

A 902540

***ВОПРОСЫ
ПРИКЛАДНОЙ
ФИЗИКИ***

*Выпуск 5
1999*

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

ВОПРОСЫ ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКИ

Межвузовский научный сборник

Выпуск 5



Издательство Саратовского университета
1999

УДК [53 + 621.37/39](082)

ББК 22.3 я 43 + 32 я 43

В74

Вопросы прикладной физики: Межвуз. науч. сб. – Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1999.
В74 – Вып. 5. – 140 с.: ил.
ISBN 5-292-02430-9

В сборнике представлены результаты теоретических и экспериментальных исследований в различных областях современной прикладной физики: образование; статистическая физика и термодинамика; механика и поля; инструменты, аппаратура, компоненты и техника; электромагнетизм, электронная и ионная оптика; оптика; магнитные свойства и материалы; химическая физика; геофизика гидросферы и атмосферы; медицинская биофизика. Тематика разделов соответствует международной классификации по физике и астрономии (PACS 1996).

Для специалистов в области прикладной физики, а также для аспирантов и студентов-физиков старших курсов вузов.

Редакционная коллегия:

В.Г. Гайворон
А.Ф. Голубенцев
В.Б. Байбурин
В.С. Кошелев (отв. редактор)
О.Г. Мартыненко
Л.М. Минкин
В.В. Новоселов
Н.И. Синицын
А.А. Скапцов (отв. секретарь)
В.В. Тучин
Д.А. Усанов
Г.М. Цымбалов
А.С. Шаповалов (зам. отв. редактора)
В.Н. Шевцов

Московская государственная академия приборостроения и информатики
Саратовский государственный университет
Саратовский государственный технический университет
Саратовский государственный университет
Институт теплообмена Белорусской АН, Минск
Портландский государственный университет, США
Саратовский государственный университет
Саратовское отделение ИРЭ РАН, Саратов
Саратовский государственный университет
Саратовский государственный университет
Саратовский государственный университет
Саратовское отделение ИРЭ РАН, Саратов
Саратовский государственный университет
Саратовский государственный университет

Научный сборник подготовлен и выпущен при содействии РОУ "Народный дом"
(директор А. Н. Лепесткин)

Издание частично профинансировано из средств Федеральной целевой программы
"Государственная поддержка интеграции высшего образования
и фундаментальной науки на 1997-2000 гг."
(проект № А0057/99)



A 902540

УДК [53 + 621.37/39](082)
ББК 22.3 я 43 + 32 я 43

ISBN 5-292-02430-9

© Саратовский государственный
университет, 1999

ПОСВЯЩАЕТСЯ 90 – ЛЕТИЮ
САРАТОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА
ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО



ИМПЕРАТОРСКІЙ САРАТОВСКІЙ
УНИВЕРСИТЕТЪ



А К Т Ъ открытія
ИМПЕРАТОРСКАГО НИКОЛАЕВСКАГО
Саратовскаго Университета

31 ноября 1908 г. за № 28516 г. Министеромъ Народнаго Просвѣщенія былъ внесенъ на уваженіе Государственной Думы законопроектъ: „Объ основаніи Университета въ г. Саратовѣ и отпускѣ средствъ на этотъ предметъ“, въ которомъ предполагалось:

1. Учредить въ г. Саратовѣ Университетъ и открыть дѣйствіе такового въ 1909 г. въ составѣ одного медицинскаго факультета.

2. Впредь до изданія новаго устава и штатовъ Императорскихъ Россійскихъ Университетовъ, распространить на Саратовскій Университетъ дѣйствіе устава 1884 г. На сооруженіе и оборудованіе университетскихъ зданій ассигновать изъ суммъ государственнаго казначейства, начиная съ 1909 г. въ теченіе 5 лѣтъ, 3,206,709 р.

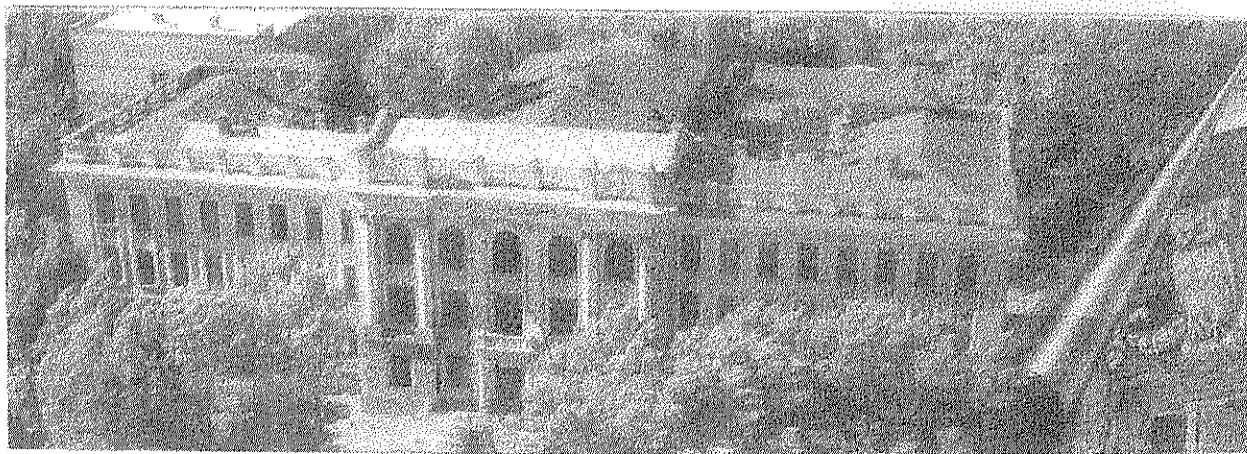
1909 г. восьмого мая законопроектъ былъ принятъ Государственной Думой, а въ концѣ мая - Государственнымъ Совѣтомъ.

Въ день 10 июня 1909 года, на яхтѣ „Штандартъ“ на рейдѣ Штандартъ, Государь Императоръ высочайше соизволилъ утвердить одобренный обѣими законодательными палатами законопроектъ и собственной Его Императорскаго Величества рукой начерталъ на немъ: „Быть по сему“.

Декабря 6-го дня сего 1909 года, съ Высочайшаго соизволенія, въ публичномъ засѣданіи Совѣта Императорскаго Саратовскаго Университета, начавшемся въ 3 часа дня, въ зданіи Саратовскаго городскаго театра, состоялся торжественный актъ официальной открытія въ гор. Саратовѣ Императорскаго Университета.

Публичное засѣданіе Совѣта Университета было открыто г. Попечителемъ Казанскаго Учебнаго Округа, Дѣйствительнымъ Статскимъ Совѣтникомъ А. Н. Деревницкимъ, которымъ было объявлено Высочайшее соизволеніе о наименованіи Университета «Николаевскимъ», причемъ, по единодушному желанію всѣхъ присутствовавшихъ, былъ трижды исполненъ народный гимнъ и послана Господину Министру Народнаго Просвѣщенія телеграмма съ просьбой повергнуть къ стопамъ Его Императорскаго Величества Государя Императора чувства безпредѣльной любви и преданности. Затѣмъ засѣданіе происходило подъ предсѣдательствомъ Ректора Университета, Дѣйствительнаго Статскаго Совѣтника В. И. Разумовскаго.

Послѣ чтенія и предъявленія адресовъ (160), телеграммъ (800) и другихъ привѣтствій (от 23-хъ европейскихъ университетовъ), торжественный актъ былъ законченъ исполненіемъ кантаты, посвященной торжеству открытія Николаевскаго Саратовскаго Университета.



САРАТОВСКОМУ ГОСУДАРСТВЕННОМУ УНИВЕРСИТЕТУ 90 ЛЕТ

Сердечно поздравляю профессорско-преподавательский состав, студентов и выпускников Саратовского государственного университета с 90-летием со дня открытия. У вашего университета – богатая и интересная история. Созданный при непосредственном участии П.А. Столыпина, СГУ всегда был в числе самых известных и авторитетных вузов России. Выпускники университета хорошо зарекомендовали себя в самых разных областях народного хозяйства, в сфере образования и культуры, именно поэтому юбилей СГУ – знаменательное событие для всей отечественной науки и высшей школы. Сегодня в Саратовском госуниверситете бережно сохраняются и приумножаются лучшие традиции российского высшего образования, ваш вуз по-прежнему уверенно занимает лидирующие места в таких направлениях научной деятельности, как ядерная физика, генетика, математическая кибернетика. Убежден, СГУ и впредь будет обеспечивать высококлассную подготовку специалистов-профессионалов для новой России.

Желаю преподавателям, сотрудникам, студентам, аспирантам и выпускникам университета доброго здоровья, благополучия, успехов в труде и учебе!

Президент Российской Федерации *Б.Н. Ельцин*

От имени Правительства Российской Федерации и от себя лично сердечно поздравляю коллектив Саратовского государственного университета с 90-летием со дня его основания...

Сохраняя свой исторический облик, университет прирастает новыми корнями. В этом большая заслуга губернатора области Д.Ф. Аяцкова и правительства области, что является надежной гарантией дальнейшего развития университета в XXI веке.

Желаю коллективу Саратовского государственного университета крепкого здоровья, большого счастья и дальнейших творческих успехов в решении сложных и благородных задач, стоящих перед высшей школой.

