотношения:

$$\begin{aligned} R_{дэ} &= NR_{d1}, R_{рэ}=R_p+NR_1, X_{рэ}=X_p+NX_1, \\ R_{нэ} &= N(R_p+R_{н1}) - R_p, I_э=I_1, U_{шэ}=U_{ш1}(N)^{1/2}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $I_э, I_1$  – амплитуда СВЧ тока в контуре эквивалентного генератора и в контуре СР однодиодного генератора соответственно.

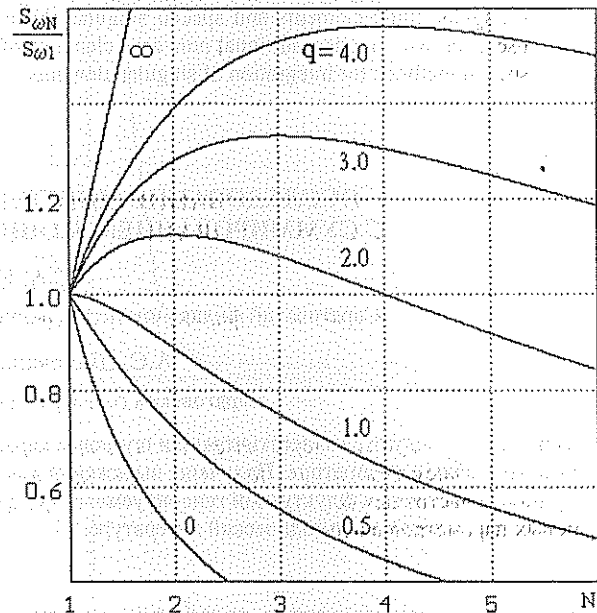


Рис.3

Используя соотношения (1), выразим мощность на выходе N-диодного генератора  $P_N$  через мощность, генерируемую одним диодом  $P_0$ :

$$P_N = 0.5(I_э)^2 R_{нэ} = P_0 N \left( 1 - \frac{\frac{NR_1}{R_p} + 1}{\frac{NR_1}{R_p} + N \left( 1 + \frac{Q_0}{Q_{вн1}} \right)} \right), \quad (2)$$

где  $Q_0$  – собственная добротность СР;  $Q_{вн1}$  – внешняя добротность СР в однодиодном генераторе.

Если потери в ДМ отсутствуют, т.е.  $R_1=0$ , то формула (2) совпадает с известными соотношениями [7,8]. Используя равенство (2), найдем КПД сумми-

рования для рассматриваемого способа настройки генератора

$$k_N = \frac{P_N}{\sum P_i} = 1 + \left( \frac{N-1}{N} \right) \left( \frac{Q_{вн1}}{Q_0} \right) \quad (3)$$

Из (3) следует, что КПД суммирования не зависит от потерь в ДМ, так как в рамках рассматриваемой модели доля потерь в каждом ДМ не зависит от числа АЭ в генераторе [7]. Возможность реализации  $k_N > 1$  связана с увеличением КПД СР при росте числа АЭ в генераторе. Теперь рассмотрим другой способ настройки генератора, при котором меняются связи каждого ДМ с СР (подстройка ДМ). В этом случае справедливы соотношения

$$R_{d3} = R_{d1}, R_{p3} = R_p + R_1, X_{p3} = X_p + X_1, \quad (4)$$

$$R_{н3} = R_{н1}, I_3 = I_1(N)^{1/2}, U_{ш3} = U_{ш1}$$

Для выходной мощности N-диодного генератора запишем выражение:

$$P_N = 0.5(I_3)^2 R_{н3} = P_m N \left( 1 - \frac{\frac{R_1}{R_p} + 1}{\frac{R_1}{R_p} + 1 + \frac{Q_0}{Q_{вн1}}} \right) \quad (5)$$

Так как величина  $P_N$  пропорциональна  $N$ , то КПД суммирования для данного способа настройки  $k_N=1$ .

Сравнивая соотношения (2) и (5), можно прийти к неправильному выводу о целесообразности использования первого способа настройки (подстройка нагрузки), как энергетически более выгодного. Однако если сравнивать уровень выходной мощности генераторов, настраиваемых разными способами, то существенным будет в конечном счете не то, растет или нет  $k_N$  при увеличении  $N$ , а величина КПД КС для данного  $N$ . Если при подстройке ДМ связь СР с нагрузкой выбрать исходя из выполнения равенства

$$Q_{вн1} = \left( \frac{Q_0}{\left( \frac{Q_0}{Q_{вн1}} + 1 \right) \left( \frac{R_p}{R_1} + 1 \right)} \right)$$

где  $Q_{вн1}$  – внешняя добротность СР в однодиодном генераторе при подстройке нагрузки, то выходная мощность при втором способе настройки (подстройка ДМ) будет для любого  $N$  выше, чем при первом способе (подстройка нагрузки).

### Шумовые характеристики

Спектральные плотности амплитудных  $S_\alpha$  и частотных  $S_\omega$  флуктуаций эквивалентного генератора (см. рис.2) будем находить по соотношениям [9,10], справедливым в области малых отстроек от несущей:

$$S_\alpha = \frac{2S_{ш3}}{I_3^4 \left( \frac{\partial R_{d3}}{\partial I_3} \right)^2}, \quad (6)$$

$$S_\omega = \frac{2S_{ш3}}{I_3^2 (X'_{p3})^2}, \quad (7)$$

где  $S_{ш3}$  – спектральная плотность шумов источника шумового напряжения в контуре эквивалентного генератора; штрих у величины  $X_{p3}$  означает производную по частоте СВЧ колебаний  $\omega$ .

Пусть генератор настраивается подстройкой нагрузки. Подставим в соотношения (6) и (7) формулы (1), учтем, что  $S_{ш3} \sim (U_{ш3})^2$ , и выразим  $S_{\alpha N}$ ,  $S_{\omega N}$  через  $S_{\alpha 1}$ ,  $S_{\omega 1}$ :

$$S_{\alpha N} = \frac{S_{\alpha 1}}{N}, \quad (8)$$

$$S_{\omega N} = S_{\omega 1} = \frac{N(q+1)^2}{(q+N)^2} \quad (9)$$

где  $q = X'_p/X'_1$  – отношение фиксирующей способности СР к внесенной фиксирующей способности ДМ в однодиодном генераторе. Амплитудные шумы, как следует из соотношения (8), уменьшаются пропорционально числу АЭ в генераторе, что совпадает с известными теоретическими и экспериментальными результатами [7,8]. Характер изменения частотных шумов существенно зависит от особенностей КС генератора. На рис.3 показаны зависимости  $S_{\omega N}$  от  $N$  для различных значений  $q$ . Если  $X'_1=0$ ,  $X'_p \neq 0$ , то частотные шумы возрастают пропорционально  $N$  [7]. Если  $X'_p=0$ ,  $X'_1 \neq 0$ , то частотные шумы уменьшаются пропорционально  $N$ . Если  $X'_p \neq 0$ ,  $X'_1 \neq 0$ , то характер изменения  $S_{\omega N}$  зависит от величины  $q$ . При  $q > 1$  зависимость  $S_{\omega N}(N)$  становится немонотонной. С увеличением  $N$  частотные шумы сначала возрастают, достигая максимума при  $N=q$ , потом монотонно убывают. При  $N=q^2$   $S_{\omega N}=S_{\omega 1}$ . При

$N \gg q$   $S_{\omega N} \approx \left( \frac{S_{\omega 1}}{N} \right) (q+1)^2$ . Последнее приближен-

ное равенство справедливо и для случая  $q < 1$ , при котором частотные шумы монотонно убывают с ростом  $N$ .

Рассмотрим теперь настройку генератора подстройкой ДМ. Подставляя в соотношения (6) и (7) формулы (4), найдем зависимости амплитудных и частотных шумов от числа АЭ:

$$S_{\alpha N} = \frac{S_{\alpha 1}}{N},$$

$$S_{\omega N} = \frac{S_{\omega 1}}{N}$$

Таким образом, если настройка генератора производится изменением связи каждого ДМ с СР, то шумы генератора уменьшаются пропорционально числу АЭ [8].

Эффект уменьшения шумов генераторов с увеличением числа АЭ можно объяснить различным характером сложения мощности регулярных и шумовых сигналов. Амплитуда суммарного синфазного когерентного сигнала равна сумме амплитуд отдельных источников, а суммарная мощность пропорциональна квадрату суммы амплитуд. Амплитуда и фаза шумового сигнала носят случайный характер, поэтому суммарная мощность шума пропорциональна сумме средних квадратов сигналов отдельных не-

коррелированных между собой источников. В результате отношение шум/сигнал на выходе генератора уменьшается с увеличением числа АЭ. Так ведут себя амплитудные шумы. На частотные шумы, кроме описанного механизма, оказывает влияние характер изменения фиксирующей способности КС генератора с изменением числа АЭ. Поэтому частотные шумы существенно зависят как от особенностей КС генератора, так и от способа его настройки.

#### Выводы

1. КПД суммирования многодиодных генераторов зависит от способа настройки его КС при изменении числа диодов. Если настройка производится изменением связи СР с нагрузкой, то КПД суммирования превышает единицу. Если настройка производится изменением связи каждого ДМ с СР, то КПД суммирования равен единице. Однако первый способ настройки не имеет энергетических преимуществ перед вторым, так как величина выходной мощности в конечном счете определяется не характером роста КПД

суммирования, а величиной КПД КС для заданного числа диодов.

2. Частотные шумы многодиодных генераторов существенно зависят как от особенностей КС генератора, так и от способа его настройки. Они могут расти, уменьшаться или испытывать немонотонную зависимость от числа диодов. Амплитудные шумы не зависят ни от особенностей КС, ни от способа настройки и уменьшаются пропорционально числу диодов.

3. Имеющееся в литературе несоответствие характеристик многодиодных генераторов, полученных на однотипных конструкциях разными авторами и в разное время, может быть объяснено игнорированием влияния способа настройки и особенностей КС генератора на его параметры.

Эксперименты, проведенные авторами на макетах многодиодных генераторов на многоструктурных ЛПД 1.5-сантиметрового диапазона длин волн, подтвердили основные выводы данной работы.

#### Библиографический список

1. А.В. Хрусталева. Современный уровень и тенденции развития техники сложения мощностей активных полупроводниковых приборов СВЧ-диапазона // Обзоры по электронной технике. Сер.1. Электроника СВЧ. М., 1988. Вып. 13(1288). 64 с.
2. Тагер А.С., Вальд-Перлов В.М. Лавинно-пролетные диоды и их применение в технике СВЧ. М., 1968.
3. Ширяев А.В., Мерзлов В.С. Экспериментальное исследование многодиодного генератора на лавинно-пролетных диодах // Изв. вузов. Сер. Радиоэлектроника. 1979. Т.22, № 10. С. 74-77.
4. Мерзлов В.С., Ширяев А.В. Анализ КПД колебательной системы многодиодного генератора со стабилизирующими нагрузками в цепях диодов // Электронная техника. Сер.1. Электроника СВЧ. 1980. Вып.11(323). С. 18-21.
5. Бовеуновский А.Ю., Ткаченко Л.А. Сравнение энергетической эффективности многодиодных генераторов СВЧ // Изв. вузов. Сер. Радиоэлектроника. 1987. Т.30, № 10. С. 83-85.
6. Бовеуновский А.Ю., Мачуский Е.А., Роман А.Е., Тараненко В.П., Ткаченко Л.А. Последовательные сумматоры мощности на предварительно настроенных модулях // Изв. вузов. Сер. Радиоэлектроника. 1988. Т.31, № 10. С. 5-11.
7. Абрамов С.М., Гершензон Е.М., Левитес А.А., Плохова Л.А. Особенности работы многодиодного СВЧ-генератора в автономном режиме и режиме внешней синхронизации // Радиотехника и электроника. 1988. Т.33, вып.1. С. 103-113.
8. Kurokawa K. The single-cavity multiple-device oscillator // IEEE Trans. 1971. V. MTT-19, № 10. P. 793-801.
9. Полупроводниковые пробурсы в схемах СВЧ / Под ред. М. Хауса, Д. Моргана; Пер. с англ. М., 1979.
10. Шаповалов А.С. Исследование влияния сверхвысокочастотных и низкочастотных источников флуктуаций на шумовые параметры твердотельных генераторов // Вопросы прикладной физики: Межвуз. науч. сб. Саратов, 1989. Вып.2. С. 3-19.

### RESEARCH MULTIPLE-DIODE A MICROWAVE OF GENERATORS WITH TOTOING OF A POTENCY IN A COMMON RESONATOR

S.A. Kudrjashov

Saratov branch of institute of a radio engineering and electronics engineering of RAS, Saratov

A.S. Shapovalov, S.A. Shapovalov

Saratov state university, Saratov

In work the power and noise performances multiple-diode microwave generators with power summation in a common resonator are investigated. The expressions for factor of toting both spectral densities of amplitude and frequency fluctuations of a generated signal are obtained. The reasons of contradictory dates about magnitude of noise parameters in the periodic literature are explained.

УЛУЧШЕНИЕ ШУМОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК  
ВОЛНОВОДНО-КОАКСИАЛЬНЫХ ДИОДНЫХ СВЧ ГЕНЕРАТОРОВ

С.А. Кудряшов

Саратовский филиал института радиотехники и электроники РАН, г. Саратов

А.С. Шаповалов, С.А. Шаповалов

Саратовский государственный университет, г. Саратов

Обсуждается одна из возможностей улучшения шумовых характеристик волноводно-коаксиальных генераторов. В отрезок коаксиальной линии генератора предлагается включать дополнительную согласующую цепь в виде Г-образного LC-звена. Получены выражения, определяющие нагруженную добротность колебательной системы, образованной отрезком коаксиальной линии.

Волноводно-коаксиальные диодные СВЧ генераторы получили широкую популярность благодаря удачному сочетанию в них положительных свойств элементов конструкции:

- 1) волноводный выход позволяет создавать генераторы с рабочими частотами от сантиметрового до субмиллиметрового диапазонов;
- 2) отрезки коаксиальных линий позволяют эффективно согласовывать модуль малого сопротивления диода  $R_d$  с относительно большим сопротивлением нагрузки  $R_H$ ;
- 3) волноводный резонатор позволяет суммировать мощность нескольких коаксиальных модулей [1,2].

Шумовые характеристики таких генераторов в значительной степени определяются нагруженной добротностью  $Q_H$  колебательной системы (КС), образованной отрезком коаксиальной линии. Величина  $Q_H$  определяется коэффициентом трансформации сопротивления  $D=R_H/R_d$  и длиной коаксиальной линии, которая эту трансформацию осуществляет. Под величиной  $R_d$  здесь и далее по тексту подразумевается модуль активного сопротивления диода при максимальной мощности в нагрузке. При каскадном включении отрезка коаксиальной линии между диодом и нагрузкой, который наиболее часто используется на практике, нагруженная добротность определяется выражением [3]:

$$Q_H \approx m\pi \frac{D^{1/2}}{4}, \quad (1)$$

где  $m=1,3,5,\dots$  – число четвертей длин волн, укладываемых на длине отрезка ЛП.

Для типичных значений  $D=1000$  и  $m=3$  получаем  $Q_H \approx 75$ , что бывает недостаточно для ряда практических приложений. В этом случае для увеличения  $Q_H$  обычно рекомендуется использовать дополнительный высокодобротный резонатор [3,4], что усложняет генератор, увеличивает его массу и габариты, затрудняет перестройку частоты и т.д. Вместе с тем коаксиальные линии обладают малыми собственными потерями и позволяют создавать высокодобротные КС, расчетная собственная добротность  $Q_0$  которых на частоте 20 ГГц превышает  $7 \cdot 10^3$  [5]. Таким образом, волноводно-коаксиальные СВЧ генераторы, как правило, имеют значительный резерв улучшения шумовых характеристик.

Для более полного использования фиксирующей способности отрезка коаксиальной линии необходимо, согласно формуле (1), увеличить коэффициент его трансформации. Так как величины  $R_H$ ,  $R_d$  и следовательно  $D$ , как правило, заданы, то следует включить в КС генератора еще одну согласующую цепь. Пример выполнения такой КС показан на рис.1, где в качестве дополнительной согласующей цепи используется Г-образное LC-зveno, трансформирующее сопротивление нагрузки  $R_H$  в некоторое эквивалентное активное сопротивление  $R_3$  на клеммах 1-1.

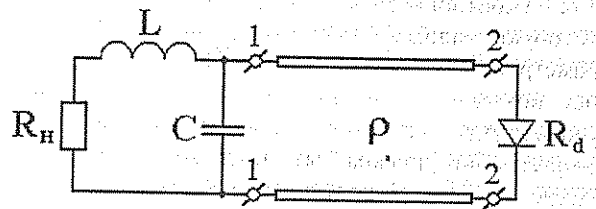


Рис.1  
Колебательная система СВЧ генератора с дополнительной цепью согласования

При таком включении LC-звена выполняется неравенство  $R_3 > R_H$ . В этом случае для согласования сопротивления нагрузки  $R_H$  и модуля сопротивления диода  $R_d$  необходимо, чтобы коэффициент трансформации отрезка коаксиальной линии

$$d = \frac{R_3}{R_d} = \frac{DR_3}{R_H} \quad (2)$$

Из формулы (2) следует, что  $d > D$ , т.е. использование дополнительного LC-звена приводит к желательному увеличению нагруженной добротности такой КС. Для нахождения нагруженной добротности необходимо суммарную реактивность  $X$  цепи на клеммах 2-2, а затем воспользоваться известным соотношением  $Q_H = 0.5 |\partial X / \partial \omega| (\omega/R_d)$ , проверив выполнение условий устойчивости аналогично тому, как это сделано в работе [3]. Опуская несложные, но громоздкие выкладки, запишем окончательный результат:

$$Q_H = \frac{0,25m\pi(d-1)}{(d)^{1/2}} + \left(1 - \frac{D}{d}\right) \left(\frac{d}{D-1}\right)^{1/2} \quad (3)$$

Первое слагаемое в этой формуле совпадает с аналогичным соотношением в работе [3] и определяет

вклад в величину  $Q_H$ , фиксирующую способности отрезка коаксиальной линии. Второе слагаемое описывает влияние на величину  $Q_H$  реактивностей LC-звена. При  $D \gg 1$ ,  $d \gg 1$  и  $d \gg D$  формула (3) запишется в следующем виде:

$$Q_H \approx (d)^{1/2} \left( \frac{1}{(D)^{1/2}} + \frac{\pi}{4} \right) \approx (d)^{1/2} \frac{\pi}{4} \quad (4)$$

Последнее выражение в формуле (4) практически совпадает с соотношением (1), если принять во внимание, что величины  $d$  и  $D$  в данных формулах – это коэффициент трансформации отрезка коаксиальной линии. При указанных условиях влияние LC-звена на величину  $Q_H$  уменьшается и LC-звену может быть заменено на эквивалентной схеме идеальным трансформатором с коэффициентом трансформации сопротивления

$$D_1 = \frac{R_3}{R_H}$$

Формулы (3) и (4) позволяют сделать вывод, что в КС, изображенной на рис.1, можно реализовать наперед заданную величину  $Q_H$ , разумеется, в рамках неравенства  $Q_H < Q_0$ . Для заданных значений  $Q_H$  и  $D$  из соотношений (3) или (4) находят величину  $d$ , которую реализуют соответствующим выбором параметров коаксиальной линии. Как это сделать, будет показано ниже при обсуждении конструкции генераторов. Для согласования импедансов коаксиальная линия должна быть нагружена на сопротивление  $R_3 = d \cdot R_d$ . Сопротивление  $R_3$  на клеммах 1–1 реализуется с помощью LC-звена, элементы которого рассчитывают по соотношениям [6]:

$$L = \left( \frac{R_H}{\omega} \right) \left( \frac{R_3}{R_H} - 1 \right)^{1/2}, \quad C = \frac{\left( \frac{R_3}{R_H} - 1 \right)^{1/2}}{(\omega R_3)} \quad (5)$$

На рис. 2 показаны конструкции волноводно-коаксиальных диодных СВЧ генераторов с улучшенными шумовыми параметрами [7,8]. В генераторе, (рис.2а) [7] роль LC-звена выполняют индуктивность штыря в волноводе и емкостная диафрагма, размещенная в плоскости широкой стенки волновода. В генераторе (рис.2б) [8] LC-звену образовано параллельной емкостью, возникшей при обрыве внутреннего проводника коаксиальной линии [5], и индуктивностью короткозамкнутого плунжера в волноводе (на рисунке не показан).

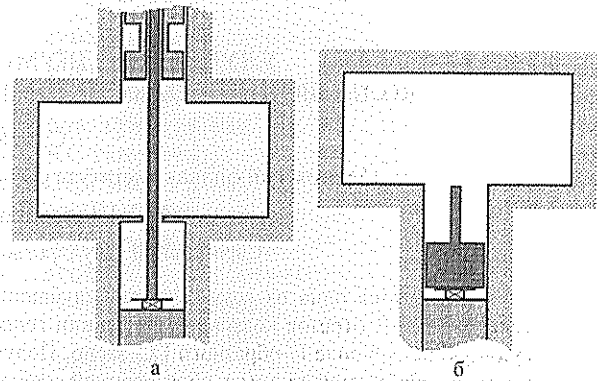


Рис. 2.

Электродинамические системы СВЧ генераторов с низким уровнем флуктуаций выходного сигнала

Преимущество второй конструкции над первой заключается в возможности реализации больших значений  $d$ , а следовательно, и  $Q_H$  и в возможности оперативной подстройки согласования импедансов путем выбора положения оборванного внутреннего проводника в коаксиальной линии.

Теперь остановимся на вопросе реализации необходимой, как правило, достаточно большой величины  $d$ . Для этого можно выбрать волновое сопротивление коаксиальной линии  $\rho$  согласно соотношению  $d = (\rho/R_d)^2$ . Однако существует оптимальная величина  $\rho$ , превышение которой приводит к нежелательному уменьшению  $Q_0$  [5]. Лучший результат можно получить, если использовать четвертьволновой трансформатор с волновым сопротивлением  $\rho_T < R_d$  [8] (рис.2б). В последнем случае справедливо равенство  $d = (\rho R_d)^2 / (\rho_T)^4$  и величина  $d$  ограничена только электрической прочностью трансформатора с малым значением  $\rho_T$ .

В результате экспериментов, проведенных на макетах генераторов на многоструктурных ЛПД 1,5-сантиметрового диапазона длин волн без стабилизирующего резонатора, были получены следующие результаты для спектральной плотности частотных шумов  $S_f$  на частоте отстройки от несущей  $F = 10$  КГц для однодиодного генератора Курокавы [2]  $S_f = -(50-55)$  дБ/Гц; для генератора, изображенного на рис.2а,  $S_f = -(70-75)$  дБ/Гц; для генератора, изображенного на рис.2б,  $S_f = -(85-90)$  дБ/Гц [9].

Описанный способ улучшения шумовых характеристик может быть применен и для других СВЧ генераторов, КС которых содержит линию передачи с малыми потерями.

#### Библиографический список

1. Давыдова Н.С., Данишевский Ю.З. Диодные генераторы и усилители СВЧ. М., 1986.
2. Kurokawa K., Magalhaes F.M. An X-band 10 watt multiple IMPATT oscillator// P IEEE (Lett.). 1971. Vol.59, № 1. P.102-103.
3. Мачусский Е.А., Степаненко В.М., Ткаченко Л.А. Добротность и полосовые свойства диодных генераторов и усилителей СВЧ // Изв. вузов. Сер. Радиоэлектроника. 1989. № 10. С. 44-51.
4. Царапкин Д.П. Генераторы СВЧ на диодах Ганна. М., 1982.
5. Орлов С.И. Расчет и конструирование коаксиальных резонаторов. М., 1970.
6. Фуско В. СВЧ-цепи : Анализ и автоматизированное проектирование / Пер. с англ. под ред. В.И.Вольмана; М., 1990.
7. Пат. 2020727 Россия, МКИ Н03В 7/14. Генератор СВЧ.
8. Пат. 1804694 Россия, МКИ Н03В 7/14. Генератор.



9. Кудряшов С.А., Никитин А.А. Исследование спектральных характеристик твердотельных нестабилизированных генераторов // Тр. 1-го Украинского симпозиума "Физика и техника миллиметровых и субмиллиметровых радиоволн". Харьков, 1991. Ч. 1. С. 206.

## IMPROVING OF NOISE PERFORMANCES OF A WAVEGUIDE-COAXIAL DIODES MICROWAVE OF GENERATORS

S.A. Kudrjashov

Saratov branch of institute of a radio engineering and electronics engineering of RAS, Saratov

A.S. Shapovalov, S.A. Shapovalov

Saratov state university, Saratov

One of possibilities of improving of noise performances of waveguide-coaxial generators is considered. It is offered to include in a segment of a coaxial line of a generator an additional agreeing circuit as a  $\Gamma$ -figurative LC-link. The expressions defining loaded quality factor of an oscillatory system in form of coaxial line segment are obtained.

УДК 621.391.822

## ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ УПРАВЛЕНИЯ СПЕКТРОМ КОЛЕБАНИЙ СВЧ ГЕНЕРАТОРА НА ЛПД

С.А. Кудряшов

Саратовский филиал института радиотехники и электроники РАН, г. Саратов

А.С. Шаповалов, С.А. Шаповалов

Саратовский государственный университет, г. Саратов

Обсуждаются причины перехода ГЛПД из режима монохроматических колебаний в режим генерирования сплошного спектра. Возникновение сплошного спектра с управляемой шириной объясняется модуляцией несущей частоты генератора низкочастотными колебаниями в цепи питания диода. Данные теоретического расчета удовлетворительно согласуются с экспериментом.

В некоторых экспериментах на макетах СВЧ генераторов с использованием многоструктурных арсенид-галлиевых ЛПД полуторасантиметрового диапазона с увеличением тока питания наблюдается переход от монохроматических колебаний к режиму генерирования сплошного спектра. Причем в отличие от характерного спектра, свойственного режиму динамического хаоса [1], наблюдаемый шумовой спектр обычно локализован в сравнительно небольшой области частот (от 1 до 150 МГц в зависимости от режима); вне этой области составляющие спектра не обнаруживаются.

Такой по характеру спектр имеет определенное прикладное значение и обычно формируется с помощью модуляции частоты генератора одновременно низкочастотными регулярным и шумовым сигналами [2]. Поэтому исследование такого режима интересно как с точки зрения его реализации, так и для устранения в тех случаях, когда он является нежелательным.

На рис.1 приведена эволюция спектра исследуемого СВЧ генератора при увеличении тока питания  $I$  ( $I_0$  – паспортный рабочий ток ЛПД). В данном эксперименте при  $I/I_0 < 0,9$  выходной сигнал генератора имел единственную спектральную линию на рабочей частоте генерации. При увеличении тока свыше 0,9 спектральная линия плавно расширялась, достигая в некоторых экспериментах 150 МГц (типичное значение 80...100 МГц). При дальнейшем увеличении тока питания (как правило, выше паспортного) шумовой спектр сужался, превращаясь в конечном счете, опять в спектральную линию. Такой эффект на-

блюдался в генераторах различной конструкции, как в однодиодных, так и в двухдиодных (сумматорах). В шумовом режиме генератор способен перестраиваться по частоте в пределах 1...3% перемещением короткозамыкающего поршня в волноводе без существенного изменения характера спектра.

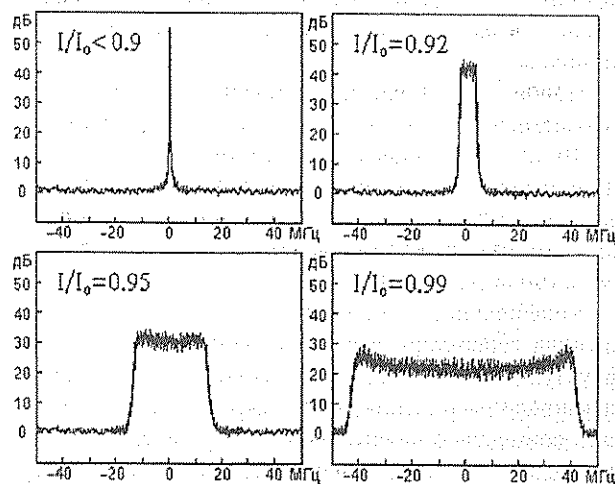


Рис. 1.

Эволюция спектра при увеличении тока питания ЛПД

Для выяснения причин возникновения описанного режима производились измерения дифференциального сопротивления ЛПД по постоянному току. На рис.2 показаны зависимости от тока питания дифференциального сопротивления ЛПД  $R_d$  без режима генерации (кривая (—)), величины  $R_d$  в рабо-

чем режиме (кривая ---) и выходной мощности генератора от тока питания (кривая ---). Величина  $R_d$  в режиме генерации уменьшается с ростом тока питания и, начиная с некоторого значения  $I$ , может стать отрицательной. При этом в низкочастотном контуре, включающем в себя сопротивление  $R_d$  ЛПД, паразитные реактивности источника тока и цепи подвода питания, возникают автоколебания, эффективно модулирующие частоту и амплитуду выходного СВЧ-сигнала генератора.

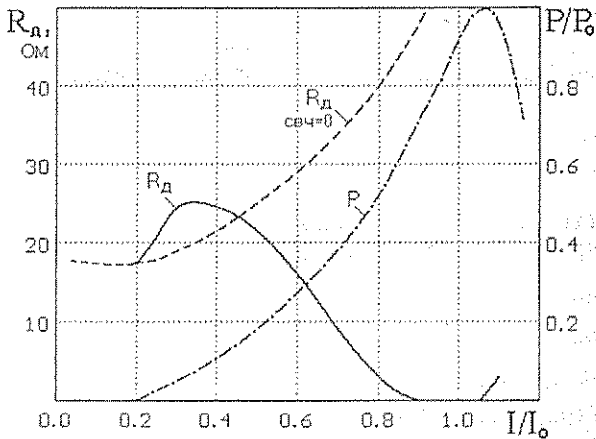


Рис. 2.

Зависимости дифференциального сопротивления ЛПД и выходной мощности генератора от тока питания ЛПД

Сама возможность реализации отрицательных величин  $R_d$  для ЛПД связана с тем, что импульс лавинного тока формируется в момент, соответствующий равенству мгновенного напряжения на диоде (равного постоянному напряжению + амплитуда СВЧ-напряжения) пробивному значению [3]. Поэтому при достаточной раскчке по СВЧ с ростом тока питания постоянное напряжение на диоде может уменьшиться, что эквивалентно отрицательной величине  $R_d$ .

Период колебаний в низкочастотной цепи, наблюдаемый в эксперименте, лежал в диапазоне 5...10 мкс (уменьшаясь с ростом тока питания). Причем по форме колебания были близки к релаксационным. Ширина спектральной линии генератора в монохроматическом режиме составляла в зависимости от типа ЭС 20...40 кГц.

Конечная ширина спектральной линии выходного сигнала генератора связана с наличием случайных флуктуаций его частоты [4]. Поэтому модель, описывающая рассматриваемый эффект, должна учитывать совместное влияние на частоту генератора случайного и регулярного сигналов. Известно, что энергетический спектр несущей, промодулированной по частоте гармоническим сигналом и "белым" шумом, пропущенным через RC-фильтр, определяется выражением [5]

$$W_{\text{чм}}(\omega) = \frac{A^2}{\Delta\omega_\phi} \exp\{\mu^2\} \times \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_m}{2} J_m^2(M) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\mu^2)^n (\mu^2 + n)}{n!} \times \left[ \frac{1}{(\mu^2 + n)^2 + \beta_+^2} + \frac{1}{(\mu^2 + n)^2 + \beta_-^2} \right], \quad (1)$$

где  $A$  – амплитуда немодулированной несущей,  $\mu$  – индекс модуляции шумовым сигналом,  $M$  – индекс модуляции гармоническим сигналом,  $\varepsilon_m$  – символ Неймана ( $\varepsilon_0=1, \varepsilon_m=2 [m \neq 0]$ ),  $\omega_0$  – частота несущей,  $\beta_+ = \frac{(\omega - \omega_0 - m\Omega)}{\Delta\omega_\phi}$ ,  $\beta_- = \frac{(\omega - \omega_0 + m\Omega)}{\Delta\omega_\phi}$ ,  $\Delta\omega_\phi$  – полоса прозрачности RC-фильтра  $J_m$  – функция Бесселя первого рода  $m$ -го порядка,  $\Omega$  – частота гармонического модулирующего сигнала.

На рис.3 показана зависимость  $W_{\text{чм}}(\omega)$ , рассчитанная по соотношению (1), при совместной модуляции частоты широкополосным шумом ( $\Delta\omega_\phi/\Omega=10^8$ ) малого уровня ( $\mu=5 \cdot 10^{-5}$ ) (модель дробового шума ЛПД [3,6]) и монохроматическим сигналом с  $M=35$ . При отсутствии гармонической модуляции ширина несущей  $\Delta\omega_\phi$ , обусловленная шумовой модуляцией, составляла 0,5 $\Omega$  (по уровню 3 дБ). Сплошной спектр с шириной примерно 2М имеет форму огибающей, близкую к прямоугольной.

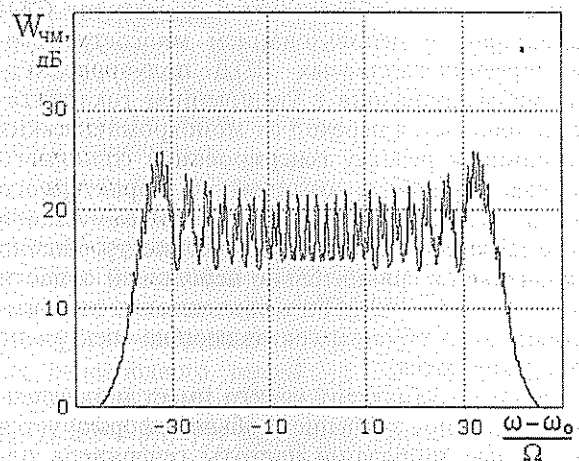


Рис. 3.

Энергетический спектр несущей, промодулированной по частоте гармоническим сигналом и "белым" шумом, пропущенным через RC-фильтр

Изрезанность вершины определяется двумя причинами:

1) нулями функции  $J_m^2(M)$  при определенных  $m$  и  $M$  (на рис.3 они видны в виде "провалов" на 5...7 дБ относительно огибающей спектра);

2) "остатками" при  $\Delta\omega_\phi < \Omega$  от боковых спектральных линий (на рис.3 они видны в виде острых всплесков на 3...4 дБ).

В условиях описанного выше эксперимента изрезанность спектра заметно меньше, очевидно вследствие немонохроматичности модулирующего сигнала

(нули функции  $J_m^2(M)$  при вариации  $m$  для различных  $M$  (а, следовательно, и различных гармоник) не совпадают) и влияния дополнительных низкочастотных флуктуаций (например, фликкер-шума), "размывающих" остатки боковых спектральных линий. Если учесть сделанное замечание, то можно констатировать удовлетворительное совпадение экспериментальных (см. рис.1) и теоретических (см. рис.3) результатов.

Следует отметить, что применение известных мер [7] по устранению колебаний в цепи питания при использовании для питания мощных ЛПД электронного стабилизатора тока становится

неэффективным. В этом случае следует стремиться избегать перенапряженных режимов работы ЛПД (т.е. работы ЛПД на малую по величине нагрузку по СВЧ), для которых характерно  $R_d < 0$ .

Таким образом, наблюдающийся режим генерирования сплошного спектра с управляемой шириной и малым побочным уровнем колебаний может быть объяснен модуляцией несущей частоты генератора низкочастотными релаксационными колебаниями, возникающими в цепи питания ЛПД.

#### Библиографический список

1. Анисенко В.С. Сложные колебания в простых системах. М., 1990.
2. Ваке В.Л., Гинзбург Н.С., Сергеев А.С., Сморгонский А.С., Ходос В.В., Шулецов А.О. Использование модуляции в СВЧ-генераторах для получения стохастического выходного сигнала // Радиотехника и электроника. 1994. Т.39, вып. 6. С. 957-962.
3. Тагер А.С., Вальд-Перлов В.М. Лавинно-пролетные диоды и их применение в технике СВЧ. М., 1968.
4. Малахов А.Н. Флуктуации в автоколебательных системах. М., 1968.
5. Миддлтон Д. Введение в статистическую теорию связи. В 2т. М., 1962. Т.2.
6. Тагер А.С., Ходяевич А.Д., Цебнев А.М. Шумы генераторов на лавинно-пролетных диодах (ГЛПД) // Изв. вузов. Сер. Радиоэлектроника. 1969. Т.12, № 9. С. 962-975.
7. Козидубов В.П. Устойчивость низкочастотной цепи генератора на лавинно-пролетном диоде // Электронная техника. Сер.1, Электроника СВЧ. 1969. Вып. 3. С. 106-114.

### RESEARCH OF A POSSIBILITY OF CONTROL BY A SPECTRUM OF OSCILLATIONS OF A MICROWAVE GENERATOR ON IMPATT DIODE

S.A. Kudrjashov

Saratov branch of institute of a radio engineering and electronics engineering of RAS, Saratov

A.S. Shapovalov, S.A. Shapovalov

Saratov state university, Saratov

The reasons of passage IMPATT diode generator from a condition of monochromatic oscillations in a condition generations of a continuous spectrum are considered. The origin of a continuous spectrum with a controlled breadth is explained by modulation of a carrier frequency of a generator by low-frequency oscillations in a circuit of a feed of the diode. The dates of theoretical account satisfactorily coordinated with experiment.

УДК 621.374.224

### ВОЗМОЖНОСТИ СНИЖЕНИЯ МАССЫ И ГАБАРИТОВ МОЩНЫХ МИКРО-МИЛЛИСЕКУНДНЫХ ИМПУЛЬСНЫХ МОДУЛЯТОРОВ

В.В. Каптанов, А.В. Сапрыгин

Саратовский государственный университет, г. Саратов

Рассмотрены различные пути минимизации габаритов и веса модуляторов, проведено их сравнение, указаны достоинства и недостатки. Показана возможность устранения наиболее громоздких узлов "традиционного" мягкого модулятора. Введено понятие "фактора трансформатора", облегчающее оценку эффективности методов сокращения массы и габаритов мощных модулирующих устройств. Определен оптимальный путь решения поставленной задачи - сочетание импульсного заряда емкостного накопителя энергии с импульсным трансформатором повышенного коэффициента трансформации.

Задача сокращения габаритных размеров и массы мощных модулирующих устройств всегда являлась одной из основных задач разработки этих устройств для любых уровней напряжения и мощности высоковольтных импульсов. Ее решение напрямую связано с уменьшением высокой стоимости высоковольтных модуляторов. Наиболее актуальной эта задача становится при создании самолетной и космической аппаратуры, а также различных переносных электрофизических устройств. В основном она решалась путем разработки малогабаритных электроэлементов, используемых в модуляторах традици-

онного схемного построения, а также применением питающей сети с повышенной частотой.

Для модуляции СВЧ генераторов и других электрофизических применений используются как "мягкие" (с полным разрядом емкостного накопителя энергии (ЕНЭ)), так и "жесткие" модуляторы (прежде всего, ламповые), с частичным разрядом ЕНЭ. "Жесткие" модуляторы незаменимы при диапазонном переключении длительности и частоты модулирующих импульсов в широких пределах [1]. Однако сравнение реальных конструкций модуляторов "жесткого" и "мягкого" типов при длительностях

импульсов микросекундного диапазона показывает, что "мягкие" модуляторы всегда имеют меньшие массогабаритные показатели, чем и определяется их преимущественное применение в самолетной и переносной аппаратуре.

По существу, из всех узлов традиционного "мягкого" модулятора только три узла неизбежны в том или ином виде (рис. 1): накопитель энергии А4, коммутатор V2 и блок пусковых импульсов А3. Остальные элементы так или иначе могут быть исключены или заменены. В то же время размеры и вес модулятора определяются в основном не указанными тремя узлами, а всей остальной частью и изоляционными расстояниями высоковольтных узлов. Поэтому габариты модулятора могут быть существенно сокращены прежде всего изменением схемного построения "неосновной" части и понижением потенциалов высоковольтных точек схемы относительно земли.

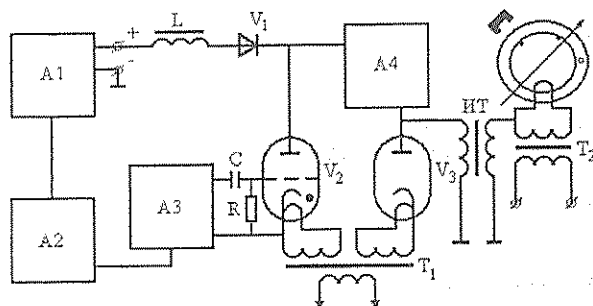


Рис. 1

Из основных узлов лишь два (накопитель энергии А4 и коммутатор V2) имеют значительные габариты, так как блок пусковых импульсов А3 всегда относительно мал, особенно если ориентироваться на его полупроводниковое исполнение.

Из "неосновных" узлов наибольшие размеры и вес имеют высоковольтный выпрямитель питания А1 и преобразователь А2, хотя и повышающий импульсный трансформатор ИТ и зарядный дроссель L также имеют размеры, соизмеримые с коммутатором V2, а иногда и накопителя А4.

Чаще всего в качестве накопителя энергии А4 используется искусственная линия, обеспечивающая амплитуду формируемых импульсов в согласованном разряде  $U_0/2$ , где  $U_0$  — зарядное напряжение накопителя.

Размеры емкостного накопителя (в таком накопителе энергия накапливается при заряде конденсаторов), используемого при генерации периодических микросекундных импульсов, в любой его модификации определяются габаритами емкостей и индуктивностей ячеек, а также изоляционными расстояниями между ними.