Председатель правительства Российской Федерации *В.В. Путин*

Поздравляю весь профессорско-преподавательский состав, аспирантов и студентов со знаменательным событием - 90-летием со дня открытия Саратовского государственного университета!..

В 60-90-е годы Саратовский университет превратился в один из ведущих вузов страны. Сохраняется и приумножается учебно-научная база университета. Особую гордость составляет научная библиотека, насчитывающая более миллиона томов, ботанический сад, вычислительный центр...

Нет более важной задачи, чем подготовить нашу молодежь к жизни в свободном обществе, научить достойно и честно добиваться успехов...

Искренне желаю вам крепкого здоровья, неиссякаемой энергии, движения вперед во славу нашей великой России!

Губернатор Саратовской области *Д.Ф. Аяцков*

ОБРАЗОВАНИЕ: УЧЕБНО – МЕТОДИЧЕСКИЕ РАЗРАБОТКИ

УДК 531.19

**ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ВАН-ДЕР-ПОЛЯ К АНАЛИЗУ ПРОЦЕССОВ
СИНХРОНИЗАЦИИ ХАОТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ СИСТЕМЫ
ДВУХ СВЯЗАННЫХ ГЕНЕРАТОРОВ РЕССЛЕРА**

М.Г. Медокс, О.М. Демидова

Саратовский государственный университет

Предлагается методика преобразования исходных уравнений введением новых переменных Ван-дер-Поля к виду, удобному для анализа процесса фазовой синхронизации хаотических колебаний двух связанных систем Ресслера.

Изучению поведения связанных нелинейных систем, в частности ресслеровской системы, уделяется достаточно много внимания. Тем не менее представления об эволюции таких систем и самой синхронизации нуждаются в уточнении. Для анализа систем Ресслера используется преобразование Гильберта [1,2,3]. Однако в этом случае возникают трудности определения мгновенного значения разности фаз колебаний парциальных систем.

Более простым является способ анализа хаотической синхронизации, основанный на преобразовании исходной ресслеровской системы к модифицированному виду. Для этого достаточно ввести в нее новые переменные в форме мгновенной амплитуды A_1 и A_2 и фазы U_1 и U_2 колебаний парциальных систем.

Исходной моделью двух связанных систем Ресслера служит система уравнений

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -y_1 - z_1 + \gamma(x_2 - x_1), \\ \dot{y}_1 = x_1 + \alpha y_1, \\ \dot{z}_1 = \alpha + z_1(x_1 - \mu) \end{cases} \quad (1)$$

для первой парциальной системы, и

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = [-y_2 - z_2 + \gamma(x_1 - x_2)]p, \\ \dot{y}_2 = [x_2 + \alpha y_2]p, \\ \dot{z}_2 = [\alpha + z_1(x_2 - \mu)]p, \end{cases} \quad (2)$$

для второй.

Здесь параметр p характеризует взаимную относительную величину расстройки по частоте, параметр γ - коэффициент связи между парциальными системами. Параметры α, μ, γ парциальной системы

(1) равны параметрам системы (2). Внешнее воздействие отсутствует.

В начальном состоянии связи между парциальными системами нет, и в каждой из них режим динамического хаоса реализуется по одинаковому сценарию. До введения связи колебания систем некоррелированные.

Представим переменные x_1 и x_2 в виде

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{2}(\dot{a}_1 e^{j\omega_1 t} + \dot{a}_1^* e^{-j\omega_1 t}), \\ x_2 = \frac{1}{2}(\dot{a}_2 e^{j\omega_2 t} + \dot{a}_2^* e^{-j\omega_2 t}), \end{cases} \quad (3)$$

где $\dot{a}_1 = A_1 e^{jU_1}$; $A_1 = \text{Re}(\dot{a}_1)$; $U_1 = \omega_1 t$; $\dot{a}_2 = A_2 e^{jU_2}$; $A_2 = \text{Re}(\dot{a}_2)$; $U_2 = \omega_2 t$.

Используя формулу Эйлера $e^{jU} = \cos U + j \sin U$, получим

$$\begin{cases} x_1(t) = A_1 \cos U_1, \\ x_2(t) = A_2 \cos U_2. \end{cases} \quad (4)$$

Амплитуды $A_1 = A_1(t)$, $A_2 = A_2(t)$ и фазы колебаний $U_1 = U_1(t)$, $U_2 = U_2(t)$ удовлетворяют следующим условиям:

$$\begin{cases} A_1 \cos U_1 - A_1 U_1 \sin U_1 + A_1 \sin U_1 = 0, \\ A_2 \cos U_2 - A_2 U_2 \sin U_2 + A_2 \sin U_2 = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Последовательно исключив из (1) и (2) переменные y_1, y_2 и производные \dot{y}_1, \dot{y}_2 , и выразив их в новых переменных A_1, A_2, U_1 и U_2 , получим каноническую форму системы Ресслера:

$$\begin{cases} \dot{A}_1 = [(\alpha - \gamma)A_1 \sin U_1 + \gamma A_2 \sin U_2 + \alpha \gamma (A_2 \cos U_2 - A_1 \cos U_1) + (A_1 \cos U_1 - \mu - \alpha)z_1 + \alpha] \sin U_1 = F_1 \sin U_1, \\ \dot{U}_1 = \frac{F_1}{A_1} \cos U_1 + 1, \\ \dot{z}_1 = \alpha + z_1(A_1 \cos U_1 - \mu), \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \dot{A}_2 = [(\alpha - \gamma)p A_2 \sin U_2 + \gamma p A_1 \sin U_1 + \alpha \gamma p^2 (A_1 \cos U_1 - A_2 \cos U_2) + (1 + z_2)p^2 A_2 \cos U_2 - \\ - (\mu + \alpha)p^2 z_2 - \alpha p^2 - A_2 \cos U_2] \sin U_2 = F_2 \sin U_2, \\ \dot{U}_2 = \frac{F_2}{A_2} \cos U_2 + 1, \\ \dot{z}_2 = \alpha + z_2(A_2 \cos U_2 - \mu)p. \end{cases} \quad (7)$$

Особенностью каждой новой парциальной системы является то, что она содержит производные мгновенных значений амплитуд A_1, A_2 и фаз U_1, U_2 колебаний. Поэтому, интегрируя эти уравнения по t , можно восстановить:

- мгновенные значения амплитуд и фаз колебаний A_1, A_2 и U_1, U_2 и по ним определить переменные $x_1, x_2, \dot{x}_1, \dot{x}_2$, используя соотношение (4);
- зависимость мгновенной разности фаз $\Delta U(t) = U_1(t) - U_2(t)$ от времени.

Таким образом, в режиме динамического хаоса открывается возможность совместить использование метода проекций фазового портрета с определением мгновенных значений разности фаз колебаний парциальных систем.

Явление фазовой синхронизации в системах (6) и (7) можно изучать методами численного экспери-

мента с использованием стандартной программы «DS» для исследования динамических систем.

Программа позволяет строить фазовые портреты в плоскостях $(x_1, y_1), (x_1, x_2)$ при вариации параметров $\alpha, \gamma, \mu, \rho$.

Построение зависимостей разности фаз колебаний от времени осуществляется в области синхронизации и за ее пределами.

Границы области синхронизации на плоскости параметров $\rho - \mu$ определяются по характеру поведения разности фаз колебаний парциальных систем Ресслера во времени [4].

Модифицированную систему уравнений Ресслера можно использовать при проведении численных экспериментов и выполнении лабораторных работ в рамках курсов «Математическое моделирование» и «Детерминированный хаос».

Библиографический список

1. Блехман И.И. Синхронизация динамических систем. М., 1997.
2. Anishchenko V.S., Vadivasova T.E., Postnov D.E. // Synchronization of chaos: Proceedings of the ICASSE. Germany, June 21, 1994.
3. Rosenblum M.G., Pikovsky A.S., Kurths J. // J. Phys. Rev. Lett. 1996. V. 76, N.11.
4. Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е., Астахов В.В. Нелинейная динамика хаотических и стохастических систем. Саратов, 1999.

APPLICATION OF VAN-DER-POL SUBSTITUTION TO THE ANALYSIS OF SYNCHRONIZATION IN TWO COUPLED ROSSLER OSCILLATORS

M.G. Madox, O.M. Demidova

Saratov State University

It is suggest applying Van der Pol variables for transformation of original equations to the form convenient for the analysis of chaotic oscillations phase synchronization in two coupled Rossler systems.

УДК 531.19

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ АВТОГЕНЕРАТОРА С ИНЕРЦИОННОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

М.Г. Медокс

Саратовский государственный университет

Рассмотрен порядок проведения численного эксперимента при выполнении лабораторной работы «Анализ математической модели генератора с инерционной нелинейностью» по курсу «Математическое моделирование в радиофизике».

Введение

Модель автогенератора с инерционной нелинейностью используется при исследовании закономерностей перехода колебательных процессов в режиме динамического хаоса [1-5]. Она отвечает всем требованиям для наглядного лабораторного изучения характерных закономерностей в поведении динамической системы, в частности такой, как переход к детерминированному хаосу через каскады удвоения периодов предельных циклов, что определяет цель работы.