Анализ выпускаемых промышленностью конденсаторов показывает, что в зависимости от конкретного режима использования и типов конденсаторов их размеры резко изменяются даже при неизменной емкости и рабочем напряжении. К этому следует добавить, что объемы реальных батарей конденсато-

ров могут существенно превосходить "чистые" объемы, получаемые умножением числа конденсаторов на их объем, из-за конфигураций конденсаторов и их изоляторов. Поэтому оценка размеров накопителей всегда требует тщательного анализа возможных вариаций конденсаторных батарей с учетом конкретных условий. Например, конденсаторы одного и того же типа часто имеют один и тот же объем и то же напряжение при многократном изменении емкости.

Емкость накопителя

$$C_{\text{н}} = \frac{2P_{\text{н}}t_{\text{и}}}{U_0^2}, \quad (1)$$

где  $P_{\text{н}}$  — мощность импульсов;  $t_{\text{и}}$  — длительность импульсов.

Как видно из (1), величина  $C_{\text{н}}$  пропорциональна энергии в импульсе, но обратно пропорциональна квадрату зарядного напряжения  $U_0$ , поэтому даже многократное понижение напряжения не всегда может обеспечить сокращение размеров батарей. Тем не менее, можно ориентироваться на тенденцию понижения размеров конденсаторных батарей накопителей при уменьшении их рабочего напряжения, так как при этом обычно возрастает их удельная энергия.

Поскольку понижение напряжения уменьшает также изоляционные расстояния (что ведет еще и к уменьшению габаритов индуктивностей ячеек накопителя), в целом желательно понижение зарядного напряжения  $U_0$ .

Размеры коммутаторов "мягких" модуляторов составляют обычно относительно малую часть их общих габаритов. При разработке малогабаритных модулирующих устройств в зависимости от конкретных требований могут эффективно использоваться керамические водородные тиатроны и импульсные тиристоры. Относительно малое рабочее напряжение тиристоров в определенных пределах не является ограничением, так как допустимо их последовательное и параллельное соединение с большим числом единиц [2].

Размеры преобразователя определяются прежде всего средней мощностью импульсов, а также мощностью второстепенных узлов питания (трансформаторов накала, питанием блока пусковых импульсов А3 и т.д.). При использовании преобразователя частоты приходится решать задачу рациональности его включения в состав модулятора с учетом многих факторов, определяемых конкретными условиями и требованиями, прежде всего его влиянием на размеры высоковольтного выпрямителя А1 и всех второстепенных трансформаторов.

Масса и габариты трансформаторов, кроме мощности и напряжения, определяются величиной "фактора трансформатора"  $\Phi_{\text{T}}$ :

$$\Phi_{\text{T}} = nS = \frac{1}{4,44 f B_{\text{м}}},$$

где  $n$  — число витков на один вольт в обмотках;  $S$  — сечение сердечника,  $\text{м}^2$ ;  $f$  — частота напряжения пи-

тания, Гц;  $V_m$  — допустимая максимальная индукция в сердечнике, Тл. Малое и при любых токах и напряжениях уменьшает вес провода обмоток и величину окна сердечника, а следовательно, и длину магнитопровода, что вместе с уменьшением его сечения ( $S$ ) понижает объем и вес трансформатора. Таким образом, необходимо стремиться к максимальному понижению величины  $\Phi_T$ .

Так как величина  $V_m$  ограничена насыщением ферромагнитного материала сердечника, то уменьшение  $\Phi_T$  может быть достигнуто только повышением частоты питающего напряжения. Повышение частоты  $f$  резко уменьшает также габариты фильтров пульсаций выпрямителя А1, как и других второстепенных выпрямителей. "Фактор габаритов"  $\Gamma$ -образного сглаживающего фильтра  $\Phi_\phi = L_\phi C_\phi$  равен:

$$\Phi_\phi = \frac{q+1}{m^2 \omega^2},$$

где  $q$  — коэффициент сглаживания пульсаций;  $m$  — число фаз выпрямителя;  $\omega$  — круговая частота питающего напряжения Гц; габариты фильтра весьма существенно зависят от частоты выходного напряжения преобразователя. Кроме указанных факторов и мощности на габариты и вес выпрямителя А1 сильнейшее влияние оказывает уровень его выходного напряжения  $E_0$ , определяющий изоляционные расстояния и габариты конденсаторов фильтра. Во всех случаях необходимо стремиться к уменьшению напряжения  $E_0$ . Но при традиционном исполнении "мягкого" модулятора его величина всегда велика, так как  $E_0 = U_0/2$ .

Как видно из приведенного, габариты модулятора существенно могут быть сокращены уменьшением размеров выпрямителя А1 и по возможности исключением из состава модулятора преобразователя А2. Для резкого сокращения размеров и веса выпрямителя А1 необходимо прежде всего устранение его силового трансформатора. Всё это требует принципиально нового построения силовой части модулятора и особенно системы заряда накопителя энергии в паузе между импульсами.

Для импульсного трансформатора напряжения квазипрямоугольной формы "фактор трансформатора" ( $\Phi_{ТИ} = nS$ ) определяется как

$$\Phi_{ТИ} = \frac{t_u}{\Delta B_m},$$

где  $t_u$  — длительность импульсов;  $\Delta B_m$  — максимальное импульсное приращение индукции.

Поэтому

$$\frac{\Phi_T}{\Phi_{ТИ}} = \frac{0,225 \Delta B_m}{V_m f t_u} = 0,225 \frac{\Delta B_m T}{V_m t_u} \quad (2)$$

Если учесть допустимые величины  $\Delta B_m$  и  $V_m$ , то из соотношения (2), в частности, следует, что эффективным путем сокращения массы и габаритов импульсного модулятора является не только исключение высоковольтного выпрями-

теля, но и применение повышающего выходного импульсного трансформатора с возможно более высоким коэффициентом трансформации. Формирование импульсов оптимально проводить на уровне напряжения питающей сети, а затем трансформировать до уровня модулирующих импульсов. При этом исключается высоковольтный силовой трансформатор.

Повышение коэффициента трансформации выходного импульсного трансформатора ограничено различными факторами в зависимости от конкретных параметров импульсов и нагрузки модулятора.

Как показал анализ, при существующей практике разработки импульсных трансформаторов на основе критического режима формирования фронта выходных импульсов [3-5], предъявляя жесткие требования к конструкции трансформатора и резко сужая рамки её возможных вариаций, не обеспечивается оптимальной передачи входных квазипрямоугольных импульсов. Проектирование и реализация трансформаторов с высоким коэффициентом трансформации при микросекундной длительности мощных высоковольтных импульсов с критическим режимом фронта весьма затруднительны.

Может быть использован колебательный режим формирования фронта, наиболее вероятный при высоком коэффициенте трансформации. Сглаживание или устранение колебаний вершины и фронта, возникающих в колебательном режиме [6], могут быть достигнуты либо выбором оптимального соотношения периода колебаний с длительностью фронта входных импульсов, либо использованием "предискажения" входного фронта [7, 8]. Уменьшение индуктивности рассеяния, повышающейся с ростом коэффициента трансформации, может быть достигнуто секционированием обмоток трансформатора [9].

Паразитные параметры импульсного трансформатора (ИТ), возрастающие с ростом коэффициента трансформации, сокращаются при допустимости относительно низкой величины его индуктивности намагничивания. Малая индуктивность намагничивания приводит, однако, к увеличению падающего скоса вершины импульсов, увеличивающего её неравномерность. Эффективным средством коррекции вершины при этом является использование в качестве НЭ неоднородной линии, формирующей импульсы с нарастающим скосом вершины, компенсирующим указанный падающий скос. Особенно эффективно в данном случае применение скорректированной по фронту неоднородной искусственной линии, одновременно нейтрализующей влияние паразитных параметров ИТ на фронт импульсов [10-12].

Рассмотренные соображения частично положены в основу при разработке малогабаритных импульсных модуляторов и других устройств, описанных в литературе. Так, в работе [13] используется заряд ЕНЭ напряжением с формой периодического прямоугольного меандра от преобразователя. В [14, 15] в качестве источника питания зарядной цепи ЕНЭ используется непосредственно трехфазная сеть про-

промышленной частоты 50 Гц и для снижения массы и габаритов применен ИТ с высоким коэффициентом трансформации ( $K_t=23$ ). В [16] используется заряд емкостной нагрузки через специальный трансформатор, в [17–19] применен импульсный заряд ЕНЭ от трансформаторного индуктивного накопителя, заряжаемого током между импульсами.

Анализ показывает, что при современной элементной базе и питании модулятора от промышленной сети весьма эффективно использование систем импульсного заряда емкостного накопителя энергии, исключая наиболее емкие и тяжеловесные узлы традиционного "мягкого" модулятора (преобразователь частоты, высоковольтный силовой трансформатор, высоковольтный фильтр и т.д.) [20]. В отдельных случаях, когда рационально применение высоковольтных формирующих линий, импульсный заряд накопителя может исключить и выходной им-

пульсный трансформатор, как элемент искажающий форму импульсов. Зависимость зарядного напряжения ЕНЭ от времени его заряда позволяет с помощью соответствующей обратной связи осуществлять стабилизацию и регулировку амплитуды модулирующих импульсов. При импульсном заряде ЕНЭ могут быть значительно увеличены быстродействие и эффективность защиты от пробоев модулируемого СВЧ генератора. Учитывая минимальную величину "фактора трансформатора" у импульсных трансформаторов, представляется оптимальным сочетание в модулирующем устройстве импульсного заряда ЕНЭ с применением выходного импульсного трансформатора повышенного коэффициента трансформации, когда дальнейшее увеличение коэффициента трансформации ограничивается недопустимым искажением формы импульсов.

#### Библиографический список

1. Каштанов В.В. Оснащение электронной промышленности импульсно – высоковольтным оборудованием и разработка мощных широкодиапазонных ламповых модуляторов // *Электронная техника*. Сер. 10. 1967. № 2. С. 113–122.
2. Питман П., Пейдж Д. Коммутирование импульсов большой мощности с помощью полупроводниковых приборов. Импульсные системы большой мощности. М., 1981.
3. Вдовин С.С. Проектирование импульсных трансформаторов. Л., 1971.
4. Вдовин С.С. Проектирование импульсных трансформаторов. Л., 1991.
5. Магханов П.Н., Гоголицын Л.З. Расчет импульсных трансформаторов. Л., 1980.
6. Каштанов В.В. Анализ фронта выходных импульсов трансформатора // *Радиотехника*. 1995. № 12. С. 38–40.
7. А.С. № 725206. СССР. МКИ НОЗК 5/08. Устройство для трансформации импульсов.
8. Каштанов В.В., Климов В.А. Устранение колебаний на вершине трансформируемых импульсов. // *ПТЭ*. 1982. № 4. С. 114–115.
9. Каштанов В.В. Мощный короткоимпульсный трансформатор // *ИЛ*. 1995. № 139.
10. А.с. 580632 СССР, МКИ НОЗК 5/08. Формирователь импульсов.
11. А.с. 993443 СССР, МКИ НОЗК 7/02. Импульсный модулятор.
12. Каштанов В.В. и др. Импульсный модулятор 3–х сантиметрового магнетрона // *ПТЭ*. 1992. № 5. С. 40–43.
13. Львов Е.И. Импульсный модулятор к линейному электронному ускорителю в малогабаритном исполнении // *Ускорители*. М., 1986. Вып. 8. С. 187–196.
14. А.с. 815895. СССР, МКИ НОЗК 7/02. Импульсный модулятор.
15. Панасюк В.С. и др. Малогабаритный импульсный модулятор // *ПТЭ*. 1982. № 4. С. 124–126.
16. Воронин А.В. Генератор мощных импульсов на тиристорах // *ПТЭ*. 1982. № 5. С. 97–100.
17. Муратов А. В., Соловьев Ю.В., Эрмель В.А. Система высоковольтного питания ЛУЭ на основе индуктивного накопителя энергии // *Тр. XII совещания по ускорителям заряженных частиц*. М., 1983. Т.1. С. 326–329.
18. Ауслендер В.Д. Импульсный модулятор // *ПТЭ*. 1982. № 2. С. 103–105.
19. Важаев В.А. и др. Входное звено магнитного формирователя импульсов с индуктивным накопителем // *ПТЭ*. 1987. № 4. С. 104–106.
20. Каштанов В.В., Сапрыгин А.В. Импульсный заряд емкостного накопителя энергии // *"Вопросы прикладной физики"*, Саратов, 1997. Вып.3. С. 79–82.

#### POSSIBILITIES OF REDUCTION DIMENSIONS AND WEIGHT OF POWER $\mu$ S–MS PULSE MODULATORS

V.V. Kashtanov, A.V. Saprygin  
Saratov state university, Saratov

The various paths of minimization of dimensions and weight of modulators are considered, their comparison is carried out, the virtues and shortages are indicated. The possibility of elimination of the most bulky knots of the "traditional" soft modulator is shown. The concept "of the factor of the transformer", facilitating an evaluation of effectiveness of methods of reduction of a mass and dimensions of powerful modulating devices is entered. Is defined an optimum path of a solution of the posed task – combination of an impulse charge of a capacity accumulator of an energy to the impulse transformer of raised factor of transformation.

## ИМПУЛЬСНЫЙ ЗАРЯД ЕМКОСТНОГО НАКОПИТЕЛЯ ЭНЕРГИИ

В.В. Каштанов, А.В. Сапрыгин

Саратовский государственный университет, г.Саратов

Проведен анализ импульсного заряда емкостного накопителя энергии, позволяющего сократить габариты и вес мощных импульсных генераторов, работающих в периодическом режиме. Рассмотрены два различных устройства импульсного заряда — использованием зарядного трансформатора напряжения (ЗТН) и тока (ЗТТ). Описаны физические процессы, происходящие в таких схемах. Даны основные соотношения, характеризующие работу зарядного трансформатора с емкостной нагрузкой.

Импульсный заряд емкостных накопителей энергии, рациональность и эффективность которого определяется достигнутым к настоящему времени прогрессом в разработке мощных полупроводниковых коммутаторов, является одним из наиболее перспективных средств сокращения массы и габаритов устройств импульсной модуляции СВЧ-генераторов.

Заряд емкостных накопителей в настоящее время производится различными путями [1, 2]. Наиболее эффективными способами импульсного заряда при генерации мощных микросекундных импульсов относительно высокой частоты повторения является заряд с помощью трансформатора напряжения и заряд с помощью индуктивного трансформаторного накопителя энергии.

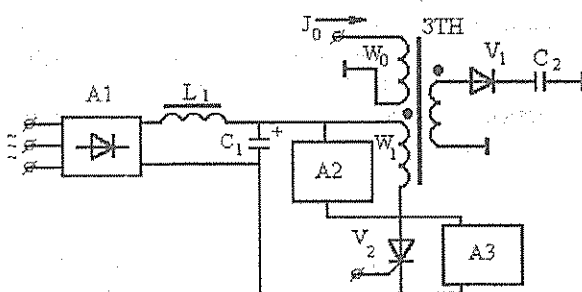


Рис.1

На рис.1 приведена схема заряда емкостного накопителя  $C_2$  (например, суммарной емкости формирующей линии) через зарядный трансформатор напряжения (ЗТН) от низковольтного питающего выпрямителя А1. Заряд накопителя начинается при замыкании низковольтного коммутатора V2, управляемого импульсом подмодулятора. С выпрямителя А1 с фильтром  $L_1$ ,  $C_1$ , напряжение скачком подается на первичную обмотку ЗТН, такое воздействие эквивалентно фронту прямоугольного импульса. Во вторичной обмотке при этом индуцируется Э.Д.С., и емкость  $C_2$  заряжается напряжением до величины  $U_0 \approx 2E_0 K_T$ , где  $E_0$  — напряжение выпрямителя А1;  $K_T = W_2/W_1 > 1$  — коэффициент трансформации ЗТН.

В отличие от импульсного трансформатора для преобразования прямоугольных импульсов, в котором индуктивность рассеивания  $L_p$  искажает форму выходных импульсов, в зарядном трансформаторе напряжения  $L_p$  играет положительную роль зарядной индуктивности, повышая напряжение заряда  $C_2$  почти вдвое.

По истечении времени  $T_3$  ключ V2 размыкается. При изменении частоты повторения в широких пределах необходим отсекающий высоковольтный диод V1 во вторичной обмотке ЗТН. Для увеличения максимального приращений индукции сердечника трансформатора путем его перематывания после заряда накопителя используется подмагничивание постоянным током  $J_0$ , протекающим по специальной обмотке  $W_0$ . В качестве А1 может использоваться любой выпрямитель, но предпочтительнее применение шестифазного выпрямления непосредственно сетевого напряжения по схеме Ларионова при условии изоляции обеих клемм выходного напряжения выпрямителя от нуля (земли). В качестве зарядного коммутатора V2 могут использоваться транзисторы или тиристоры непосредственно или в последовательно-параллельном соединении. Тиристоры применяются при более высоком уровне мощности и напряжения импульсов и при токе намагничивания ЗТН, превышающем ток удержания состояния проводимости тиристора, требуют подключения гасящего устройства А3 того или иного вида [3-6].

Приведенное к первичной обмотке напряжение накопителя  $U_C^*$  после включения V2 изменяется во времени:

$$U_C^*(t) = E_0 + e^{-\delta t} [U_C^*(0) - E_0] (\cos \omega t + \frac{\delta}{\omega} \sin \omega t);$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}, \quad \delta = \frac{R}{2L_p}, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_p C_2}}$$

где  $R$  — суммарное сопротивление потерь обмоток, коммутатора V2 и отсекающего диода V1;  $C_2^*$  — приведенная емкость накопителя;  $U_C^*(0)$  — приведенное начальное напряжение накопителя. Приведенный ток емкости  $C_2$  имеет вид

$$J_C^* = \frac{E_0 - U_C^*(0)}{\omega L_p} e^{-\delta t} \sin \omega t.$$

Максимальное значение напряжения емкости  $C_2$  имеет место при условии  $\omega t_{\max} = \pi$ :

$$U_{Cm}^* = E_0 + [E_0 - U_C^*(0)] e^{-\frac{\pi}{2Q}}$$

Максимальный ток достигается при условии

$$\omega t_m = \pi/2: \quad J_{Cm}^* = \frac{E_0 - U_C^*(0)}{\omega L_p} e^{-\frac{\pi}{4Q}}$$

$$\text{где } Q = \frac{\omega L_p}{R} = \frac{\sqrt{4Q_0^2 - 1}}{2}; \quad Q_0 = \frac{\sqrt{L_p / C_2}}{R}$$

Так как отсекающий диод V1 предотвращает уменьшение напряжения на емкости C2 после достижения максимума, то при  $K_T = W_2/W_1$  и интервале проводимости коммутатора V2, равном  $T_3$  (от момента включения до момента отключения V2, когда заряд C2 закончился),  $T_3 \geq t_{mu}$ , зарядное напряжение накопителя

$$U_0 = K_T \{ E_0 + [E_0 - U_C^*(0)] e^{-\pi/2Q} \}.$$

Пренебрегая током намагничивания ЗТН, получаем, что максимальный ток первичной обмотки  $J_{1m}$ , равный току ключа  $J_{V2}$ , имеет величину

$$J_{1m} = J_{V2} = \frac{E_0 - U_C^*(0)}{\omega L_P \sqrt{1 - 1/4Q^2}} e^{-\frac{\pi}{2\sqrt{4Q^2 - 1}}}.$$

При высокой добротности  $Q_0 \rightarrow \infty$ :

$$U_0 \approx K_T [2E_0 - U_C^*(0)]. \quad (1)$$

$$J_{1m} \approx \frac{E_0 - U_C^*(0)}{\omega L_P} \approx \frac{E_0 - U_C^*(0)}{\sqrt{L_P / C_2}}.$$

Как видно из (1), при  $U_C^*(0) < 0$  напряжение  $U_0 > 2K_T E_0$ , здесь  $2K_T E_0$  - зарядное напряжение накопителя при согласованном режиме разряда, когда  $U_C^*(0) = 0$ . Отрицательное  $U_C^*(0)$  возникает при искрении нагрузки из-за перезаряда формирующей линии суммарной емкостью C2.

Увеличение  $U_0$  при замыканиях нагрузки модулятора, характерное и для традиционных модуляторов с зарядной индуктивностью, уменьшает устойчивость модулятора при пробоях, поэтому и здесь необходимы цепи удаления аварийного напряжения  $U_C^*(0)$ , имеющие незначительные габариты.

Время заряда C2 должно соответствовать условию  $T_3 \geq t_{mu} = T/2$ , поэтому

$$T_3 \geq \frac{\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\omega_0} \frac{Q_0}{\sqrt{4Q_0^2 - 1}} = 2\pi \sqrt{L_P C_2} \frac{Q_0}{\sqrt{4Q_0^2 - 1}}.$$

При  $Q_0 \rightarrow \infty$ ,  $T_3 \geq \pi \sqrt{L_P C_2}$ .

Выбор  $T_3 > \pi/\omega$  приводит лишь к росту тока намагничивания -  $J_\mu$  и соответственно потере энергии. При необходимости уменьшения величины  $J_{1m}$  последовательно с диодом V1 или с первичной обмоткой ЗТН может быть включена дополнительная индуктивность. При этом соответственно увеличивается величина  $T_3$ .

При полном согласованном разряде накопителя в виде формирующего двухполосника для

$$T_3 = \pi \sqrt{L_P C_2} \\ J_{1m} = \frac{\pi K_T P_H t_U}{U_0 T_3} = \frac{\pi}{2} J_H \frac{t_U}{T_3}, \quad (2)$$

где  $t_U$  - длительность импульсов модулятора;  $P_H$ ,  $J_H$  - импульсная мощность и импульсный ток нагрузки модулятора.

Хотя зарядный трансформатор ЗТН работает при квазипрямоугольном входном напряжении, характер намагничивания его сердечника (зависимость  $B(t)$  в пределах  $T_3$ ) отличается от харак-

тера намагничивания сердечника обычного, импульсного трансформатора из-за влияния индуктивности рассеяния. Можно, однако, показать, что для ЗТН справедливо известное соотношение, определяющее импульсное приращение индукции:

$$\Delta B = \frac{U_1 T_3}{W_1 S}.$$

Поэтому фактор габаритов зарядного трансформатора  $\Phi_{T_3}$  имеет вид

$$\Phi_{T_3} = \frac{T_3}{\Delta B} \quad (3)$$

Как видно из (3), масса и габариты ЗТН могут быть уменьшены выбором малого времени заряда  $T_3$ . Из (2), однако, следует, что уменьшение  $\Phi_{T_3}$  может быть достигнуто лишь ценой повышения амплитуды тока  $J_{1m}$ , т.е. увеличением импульсного тока зарядного ключа.

В случае допустимости высокого приращения индукции  $\Delta B = \Delta B_m$  (что справедливо для радиолокационного диапазона частот повторения импульсов), для сокращения  $\Phi_{T_3}$  рационально подмагничивать сердечник постоянным магнитным полем тока  $J_0$  или импульсным магнитным полем. Это позволяет получить  $\Delta B_m = 2B_m$ .

Анализ показывает, что из-за влияния индуктивности рассеяния изменения тока намагничивания  $i_\mu(t)$  в пределах времени заряда  $T_3$  отличается от линейного изменения, характерного для обычных импульсных трансформаторов. Тем не менее в конце заряда при  $T_3 = \pi/\omega$  ток намагничивания

$$J_\mu(T_3) = \frac{E_0}{L_\mu} T_3$$

где  $L_\mu$  - индуктивность намагничивания ЗТН.

После отключения зарядного ключа V1 ток  $J_\mu(T_3)$  замыкается через демпфирующую цепь A2, представляющую собой в простейшем случае сопротивление. Величина броска напряжения от тока  $J_\mu(T_3)$  ограничивает выбор тиристоров V1, поэтому необходимо стремиться к увеличению  $L_\mu$ . Это одновременно позволяет повысить КПД заряда накопителя. Для повышения КПД заряда необходимо также уменьшать динамическую емкость зарядного трансформатора  $C_T$ , чтобы выполнялось условие:  $C_T \ll C_2$ .

Таким образом, ЗТН по сравнению с обычным импульсным трансформатором работает в своеобразном режиме, когда длительность входного квазипрямоугольного напряжения равна «фронту» выходного импульсного напряжения.

На рис.2 приведена схема импульсного заряда емкостного накопителя с помощью зарядного трансформатора тока (ЗТТ).

При замкнутом разрывном коммутаторе V1 (транзисторе или тиристоре с гасящим устройством A3) в первичной обмотке ЗТТ накапливается энергия магнитного поля от источника A1. При отключении V1 происходит скачок тока во вторичной обмотке до величины  $J_{20} \approx J_{10}/K_T$  и начинается передача энергии



вторичной обмотки через отсекающий диод V2 накопителю C2 ( $J_{10}$  - зарядный ток в первичной обмотке ЗТТ).

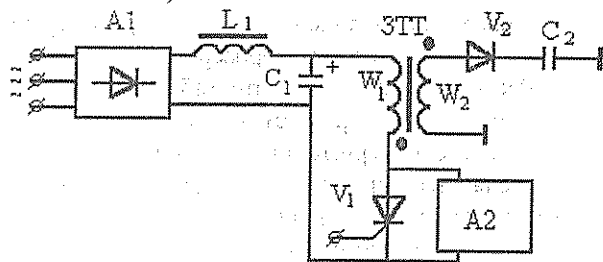


Рис.2

При таком импульсном заряде происходит передача энергии индуктивного трансформаторного накопителя ЗТТ емкостному накопителю C2.

КПД заряда индуктивного накопителя [7]:

$$\eta_L = \frac{1}{2} \frac{\left[1 - \exp\left(-\frac{T_L}{\tau_L}\right)\right]^2}{\frac{T_L}{\tau_L} - \left[1 - \exp\left(-\frac{T_L}{\tau_L}\right)\right]} \approx 0,965 - 0,43 \frac{T_L}{\tau_L},$$

где  $\tau_L$  - постоянная времени зарядной цепи;  $T_L$  - время заряда.

Уже при  $T_L/\tau_L = 1$   $\eta_L = 0,535$ , т.е. потери практически равны накопленной энергии, поэтому необходимо, чтобы время заряда  $T_L$  было малым по сравнению с  $\tau_L$ :  $T_L < 0,1\tau_L$ . Получаемое зарядное напряжение  $U_0$  равно максимальному напряжению накопителя  $C_2 - U_{cm}$ . При высокой добротности разрядной цепи ЗТТ

$$U_0 = U_{cm} \approx \sqrt{(\rho J_{20})^2 + U_C^2(0)}, \quad (4)$$

где  $\rho = \sqrt{L_2/C_2}$  - волновое сопротивление разрядного контура;  $U_C(0)$  - начальное напряжение накопителя.

Из соотношения (4) видно, что и в этом случае  $U_0$  зависит от искрения нагрузки, поэтому и здесь необходимо удаление аварийного напряжения  $U_C(0)$ .

Зарядный ток накопителя  $J_{10}$  для  $T_L \ll \tau_L$  определяется как:

$$J_{10} = \frac{E_0}{L_1} T_L = \frac{2W_H}{E_0 T_L}, \quad (5)$$

где  $W_H$  - энергия импульсов модулятора.

Время передачи энергии от индуктивного накопителя к емкостному  $T_C$ :

$$T_C \approx \frac{\pi}{2} \sqrt{L_2 C_2}$$

При коэффициенте связи  $K_C = 1$  между обмотками ЗТТ

$$K_T = \sqrt{L_2/L_1} \approx 0,9 \frac{T_C \sqrt{W_H/C_2}}{T_L E_0} \approx 0,64 \frac{T_C U_0}{T_L E_0}. \quad (6)$$

Очевидно, период повторения импульсов  $T_H$  должен соответствовать условию  $T_H \geq T_L + T_C = \tau_L$ . Выбор  $T_H > \tau_L$  возможен и иногда необходим.

Практически это осуществляется смещением времени момента включения V1 по отношению к моменту включения выходного коммутатора модулятора, разряжающего накопитель C2.

Из соотношений (4), (5) следует, что амплитуда выходных импульсов, пропорциональная  $U_0$ , может регулироваться и стабилизироваться изменением времени  $\tau_L$ . Для этой же цели может использоваться изменение времени передачи энергии от индуктивного накопителя (ЗТТ) емкостному  $T_C$ .

Прямое импульсное напряжение  $U_T$  на размыкающем ключе V1 в конце заряда емкостного накопителя  $U_T = U_0/K_T$ , поэтому хотя применение вместо ЗТТ простой накопительной индуктивности [3, 5] и приводит к повышению КПД заряда емкостного C2, но достигается ценой высокого напряжения  $U_T = U_0$  и ограничено возможностями по напряжению современных полупроводниковых коммутаторов.

Сравнение режимов работы замыкающего зарядного ключа при импульсном заряде с ЗТТ и размыкающего ключа накопительной индуктивности при одинаковом времени заряда накопителя C2 показывает, что их максимальные импульсные токи относятся как  $J_{1m}/J_{10} = K_T$ , но в то же время прямое импульсное напряжение замыкающего коммутатора V1 в  $2K_T$  раз меньше, чем у размыкающего.

Как видно из соотношения (6), при заданном отношении  $U_0/E_0$  величина  $K_T$  может варьироваться изменением отношения  $T_C/T_L$ , что может использоваться для уменьшения величины  $U_T$ .

На уровнях средних мощностей модулирующих импульсов в ЗТТ еще рационально использование ферросердечников [1]. Но для устранения глубокого насыщения при большой величине ампер-витков накопителя необходимо применение в сердечнике значительного воздушного зазора.

Закон магнитной цепи для сердечника имеет вид:

$$i_w = \int_{\ell_{ж}} H dl = \int_{\ell_b} H dl.$$

Для полного использования возможностей сердечника его индукцию следует выбирать максимальной ( $B_m$ ), т.е. брать предельные точки индукции напряженности на петле гистерезиса  $B_m$  и  $H_m$ , когда магнитная проницаемость сердечника

$$\mu_a = B_m/H_m = \mu \mu_0,$$

где  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м.

В нулевом приближении имеем:

$$J_{10} W_1 \approx H_m \ell_{\phi} + B_m \ell_b, \quad (7)$$

где  $\ell_{\phi}$  - средняя длина магнитопровода сердечника  $\ell_b$  - величина зазора.

Магнитное сопротивление зазора  $R_{Mb} = \ell_b/\mu_0 S$ ,  $B_m \ell_b = R_{Mb} \Phi_m$ , где  $\Phi_m$  - максимальный магнитный поток в сердечнике, поэтому

$$B_m \ell_b = \mu \ell_b H_m. \quad (8)$$

Из соотношений (7) и (8) получаем

$$J_{10} \approx \frac{\lambda_{\Phi}}{W_1} \left( 1 + \mu \frac{\lambda_b}{\lambda_{\Phi}} \right) H_m. \quad (9)$$

Из соотношения (9) видно, что увеличение воздушного зазора  $\lambda_b$  позволяет повысить зарядный ток накопителя  $J_{10}$ .

Индуктивность первичной обмотки при увеличении  $\lambda_b$  понижается в соответствии с известной формулой:

$$L \approx \frac{\mu S W_1^2}{\lambda \left( 1 + \mu \frac{\lambda_b}{\lambda} \right)} = \frac{L_{T0}}{1 + \mu \frac{\lambda_b}{\lambda}}$$

Тем не менее квадратичное влияние тока, на запасенную энергию  $L_1 \frac{J_{10}^2}{2}$  превалирует до определен-

ных пределов увеличения зазора, определяя рациональность применения ферросердечника в ЗТТ.

Расчеты показывают, что габариты ЗТН и ЗТТ при импульсном заряде емкостного накопителя оказываются соизмеримыми с габаритами зарядного дросселя традиционного мягкого модулятора, при этом в отличие от традиционного устройства исключаются такие массогабаритные узлы, как высоковольтный выпрямитель питания, преобразователь частоты, регуляторы напряжения.

#### Библиографический список

1. Сенилов Г.Н. Светотехнические импульсные установки. М., 1979.
2. Бутаков Л.Д. Импульсное зарядное устройство // ПТЭ. 1985. № 5. С. 111–113.
3. А.с. 451181 СССР, МКИ НОЗК 5/08. Генератор импульсов.
4. А.с. 452912 СССР, МКИ НОЗК 7/08. Модулятор с частичным разрядом накопителя энергии.
5. А.с. 1212288 СССР, МКИ НОЗК 5/08. Генератор мощных импульсов.
6. Ауслендер В.Д. Импульсный модулятор // ПТЭ. 1982. № 2. С. 102 – 106.
7. Матханов П.Н. Генератор мощных видеоимпульсов с индуктивным накопителем // Изв. вузов. Энергетика. 1966. № 5. С. 28 – 33.

#### PULSE CHARGE OF A CAPACITY STORAGE OF AN ENERGY

V.V.Kashitanov, A.V. Saprygin

Saratov state university, Saratov

The analysis of an impulse charge of a capacity accumulator of an energy permitting to reduce dimensions and weight of powerful impulse generators, working in a periodic condition is carried out (spent). Two various devices of an impulse charge – use of the charge transformer of voltage and current are considered. The physical processes happening in such schemes are circumscribed. The basic relations describing work of the charge transformer with a capacity load are given.

УДК 621.374.224.

#### АНАЛИЗ ПАССИВНОЙ RL-КОРРЕКЦИИ ВЕРШИНЫ МОЩНЫХ ИМПУЛЬСОВ

А.В. Сапрыгин, В.В. Каштанов

Саратовский государственный университет, г.Саратов

Проведены анализ корректирующей RL-цепи, широко применяемой при частичном разряде емкостного накопителя энергии и сравнение различных критериев расчета RL-коррекции. Предложен алгоритм расчета параметров корректирующей цепи с применением ЭВМ на основе обобщенных нормированных кривых вершины модулирующих импульсов. Показано, что с помощью таких кривых возможно определение оптимальных параметров элементов RL-коррекции, обеспечивающих максимальный коэффициент сглаживания неравномерности вершины при заданных потерях напряжения на коррекцию.

Для уменьшения неравномерности вершины  $\Delta U/U$  мощных импульсов применяются различные виды пассивной коррекции [1–10]. Сложная коррекция [5–10], обеспечивающая высокое сглаживание неравномерности и малые потери напряжения, требует, однако, тщательного подбора элементов при отладке модулятора. Уход параметров её элементов (из-за изменения температуры, старения и т.д.) от их оптимальных величин должен сводиться к минимуму. Уменьшение числа элементов корректирующей цепи позволяет минимизировать вредное влияние нестабильности её элементов на неравномерность вершины.

Простейшим видом пассивной коррекции, применяемой при частичном разряде емкостного нако-

пителя энергии, является RL-коррекция [1–4]. Выравнивание скоса вершины достигается в результате уменьшения к концу импульса сопротивления параллельной RL-цепи, включенной последовательно с нагрузкой. При выборе полутора – двухкратного запаса по коэффициенту сглаживания  $\psi$  такой коррекцией можно обеспечить не превышение заданной величины  $\Delta U/U$  при практически возможных уходах элементов этой цепи.

Несмотря на простоту корректирующей цепи, расчет её параметров в различных работах производится по-разному, исходя из различных критериев плоскости вершины. В наиболее ранней работе [1] используется условие

$$\left(\frac{di_H}{dt}\right)_{t=0} = 0,$$

т.е. наибольшее отклонение тока нагрузки от начальной величины появляется к концу импульса. Как видно из расчетных зависимостей, приведенных в [1], RL-цепь, рассчитанная таким образом, обеспечивает незначительное сглаживание, порядка нескольких единиц.

Столь же незначительное сглаживание (около 4-х раз) получается в случае выбора параметров RL-цепи, исходя из условия наилучшего приближения реакции (или переходного сопротивления) RL-цепи к линейному закону [2, 3].

Как показано в [4], значительно большее сглаживание (до  $\psi=50$ ) можно получить с RL-цепью, рассчитанной из условия равенства тока нагрузки в начале и конце импульса.

Потери напряжения на коррекцию обычно выражаются как

$$U_K = v \Delta U = U_0 - U_H,$$

где  $v$  - коэффициент потерь напряжения на коррекцию;  $\Delta U$  - абсолютная неравномерность вершины импульса;  $U_0$  - зарядное напряжение накопителя;  $U_H$  - напряжение, приложенное к нагрузке.

При RL-коррекции всегда  $v \geq 1,125$ , причем, в случае расчета по [4],  $v$  резко возрастает с повышением коэффициента сглаживания. Например, при коэффициенте сглаживания  $\psi=50$ ,  $v > 2$  и потери мощности "на коррекцию", отнесенные к полной мощности модулятора, превышают величину  $2,5 \Delta U / U_0$ , что практически исключает применение такой коррекции для выравнивания импульсов со спадом более 20%.

Таким образом, приведенные в литературе расчеты RL-коррекции основаны на жестких исходных критериях или каких-либо приближениях, упрощающих методику расчета. Однако если использовать возможности современной электронно-вычислительной техники, указанные ограничения не нужны, задача исследования RL-коррекции решается напрямую путем расчета и изучения нормированных кривых напряжения нагрузки.

На рис.1 приведена эквивалентная схема разряда накопительного конденсатора  $C_0$  через RL-корректирующую цепь на полное сопротивление нагрузки  $R_H^*$ , включающее, кроме сопротивления нагрузки  $R_H$  (статическое сопротивление магнетрона), внутреннее сопротивление модуляторной лампы, а также разрядную цепь паразитной емкости при формировании среза импульса.

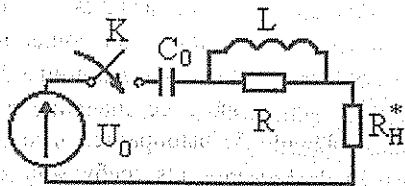


Рис.1

Операторное изображение тока нагрузки в такой цепи имеет вид

$$J_H(p) = U(p) / Z(p),$$

где  $U(p) = U_0/p$  - изображение скачка напряжения  $U_0$  по Лапласу;  $Z(p)$  - операторное сопротивление цепи:

$$Z(p) = R_H^* + \frac{1}{pC_0} + \frac{pLR}{R + pL}.$$

Изображение напряжения, приложенного к нагрузке,

$$U_H(p) = R_H^* J_H(p)$$

после преобразований имеет вид

$$U_H(p) = \frac{(pLC_0 + RC_0)R_H^*U_0}{p^2(LC_0R_H^* + LC_0R) + p(RC_0R_H^* + L) + R} \quad (1)$$

Примем за базы нормирования напряжение  $U_0$ , емкость  $C_0$ , сопротивление нагрузки  $R_H^*$ . Тогда базы по времени и индуктивности будут:

$$\tau_0 = R_H^* C_0; L_0 = R_H^{*2} C_0.$$

Таким образом, имеем нормированные безразмерные сопротивление  $r$ , индуктивность  $\ell$  корректирующей цепи:  $R = rR_H^*$ ;  $L = \ell L_0$ . В соответствии с (1), нормированное операторное напряжение, приложенное к нагрузке, с учетом введенных баз и безразмерных параметров получается в виде

$$u_H(p) = \frac{U_H(p)}{U_0} = \frac{p\ell R_H^{*2} C_0^2 + rR_H^* C_0}{p^2(\ell R_H^{*2} C_0^2 + \ell R_H^{*2} C_0^2 r) + p(rR_H^* C_0 + \ell R_H^* C_0) + r} \quad (2)$$

Переходя к безразмерному оператору  $p_1 = pR_H^* C_0 = p\tau_0$ ,  $p = p_1 / \tau_0$ , получаем из (2), что

$$u_H(p_1) = \frac{p_1 \ell \tau_0 + r \tau_0}{p_1^2 (\ell + \ell r) + p_1 (r + \ell) + r} = \tau_0 \frac{p_1 \frac{\ell}{r} + 1}{p_1^2 \frac{\ell}{r} (1+r) + p_1 \frac{r+\ell}{r} + 1}$$

Для дальнейшего упрощения введем обозначение

$$a = \sqrt{\frac{\ell}{r} (1+r)},$$

и проведем дополнительную замену оператора  $p_2^2 = a^2 p_1^2$ ;  $p_1 = p_2 / a$ .

Тогда напряжение на нагрузке в зависимости от  $p_2$  имеет вид

$$v_H(p_2) = \tau_0 \cdot \frac{\frac{\ell p_2}{ar} + 1}{p_2^2 + \frac{r+\ell}{ar} p_2 + 1} \quad (3)$$

где  $p_2 = a p_1 = a \tau_0 p$ .

После преобразований выражение (3) может быть представлено в виде

$$v_H(p_2) = a\tau_0 \cdot \frac{1}{1+r} \cdot \frac{p_2 + \frac{r+1}{a}}{p_2^2 + \frac{r+\lambda}{ar} p_2 + 1} \quad (4)$$

Введем обозначения:

$$\alpha = \frac{1}{1+r};$$

$$\beta = \frac{r+1}{a} = \frac{r+1}{\sqrt{\lambda r \cdot (1+r)}} = \sqrt{r(1+r)/\lambda};$$

$$2\delta = \frac{r+\lambda}{ar} = \frac{r+\lambda}{r\sqrt{(1+r)\lambda/r}} = \frac{r+\lambda}{\sqrt{(1+r)r\lambda}},$$

и подставим их в (4). Получаем, что

$$v_H(p_2) = a\tau_0 \alpha \cdot \frac{p_2 + \beta}{p_2^2 + 2\delta p_2 + 1}, \quad (5)$$

или

$$v_H(p_2) = a\tau_0 \alpha \cdot \frac{p_2 + \beta}{(p_2 - x_1)(p_2 - x_2)}, \quad (6)$$

где  $x_1, x_2$  – корни полинома знаменателя выражения (5).

По теореме подобия выражение (6) соответствует нормированному напряжению нагрузки в нормированном времени:

$$\tau = \frac{t}{a\tau_0} = \frac{t}{R_H^* C_0 \sqrt{(1+r)\lambda/r}}; \quad (7)$$

$$u_H(\tau) = M(A\lambda^{x_1 \tau} - B\lambda^{x_2 \tau}),$$

$$\text{где } M = \frac{\alpha}{2\sqrt{\delta^2 - 1}}; A = \beta + x_1; B = \beta + x_2.$$

Как видно из приведенного, характер разрядной кривой  $u_H(\tau)$  определяется только двумя параметрами:  $r, \lambda$ .

Начальное напряжение нагрузки при  $\tau=0$

$$u_H(0) = \alpha = 1/(1+r).$$

Поэтому величина  $r$  определяет потери напряжения "на коррекцию":

$$u_K = 1 - u_H(0) = r/(1+r).$$

Поскольку на допустимую величину  $u_K$  всегда накладываются жесткие практические ограничения, остается единственный независимый параметр  $\lambda$ , определяющий качество коррекции вершины – её неравномерность  $\Delta u/u$  и коэффициент сглаживания  $\psi$ . Рассмотрим величину  $t/\tau_0 = t/(R_H^* C_0)$ . Её физический смысл в том, что при  $t=t_u$ ,  $t_u/\tau_0 = \lambda_0 = \Delta u/u$  – относительной неравномерности скоса вершины некорректированного разряда  $C_0$  за время длительности  $t_u$ .

Задаваясь достаточно малым шагом  $\Delta t$  по  $\tau$ , можно с помощью ЭВМ на основе соотношения (7) рассчитать зависимости нормированного напряжения  $u_H(\tau)$  для выбранных значений  $\tau$  и  $\lambda$ , произвести сравнение эффективности различных критериев расчета RL-коррекции по достигаемому коэффициенту сглаживания  $\psi$ . По кривым определяются, исходя из принятого критерия, величина абсолютной неравно-

мерности вершины  $\Delta u = \Delta u(r, \lambda)$  и длительность вершины скорректированного импульса по  $\tau$ :  $\tau_m(r, \lambda)$ , в пределах которой абсолютная неравномерность  $\Delta u$  не превышает заданной величины.

Так как амплитуда импульса

$$u = u_H(0) = \alpha = 1/(1+r),$$

то относительная неравномерность будет связана с абсолютной:

$$\Delta u/u \approx (1+r)\Delta u(r, \lambda).$$

При  $t=t_u$  получаем, что

$$\tau = \tau_m(r, \lambda) = \frac{t_u}{R_H^* C_0 \sqrt{(1+r)\lambda/r}} = \frac{\lambda(r, \lambda)}{\sqrt{(1+r)\lambda/r}};$$

и

$$\lambda_0(r, \lambda) = \tau_m(r, \lambda) \sqrt{(1+r)\lambda/r}$$

отсюда

$$\psi = \frac{\lambda_0}{\Delta u/u} = \frac{\tau_m(r, \lambda) \sqrt{\lambda/(1+r)r}}{\Delta u(r, \lambda)}$$

Приведенные в источниках критерии расчета LR-коррекции дают ту или иную связь между  $r$  и  $\lambda$ . [1] дает величину  $L = R^2 C_0$ , т.е.  $\lambda = r^2$ . Все остальные критерии дают значения  $\lambda < r^2$ . Рассчитанные зависимости  $u_H(\tau)$  имеют общий вид, приведенный на рис.2.

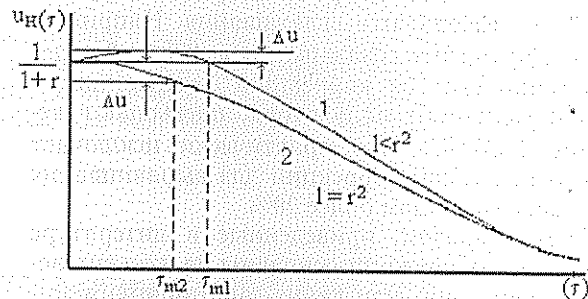


Рис.2

При приближении  $\lambda$  к  $\lambda = r^2$  величина  $\Delta u$  кривой 1 (полученная для приближения по [2; 4]) уменьшается и может быть сведена до любой малой величины, но при этом сокращается длительность скорректированной вершины  $\tau_m$ . При уменьшении  $\tau_m$  можно свести до минимума  $\Delta u$  и у кривой 2, поэтому индуктивная коррекция при всей своей простоте позволяет получать любую малую неравномерность  $\Delta u/u$  независимо от выбранного критерия.

Оптимальность критерия определяется максимальной получаемой величиной  $\psi$  при неизменной величине  $\Delta u$ . При заданной величине  $r$  значение оптимальной индуктивности  $\lambda_{opt}$  может быть получено расчетом на ЭВМ зависимостей  $u_H(\tau)$  для различных задаваемых значений  $\lambda$  на основе соотношения (7). В качестве нулевого приближения величины  $\lambda$  при этом необходимо использовать её значение по [2]. Из задаваемых значений  $\lambda$  выбирается в качестве оптимального  $\lambda_{opt}$  то, которое для требуемой неравномерности  $\Delta u$  имеет наибольшую величину корректируемого скоса  $\lambda_0$ .

## Библиографический список

1. Детали и элементы радиолокационных станций: В 2 / Под ред. А.Я. Брейтбарта. М., 1952. Т.2.
2. Иванов А.Г., Сосновкин Л.Н. Импульсные передатчики СВЧ. М., 1956.
3. Матханов П.Н. Синтез цепи, корректирующей форму импульса в ламповых модуляторах. Научные доклады высшей школы // Радиотехника и электроника. 1959. № 2. С. 75.
4. Плисс Л.Е.. Коррекция импульсов, модулирующих магнетронный генератор // Тр. НИИ - 17 МАП СССР. 1957. Вып.2(46). С. 93.
5. Савкин В.Я. Генератор сильноточных высоковольтных импульсов со стабилизацией вершины // ПТЭ. 1981. № 3. С. 115-116.
6. Мовшевич Б.З., Крыльцов М.Ю. Генератор высоковольтных импульсов с малой неравномерностью вершины // ПТЭ. 1986. №2. С. 128-130.
7. Гладких М.А. Мощный прецизионный импульсный модулятор с искусственной линией на варномерах // ПТЭ. 1985. № 3. С.119 - 120.
8. Каштанов В.В., Харитонов И.П. Простая коррекция вершины импульсов лампового модулятора // Вопросы радиоэлектроники. 1964. Сер. IV. № 13. С. 61 - 64.
9. Каштанов В.В. Коррекция вершины импульсов лампового модулятора // Вопросы радиоэлектроники. 1966. Сер. IV. № 1. С.5 - 7.
10. Каштанов В.В., Сапрыгин А.В. Импульсный модулятор 3-х сантиметрового магнетрона // ПТЭ. 1992. № 5. С. 40-44.

## THE ANALYSIS OF PASSIVE TOP RL-CORRECTION OF POWER PULSES

A.V. Saprygin, V.V. Kashtanov

Saratov state university, Saratov

The RL-circuits widely used with a partial discharge of a capacity accumulator of an energy and a comparison of various criterions of account of a RL-correction are carried out the analysis correcting. The algorithm of account of parameters of a correcting circuit with application of the COMPUTER because of generalized normalized curve tops of modulating impulses is offered. It is shown, that with the help of such curve the definition of optimum parameters of the elements RL-correction ensuring maximum factor of smoothing of nonuniformity of top with given losses of voltage on a correction is possible.

УДК 621.374.224.

## АКТИВНАЯ КОРРЕКЦИЯ ВЕРШИНЫ МОЩНЫХ ВЫСОКОВОЛЬТНЫХ ИМПУЛЬСОВ

А.В.Сапрыгин, В.В.Каштанов

Саратовский государственный университет, г.Саратов

Проведено сравнение применяемых видов активной коррекции. Показана эффективность активной коррекции с негативной обратной связью. Получены основные соотношения, определяющие девиации вершины импульсов при линейной и магнетронной нагрузках для активной коррекции без регулирующих ламп. Эти выражения позволяют вычислять относительную неравномерность вершины в зависимости от параметров и режимов коммутирующих ламп. Показано, что наилучшее сглаживание девиаций достигается в нормальных режимах или в районе точки перегиба анодных характеристик коммутаторов.

В современных устройствах генерации мощных импульсов с малой неравномерностью вершины активной коррекция вершины применяется довольно широко, хотя это всегда связано с их усложнением. В случае ее применения устраняется влияние всех дестабилизирующих факторов: колебаний питающей сети, теплового изменения элементов формирующих цепей, изменения параметров нагрузки и т.д. В отдельных случаях достигнуты высокие коэффициенты сглаживания неравномерности вершины, превышающие  $10^2$  [1, 2]. Существенным недостатком активной коррекции, кроме схемного усложнения, является склонность к самовозбуждению модулятора, охарактеризованного негативной обратной связью [2]. Условия самовозбуждения особенно улучшаются при генерации импульсов коротких длительностей, так как при этом необходимы более высокочастотные устройства усиления и преобразования девиаций вершины. В применяемых устройствах активной коррекции сглаживание неравномерностей вершины достигается различными путями.

Наиболее простым путем является ограничение амплитуды импульсов с помощью специальных цепей. В [3] для уменьшения неравномерно-

сти вершины применяется балластная цепь из 18-ти последовательных варисторов и нелинейных ограничителей напряжения, подключаемых параллельно нагрузке. Достигнуто десятикратное сглаживание неравномерности до 0,5% при напряжении импульсов 30 кВ, токе 75 А. Длительность импульсов - 200 мкс. При всей простоте такого способа очевидна его ограниченность для широкого применения (из-за ограниченности номенклатуры высоковольтных варисторов и ограничителей напряжения), кроме того существенно снижение КПД генератора импульсов с такой коррекцией, так как ток балластной цепи может приближаться по величине к току нагрузки.

Более рациональным является применение диодного ограничения амплитуды импульсов с опорным источником практически (во время импульса) постоянного напряжения [4,5]. В качестве опорного источника используется достаточно большая емкость, шунтированная сопротивлением утечки, через которое стекает излишний заряд, накопленный при ограничении неравномерной части вершины. КПД такого устройства значительно выше, так как ток через цепь начинает протекать лишь после превышения

напряжением нагрузки опорного напряжения. Эффективность действия определяется прежде всего малой величиной импульсного сопротивления диода. Одновременно диод должен обладать высоким обратным напряжением. Такие требования к диоду ограничивают применение рассматриваемой цепи. Практически её можно реализовать, используя большое число последовательных высоковольтных полупроводниковых диодов, с выравнивающими сопротивлениями. В [6–8] ограничивающая диодная цепь содержит одновременно и набор последовательных опорных емкостей, заряжаемых в паузе между импульсами от основного источника питания генератора импульсов [6, 8] или непосредственно корректируемыми импульсами [7]. В последнем случае неизбежна резкая зависимость опорного напряжения, а следовательно, и ограниченной амплитуды импульсов от их скважности. В устройствах [6, 8], кроме меньшей зависимости от скважности, достигается частичная рекуперация энергии опорных конденсаторов (особенно в [8]), приводящая к повышению КПД.

Возможно осуществление ограничения шунтированием во время импульса не нагрузки, а модуляторной лампы. В [9] это осуществляется подключением ограничивающего диода к аноду модуляторной лампы. Опорная емкость заряжается специальным источником с напряжением, близким к импульсному анодному напряжению. При достаточно малом сопротивлении диода анодное напряжение лампы при формировании вершины фиксируется на уровне опорного напряжения. Таким образом, устраняется влияние любых факторов на импульсное анодное напряжение, в том числе и влияние избыточного сетевого напряжения. В устройстве столь же жесткие требования к ограничивающему диоду, как и в [4, 5], но при этом дополнительно не устраняется влияние неравномерности емкостного накопителя энергии. Поэтому для получения малой относительной неравномерности вершины импульсов модулятора необходима эффективная пассивная коррекция.

Менее удачной попыткой достижения такого эффекта, как в [9], является работа [10], так как в этом случае требуется применение многообмоточного импульсного трансформатора. В [11, 12] для устранения скаса напряжения из-за разряда накопительной емкости используется изменение импульсного анодного напряжения модуляторной лампы от большого к малому во время формирования вершины, полученное путем увеличения избыточного напряжения к концу импульса. В [11] это достигается постепенным уменьшением подгрузки генератора отпирающих импульсов емкостью, заряжаемой через диод, в [12] используется негативная обратная связь, образуемая параллельной  $RL$ -цепью, включенной в катод модуляторной лампы. Оба указанных способа применимы лишь для компенсации одного вида неравномерности — падающего по линейному закону скаса напряжения к концу импульса. Последний из них требует значительного увеличения напряжения отпирающих импульсов.

В [1, 13–15] сглаживание неравномерности осуществляется подключаемой параллельно нагрузке высоковольтной регулирующей электронной лампой [13] или делителем напряжения с регулирующей лампой [1], на которые в противофазе подается напряжение выделенной неравномерности напряжения нагрузки. При повышении напряжения пульсаций (неравномерности) сопротивление регулирующей цепи понижается, подгрузка модулятора повышается и пульсации вершины уменьшаются из-за увеличения падения напряжения на сопротивлении модулятора (при жестком модуляторе — на сопротивлении модуляторной лампы). Кроме громоздкости устройства, включающего в себя специальные мощные высоковольтные лампы, существенно понижается КПД модулятора с ростом начальной сглаживаемой неравномерности. Величина требуемого высокого напряжения регулирующей лампы может быть понижена, а КПД повышен применением вместо делителя напряжения диодно-емкостного ограничивающего блока, подобного [6]. При этом совмещается ограничение и регулировка с негативной обратной связью [16]. Тем не менее остается необходимость в мощной регулирующей лампе и сложной схеме её управления.

В [2] функции регулирующей и коммутирующей лампы совмещены. Напряжение негативной обратной связи после ограничения и усиления подается в цепь управляющей сетки модуляторной лампы. Достигнуто стократное сглаживание 10%-ной неравномерности вершины импульсов мощности 100 кВт. Устройство обратной связи содержит 4 электронные лампы и подвержено самовозбуждению, хотя длительность корректируемых импульсов велика — 200 мкс.

Предложенный в [2] путь реализации активной коррекции представляется наиболее эффективным, так как без регулирующей лампы позволяет получать высокое сглаживание вершины, не требует применения уникальных дорогостоящих узлов и устраняет влияние всех дестабилизирующих факторов на вершину импульсов. При современной полупроводниковой элементной базе возможно построение весьма низкоомных высокочастотных усилителей девиаций вершины, которые могут позволить реализацию на коротких длительностях устойчивой негативной обратной связи без самовозбуждения модулятора. Какой-либо анализ возможностей такой коррекции в литературе отсутствует. Определим коэффициент сглаживания  $\psi$ .

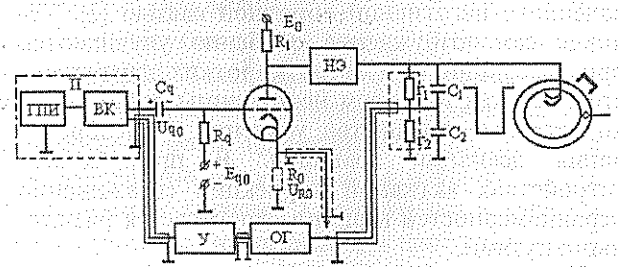


Схема активной коррекции неравномерности вершины с негативной обратной связью, используемой в качестве регулирующего элемента непосредственно модуляторную лампу, приведена на рисунке. Выходной каскад ВК подмодулятора П оторван от земли и подключен к низкоомному выходу усилителя девиаций вершины У с коэффициентом усиления  $K_Y$ . Напряжение выходных импульсов с компенсированного делителя напряжения  $r_1 C_1 \div r_2 C_2$  с коэффициентом деления  $K_q$  подается на вход ограничителя ОГ, выделяющего девиации вершины  $\pm \Delta U/2$ . С выхода ограничителя девиации подают на вход усилителя У. Все соединения канала девиаций выполняются тщательно согласованным кабелем, исключая наводки и какие-либо отражения из-за рассогласования. Компенсированный делитель напряжения используется как наиболее широкополосное устройство импульсного деления, позволяющее скомпенсировать неизбежные паразитные емкости монтажа. Сопротивления  $r_1, r_2$  делителя составляют вместе зарядно-разрядное сопротивление модулятора  $R_2$ . При этом КПД модулятора остается таким же, как без обратной связи; одновременно позволяя свести до минимума выходное сопротивление делителя, что необходимо для устранения самовозбуждения модулятора.

Поскольку импульсный ток сопротивления  $R_2$  всегда на порядок меньше анодного импульсного тока, выходное сопротивление источника девиаций вершины можно еще снизить на порядок и более, если снимать входное напряжение ограничителя с катодного сопротивления  $R_0$  модуляторной лампы («катодная связь», как показано петитом на рисунке). При этом, однако, возрастает амплитуда импульсов подмодулятора на импульсное напряжение, приложенное к  $R_0$  при формировании выходных импульсов.

ГПИ – генератор пусковых импульсов подмодулятора. Изоляция выходного каскада подмодулятора ВК от земли и его экранировка легко осуществимы при тиратронном подмодуляторе. Для определения получаемой неравномерности при такой коррекции можно использовать соотношения, полученные в [17]. Однако при «катодной связи» они не пригодны, поэтому используем уравнение триода в дифференциальной форме, учитывающее лишь переменную составляющую ограниченной части вершины, которая в общем случае представляет собой непериодические девиации (колебания), наложенные на плоскую образующую вершины выходных импульсов. Пренебрежем искажениями девиаций в канале обратной связи, влиянием паразитной обратной связи и токораспределением модуляторной лампы, работающей в режиме положительных сеточных токов. При этом в функции тока анода  $J_a = J_a(U_a; U_q)$  аргументы  $U_a, U_q$  независимы друг от друга, поэтому

$$dJ_a = \frac{\partial J_a}{\partial U_q} dU_q + \frac{\partial J_a}{\partial U_a} dU_a. \quad (1)$$

Зарядное напряжение накопителя энергии (НЭ)

$$U_0 \approx U_H + U_a, \text{ т.е. } dU_0 \approx dU_0 - dU_H.$$

Ток анода модуляторной лампы

$$J_a \approx J_H + J_R, \text{ т.е. } dJ_a \approx dJ_H + dJ_R,$$

где  $U_H$  – импульсное напряжение, приложенное к нагрузке;  $U_a$  – импульсное падение напряжения на модуляторной лампе;  $J_H$  – ток нагрузки;  $J_R$  – суммарный ток сопротивлений  $R_1, R_2$ , включенных при разряде НЭ параллельно, т.е.

$$R = R_1 R_2 / (R_1 + R_2); J_R = U_R / R \approx U_H / R.$$

При линейной нагрузке  $R_H$ :

$$U_H = R_H J_H; dU_H = R_H dJ_H; dJ_R = (R_H / R) \cdot dJ_H.$$

При магнетроне с вольтамперной характеристикой типа диода с отсечкой

$$U_H = U_b + r J_H; dU_H = r dJ_H; dJ_R = (r_H / R) \cdot dJ_H,$$

где  $U_b$  – напряжение возбуждения магнетрона;  $r$  – дифференциальное сопротивление магнетрона. Подставляя  $dJ_R$  в выражение  $dJ_a$  получаем для линейной нагрузки:

$$dJ_a \approx dJ_H + (R_H / R) \cdot dJ_H = (1 + R_H / R) dJ_H.$$

Для магнетрона в выражении (2)  $R_H$  заменяется  $r_H$ . Окончательно из (1) с учетом (2) получаем:

$$dJ_H \approx \frac{1}{\alpha} \left( \frac{\partial J_a}{\partial U_q} dU_q + \frac{\partial J_a}{\partial U_a} dU_0 \right).$$

При линейной нагрузке  $\alpha = 1 + R_H \left( \frac{1}{R} + \frac{\partial J_a}{\partial U_a} \right)$ .

При магнетроне  $\alpha = 1 + r_H \left( \frac{1}{R} + \frac{\partial J_a}{\partial U_a} \right)$ .

Импульсное избыточное напряжение сетки

$$U_q = U_Y - |U_{q0}| - U,$$

где  $U_Y$  – управляющее напряжение импульсов подмодулятора;  $U_{q0}$  – отрицательное зарядное напряжение сеточного конденсатора  $C_q$  к началу формирования импульса;  $U$  – напряжение на выходе усилителя девиаций. Для  $K_q = r_2 / (r_1 + r_2) = C_1 / (C_1 + C_2)$  верно равенство

$$U = K_Y K_q R_H J - \text{ для линейной нагрузки;}$$

$$U = K_Y K_q r J - \text{ для магнетрона,}$$

где  $J$  – ток девиаций вершины импульса тока на катод.

Так как во время импульса  $U_{q0}$  не меняется,  $dJ = dJ_H$ , имеем для линейной нагрузки

$$dU_q = dU_Y - K_Y K_q R_H dJ_H.$$

Подставляя выражение (4) в (3), имеем

$$dJ_H \approx \frac{1}{\alpha} \left( \frac{\partial J_a}{\partial U_q} dU_Y + \frac{\partial J_a}{\partial U_a} dU_0 \right) - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial J_a}{\partial U_q} K_Y K_q R_H dJ_H.$$

Откуда

$$dJ_H \approx \frac{1}{\alpha + \frac{\partial J_a}{\partial U_q} K_Y K_q R_H} \left( \frac{\partial J_a}{\partial U_q} dU_Y + \frac{\partial J_a}{\partial U_a} dU_0 \right).$$

Переходя к приращениям, имеем

$$\Delta J_H \approx \frac{1}{\alpha + \frac{\partial J_a}{\partial U_q} K_Y K_q R_H} \left( \frac{\partial J_a}{\partial U_q} \Delta U_Y + \frac{\partial J_a}{\partial U_a} \Delta U_0 \right).$$

В относительных изменениях:

$$\frac{\Delta J_H}{J_H} \approx \frac{1}{\alpha + \frac{\partial J_a}{\partial U_q} K_Y K_q R_H} \left( \frac{\partial J_a}{\partial U_q} \frac{U_Y}{J_H} \frac{\Delta U_Y}{U_Y} + \frac{\partial J_a}{\partial U_a} \frac{U_0}{J_H} \frac{\Delta U_0}{U_0} \right). \quad (5)$$

При магнетронной нагрузке относительная неравномерность вершины тока магнетрона получается из (5) заменой  $R_H$  на  $r$ . Так как без негативной обратной связи неравномерность определяется коэффициентом  $1/\alpha$ , то ориентировочный коэффициент сглаживания для линейной нагрузки

$$\psi \approx \frac{\alpha + \frac{\partial J_a}{\partial U_q} K_Y K_q R_H}{\alpha}.$$

При «катодной связи» напряжение на катодном сопротивлении  $R_0$  будет:  $U_{R_0} = R_0 J_a$ , поэтому с учетом (2)

$$dU_{R_0} \approx R_0 (1 + R_H/R) dJ_H. \quad (6)$$

Управляющее напряжение:

$$U_Y = U_q + U_{R_0} + |U_{q_0}| + U. \quad (7)$$

Так как напряжение девиаций вершины импульса на сопротивлении  $R_0$  равно  $J R_0$ , то на выходе усилителя напряжение

$$U = K_Y U_{R_0} \quad \text{и} \quad dU = K_Y dU_{R_0},$$

поэтому из (7) следует, что

$$dU_Y = dU_q + (1 + K_Y) dU_{R_0}.$$

Подставляя из (6)  $dU_{R_0}$ , получаем

$$dU_q \approx dU_Y - R_0 (1 + K_Y) (1 + R_H/R) dJ_H. \quad (8)$$

Кроме того, имеем

$$\begin{aligned} U_0 &\approx U_a + U_H + U_{R_0}; \\ dU_a &\approx dU_0 - dU_{R_0} - dU_H; \\ dU_H &= R_H dJ_H. \end{aligned} \quad (9)$$

Подставляя (2), (6), (8), (9) в уравнение триода (1), получаем

$$dJ_H \approx \frac{1}{\alpha + R_0 \left( 1 + \frac{R_H}{R} \right) \left[ \frac{\partial J_a}{\partial U_a} + \frac{\partial J_a}{\partial U_q} (1 + K_Y) \right]} \left( \frac{\partial J_a}{\partial U_q} dU_Y + \frac{\partial J_a}{\partial U_a} dU_0 \right).$$

Обозначим

$$\beta = R_0 \left( 1 + \frac{R_H}{R} \right) \left[ \frac{\partial J_a}{\partial U_a} + \frac{\partial J_a}{\partial U_q} (1 + K_Y) \right].$$

В нормальном режиме  $\frac{\partial J_a}{\partial U_a} \ll \frac{\partial J_a}{\partial U_q} (1 + K_Y)$ ,

поэтому  $\beta \approx R_0 \left( 1 + \frac{R_H}{R} \right) \frac{\partial J_a}{\partial U_q} (1 + K_Y)$ .

Тогда относительная неравномерность тока нагрузки в приращениях имеет вид:

$$\frac{\Delta J_H}{J_H} \approx \frac{1}{\alpha + \beta} \left( \frac{\partial J_a}{\partial U_q} \frac{U_Y}{J_H} \frac{\Delta U_Y}{U_Y} + \frac{\partial J_a}{\partial U_a} \frac{U_0}{J_H} \frac{\Delta U_0}{U_0} \right). \quad (10)$$

При магнетронной нагрузке сопротивление  $R_H$  в соотношении (10) заменяется на дифференциальное сопротивление  $r$ .

Коэффициент сглаживания при «катодной связи»

$$\psi_K \approx \frac{\alpha + \beta}{\alpha}.$$

Сравним получаемое сглаживание рассмотренными способами в равных условиях, когда девиации вершины подаются на вход ограничителя с одинаковой амплитудой входного импульса ограничителя. На примере модуляторного триода ГМИ-42 Б

при  $U_H = 1,5 \cdot 10^4$  В;  $R_H = 1250$  Ом;

$J_a = 17,5$  А;  $R = 3,3 \cdot 10^3$  Ом;

Это соответствует  $K_q = 1/30$ ;  $R_0 = 30$  Ом.

Напряжение импульса на входе ограничителя — 500 В. Примем  $K_Y = 30$ . В нормальном режиме

$$\left( \frac{\partial J_a}{\partial U_q} \right)_H \approx 3,4 \cdot 10^{-2} \text{ А/В};$$

$$\left( \frac{\partial J_a}{\partial U_a} \right)_H \approx \frac{1}{5,85 \cdot 10^{-3}} \text{ Ом}^{-1};$$

$$\alpha \approx 1,3; \psi \approx 33,8; \psi_K \approx 34,7.$$

В критическом режиме

$$\left( \frac{\partial J_a}{\partial U_q} \right)_K \approx 3 \cdot 10^{-2} \text{ А/В};$$

$$\left( \frac{\partial J_a}{\partial U_a} \right)_K \approx \frac{1}{210} \text{ Ом}^{-1};$$

$$\alpha \approx 7; \psi \approx 6,3; \psi_K \approx 6,5.$$



В перенапряженном режиме

$$\left(\frac{\partial J_a}{\partial U_q}\right)_\Pi \approx 10^{-2} \text{ A/V};$$

$$\left(\frac{\partial J_a}{\partial U_a}\right)_\Pi \approx \frac{1}{67} \text{ Ом}^{-1};$$

$$\alpha \approx 20; \psi \approx 1,6; \psi_K \approx 1,64.$$

Незначительное превышение коэффициента сглаживания при «катодной связи» объясняется дополнительным вкладом в негативную обратную связь непосредственно с катодного сопротивления

$R_0$ . Легко видеть, что эффективность сглаживания резко зависит от применяемого режима модуляторной лампы. Практически рационально применять негативную связь только в нормальном режиме лампы. При этом сглаживание по величине близко коэффициенту усиления усилителя обратной связи  $K_U$  растет с его ростом. Практически ограничиваются применяемой элементной базой, возможным самовозбуждением модулятора и паразитной положительной обратной связи.

#### Библиографический список

1. Ройфе И.М. Схема стабилизации плоской части импульса импульсного трансформатора на напряжение до 1МВ // ПТЭ. 1960. № 3.
2. Черкашин Ю.С. Стабилизация плоской части импульса введением ООС // ПТЭ. 1967. № 6. С. 97.
3. Савкин В.Я. Генератор сильноточных высоковольтных импульсов со стабилизацией вершины // ПТЭ. 1981. № 3. С. 115-116.
4. А.с. 321929 СССР, МКИ НОЗК 3/53. Импульсный модулятор.
5. А.с. 1003307 СССР, МКИ НОЗК 3/53. Импульсный модулятор.
6. А.с. 337928 СССР, МКИ НОЗК 7/02. Импульсный модулятор.
7. А.с. 363197 СССР, МКИ НОЗК 7/02. Импульсный модулятор.
8. А.с. 534028 СССР, МКИ НОЗК 7/02. Импульсный модулятор.
9. А.с. 321930 СССР, МКИ НОЗК 3/53. Импульсный модулятор.
10. А.с. 468367 СССР, МКИ НОЗК 7/02. Импульсный модулятор.
11. А.с. 851762 СССР, МКИ НОЗК 7/02. Импульсный модулятор с частичным разрядом накопителя.
12. Гальбертон Г.А., Рохлин И.С. Катодная коррекция импульсных модуляторов с частичным разрядом емкости // Вопросы радиоэлектроники. 1964. Сер. XII. Вып. 26. С.95.
13. А.с. 266829 СССР, МКИ НОЗК 5/08. Устройство для коррекции плоской части импульса.
14. Грызлов А.И. Импульсная система генератора СВЧ нагрева плазмы в термоядерной установке токамак ТМ-4 // Электрофизическая аппаратура. 1979. Вып. 17. С.31.
15. Бутаков Л.Д. Импульсный модулятор для магнетрона // Тр. НИИЯФ электроники и автоматки. Томск, 1973. Вып. 3. С.90.
16. А.с. 406315 СССР, МКИ НОЗК 3/53. Импульсный модулятор.
17. Каштанов В.В. Стабильность амплитуды и неравномерность вершины импульсов лампового модулятора в зависимости от напряжения электродов модуляторной лампы // Вопросы радиоэлектроники. 1965. Сер. IV. № 6. С.17.

#### ACTIVE TOP CORRECTION OF POWER HIGH-VOLTAGE PULSES

A. V. Saprygin, V.V.Kashtanov

Saratov state university, Saratov

The comparison of used aspects of an active correction is carried out. The effectiveness of an active correction with a negative feed-back is shown. The basic relations, defining deviations of top of impulses are obtained with linear and magnetronical loads for an active correction without governing lamps. These expressions allow to calculate relative nonuniformity of top in an association from parameters and conditions of commuting lamps. Is shown, that the best smoothing of deviations is reached in normal conditions or in area of a point of inflection of anode performances of commutators.

## СЛОЖНАЯ ДИНАМИКА ЭЛЕКТРОННОГО ПОТОКА В МАГНЕТРОННО-ИНЖЕКТОРНОЙ ПУШКЕ (ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ФИЗИЧЕСКИЙ ЭКСПЕРИМЕНТ)

Ю.А.Калинин, В.Н.Кожевников  
Саратовский государственный университет, г. Саратов

А.Г.Лазерсон  
СВВКУ, г.Саратов

Г.И.Александров  
ГНИИП "Алмаз", г. Саратов

Е.Е.Железовский  
Саратовский государственный агроинженерный университет, г.Саратов

Приведены результаты теоретического и экспериментального исследования пространственно-временных колебаний тока в магнетронно-инжекторной пушке (МИП). Получены основные закономерности поведения системы, выявлена сложная динамика: наличие переходов от регулярных колебаний к хаотическим в результате изменения управляющих параметров. Заключение сделано на основе анализа траекторий движения крупных частиц (электронов), реализаций тока пушки и их спектров. В физическом эксперименте определялись спектрограммы плотности тока, мощности шумоподобных колебаний и т.д. Показано, что в большом количестве значений эмиссионной области катода, длины эмитирующей области и пространства дрейфа катода в выходном токе МИП наблюдаются интенсивные широкополосные колебания в СВЧ-диапазоне.

### Введение

Сложная динамика нелинейных колебательных систем, в особенности явления динамического хаоса в этих системах, на протяжении многих лет вызывают интерес исследователей как в связи с фундаментальными аспектами проблемы, так и в связи с многочисленными практическими приложениями. Следует отметить, что модели нелинейных распределенных систем широко распространены для описания не только различных физических процессов, но также для исследований в области биологии, социологии, медицины и т.д. Однако, несмотря на значительное число работ, посвященных численному и физическому моделированию хаотической динамики, исследования распределенных систем или систем с большим числом степеней свободы весьма немногочисленны. Это объясняется значительными трудностями адекватного моделирования распределенных и многомерных систем именно в тех режимах, где они демонстрируют сложную динамику. В настоящее время опубликовано много работ, посвященных исследованию хаотической динамики колебаний в приборах О-типа, однако относительно мало работ, посвященных приборам М-типа [см., например, 1,2]. Тем не менее, во всех работах было отмечено, что в приборах М-типа всегда присутствует высокий уровень шума, что делает подобные приборы перспективными в плане практического использования.

В данной статье представлена одна из попыток моделирования с помощью ЭВМ процессов, протекающих в магнетронно-инжекторной пушке (МИП), а также приводятся результаты натурного эксперимента, проведенного на специально сконструированном макете прибора.

### Рассматриваемая модель

Схематическое изображение реальной МИП представлено на рис.1. Как видно, реальный прибор

— сложная конструкция и, следовательно, описание процессов, происходящих в нем, — чрезвычайно сложная математическая задача.

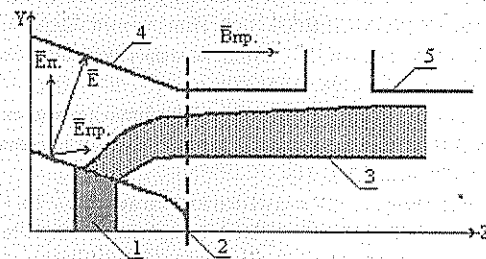


Рис.1.

Схематическое изображение МИП:

- 1 — катод (штриховкой показана эмитирующая область);
- 2 — область выбивания электронов из пушки; 3 — ВЭП;
- 4 — управляющий электрод; 5 — анод

Поэтому при математическом моделировании динамики электронного потока реальный прибор заменяется его моделью. В нашем случае рассматривается задача о плоском диоде. То есть имеется система двух плоских электродов, размеры которых в поперечных направлениях велики по сравнению с расстоянием между ними (рис.2).

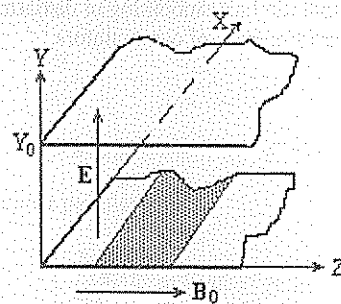


Рис.2.

Модель реального прибора — плоский диод

Основой для численного анализа выбрана одна из моделей крупных частиц (КЧ) [3], в которой учитываются силы, действующие на крупную частицу в направлении анод-катод (направление Y) и вдоль

магнитного поля (вдоль оси Z). Пространственный заряд учитывается только в направлении Y. Основные модели были сформулированы в работах [2,3], а в применении к изучению динамического хаоса в подобных системах в работе [4]. Исходя из геометрии задачи, крайними эффектами можно пренебречь, электрическое поле имеет составляющую  $E_z$ , а также в направлении Z действует "тянущее" электрическое поле, амплитуда которого зависит от координаты Y по линейному закону  $E_z = \rho Y$  и постоянна по координате Z. Магнитное поле имеет только одну компоненту  $B_z = B_0$ , не зависящую от координат. Электроны, вылетевшие с поверхности эмитирующего пояса, под действием скрещенных постоянных полей  $E_y$  и  $B_0$  движутся в плоскости XY, а под действием "тянущего" электрического поля  $E_z$  - в направлении оси Z.

С учетом всех вышеперечисленных предположений, система уравнений, описывающая движение электронов в приборах М-типа [4], для магнетронно-инжекторной пушки дополняется уравнением, определяющим движение электронов вдоль оси Z:

$$Z = f(Y). \quad (1)$$

В уравнении (1) предполагается линейная зависимость "тянущего" поля от Y вида  $f(Y) = \rho Y$ , где  $\rho = E_{пр} / E_{пол.}$  - отношение амплитуды продольного электрического поля к амплитуде поперечного электрического поля.

**Объект теоретического исследования**

При анализе сложной динамики движения электронов в МИП с помощью ЭВМ представляло интерес изучение поведения системы при изменении управляющих параметров, коими в данном случае являлись ток эмиссии, длина катода, длина дрейфа (под "длиной дрейфа" в данном случае понимается длина не эмитирующей области катода) и параметр  $\rho = E_{пр} / E_{пол.}$ . Остальные параметры, такие как магнитная индукция, начальная скорость электронов, расстояние между анодом и катодом и пр., фиксировались. Следует отметить, что ток эмиссии, длины катода и дрейфа являются общими для моделей МИП, магнитного диода и пушки М-типа. Хаотизация движений в последней, например, была исследована в работе [4].

Результатом проведенного численного эксперимента являются рисунки электронных траекторий, временные реализации тока пушки и наведенного тока, спектральные характеристики (рис.3 - 6).

**Результаты численного эксперимента**

В результате проведенного численного анализа было обнаружено, что в данной системе возникает интенсивное хаотическое движение электронов типа турбулентности, сопровождаемое хаотическими шумоподобными колебаниями тока пушки. Характеристики этих шумоподобных колебаний сильно зависят от параметров  $I_0, L_k, L_{dr}, \rho$ .

Сценарий перехода к хаосу во многом похож на аналогичные сценарии в магнитном диоде и пушке М-типа и кардинально отличается от сценариев перехода к хаосу в системах малой размерности.

При малом токе эмиссии хаотизация движения электронов и колебаний выходного тока МИП происходит с ростом длины катода либо с уменьшением параметра  $\rho = E_{пр} / E_{пол.}$ . На рис.3 представлены зависимости безразмерной спектральной плотности интенсивности шума от безразмерной частоты (нормированной на циклотронную частоту) при увеличении длины катода, а на рис.4 - траектории электронов и спектральные плотности интенсивности шума (СПИШ) при увеличении параметра  $\rho$ .

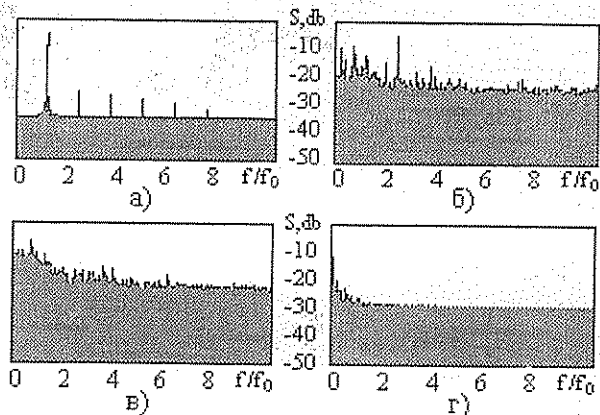


Рис.3. Трансформация спектра выходного тока МИП с малым током эмиссии ( $w_p / w_c = 0,16$ ) при изменении длины катода: а)  $L_k = 1$  мм, б)  $L_k = 2$  мм, в)  $L_k = 5$  мм, г)  $L_k = 10$  мм

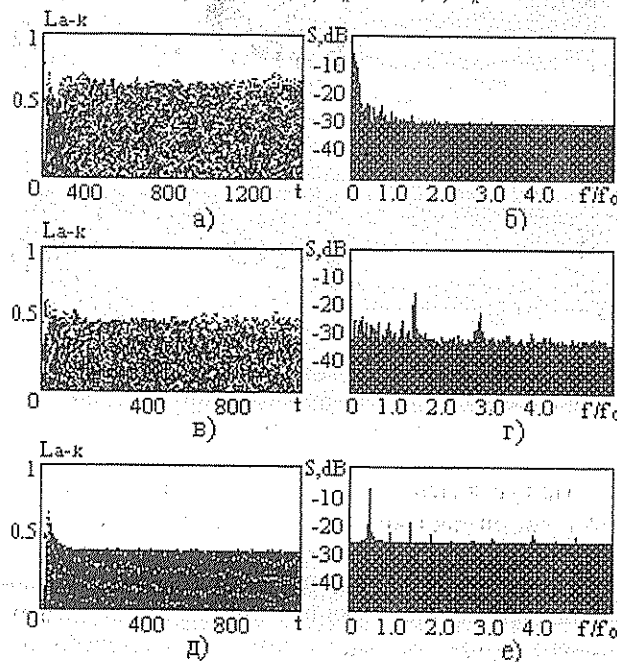


Рис.4. Изменение характера траекторий (а, в, д) и спектров (б, г, е) в МИП при увеличении параметра  $\rho = E_{пр} / E_{пол.}$ : а), б) -  $\rho = 0,01$ ; в), г) -  $\rho = 0,25$ ; д), е) -  $\rho = 2,0$

Первоначально возникающие в потоке периодические колебания трансформируются в квазипериодические, а затем в хаотические, спектр которых сосредоточен в НЧ-области (рис.3). Механизм возникновения и развития колебаний данного типа связан в основном, с колебаниями границы пучка, вследствие модуляции времени выхода на нее различных групп электронов. Граница пучка образована при этом группами, т.е. достаточно большим чис-

лом одновременно попадающих в данную область пространства электронов. На рис.5 видно, как начинаются хаотические колебания границы пучка (рис.5,б), как они разрастаются (рис.5,в) и в результате движение турбулизуется во всем межэлектродном промежутке (рис.5,г).