Задача. Исследовать режимы колебаний автогенератора с инерционной нелинейностью на его математической модели:

$$\begin{cases} \dot{x} = mx + y - zx, \\ \dot{y} = -x, \\ \dot{z} = -g[z - I(x)x^2] \end{cases} \quad (1)$$

при изменении управляющего параметра возбуждения m и инерционности g в интервалах $m \in [0.5, 1, 2]$ и $g \in [0.05, 1]$,

где

$$I(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ 1, & \text{при } x > 0. \end{cases}$$

начальные условия:

$$\begin{cases} x_0 = 3.5, \\ y_0 = 0, \\ z_0 = 0.5. \end{cases}$$

Методика численного эксперимента

Для решения системы уравнений (1) применяется метод *Рунге-Кутты* четвертого порядка. Формулы, реализующие метод в общем случае для уравнения $\dot{y}_i = f_i(y_i, x)$ при начальных условиях $y_i(x_0) = y_{i0}$, приведены ниже:

$$y_{i,n+1} = y_{i0} + \frac{1}{6}(k_{i1} + 2k_{i2} + 2k_{i3} + k_{i4}), \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} k_{i0} &= hf_i(x_n, y_n), \\ k_{i1} &= hf_i(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}k_{i0}), \\ k_{i2} &= hf_i(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}k_{i1}), \\ k_{i3} &= hf_i(x_n + h, y_n + k_{i2}), \\ h &\text{ - шаг интегрирования.} \end{aligned}$$

Исследование колебаний динамической системы в ходе численного эксперимента осуществляется по методике, изложенной в [4,5].

Для ее реализации необходимо выполнить следующие операции.

1. Получить характеристическое уравнение, используя линеаризацию системы (1) в особой точке в начале координат. Определить собственные значения характеристического полинома. Идентифицировать состояние равновесия.
2. Используя метод проекций фазового портрета на плоскость и интерполяцию, наблюдать последовательность смены одного устойчивого режима на другой, изменяя величину управляющего параметра m при фиксации значения другого параметра g .
3. Используя метод построения сечений Пуанкаре [4], провести анализ бифуркаций удвоения.
4. Результаты численного эксперимента представить в графической форме. Дать физическую интерпретацию наблюдаемых явлений.

Заключение

Предложенная модель полезна для углубленного освоения технических и аппаратных средств математического моделирования, способов графического отображения и анализа результатов моделирования в ходе численного эксперимента.

Библиографический список

<ol style="list-style-type: none"> 1. Анищенко В.С.. Стохастические колебания в радиофизических системах. Саратов, 1986. 2. Анищенко В.С.. Сложные колебания в простых системах. М., 1990. 3. Рабинович М.И., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн. М., 1984. 	<ol style="list-style-type: none"> 4. Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е., Астахов В.В. Нелинейная динамика хаотических и стохастических систем. Саратов, 1999. 5. Постнов Д.Э. Бифуркации регулярных аттракторов. Саратов, 1996.
---	--

NUMERICAL SIMULATION OF OSCILLATIONS IN OSCILLATOR WITH INERTIAL NONLINEARITY

M.G. Madox

Saratov State University

It is discussed the numeral experimental method to research oscillations in oscillator with inertial nonlinearity for laboratory research.

ПОНЯТИЕ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА В МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ И ТЕРМОДИНАМИКЕ

А.А. Скапцов

Саратовский государственный университет

Обсуждены уравнения состояния идеального газа, выводимые на основе представлений молекулярно-кинетической теории газов и термодинамики. Показано, что, в отличие от молекулярно-кинетического подхода, термодинамический метод позволяет ввести понятие идеальности газа непротиворечивым образом.

Введение

Существуют три независимых определения понятия идеального газа, основывающихся на механической модели газа в молекулярно-кинетической теории; эмпирическом газовом законе Менделеева - Клапейрона; термодинамической модели газа в термодинамике.

В курсе общей физики понятие идеального газа впервые четко формулируют в связи с выводом так называемого основного уравнения молекулярно-кинетической теории газов [1]. Хорошо известно, что используемая при этом механическая модель газа как система сферических частиц, движущихся и сталкивающихся между собой случайным образом, позволяет получить различные зависимости давления газа p от объема V газа (концентрации газа - n), объема частиц V_m и средней кинетической энергии частиц, пропорциональной его абсолютной температуре T [1,2]. В рамках такого подхода идеальность газа определяется соотношением V_m и V - газ считают идеальным, если $V_m \ll V$.

Второе определение является феноменологическим. Газы, каждый моль которого подчиняется уравнению Менделеева - Клапейрона

$$pV = RT, \quad (1)$$

считаются идеальными (R - газовая постоянная; p - давление газа) [3,4].

Наконец, существует термодинамическое понятие идеального газа, которое основывается только на термодинамических свойствах газа, таких как независимость внутренней энергии U , теплоемкостей газа C_v и C_p от V и P .

В термодинамике обычно используют второе определение, поскольку считается, что только оно постулирует уравнение состояния идеального газа однозначным образом. В связи с этим у студентов создается ложное представление о том, что в термодинамике существует удивительная ситуация, - в теории формулируется понятие об идеальном объекте, свойства которого не постулируются, а выводятся из эмпирической закономерности (1).

Наиболее отчетливо этот изъян проявляется при рассмотрении понятия реального (неидеального) газа.

Действительно, общим условием для любого определения понятия идеального газа является условие отсутствия в нем межмолекулярных взаимодействий, что проявляется в независимости U от V . Не

выполнение этого условия позволяет ввести понятие реального газа как газа, межмолекулярные взаимодействия в котором присутствуют.

При этом, однако, выбор (в качестве уравнения состояния реального газа) эмпирического уравнения Ван-дер-Ваальса

$$(p + a/V^2)(V - b) = RT, \quad (2)$$

где a , b - постоянные величины, оказывается еще более спекулятивным, чем выбор уравнения Менделеева - Клапейрона в случае идеального газа.

Невозможно, например, ответить на вопрос, какой газ (реальный или идеальный) описывает уравнение состояния вида

$$p(V - b) = RT. \quad (3)$$

Такой газ обладает необычными термодинамическими свойствами.

С одной стороны, уравнение (3) описывает газ, в котором межмолекулярные взаимодействия отсутствуют ($a=0$), следовательно, его нельзя считать реальным газом, как это следует из (2). Как и у идеального газа (1), внутренняя энергия такого газа не зависит от объема:

$$U = C_v T,$$

где $C_v = const$ - теплоемкость газа при постоянном объеме.

С другой стороны, энтропия S этого газа совпадает с энтропией реального газа Ван-дер-Ваальса (2):

$$dS = C_v \frac{dT}{T} + R \frac{dV}{V - b},$$

отличаясь от энтропии идеального газа

$$dS = C_v \frac{dT}{T} + R \frac{dV}{V}.$$

Кроме того, уравнение (3) не совпадает с (1), поэтому такой газ нельзя считать также и идеальным газом. В то же время, очевидно, что (3) естественно согласуется с механической моделью идеального газа молекулярно - кинетической теории, в которой учитывается, что $V_m/V \neq 0$.

Указанная неоднозначность понятия идеального газа, свойственная молекулярно - кинетической теории, отсутствует, если формулировать определение идеальности газа на основе термодинамического подхода.

В работе описывается способ, с помощью которого можно обосновать понятие идеального газа, опираясь, прежде всего, на его термодинамические свойства. Уравнение идеального газа в этом случае оказывается естественным следствием первого и второго начал термодинамики, применяемых к простейшей термодинамической модели газа.

1. Молекулярно-кинетическая модель идеального газа

Исторически первая механическая модель идеального газа, согласно Бернулли, 1738 г., формулировалась так: "Представим себе вертикально поставленный цилиндрический сосуд...и в нем подвижную крышку, поверх которой лежит груз P . Пусть в пространстве (сосуда) содержатся мельчайшие частицы, движущиеся чрезвычайно быстро в различных направлениях; таким образом частицы, ударяясь о крышку и поддерживая ее своими непрерывно повторяющимися ударами, образуют упругую жидкость, которая при удалении или уменьшении тяжести P расширяется, а при ее увеличении сжимается... Допустим, что частицы имеют сферическую форму..., диаметр шарика мы обозначим через d ...

Требуется теперь определить величину груза ..., который в состоянии сжать воздух (объемом V_0) до объема V , в предположении, что скорости частиц в том и другом воздухе, т.е. естественном и сжатом, равны" [2].

В современных обозначениях полученная Бернулли зависимость давления идеального газа от его объема при постоянной температуре имеет вид

$$pV(1 - 3\sqrt{\frac{V_m}{V}}) = const,$$

где V_m – объем газа "при котором все частицы соприкасаются" [2].

Модель идеального газа Клаузиуса (1864-1867гг.) уже включала в себя три ограничения: "Для того, чтобы законы Мариотта и Гей-Люссака, а также законы, находящиеся с ними в связи, строго выполнялись, газ с точки зрения своего молекулярного состояния должен удовлетворять следующим условиям.

1. Пространство, действительно заполненное молекулами газа, должно быть исчезающе мало по сравнению со всем пространством, занимаемым газом.

2. Время одного столкновения...должно быть исчезающе мало по сравнению со временем, протекающим между двумя ударами.

3. Влияния молекулярных сил должно быть исчезающе мало" [1].

Эти допущения были необходимы для обоснования (1) на основе молекулярно-кинетической теории. Однако "по отношению к пространству, свободному для движения точки, учет объема молекул легко осуществим. Действительно, для этого достаточно просто вычесть сумму объемов всех сфер – действия из всего объема, занятого газом, и, следовательно, вместо ... V положить:

$$V(1 - \frac{N \cdot 4 \cdot \pi \sigma^3}{3V}),$$

(где N – число молекул газа; σ – радиус сферы действия молекулы)" [1].