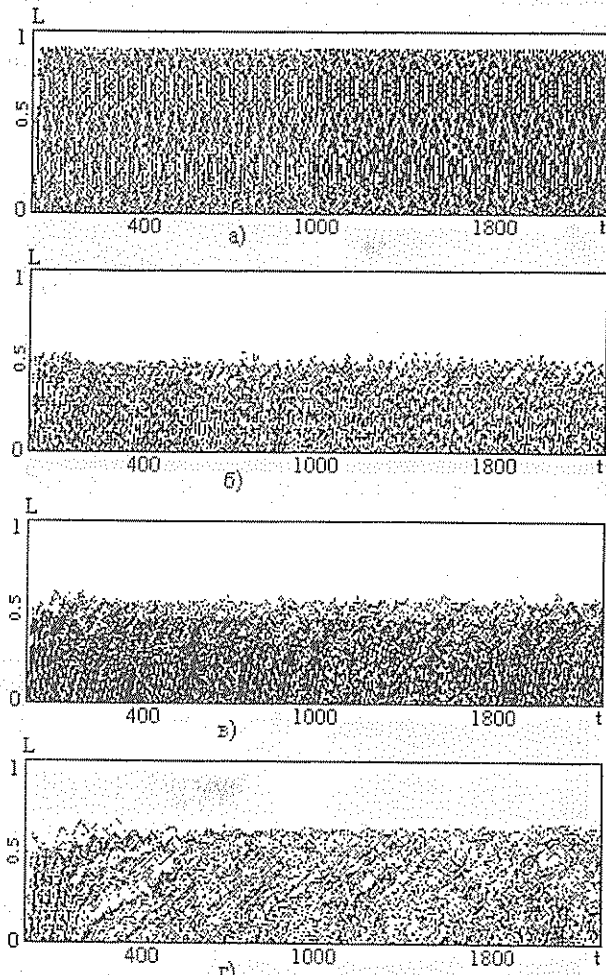


Рис.5.

Трансформация электронных траекторий МИП при изменении длины катода

При увеличении тока эмиссии ( $\omega_p / \omega_c > 0,5$ ) в токе МИП возникают колебания, связанные с развитием турбулентности в электронном потоке (рис.5,г). Электронные траектории, начиная с некоторого момента, под действием сил накопленного пространственного заряда начинают совершать некоторый общий "дрейф" в продольном направлении. Характер электронных траекторий с данного момента времени совершенно меняется и часть электронного потока напоминает жидкость с турбулентностью: существует некоторое "дрейфовое" движение ("струи"), на которое накладывается неупорядоченное движение каждой отдельной "струи", а также всех других "струй". Спектр таких колебаний достаточно широк и сосредоточен в НЧ-области (см. рис.3,г). При еще большем токе эмиссии хаотизация в потоке возникает при меньших значениях длины дрейфа и приводит к мощному широкополосному спектру выходного тока (рис.6,а).

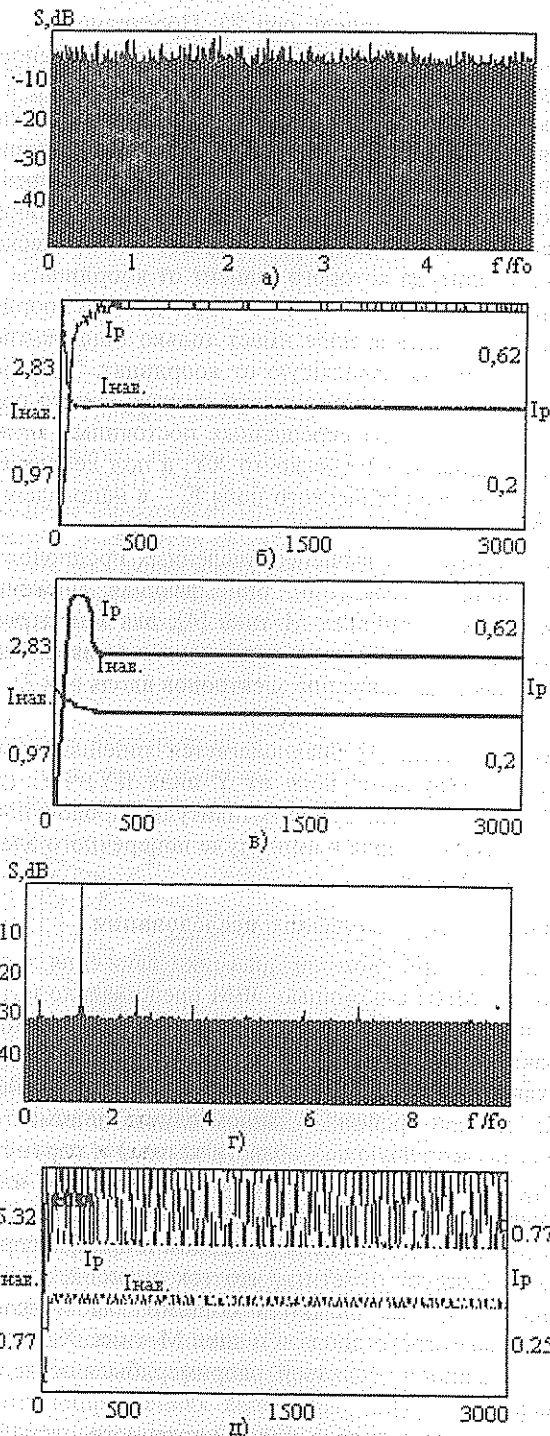


Рис.6.

Спектры (а, г) и реализации тока пучки и наведенного тока (б, в, д) при увеличении тока эмиссии:

а), б)  $I_0=1,442$  А; в)  $I_0=1,443-1,449$  А; г), д)  $I_0=1,450$  А

Эти сценарии перехода к хаосу несколько напоминают сценарии перехода к хаосу Ландау (для турбулентности), однако имеются и некоторые отличия. При определенном значении параметра в системе имеется стационарный ток. При изменении параметра возникают иногда одночастотные, а чаще сразу квазипериодические колебания. Потом число составляющих в спектре растет, спектр начинает зашумляться. Далее, при продвижении по параметру происходит разрежение спектра, затем опять зашумление и так несколько раз. При дальнейшем измене-

нии параметра окончательно осуществляется переход в режим сильной турбулентности. Также было обнаружено, что при некоторых промежуточных параметрах колебания тока МИП могут вообще пропадать. Это происходит в достаточно узких областях значений параметров. Ток пушки становится стационарным. Затем снова устанавливаются квазипериодические колебания, которые впоследствии трансформируются в турбулентные, а затем вновь срываются. Подобные "срывы" могут повторяться несколько раз (наблюдалось для фиксированных параметров три "срыва") (рис.6).

Анализ величин спектральной плотности интенсивности колебаний тока в магнетронно-инжекторной пушке показал, что в режимах развитого хаоса они на 6-7 порядков выше, чем соответствующие величины, обусловленные дробовым эффектом в электронных пучках (рис.7).

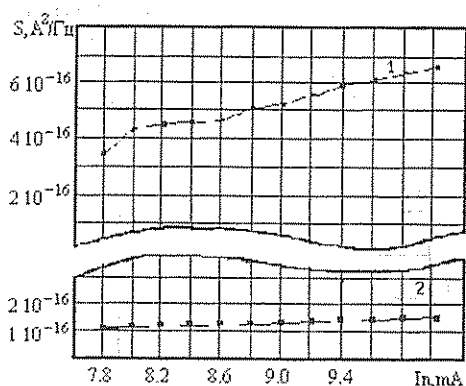


Рис.7.

Зависимость спектральной плотности интенсивности шума  $S$  от тока эмиссии  $I_0$ :  
1 - теоретическая кривая; 2 - дробовой шум

### Результаты экспериментальных исследований

Объектом исследования являлся макет МИП (рис.8), в котором использовался катод конической формы с эммитирующим металлопористым термопояском шириной 1,5 мм, управляющие электроды и анод. Ширина зазора анод-коллектор составляла 3 мм. Угол наклона поверхности катода к оси составлял 15°.

Для анализа колебательных явлений в пучках МИП использовался анализатор, представляющий собой отрезок спиральной замедляющей системы, закрепленный в экране с помощью керамических стержней и согласованный с выводом энергии (с помощью отрезка замедляющей системы измеряется спектральная плотность мощности шума (СПМШ)). За анализатором располагался коллектор электронов (высокочастотный зонд), который через согласующие элементы соединялся с выводом энергии. Коллектор представляет собой отрезок коаксиальной линии, позволяющей измерять спектральную плотность интенсивности шума (СПИШ). Исследования проводились на разборной вакуумной установке при непрерывной откачке. Магнитное поле в исследуе-

мом макете создавалось постоянными магнитами; максимальная величина напряженности магнитного поля составляла 2000 Эрстед.

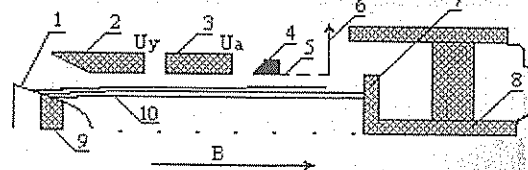


Рис.8.

Магнетронно-инжекторная пушка гиротронного типа:  
1 - катод; 2 - эммитирующий поле; 3 - управляющий электрод; 4 - анод; 5 - электронный лучок; 6 - отрезок замедляющей системы; 7 - поглощающая вставка; 8 - вывод энергии; 9 - высокочастотный зонд (коллектор); 10 - центральный проводник ВЧ-зонда.

В установке была предусмотрена возможность продольного и поперечного перемещения магнитной фокусирующей системы. Измерения проводились в импульсном режиме (анодная модуляция). На другие электроды МИП напряжения подавались от источников постоянного напряжения. Сигналы с анализаторов (спираль, ВЧ-зонд) измерялись с помощью анализатора спектра типа С4-60 (диапазон от 200 МГц до 19 ГГц) и высокочастотного анализатора С1-74. Для анализа использовались также высокодобротные (полоса частот 2 - 4 МГц) фильтры с полосами перестройки 1 - 2 ГГц и 2 - 4 ГГц с записью детектируемого выходного сигнала с помощью ЭПП-09.

На рис.9 представлены типичные спектры генерации стохастических колебаний в пучке в диапазоне от 200 МГц до 6 ГГц при различных режимах работы МИП.

Наиболее интенсивные колебания наблюдаются в низкочастотной части СВЧ-диапазона (400 - 500 МГц). При увеличении ускоряющего напряжения и тока пучка возрастает амплитуда колебаний на более высоких частотах.

Спектрограммы хаотических колебаний, полученные для различных величин тока пучка, регулируемых напряжением накала катода, приведены на рис.10. Видно, что изменением величины напряжения накала можно в широких пределах регулировать амплитуду колебаний, а также изменять "качество" генерируемого спектра.

Таким образом, в интенсивных электронных пучках систем с МИП возникают хаотические колебания, механизм возникновения которых связан с наличием виртуальных катодов, а их параметры могут изменяться (регулироваться) путем изменения напряжения на электродах, амплитуды и распределения магнитного поля, а также величины и "качества" (одночастотный, многочастотный, шумоподобный) внешнего сигнала, поступающего как от внешнего источника СВЧ-колебаний, так и по цепи обратной связи с выхода отрезка спиральной системы.

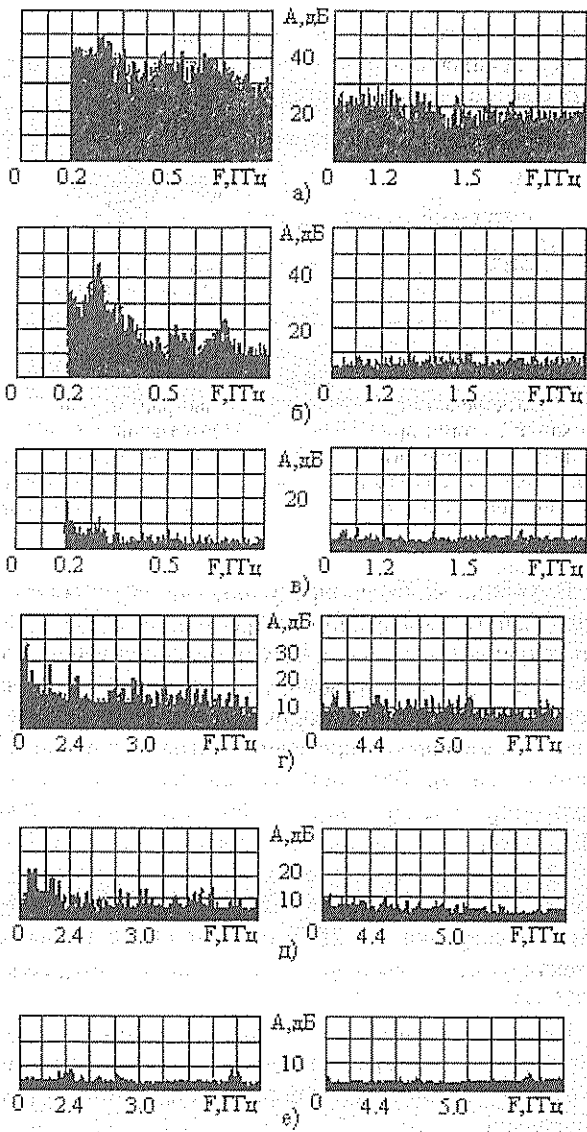


Рис.9.

Спектры колебаний электронного пучка, формируемого МИП при различных режимах ее работы:  
 а)  $U/U_0 = 1.0$ ,  $I/I_0 = 1.0$ ; б)  $U/U_0 = 0.57$ ,  $I/I_0 = 0.43$ ; в)  $U/U_0 = 0.33$ ,  $I/I_0 = 0.11$ ; диапазон частот от 0.2 до 2.0 ГГц  
 г)  $U/U_0 = 1.0$ ,  $I/I_0 = 1.0$ ; д)  $U/U_0 = 0.57$ ,  $I/I_0 = 0.43$ ; е)  $U/U_0 = 0.33$ ,  $I/I_0 = 0.11$ ; диапазон частот от 2.0 до 6.0 ГГц

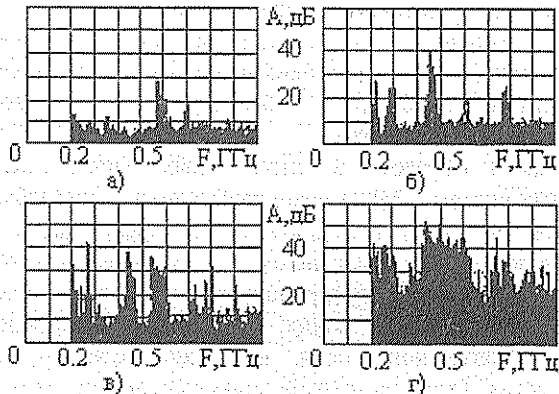


Рис.10

Спектры колебаний тока пучка в зависимости от напряжения накала:  
 а)  $U/U_n = 0.39$ ,  $I/I_0 = 0.11$ ; б)  $U/U_n = 0.47$ ,  $I/I_0 = 0.35$ ; в)  $U/U_n = 0.72$ ,  $I/I_0 = 0.71$ ; г)  $U/U_n = 1.0$ ,  $I/I_0 = 1.0$

На рис.11 приведены зависимости спектральной плотности интенсивности шума от величины накала катода ( $U_n = U_{но}$  — напряжение накала, соответствующее режиму ограничения тока пространственным зарядом) для двух частотных диапазонов  $f = 5$  и  $10$  ГГц. Здесь же приведена зависимость  $S(U_n/U_{но})$  для дробового шума. Видно, что колебания, наблюдаемые в пучке на выходе из анода пушки существенно выше по интенсивности (на 6 – 7 порядков) колебаний, соответствующих дробовому шуму катода и практически не уменьшаются, а даже несколько увеличиваются при увеличении напряжения накала выше  $U_{но}$ .

Изменение в натурном эксперименте напряжения накала  $U_n$  и ускоряющего напряжения  $U_0$  соответствует изменению величины тока эмиссии  $I_0$  и параметра  $P = E_{пр}/E_{пол}$  в численном эксперименте. Таким образом, можно отметить качественное совпадение видов спектров при изменении аналогичных параметров, а также превышение значений спектральной плотности мощности шума колебаний тока пушки в теории и эксперименте дробового шума, рассчитанного по формуле Шоттки, на 6–8 порядков.

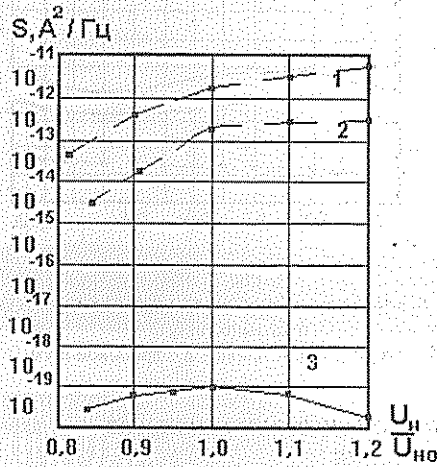


Рис.11.

Зависимость спектральной плотности интенсивности шума  $S$  в пучке на выходе из анода от напряжения накала катода:  
 1 – частотный диапазон 5 ГГц, 2 – частотный диапазон 10 ГГц, 3 – дробовой шум

### Вывод

Проведенные исследования реального прибора и его математической модели показали, что в магнетронно-инжекторной пушке могут возникать хаотические колебания с большей спектральной плотностью интенсивности шума, чем у дробового шума. Результаты теории и эксперимента дали хорошее качественное совпадение, а следовательно, такую модель можно использовать для адекватного описания процессов, происходящих в реальном приборе. Однако неточное количественное совпадение результатов исследований (в частности, более высокий уровень шума в натурном эксперименте) можно объяснить рядом сделанных в численной модели допущений (заменой реальной пушки плоским диодом,

пренебрежением движением электронов по циклоиде и т.д.).

Также можно заключить, что наблюдавшийся ранее (например, в работе [3]) аномаль

но высокий уровень шума обусловлен динамической природой и по-видимому подобные МИП можно использовать для создания мощных генераторов широкополосных сигналов.

**Библиографический список**

1. Ушерович Б.Л. Симметричное состояние в днюде со скрещенными электрическим и магнитным полями // Обзоры по электронной технике. Сер. Электроника СВЧ. 1969. Вып.7.
2. Лагранский Л.М., Ушерович Б.Л. Основные уравнения нелинейной теории магнетрона // Вопросы радиоэлектроники. Сер. 1 Электроника. 1964. Вып.1. С. 3-22.
3. Бансман Г. Симметричные состояния и их разрушения // Электронные СВЧ-приборы со скрещенными полями. 1961. Т.1. С. 179 - 203.
4. Железозовский Е.Е., Лазерсон А.Г., Ушерович Б.Л. Сложная динамика протяженных потоков заряженных частиц в скрещенных полях // Письма в ЖТФ. 1995. Т. 21. Вып. 18. С. 12.
5. Калинин Ю.А., Есенин А.Д. Методы и средства физического эксперимента в вакуумной СВЧ-электронике. Саратов. 1991. Ч. 1.

**COMPLICATED DYNAMICS IN A MAGNETRON - INJECTOR TO A GUN  
(NUMERICAL MODELLING AND PHYSICAL EXPERIMENT)**

U.A.Kalinin, V.N.Kohzevnikov,  
Saratov state university, Saratov

A.G.Lazerson,

Saratov higher military command school, Saratov

G.I.Aleksandrov,

State the industrial firm is scientific "ALMAZ", Saratov

E.E.Zhelezovsky

Saratov state agro-engineering university, Saratov

The outcomes of a theoretical and experimental research spatially - temporarily of oscillations of a current in a magnetron - injector to a gun are reduced. The basic regularities of a behaviour of a system are obtained, complicated dynamics is detected: presence of passages from regular oscillations to random in an outcome of a modification of controlling parameters. The inferences are made because of analysis of trajectories of driving of an electronic stream, realizations of a current of a gun and their spectra. In physical experiment the spectra of a current density, potency of noise oscillations etc. were determined. It is shown, that in a great many of values in the field of an emission of the cathode, length of such area and the spaces of a drift of the cathode in an output current are observed intensive broadband oscillations in a microwave - range.

УДК 621.373.5

**ИССЛЕДОВАНИЕ УСЛОВИЙ ВОЗБУЖДЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ  
В ФЕРРИТ-ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ МИКРОСТРУКТУРЕ**

А.А. Игнатьев, И.В. Кулаков

Саратовский государственный университет, г. Саратов

В статье обсуждаются проблемы генерации колебаний в сверхширокополосных частотных диапазонах в феррит-полупроводниковых микроструктурах (ФПМ). Для рассматриваемых микроструктур предложена эквивалентная схема. Рассчитаны условия согласования СВЧ-генератора в частотном диапазоне 0,1 - 30,0 ГГц.

Для создания СВЧ-генераторов со скоростной перестройкой частоты и обеспечением многоканального управления параметрами генерируемых сигналов на феррит-полупроводниковой микроструктуре возникает необходимость исследования влияния свойств ферритового элемента на режим работы биполярной структуры и определения условий согласования генератора на феррит-полупроводниковой микроструктуре.

Исследуемая микроструктура реализована на базе СВЧ-транзистора и ферритового элемента, помещенных во внешнее поле подмагничивания.

Транзистор включен по схеме с общей базой, что обеспечивает более простую топологию. Схема генератора представлена на рис.1.

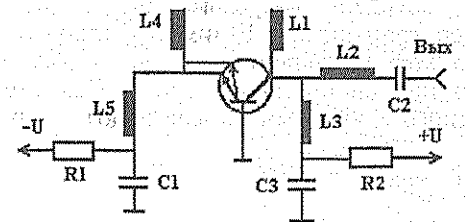


Рис.1.

Эквивалентная схема генератора на ФПМ

Разомкнутый на концах отрезок МПЛ длиной  $L_4=1,5$  мм с волновым сопротивлением  $Z_4=50$  Ом играет роль подстроечного шлейфа, в эмиттерную цепь включен разомкнутый на концах отрезок МПЛ с волновым сопротивлением  $Z_1=50$  Ом, длиной  $L=\lambda/4$ , отрезки МПЛ  $L_5, L_3, L_2$  имеют длину  $\sim\lambda/4$  и волновые сопротивления  $Z_5=100$  Ом,  $Z_3=Z_2=50$  Ом, соответственно. Емкости фильтра цепи питания  $\sim 10$  нФ, а емкость  $C_2 \sim 100$  пФ. Ограничивающие сопротивления  $R_1=R_2 \sim 100$  Ом.

Транзистор представлен в виде активного четырехполюсника. Матрица иммитансов  $[Y]$  транзистора рассчитывалась по эквивалентной схеме рис.2. Параметры эквивалентной схемы взяты для мощного СВЧ транзистора КТ 919 Г [1].

Действительные и мнимые части элементов матрицы проводимости  $[Y]$  приведены на графиках рис.3, 4. Отрезки МПЛ представлены в виде соответствующих передающих линий с постоянными распространения  $\beta_i$  и волновыми сопротивлениями  $Z_i$ .

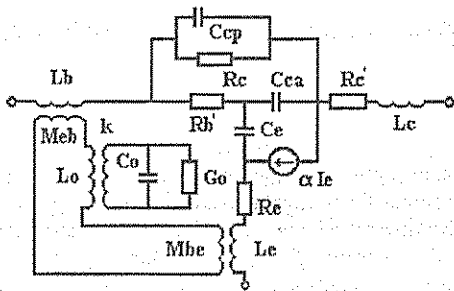


Рис.2. Эквивалентная схема с ферритом

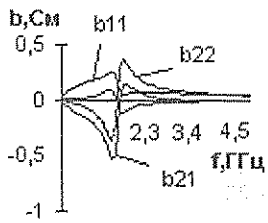


Рис.3. Мнимые части элементов матрицы проводимости

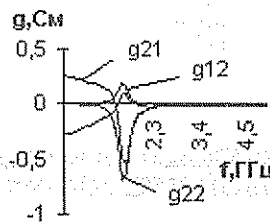


Рис.4. Действительные части элементов матрицы проводимости

Индуктивность общего вывода транзистора создает положительную обратную связь. Общие индуктивности эмиттера  $L_e$  и базы  $L_b$  сильно зависят от изменений свойств ферритового элемента. При расчете матрицы иммитансов транзистора  $[Y]$  были учтены взаимные индуктивности выводов транзистора  $M_{be}$  и  $M_{eb}$ , а так же были рассчитаны индуктивности и взаимные индуктивности встречно-штыревой структуры база-эмиттер транзистора. Взаимные индуктивности  $M_{be}$  и  $M_{eb}$  уменьшают общую индуктивность. Выражения для полного входного  $Z_{вх}$  и полного выходного  $Z_{вых}$  импедансов имеют следующий вид [2]:

$$Z_{вх} = \frac{\Delta + z_{11}z_{н}}{z_{22} + z_{н}}$$

$$Z_{вых} = \frac{\Delta + z_{22}z_{и}}{z_{11} + z_{и}}$$

где  $\Delta = z_{11}z_{22} - z_{21}z_{12}$  – определитель матрицы импедансов транзистора;  $z_{н}$  – импеданс входной цепи;  $z_{и}$  – импеданс выходной цепи.

Амплитудные и фазовые условия возникновения генерации были рассчитаны с помощью следующих соотношений:

$$|Z_{вых}||Y_{и}|=1, \Theta_{вх} + \Theta_{и}=(2n-1)\pi,$$

и

$$|Z_{вых}||Y_{н}|=1, \Theta_{вых} + \Theta_{н}=(2n-1)\pi,$$

где  $\Theta_{вых}, \Theta_{вх}, \Theta_{и}, \Theta_{н}$  – фазы  $Z_{вых}, Z_{вх}, Z_{и}, Z_{н}$  соответственно,  $Y_{и}=1/Z_{и}, Y_{н}=1/Z_{н}$ .

Согласно расчетам генерация возможна в полосе частот 1,5 – 1,8 ГГц. Транзистор является активным почти во всем диапазоне частот (рис.5). На рис.6 представлен коэффициент абсолютной устойчивости транзистора [2]. В сочетании с отрицательностью действительных частей входных и выходных сопротивлений на частотах от 0,1 до 1,72 ГГц транзистор является неустойчивым, и возможно его самовозбуждение. В остальном диапазоне частот коэффициент устойчивости незначительно меньше нуля.

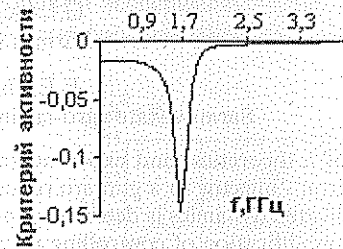


Рис.5. Критерий активности

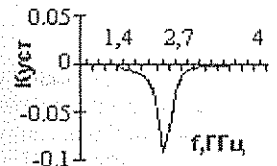


Рис.6. Коэффициент абсолютной устойчивости

Ферритовый элемент объемом  $V_{ф}$  представлен в виде параллельного колебательного контура [3], связанного с индуктивностями базы и эмиттера коэффициентом связи  $k$ . Параметры колебательного контура рассчитывались по выражениям, данным в [3]:

$$Z_{\phi} = \frac{j\omega\omega_0/Q_1 G_0}{\omega_0^2 - \omega^2 + j\omega\omega_0/Q_1}$$

где  $Q_1 = \frac{H_0 - 4/3\pi M_s}{\Delta H}$ ;  $M_s$  – намагниченность насыщения;  $H_0$  – внешнее магнитное поле;  $G_0 = 1/\mu_0 V_{\phi} k^2 \omega_m Q_1$ ;  $\omega_m = \gamma 4\pi M_s$ ;  $\omega_0 = 2\pi\gamma H_0$ .

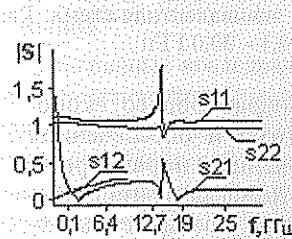


Рис.7. Модули S-параметров с ферритом

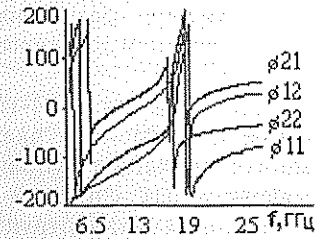


Рис.8. Фазы S-параметров с ферритом

Модули и фазы S-параметров транзистора с ферритом представлены на рис. 7,8. Из графика видно, что влияние феррита приводит к возникновению еще одной или нескольких областей генерации на частоте



те, большей частоты самовозбуждения транзистора. Амплитуда колебаний зависит в основном от условий согласования со внешними цепями. На более высоких частотах S-параметры не имеют особенностей. При расчете S-параметров с различными марками ферритов заметно изменяются амплитуды колебаний и ширина спектральной линии в зависимости от намагниченности насыщения и собственной добротности феррита.

Экспериментально генерация на транзисторной структуре без феррита наблюдается на частоте около 1,5 ГГц. Внесение ферритового элемента существенно усложняет спектр частот генерации, что указывает на преобладание нелинейных эффектов. Расчетные условия согласования в полосе частот 0,1 – 30,0 ГГц позволяют все же добиться скоростной перестройки по частоте в широком диапазоне частот и оценить влияние параметров схемы на режимы работы генератора.

#### Библиографический список

1. Проектирование радиопередающих устройств СВЧ. М., 1979.
2. Карсон Р. Высокочастотные усилители. М., 1981.
3. Olliver P.M. Microwave YIG Tuned Transistor oscillator amplifier designs. Apply to C-band // IEEE. Vol. SC-7. P. 54-60.

### THE INVESTIGATIONS OF GENERATION OF OSCILLATIONS IN FERRITE-SEMICONDUCTOR MICROSTRUCTURES

A.A. Ignatiev, I.V. Kulakov

Saratov state university, Saratov

The paper discussed the problem of generation of oscillations in superbroad frequency bands in composite ferrite-semiconductor microstructures. The equivalent electrical circuit for ferrite-semiconductor microstructure is offered. The conditions of coordinations of microwave generator on ferrite-semiconductor microstructure in frequency range 0,1–30,0 GHz are designed.

УДК 315.322.365

### АНАЛИЗ ПРОБЛЕМ НАДЕЖНОСТИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ МАГНЕТРОННЫХ ИСТОЧНИКОВ МИКРОВОЛНОВОЙ ЭНЕРГИИ СРЕДНЕГО УРОВНЯ МОЩНОСТИ

В.Я. Явчуновский, А.В. Львицын, С.В. Явчуновская

НИИФ "Диполь", СГАУ, г. Саратов

Рассмотрены проблемы повышения надёжности магнетронных источников микроволновой энергии. Задачи решаются на базе исследования влияния на работу источников как внешней СВЧ нагрузки, так и собственных режимов работы входящих в их состав элементов. Определены относительно простые пути многократного повышения величины наработки на отказ источников средней мощности с однополупериодной схемой включения магнетрона.

#### Введение

Одной из наиболее принципиальных проблем, решаемых при создании и в процессе эксплуатации установок микроволновой сушики [1], является проблема надёжности их функционирования. Причём практически целиком данная проблема сводится к обеспечению надёжности электронных узлов и блоков этих установок, их силовых элементов. Без особого преувеличения можно сказать, что основная доля проблем обеспечения надёжности таких установок связана с надёжностью их источников СВЧ энергии.

Эти проблемы, в свою очередь, делятся на два крупных блока: задачи, связанные с СВЧ-нагрузкой магнетронных генераторов, входящих в состав источников, и задачи, связанные с надёжностью работы схем питания магнетронов.

В полной мере это относится и к источникам среднего уровня мощности (порядка 600...700 Вт), входящим в состав установок микроволновой сушики [1] с электродинамическими системами на базе совокупности желобковых волноводов. В такие установки входит до 40...50 источников, что несколько снижает необходи-

мость достижения сверхвысокой надёжности каждого из них, локализуя требуемые значения гарантированной долговечности на уровне 1...5 тысяч часов.

#### Проблемы, связанные с СВЧ нагрузкой магнетронных генераторов

Известно, насколько важной в плане обеспечения надёжности работы магнетрона является минимизация фактической его СВЧ-нагрузки [2]. В принятой в [1] схеме секции электродинамической системы (ЭДС) на базе желобкового волновода [3], работающей в режиме бегущей волны, запитка осуществлялась с двух сторон волновода. Причём включённые по однополупериодной схеме источники работали в разных полупериодах сетевого напряжения (подробнее это будет описано ниже).

В такой схеме (рис.1) выключенный магнетрон является полностью отражающей нагрузкой для включённого магнетрона, а СВЧ потери в секции и в её диэлектрической нагрузке (объекте сушики) играют роль взаимной развязки источника и его СВЧ нагрузки.

Тщательная отработка КСВН секции позволила достичь его значения при работе секции на согласованную нагрузку  $\Gamma_c \approx 1,4 \dots 1,5$  при собственных потерях секции  $\alpha_c \approx 0,8 \dots 1,9$  дБ.

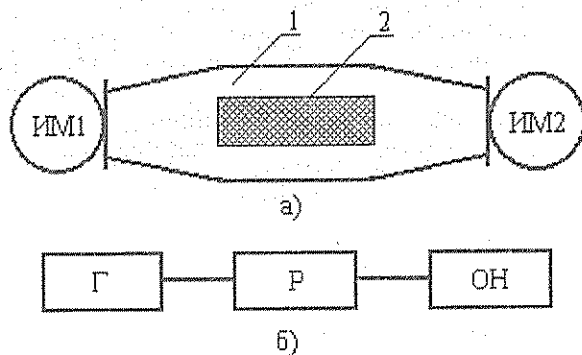


Рис.1.

Схематическое изображение (а) секции ЭДС (1) с диэлектрической нагрузкой (2) и двумя источниками СВЧ-мощности (ИМ1 и ИМ2) и её эквивалентная схема (б) для одного из полупериодов сетевого напряжения (Г – генератор, Р – взаимная развязка, ОН – отражающая нагрузка)

Для определения зависимости фактического значения КСВН нагрузки магнетрона  $\Gamma_\Phi$  от величины потерь  $\alpha_0$  в объектах сушки можно исходить из следующих соображений:

$$\Gamma_\Phi = \frac{1 + \rho_\Phi}{1 - \rho_\Phi}, \quad (1)$$

где  $\rho_\Phi$  – фактический модуль коэффициента отражения нагрузки, равный отношению полной мощности ( $P_0$ ), возвращающейся из нагрузки в магнетрон, к его собственной выходной мощности ( $P_{\Pi}$ ):

$$\rho_\Phi = P_0 / P_{\Pi}. \quad (2)$$

В состав  $P_0$  входит мощность, отражённая от входа секции ( $P_{01}$ ), и мощность, прошедшая через секцию, отражённая от второго магнетрона и вновь прошедшая через секцию в обратном направлении ( $P_{02}$ ):

$$P_0 = P_{01} + P_{02}. \quad (3)$$

Полагая второй магнетрон полностью отражающей нагрузкой, считая равными отражения от краёв секции, несложно получить следующее выражение для полной величины отражённой на работающий магнетрон мощности:

$$P_0 = P_{01} + (P_{\Pi} - P_{01})(1 - 10^{-0,1\alpha_0}),$$

где  $\alpha_c = \alpha_c + \alpha_0$ , причём  $P_{01} = P_{\Pi} \frac{1 - \Gamma_c}{1 + \Gamma_c}$ .

Отсюда с учётом (2)

$$\rho_\Phi = \frac{1 + \Gamma_c}{1 - \Gamma_c} + \frac{2\Gamma_c}{1 + \Gamma_c} (1 - 10^{-0,1(\alpha_0 + \alpha_c)}). \quad (4)$$

Взяв среднюю измеренную величину  $\alpha_0 = 1$  дБ, получим из (1) и (3) зависимость  $\Gamma_\Phi = \Gamma_\Phi(\alpha_c)$  (рис.2).

Из полученных результатов видно, что допустимый для типовых магнетронов средней мощности (М-105, М-136, М-162) уровень КСВН ( $\leq 3,5$ ) достигается при уровне потерь в объектах сушки

порядка 2 дБ. При типовых же значениях потерь 7...10...12 дБ) уровень фактического КСВН для работающего магнетрона не превышает 1,5...2,0. В таком режиме работы его долговечность возрастает в несколько раз по сравнению с работой на предельную нагрузку [2].

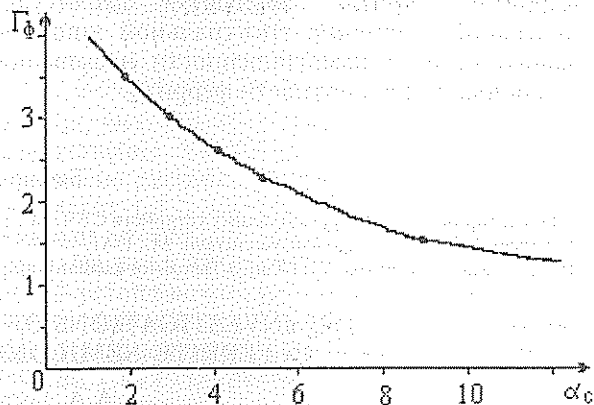


Рис.2.

Расчётная зависимость фактического КСВН нагрузки работающего магнетрона  $\Gamma_\Phi$  от потерь в продуктах сушки  $\alpha_c$

### Обеспечение надёжности функционирования схемы питания магнетрона

При разработке установки микроволновой сушки [1] с целью её удешевления источники СВЧ-энергии выполнялись на базе стандартной комплектации, применяемой в отечественных бытовых СВЧ-печах. При этом необходимо учитывать, что надёжность функционирования таких элементов имеет место в типовых режимах работы бытовых печей, предусматривающих непродолжительные включения с большими перерывами между ними.

В этой связи вопросы надёжности работы источника СВЧ мощности, повышения его долговечности в составе установок, предназначенных для непрерывного функционирования, представлялись особенно важными и актуальными.

Типовая схема строилась на однополупериодном принципе (рис.3).

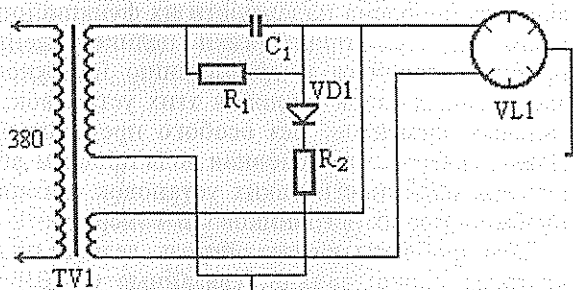


Рис.3.

Схема включения магнетронного генератора в источнике микроволновой мощности

В одном полупериоде синусоиды сетевого напряжения заряжается конденсатор  $C_1$ , во втором полупериоде конденсатор разряжается через магнетрон  $VL_1$ . Для исключения взаимного влияния магнетронов одной секции друг на друга они включались противофазно; при этом противоположно расположенные магнетроны генерировали инжектируемую в

секцию микроволновую энергию в различные не перекрывающиеся периоды времени.

В данном случае энергия, получаемая магнетроном, частично затухает в обрабатываемом объекте, отражается полностью от "молчащего" в это время второго магнетрона, снова затухает в объекте и возвращается в работающий магнетрон. Потери в объекте (совместно с потерями в секции) определяют фактический КСВН нагрузки работающего генератора СВЧ. При слишком малых потерях КСВН нагрузки может превысить допустимую норму, что в свою очередь, может, привести к срыву основного типа колебаний в магнетроне и даже к выходу последнего из строя.

Для исключения возможности вывода из строя магнетронов с одной стороны секции противоположно расположенными магнетронами в конструкцию установки впоследствии были введены блокировки и защиты, не допускающие включения источников в отсутствие диэлектрической нагрузки секции.

Остальные задачи обеспечения надёжности работы источника микроволновой энергии локализовались в области обеспечения тепловой и электрической надёжности функционирования высоковольтного трансформатора ТВ1. В первую очередь, эти проблемы связаны с повышающей вторичной обмоткой трансформатора.

Тепловые проблемы были связаны с тем, что массивный повышающий трансформатор характеризуется временем выхода в стационарный тепловой режим порядка 100...120 минут. При этом в режиме естественного охлаждения за время максимальной работы в составе бытовой СВЧ-печи температура составляла порядка 100...110°C, а при выходе в стационарный режим (рис.4) она достигала 160...170°C.

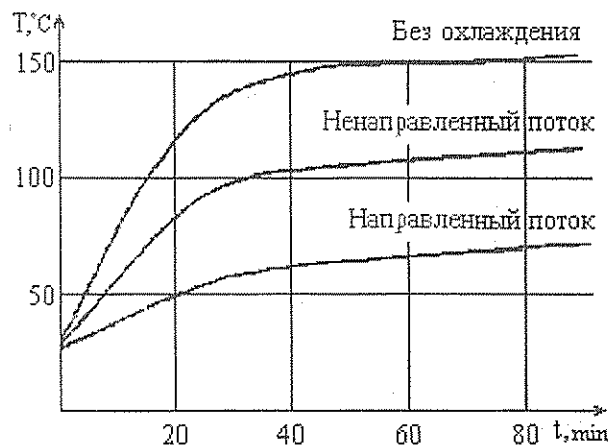


Рис.4.