Таким образом, учет собственного объема молекул газа согласно молекулярно-кинетической теории приводит к переходу от (1) к (3), при этом $b = = N_a 4 \pi \sigma^3 / 3$, где N_a – число Авагадро.

Легко понять, что в рамках молекулярно-кинетической теории обобщенное уравнение состояния идеального газа имеет следующий вид:

$$\frac{T}{p} = f(V), \tag{4}$$

где $f(V)$ – некоторая функция V .

Из уравнения (4) можно вновь получить (1) и (3) естественным образом. Для этого достаточно взять первые члены в разложении V как функции T/p :

$$V = b + a_1 \frac{T}{p} + \dots \tag{5}$$

$$a_1 = C_p - C_v, \tag{6}$$

где C_p – теплоемкость газа при постоянном давлении.

Соотношение (6) доказывается обычным образом, - путем подстановки (5) в первое начало термодинамики.

2. Термодинамический подход

Уже сам факт существования начал термодинамики налагает ограничение на возможный вид уравнения состояния термодинамической системы.

Так, из первого начала термодинамики следует, что уравнение состояния любого вещества должно удовлетворять следующему уравнению [5, с.66]:

$$(C_p - C_v) \frac{\partial^2 T}{\partial p \partial V} + \left(\frac{\partial C_p}{\partial p} \right)_T \frac{\partial T}{\partial V} - \left(\frac{\partial C_v}{\partial V} \right)_T \frac{\partial T}{\partial p} = 1. \tag{7}$$

Используя второе начало термодинамики, можно получить и выражения для частных производных теплоемкостей C_p , C_v и U [5, с.136, 140]:

$$\left(\frac{\partial C_p}{\partial p} \right)_T = -T \left(\frac{\partial^2 V}{\partial T^2} \right)_p, \left(\frac{\partial C_v}{\partial V} \right)_T = -T \left(\frac{\partial^2 p}{\partial T^2} \right)_V, \tag{8}$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V - p. \tag{9}$$

В совокупности термодинамические уравнения (7) – (9) позволяют свести задачу определения уравнения состояния любого вещества к задаче теоретического или экспериментального определения зависимостей C_p , C_v и U от V или p . Именно поэтому термодинамическая формулировка понятия идеального газа основывается исключительно на выборе зависимости C_p , C_v и U от V или p .

Термодинамическое определение идеального газа, по М. Планку, включает в себя следующие три обязательных условия (каждое из которых является

простейшим из всех возможных условий подобного рода):

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = 0.$$

“Мы примем теперь во внимание еще и другое (кроме свойства: $C_p - C_v = R$) свойство идеальных газов, установленное опытами Томсона – Джоуля (Джоуля), а именно независимость их внутренней энергии от объема при постоянной температуре [5, с.66]”;

$$\left(\frac{\partial C_p}{\partial p}\right)_T = 0;$$

$$\left(\frac{\partial C_v}{\partial V}\right)_T = 0.$$

“Так как C_v , так же как и U , зависит только от температуры, но не от объема, то ... то же следует и для величины C_p . Вывод этот был подтвержден впервые измерениями Реньо (Regnault), который нашел кроме того, что величина C_p постоянна в довольно значительном температурном интервале. ... в той же области постоянна и величина C_v . Мы дополним, таким образом, определение идеального газового состояния в том смысле, что будем считать величины C_p и C_v совершенно независимыми от температуры и давления [5, с.67]”.

Независимость внутренней энергии от объема и постоянство теплоемкостей C_p и C_v идеального газа, при $C_p - C_v = R$ (для моля газа), однозначно определяют вид его уравнения состояния. Действительно; в этом случае уравнениям (7) – (9) удовлетворяют следующие решения соответственно:

$$(C_p - C_v)(T - T_0) = (p - p_0)(V - b) + f_1(p) + f_2(V);$$

$$(T - T_0) = f_3(p)(V - b) + f_4(p),$$

$$(T - T_0) = f_5(V)(p - p_0) + f_6(V),$$

$$T = f_7(V)p,$$

где $f_i(p)$, $f_i(V)$ – произвольные функции; T_0 , p_0 , b – постоянные.

Общее (совместное) решение уравнений (7) – (9) существует только при условии, что

$$T_0 = p_0 = f_1(p) = f_2(V) = f_4(p) = f_6(V) = 0,$$

$$f_3(p) = p/(C_p - C_v), \quad f_5(V) = (V - b)/(C_p - C_v),$$

и имеет вид

$$(C_p - C_v)T = p(V - b). \quad (10)$$

Для одного моля газа уравнение (10) совпадает с (3) и является уравнением состояния идеального газа с точки зрения термодинамики. В термодинамике, в отличие от молекулярно-кинетической теории, постоянная b в (10) не обязательно связывается с размером (радиусом сферы действия) молекул газа.

Величина b является всего лишь объемом, занимаемым идеальным газом при постоянном давлении, когда $T = 0$ К.

В этом смысле уравнение Менделеева – Клапейрона (1) является уравнением состояния такого идеального газа (10), который способен принимать нулевой объем при $T = 0$ К.

Выводы

При введении понятия идеального газа в курсе общей физики (исходя из механистических моделей, свойственных молекулярно-кинетической теории вещества) необходимо обращать внимание студентов на существование его независимого термодинамического обоснования.

Использование с этой целью описанного термодинамического вывода уравнения состояния идеального газа является необходимым для укрепления уверенности студентов в истинности эмпирического уравнения состояния Менделеева – Клапейрона.

Библиографический список

1. Клаузиус Р. Кинетическая теория газов // Основатели кинетической теории материи. М.; Л., 1937.
2. Бернулли Д. Гидродинамика // Основатели кинетической теории материи. М.; Л., 1937.
3. Паули В. Термодинамика. Ижевск, 1998.
4. Савельев И.В. Курс физики: Учеб.: В 3 т. Т.1. Механика. Молекулярная физика. М., 1989.
5. Планк М. Термодинамика. М.; Л., 1925.

MEANING OF THE IDEAL GAS IN MOLECULAR KINETICS THEORY AND IN THERMODYNAMICS

A.A. Scaptzov

Saratov State University

The state equations of the ideal gas based on conception of molecular kinetics theory and of thermodynamics are discussed. It is shown that despite of molecular kinetics theory there is the thermodynamics method to determine the meaning of ideal gas to be justified.

МЕТОДИКА МОДЕЛИРОВАНИЯ И РАСЧЁТА СПЕКТРОВ ШУМОВ ЛОКАЛЬНО-НЕОДНОРОДНОГО КАТОДА

А.С. Шаповалов, С.А. Шаповалов

Саратовский государственный университет

Предлагается методика статистического моделирования эмитирующей поверхности и расчёта спектральных характеристик флуктуаций продольной скорости электронного пучка на локально-неоднородном эмиттере. Методика может быть использована для исследования флуктуаций других параметров.

Проблема флуктуаций электронного пучка на неоднородном катоде уже давно привлекает внимание исследователей вследствие того, что реальные эмиттеры электронов, являясь одним из основных источников шумов электронных приборов, в той или иной степени всегда неоднородны [1,2]. Ввиду сложности проблемы методика её решения и изложения результатов исследований в специальных курсах по физике шумов требует специального рассмотрения.

Специфика неоднородности определяется типом и конструкцией катода. В то же время неоднородность имеет и некоторые общие черты. К ним, в частности, можно отнести тот факт, что на поверхности большинства катодов могут быть выделены участки, которые в первом приближении можно считать однородными, и участки существенно неоднородные по своим физическим свойствам. Таким образом, неоднородность большинства катодов носит локальный (частичный) характер. В связи с этим в данной работе предлагается методика проведения и изложения результатов исследования шумовых свойств локально-неоднородного катода, основанная на статистическом моделировании его эмитирующей поверхности.

Реальный эмиттер содержит неоднородности различных видов. Прежде всего, для него характерна эмиссионная неоднородность, т.е. неоднородность по плотности тока эмиссии. Для характеристики других видов неоднородности предлагается следующая терминология. Неоднородность катода, обусловленная тем, что отдельные элементы его поверхности эмитируют электроны с различной плотностью распределения того или иного параметра электронов (продольной или поперечной скорости, координаты, энергии), назовём параметрической. Группы электронов с одинаковым законом распределения параметра образуют соответствующие параметрические классы. Если таким параметром является продольная скорость электронов, то и класс, и неоднородность катода по плотности распределения продольной скорости будем называть кинетическими. Если указанным параметром является поперечная скорость электронов, то электронный класс и соответствующую неоднородность катода назовём поперечно-кинетическими. Если исследуемый параметр - это координата электрона, то класс и неоднородность - координатные. Неодно-

родность элементов поверхности, выражающуюся в различии законов распределения электронов по параметрическим классам, назовём дистрибутивной (распределительной). Реальная неоднородность, естественно, носит комбинированный характер. В таком случае сочетание, например, эмиссионной и дистрибутивной неоднородности целесообразно называть эмиссионно-дистрибутивной и т.д.

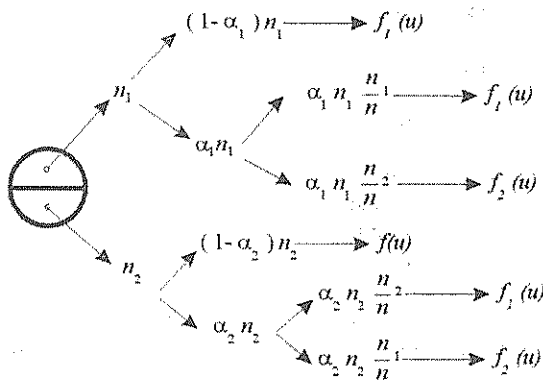
Общая модель неоднородного эмиттера, допускающая расчёт как спектров, так и взаимных спектров флуктуаций, по существу, состоит из нескольких (по крайней мере, двух) частных моделей, одна из которых описывает эмиссионно-дистрибутивную, а другие - параметрическую неоднородности. В данной работе предлагается статистическая модель эмиссионно-дистрибутивной неоднородности. Параметрическая неоднородность считается кинетической и локальной. Она не моделируется и задаётся в общем виде. На основе предложенной модели определяются общие выражения для спектров флуктуаций продольной скорости электронного пучка. Предположив иной характер параметрической неоднородности, модель можно использовать и для расчёта спектральных характеристик флуктуаций поперечной скорости или смещений электронного пучка.

В основу модели эмиссионно-дистрибутивной неоднородности положим схему двух эмиссионных областей, испускающих электроны двух кинетических классов, которым соответствуют плотности распределения продольной скорости u частиц $f_1(u)$ и $f_2(u)$. Как уже говорилось, в дальнейшем функции $f_1(u)$ и $f_2(u)$ будем считать заданными в общем виде. Обоснование их вида составляет содержание второго этапа построения общей модели - этапа моделирования кинетической неоднородности, что представляет собой самостоятельную задачу, которая пока не рассматривается.

Будем считать, что в общем случае каждая эмиссионная область состоит из кинетически однородной и неоднородной частей, а распределение частиц по кинетическим классам имеет следующий характер.

Пусть за некоторый конечный интервал времени T первая и вторая эмиссионные области эмитировали соответственно n_1 и n_2 электронов. Из n_1 частиц, эмитированных первой областью, $(1-\alpha_1)n_1$ электронов (здесь $0 \leq \alpha_1 \leq 1$) кинетически однород-

ны и плотность вероятности их скорости соответствует закону 1-го кинетического класса $f_1(u)$ (рисунк).



Остальные $\alpha_1 n_1$ частиц кинетически неоднородны и распределяются между двумя кинетическими классами с вероятностями, пропорциональными количеству электронов, эмитированных отдельными областями. Причём вероятность принадлежности произвольного электрона из кинетически неоднородной группы частиц к 1-му кинетическому классу пропорциональна числу частиц n_1 , эмитированных первой эмиссионной областью. А вероятность принадлежности произвольного электрона этой группы ко 2-му кинетическому классу пропорциональна числу частиц n_2 , испущенных смежной, т.е. второй эмиссионной областью. Из условия нормировки следует, что эти вероятности равны соответственно n_1/n и n_2/n , где $n = n_1 + n_2$. Таким образом, в кинетически неоднородной группе из $\alpha_1 n_1$ частиц, испущенных первой эмиссионной областью, $\alpha_1 n_1^2/n$ электронов относятся к 1-му кинетическому классу, а $\alpha_1 n_1 n_2/n$ электронов – ко 2-му.

Электроны, эмитированные второй эмиссионной областью, распределяются по кинетическим классам по аналогичному принципу, но с другими числовыми параметрами. Из n_2 частиц, испущенных этой областью, $(1-\alpha_2)n_2$ электронов (здесь $0 \leq \alpha_2 \leq 1$) кинетически однородны и относятся к 1-му кинетическому классу, а $\alpha_2 n_2$ электронов образуют кинетически неоднородную группу. Вероятность принадлежности некоторого электрона этой группы к 1-му кинетическому классу пропорциональна числу частиц n_2 , испущенных рассматриваемой областью. Вероятность принадлежности подобного электрона ко 2-му кинетическому классу пропорциональна количеству частиц n_1 , эмитированных смежной (в данном случае первой) эмиссионной областью. Указанные вероятности равны соответственно n_2/n и n_1/n . Следовательно, в кинетически неоднородной группе из $\alpha_2 n_2$ частиц, испущенных второй эмиссионной областью, $\alpha_2 n_2^2/n$ электронов относятся к 1-му кинетическому классу, а $\alpha_2 n_1 n_2/n$ электронов – ко 2-му.

Суммирование приведённых данных по двум эмиссионным областям показывает, что из n частиц, эмитированных катодом, к 1-му кинетическому классу относятся

$$(1-\alpha_1)n_1 + \frac{\alpha_1 n_1^2}{n} + (1-\alpha_2)n_2 + \frac{\alpha_2 n_2^2}{n}$$

частиц, а ко 2-му –

$$\frac{\alpha_1 n_1 n_2}{n} + \frac{\alpha_2 n_1 n_2}{n}$$

электронов.

Разделив эти числа на n , получим вероятности $p_1(n_1, n_2)$ и $p_2(n_1, n_2)$ того, что взятый наугад электрон относится соответственно к 1-му или 2-му кинетическим классам:

$$p_1(n_1, n_2) = 1 - \alpha \frac{n_1 n_2}{n}, \quad (1)$$

$$p_2(n_1, n_2) = \alpha \frac{n_1 n_2}{n}, \quad (2)$$

где $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$.

С точки зрения физического смысла коэффициенты $\alpha_1, \alpha_2, \alpha$ характеризуют степень кинетической неоднородности отдельных эмиссионных областей и катода в целом. При $\alpha = 0$ обе эмиссионные области кинетически однородны, при $\alpha = 1$ – полностью неоднородны, а в общем случае, когда $0 < \alpha < 1$, – катод локально (частично) неоднороден. Последнее обстоятельство позволяет называть рассматриваемую модель локально-неоднородной.

Определение вероятностных коэффициентов $p_1(n_1, n_2)$ и $p_2(n_1, n_2)$ завершает формирование статистической модели эмиссионно-дистрибутивной неоднородности катода, так как устанавливает конкретный вид связи плотностей распределения $f_1(u)$ и $f_2(u)$ с рандомизированной условной плотностью распределения скорости электронов $f(u|n_1, n_2)$ [3], отвечающей условию, что первая эмиссионная область эмитировала n_1 электронов, а вторая – n_2 ,

$$f(u|n_1, n_2) = p_1(n_1, n_2)f_1(u) + p_2(n_1, n_2)f_2(u). \quad (3)$$

Выражение (3) записано для произвольного закона распределения случайных чисел n_1, n_2, n . В дальнейшем будем полагать, что эмиттер работает в режиме насыщения, а случайные величины n_1 и n_2 независимы и распределены по закону Пуассона.

Плотность распределения (3) необходима для определения взаимных спектров флуктуаций [3]. Для расчёта же собственных спектров флуктуаций скорости и кинетического потенциала пучка достаточно знать безусловный равновесный закон распределения $f(u)$, который в данном случае имеет вид

$$f(u) = p_{o1}f_1(u) + p_{o2}f_2(u), \quad (4)$$

где

$$p_{o1} = p_1(n_{o1}, n_{o2}) = 1 - \alpha p_{1e} p_{2e}, \quad (5)$$

$$p_{o2} = p_2(n_{o1}, n_{o2}) = \alpha p_{1e} p_{2e}, \quad (6)$$

$n_{o1} = M\{n_1\}$, $n_{o2} = M\{n_2\}$, $n_o = n_{o1} + n_{o2}$; M – символ взятия математического ожидания; $p_{1e} = n_{o1}/n_o$ – безусловная вероятность того, что данный электрон эмитирован первой эмиссионной областью; $p_{2e} = n_{o2}/n_o$ – безусловная вероятность того, что данный электрон эмитирован второй эмиссионной областью.

Совершенно очевидно, что вероятности p_{1e} , p_{2e} равны отношениям средних значений токов эмиссии соответственно 1-й и 2-й эмиссионных областей I_{o1} , I_{o2} к среднему значению полного тока эмиссии $I_o = I_{o1} + I_{o2}$.

Воспользуемся выражениями (1) - (6) для расчёта статистических характеристик электронного пучка на поверхности локально-неоднородного катода. В работе [3] показано, что средняя скорость электронного пучка v_o равна средней скорости электронов u_o , эмитируемых катодом. Согласно (4), её можно представить так:

$$v_o = u_o = \bar{u}_1 + p_{o2}(\bar{u}_2 - \bar{u}_1), \quad (7)$$

где $\bar{u}_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} u f_1(u) du$; $\bar{u}_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} u f_2(u) du$ – средние значения скорости электронов соответственно первого и второго кинетических классов.

Введём безразмерную скорость электронов, используя в качестве нормирующей величины среднюю скорость, отвечающую распределению Релея, и учтём выражение для p_{o2} . Тогда соотношение (7) примет вид

$$v_o = u_o = \sqrt{\frac{\pi k T_c}{2 m}} \alpha_{cm}, \quad (8)$$

где

$$\alpha_{cm} = \alpha_1 + \alpha p_{1e} p_{2e} (\alpha_2 - \alpha_1), \quad (9)$$

$$\alpha_1 = \bar{u}_1 / \sqrt{\frac{\pi k T_c}{2 m}}, \quad \alpha_2 = \bar{u}_2 / \sqrt{\frac{\pi k T_c}{2 m}},$$

k – постоянная Больцмана; m – масса электрона; T_c – абсолютная температура катода.