Зависимости температуры (Т) вторичной обмотки трансформатора от времени t для случаев естественного охлаждения, охлаждения ненаправленным и направленным воздушными потоками

Задача организации эффективного теплоотвода от многовитковых обмоток с относительно слабой поперечной теплопроводностью (обусловленной низкой теплопроводностью изолирующей эмали провода обмотки) представлялась достаточно сложной. На первом этапе была сделана попытка снять тепло ненаправленным

(или слабонаправленным) воздушным потоком от вентилятора марки ВН1 (рис. 5,а). При этом удалось (см. рис.4) снизить температуру в стационарном режиме примерно до 105...115°C. С целью дальнейшего увеличения надёжности были предприняты попытки охлаждения обмоток трансформатора направленным воздушным потоком, подаваемым через специальный направляющий короб, турбулизующий поток вблизи поверхности обмоток с целью достижения наилучших значений критерия Рейнольдса и соответственно минимальных тепловых сопротивлений на границе "охлаждающий поток - обмотка" (рис. 5,б).

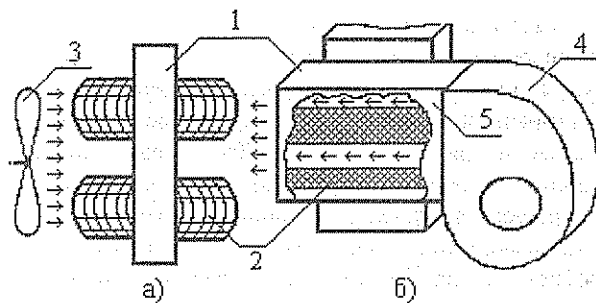


Рис.5.

Конструктивные схемы охлаждения трансформатора ненаправленным (а) и направленным (б) воздушными потоками: 1 - магнитопровод, 2 - вторичная обмотка, 3 - вентилятор с ненаправленным потоком, 4 - вентилятор с направленным потоком, 5 - направляющий короб

В результате многочисленных экспериментов была найдена конфигурация направляющего короба, при которой температура в стационарном режиме составляет 57...59°C (см. рис.4). Существуют известные американские критерии надёжности, в соответствии с которыми долговечность электронных и электротехнических компонент возрастает вдвое на каждые 10°C снижения стационарной температуры их работы. В соответствии с этими критериями долговечность трансформатора при переходе от максимально достижимой температуры в бытовой печи (120°C) к стационарной температуре в непрерывно работающем источнике микроволновой энергии при использовании направляющего воздушного потока (60°C) должна увеличиться в 64 раза. Гарантированная долговечность трансформатора в режимах работы бытовой печи составляет 1000 часов. Достигнутая гарантированная долговечность (за счёт теплового режима), равная 60000 часов, представляется более чем достаточной для установок микроволновой суши.

Вторая проблема - обеспечение надёжности работы источника микроволновой энергии, - также локализованная во вторичной обмотке трансформатора, была связана с большими её электрическими перенапряжениями в момент начального включения. В разработанной схеме (рис. 6) напряжение на обе вторичные обмотки силового трансформатора (высоковольтную обмотку анода магнетрона и низковольтную обмотку его накальной цепи) подавалось одновременно.

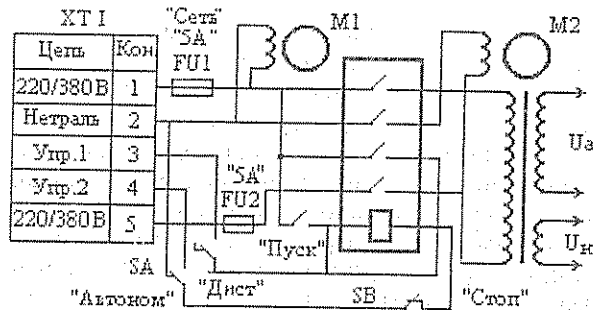


Рис. 6.

Исходная схема питания первичной обмотки силового трансформатора

При этом в момент включения магнетрон с ещё не успевшим разогреться катодом оставался запертым, что и приводило к значительным перенапряжениям во вторичной обмотке трансформатора (пиковым броскам напряжения, на 50...70% превышающим стабильный рабочий уровень). Проблема может быть решена введением дополнительного накального трансформатора, обеспечивающего стабильный подогрев катода магнетрона в дежурном режиме. Однако это решение, принятое для многочисленных источников микроволновой энергии, применяемых в установках микроволновой сушки, привело бы к существенному увеличению себестоимости. В основе найденного технического решения лежал тот факт, что с целью снижения габаритной массы сердечника силового трансформатора его первичная обмотка запитывалась от напряжения не 220В ("фаза - нейтраль"), а 380В ("фаза - фаза"). Было высказано предположение, что проблема может быть принципиально решена при организации дежурного режима с подачей на первичную обмотку силового трансформатора напряжения 220В.

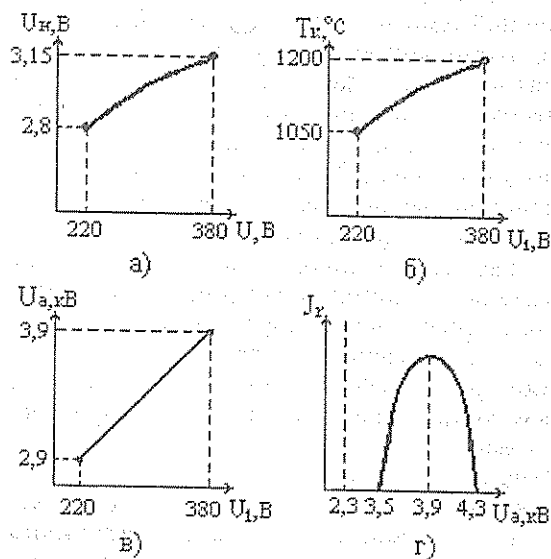


Рис. 7.

Зависимости напряжения (а) и температуры катода (б), а также напряжения анода (в) от напряжения первичной обмотки силового трансформатора; зависимость тока генерации от напряжения анода магнетрона (зоны генерации) - (г)

Предположение основывалось на том, что, в силу существенного роста сопротивления накальной нити катода магнетрона вблизи рабочих температур, при снижении напряжения на первичной обмотке с 380 до 220В падение напряжения накала будет непропорционально меньшим. Действительно, в эксперименте напряжение накала (рис.7,а) снизилось всего с 3,15В (номинальное напряжение) до 2,8В. При этом температура катода (рис.7,б) снизилась всего на 150°С, т.е. оставалась достаточной для реализации близких к номинальным эмиссионных свойств катода. В то же время напряжение на аноде магнетрона менялось (рис.7,в) пропорционально напряжению на первичной обмотке, что давало при напряжении 220В на первичной обмотке напряжение на аноде, существенно меньшее нижней границы зоны генерации магнетрона (рис.7,г). В результате в дежурном режиме при нагретом катоде генерации не должно было наблюдаться.

Для реализации указанного предложения приведённая на рис.6 схема была модернизирована (рис.8).

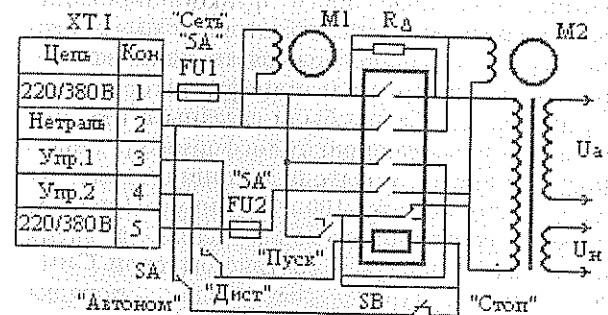


Рис. 8.

Модernизированная схема питания силового трансформатора

В магнитном пускателе, обеспечивающем включение источника микроволновой энергии, была задействована дополнительная размыкающая группа (в исходной схеме использовались только замыкающие контактные группы), через которую один из концов первичной обмотки трансформатора подключался в дежурном режиме к нейтрали, а параллельно одной из замыкающих групп, связанной с другим концом первичной обмотки трансформатора, в схему был включён резистор. При переходе из дежурного в рабочий режим размыкающая группа магнитного пускателя обеспечивала отключение первого конца первичной обмотки от нейтрали, и на этот конец через замыкающую группу подавалось фазное напряжение. Другая замыкающая группа шунтировала резистор Rд и обеспечивала подачу (без падения напряжения на резисторе) напряжения другой фазы на второй конец первичной обмотки.

Экспериментальная проверка показала высокую эффективность принятого схемного решения (рис.9). Высота пика перенапряжения снизилась с  $1,7U_R$  ( $U_R$  - стабильное рабочее напряжение) до  $1,15U_R$ , а длительность пика перенапряжения - с  $3 \cdot 10^{-3}$ с примерно до  $5 \cdot 10^{-4}$ с.

зиций не является новым [4]. Предлагаемое в настоящей работе представление многочастотного и многоволнового поля как многокомпонентной среды с многоскоростным движением предпринимается впервые. Пакетно-волновое описание поля в электродинамике по правилам построения квадратичных форм оказывается тесно связанным с конструированием плотностных характеристик в механике.

Ограничимся для простоты случаем свободного (от зарядов и их токов) поля в бездисперсной среде без потерь с постоянными и скалярными проницаемостями  $\epsilon$  и  $\mu$ . На основе гамильтонова формализма находятся новые выражения для мгновенных плотностей энергий. Набор полей скоростей движения, соответствующий набору парциальных компонент-плотностей энергий (собственных и интерференционных) ЭМ-пакетного поля, определяется непосредственно из вида скалярных волн плотностей энергии. Это позволяет, используя общий формализм многоскоростной механики, однозначно составить векторные плотности потоков энергии и импульса как парциальные, так и полные, для всего пакетного поля. Новые плотности энергии и потока удовлетворяют скалярному уравнению баланса энергии-массы (модифицированной дифференциальной теореме Пойнтинга). Рассмотрение иллюстрируется примером прямоугольного волновода.

#### Плотность энергии свободного электромагнитного поля

Под свободным полем будем понимать поле в неограниченном пространстве с постоянными проницаемостями  $\epsilon$ ,  $\mu$  в отсутствие дисперсии и потерь. Такое поле может быть представлено без наличия зарядов и их токов в виде набора собственных плоских волн различных частот, направлений распространения, поляризаций, амплитуд и постоянных фаз.

Известно [6-12], что мгновенные значения плотностей энергии и потока для электромагнитного поля определяются неоднозначно. Проблема построения тензора энергии-импульса, компонентами которого являются плотность энергии и плотность потока энергии, является дискуссионной [6, 9, 10] по настоящее время. Не претендуя в данной работе на решение проблем однозначного определения энергии-импульса ЭМ-поля в общей постановке, приведем новые, отличные от традиционных, построения плотностей энергий и импульса для свободного поля в идеальной бездисперсной среде.

Мгновенные вещественные электрические и магнитные плотности энергий поля одночастотной волны в среде с параметрами  $\epsilon$ ,  $\mu$  определим для вещественных  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$ :

$$w^E = \frac{\epsilon}{4} (\mathbf{E}^2 + (\partial \mathbf{E} / \partial \omega t)^2), \quad w^H = \frac{\mu}{4} (\mathbf{H}^2 + (\partial \mathbf{H} / \partial \omega t)^2). \quad (1)$$

Необходимость выбора мгновенных плотностей, в форме (1), а не по традиционным соотношениям [5]

$$w_{cl}^E = \frac{\epsilon}{2} \mathbf{E}^2, \quad w_{cl}^H = \frac{\mu}{2} \mathbf{H}^2 \quad (2)$$

обосновывается следующими рассуждениями.

Поле  $\mathbf{E}$  плоской линейно-поляризованной волны можно задать в виде

$$\mathbf{E}(z, t) = \mathbf{E}_0 \sin(kz - \omega t + \theta) = (q^E(\tau) \sin kz + p^E(\tau) \cos kz) \sqrt{2/\epsilon}, \quad (3)$$

где  $q^E(\tau) = Q_0 \cos(\theta - \omega t)$ ,  $p^E(\tau) = Q_0 \sin(\theta - \omega t)$  обобщенная координата и соответствующий ей импульс;  $Q_0 = \sqrt{\epsilon/2} E_0$ ,  $k = \omega \sqrt{\epsilon \mu}$ ,  $\tau = \omega t - kz$  — безразмерное время. Подставляя (3) в (1), и рассматривая  $w^E = \mathbf{H}^E$  как функцию Гамильтона

$$\mathbf{H}^E(q^E, p^E) = \frac{1}{2} ((q^E(\tau))^2 + (p^E(\tau))^2) = \frac{\epsilon}{4} E_0^2, \quad (4)$$

убеждаемся в выполнении уравнений Гамильтона:

$$\frac{dq^E}{d\tau} = \frac{\partial \mathbf{H}^E}{\partial p^E}, \quad \frac{dp^E}{d\tau} = -\frac{\partial \mathbf{H}^E}{\partial q^E}, \quad \frac{d\mathbf{H}^E}{d\tau} = \frac{\partial \mathbf{H}^E}{\partial \tau} = 0. \quad (5)$$

Таким образом, выбор плотности  $w^E$ , согласно (1), обусловлен необходимостью выполнения уравнений Гамильтона для консервативной физической динамической системы — электрического поля волны (3) в среде без потерь.

На фазовой плоскости  $\{q^E, p^E\}$  состояние динамической системы (3) в момент времени  $\tau$  будет изображаться точкой с радиус-вектором  $[q^E, p^E]^T / \sqrt{2}$ , где  $T$  — знак транспонирования. Для введенного бивектора  $[q^E, p^E]^T / \sqrt{2}$  системе уравнений (5) может быть придана форма

$$\frac{d}{d\tau} \begin{bmatrix} q^E \\ p^E \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} + \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q^E \\ p^E \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} = 0. \quad (6)$$

Появление бивекторного описания связано с необходимостью рассмотрения в каждый момент времени не только самой координаты  $q^E(\tau)$ , но и её производной  $p^E = dq^E/d\tau$ , согласно определению динамической системы (в силу принципа причинности).

Плотность энергии  $w^E$  можно определить как скалярный квадрат бивектора:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} q^E \\ p^E \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} q^E \\ p^E \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} ((q^E(\tau))^2 + (p^E(\tau))^2) = w^E.$$

Непосредственно из (6) следуют такие же выражения:

$$\frac{d}{d\tau} ((q^E)^2 + (p^E)^2) \frac{1}{2} = 0, \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} q^E \\ p^E \end{bmatrix}^T \frac{d}{d\omega t} \begin{bmatrix} q^E \\ p^E \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.$$

Поскольку  $w^E$ , как и всякое скалярное произведение, не меняется при унитарных преобразованиях, то вещественным непрерывным по углу  $kz$ , унитарным преобразованием

$$\begin{bmatrix} \sin kz & \cos kz \\ -\cos kz & \sin kz \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q^E(\tau) \\ p^E(\tau) \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{\epsilon}}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{E}(z, t) \\ \frac{\partial \mathbf{E}(z, t)}{\partial \omega t} \end{bmatrix}$$

можно перевести бивектор  $[q^E, p^E]^T / \sqrt{2}$  в бивектор  $\sqrt{\epsilon/2} \cdot [E, \partial E / \partial \omega t]^T$ , употребление которого более удобно при заданном в форме (3) сигнале.

Для напряженности  $H$  поля плоской волны, можно провести аналогичные построения в обоснование плотности  $w^H$  по (1). Так как  $\epsilon E_0^2 = \mu H_0^2$ , получаем  $w^E = w^H = \epsilon E_0^2 / 4$ .

Возможен и другой подход в обосновании плотности энергии волновых сигналов  $E$  и  $H$ , при котором значение плотности энергии волны устанавливается при рассмотрении осцилляций в какой-либо фиксированной плоскости наблюдения  $z = z'$ . В случае однородной волны значения плотности энергии не зависят от выбора плоскости наблюдения. Действительно, при гармонической зависимости от времени для  $E$  и  $H$  выполняются уравнения

$$\frac{\partial^2 E(z,t)}{\partial t^2} + E(z,t) = 0, \quad \frac{\partial^2 H(z,t)}{\partial t^2} + H(z,t) = 0. \quad (7)$$

Фиксирование  $z = z'$  приводит к  $\partial/\partial t = d/dt$ , и уравнения (7) можно рассматривать как уравнения гармонических осцилляторов  $E$ - и  $H$ -типов. Тогда сами векторы  $\sqrt{\epsilon/2} \cdot E(z', t)$  и  $\sqrt{\epsilon/2} \cdot \partial E(z', t) / \partial t$  (и соответственно  $\sqrt{\mu/2} \cdot H(z', t)$  и  $\sqrt{\mu/2} \cdot \partial H(z', t) / \partial t$ ) могут быть приняты как обобщенные координата и импульс, отвечающие уравнениям Гамильтона с  $H^E = w^E$ ,  $H^H = w^H$ . Плотность энергии плоской одночастотной волны представляется как сумма плотностей  $w^E + w^H$  энергий "полевых"  $E$ - и  $H$ -осцилляторов. Их полные плотности энергии в механической терминологии есть сумма потенциальных и кинетических плотностей, которая, как известно, должна быть постоянной.

Таким образом, выбор плотностей энергии волны в форме (1) обосновывается аппаратом гамильтонового формализма, необходимой двухмерностью описания в фазовом пространстве состояний, и возможностью привлечения правил построения энергетических характеристик полевых осцилляторов.

Выражения (1) устанавливают необходимость составления скалярных квадратичных форм для плотностей энергий не только путем использования "сигнальных" функций  $E$  и  $H$ , но и их производных по времени. В этом плане традиционные выражения для плотностей (2) не отвечают требованиям общей формулировки динамической системы, т.е. являются неполными: в фазовом пространстве, при использовании (2), присутствует координата, но отсутствует обобщенный импульс.

В предлагаемых плотностях энергии (1) содержатся индивидуальные параметры волны  $E$ ,  $H$  и  $\omega$ . В свете общих положений механики сплошных сред, описание континуума, в общем случае, должно быть обязательно многокомпонентным. Это означает, что индивидуальные компоненты должны иметь свои плотности масс и энергии, свои скорости движения, свои плотности импульса и т.д. [1, 2].

Именно такой подход, связанный с пакетом индивидуальных подсистем, был успешно применен к

построению классической теории поля, включающей в себя неравновесную термодинамику [1]. Поэтому в электродинамике, на наш взгляд, для решения проблемы однозначного определения понятий "энергия-импульс" разумно применить методы механики многокомпонентной сплошной среды. Роль компонент в электродинамике свободного поля будут играть волны со своими скоростями, плотностями энергии, плотностями масс, плотностями потока импульса, плотностями момента, с тензорными плотностями и т.д. [3].

В случае свободного пакетного ЭМ-поля, в котором присутствуют  $N$  различных волн с амплитудами  $E_0^{(1)}, E_0^{(2)}, \dots, E_0^{(N)}$  с волновыми векторами  $k^{(1)}, k^{(2)}, \dots, k^{(N)}$ , с частотами  $\omega^{(1)}, \omega^{(2)}, \dots, \omega^{(N)}$  и с постоянными фазами  $\theta(1), \theta(2), \dots, \theta(N)$  полные пакетные бивекторы электрического и магнитного полей будут представляться суммами

$$\sum_{n=1}^N \sqrt{\frac{\epsilon}{2}} \begin{bmatrix} E^{(n)} \\ \frac{\partial E^{(n)}}{\partial \omega^{(n)} t} \end{bmatrix}, \quad \sum_{n=1}^N \sqrt{\frac{\mu}{2}} \begin{bmatrix} H^{(n)} \\ \frac{\partial H^{(n)}}{\partial \omega^{(n)} t} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Плотности  $w^E, w^H$  пакетных полей в этом случае выражаются как скалярные квадраты пакетных бивекторов (8). При этом возникает  $N$  собственных  $w_{nn}^E, w_{nn}^H$  и  $(N^2 - N) / 2$  интерференционных плотностей  $w_{nn'}, w_{n'n'}$ , с  $n \neq n'$ . (Можно показать, что интерференционные (взаимные) плотности  $w_{jk}^E, w_{jk}^H$ , как и собственные  $w_{ii}^E$  и  $w_{ii}^H$  можно идентифицировать с функциями Гамильтона  $H_{jk}^E$  и  $H_{jk}^H$ , при параметре времени  $\tau = \epsilon(\omega t, \omega_k t)$  [3]). Для выяснения свойств данного набора плотностей, достаточно рассмотреть плотности, помеченные какими-либо двумя произвольными индексами  $n$  и  $n'$ , т.е. две собственные плотности с  $(nn)$  и  $(n'n')$  и одну взаимную с  $(nn')$ . Далее обозначим  $n=I$  и  $n'=II$ .

Расположим  $k^I$  и  $k^{II}$  целиком в плоскости  $xOz$  так, чтобы  $k^I$  образовывал с осью  $z$  угол  $\alpha$ , а  $k^{II}$  - угол  $(-\alpha)$ . Тогда для отличных от нуля компонент напряженностей волн получаем

$$E_y^I = E_0^I \sin \Phi^I; \quad E_y^{II} = E_0^{II} \sin \Phi^{II}; \\ H_x^I = -E_0^I Z^{-1} \cos \alpha \sin \Phi^I; \quad H_x^{II} = -E_0^{II} Z^{-1} \cos \alpha \sin \Phi^{II}; \quad (9) \\ H_z^I = E_0^I Z^{-1} \sin \alpha \sin \Phi^I; \quad H_z^{II} = -E_0^{II} Z^{-1} \sin \alpha \sin \Phi^{II},$$

где

$$\Phi^I(r,t) = x \cdot k^I \sin \alpha + z \cdot k^I \cos \alpha - \omega^I t + \theta_0^I; \\ \Phi^{II}(r,t) = -x \cdot k^{II} \sin \alpha + z \cdot k^{II} \cos \alpha - \omega^{II} t + \theta_0^{II}; \\ Z^{-1} = \sqrt{\epsilon/\mu}; \quad k^I = \omega^I \sqrt{\epsilon\mu}; \quad k^{II} = \omega^{II} \sqrt{\epsilon\mu}.$$

Полное поле двух волн будет суммой полей:

$$E = E^I + E^{II}, \quad H = H^I + H^{II}.$$

В этом случае мы будем иметь две полные собственные плотности ЭМ-энергии  $w_{I,I} = w_{I,I}^E + w_{I,I}^H$ ,  $w_{II,II} = w_{II,II}^E + w_{II,II}^H$  и только одну взаимную полную плотность энергии  $w_{I,II} = w_{I,II}^E + w_{I,II}^H$ , выражаемые явно в виде

$$w_{i,i} = \frac{\varepsilon}{4} \left[ (\mathbf{E}^i)^2 + \left( \frac{\partial \mathbf{E}^i}{\partial \omega^{(i)} t} \right)^2 \right] + \frac{\mu}{4} \left[ (\mathbf{H}^i)^2 + \left( \frac{\partial \mathbf{H}^i}{\partial \omega^{(i)} t} \right)^2 \right] = \frac{\varepsilon}{2} (E_0^i)^2, \quad (i = I, II),$$

$$w_{I,II} = \frac{\varepsilon}{2} \left[ (\mathbf{E}^I, \mathbf{E}^{II}) + \left( \frac{\partial \mathbf{E}^I}{\partial \omega^I t} \right) \left( \frac{\partial \mathbf{E}^{II}}{\partial \omega^{II} t} \right) \right] + \frac{\mu}{2} \left[ (\mathbf{H}^I, \mathbf{H}^{II}) + \left( \frac{\partial \mathbf{H}^I}{\partial \omega^I t} \right) \left( \frac{\partial \mathbf{H}^{II}}{\partial \omega^{II} t} \right) \right] = \varepsilon E_0^I E_0^{II} \cos^2 \alpha \cos(\Phi^I(\mathbf{r}, t) - \Phi^{II}(\mathbf{r}, t)),$$

где  $\Phi^I(\mathbf{r}, t) - \Phi^{II}(\mathbf{r}, t) = (\mathbf{k}^I - \mathbf{k}^{II}) \cdot \mathbf{r} - (\omega^I - \omega^{II})t + (\theta^I - \theta^{II})$ .

Полная плотность ЭМ-энергии двух волн I и II запишется как  $w = w_{I,I} + w_{II,II} + w_{I,II}$ . Видно, что зависимость от координаты и времени полной плотности  $w(\mathbf{r}, t)$  обусловлена зависимостью от  $\mathbf{r}$  и  $t$  только интерференционной плотности энергии поля. Собственные плотности энергии самих волн I и II являются постоянными, так как это и должно быть для одномерных и однородных волн одной частоты.

Отметим, что построенная традиционным способом мгновенная плотность энергии одной волны [5] представляется как

$$w_{ei} = w_{ei}^I + w_{ei}^{II} = E_0^2 \sin^2(kz - \omega t + \theta)$$

и является функцией продольной координаты и времени, что кинематически неприемлемо для динамической системы - волны.

**Скорости переноса энергии, плотность потока энергии и плотность импульса свободного ЭМ-поля**

Функция  $w_{I,II}(\mathbf{r}, t)$  описывает однородную скалярную волну, фазовая скорость которой является постоянным вектором

$$v^{I,II} = (\omega^I - \omega^{II}) / (\mathbf{k}^I - \mathbf{k}^{II}) = (\omega^I - \omega^{II}) \cdot (\mathbf{k}^I - \mathbf{k}^{II}) / (\mathbf{k}^I - \mathbf{k}^{II})^2. \quad (10)$$

Покажем, что эта скорость и будет скоростью движения взаимной энергии. Действительно, ввиду постоянства фазовой скорости (10) все фазовые фронты (плоскости, нормальные к  $v^{I,II}$ ) будут двигаться с одинаковой скоростью  $v^{I,II}$ . Выделяя на каком-либо фазовом фронте площадку  $\Delta F$ , нетрудно заметить, что  $\Delta F$  не будет изменяться во время движения фазового фронта из-за его однородности. Введем объем  $\Delta V = \Delta F \cdot \Delta \ell$ , где  $\Delta \ell$  есть расстояние между плоскостью выбранного фазового фронта и другого фазового фронта, близкого к первому. Так как  $\Delta \ell$  не изменяется, то и  $\Delta V$  не будет изменяться в процессе своего движения со скоростью  $v^{I,II}$ , т.е. будет выполняться условие  $d\Delta V/dt = 0$ .

Массовые плотности ЭМ-поля по известным плотностям энергии можно ввести, используя соотношение Эйнштейна  $\rho = w(\mathbf{r}, t)/c^2$ . При малом объеме  $\Delta V$  масса поля, заключенного в этом объеме равна

$$\Delta m_{I,II} = \int_{\Delta V} \rho_{I,II}(\mathbf{r}, t) dV = \int_{\Delta V} \frac{w_{I,II}(\mathbf{r}, t)}{c^2} dV = \frac{w_{I,II}(\mathbf{r}, t)}{c^2} \Delta V$$

С другой стороны, непосредственным дифференцированием убеждаемся в выполнении условия сохранения плотности  $w_{I,II}(\mathbf{r}, t)$ :

$$\frac{dw_{I,II}(\mathbf{r}, t)}{dt} = \frac{\partial w_{I,II}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + (\mathbf{v}^{I,II} \cdot \nabla w_{I,II}(\mathbf{r}, t)) = 0. \quad (11)$$

Из (11) ввиду  $d\Delta V/dt = 0$  следует важное утверждение  $d\Delta m_{I,II}/dt = 0$  сохранения массы  $\Delta m_{I,II}$  в движущемся со скоростью (10) объеме. Таким образом, поле скоростей (10) является полем скоростей частиц жидкого объема  $\Delta V$  массы  $\Delta m_{I,II}$ . (Взаимные энергии-массы, обуславливающие явление «дефекта» энергии-массы могут иметь как положительные, так и отрицательные значения, в отличие от собственных и полных энергий-масс, которые всегда положительны.). При наличии универсальной связи между энергией и массой поле скоростей (10) будет являться и полем скоростей энергий.

Таким образом, скорость движения интерференционной энергии совпадает с фазовой скоростью скалярной волны плотности энергии  $w_{I,II}(\mathbf{r}, t)$ . Эта скорость меньше скорости света в вакууме, ибо очевидно, что

$$(\mathbf{v}^{I,II})^2 = \frac{(\omega^I)^2 + (\omega^{II})^2 - 2\omega^I \omega^{II}}{(\mathbf{k}^I)^2 + (\mathbf{k}^{II})^2 - 2\mathbf{k}^I \mathbf{k}^{II}} = \frac{(\omega^I)^2 + (\omega^{II})^2 - 2\omega^I \omega^{II}}{\varepsilon \mu ((\omega^I)^2 + (\omega^{II})^2 - 2\omega^I \omega^{II} \cos 2\alpha)} \leq \frac{1}{\varepsilon \mu} \leq c^2$$

Заметим, что выбор волн I и II происходит независимо друг от друга, поэтому частоты  $\omega^I$  и  $\omega^{II}$  и, в свою очередь, волновые векторы  $\mathbf{k}^I$  и  $\mathbf{k}^{II}$  задаются независимо друг от друга. Это означает, что производная  $\partial(\omega^I - \omega^{II})/\partial(\mathbf{k}^I - \mathbf{k}^{II})$  не существует, и для скалярной волны плотности энергии не существует понятия групповой скорости. Это понятие относится только к "сигнальным" функциям  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$ .

При равенстве частот  $\omega^I = \omega^{II}$  и при различных направлениях распространения  $\mathbf{k}^I \neq \mathbf{k}^{II}$ , скорость  $v^{I,II}$  становится равной нулю, а интерференционная плотность энергии  $w_{I,II}$ , как видно из (11), перестает зависеть от времени. В этом случае интерференционная картина не меняется во времени и не двигается, т.е. мы имеем хорошо известную из оптики ситуацию интерференции в "наклонных лучах" ( $\alpha \neq 0$ ) с равными частотами при наличии когерентности [13]. При  $\omega^I = \omega^{II}$  и при  $\mathbf{k}^I = \mathbf{k}^{II}$  ( $\alpha = 0$ ) для скорости движения интерференционной энергии получаем

$$v^{I,II} = n_z^0 / \sqrt{\varepsilon \mu} = v^{I,I} = v^{II,II},$$

т.е. случай синхронного дельта-резонансного по  $\omega$  и  $\mathbf{k}$  взаимодействия волн I и II.

Из взаимной плотности энергии, путем предельных переходов  $I \rightarrow II$  и  $II \rightarrow I$  нетрудно получить по-

стоянные собственные плотности энергии  $w_{i, I, II}$  и  $w_{i, I, II}$ . Выполнение аналогичных процедур для скорости  $v^{I, II}$  позволяет получить выражения для собственных скоростей движения энергий волн I и II в виде:  $v^{i, I} = k^I / (k^I \sqrt{\epsilon \mu})$ , ( $i=I, II$ ). Получившиеся скорости движения  $v^{I, I}$  и  $v^{II, II}$  равны соответственно  $v^{I, I} = v_{ph}^I = v_{gr}^I$  и  $v^{II, II} = v_{ph}^{II} = v_{gr}^{II}$ , где  $v_{ph} = \omega/k$ ,  $v_{gr} = d\omega/dk$  как это и должно быть для бездисперсной среды.

Согласно правилам, установленным в механике сплошных сред, плотности потоков энергии должны вводиться следующим образом [1, 2]:

$$S^{I, I} = v^{I, I} w_{I, I}, S^{II, II} = v^{II, II} w_{II, II},$$

$$S^{I, II} = v^{I, II} w_{I, II}, S = S^{I, I} + S^{II, II} + S^{I, II},$$

где  $S(r, t)$  – полная плотность потока энергии поля двух волн I и II. Если учесть, что  $\rho_{I, I} = w_{I, I}/c^2$ ,  $\rho_{I, II} = w_{I, II}/c^2$  есть массовые плотности, а  $S^{I, I}/c^2$ ,  $S^{I, II}/c^2$  – плотности импульса, то после их умножения на произвольный объем  $\Delta V$ , нетрудно получить цепочку формул:

$$v^{i, I} = \frac{S^{i, I}}{w_{i, I}} = \frac{S^{i, I}/c^2 \cdot \Delta V}{w_{i, I}/c^2 \Delta V};$$

$$v^{i, II} = \frac{S^{i, II}}{w_{i, II}} = \frac{S^{i, II}/c^2 \cdot \Delta V}{w_{i, II}/c^2 \Delta V} \quad (i=I, II).$$

Откуда видно, что скорости движения  $v^{I, I}$ ,  $v^{II, II}$ ,  $v^{I, II}$  определяются "механическим" способом как результат деления импульса объема  $\Delta V$  на массу, заполняющую объем.

Скорость движения энергии (массы) всего поля пакета из двух волн I и II записывается как скорость центра масс (точнее центра импульса) системы трех "тел"  $\Delta m_{I, I}$ ,  $\Delta m_{II, II}$ ,  $\Delta m_{I, II}$ :

$$v(r, t) = \frac{S^{I, I} + S^{II, II} + S^{I, II}(r, t)}{w_{I, I} + w_{II, II} + w_{I, II}(r, t)}$$

$$= \frac{(S^{I, I}/c^2 \cdot \Delta V) + (S^{II, II}/c^2 \cdot \Delta V) + (S^{I, II}/c^2 \cdot \Delta V)}{(w_{I, I}/c^2 \cdot \Delta V) + (w_{II, II}/c^2 \cdot \Delta V) + (w_{I, II}/c^2 \cdot \Delta V)}$$

Нетрудно показать, что  $V^2(r, t) \leq (\sqrt{\epsilon \mu})^2 \leq c^2$ .

В тех случаях, когда интерференционная плотность  $w_{I, II}$  "неподвижна" и  $v^{I, II} = 0$ ,  $S^{I, II} = 0$ , физически целесообразно рассмотрение в данной системе координат поля скоростей  $v$  центров масс лишь тех "частиц", которые участвуют в создании импульса и потока энергии. В нашем случае – частиц  $\Delta m_{I, I}$  и  $\Delta m_{II, II}$  с  $v^{I, I} \neq 0$ ,  $v^{II, II} \neq 0$ , с соответствующим полем скоростей энергий  $v = (S^{I, I} + S^{II, II}) / (w_{I, I} + w_{II, II})$ .

Рассмотрим дивергенцию от вектора плотности потока энергии  $S^{I, II} = v^{I, II} w_{I, II}$ :

$$\text{div} S^{I, II} = w_{I, II} \nabla v^{I, II} + (v^{I, II} \cdot \nabla) w_{I, II}. \quad (12)$$

Поскольку  $v^{I, II}$  – постоянный вектор, то  $\nabla v^{I, II} = 0$ , а скалярное произведение в (12) ( $v^{I, II} \cdot \nabla w_{I, II}$ ) =

=  $-\partial w_{I, II} / \partial t$ , ввиду (11). Подставляя эти результаты (12), устанавливаем, что

$$\text{div} S^{I, II}(r, t) + \partial w_{I, II}(r, t) / \partial t = 0.$$

Уравнения  $\text{div} S^{i, I} + \partial w_{i, I} / \partial t = 0$  ( $i=I, II$ ) выполняются, поскольку  $S^{I, I}$ ,  $S^{II, II}$ ,  $w_{I, I}$ ,  $w_{II, II}$  – постоянны. Окончательно мы приходим к локальному уравнению баланса энергии-массы для поля двух волн I и II:

$$\text{div} S(r, t) + \partial w(r, t) / \partial t = 0.$$

Несмотря на то, что рассматриваемые в (13) волны I и II выбирались по  $E$  одинаково поляризованными, вид множителя  $\cos(\Phi^I(r, t) - \Phi^{II}(r, t))$  не зависит от поляризации участвующих волн, и  $w_{I, II}$  при произвольных поляризациях будет содержать при "косинусный" множитель, означающий что введенные рассуждения для плотностей энергии и потоков остаются неизменными для волн I и II любыми поляризациями. Тогда ясно, что в случае произвольных плоских волн (когда вместо I и II вводят  $n$  и  $n'$ , и когда плотности энергии и импульса будут представлять суммы всех собственных и всех возможных интерференционных величин) плотности энергии и потока будут

$$w(r, t) = \sum_n w_{n, n} + \frac{1}{2} \sum_n \sum_{n \neq n'} w_{n, n'};$$

$$S(r, t) = \sum_n S^{n, n} + \frac{1}{2} \sum_n \sum_{n \neq n'} S^{n, n'}.$$

и кинематическое балансное уравнение (13) остается неизменным. Скорость энергии пакета волн находится по прежней формуле:  $v(r, t) = S(r, t) / w(r, t)$ . Последняя формула означает возможность введения в электродинамику векторного поля скоростей энергии.

Предложенные новые определения для мгновенных плотностей  $w(r, t)$  и  $S(r, t)$  существенно отличаются от своих традиционных, или "классических" аналогов:  $w_{cl} = \epsilon/2 \cdot E^2 + \mu/2 \cdot H^2$  и  $S_{cl} = E \times H$ , но, как трудно убедиться, будут приводить к одинаковым "классической" средним по времени и пространству наблюдаемым значениям, поскольку интерференционные плотности будут обнуляться при таких усреднениях. Отметим, что введенные "по механике" парциальные, так и полные  $S$  и  $w$  удовлетворяют самому определению, "мгновенной" энергии произвольного малого объема  $\Delta V$ , того полем. Связь  $\Delta P$  с  $\Delta W$  соответствует релятивистской связи между энергией и импульсом свободных частиц:  $\Delta m = \rho \Delta V$  [5]. Подобное соотношение (физически неизбежное при принятии концепции фотонов) при традиционном определении энергии потока можно получить только после процедуры усреднений.



Ясно, что представление частиц  $\Delta m$  как свободных означает равенство равнодействующей всех сил, действующих на частицу со стороны силовых полей внешних источников и со стороны соседних к  $\Delta m$  других частиц через поверхность объема  $\Delta V$ . Для свободного поля, при отсутствии зарядовых источников и гравитации, внешние силы равны нулю. Поэтому должны быть равны нулю и "внутренние" силы, обусловленные действием на частицу  $\Delta m$  других подобных частиц. Но при отсутствии сил не происходит изменение импульса частицы, т.е.  $d\Delta m v/dt=0$ . В силу доказанности  $d\Delta m/dt=0$  для свободного поля, имеем условие движения микрочастиц в свободном электромагнитном поле без наличия ускорений  $dv/dt=0$ . Последний критерий при оперировании с классическими пакетными плотностями  $w_{cl}$  и  $S_{cl}$  выполняется только после проведения усреднений по координате и времени.

**Плотность энергии и плотность потока энергии волноводных волн**

В предыдущих разделах статьи были изложены методы построения плотностей энергии и плотности потока энергии для свободных полей, представляющих произвольную сумму (пакет) плоских волн. Данные методы приняты в кинематике сплошных сред. Полученные при этом скорости движения энергии (массы) являются скоростями движения малых макрочастиц, масса которых обусловлена наличием электромагнитного поля. На основе вышеизложенного, построим, как пример, кинематические характеристики волноводного поля  $H_{10}$ .

Известно (концепция Бриллюэна), что поле основной волны  $H_{10}$  прямоугольного волновода с идеальными стенками может быть представлено суммой двух плоских линейно поляризованных волн, определяемых формулами (9) с  $\omega^I=\omega^{II}=\omega$ ,  $E_0^I=E_0^{II}=E_0$ ,  $\theta_0^I=\theta_0^{II}=0$ . При этом угол  $\alpha$  должен определяться соотношением  $\sin \alpha = \pi/(ka)$ , где  $a$  — ширина волновода. Вводя обозначение  $k_w = \sqrt{k^2 - (\pi/a)^2}$  и учитывая, что  $\cos \alpha = k_w/k$ , из (9) получаем формулы для описания полей прямоугольного волновода:

$$\begin{aligned} E_y &= 2E_0 \cos \frac{\pi}{a} x \sin(k_w z - \omega t), \\ H_x &= -2E_0 Z^{-1} \frac{k_w}{k} \cos \frac{\pi}{a} x \sin(k_w z - \omega t), \\ H_z &= 2E_0 Z^{-1} \frac{\pi}{ak} \sin \frac{\pi}{a} x \cos(k_w z - \omega t), \end{aligned} \quad (14)$$

Поле такой волноводной волны характеризуется полной плотностью ЭМ-энергии:

$$w(x) = \frac{\epsilon}{2} E_0^2 + \frac{\epsilon}{2} E_0^2 + \epsilon E_0^2 \left( \frac{k_w}{k} \right)^2 \cos \frac{2\pi x}{a}. \quad (15)$$

Первые два постоянные члена в (15) являются плотностями энергии собственно волн I и II, т.е. являются

плотностями  $w_{I,I}$ ,  $w_{II,II}$ , а третье слагаемое в (15) описывает интерференционную плотность энергии  $w_{I,II}$  от взаимодействия волн I и II.

При равенстве частот  $\omega^I=\omega^{II}=\omega$  взаимная плотность энергии перестает зависеть от времени, а соответствующая скорость движения интерференционной энергии  $v^{I,II}=0$ , как это видно из (10). Поэтому в данном случае, благодаря частотной симметрии выбора волн I и II, интерференционная энергия с плотностью  $w_{I,II}$  не переносится и не может участвовать в образовании потока энергии  $S$ , т.е.  $S^{I,II}=0$ . Ввиду этого

$$\begin{aligned} S &= S^{I,I} + S^{II,II} = \\ &= v^{I,I} w_{I,I} + v^{II,II} w_{II,II} = n_z^0 \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \left( \frac{k_w}{k} \right) \epsilon E_0^2. \end{aligned} \quad (16)$$

Получившаяся мгновенная плотность потока энергии волны  $H_{10}$  в прямоугольном волноводе оказывается постоянной и направленной, как вектор, строго по оси волновода. из (15), (16) найдем скорость движения энергии волноводного поля  $H_{10}$ :

$$v_{en} = \frac{S^{I,I} + S^{II,II}}{w_{I,I} + w_{II,II}} = \frac{v^{I,I} + v^{II,II}}{2} = n_z^0 \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \left( \frac{k_w}{k} \right) = v_{gr}. \quad (17)$$

Скорость (17) оказалась равной групповой скорости поля в волноводе, но, в отличие от принятой трактовки  $v_{gr}$  как средней скорости движения энергии, скорость (17) следует уже рассматривать как мгновенную. В приведенном примере скорость энергии оказывается постоянной.

Если использовать традиционные определения для плотности энергии и плотности потока энергии для волноводного поля (14), то получаются следующие выражения:

$$\begin{aligned} w_{cl}^H &= 2\epsilon E_0^2 \left[ (k_w/k)^2 \cos^2(\pi x/a) \sin^2(k_w z - \omega t) + \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{\pi}{ka} \right)^2 \sin^2(\pi x/a) \cos^2(k_w z - \omega t) \right], \end{aligned} \quad (18)$$

$$w_{cl}^E = 2\epsilon E_0^2 \cos^2(\pi x/a) \sin^2(k_w z - \omega t),$$

$$w_{cl}^E + w_{cl}^H = w_{cl}(x, z, t),$$

$$S_{cl} = E \times H =$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\epsilon E_0^2}{\sqrt{\epsilon\mu}} \left( n_x^0 \frac{\pi}{ka} \sin \frac{2\pi x}{a} \sin 2(k_w z - \omega t) + \right. \\ &\quad \left. + n_z^0 \cdot 4 \frac{k_w}{k} \cos^2 \frac{\pi}{a} x \sin^2(k_w z - \omega t) \right). \end{aligned} \quad (19)$$

При усреднении (18) и (19) по пространственной координате и времени получаем с учетом дисперсионного уравнения волновода  $(k_w/k)^2 + (\pi/ka)^2 = 1$  следующие результаты:

$$\langle \dot{w}_{cl}(x, z, t) \rangle_t = \epsilon E_0^2 + \epsilon E_0^2 (k_w/k)^2 \cos 2\pi x/a,$$

$$\langle w_{cl}(x, z, t) \rangle_{t,r} = \varepsilon E_0^2,$$

$$\langle S_{cl}(x) \rangle_t = \langle \mathbf{E} \times \mathbf{H} \rangle_t = n_z^0 \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}} \left( \frac{k_w}{k} \right) \varepsilon E_0^2 \cos^2 \frac{\pi x}{a}. \quad (20)$$

$$\langle S_{cl}(x, z, t) \rangle_{t,r} = \langle \mathbf{E} \times \mathbf{H} \rangle_{t,r} = n_z^0 \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}} \left( \frac{k_w}{k} \right) \varepsilon E_0^2.$$

Таким образом, традиционные выражения для мгновенных плотностей энергии и потока энергии в волноводе будут после усреднения по времени и пространственным координатам совпадать с пространственно усредненными мгновенными плотностями для энергии и потока (15), (16), найденными по рекомендации механики континуума. Выражение для традиционной плотности потока энергии (20), усредненной во времени, но локальной по сечению волновода, отличается от постоянного результата (16), полученного нами.

Отметим еще и следующее. Если из традиционных волноводных  $S_{cl}(r,t)$  и  $w_{cl}$  попытаться образовать мгновенную скорость  $v_{cl} = S_{cl}/w_{cl}$  (а это необходимо в рамках концепций механики сплошной среды), то полученная функция  $v_{cl}(r,t)$  будет совершенно физически неприемлемой не только в силу ее неприводимой сложности с невозможностью объяснения ее нелинейных осцилляций, но и потому, что при ее разложении в ряд Фурье она будет содержать бесконечное число частот  $m\omega$ , что кинематически невозможно при использовании одночастотных полей. Но, глав-

ное, мгновенное  $v_{cl}$  не удовлетворяет условию  $v/dt = 0$ , что означает невозможность рассмотрения малых массовых объемов поля (14), в классическом описании, как скалярного поля свободных макрочастиц и как следствие этого, невозможность корректного перехода к микропределу при свободно-фотонном описании Э. поля.

#### Заключение

Получены новые выражения для плотности энергии, потока и импульса, а также скорости Э. поля, мгновенно и локально отличные от традиционных, но совпадающие с ними при усреднении. Необходимый вид квадратичных форм может быть в общем случае установлен только из функций самих полей или из уравнений Максвелла без привлечения кинематических и динамических общих постулатов, т.е. "внешних" отношению к уравнениям Максвелла идей. Показано, что традиционные выражения для мгновенных плотностей энергии и потока энергии в волноводе будут после усреднения по времени и пространственным координатам совпадать с предложенными мгновенными плотностями для энергии и потока, найденными по рекомендациям механики континуума. Классически построенные мгновенные локальные плотности энергии и потока представляются труднообъяснимыми с кинематической точки зрения выражениями. В то же время, полученные нами формы допускают простую интерпретацию.

#### Библиографический список

1. Дьярмати И. Неравновесная термодинамика. (Теория поля и вариационные принципы). М., 1974. 304 с.
2. Седов Л.И. Механика сплошной среды. М., 1976, Т. 1. 535 с.
3. Ильин В.С. Электродинамика свободных полей. Саратов, 1998.
4. Аржаных Поле импульсов. Ташкент, 1965. 231 с.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М., 1973. 504 с.
6. Де-Гроот С. Электродинамика. М., 1982. 560 с.
7. Jones D.S. Acoustic and Electromagnetic Waves. Oxford, 1986. 745 p.
8. Мандельштам Л.И. Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике. М., 1972. 439 с.
9. Угаров В.А. Специальная теория относительности. М., 1969. 304 с.
10. Гинзбург В.Л. Теоретическая физика и астрофизика. М., 1981. 503 с.
11. Гинзбург В.Л., Угаров В.А. // УФН. 1976. Т.118, вып. 1. С. 175
12. Бараш Ю.С., Гинзбург В.Л., Угаров В.А. // ЖЭТФ. 1975. Т.69. Вып.4(10) С.1179
13. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М., 1970. С.855

#### ENERGY AND MOMENTUM OF THE FREE ELECTROMAGNETIC FIELD

V.S.I'in, D.A.Usanov

Saratov state university, Saratov

I.S.Nefedov

Institute of Radio Engineering and Electronics of Russian Ac. Sci., Saratov Branch, Saratov

The eliminate the ambiguity of the definitions of the energy and energy flow densities for a free electromagnetic field we invoke external ideas with respect to the Maxwell equations. It is shown, that traditional definitions for the instantaneous values of energy and energy flow do not satisfy the requirements for a dynamic system, namely, that for each generalized coordinate there must be defined a certain conjugate generalized momentum. Using the Hamiltonian formalism and the concepts of multivelocity continuum mechanics, the new expressions for the density characteristics of the free electromagnetic field have been derived.

## ОПТИКА

УДК 532.77 + 541.8

## ОСОБЕННОСТИ КОНЦЕНТРАЦИОННОЙ ЗАВИСИМОСТИ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ В СИСТЕМЕ ВОДА – ТЕТРАМЕТИЛЭТИЛЕНДИАМИН

В.Н. Карцев, М.Н. Родникова, В.В. Цепулин

Саратовский государственный университет, г. Саратов

Измерены показатели преломления на четырех частотах в системе вода-тетраметилэтилендиамин (ТМЕп) во всей области концентраций при двух температурах, а так же чистого ТМЕп в интервале температур 20–60°C. Рассчитаны отклонения от аддитивности зависимости "показатель преломления – объемные доли ТМЕп". Показано, что максимум отклонения от аддитивности приходится на соотношение молей компонентов 1: 6, т.е. на ту же область концентраций, для которой обнаружено соединение в растворе другими методами.

## Введение

Система вода – тетраметилэтилендиамин (ТМЕп) была ранее изучена различными физико-химическими методами: денсиметрией, вискозиметрией, методом теплот смешения и дифференциальным термическим анализом [1,2]. Было показано, что в данной системе существуют два устойчивых конгруэнтно плавящихся соединения: ТМЕпН<sub>2</sub>О и ТМЕп6Н<sub>2</sub>О, причем последнее – гексагидрат – было зарегистрировано также и в растворе: колоссальное возрастание вязкости и минимум энтальпии при данном соотношении компонентов.

В настоящей работе исследовались концентрационная и температурная зависимости показателя преломления в водных растворах ТМЕп. Построение таких зависимостей – один из методов физико-химического анализа [3,4]. Ранее [5] рефрактометрическим методом была изучена система вода – этилендиамин (Еп) и отмечено соединение в растворе Еп2Н<sub>2</sub>О, обнаруженное другими физико-химическими методами [6–8]. Цель настоящего исследования – выявить особенности системы вода – ТМЕп и сравнить полученные результаты с системой вода – Еп, т.е. посмотреть, как меняются особенности растворов диаминов при алкилировании его молекул.

## Методика

Водные растворы ТМЕп готовили весовым методом из перегнанного над металлическим натрием препарата марки "Merck". Перегнанный ТМЕп имел следующие идентификационные параметры:  $\rho^{25}=772$  кг/м<sup>3</sup>,  $n_D^{20}=1,41787$ . Эти параметры можно сопоставить с аналогичными справочными данными для ТМЕп, содержащего 99% основного вещества:  $\rho^{25}=770$  кг/м<sup>3</sup>,  $n_D^{20}=1,4179$  [11].

Измерения показателей преломления проводились при следующих значениях длин волн:  $\lambda_c=656,3$  нм;  $\lambda_D=589,3$  нм;  $\lambda_e=546,1$  нм;  $\lambda_f=486,1$  нм. Результаты измерений были отнесены к показателю преломления сухого воздуха при 760 мм.рт.ст. и 20°C. Абсолютная ошибка измерений составляла  $\pm 8 \cdot 10^{-6}$ . Применяемая для измерений аппаратура описана в работе [9]. Полученные данные сведены в таблицу. Концентрация Хм.д. в таблице указывает содержание ТМЕп в молярных долях.

В работах [3,4] специально исследовался вопрос

о способах выражения количественного состава растворов (в молярных, массовых или объемных долях) при построении зависимостей показателя преломления – состав раствора для целей физико-химического анализа и выявления критерия сильного химического взаимодействия компонентов. В этих работах показаны преимущества выражения состава раствора в объемных долях – Хо.д. и необходимость расчета отклонений показателя преломления растворов  $n$  от их аддитивной величины

$$n_a = n_1 X_{1,о.д.} + n_2 X_{2,о.д.}$$

(здесь индексами 1 и 2 пронумерованы компоненты раствора), т.е. Показана необходимость расчета разности  $\delta n(Хо.д.) = n - n_a$ . При таком представлении экспериментального материала для системы с сильно выраженным химическим взаимодействием и образованием частично диссоциированных соединений кривые на графиках имеют сильную выпуклость от оси состава, причем  $\delta n(Хо.д.) > 0,005$ .

## Результаты

Из приведенных в таблице данных видна немонотонность зависимости показателя преломления от состава раствора: максимум соответствует ~0,46м.д. или ~0,87о.д. ТМЕп. На рисунке представлена концентрационная зависимость температурного коэффициента рефракции растворов  $\beta = (\Delta n / \Delta t) \rho$  для линии е ртути (для остальных частот зависимость аналогичная). Температурный коэффициент рефракции отрицательный, возрастает с увеличением концентрации ТМЕп в растворе, достигает максимального своего значения у чистого ТМЕп, причем наибольшие изменения происходят в области  $X \leq 0,14$  м.д. (0,54о.д.). Концентрации  $X \sim 0,14$  м.д. соответствует излом на кривой  $\beta(Хо.д.)$ . На рисунке приведена и концентрационная зависимость отклонения от аддитивности показателей преломления растворов, т.е. зависимость  $\delta n(Хо.д.)$ . Пунктирной линией отмечено значение  $\delta n = 0,005$ . Разность  $\delta n > 0,005$  имеют растворы с количественным содержанием ТМЕп 0,07о.д. <  $X$  < 0,96о.д.; максимальное значение  $\delta n = 0,0267$ . По классификации Б.В.Иоффе [3,4], компоненты таких растворов химически сильно взаимодействуют. В эту область концентраций попадает раствор, имеющий максимальное значение показателя преломления в системе вода – ТМЕп: для него отношение молей компонентов равно 1:1. Но оптимум

взаимодействия молекул ТМЕп с молекулами воды соответствует составу, при котором максимально  $\Delta n$ ;  $X=0,57$ о.д. Характерно, что при этих соотношениях молей компонентов (ТМЕп:6H<sub>2</sub>O) имеет место излом на кривой  $\beta(X$ о.д.), и ранее другими методами было зарегистрировано соединение в растворе [1-2].

Сравнение полученных данных с результатами работы [5] по водным растворам Еп, где зарегистрировано соединение в растворе при соотношении компонентов 1:2, позволяет сделать следующие выводы.

**Заключение**

Наличие в молекуле диамина четырех метильных групп при атомах азота повышает гидрофобную составляющую его гидратации. Именно поэтому наиболее устойчивым образованием является гидрат с большим количеством воды (существенно большим, чем при взаимодействии молекул воды с двумя аминными группами), приводящим к значительной доле протонированных форм (при 30°С  $pK_{B1}=4,86$ , а  $pK_{B2}=7,98$ ) [10]. Эти протонированные формы также дают свой вклад в гидрофобную составляющую гидратации ТМЕп.

Таким образом, концентрационная зависимость показателя преломления, построенная в нужной системе координат (вернее, отклонение от аддитивности этой зависимости) является хорошим методом физи-

ко-химического анализа, показавшим наличие соединений в растворах системы вода - ТМЕп соотношением компонентов 1:6.

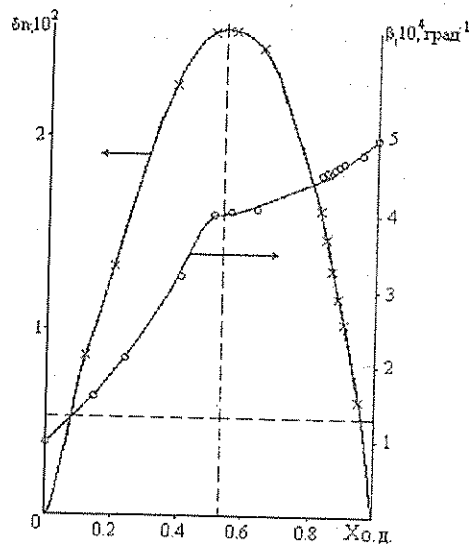


Рис.1  
Зависимости "состав-свойство" в системе "вода-тетраметилэтилендиамин"

Показатели преломления водных растворов тетраметилэтилендиамина, отнесенные к сухому воздуху при 760 мм рт. ст. и 20°С

t, °C	$n_c$	$-\left(\frac{\Delta n}{\Delta t}\right) \times 10^6$	$n_D$	$-\left(\frac{\Delta n}{\Delta t}\right) \times 10^6$	$n_e$	$-\left(\frac{\Delta n}{\Delta t}\right) \times 10^6$	$n_F$	$-\left(\frac{\Delta n}{\Delta t}\right) \times 10^6$
X = 0 (вода)								
20	1,331146		1,333000		1,334457		1,337119	
30	1,330097	105	1,331940	106	1,333388	107	1,336040	108
X = 0,020 м.д.								
20	1,349873		1,351846		1,353416		1,356278	
30	1,348418	146	1,350379	147	1,351932	148	1,354778	150
X = 0,040 м.д.								
20	1,363740		1,365807		1,367437		1,370472	
30	1,361726	201	1,363776	203	1,365391	205	1,368406	207
X = 0,082 м.д.								
20	1,386465		1,388660		1,390439		1,393762	
30	1,383238	323	1,385401	326	1,387180	326	1,390475	329
X = 0,095 м.д.								
20	1,389962		1,392197		1,393979		1,397357	
30	1,386585	338	1,388789	341	1,390566	341	1,393900	346
X = 0,140 м.д.								
20	1,403174		1,405493		1,407388		1,410935	
30	1,399274	390	1,401580	391	1,403462	393	1,406987	395
X = 0,158 м.д.								
20	1,406586		1,408927		1,410866		1,414481	
30	1,402581	401	1,404907	402	1,406823	404	1,410418	406

всей  
таны  
мум  
ции,  
  
става рас-  
ых долях)  
преломле-  
физико-  
и сильно-  
ов. В этих  
и состава  
одимость  
и раство-  
  
мпоненты  
счета раз-  
ении экс-  
с сильно  
и обра-  
единений  
кость от  
  
на немо-  
ления от  
-0,46м.д.  
лена кон-  
ого коэф-  
р для ли-  
ность ана-  
ефракции  
и концен-  
мального  
наиболь-  
≤0,14м.д.  
ветствует  
ведена и  
от адди-  
ров, т. е.  
отмечено  
еют рас-  
ТМЕп  
значение  
[3,4], ком-  
взаимо-  
попадает  
показате-  
него от-  
оптимум

Показатели преломления водных растворов тетраметилэтилендиамина, отнесенные к сухому воздуху  
при 760 мм рт. ст. и 20°C

t, °C	$n_D$	$-\left(\frac{\Delta n}{\Delta t}\right) \times 10^6$	$n_D$	$-\left(\frac{\Delta n}{\Delta t}\right) \times 10^6$	$n_D$	$-\left(\frac{\Delta n}{\Delta t}\right) \times 10^6$	$n_D$	$-\left(\frac{\Delta n}{\Delta t}\right) \times 10^6$
					X = 0,2022 м.д.			
20	1,411663		1,414066		1,416055		1,419813	
		419		421		424		428
30	1,407473		1,409860		1,411811		1,415531	
					X = 0,3997 м.д.			
20	1,417730		1,420238		1,422383		1,426403	
		450		453		454		457
30	1,413229		1,415710		1,417844		1,421830	
					X = 0,4369 м.д.			
20	1,417892		1,420434		1,422587		1,426674	
		459		462		462		466
30	1,413302		1,415817		1,417968		1,422012	
					X = 0,4839 м.д.			
20	1,417862		1,420401		1,422586		1,426702	
		462		463		466		470
30	1,413245		1,415770		1,417930		1,422004	
					X = 0,5265 м.д.			
20	1,417761		1,420303		1,422507		1,426649	
		466		467		470		473
30	1,413101		1,415631		1,417811		1,421916	
					X = 0,5685 м.д.			
20	1,417585		1,420150		1,422365		1,426536	
		471		471		474		478
30	1,412878		1,415440		1,417627		1,421756	
					X = 0,6968 м.д.			
20	1,416976		1,419619		1,421815		1,426070	
		480		483		484		489
30	1,412181		1,414792		1,416973		1,421177	
					X = 1,0 м.д.			
20	1,415185		1,417870		1,420121		1,424467	
		494		497		499		503
30	1,410248		1,412899		1,415133		1,419433	
		494		497		499		503
40	1,405304		1,407926		1,410142		1,414401	
		500		504		506		511
50	1,400307		1,402888		1,405087		1,409294	
		506		508		512		518
60	1,395249		1,397811		1,399971		1,404117	

## Библиографический список

1. Родникова М.Н. и др. // Тез. докл. VII Всесоюз. симпозиума по межмолекулярному взаимодействию и конформациям молекул. Пушкино, 1986.
2. Родникова М.Н. и др. // Тез. докл. VII Всесоюз. совещания по физико-химическому анализу. Фрунзе, 1988. С.482.
3. Иоффе Б.В. // Успехи химии. 1960. Т.29, №2. С.137
4. Иоффе Б.В. Рефрактометрические методы химии. Л., 1983. С. 60
5. Усть – Качкинцев // Журн. физ. хим. 1935. Т.6, №1. С. 67.
6. Кругляк А.И. и др. // Журн. физ. химии. 1980. Т.54, №4. С.1049.
7. Кругляк А.И. и др. // Журн. физ. химии. 1981. Т.55, №10. С.2878.
8. Карцев В.Н. и др. // Тез. докл. IX Всесоюз. конф. по калориметрии и химической термодинамике. Тбилиси, 1982. С.135.
9. Франтасев В.П., Шрайбер Л.С. // Журн. физ. химии 1960. Т.34 С. 675.
10. Spialter L., Moshier R.W. // JACS. 1975. Vol.79. №22. P. 5955.
11. Aldrich – Europe Handbook. London, 1979 – 80. P.792.

## PECULIARITIES OF THE CONCENTRATION DEPENDENCE OF THE REFRACTIVE INDEX IN THE WATER-TETRAMETHYLETHYLENEDIAMINE SYSTEM

V.N.Kartsev, M.N.Rodnikova, V.V.Tsepulin

Saratov state university, Saratov

Refractive indexes for four frequencies in water – tetramethylethylenediamine (TME<sub>n</sub>) system within the whole range of concentration at two temperatures as well as pure TME<sub>n</sub> within the temperature range of 20–60°N. Deviations from additiveness of the dependence "refractive index volume shares of TME<sub>n</sub>" are calculated. It is shown that maximum deviation from additiveness falls on the correlation of component moles: 6, i.e. on than very range of concentration in which the combination in the solution was found by other methods.

## ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ИМПУЛЬСНЫХ ИНЖЕКЦИОННЫХ ГЕТЕРОЛАЗЕРОВ С ОДНОЙ И ДВУМЯ АКТИВНЫМИ ОБЛАСТЯМИ НА МОЩНОСТЬ ИЗЛУЧЕНИЯ

С.В. Львов

НИИ знаковитизирующей электроники «Волга», г. Саратов

С.В. Овчинников

Саратовский государственный университет, г. Саратов

Приведены результаты теоретического анализа нестационарного теплового режима импульсных гетеролазеров с одной и двумя интегрированными активными областями. Показано, что структуры с двумя активными областями более критичны по температуре, чем структуры с одной активной областью, из-за значительного тепловыделения во встречно включенном  $p^+-n^+$ -переходе. Определены частоты повторения импульсов накачки с длительностью 100 нс для достижения максимальной средней мощности излучения рассматриваемых лазеров.

Наряду с несомненными достоинствами, такими как высокий КПД, широкий диапазон частоты повторения световых импульсов и высокое допустимое значение плотности излучения на зеркале, мощные инжекционные лазеры на основе односторонней гетероструктуры (ОГС) имеют и ряд недостатков, в частности, относительно низкие значения габаритной яркости и плотности средней мощности импульса излучения. Это связано с тем, что активные элементы таких излучателей содержат по несколько десятков кристаллов.

Перспективным путем увеличения плотности средней мощности импульса излучения может явиться интеграция элементов лазерной структуры, т.е. разработка гетероструктур с несколькими активными областями, например эпитаксиальных ОГС с двумя активными областями (ЭОГС-2).

ЭОГС-2 состоит из двух элементарных GaAlAs эпитаксиальных ОГС (ЭОГС), соединенных встречно включенным сильно легированным  $p^+-n^+$ -переходом. Структура данного типа выращивается эпитаксиально путем последовательного наращивания слоев  $n-p^+-p-P-p^+-n^+-p-P-p^+$ . Обе активные области имеют проводимость  $p$ -типа. В активных областях кристалла и в дополнительном  $p^+-n^+$ -переходе во время импульса накачки происходит значительное тепловыделение. Поэтому представляется интересным оценить влияние температурного поля ОГС-2 на его выходную мощность и сравнить в этом плане ЭОГС-2 и ЭОГС.

Тепловое моделирование излучателей с ЭОГС и ЭОГС-2 и широким контактом проводилось в предположении, что их накачка осуществляется длительной последовательностью одинаковых прямоугольных токовых импульсов с амплитудой  $I_n=100$  А и длительностью 100 нс. Частота повторения  $f$  импульсов при расчетах варьировалась. Считалось, что кристаллы излучателей закреплены подложкой вверх на одинаковые контактные пластины и помещены в одинаковые стандартные корпуса с простым оребрением (площадь теплоотдающей поверхности  $500\text{см}^2$ ). Также предполагалось, что соответствующие слои кристаллов, образующие элементарную гетероструктуру, имеют одинаковые электрические и теплофизические характеристики. При этом падение напряжения  $U$  на каждой активной области составляет 1,4В, а на дополнительном  $p^+-n^+$ -переходе — около 2 В.

Световая мощность каждой активной области оценивалась по известной формуле [1]:

$$W = \eta(T)U[I_n - I_n(T)],$$

где внешняя эффективность  $\eta(T)$  уменьшалась с ростом температуры  $T$  по закону

$$\eta(T) = 0,3 \exp [(293 \text{ K} - T) / 95 \text{ K}],$$

а пороговый ток  $I_n(T)$  возрастал по закону

$$I_n(T) = 14 \text{ (A)} \exp [(T - 293 \text{ K}) / 110 \text{ K}],$$

Размеры основания каждого кристалла составляли  $300 \text{ мкм} \times 400 \text{ мкм}$ , толщина подложки —  $100 \text{ мкм}$ , а слои, образующие гетероструктуру, имели следующие толщины:

слой  $n^+$  GaAs —  $2,0$  или  $3,2 \text{ мкм}$ ;

активный слой  $p$  GaAs —  $2,4 \text{ мкм}$ ;

слой  $P$  Ga<sub>0,7</sub>Al<sub>0,3</sub>As —  $3,0 \text{ мкм}$ ;

слой  $p^+$  GaAs —  $1,6 \text{ мкм}$ .

Задача определения нестационарных температур рассматриваемых кристаллов была решена численно на основе явной консервативной схемы [2]. Предварительная оценка глубины проникновения теплового возмущения [3] показала, что для рассматриваемых структур за время 100 нс тепловое возмущение от активной области охватывает лишь соседние с ней слои и не достигает контактной пластины. Поэтому температурное поле лазерного кристалла при действии очередного импульса накачки можно представить в виде

$$T(x,t) = \vartheta(x,t) + P_T R_T + T_c,$$

где  $x$  — пространственная координата, направленная по толщине лазерного кристалла,  $t$  — текущее время при действии импульса накачки,  $\vartheta(x,t)$  — перегрев лазерного кристалла во время очередного импульса тока,  $P_T$  — средняя за период последовательности импульсов тока тепловая мощность, поступающая из лазерного кристалла в контактную пластину,  $R_T$  — тепловое сопротивление конструкции излучателя на участке от места крепления кристалла до окружающей среды с учетом теплоотдающего действия радиатора,  $T_c$  — температура среды. При расчетах принималось, что  $R_T = 13,5 \text{ K/Вт}$ , а  $T_c = 293 \text{ K}$ . Кроме того, при проведении вычислений было учтено тепловыделение в контакте металл-полупроводник, значения эффективного сопротивления такого контакта для пары металл — GaAs приведены в [4].

Результаты расчетов собственного нестационарного перегрева каждой из активных областей рассматриваемых структур (кривая 1), а также теплового влияния  $p^+-n^+$ -перехода в ЭОГС-2 на ближнюю к нему активную область (кривые 2 и 3) во время очередного импульса тока представлены на рис.1. Кривая 2 соответствует толщине слоя  $n^+$  GaAs в  $2,0 \text{ мкм}$ , а кривая 3 — увеличенной до  $3,2 \text{ мкм}$  толщине этого слоя. В последнем случае нестационарное тепловое

воздействие дополнительного перехода на лазерный переход заметно ослабевает.

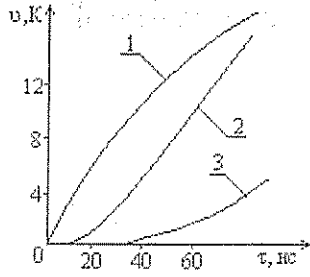


Рис.1. Рассчитанные собственный и наведенный нестационарные перегревы активной области

Рассчитанные значения средней мощности излучения для ЭОГС и ЭОГС-2 в зависимости от частоты повторения импульсов накачки представлены на рис. 2. Кривая 1 на этом рисунке относится к ЭОГС, а кривые 2 и 3 — к ЭОГС-2, причем кривая 2 соответствует толщине слоя  $n^+GaAs$  в 2,0 мкм, а кривая 3 в 3,2 мкм. Наличие на представленных зависимостях максимальных значений средней мощности излучения и дальнейший спад мощности до нуля при росте частоты повторения объясняется значительным ростом температур активных областей и соответствующим ухудшением пороговых характеристик.

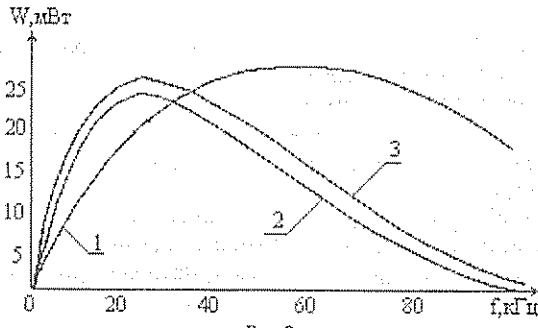


Рис.2. Рассчитанные зависимости средней мощности излучения

ЭОГС и ЭОГС-2 от частоты повторения импульсов накачки. Рассчитанные значения мощности излучения, представленные выше, являются верхней оценкой, т.к. в процессе вычислений не были учтены температурные зависимости теплофизических характеристик GaAs и GaAlAs и температурные изменения падений напряжения на активных и дополнительном  $p-n$ -переходах, а форма импульсов тока была выбрана строго прямоугольной.

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы.

ЭОГС в тепловом отношении менее критична, чем ЭОГС-2. Это происходит в силу значительного тепловыделения в обратном включенном  $p-n$  переходе двойной структуры.

Увеличение толщины  $p^+$  слоя, образующего  $p^+-n^+$  переход в ЭОГС-2, дает возможность уменьшить нестационарное тепловое воздействие на активную область со стороны этого перехода. Однако тепловое воздействие данного перехода на лазерный кристалл в любом случае будет оказываться посредством роста фоновой температуры кристалла, что особенно заметно с увеличением частоты импульсов накачки. Поэтому желательно, чтобы дополнительный переход в целях снижения тепловыделения в нем имел вольт-амперную характеристику туннельного или обращенного диода.

Для ЭОГС-2 при заданной характеристике дополнительно  $p^+-n^+$  перехода тепловыделение в нем почти на 50 % превышает тепловыделение в каждой из активных областей. Именно в силу этого обстоятельства максимальная средняя мощность излучения ЭОГС-2 не превышает максимальной мощности излучения ЭОГС. Однако при относительно низких частотах повторения импульсов накачки (в нашем случае — до 30 кГц, см. рис. 2) средняя мощность излучения ЭОГС-2 еще выше средней мощности излучения ЭОГС, что позволяет в этом случае отдать преимущество при использовании интегрированным двойным структурам.

Библиографический список

1. Елисеев П. Г. Введение в физику инжекционных лазеров. М., 1983.
2. Дульнев Г. Н., Испирян Р. А., Ярышев Н. А. Теплопроводность при постоянном и импульсном местном нагреве // Теплообмен при взаимодействии потоков энергии с твердым телом / Тр. ЛИТМО, Л., 1967, Вып. 31, С. 5-19.
3. Самарский А. А. Теория разностных схем. М., 1983.
4. Арсенид галлия. Получение, свойства и применение / Под ред. Ф. П. Кесаманлы и Д. Н. Наследова. М., 1976.

INFLUENCE OF A PULSING INJECTION HETEROLASER'S TEMPERATURE FIELD WITH ONE AND TWO ACTIVE LAYERS ON THE CAPACITY OF RADIATION

S.V Lyvov

Research institute "Volga", Saratov

S.V. Ovchinnikov

Saratov state university, Saratov

Results of the theoretical analysis of a non-stationary thermal mode of pulsing heterolasers with one and two integrated active areas are brought. It is shown, that the structures with two active areas are more critical on temperature, than the structures with one active area because of a significant fission heat in meet  $p^+-n^+$  transition. Recurrence frequencies of pumping pulses with 100 ns duration are determined for maximum average capacity achievement of examined laser radiation.

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ТЕПЛООВОГО РЕЖИМА НА УСТАНОВИВШУЮСЯ ГЕНЕРАЦИЮ ИМПУЛЬСНЫХ ЛАЗЕРНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ

В.В.Новоселов, С.В.Овчинников,  
Саратовский государственный университет, г. СаратовС.А.Сосновский  
НИИ знаковитизирующей электроники «ВОЛГА», г. Саратов

С учетом теплового режима проведен анализ квазистационарных режимов импульсной генерации лазерных полупроводниковых излучателей, содержащих один или несколько лазерных диодов, соединенных последовательно в виде столбика. Представлены результаты расчета их мощности излучения. Определен ряд параметров рассматриваемых приборов, оптимальных для повышения средней мощности их излучения.

Лазерные полупроводниковые излучатели (ЛПИ) на основе GaAlAs/GaAs лазерных диодов (ЛД) с односторонней гетероструктурой (ОГС) и широким контактом содержат один или несколько ЛД, соединенных последовательно в виде столбика. Столбик ЛД с помощью контактных пластин закреплен в корпусе излучателя. Накачка мощных ЛПИ с ОГС обычно осуществляется относительно короткими (100–300нс) импульсами тока с высоким амплитудным значением (до четырехкратного и более превышения порога). Высокий уровень накачки рассматриваемых ЛПИ приводит к их значительному разогреву, что оказывает негативное влияние на мощность их излучения [1].

В настоящей работе представлены результаты теоретического исследования влияния параметров конструкции и режимов накачки ЛПИ с ОГС на тепловой режим и мощность излучения прибора в условиях квазистационарного режима импульсной генерации. Исследование проводилось в целях обоснования возможности увеличения выходной мощности ЛПИ и определения оптимальных параметров накачки. Основой для исследования явилась теплофизическая модель ЛПИ, учитывающая конструктивные особенности прибора, параметры накачки, процессы генерации излучения и разогрева активных областей, условия передачи тепла по элементам ЛПИ и условия отвода тепла в окружающую среду.

При формировании модели ЛПИ с одним или несколькими ЛД предполагалось, что температуру активной области каждого диода можно представить в виде:

$$T_i(t) = T_{ак}(t) + T_{фi}, \quad (1)$$

где  $i$  – номер ЛД в ЛПИ;  $T_{ак}(t)$  – нестационарный температурный всплеск, возникающий за счет собственного разогрева диода;  $t$  – текущее время при действии импульса накачки;  $T_{фi}$  – фоновая температура  $i$ -го диода.

Фоновая температура определяется усредненным тепловым потоком от активной области каждого ЛД, взаимным тепловым влиянием всех диодов в ЛПИ, условиями отвода тепла и температурой окружающей среды. Правомочность такого представления для температуры активной области была подтверждена оценками глубины проникновения теплового

возмущения [2] за длительность импульса накачки, которая считалась не превосходящей 300 нс.

Расчет нестационарных температурных всплесков в отдельном ЛД производился на основе аналитического решения краевой задачи теплопроводности при трехслойном моделировании каждого полупроводникового кристалла. При этом, в условиях независимости от температуры теплофизических характеристик, взятых в их значении при фоновой температуре соответствующей области, учитывался сложный временной характер тепловыделения с использованием аппарата функций Грина [3].

Стационарный температурный фон, возникающий в квазистационарном режиме импульсной генерации, рассчитывался с помощью ФОРТРАН-программы, описанной в [4]. При этом применялись тепловые схемы [2] ЛПИ, моделирующие взаимное тепловое влияние ЛД в ЛПИ конкретной конструкции, условия переноса тепла через конструктивные элементы ЛПИ и условия теплоотдачи в окружающую среду.

При расчетах предполагалось, что накачка ЛПИ производится последовательностью трапециевидных импульсов тока  $I(t)$  с частотой повторения  $f$ , амплитудным значением  $I_n$  и длительностью  $t_n$ . Мощность тепловыделения в активной области  $i$ -го диода определялась как

$$P_i(t) = I(t)U(T_i) - W_i, \quad (2)$$

где  $U(T_i)$  – падение напряжения на активной области  $i$ -го диода с температурой  $T_i$ ,

$W_i$  – мощность излучения  $i$ -го ЛД в ЛПИ.

При расчетах температуры учитывались тепловые потери на контактах металл-полупроводник и омические потери в структуре ЛД.

Расчет выходной мощности излучения каждого диода производился по формуле [1]

$$W_i(T_i) = n(T_i)U(T_i) [I(t) - I_n(T_i)], \quad (3)$$

где  $n(T)$  и  $I_n(T)$  – соответственно внешняя эффективность и пороговый ток ЛД в их зависимости от температуры.

Взаимосвязанные уравнения (1–3) совместно с вольт-амперной характеристикой ЛПИ и конкретным видом зависимостей  $n(T)$  и  $I_n(T)$  образуют самосогласованную модель для расчета мощности из-



лучения ЛПИ. При вычислениях на ЭВМ эта модель была реализована в виде итерационного процесса.

Ниже представлены результаты расчетов для ЛПИ, содержащих различное число GaAlAs/GaAs ЛД с ОГС. Предполагалось, что столбик лазерных кристаллов закреплен между двумя медными контактными пластинами и помещен в медный цилиндрический корпус. Рассчитанное значение теплового сопротивления корпуса с учетом охлаждающего действия одного дискообразного ребра с площадью около 500 см<sup>2</sup> составило 10К/Вт.

В качестве отдельных элементов ЛПИ рассматривались идеализированные лазерные структуры с активной областью n-типа толщиной 2 мкм, гетеропереход в которых сформирован слоем P Ga<sub>0,7</sub>Al<sub>0,3</sub>As. Общая высота одного кристалла принималась равной 100 мкм, а его сечение 350 мкм × 550 мкм. Такому значению площади основания кристалла соответствует рассчитанное тепловое сопротивление медной контактной пластины в 3,5 К/Вт.

Предполагалось, что соединение отдельных ЛД в столбик осуществляется индиевым припоем, а качество соединения достаточно хорошее, так что последовательное сопротивление каждого ЛД с учетом металлизации и пайки составляет 0,05 Ом. Все ЛД в столбике одинаковые, а зависимости их излучательных характеристик от температуры аппроксимировались выражениями:

$$j_n(T) = j_0 \exp((T - 293\text{K}) / 120\text{K});$$

$$n(T) = n_0 \exp((293\text{K} - T) / 80\text{K}),$$

при типичных значениях  $j_0 = 12 \text{ кА/см}^2$  и  $n_0 = 0,3$  для подобных структур [1, 5]. Зависимость падения напряжения на активной области каждого ЛД от температуры определялась приближенно в соответствии с [5]. При расчетах амплитуда и длительность импульса накачки варьировались.

На рис.1 представлена зависимость усредненной по периоду повторения импульсов накачки мощности излучения  $W_c$  ЛПИ со столбиком из двух ЛД от частоты повторения  $f$ . Наличие характерных максимумов в зависимости  $W_c(f)$  объясняется тем, что при достижении оптимальных условий накачки дальнейший рост  $W_c$  при увеличении  $f$ ,  $t_n$  и  $I_n$  подавляется из-за резкого температурного ухудшения излучательных характеристик ЛД в ЛПИ.

При определенных конструктивных, структурных и технологических особенностях изготовления, выраженных зависимостями  $I_n(T)$ ,  $n(T)$ , вольт-амперными характеристиками, и для предполагаемых условий эксплуатации, графики такого типа позволяют определить возможности ЛПИ и параметры режима накачки, оптимальные для достижения максимальной средней мощности излучения, уже на этапе проектирования ЛПИ. Так, в рассмотренном примере максимальная средняя мощность излучения в 43 мВт при температуре среды 298 К достигается на частоте 28 кГц при амплитуде тока накачки 100 А и длительности импульса 100 нс. При повышении температуры среды оптимальные для достижения

максимальной средней мощности значения частоты уменьшаются.

Кривая 1а на рис.1 построена для случая, когда последовательное сопротивление обоих диодов по каким-либо причинам увеличено в 2 раза, а параметры накачки соответствуют случаю 1. Такое увеличение сопротивления возможно из-за плохой адгезии припоя к металлическому покрытию кристалла, качества самой металлизации и т.п. В этом случае рост фоновых температур структур приводит к ухудшению их излучательных характеристик, что накладывает определенные требования на качество изготовления рассматриваемых приборов.

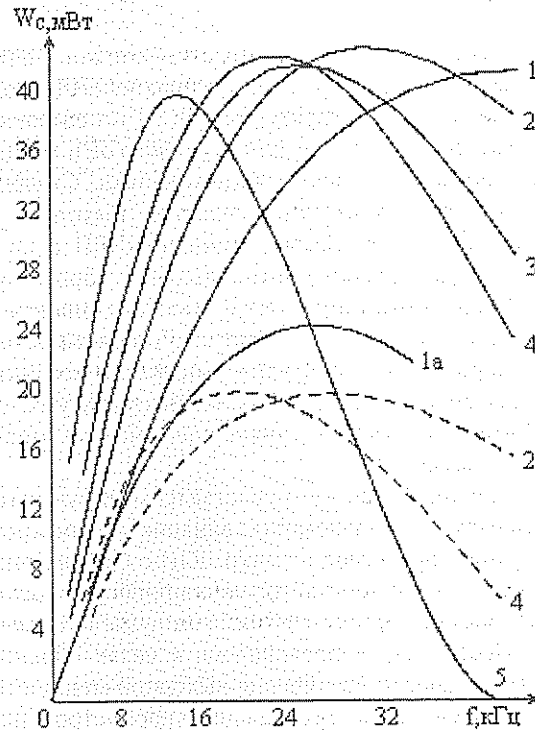


Рис.1.

Зависимость средней мощности излучения двухдиодного ЛПИ от частоты повторения импульсов накачки при их различной длительности и амплитудных значениях:

- 1 -  $\tau_n = 100 \text{ нс}$ ,  $I_n = 80 \text{ А}$ ;      2 -  $\tau_n = 100 \text{ нс}$ ,  $I_n = 100 \text{ А}$ ;
- 3 -  $\tau_n = 100 \text{ нс}$ ,  $I_n = 120 \text{ А}$ ;      4 -  $\tau_n = 130 \text{ нс}$ ,  $I_n = 100 \text{ А}$ ;
- 5 -  $\tau_n = 160 \text{ нс}$ ,  $I_n = 120 \text{ А}$ .