Дисперсия скорости $D_{cm}(u)$ электронов смешанного пучка, состоящего из частиц двух кинетических классов, в соответствии с (4) выражается соотношением

$$D_{cm}(u) = p_{o1} D_1(u) + p_{o2} D_2(u) + p_{o1} p_{o2} (\bar{u}_2 - \bar{u}_1)^2.$$

Если теперь коэффициенты p_{o1} , p_{o2} представить в виде (5), (6), а каждую из величин $D_{cm}(u)$, $D_1(u)$, $D_2(u)$ записать в виде произведения дисперсии скорости, распределённой по закону Релея, и соответствующих множителей γ_{cm} , γ_1 , γ_2 , то дисперсия $D_{cm}(u)$ определится равенством

$$D_{cm}(u) = (4 - \pi) \frac{k T_c}{2 m} \gamma_{cm},$$

где

$$\gamma_{cm} = (1 - \alpha p_{1e} p_{2e}) \gamma_1 + \alpha p_{1e} p_{2e} \gamma_2 + \frac{\pi}{4 - \pi} (1 - \alpha p_{1e} p_{2e}) \alpha p_{1e} p_{2e} (\alpha_2 - \alpha_1)^2, \quad (10)$$

$$\gamma_1 = D_1(u) / (4 - \pi) \frac{k T_c}{2 m}, \quad \gamma_2 = D_2(u) / (4 - \pi) \frac{k T_c}{2 m}.$$

Спектральная плотность $S_v(\omega)$ флуктуационной составляющей \tilde{v} скорости электронного пучка связана с дисперсией скорости электронов соотношением [4]

$$S_v(\omega) = \frac{e D_{cm}(u)}{2 \pi I_o},$$

где e – абсолютная величина заряда электрона.

Следовательно,

$$S_v(\omega) = (4 - \pi) \frac{e k T_c}{4 \pi m I_o} \gamma_{cm}. \quad (11)$$

Из (11) и (8) следует, что спектр $S_v(\omega)$ флуктуаций кинетического потенциала $V = \tilde{v} v_o / (e/m)$ электронного пучка равен

$$S_v(\omega) = \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \frac{(k T_c)^2}{2 e I_o} \gamma_{cm} \alpha_{cm}^2. \quad (12)$$

В рамках методики [3], которая будет использоваться для расчёта взаимных спектров флуктуаций тока и скорости (кинетического потенциала) электронного пучка, мнимая часть взаимной спектральной плотности флуктуаций предполагается равной нулю. В таком случае шумовой инвариант S электронного пучка, обозначенный в случае неоднородного катода символом $S_{нк}$, можно представить так:

$$S_{нк} = \sqrt{S_i(\omega) S_v(\omega)}, \quad (13)$$

где $S_i(\omega)$ – спектральная плотность флуктуаций тока.

Считая, что спектр флуктуаций тока определяется формулой Шоттки

$$S_i(\omega) = \frac{e I_o}{2 \pi} \quad (14)$$

и подставляя в (13) соотношения (12), (14), получим

$$S_{нк} = S_{ок} \sqrt{\gamma_{cm}} \alpha_{cm}, \quad (15)$$

где $S_{ок} = \sqrt{4 - \pi} \frac{k T_c}{2 \sqrt{\pi}}$ – шумовой инвариант S электронного пучка на однородном катоде [5].

Для расчёта взаимной спектральной плотности флуктуаций $S_{iv}(\omega)$ тока и скорости электронного пучка воспользуемся следующим соотношением, полученным в работе [3]:

$$S_{iv}(\omega) = \frac{e}{2 \pi} (\bar{u}_2 - \bar{u}_1) \{M[n p_2(n_1, n_2)] - n_o p_{o2}\}. \quad (16)$$

При определении $M[n p_2(n_1, n_2)]$ будем считать, что флуктуации числа частиц $\delta n = n - n_o$, $\delta n_1 = n_1 - n_{o1}$, $\delta n_2 = n_2 - n_{o2}$ малы.

Разложим произведение np_2 в ряд по степеням $\delta n/n_0, \delta n_1/n_{01}, \delta n_2/n_{02}$, ограничимся членами второго порядка малости и проведём статистическое усреднение полученного выражения. При распределении числа частиц по закону Пуассона

$$M\{\delta n^2\} = n_0, \quad M\{\delta n_1^2\} = n_{01}, \quad M\{\delta n_2^2\} = n_{02},$$

$$M\{np_2\} - n_0 p_{02} = -\alpha p_{1e} p_{2e}. \quad (17)$$

Подставляя (17) в (16) и используя средние значения безразмерной скорости электронов, получаем

$$S_{iv}(\omega) = -\frac{e}{2\pi} \alpha p_{1e} p_{2e} \sqrt{\frac{\pi kT_c}{2m}} (\alpha_2 - \alpha_1). \quad (18)$$

Отсюда следует, что в общем случае флуктуации

функцией и взаимной спектральной плотностью часто применяется функция когерентности флуктуаций. Применительно к флуктуациям тока и скорости она записывается так:

$$\gamma_{iv}^2(\omega) = \frac{|S_{iv}(\omega)|^2}{S_i(\omega)S_v(\omega)}. \quad (20)$$

Нетрудно видеть, что функция когерентности $\gamma_{iv}^2(\omega)$ флуктуаций тока и скорости совпадает с функцией когерентности $\gamma_{iv}^2(\omega)$ флуктуаций тока и кинетического потенциала. Используя в (20) в качестве $S_{iv}(\omega), S_i(\omega), S_v(\omega)$ выражения (18), (14), (11), функцию когерентности $\gamma_{iv}^2(\omega)$ можно записать так:

$$\gamma_{iv}^2(\omega) = \frac{\pi \alpha^2 p_{1e}^2 p_{2e}^2 (\alpha_2 - \alpha_1)^2}{(4 - \pi) \gamma_1 + \alpha p_{1e} p_{2e} (\gamma_2 - \gamma_1) + \pi (1 - \alpha p_{1e} p_{2e}) \alpha p_{1e} p_{2e} (\alpha_2 - \alpha_1)^2}. \quad (21)$$

тока и скорости коррелированы. Исключение составляют лишь те случаи, когда обе эмиссионные области кинетически однородны ($\alpha = 0$) или кинетически однороден весь эмиттер ($\alpha_1 = \alpha_2$ или $p_{1e} = 0; 1$).

Одним из важных шумовых параметров электронного потока является взаимный спектр $S_{iv}(\omega)$ флуктуаций тока и кинетического потенциала, действительная часть которого является шумовым инвариантом Π пучка. Нетрудно показать, что взаимные спектры $S_{iv}(\omega)$ и $S_{iv}(\omega)$ связаны соотношением

$$S_{iv}(\omega) = (m v_0 / e) S_{iv}(\omega).$$

Отсюда

$$S_{iv}(\omega) = -\frac{kT_c}{4} \alpha p_{1e} p_{2e} (\alpha_2 - \alpha_1) [\alpha_1 + \alpha p_{1e} p_{2e} (\alpha_2 - \alpha_1)]. \quad (19)$$

Поскольку правая часть (19) чисто вещественна, величина $S_{iv}(\omega)$ совпадает с шумовым инвариантом Π электронного пучка на неоднородном катоде.

На практике для оценки степени корреляции флуктуаций наряду с взаимной корреляционной

Анализ выражений (11), (12), (15), (18) - (20) показывает, что в общем случае неоднородность эмиттера приводит к увеличению интенсивности флуктуаций скорости и кинетического потенциала, шумового инварианта S пучка и вызывает корреляцию этих флуктуаций с флуктуациями тока. Указанные выражения совместно с (9), (10) могут быть использованы для расчёта численных значений основных шумовых параметров пучка для любых частных законов $f_1(u)$ и $f_2(u)$, определяющих конкретный вид кинетической неоднородности катода соответствующего типа.

Работоспособность предложенной модели эмиссионно-дистрибутивной неоднородности катода проиллюстрирована на примере флуктуаций продольной скорости и кинетического потенциала пучка. Однако нетрудно видеть, что она применима также и для расчёта спектральных характеристик других параметров луча, например, поперечной скорости, смещений. Для этого достаточно ввести в рассмотрение продольно кинетическую или координатную неоднородность эмиттера.

Библиографический список

1. Добрецов Л.Н., Гомоюнова М.В. Эмиссионная электроника. М., 1966.
2. Мойжес Б.Я. Физические процессы в оксидном катоде. М., 1968.
3. Шаповалов А.С. // Вопросы прикладной физики. Саратов, 1997. Вып. 3. С. 9-12.
4. Голубенцев А.Ф., Денисов Ю.И., Минкин Л.М. Введение в статистическую электронику. Саратов, 1990.
5. Шумы в электронных приборах / Под ред. Л.Д. Смудлина и Г.А. Хауса. М.: JL, 1964.

THE METHOD OF THE MODELLING AND CALCULATION OF THE NOISE SPECTRUMS ON THE LOCALLY-INHOMOGENEOUS CATHODE

A.S. Shapovalov, S.A. Shapovalov

Saratov State University

It is proposed the method for the emitter surface statistical modelling and calculation of the electron beam longitudinal velocity fluctuations spectral characteristics at the locally inhomogeneous cathode. The method may be used for investigation of other parameter's fluctuations.

МЕТОДИКА РАСЧЁТА ВЗАИМНОГО СПЕКТРА ФЛУКТУАЦИЙ ТОКА И ПОПЕРЕЧНОЙ СКОРОСТИ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА НА НЕОДНОРОДНОМ КАТОДЕ

А.С. Шаповалов

Саратовский государственный университет

Представлена методика и результаты расчёта взаимной спектральной плотности флуктуаций тока и поперечной скорости электронного пучка на поверхности неоднородных эмиттеров.

Описание системы случайных процессов в рамках спектрально-корреляционной теории предполагает определение матрицы спектральных плотностей [1]. При этом наиболее сложным в методическом отношении является нахождение взаимных спектров случайных процессов. Это характерно как для научно-исследовательской практики, так и для изложения этого вопроса в специальных курсах по теории шумов для студентов старших курсов. Данная работа посвящена разработке методики расчёта взаимных спектральных плотностей (ВСП).

Одним из основных источников шумов вакуумных электронных приборов СВЧ является катод [2]. Случайный характер эмиссии электронов вызывает флуктуации тока, продольной и поперечной скорости, а также поперечных смещений электронного пучка на поверхности катода. На однородном эмиттере эти флуктуации, как правило, считаются не коррелированными [1]. Однако для неоднородного эмиттера более типична обратная ситуация, когда флуктуации являются коррелированными. Методика расчёта ВСП флуктуаций тока и продольной (перпендикулярной поверхности катода) составляющей скорости электронного пучка представлена в работах [3-5]. В настоящей работе предлагается аналогичная приближённая методика определения взаимного спектра флуктуаций тока и поперечной скорости электронного пучка на неоднородном катоде.

Предположим, что отдельные эмиссионные центры катода испускают группы электронов с различными плотностями распределения $f_k(u_y)$ составляющих скорости u_y , параллельных поверхности эмиттера. Назовём указанные группы электронов поперечно-кинетическими классами. Вследствие "перемешивания" вблизи катода электроны различных классов образуют единый электронный пучок, характеризующийся некоторой общей плотностью распределения электронных скоростей $f(u_y)$, вид которой зависит от плотностей распределения $f_k(u)$ и числа электронов соответствующих классов. Будем считать, что исследуемый катод эмитирует электроны L поперечно-кинетических классов, т.е. $k = 1, 2, \dots, L$.

Предположим также, что отдельные элементы эмиттирующей поверхности катода можно разделить на N типов, отличающихся, по крайней мере, соотношением числа электронов различных поперечно-кинетических классов, т.е. распределением электронов по классам. Совокупность центров определенно-

го типа в общем случае может отличаться также и эмиссионной способностью, что позволяет говорить о ней, как об эмиссионной области соответствующего типа. Существование нескольких типов подобных областей, по существу, означает наличие дистрибутивно-эмиссионной неоднородности катода. Однако для краткости указанные области и вид неоднородности будем называть эмиссионными.

Под поперечной скоростью электронного пучка u_y на катоде, как принято в классической работе [6], будем понимать среднее значение поперечной скорости u_y электронов, испущенных за физически бесконечно малый интервал времени. Это означает, что непрерывная функция времени $u_y(t)$ получается из "решётчатой" функции $u_y(t)$ методом "мгновенного усреднения" Рэка [6,7]. Ее величина, естественно, будет зависеть как от вида функций $f_k(u_y)$, так и от соотношения числа частиц различных поперечно-кинетических классов.

Вследствие флуктуаций числа частиц n_r , $r=1, 2, \dots, N$, эмитируемых различными эмиссионными областями, текущий закон распределения электронных скоростей на подобном катоде с течением времени, очевидно, будет изменяться. Следовательно, детальное описание спектра скоростей требует введения в рассмотрение такой рандомизированной условной плотности вероятности скорости, которая характеризовала бы распределение скоростей на любом конечном интервале времени, а после статистического усреднения приводила бы к безусловному регулярному закону распределения. Дальнейшие выкладки проведем для произвольных законов распределения случайных величин n_r и u_y .

Рандомизированная условная плотность распределения поперечной скорости электронов, эмитированных за любой конечный интервал времени T , выразится через плотности распределения $f_k(u_y)$ и вероятности p_k принадлежности произвольного электрона к соответствующему поперечно-кинетическому классу, которые зависят от числа электронов n_1, n_2, \dots, n_N , испущенных за указанное время всеми эмиссионными областями, т.е. $p_k = p_k(n_1, n_2, \dots, n_N)$. Согласно формуле полной вероятности эту функцию можно представить таким образом:

$$f(u_y | n_1, n_2, \dots, n_N) = \sum_{k=1}^L p_k(n_1, n_2, \dots, n_N) f_k(u_y), \quad (1)$$

где $\sum_{k=1}^L p_k(n_1, n_2, \dots, n_N) = 1$; $f(u_y | n_1, n_2, \dots, n_N)$ – ран-

домизированная условная плотность распределения поперечной скорости, определяемая при условии, что отдельные эмиссионные области испустили за время T соответственно n_1, n_2, \dots, n_N электронов.

Случайные изменения числа частиц n_1, n_2, \dots, n_N вызывают флуктуации тока электронного пучка. Поскольку эта же причина, как следует из (1), приводит и к флуктуациям поперечной скорости пучка, есть основания полагать, что в общем случае указанные флуктуации могут быть коррелированы.

Безусловная плотность распределения $f(u_y)$ определяется математическими ожиданиями $M\{n_r(t)\} = n_{or}$, $r = 1, 2, \dots, N$ и записывается так [3 - 5]:

$$f(u_y) = \sum_{k=1}^L p_{ok} f_k(u_y), \quad (2)$$

где $p_{ok} = p_k(n_{o1}, n_{o2}, \dots, n_{oN})$.

Для расчета ВСП флуктуаций тока и скорости воспользуемся приближенным методом [3-5,7], успешно применявшимся для нахождения спектральных плотностей флуктуации тока, продольной скорости и их взаимного спектра. Как и в [3-5], будем считать, что флуктуации тока и поперечной скорости стационарно связаны, а взаимная корреляционная функция этих флуктуаций $R_{i_{0y}}(\tau)$ описывается дельта-функцией $\delta(\tau)$, т.е.

$$R_{i_{0y}}(\tau) = R_0 \delta(\tau), \quad (3)$$

где $\tau = t_2 - t_1$ – разность моментов времени; R_0 – вещественная постоянная величина.

Это означает, что используемый метод расчета позволяет найти лишь равномерную составляющую спектра. Подстановка (3) в соотношения Хинчина-Винера [1] приводит к следующему выражению для ВСП:

$$S_{i_{0y}}(\omega) = \frac{R_0}{2\pi}, \quad (4)$$

где ω – круговая частота.

В общем случае ВСП имеет комплексный характер. Принимая предположение (3), мы ограничиваемся, таким образом, определением вещественной части ВСП. Величина постоянной R_0 ограничивается следующим соотношением, доказанным в теории случайных функций [8]:

$$|S_{i_{0y}}(\omega)|^2 \leq S_i(\omega) S_{v_y}(\omega),$$

где $S_i(\omega)$, $S_{v_y}(\omega)$ – спектральные плотности флуктуаций тока и поперечной скорости пучка соответ-

ственно. Это соотношение устанавливает границу применимости результатов расчёта ВСП, полученных на основе тех или иных статистических моделей катода.

С целью нахождения неизвестной постоянной R_0 введем в рассмотрение две вспомогательные случайные функции, которые можно выразить через характеристики как непрерывной, так и дискретной моделей электронного пучка. В качестве первой такой функции рассмотрим среднюю за некоторый конечный интервал времени T поперечную скорость $v_y^T(t)$ электронного пучка. В рамках непрерывной и дискретной моделей пучка она запишется так [3-5]:

$$v_y^T(t) = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} v_y(t) dt, \quad (5)$$

$$v_y^T(t) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n u_{yj}, \quad (6)$$

где n – полное число электронов, испущенных за время T ; u_{yj} – скорость j -го электрона, испущенного на указанном интервале времени любой эмиссионной областью.

Расчёт математического ожидания $M\{v_y^T(t)\}$ на основе выражений (5) и (6) приводит к равенству средней поперечной скорости пучка v_{0y} и средней поперечной скорости электронов u_{0y} , которые согласно (2) можно представить так:

$$v_{0y} = u_{0y} = \sum_{k=1}^L p_{ok} W_{yk}, \quad (7)$$

где $W_{yk} = \int_{-\infty}^{+\infty} u_y f_k(u_y) du_y$.

По аналогии с (5), (6) на основе непрерывной и дискретной моделей электронного пучка введем в рассмотрение среднее за время T значение тока $i^T(t)$ электронного луча:

$$i^T(t) = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} i(t) dt, \quad (8)$$

$$i^T(t) = \frac{ne}{T}, \quad (9)$$

где e – абсолютная величина заряда электрона; $i(t)$ – непрерывная функция тока эмиссии катода в рамках непрерывной модели пучка.

Сравнение математических ожиданий $M\{i^T(t)\}$, найденных с использованием (8) и (9), приводит к выражению для среднего значения $M\{i(t)\} = I_0$ тока эмиссии

$$I_0 = \frac{n_0 e}{T},$$

где n_0 – среднее число электронов, эмитируемых катодом за время T .