(Сплошные кривые соответствуют температуре среды 298 К, а штриховые — температуре 323 К)

В ходе расчетов также были получены результаты для анализа ЛПИ с числом диодов в столбике до десяти. Было установлено, что для достижения максимальной средней мощности излучения рассматриваемых ЛПИ необходима плотность тока накачки 40 – 50 кА/см<sup>2</sup>. Результаты расчета средней мощности излучения ЛПИ с различным числом ЛД представлены на рис.2. Из анализа показанных зависимостей следует, что при выбранных конструктивных и эксплуатационных параметрах излучателя максимальная средняя мощность излучения может быть достигнута на ЛПИ, содержащем всего 2 лазерных кристалла, если температура окружающей среды 298 К. Этот результат представляет практический интерес, т.к. отражает возможности ЛПИ на GaAlAs/GaAs ЛД с ОГС, достигаемые уже при минимальном числе диодов в их составе. При большем числе диодов в

ЛПИ их взаимное тепловое влияние приводит к такому ухудшению характеристик генерации, что общая средняя мощность излучения снижается.

В общем случае оптимальное для получения максимальной средней мощности излучения число ЛД в ЛПИ различно. Оно может стать больше при существенном снижении порогового тока, интенсификации теплоотвода от ЛД и принудительном охлаждении ЛПИ.

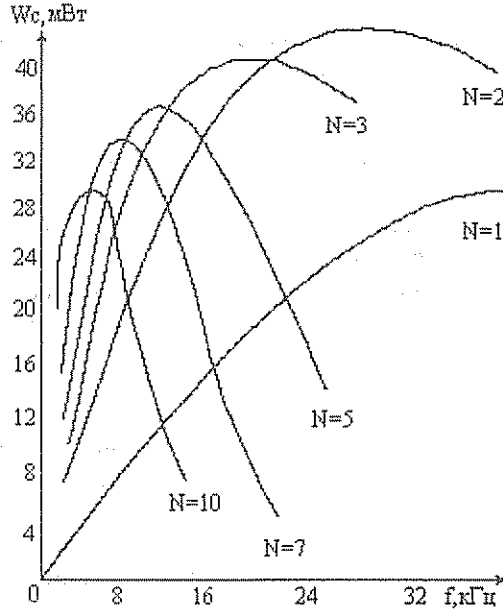


Рис. 2.

Средняя мощность излучения ЛПИ с различным числом диодов ( $N$ ) в зависимости от частоты повторения импульсов накачки при  $\tau_n = 100$  нс,  $I_n = 100$  А и температуре среды 298 К

Если частота повторения и длительность импульсов накачки заданы как исходные параметры оптимизационной задачи, то число диодов в ЛПИ определяется требуемой величиной средней мощности излучения. Так, например, при  $f = 4$  кГц и  $t_n = 100$  нс средняя мощность излучения в 30 мВт может быть достигнута на ЛПИ, имеющем от 7 до 10 ЛД (рис.2). При этом составы из 10, 9 и 8-ми

диодов будут иметь более высокую температуру чем ЛПИ на основе 7-ми ЛД, и соответственно меньшую надежность.

На рис.3 представлена зависимость средней мощности излучения ( $W_i$ ) отдельных ЛД в ЛПИ из пяти кристаллов в зависимости от частоты повторения импульсов накачки. Различие в  $W_i$  определено разницей стационарного температурного фона в активных областях отдельных диодов. При увеличении частоты повторения температурное подавление генерации сначала происходит в центральных ЛД столбика и лишь затем в периферийных, граничащих с медными контактными пластинами.

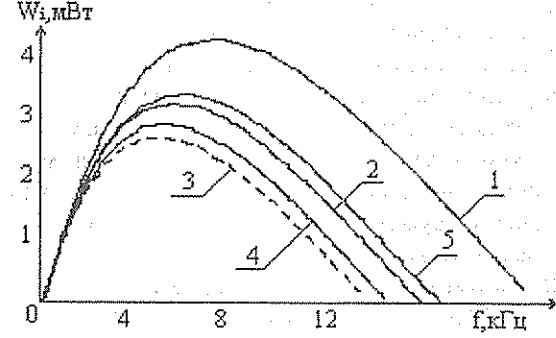


Рис. 3.

Зависимость от частоты повторения импульсов накачки средних мощностей излучения отдельных диодов в ЛПИ из пяти ЛД. (Номера кривых соответствуют номерам диодов в столбике. Нумерация производится от положительного контакта.  $I_n = 100$  А,  $\tau_n = 130$  нс, температура среды 323 К.)

Таким образом, с помощью относительно простой математической модели ЛПИ, построенной на основе феноменологического подхода и реализующей расчеты на ЭВМ в реальном масштабе времени, проведен анализ ЛПИ на этапе его разработки. Получены рекомендации, необходимые для создания оптимальной конструкции наборного ЛПИ и определения оптимальных режимов накачки в зависимости от предполагаемых условий эксплуатации прибора.

Библиографический список

1. Елисеев П.Г. Введение в физику инжекционных лазеров. М., 1983.
2. Дульнев Г.Н., Парфенов П.Г., Сигалов А.В. Методы расчета теплового режима приборов. М., 1990.
3. Карташов Э.М. Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. М., 1985.
4. Блейвас И.М., Новоселов В.В., Овчинников С.В., Прохоров В.В. Программа расчета температурных полей в элементах полупроводниковых приборов с локальным тепловыделением // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1984. Вып.5 (365). С.63-64.
5. Кейси Х., Паппиш М. Лазеры на гетероструктурах /Пер. с англ.; Под ред. П.Г.Елисеева. М., 1981. Т. 2. Материалы Рабочие характеристики.

THE THEORETICAL ANALYSIS OF A THERMAL MODE INFLUENCE ON ESTABLISHED GENERATION OF PULSING SEMI-CONDUCTOR LASERS.

V.V. Novosyelov, S.V.Ovchinnikov  
Saratov state university, Saratov

Sosnovsky S.A.  
Research institute "Volga", Saratov

In accordance with thermal condition the analysis of quasistationary conditions of impulse generation of laser semiconducting emitters containing one or several laser diodes, jointed sequentially as a pack is carried out. The outcomes of calculation of their potency of a radiation are submitted(shown). The series of parameters of considered gears, optimum for a raise of an average potency of their radiation is defined.

## РАСЧЕТ УСЛОВИЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ НАДЕЖНОСТИ ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ В КРИТИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ ЭКСПЛУАТАЦИИ

С. В. Овчинников, В. В. Новоселов, А. И. Жбанов  
Саратовский государственный университет, г. Саратов

Представлена теплофизическая модель наборного лазерного полупроводникового излучателя на основе GaAlAs/GaAs лазерных диодов импульсного режима генерации в условиях практически полного отсутствия охлаждения корпуса. Определены время непрерывного функционирования прибора с заданным минимальным уровнем оптической мощности и основные параметры конструкции, влияющие на это время. Проведено исследование возможности применения для охлаждения излучателя при таких условиях устройств на основе фазовых переходов первого рода.

В работе [1] представлены результаты подробного теплофизического анализа квазистационарного режима импульсной генерации мощного наборного полупроводникового лазерного излучателя (ЛПИ) на основе GaAs/GaAlAs лазерных диодов (ЛД) с двухсторонней гетероструктурой. Одним из выводов этой работы является тот, что для каждого конкретного условия эксплуатации указанных излучателей существуют оптимальные с точки зрения максимальной мощности излучения, амплитудно-временные параметры последовательности импульсов тока накачки.

В настоящей работе моделируется ситуация, в которой ЛПИ, нагружаемый длительной последовательностью импульсов тока накачки, практически не имеет охлаждения корпуса. Последняя особенность реализуется при размещении излучателя в малом объеме воздуха при отказе системы вентиляции или прокачки теплоносителя. В этих условиях температура блока лазерных кристаллов в излучателе будет повышаться от импульса к импульсу и по истечении времени наступит температурный срыв генерации. Предельно допустимая температура лазерных структур и, следовательно, время безотказной работы излучателя с уровнем мощности излучения не ниже заданного будет определяться параметрами накачки и теплофизическими параметрами элементов конструкции излучателя. Целью анализа, некоторые результаты которого представлены ниже, было определение таких оптимальных совокупностей перечисленных параметров ЛПИ, которые обеспечивали бы функционирование излучателя максимально возможное время при заданном предельном снизу уровне мощности излучения.

Моделировалась типовая конструкция ЛПИ [1]. Она содержит несколько сотен ЛД, образующих двумерное поле свечения. Линейки ЛД, выращенные на единой подложке, с разделенными с помощью мез, проникающими за активный слой областями свечения, (отдельными ЛД) напаяются друг на друга. Тем самым формируется «многоэтажная» конструкция блока лазерных кристаллов. Типичный блок содержит 120 ЛД. Блок кристаллов одной своей зеркальной гранью монтируется на корпус с помощью оптического эпоксидного клея. ЛПИ содержит 4 – 5 блоков. Корпус ЛПИ закреплен на некотором теплоаккумулирующем устройстве, либо сам является таковым. В простейшем случае в качестве теплоаккумулирующего устройства может высту-

пать сплошное медное цилиндрическое тело, являющееся фланцем корпуса излучателя.

При формировании модели были сделаны следующие допущения:

все ЛД из блока кристаллов находятся в одинаковых тепловых условиях и условиях накачки, что является следствием конструкции блока и способа размещения блока в корпусе ЛПИ;

импульс тока накачки ЛД имеет трапецеидальную форму, причем суммарная длительность фронтов импульса существенно меньше полки импульса;

длительность импульса накачки много больше времени релаксационных колебаний оптической мощности (не более 10 нс для структур данного типа [2]), поэтому эффектом релаксационных колебаний пренебрегаем.

При таких предположениях мощность излучения каждого ЛД из ЛПИ можно оценить по формуле [3]

$$W(T, t) = \eta(T) U(T) [I(t) - I_n(T)], \quad (1)$$

где  $T$  – температура активной области ЛД в момент времени  $t$ ;  $\eta(T)$ ,  $U(T)$ ,  $I_n(T)$  – соответственно внешняя эффективность, напряжение на активной области и пороговый ток ЛД в зависимости от температуры  $T$ ;  $I(t)$  – временная зависимость тока накачки в импульсе.

Применение формулы (1) для вычисления мощности излучения отдельного ЛД в динамическом режиме требует дискретизации временного интервала – длительности импульса накачки – в виде ряда относительно малых интервалов, на протяжении каждого из которых уровень накачки изменяется мало, но длительность которых должна быть больше характерного времени релаксационных колебаний. Для каждого такого малого временного интервала рассчитывается средняя во времени температура активной области и на ее основе определяются все температурозависимые величины из (1). Таким образом, мощность излучения  $W(T, t)$  определяется набором дискретных значений, соответствующих указанным временным интервалам. Предположение о форме импульса тока накачки и относительно высокая инерционность тепловых процессов обосновывают достаточную точность расчетов по такой схеме. Причем число разбиений длительности импульса накачки (или величина отдельного малого временного интервала) определяется в ходе вычислений по наперед заданной погрешности в определении максимальной в импульсе температуры активной области ЛД.



ционирование излучателя в условиях практического отсутствия теплообмена с уровнем среднеимпульсной мощности излучения не менее 1 кВт в течение 30 с и более.

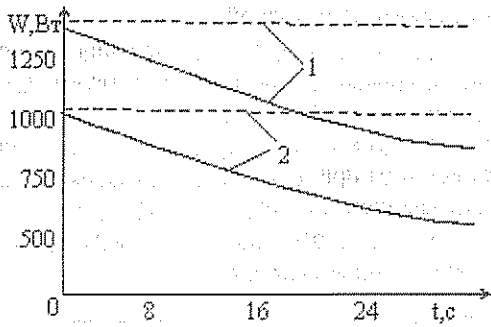


Рис.2.

Зависимость среднеимпульсной мощности излучения ЛПИ, содержащего 480 излучающих элементов, от времени наработки при различных амплитудных значениях тока накачки и различной толщине клея. Сплошные кривые — толщина клея 75 мкм, штриховые кривые — толщина клея 50 мкм. 1 — амплитуда тока накачки 7 А/днод, 2 — амплитуда тока накачки 6 А/днод.

Толщина слоя клея является одним из наиболее критичных по температуре технологических факторов, влияющих на время функционирования ЛПИ в рассматриваемых условиях. Необходимо стремиться к минимизации толщины слоя эпоксидного клея или искать ему замену с более высокими значениями тепло- и температуропроводности.

При необходимости повышения энергоотдачи ЛПИ естественным является условие повышения тепловой емкости теплоаккумулирующего устройства. В условиях бортовой аппаратуры простое увеличение количества теплоаккумулирующей меди является недопустимым. Выгодным может быть использование теплоаккумулирующего устройства на основе фазового перехода 1-го рода. Для анализа возможности использования такого устройства была разработана его теплофизическая модель, опирающаяся на двумерную задачу Стефана и реализованная методом конечных элементов. Ниже (рис.3 и рис.4) представлены результаты расчетов временной зависимости температуры энергопоглощающей площадки теплоаккумулирующего устройства в виде полого медного цилиндра (толщина стенки 2 мм) диаметром 30 мм и высотой 20 мм, на одну из торцевых площадок которого постоянно падает тепловой поток заданной интенсивности. Внутри цилиндр заполнен плавким веществом: либо кристаллическим азотнокислым никелем, либо сплавом Вуда [4]. Эти вещества выбраны по следующим причинам: они имеют температуры плавления 57°C и 65°C соответственно, что совместимо с требованиями на рассматриваемые ЛПИ по окружающим условиям, высокую скрытую теплоту плавления 310 и 322 Дж/см<sup>3</sup>; обладают небольшим коэффициентом термического расширения; химически неактивны к меди. Кроме того, сплав Вуда имеет высокий коэффициент теплопроводности, что позволяет эффективно

прогревать весь объем теплоаккумулирующего устройства.

Результаты, показанные на рис.3 и рис.4, получены для различных значений среднеимпульсной тепловой мощности, попадающей на энергопоглощающую площадку теплоаккумулятора (длительность теплового импульса принималась равной 1 мкс при частоте повторения 50 Гц). Из расчетов следует, что при тепловой мощности не более 14 кВт в импульсе и времени воздействия до 30 с скрытая теплота плавления вещества теплоаккумулятора не используется.

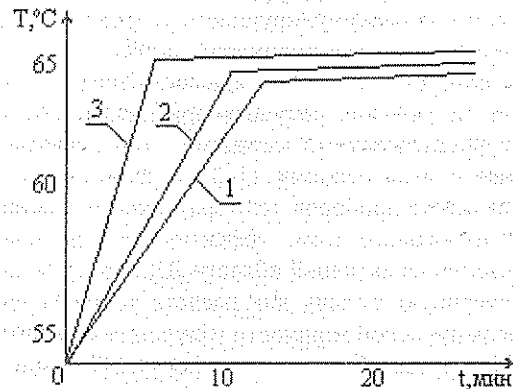


Рис.3. Изменение во времени температуры тепловоспринимающей площадки теплоаккумулятора на основе сплава Вуда. (Начальная температура + 55 °C.

1 — среднеимпульсная тепловая мощность 5 кВт, 2 — среднеимпульсная тепловая мощность 7 кВт, 3 — среднеимпульсная тепловая мощность 14 кВт.)

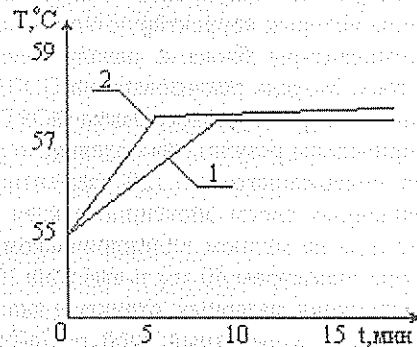


Рис.4. Изменение во времени температуры тепловоспринимающей площадки теплоаккумулятора на основе кристаллического азотнокислого никеля. (Начальная температура + 55 °C.

1 — среднеимпульсная тепловая мощность 5 кВт, 2 — среднеимпульсная тепловая мощность 14 кВт.)

При достижении температуры плавления рабочего вещества температура энергопоглощающей площадки практически стабилизируется — рост температуры не превышает 0,1 К/мин. Выбранный объем теплоаккумулирующего устройства способен обеспечить функционирование рассматриваемых ЛПИ в течение более 80 минут.

Таким образом, теплоаккумулятор на основе фазового перехода 1-го рода обладает несомненным достоинством, как высокая энергоемкость при стабильности температуры энергопоглощающей поверхности. С другой стороны, уровень, на котором стабилизируется температура, жестко определен температурой фазового перехода используемого плавкого вещества.

Библиографический список

Арутюнян Н.Е., Новоселов В.В., Овчинников С.В., Сосновский С.А. Тепловой режим мощного импульсного излучателя на основе GaAlAs лазерных диодов // Вопросы радиоэлектроники. Сер. ТРТО. 1992. Вып. 3-4. С. 27-35.  
 Burkhard H., Mause K. Electron-Hole Recombination in GaAlAs/GaAs DH Lasers // Solid-State Electronics. 1978. Vol. 21. P. 1551-1556.  
 Гуданкевич О.В., Дарзиев С.А., Елисеев П.Г. Полупроводниковые лазеры. М., 1976.  
 Алексеев В.А. Охлаждение радиоэлектронной аппаратуры с использованием плавящихся веществ. М., 1975.

ACCOUNT OF SEMI-CONDUCTOR LASER PARAMETRICAL RELIABILITY CONDITIONS IN CRITICAL CONDITIONS OF OPERATION

S.V. Ovchinnikov, V.V. Novosyelov, A.I. Zhbanov  
 Saratov state university, Saratov

Heatphysical model of the type-setting semi-conductor laser on a basis of GaAlAs/GaAs laser diodes of a pulsing mode generation in conditions of practically complete absence of case cooling is submitted. The time of continuous functioning of the device with a given minimum level of optical capacity and basic parameters of a design, influencing to this time are determined. Research of an opportunity of application for cooling the laser under such circumstances the devices on the basis of phase transitions of the first sort is spent.

КОНДЕНСИРОВАННЫЕ СРЕДЫ: СТРУКТУРА, МЕХАНИЧЕСКИЕ И ТЕПЛОВЫЕ СВОЙСТВА

УДК 678.027

ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕПЛООВОГО РЕЖИМА ОТВЕРЖДЕНИЯ ИЗДЕЛИЯ ИЗ МЕТАЛЛОКОМПОЗИТА

А.В. Кошелев, Н.А. Самаркина  
 Саратовский государственный технический университет, г. Саратов

Ю.Г. Иващенко, В.Л. Хрипунов, И.В. Хомяков  
 ИМАШ РАН, г. Саратов

В работе предложена математическая модель процесса теплопереноса, для изделий состоящих из полимерной матрицы и металлической арматуры, осложненного вулканизацией, при отверждении виброизолятора. Для получения беспористых изделий и предотвращения химического разложения резиновой смеси в точке наибольшей тепловой экспозиции.

значительное количество выпускаемых изделий состоит из полимерной матрицы и металлической арматуры. Если полимерный материал является резинопластом или резиной, то для быстрого протекания химической реакции отверждения (для чего часто используют термин "вулканизация") изделие производится в форме с подогревом. Эффективность проведения технологического процесса отверждения изделия, содержащего резиновый материал, заключается в необходимости удовлетворения двум условиям [1].

В момент раскрытия формы в точке минимальной тепловой экспозиции (МТЭ) резинового массива коэффициент упругости должен достигнуть определенной величины порядка 0,1 от максимального значения коэффициента упругости. Это условие получения беспористых изделий. На стадии охлаждения величина степени вулканизации должна возрасти до значения

Во время выдержки изделия в форме необходимо, чтобы в точке наибольшей тепловой экспозиции (НТЭ) резиновой смеси не происходило химического разложения. Начало химического разложения наступает при достижении в точке НТЭ экспоненциально найденного значения  $n$ , которое определяется из соотношения

$$n = \lg(1-c),$$

где  $c$  – величина степени вулканизации.

Эти условия легко реализуются для тонкостенных изделий. Однако значителен ассортимент крупногабаритных резинотехнических изделий. В настоящей работе предложена математическая модель процесса теплопереноса, осложненного вулканизацией, при отверждении виброизолятора. На рис.1 представлен поперечный разрез изделия, заключенного в форму. Продольный размер изделия больше поперечного на порядок, что позволило упростить модель до двумерной. Было принято, что между изделием и формой имеют место граничные условия первого рода, а между арматурой и резиновым массивом – четвертого рода.

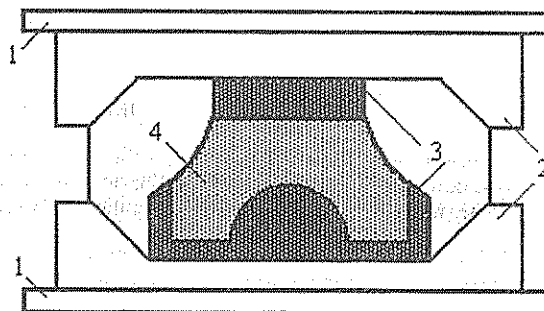


Рис.1. Поперечный разрез изделия заключенного в форму  
 1 – плиты пресса; 2 – форма;  
 3 – металлическая арматура изделия;  
 4 – резиновый массив изделия

$\sin \frac{\theta_k}{2}$   
 $\nu R_1$

Уравнения определяющие теплоперенос и кинетику химических превращений, в общем виде можно записать следующим образом:

$$c_m \rho_m \frac{\partial T_m(M, t)}{\partial t} = \lambda_m \left[ \frac{\partial^2 T_m(M, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_m(M, t)}{\partial y^2} \right],$$

$$T_m(M, t) = T_m(x, y, t), \quad M \in G_m, \quad t > 0,$$

$$c_n \rho_n \frac{\partial T_n(M, t)}{\partial t} = \lambda_n \left[ \frac{\partial^2 T_n(M, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_n(M, t)}{\partial y^2} \right] + q,$$

$$T_n(M, t) = T_n(x, y, t), \quad M \in G_n, \quad t > 0,$$

$$T_m(M, t)|_{S_{m-n}} = T_n(M, t)|_{S_{m-n}},$$

$$\lambda_m [\partial T_m(M, t) / \partial n]_{S_{m-n}} = \lambda_n [\partial T_n(M, t) / \partial n]_{S_{m-n}},$$

$$T_m(M, t)|_{S_{m-\phi, t > 0}} = f(t), \quad T_n(M, t)|_{S_{m-\phi, t > 0}} = f(t),$$

$$T_m(M, t)|_{t=0} = T_{01}, \quad T_n(M, t)|_{t=0} = T_{02},$$

$$q = Q \cdot \rho_n \partial c / \partial t,$$

где  $G_n, G_m$  – области, занимаемые резиновым массивом и арматурой;  $q$  – интенсивность теплового источника;  $T_{01}, T_{02}$  – начальные температуры арматуры и резинового массива;  $n, m, \phi$  – подстрочные индексы, означают резиновый массив, арматуру и форму соответственно;  $Q$  – удельное тепло химического превращения (вулканизации).

Реализация разработанной модели осуществлялась численно с использованием метода конечных элементов. Составлена программа на языке ФОРТРАН-4.

Оптимизация осуществлялась при варьировании возможных температур пресса и начальной температуры впрыскиваемой смеси. В результате проведенных расчетов, вышеприведенным условиям отвечал режим выдержки под давлением в течение 3300с при температуре плит пресса 416К с начальной температурой смеси 383К. Рассчитанная температура в точке

МТЭ была проведена экспериментально. Различие между экспериментальными и расчетными значениями температуры не превосходит трех градусов (рис.2). Оценку достоверности расчета на ЭВМ функции степени вулканизации проводили сопоставлением с аналогичной функцией, полученной независимым методом – методом физического моделирования на Кюр-Семюлейторе фирмы Монсанто. Различие по времени между двумя методами определения степени вулканизации не превышает двух минут (рис.2).

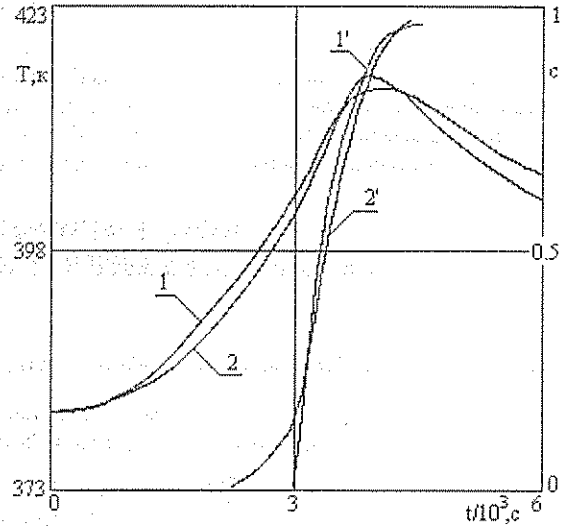


Рис.2

Изменение температуры и степени отвержения в точке МТЭ. 1, 2 – экспериментальная и расчетная температурные кривые; 1', 2' – экспериментальная и расчетная кривые отвержения.

Таким образом, расчетные данные по температуре и степени вулканизации изделия имеют удовлетворительное совпадение с экспериментом, что позволяет использовать разработанную программу для решения сложных технологических задач.

**Библиографический список**

1. Вольфсон Б.Л., Горелик Б.М., Городничев Ю.Н. Метод определения минимальной продолжительности вулканизации под давлением формовых резиновых технических изделий // Каучук и резина. 1979. №9. С.37-42.

**OPTIMIZATION OF A THERMAL CONDITION OF HARDENING OF A PRODUCT FROM METAL OF AN AGGREGATE**

A.V. Koshelev, N.A. Samarkina

Saratov state engineering university, Saratov

U.G. Ivashenko, V.L. Hripunov, I.V. Homyakov

"IMASH" Russian Ac. Sci., Saratov

In work the mathematical model of the process of heat transposition, for products consisting from a polymeric matrix and metal fixture is offered. For deriving not porous products and preventing of chemical expansion of a rubber mixture in a point of the greatest thermal exposure.

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ОТВЕРЖДЕНИИ ИЗДЕЛИЙ ИЗ РЕАКТОПЛАСТИЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ**

А.В. Кошелев, Н.А. Самаркина  
Саратовский государственный технический университет, г. Саратов

Ю.Г. Иващенко, В.Л. Хрипунов, И.В. Хомяков  
ИМАШ РАН, г.Саратов

Приведены результаты разработки математической модели процесса отверждения связующего, в ходе переработки полимерных материалов (реактопластов) при повышенной температуре с целью скорейшего протекания химической реакции. И исследования с ее помощью основных температурно-временных закономерностей технологического процесса, так как полнота протекания реакции отверждения определяет механические и химические свойства изделия.

Значительное количество полимерных материалов (реактопластов) перерабатываются в изделия повышенной температуре с целью скорейшего протекания химической реакции отверждения связующего. Полнота протекания реакции отверждения определяет механические и химические свойства изделия. В настоящей работе приводятся результаты разработки математической модели процесса отверждения и исследования с ее помощью основных температурно-временных закономерностей технологического процесса.

В основу модели положены следующие основные предположения:

- 1) химической реакции описывается уравнением, характерным для реакций первого порядка;
- 2) подачи материала в форму мало по сравнению с временем выдержки, что позволяет объединить процессы в литевой и прессовой форм;
- 3) физические свойства реактопласта не зависят от температуры и степени отверждения;
- 4) изделие имеет форму бесконечной пластины;
- 5) температура центра изделия достигает необходимых физико-механических свойств при степени отверждения, равной 0,5.

Температура границы "изделие-форма" постоянна во времени в интервале времени отверждения; теплоперенос по изделию осуществляется только теплопроводностью.

При принятых допущениях, теплоперенос в изделии описывается следующими уравнениями:

$$\frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = a \cdot \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2} + q/c_p \rho_n \quad (1)$$

$$0 < x < L, t > 0, \quad T(x, t)|_{t=0} = \text{const}, \quad (2)$$

$$T(x, t)|_{x=L} = T(x, t)|_{x=-L} = \text{const}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} = k_0 \exp(-E/RT)(1-c), \quad (4)$$

$$q = Q \rho_n \cdot \frac{\partial c}{\partial t}, \quad (5)$$

где  $L$  – полутолщина пластины;  $Q$  – удельная теплота химической реакции;  $k_0$ ,  $E$  – постоянные для материала;  $c$  – доля прореагировавшего вещества;  $\rho_n$  – теплоемкость и плотность материала. Из-за сложного характера тепловыделения, системы уравнений (1-5) невозможно решить аналитическим методом. В настоящей работе использован метод конечных элементов. В качестве исходных данных исследования выбраны два реактопласта: П-1-13. У этих материалов одинаковая тем-

пературопроводность, равная 0,002 см<sup>2</sup>/с, но различные теплоты отверждения: 260...290 Дж/г у АГ-4В и 340...360 Дж/г – у П-1-13. Различие обусловлено природой связующего: АГ-4В – фенопласт, в П-1-13 используется эпоксиноволачное связующее. Энергия активации для АГ-4В равна 76,3 кДж/моль, а для П-1-13 – 41,6 кДж/моль.

Предложенная модель была проверена путем сопоставления расчетных и экспериментальных кривых изменения температуры по толщине изделия. Экспериментальные данные взяты из работы [1]. Различия в температурных кривых составило 3...5 К, что говорит о достаточной корректности модели.

Влияние тепла химической реакции на температуру и время отверждения исследуется для изделия толщиной 20мм. На рис.1,а представлены кривые изменения температуры (1,2) и степени отверждения (1', 2') центра изделия из АГ-4В (1, 1') и П-1-13 (2, 2') при температуре формы 453К. Исходная температура материала 298К. Температура центра при степенях отверждения 0,4...0,9 существенно превышает температуру формы. Это говорит о большом влиянии тепла химической реакции на кинетику технологического процесса.

Однако общепринятыми являются методики расчета времени выдержки изделия в форме, игнорирующие величину теплового эффекта [2]. Основным аргументом выдвигается довод о якобы малом скачке температуры в изделии при прогреве в форме. Результаты расчета опровергают это предположение доказывают, что температурный режим изделия существенно зависит не только от величины теплового эффекта реакции, но (даже в большей степени) от кинетики отверждения (рис.1,а). Последний показатель для фенопласта выше. Так, при температуре 443К константа скорости для АГ-4В равна 0,01 с<sup>-1</sup>, а для П-1-13 при 453 К аналогичный показатель равен только 0,0039 с<sup>-1</sup>. Поэтому температурный скачок в центре изделия из АГ-4В выше и уже, чем у изделия из П-1-13.

В работе [1] предложена методика расчета времени выдержки изделия в форме, учитывающая тепловой эффект отверждения, проведены расчеты времени отверждения в зависимости от толщины изделия из АГ-4В с помощью методик Канавца, Соколова и по ГОСТу (ГОСТ 10087-72) при температуре формы 423К без начального прогрева материала (рис.1,б).

0,2  
2



При анализе зависимостей, сразу же заметна ошибка всех методик по расчету отверждения тонкостенных изделий, так как игнорируется время протекания химической реакции, а учитывается только время прогрева центра изделия до температуры формы. Для толстостенных изделий (начиная с толщины 20 мм) наиболее корректной является методика Мухина-Дедюхина. Анализируя зависимости 4 и 5, интересно отметить факт опережения отверждения центра относительно края для изделий с толщиной до 20 мм, что объясняется тепловым эффектом

отверждения. При больших толщинах превалирует время прогрева центра. Представленная в настоящей работе математическая модель, описывающая процесс отверждения реактопластов, позволяет исследовать влияние различных технологических факторов (температур формы, времени выдержки), состава материала и размера изделия на время протекания химических реакций в изделии с учетом сложного характера теплопереноса.

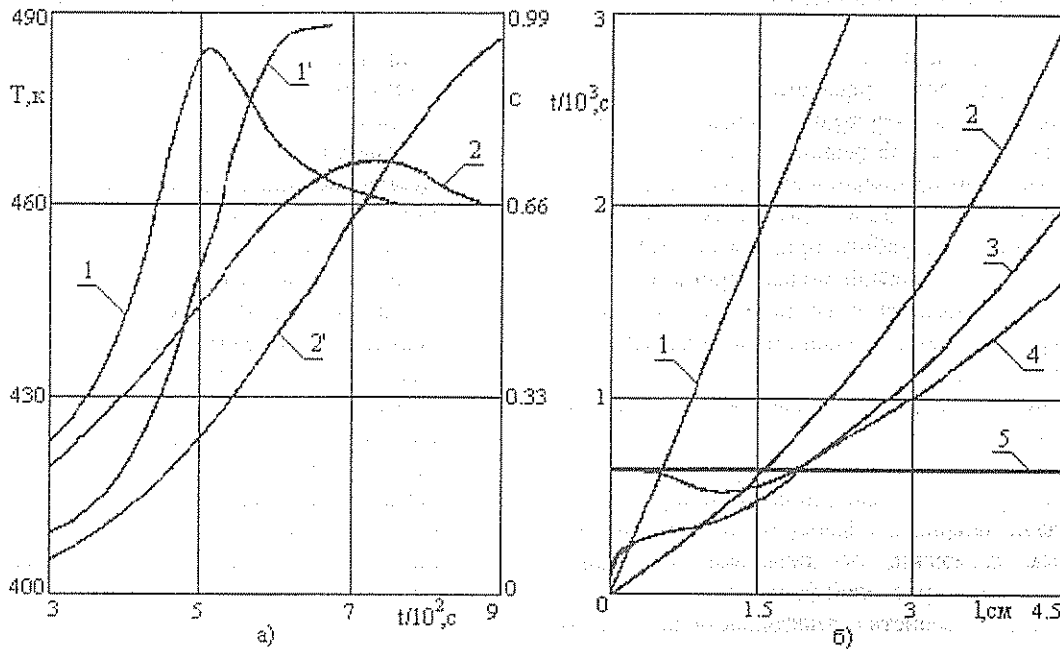


Рис. 1.

Кинетика отверждения изделий из реактопластов:

а) — изменение температуры (1,2) и степени отверждения (1',2') центра изделия толщиной 2 см из АГ-4В (1,1') и П-1-13 (2,2') при температуре формы 453 К;

б) — изменение времени отверждения от толщины изделия. Температура формы 423 К, материал АГ-4В.

1 — расчет по ГОСТу, 2 — по методикам Канавца и Соколова, 3 — по методике Мухина-Дедюхина,

4,5 — отверждение центра и края изделия, рассчитанные по математической модели.

#### Библиографический список

1. Мухин Н.М., Дедюхин В.Г. Расчет времени выдержки при прессовании реактопластов в неизотермических условиях. // Изв. вузов СССР. Химия и химич. технология: В 2т. 1978. С. 1065-1069.
2. Мухин Н.М., Дедюхин В.Г. Расчет времени выдержки при прессовании реактопластов с учетом экзотермических эффектов отверждения связующего // Изв. вузов СССР. Химия и химич. технология. 1973. Т.16. С. 932-938.

#### MODELLING OF PROCESSES WITH HARDENING OF PRODUCTS FROM POLYMERIC MATERIALS

A.V. Koshelev, N.A. Samarkina

Saratov state engineering university, Saratov

U.G. Ivashenko, V.L. Hripunov, I.V. Homyakov

"IMASH" Russian Ac. Sci., Saratov

The outcomes of development of a mathematical model of the process hardening connecting are reduced, during processing polymeric materials - with increased temperature with the purpose of the prompt course of a chemical response. And research with its help of basic temperature-temporal regularities of the technological process, as the completeness of a course of a response hardening defines mechanical and chemical properties of a product.

## ИССЛЕДОВАНИЕ КОРРЕЛЯЦИИ РАВНОМЕРНОСТИ МИКРОВОЛНОВОЙ СУШКИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ С ЗАКОНОМ ИХ ДВИЖЕНИЯ В ПОЛЕ СВЧ

С.В. Явчуновская

Саратовский государственный агроинженерный университет, г. Саратов

Применительно к установкам микроволновой сушки с электродинамическими системами на базе желобковых волноводов исследована возможность повышения равномерности микроволновой сушки за счёт выбора закона движения объектов через электродинамическую систему. Рассмотрены варианты реверсного движения с постоянной амплитудой качания и однонаправленного движения с постоянной скоростью. Для случая реверсного движения определены величины амплитуды, обеспечивающие минимальную неравномерность энерговыделения как в регулярной области электродинамической системы, так и на краях слоя подвергаемых облучению материалов.

Сушка различных диэлектрических объектов микроволновым полем уже много лет привлекает внимание исследователей и разработчиков благодаря ряду своих уникальных свойств:

объёмному и селективному характеру выделения энергии, что позволяет обеспечить минимальную энергоёмкость процесса, в том числе и на конечных его стадиях (при малых тепло- и массопроводности объектов);

малому времени сушки и низкой температуре объектов в её процессе, что обеспечивает уникально высокие свойства получаемой продукции.

Однако практическая реализация микроволновых технологий тормозилась сложностями создания удовлетворительных по техническим характеристикам рабочих камер таких установок.

Условно технические решения рабочих камер можно разделить на два класса. Первый из них [1] создан на базе одномодовых волноводных систем, не позволяющих обеспечить сколь-либо значимые производительности установок этого класса. В установках второго класса [2] использовались в качестве рабочих камер многомодовые резонаторы, характеризующиеся высокой неравномерностью распределения в них интенсивности электромагнитного поля и существенной зависимостью данного распределения от характера диэлектрической нагрузки.

Значительное продвижение в этой области было достигнуто при создании установок с рабочими камерами на базе совокупности параллельно состыкованных желобковых волноводов (рис.1) [3]. Использование желобковых волноводов позволило реализовать требуемые для промышленных установок размеры рабочих камер в практически одномодовом режиме работы волноводов (на типе колебаний  $H_{11}$ ). При этом по двум координатным осям (рис.2) равномерность распределения интенсивности электромагнитного поля и энерговыделения в объектах достигалась за счёт собственных свойств выбранной электродинамической системы. Минимизация изотропии энерговыделения по оси X (вертикальной пространственной оси) обеспечивается спецификой выбранной электродинамической системы (ЭДС), в которой однородность потока энергии бегущей волны по этой оси очень высока и увеличивается при "шунтировании" ЭДС диэлектриком (за счёт "втягивания" поля в диэлектрическую нагрузку). По

оси Y равномерность гарантируется реализуемым в волноводе режимом бегущей волны.

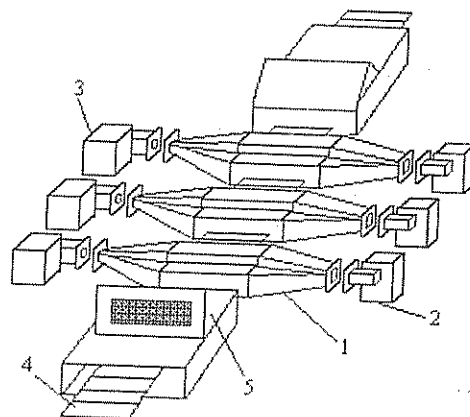


Рис.1.

Конструктивная схема конвейерной установки микроволновой сушки: 1 – электродинамическая система, 2,3 – источники СВЧ-мощности, 4 – цепной транспортёр, 5 – поглощающие камеры.

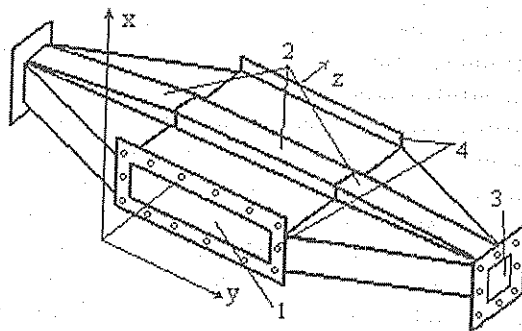


Рис.2.

Внешний вид секции ЭДС: 1 – рабочий канал, 2 – желоб волновода, 3 – фланцы для соединения с источником СВЧ, 4 – фланцы для соединения секций между собой

Существенно сложнее решается задача обеспечения однородности энерговыделения по оси Z (направление движения подвергаемых сушке объектов через рабочую камеру). Распределение интенсивности электромагнитного поля по этой оси [4] имеет близкий к синусоидальному характер (рис. 3), и для данной ЭДС сглаживание (уменьшение изрезанности) функции  $A = A(z)$  представляется принципиально недостижимым.

Существует достаточно простое решение данной задачи за счёт организации однонаправленного движения потока объектов вдоль оси z с постоянной скоростью. Относительно большие размеры входного окна ЭДС (равно как и любого сечения, перпендику-

лярного оси  $z$  – рис. 2) позволяют организовать поступательное движение объектов по оси системы ( $z$ ). Если поток обрабатываемых объектов движется с постоянной однонаправленной скоростью, все элементы этого объекта, движущиеся по одной из линий, параллельной оси  $z$ , получают одну и ту же "порцию" СВЧ энергии, что обеспечит "продольную" (по оси  $z$ ) равномерность обработки. Для этого потребуются, кроме постоянства скорости, ещё и легко обеспечиваемые на практике постоянство геометрических размеров сечения потока объектов и однородность диэлектрических свойств объектов на входе системы.

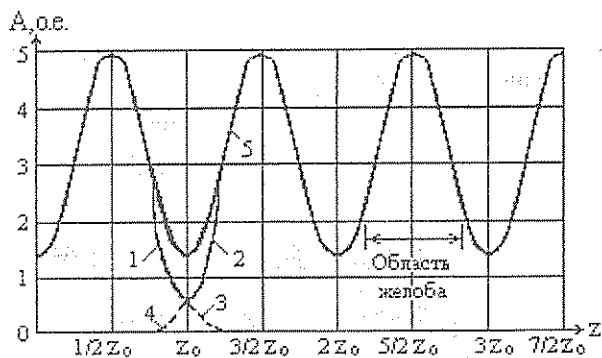


Рис. 3.

Распределение СВЧ полей в многосекционной ЭДС на базе желобковых волноводов: 1,3 – поле одной секции; 2,4 – поле второй секции; 5 – суммарное поле;  $z_0$  – ширина желобкового волновода (одной секции)

Однако при создании установок микроволновой сушки разного класса (различной производительности) из общих соображений представлялось целесообразным использовать различные законы движения объектов. Так, для установок с большой производительностью однонаправленное движение объектов с постоянной скоростью представлялось наиболее предпочтительным и давало возможность легко включить установки микроволновой сушки в общие поточные технологические линии по переработке продукции. Для установок малого класса с небольшим количеством секций ЭДС заманчивой представлялась организация процесса сушки при неподвижном состоянии объектов либо (с целью увеличения однородности энерговыделения) при реверсном их движении вдоль оси  $z$ .

С целью определения возможности реализации реверсного закона движения объектов была разработана математическая модель процесса сушки при таком характере движения.

Модель строилась с учётом ряда исходных упрощений. Пусть имеется абсолютно однородное (по оси движения объекта) распределение диэлектрической нагрузки; поле меняется по периодическому закону  $E(z) = E(z + nz_0)$ , где  $z_0$  – период системы,  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$  (рис. 3).

Распределение энергии в поперечном сечении здесь не рассматривается (в силу введённых выше ограничений).

Введём обозначения:

$M$  – масса диэлектрического материала, находящегося в каждый момент времени в поле одной секции;

$v$  – скорость движения объекта через ЭДС;

$T$  – время прохождения произвольной точки объекта периода системы (расстояния  $z_0$ );

$S = \sum S_i$  – совокупное поперечное сечение потока обрабатываемых материалов.

Тогда за время  $T$  через поперечное сечение системы пройдёт объём материала  $V = S \cdot v \cdot T$ .

Для материала с удельной массой  $\rho$  за это время через заданное сечение пройдёт масса  $M = \rho \cdot V = \rho \cdot S \cdot v \cdot T$ .

Введём коэффициент  $k$ , определяющий полезное использование СВЧ мощности в секции ЭДС. Пусть затухание в системе (за счёт внесения в неё объекта обработки)  $\alpha = -10 \lg P/P_0$

где  $P_0, P$  – мощность на входе и выходе секции.

Тогда  $k = \frac{P - P_0}{P_0} = 1 - 10^{-0,1\alpha}$

Воспользовавшись введённой ранее относительной величиной  $A = A(z)$  и введя для неё нормировочный коэффициент:

$$\varepsilon = \frac{P_0}{\int_{nz_0}^{(n+1)z_0} A(z) dz} \quad (1)$$

(в силу сделанных выше предположений можно выбрать любые пределы интегрирования  $z$  и  $z + z_0$ , не доходя лишь до самых краёв ЭДС), можно вывести выражение для доли энергии, получаемой единицей массы обрабатываемого объекта при прохождении ею одного периода (секции) ЭДС:

$$W = \frac{\varepsilon k T}{M} \int_{nz_0}^{(n+1)z_0} A(z) dz = \frac{\varepsilon (1 - 10^{-0,1\alpha})}{\rho S v} \int_z^{z+z_0} A(z) dz \quad (2)$$

Если пренебречь несколько несимметричным распределением энергии [4] на внешних краях первой и последней секций (рис. 3), имеющим место, как правило, за счёт неидеального технологического исполнения секций, выражение (2) можно переписать:

$$W = (1 - 10^{-0,1\alpha}) / \rho S v \cdot P_0 \quad (3)$$

При прохождении же системы из  $n$  секций суммарную энергию, получаемую единицей массы, можно записать в виде

$$W_s = \frac{\varepsilon k T}{M} \int_0^{nz_0} A(z) dz = \frac{\varepsilon (1 - 10^{-0,1\alpha})}{\rho S v} \int_0^{nz_0} A(z) dz = \frac{n(1 - 10^{-0,1\alpha})}{\rho S v} P_0 \quad (4)$$

При прохождении же произвольного участка  $[z_1, z_2]$  энергия, получаемая единичной массой

$$W_{[z_1, z_2]} = \frac{\varepsilon (1 - 10^{-0,1\alpha})}{\rho S v} \int_{z_1}^{z_2} A(z) dz \quad (5)$$

При табулированных значениях экспериментально полученных величин  $A(z)$  интегрирование в выражениях (1–5) можно с достаточной степенью точности заменить суммированием.

Расчёты выполнялись на базе экспериментально измеренного распределения полей [4] (рис. 3). Для удобства данные сведены в таблицу.

Изменение функций  $A(z)$  и  $A^*(z)$  по оси  $z$

$z/z_0$	$A(z)$	$A^*(z)$
0	0.6	1.0
1/12	1.0	1.4
1/6	2.1	2.1
1/4	3.3	3.3
1/3	4.2	4.2
5/12	4.8	4.8
1/2	4.9	4.9
7/12	4.6	4.6
2/3	4.0	4.0
3/4	3.0	3.0
5/6	2.1	2.1
11/12	1.3	1.6
1	0.7	1.5
13/12	1.3	1.6
7/6	2.1	2.1
5/4	3.0	3.0
4/3	4.0	4.0
17/12	4.6	4.6
3/2	4.9	4.9

Здесь  $A(z)$  – результаты измерений, проведённых в одной отдельной секции (кривые 1–3 и 2–4 на рис. 3);  $A^*(z)$  – результаты их пересчёта для многоконтурной системы с учётом взаимного проникновения полей (кривая 5 на рис. 3).

Рассмотрим различные варианты движения через ЭДС систему. Можно, видимо, рассмотреть три различных варианта, к которым принципиально можно свести все возможные ситуации:

- объект неподвижен внутри ЭДС;
- объект осуществляет реверсное движение с той же или иной амплитудой, но с постоянной по модулю скоростью;
- объект движется с постоянной однонаправленной скоростью поток обрабатываемого материала, однородный по вносимой диэлектрической нагрузке.

Результаты расчётов для первого и третьего случаев достаточно очевидны. Если объект неподвижен, количество энергии, выделяющейся в окрестности точек максимума и минимума поля, относятся к значениям  $A(z)$  в этих точках (или  $A^*(z)$ ).

Выбор кривой  $A(z)$  или  $A^*(z)$  зависит от того, насколько корректными представляются манипуляции "сшиванию" полей, приведённые выше (рис.3), а также от количества секций и местоположения в них объектов сушки.

В случае равномерного прямолинейного движения отношение  $W_{max}/W_{min}$  будет тождественно равно единице, и все элементы объёма получают абсолютно одинаковые "порции" энергии.

Расчёт, проведённый для реверсного движения, выполняется для случая качания вокруг точек максимума и минимума поля. При этом соотношение полученного единицей объёма количества энергии при качании вокруг точек максимума и минимума поля является мерой изрезанности функции энерго-

выделения  $W = W(z)$ . Двойная амплитуда качания  $h$  варьировалась от 0 (что соответствовало неподвижному положению объекта) до одного периода ЭДС  $h/z_0=1$  (что соответствует случаю равномерного прямолинейного движения). Аналогичные результаты должны, видимо, иметь место и при кратности  $h$  и  $z_0$  (рис.4). При этом расчёт выполнялся и для  $A(z)$ , и для  $A^*(z)$ .

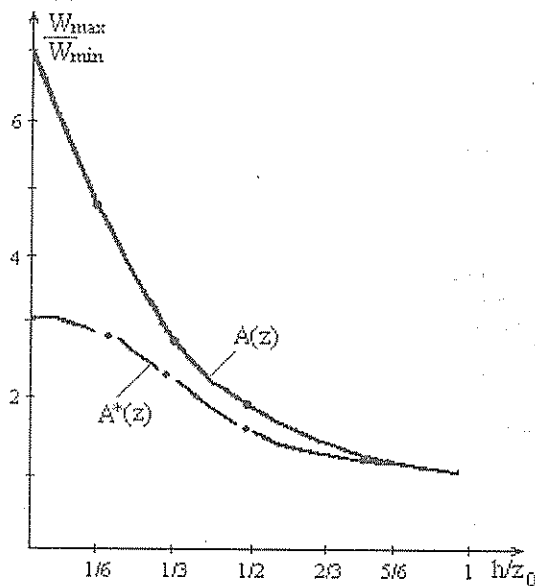


Рис.4.

Отношение максимального и минимального уровней выделения энергии в единичном объёме  $W_{max}/W_{min}$  в зависимости от отношения двойной амплитуды качания  $h$  реверсного движения к периоду ЭДС  $z_0$

Однако вывод об идеальной равномерности энерговыделения при кратности (равенстве) величины  $h$  величине  $z_0$  справедлив не для всех областей по оси  $z$ .

Специфика выбранной [3, 4] электродинамической системы заключается, в частности, в том, что подача энергии в секцию без диэлектрической нагрузки (заполнения объектами сушки) может привести к выходу из строя как самой секции, так и питающих её источников СВЧ-энергии. В этой связи при осуществлении реверсного движения необходимо обеспечить наличие диэлектрического заполнения, по крайней мере, в области всего крайнего желоба системы желобковых волноводов (в любой фазе реверсного движения), что создаёт особые условия энерговыделения для краёв движущегося в такой системе потока подвергаемых облучению объектов. Так, находящаяся в одном из крайних положений на внешней границе желоба точка в другом крайнем положении ( $h=z_0$ ) попадёт в область, в которой интенсивность поля на 30...50 дБ ниже рабочей. Снижение же амплитуды колебаний приведёт к неравномерности энерговыделения в регулярной области ЭДС.

Впрочем, указанная неравномерность энерговыделения относительно невысока. Так, расчёт, проведённый по описанной выше методике, показывает, что для случая  $h=z_0$  отношение количества энергии, выделенной в каждой из точек, отстоящих от края

слоя продуктов на расстоянии  $l \ll z_0$ , по отношению к энергии, выделяемой в точках в регулярной области не превышает величины порядка 1.6 (рис.4). Причём на расстоянии  $l/z_0 \approx 1/6$  неравномерность становится уже менее 10%.

С учётом действующих выравнивающих факторов: тепло- и массопроводности продукта, "вытягивания" поля из секции при введении соответствующего рассматриваемому случаю диэлектрического заполнения, краевые эффекты могут быть крайне незначительны. Вариант с  $h=2z_0, 3z_0$  и т.д. представляется с этих позиций совершенно неприемлемым, так как в данном случае область краевого эффекта ста-

новится существенно длиннее (что препятствует действию выравнивающих факторов), а сам эффект (величина  $W_{max}/W$ ) существенно более значимым.

Таким образом, проведённые исследования позволили обосновать рациональный закон движения объектов сушки через электродинамическую систему установки.

Полученные результаты использованы при создании конкретных установок и технологий микроволновой сушки. В настоящее время такие установки внедрены в производство в ряде сельскохозяйственных и перерабатывающих предприятий Российской Федерации.

#### Библиографический список

1. СВЧ-вулканизатор для линии непрерывной вулканизации резиновых шприцованных профильных изделий / А.Ф.Михайлов, Ж.Г.Георгиева, Ю.Н.Кузнецов и др. // Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ. 1980. Вып. 10 (322).
2. Барцев П.В., Зусмановский А.С., Михайлов Л.Ф. Промышленная СВЧ печь для групповой обработки диэлектрических материалов // Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ. 1974. Вып. 9.
3. Решение задачи преобразования и транспортировки электромагнитных СВЧ колебаний применительно к оборудованию микроволновой сушки диэлектрических объектов / Явчуновский В.Я., Львинцын А.В., Малирчук В.А., Явчуновская С.В. // Вопросы преобразовательной техники, частотного электропривода и управления. Саратов, 1996.
4. Явчуновский В.Я., Малирчук В.А. Новые подходы к использованию микроволновой энергии для сушки различных диэлектрических материалов // Микроволновые технологии в сельском хозяйстве. Казань, 1995.

#### RESEARCH OF CORRELATION BETWEEN UNIFORMANCE OF MICROWAVE DRYING OF DIELECTRICAL OBJECTS AND THE CHARACTERISTICS OF ITS MOVEMENT ACROSS THE SHF-FIELD

S.V. Yavchunovskaya

Saratov state agro-engineering university, Saratov

With reference to installations of microwave drying with electrodynamic systems on basis of chute waveguides as a trough the possibility of a raise of uniform of microwave drying is investigated at the expense of a choice of the law of driving of plants through an electrodynamic system. The variants a reversion of driving from a constant by amplitude of a hunt effect and one-direction driving from a constant by a velocity are considered. For a case a reversion of driving the magnitudes of amplitudes ensuring minimum nonuniformity of selection of an energy as in regular area of an electrodynamic system, and on edges of a stratum of materials, subjected an exposure, are defined.

#### ГЕОФИЗИКА ГИДРОСФЕРЫ И АТМОСФЕРЫ

УДК 551.510.531

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТ ГАЗОВЫХ ОБРАЗОВАНИЙ В АТМОСФЕРЕ РАДИОЛОКАЦИОННЫМИ МЕТОДАМИ

В.А.Иванченко, В.В.Николаев

Саратовский государственный университет, г. Саратов

Показана возможность определения некоторых параметров газовых выбросов в атмосфере, используя явление поглощения излучения на резонансных частотах вращательного спектра газа.

Оценка состояния нижних слоев атмосферы в последнее время приводит к необходимости поиска новых методов и средств экологического мониторинга. Особую актуальность приобретают дистанционные методы мониторинга и, в частности, дистанционный контроль за радиоактивными выбросами атомных электростанций [1]. Не менее важной является проблема контроля за состоянием атмосферы в местах добычи нефти и газа, на химических производствах и в местах хранения и переработки вредных и отравляющих веществ, которая в настоящее время чаще всего решается при помощи контактных датчиков [2]. Основными недостатками таких устройств являются необходимость забора проб или

контакта с газом-загрязнителем, недостаточное быстродействие, ограниченный динамический диапазон. Кроме того, их применение в экологическом мониторинге на больших площадях требует создания громоздких и дорогостоящих коммуникационных и компьютерных сетей.

От перечисленных недостатков свободны дистанционные методы исследования атмосферы [3,4], которые делятся на пассивные и активные. В первом случае источником информации об исследуемом объекте могут быть, например, шумовая температура объекта или рассеяние внешнего излучения. Активные методы предполагают воздействие на исследу-

мый объект искусственного электромагнитного излучения.

В традиционных методах активного зондирования источником информации служит отраженный от исследуемого объекта сигнал. Известно, что отражение от любого объекта связано с его поверхностной проводимостью или резким скачком диэлектрической проницаемости на границе объект — атмосфера. Если исследуемый объект представляет собой облако газа, то отражение электромагнитного излучения может быть обусловлено или наличием в нем интенсивного турбулентного движения, вследствие чего меняется коэффициент преломления (следовательно, и диэлектрическая проницаемость) в направлении распространения зондирующего излучения, или увеличением проводимости газового образования за счет присутствия в нем каких-либо токопроводящих фрагментов (например, воды). Однако в большинстве случаев отраженный от газового образования сигнал оказывается настолько слабым, что обнаружить его на фоне естественных и искусственных помех практически невозможно. Таким образом, для исследования газообразных объектов требуется использование принципиально новых методов обработки информации, основанных на особенностях взаимодействия излучения с газовыми средами.

Известно, что у многих газов-загрязнителей ( $H_2S$ ,  $SO_2$ ,  $CO$ ,  $NH_3$  и т.д.) ярко выражено явление резонансного поглощения энергии электромагнитных волн на частотах вращательного спектра их молекул. Следовательно, для обнаружения газовых образований целесообразно построение радиолокационных систем, использующих это свойство газовых сред.

Цель данной работы — показать возможность определения некоторых параметров газовых выбросов в атмосфере, используя явление поглощения излучения на резонансных частотах вращательного спектра газа. При этом были сделаны следующие предположения:

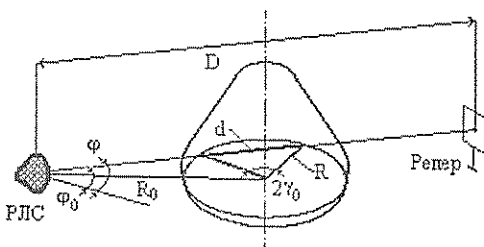
а) газовое образование обладает симметрией относительно оси, перпендикулярной поверхности земли;

б) известен закон распределения концентрации газа  $n$ , зависящий от расстояния  $r$  до оси симметрии, с точностью до постоянного множителя  $n_0$

$$n(r) = \begin{cases} n_0 f(r), & r \leq R, \\ 0, & r > R, \end{cases}$$

где  $R$  — радиус сечения газового образования плоскостью, параллельной поверхности земли (рисунок);

в) известен спектр поглощения газа.



Таким образом, необходимо определить  $n_0$  и  $R$ , характеризующие концентрацию газа и размеры газового образования, а также координаты его центра.

Для решения такой задачи наиболее приемлемым является способ, заключающийся в следующем. Работая в импульсном режиме передатчик радиолокационной станции (РЛС) излучает сигнал, который проходит через атмосферу и отражается от одного из опорных отражателей (реперов), расположенных по периметру контролируемой площади. Затем отраженный сигнал попадает в приемное устройство РЛС. Таким образом, отличие данного метода от традиционного заключается в том, что носителем информации является излучение, дважды прошедшее через исследуемый объект.

Ослабление направленного излучения с расстоянием за счет поглощения (если не учитывать рассеяния) происходит по закону [5]

$$dI = -\chi(v, x)I dx, \quad (1)$$

где  $I$  — плотность потока мощности излучения частоты  $\nu$ ;  $dI$  — ослабление потока на расстоянии от  $x$  до  $x+dx$ ;  $\chi$  — коэффициент поглощения.

$$\text{Из (1) следует } I = I_0 \exp\left(-\int_0^d \chi(v, x) dx\right),$$

где  $I_0$  — плотность потока мощности до прохождения излучением поглощающего слоя;  $I$  — плотность потока мощности после прохождения излучением поглощающего слоя;  $d$  — толщина поглощающего слоя.

Известно также, что:

$$\chi(v, x) = \sigma(v)n(x), \quad \sigma(v) = 1/C \cdot h g_k \psi_k (1 - \psi_i / \psi_k) B_{ki}(v),$$

где  $n$  — концентрация вещества в поглощающем слое;  $g_k$  — степень вырождения  $k$ -го энергетического уровня;  $B_{ki}$  — коэффициент Эйнштейна для поглощения;

$$\psi_{i,k} = \frac{1}{z} \exp\left(-\frac{E_{i,k}}{kT}\right), \quad z = \sum_j g_j \exp\left(-\frac{E_j}{kT}\right),$$

где  $z$  — статистическая сумма;  $k$  — постоянная Больцмана;  $T$  — абсолютная температура;  $E_{i,k}$  — энергии  $i$ -го и  $k$ -го уровней соответственно.

Из теории радиолокации [6] известно, что если не учитывать ослабление электромагнитного излучения за счет поглощения его в атмосфере, то можно записать:

$$I_1 = \frac{P_0 G}{4\pi D^2}, \quad (2)$$

$$I_2 = \frac{S I_1}{4\pi D^2}, \quad (3)$$

где  $I_1$  — плотность потока мощности зондирующего излучения в месте расположения отражающего объекта;  $I_2$  — плотность потока мощности, создаваемая отраженным от объекта сигналом в месте расположения антенны РЛС;  $P_0$  — мощность излучения станции;  $G$  — коэффициент направленности передающей антенны;  $D$  — дальность от РЛС до отражающего объекта;  $S$  — эффективная площадь рассеяния отражающего объекта.

Если учитывать поглощение излучения, то формулы (2) и (3) примут вид:

$$I_1 = \frac{P_0 G}{4\pi D^2} \exp\left(-\chi_a(D-d) - \int_0^d \chi(v, x) dx\right), \quad (4)$$

$$I_2 = \frac{S I_1}{4\pi D^2} \exp\left(-\chi_a(D-d) - \int_0^d \chi(v, x) dx\right), \quad (5)$$

где  $\chi_a$  – коэффициент поглощения атмосферы. Так как сигнал излучается на частоте резонансного поглощения газа-загрязнителя, то  $\chi \gg \chi_a$ , следовательно, наличием атмосферных газов в области загрязнения можно пренебречь.

Подставляя (4) в (5) и учитывая, что

$$P_r = A I_2,$$

где  $P_r$  – мощность отраженного сигнала на входе приемной антенны;  $A$  – эффективная площадь приемной антенны, можно получить

$$P_r = P_0 \frac{GSA}{(4\pi D^2)^2} \exp\left(-2\chi_a(D-d) - 2\int_0^d \chi(v, x) dx\right). \quad (6)$$

Если ввести функцию  $\mu(v, \varphi) = \ln\left(\frac{\sqrt{GSA}}{4\pi D^2} \sqrt{\frac{P_r}{P_0}}\right)$  то

уравнение (6) может быть записано в виде

$$\mu(v, \varphi) = \chi_a(D-d) + \int_0^d \chi(v, x) dx. \quad (7)$$

Правую часть (7) можно выразить через параметры газового образования:

$$\gamma_0 = \arccos\left(\frac{R_0}{R} \sin(\varphi - \varphi_0)\right),$$

$$d = 2R \sin(\gamma_0),$$

где  $R_0, \varphi_0$  – координаты центра газового образования;

$\varphi$  – угловая координата опорного отражателя (см. рисунок).

Принимая во внимание (1) и (3), можно записать:

$$\int_0^d \chi(v, x) dx = n_0 \sigma(v) \int_0^d f(r(x)) dx. \quad (8)$$

Учитывая, что

$$r = R \frac{\cos(\gamma_0)}{\cos(\gamma)}, \quad (9)$$

$$dx = \frac{r dy}{\cos(\gamma)}, \quad (10)$$

уравнение (8) может быть приведено к виду

$$\int_0^d \chi(v, x) dx = 2n_0 \sigma(v) R \cos \gamma_0 \int_0^{\gamma_0} f\left(\frac{R \cos(\gamma_0)}{\cos(\gamma)}\right) \frac{d\gamma}{\cos^2(\gamma)}.$$

Введем обозначение

$$F(\varphi, \varphi_0, R, R_0) = 2R \cos(\gamma_0) \int_0^{\gamma_0} f\left(\frac{R \cos(\gamma_0)}{\cos(\gamma)}\right) \frac{d\gamma}{\cos^2(\gamma)}. \quad (11)$$

Подставив (11) в (7), для четырех различных значений угла  $\varphi$ , выбранных таким образом, чтобы зондирующий луч попадал в область газового образования, можно получить систему четырех уравнений:

$$\left\{ \mu(v, \varphi) = \chi_a(D-d) + \sigma(v) n_0 F(\varphi_i, \varphi_0, R, R_0) \right\}_{i=1,4},$$

из которой определяются искомые параметры газового образования  $n_0, R, R_0, \varphi_0$ .

Таким образом, по четырем независимым измерениям затухания, вносимого газовым образованием, можно определить его размеры, координаты и концентрацию.

#### Библиографический список

1. Калениченко С.П. Обнаружение и слежение за радиоактивными и аэрозольными облаками с помощью наземных радиолокационных станций // Безопасность жизнедеятельности. 1994. № 13. С. 51–57.
2. Автоматизированные системы газового анализа: Обзорная информация. ТС-4. А.А. Дашковский, и др. // ЦНИИТЭИ приборостроения, М., 1993.
3. Шанда Э. Физические основы дистанционного зондирования / Пер. с англ. И.А. Столярова. М., 1990.
4. Богородский В.В., Козлов А.И. Микроволновая радиометрия земных покровов. М., 1985.
5. Ельяшевич М.А. Атомная и молекулярная спектроскопия. М., 1962.
6. Радиотехнические системы / Под ред. Ю.М. Казаринова. М., 1990.

#### THE DEFINITION OF COORDINATES OF GAS FORMATIONS IN AN ATMOSPHERE BY RADAR-TRACKING METHODS

V.A. Ivanchenko, V.V. Nikolaev

Saratov state university, Saratov

The possibility of the definition of some parameters of gas ejections in an atmosphere is shown, using an appearance of an absorption of a radiation on resonance frequencies of a rotary spectrum of gas.

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

- Александров Геннадий Иванович – вед. инж., ГНПП "Алмаз"
- Аникин Валерий Михайлович – канд. физ.-мат. наук, доцент, СГУ
- Бровка Александр Валерьевич – аспирант, СГУ
- Варламов Александр Иванович – канд. техн. наук, доцент, СГУ
- Голубенцев Александр Федорович – д-р физ.-мат. наук, профессор, СГУ
- Дмитриева Марина Александровна – канд. физ.-мат. наук, доцент, СГУ
- Друзин Сергей Викторович – аспирант, СГУ
- Жбанов Александр Игоревич – канд. физ.-мат. наук, доцент, СГУ
- Железовский Евгений Емельянович – канд. физ.-мат. наук, доцент, Саратовский агроинженерный университет
- Иванченко Владимир Афанасьевич – д-р физ.-мат. наук, гл. научн. сотр., НИИ механики и физики СГУ
- Иващенко Юрий Григорьевич – канд. техн. наук, доцент, СГУ
- Игнатъев Александр Анатольевич – д-р физ.-мат. наук, профессор, СГУ
- Ильин Вадим Сергеевич – канд. физ.-мат. наук, доцент, СГУ
- Калинин Юрий Александрович – д-р техн. наук, профессор, зам. директора НИИ механики и физики СГУ
- Карцев Валерий Николаевич – канд. хим. наук, доцент, СГУ
- Капитанов Виктор Владимирович – канд. техн. наук, доцент, СГУ
- Клепов Александр Петрович – канд. соц. наук., зам. нач. управления высшего, среднего профессионального образования и науки министерства образования правительства Саратовской области
- Кожевников Владимир Николаевич – аспирант кафедры электроники, СГУ
- Кошелев Алексей Васильевич – канд. техн. наук, нач. лаборатории, ИМАШ РАН
- Кудряшов Сергей Александрович – канд. физ.-мат. наук, ст. научн. сотр., СФ ИРЭ РАН
- Кулаков Игорь Владимирович – аспирант, СГУ
- Лазерсон Александр Григорьевич – д-р физ.-мат. наук, профессор, СВВКУ
- Львицин Анатолий Владимирович – канд. техн. наук, доцент, Саратовский государственный агроинженерный университет
- Львов Сергей Владимирович – вед. инж., НИИ "Волга"
- Малярчук Владимир Алексеевич – ст. преподаватель, СГУ
- Машиников Валерий Васильевич – канд. физ.-мат. наук, доцент, СГУ
- Мецанов Валерий Петрович – д-р техн. наук, профессор, директор НПО "Ника-СВЧ"
- Мухамедов Рустам Феттяхович – канд. физ.-мат. наук, доцент, СГУ
- Нефедов Игорь Сергеевич – канд. физ.-мат. наук, ст. научн. сотр., СФ ИРЭ РАН
- Николаев Владимир Вадимович – аспирант, НИИ механики и физики СГУ
- Новоселов Владимир Владимирович – канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры, СГУ
- Овчинников Сергей Владимирович – канд. физ.-мат. наук, доцент, СГУ
- Плеханов Олег Сергеевич – инж., СГУ
- Родникова Маргарита Николаевна – канд. хим. наук, ст. научн. сотр., Институт общей и неорганической химии РАН
- Рожнев Андрей Георгиевич – ст. научн. сотр., НИИ механики и физики СГУ
- Салий Игорь Николаевич – д-р физ.-мат. наук, профессор, СГУ
- Самаркина Наталья Александровна – канд. физ.-мат. наук, ст. научн. сотр., ИМАШ РАН
- Сапрыгин Алексей Владимирович – ассистент, СГУ
- Скатунов Александр Александрович – канд. техн. наук, доцент, СГУ
- Сосновский Станислав Анатольевич – канд. техн. наук, зав. лабораторией НИИ "Волга", г. Саратов;
- Усанов Дмитрий Александрович – д-р физ.-мат. наук, профессор, проректор по НИР СГУ





## ПАМЯТКА АВТОРАМ

### *Бумажный носитель:*

Текст статьи (заголовок; аннотация на русском языке; содержание статьи на русском языке; библиографический список; название статьи, автор(ы), название организации(й), аннотация - все на английском языке).

Текст печатается через 1,5 интервала (1 интервал в текстовом редакторе Word v.7.0); размер шрифта - стандартный машинописный (14 пт. в текстовом редакторе Word v.7.0); размер полей: верхнего 2 см, нижнего 2 см, левого 2,5 см, правого 2 см; абзацы отступом в 5 пробелов.

Ссылки на формулы и таблицы даются в круглых скобках (\*.\*); формулы, на которые имеются ссылки в тексте, нумеруются в порядке их появления в тексте цифрой, заключенной в круглые скобки (\*.\*), по правому краю границы текста, выносятся отдельной строкой и располагаются по центру текста.

В тексте допустимо расположение только однострочных формул, не имеющих ссылок.

*Заголовок оформляется следующим образом:*

первая строка - индекс УДК, выровненный по левому краю текста; вторая строка - заголовок полужирными заглавными буквами без переносов, размещенный по центру текста; третья строка - перечень авторов через запятую (инициалы предшествуют фамилии), размещенный также по центру текста; четвертая строка - полное наименование организации (при нескольких организациях каждый автор и наименование на отдельной строке), помещенное по центру текста.

*Формулы:*

латинские обозначения (P, I, W и т.д.), названия функций (sin, cos, и т.д.) выполняются обычным (прямым) шрифтом, обозначения векторов полужирным шрифтом (без верхнего обозначения).

*Электронная копия (строго по содержанию с бумажным носителем)*

Файл текста статьи представляется в формате Microsoft Word v.7.0. Файл содержит текст статьи с имеющимися формулами, таблицами и иллюстрациями. Использование электронного

редактора формул в тексте для отдельных символов или формул, которые могут быть набраны с клавиатуры и символьной вставкой нежелательно.

Отдельные файлы каждого рисунка (иллюстрации) (форматы bmp, psx, jpg, cdr, wmf). Размеры рисунков в мм: простые ненасыщенные 80×60, сложные 250×160.

Файл: *сведения об авторах*. Он включает: фамилию, имя, отчество (полностью), ученую степень, ученое звание, название организации, служебный и домашний адреса, телефоны, fax и e-mail (если имеются). В списке следует указать автора, оплачивающего публикацию статьи, и лицо, которому будет направлен перевод.

### *Библиография*

В библиографическом списке нумерация источников должна соответствовать очередности ссылок на них в тексте. В списке должны быть указаны:

- а) для книг - фамилия автора, инициалы, название книги, город, год издания, том;
- б) для журнальных статей - фамилия автора, инициалы, название журнала, серия, год, том, номер, выпуск;
- в) для материалов конференций, школ, семинаров - фамилия автора, инициалы, название издания, время и место проведения конференции, город, год.

Библиографический список выполняется по действующему ГОСТу. Заголовок "Библиографический список" размещается по центру.

### *В редакцию представляются:*

#### *1. Обязательный комплект:*

- бумажный носитель (бумага белая А4, плотность не менее 90%) - 2 экз.
- электронная копия (дискета(ы) 3.5") - 1 экз.
- разрешительный документ на открытое опубликование.
- отзыв (внутренний), подписанный кандидатом или доктором наук и заверенный печатью организации, где работает рецензент. Рецензент должен работать в той же организации, что и автор(ы).

2. Или полный (необязательный) комплект:

- обязательный комплект
- отзыв (внешний), подписанный доктором наук и заверенный печатью организации, где работает рецензент. Рецензент *не* должен работать в той же организации, что и автор(ы).
- Полный комплект гарантирует опубликование статьи без рецензирования.

Условия опубликования в сборнике №4 1998:

- публикации платные;
- стоимость 1 м.п.с. текста статьи - 3 у.е. (на 1.6.98 - 19 руб.). При наличии соавторов оплата производится *каждым* из авторов отдельно;
- оплата производится в течение недели со дня получения уведомления редколлегии о принятии статьи к опубликованию путем: - перечисления на издательство СГУ;

ИНН 6452018526 , БИК 046311719  
р/с 40603810200000110010,  
к/с 30101810100000000719 в КБ "Конто" г. Саратов с пометкой "оплата за публикацию в сб. "Вопросы прикладной физики""

- или на имя отв. секретаря редколлегии  
Скапцова Александра Александровича  
(ИНН 6452022466 БИК 046311649  
р/сч 30302810156070605600  
кор/сч 30101810500000000649 АК СБ РФ Кировское отделение №19 г. Саратов, Саратовский банк СБ РФ, сб/банк 19/0129 л/с 9625 Скапцову А.А. с пометкой «оплата за публикацию в сб. "Вопросы прикладной физики"»)  
- или лично.  
■ редколлегия подтверждает факт оплаты в течение недели со дня получения перевода.

Адрес редколлегии. 410026, г. Саратов, ул. Астраханская, 83, Саратовский госуниверситет, физфак, каф. прикладной физики. Отв. редактор сб. "Вопросы прикладной физики" В.С. Кочелев.

Телефоны: редколлегия - (8452) 51-14-27  
отв. секр. - (8452) 51-46-88  
Факс: +7(8452) 24-06-46 для Скапцова А.А.  
E-mail: Post master @ scnit. saratov. su  
(for Scaptzov A.A.)

## СОДЕРЖАНИЕ

### МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ФИЗИКЕ

Скатцов А.А. Фазовые преобразования в теории относительности	3
--	---

### СТАТИСТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Аникин В.М., Голубенцев А.Ф. Моделирование бистабильных флуктуаций полевой эмиссии	5
Аникин В.М., Голубенцев А.Ф. Марковская модель отклика автоэмиссионной системы	8
Шаповалов А.С. Корреляция и взаимный спектр флуктуаций электронного пучка на неоднородном эмиттере	9
Шаповалов А.С. Шумовые инварианты электронного пучка на неоднородном катоде	12
Шаповалов А.С. Влияние корреляции флуктуаций на шумовые параметры электронного пучка на неоднородном эмиттере	17
Шаповалов А.С., Плеханов О.С., Варламов А.И., Мухамедов Р.Ф., Машиников В.В. Взаимный спектр флуктуаций электронного пучка на инерционно-неоднородном эмиттере	20

### ИНСТРУМЕНТЫ, АППАРАТУРА, КОМПОНЕНТЫ И ТЕХНИКА, ОБЩИЕ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ ОБЛАСТЕЙ ФИЗИКИ И АСТРОНОМИИ

Карцев В.Н., Цепулин В.В., <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Забелин В.А.</span> Принципы конструирования установок для измерения изотермической сжимаемости жидкости. Измеритель объемных свойств жидкости	23
Клепов А.П. Аналого - цифровой вычислительный комплекс для решения трехмерных краевых задач, описываемых уравнением Лапласа	30
Клепов А.П. Моделирование внешних краевых задач с помощью проводящего зонда	34
Клепов А.П. О погрешностях моделирования неоднородных трехмерных полей проводящим зондом	37
Дмитриева М.А. Физические эксперименты по изучению нелинейных эффектов пространственного заряда электронных потоков	41
Малярчук В.А. Моделирование процессов энерговыделения при обработке высоковлажных сред излучением микроволнового диапазона	43

### ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ; ЭЛЕКТРОННАЯ И ИОННАЯ ОПТИКА

Бровко А.В. Расчет и оптимизация симметричного турникетного соединения волноводов методом конечных элементов	46
Бровко А.В., Рожнев А.Г. Решение трехмерных задач рассеивания в волноводных многополюсниках методом конечных элементов	50
Друзин С.В., Салий И.Н. Диссипативные канонические нерегулярные линии передачи и их применения	55
Мещанов В.П., Салий И.Н., Хованова Н.А., Шикова Л.В. Фиксированные фазовращатели, не содержащие скачкообразных нерегулярностей	59
Жбанов А.И., Шаповалов Д.Ф. Применение сингулярных конечных элементов высокого порядка для расчета собственных колебаний полых волноводов	64
Кудряшов С.А., Шаповалов А.С., Шаповалов С.А. Исследование многодиодных СВЧ генераторов с суммированием мощности в общем резонаторе	67
Кудряшов С.А., Шаповалов А.С., Шаповалов С.А. Улучшение шумовых характеристик волноводно-коаксиальных диодных СВЧ генераторов	71
Кудряшов С.А., Шаповалов А.С., Шаповалов С.А. Исследование возможности управления спектром колебаний СВЧ генератора на ЛПД	73
Каштанов В.В., Сапрыгин А.В. Возможности снижения массы и габаритов мощных микро - миллисекундных импульсных модуляторов	75
Каштанов В.В., Сапрыгин А.В. Импульсный заряд емкостного накопителя энергии	79

<i>Сапрыгин А.В., Каштанов В.В.</i> Анализ пассивной RL - коррекции вершины мощных импульсов	82
<i>Сапрыгин А.В., Каштанов В.В.</i> Активная коррекция вершины мощных высоковольтных импульсов	85
<i>Калинин Ю.А., Кожевников В.Н., Лазерсон А.Г., Александров Г.И., Железовский Е.Е.</i> Сложная динамика электронного потока в магнетронно - инжекторной пушке. (численное моделирование и физический эксперимент)	90
<i>Игнатьев А.А., Кулаков И.В.</i> Исследование условий возбуждения колебаний в феррит-полупроводниковой микроструктуре	95
<i>Явчуновский В.Я., Львицин А.В., Явчуновская С.В.</i> Анализ проблем надежности функционирования магнетронных источников микроволновой энергии среднего уровня мощности	97
<i>Ильин В.С., Нефедов И.С., Усанов Д.А.</i> Энергия и импульс свободного электромагнитного поля	101

### ОПТИКА

<i>Карцев В.Н., Родникова М.Н., Цепулин В.В.</i> Особенности концентрационной зависимости показателя преломления в системе вода - тетраметилэтилендиамин	108
<i>Львов С.В., Овчинников С.В.</i> Влияние температурного поля импульсных инжекционных гетеролазеров с одной и двумя активными областями на мощность излучения	111
<i>Новоселов В.В., Овчинников С.В., Сосновский С.А.</i> Теоретический анализ влияния теплового режима на установившуюся генерацию импульсных лазерных полупроводниковых излучателей	113
<i>Овчинников С.В., Новоселов В.В., Жбанов А.И.</i> Расчет условий параметрической надежности полупроводникового лазерного излучателя в критических условиях эксплуатации	116

### КОНДЕНСИРОВАННЫЕ СРЕДЫ: СТРУКТУРА, МЕХАНИЧЕСКИЕ И ТЕПЛОВЫЕ СВОЙСТВА

<i>Кошелев А.В., Иващенко Ю.Г., Хрипунов В.Л., Хомяков И.В., Самаркина Н.А.</i> Оптимизация теплового режима отверждения изделия из металлокомпозита	119
<i>Кошелев А.В., Иващенко Ю.Г., Хрипунов В.Л., Хомяков И.В., Самаркина Н.А.</i> Моделирование теплофизических процессов при отверждении изделий из реактопластичных материалов	121
<i>Явчуновская С.В.</i> Исследование корреляции равномерности микроволновой сушки диэлектрических объектов с законом их движения в поле СВЧ	123

### ГЕОФИЗИКА ГИДРОСФЕРЫ И АТМОСФЕРЫ

<i>Иванченко В.А., Николаев В.В.</i> Определение координат газовых образований в атмосфере радиолокационными методами	126
Сведения об авторах	129
Памятка авторам	131

Научное издание

**ВОПРОСЫ ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКИ**

*Межвузовский научный сборник*

Выпуск 3

Редактор Л. А. Горюнова  
Технический редактор Л. В. Агальцова  
Корректоры Е. Б. Крылова, Е. А. Митенева  
Электронный набор, компьютерная верстка, обложка О. С. Плеханова

---

Изд. лиц. ЛР № 020305 от 19.02.97.

Подписано в печать 29.12.97.

Формат 60×84 1/8.

Бумага офсетная.

Гарнитура Times.

Печать офсетная. 25р

Усл. печ. л. 15,81(17)

Уч.-изд. л. 16,6.

Тираж 200 экз.

Заказ

---

Издательство Саратовского госуниверситета. 410601, Саратов, ул. Университетская, 42

Отпечатано с оригинал-макета в РОУ "Народный дом". 410600, Саратов, ул. Горького, 30

ОПЕЧАТКИ

№ стр.	Напечатано	Следует читать
3	$\{c_k, c_j\} = c_k c_j - \exp(i\varphi) c_j c_k$	$\{c_k, c_j\} = c_k c_j - \exp(i\alpha) c_j c_k$
3	$(a_k)_{\mu k} = \delta_{lmk} e^{i\frac{\alpha}{2}} (\delta_{\mu m} \delta_{vl} \cos \frac{\theta_k}{2} - i \delta_{\mu l} \delta_{vm} \sin \frac{\theta_k}{2})$	$(a_k)_{\mu\nu} = \delta_{lm} e^{i\frac{\alpha}{2}} (\delta_{\mu m} \delta_{vl} \cos \frac{\theta_k}{2} - i \delta_{\mu l} \delta_{vm} \sin \frac{\theta_k}{2})$
3	Действительные интервалы $s$ реализуются в $R_4$ при $\varphi = 2\pi$ .	Действительные интервалы $s$ реализуются в $R_4$ при $\varphi = \pi$ .

25p.



---

ИЗДАТЕЛЬСТВО  
САРАТОВСКОГО  
УНИВЕРСИТЕТА