Для расчета ВСП флуктуаций тока и скорости и определения R_0 воспользуемся соотношениями (5), (8) и (6), (9) соответственно и найдём одномерный начальный момент второго порядка $M\{^T(t)v_y^T(t)\}$ на основе непрерывной и дискретной моделей пучка. Используя выражения (5), (8), указанный момент можно записать так:

$$M\{^T(t)v_y^T(t)\} = I_0 v_{0y} + \frac{1}{T^2} \int_t^{t-T} \int_t^{t+T} R_{iv_{0y}}(t_2 - t_1) dt_1 dt_2.$$

Вследствие предположения (3) из этого соотношения следует

$$M\{^T(t)v_y^T(t)\} = I_0 v_0 + \frac{R_0}{T}. \tag{10}$$

Этот же момент, рассчитанный на основе выражений (6), (9), имеет вид

$$M\{^T(t)v_y^T(t)\} = \frac{e}{T} M\{nM(u_y|n_1, n_2, \dots, n_N)\}, \tag{11}$$

где $M(u_y|n_1, n_2, \dots, n_N)$ – условное математическое ожидание поперечной скорости электронов, определяемое при условии, что за время T отдельные эмиссионные области катода испускают соответственно n_1, n_2, \dots, n_N электронов; $M\{nM(u_y|n_1, n_2, \dots, n_N)\}$ – безусловное математическое ожидание, получаемое усреднением величины, стоящей в фигурных скобках, по всем значениям n_1, n_2, \dots, n_N .

Приравнявая правые части равенств (10) и (11), нетрудно найти постоянную R_0 , а следовательно, и ВСП флуктуаций тока и поперечной скорости:

$$S_{iv_y}(\omega) = \frac{e}{2\pi} \{M[nM(u_y|n_1, n_2, \dots, n_N)] - n_0 v_{0y}\}. \tag{12}$$

Согласно (1) условное и безусловное математические ожидания в (12) равны

$$M(u_y|n_1, n_2, \dots, n_N) = \sum_{k=1}^L p_k W_{yk}, \tag{13}$$

$$M[nM(u_y|n_1, n_2, \dots, n_N)] = \sum_{k=1}^L W_{yk} M(np_k). \tag{14}$$

Подстановка (7), (13), (14) в (12) позволяет выразить ВСП через вероятностные коэффициенты p_k :

$$S_{iv_y}(\omega) = \frac{e}{2\pi} \sum_{k=1}^L W_{yk} [M(np_k) - n_0 p_{ok}]. \tag{15}$$

Если катод кинетически однороден, т.е. все $f_k(u_y)$ одинаковы, то $f(u_y|n_1, n_2, \dots, n_N)$, как следует из (1), не зависит от числа частиц,

$$M(u_y|n_1, n_2, \dots, n_N) = u_{0y} = v_{0y}, \tag{16}$$

и корреляция флуктуаций отсутствует. Также очевидно, что ВСП флуктуаций равна нулю, вследствие выполнения равенства (16), в том случае, когда катод кинетически неоднороден, но вероятностные коэффициенты p_k в выражении (1) для условной плотности распределения скорости электронов являются постоянными величинами, не зависящими от числа частиц. Наконец, равенство (16) выполняется, и корреляция флуктуаций отсутствует для кинетически неоднородных катодов с переменными вероятностными коэффициентами p_k , но при условии, что зависимость p_k от числа частиц является линейной функцией от n_i/n . Это объясняется тем, что в таком случае неоднородный катод, по существу, представляет собой несколько параллельно включенных независимых однородных эмиттеров, на каждом из которых корреляция флуктуаций тока и скорости отсутствует.

Выражения (12), (15) записаны для общего случая, когда v_{0y} отлична от нуля, а катод характеризуется произвольным числом эмиссионных областей и поперечно-кинетических классов электронов. Если $v_{0y}=0$, то вторые слагаемые в фигурной скобке соотношения (12) и под знаком суммы выражения (15) отсутствуют.

В частном случае, когда катод содержит 2 эмиссионные области ($N=2$), а эмитируемые частицы относятся к двум различным поперечно-кинетическим классам ($L=2$), выражения для v_{0y} и $S_{iv_y}(\omega)$ упрощаются и принимают вид

$$v_{0y} = W_{y1} + p_{o2}(W_{y2} - W_{y1}),$$

$$S_{iv_y}(\omega) = \frac{e}{2\pi} (W_{y2} - W_{y1}) \{M[np_2(n_1, n_2)] - n_0 p_{o2}\}. \tag{17}$$

Анализ соотношений (12), (15), (17) для кинетически неоднородного катода показывает, что корреляция флуктуаций отсутствует лишь для весьма ограниченного числа функций $p_k(n_1, n_2, \dots, n_N)$. В большинстве случаев флуктуации тока и поперечной скорости электронного пучка на поверхности катода коррелированы. В доказательство этого факта достаточно привести результаты расчёта ВСП для математико-статистических моделей неоднородного эмиттера, представленных в [5]. Для проведения расчётов предположим, что эмиттер работает в режиме насыщения, случайные величины n_1, n_2, \dots, n_N независимы и распределены по закону Пуассона, а относительные флуктуации числа частиц малы.

Соответствующие расчёты, выполненные с точностью до величин второго порядка малости, показывают, что при $L=N=2$ и $p_1 = (n_1/n)[1 + \alpha(n_2/n)]$, $\alpha = const$ взаимный спектр имеет вид

$$S_{i_{vy}}(\omega) = \frac{e\alpha p_{1e} p_{2e}}{2\pi} (W_{2y} - W_{1y}),$$

где $p_{1e} = n_{o1}/n_o$, $p_{2e} = n_{o2}/n_o$ — безусловные вероятности того, что данный электрон испущен соответственно 1-й или 2-й эмиссионными областями.

При $p_1 = n_1^2/(n_1^2 + n_2^2)$ ВСП определяется выражением

$$S_{i_{vy}}(\omega) = -\frac{e}{2\pi} \frac{p_{1e} p_{2e} (p_{1e} - p_{2e})}{(p_{1e}^2 + p_{2e}^2)^3} (W_{2y} - W_{1y}) \times \\ \times (1 + 2p_{1e} p_{2e}).$$

Если $p_1 = k_1 n_1 / (k_1 n_1 + k_2 n_2)$ при $0 < k_1 < 1$, $0 < k_2 < 1$, то соответствующее выражение для $S_{i_{vy}}(\omega)$ запишется так:

$$S_{i_{vy}}(\omega) = \frac{e}{2\pi} p_{1e} p_{2e} \frac{k_1 k_2 (k_1 - k_2)}{(k_1 p_{1e} + k_2 p_{2e})^3} (W_{2y} - W_{1y}).$$

Для статистической модели, в которой $p_1 = (n_1/n)^2 + (n_2 n_{o1}/n n_o)$, ВСП флуктуаций описывается соотношением

$$S_{i_{vy}}(\omega) = -\frac{e}{2\pi} p_{1e} p_{2e} (W_{2y} - W_{1y}).$$

Приведённые примеры показывают, что исследование шумовых свойств неоднородных эмиттеров в большинстве случаев должно проводиться с учётом корреляции флуктуаций тока и поперечной скорости электронного пучка.

Задание вида функций, описывающих вероятностные коэффициенты p_k и законы распределения $f_k(u_y)$, а также получение численных значений ВСП требует дополнения рассмотренной общей статистической модели катода соответствующими физическими положениями, которые придадут ей конкретный физико-статистический характер. Достоинством предложенной методики расчёта ВСП является возможность её применения для различных физико-статистических моделей неоднородного эмиттера.

Библиографический список

1. Шумы в электронных приборах / Под ред. Л.Д. Смуглина и Г.А. Хауса. М.:Л., 1964.
2. Шаповалов А.С., Голубенцев А.Ф., Денисов Ю.И. Эмиссионные и шумовые свойства неоднородных эмиттеров. Саратов, 1983.
3. Шаповалов А.С. // Тез. докл. междунар. конф. "Актуальные проблемы электронного приборостроения". Саратов, 1996. Ч.1. С. 59-60.
4. Шаповалов А.С. // Тез. докл. междунар. конф. "Актуальные проблемы электронного приборостроения". Саратов, 1996. Ч.1. С. 61-62.
5. Шаповалов А.С. // Вопросы прикладной физики. Саратов, 1997. Вып. 3. С. 9-12.
6. Rack A.I. // Bell System Tech. J. 1938. V.17, October. P. 592 - 619.
7. Голубенцев А.Ф. // Вопросы электронной техники. Саратов, 1971. Вып. 2. С. 83-103.
8. Бендат Дж., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов. М., 1974.

THE CALCULATION TECHNIQUE OF THE ELECTRON BEAM CURRENT AND TRANSVERSAL VELOCITY FLUCTUATIONS MUTUAL SPECTRUM ON INHOMOGENEOUS CATHODE

A.S. Shapovalov

Saratov State University

The method and results of calculation of the electron beam current and transversal velocity fluctuations mutual spectral density on a surface of the inhomogeneous emitters are represented.

МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЗАИМНОГО СПЕКТРА ФЛУКТУАЦИЙ ТОКА И ПОПЕРЕЧНОГО СМЕЩЕНИЯ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА НА НЕОДНОРОДНОМ КАТОДЕ

А.С. Шаповалов

Саратовский государственный университет

Представлена методика и результаты расчёта взаимной спектральной плотности флукутаций тока и поперечного смещения электронного пучка на поверхности неоднородных эмиттеров.

Одним из источников шума вакуумных электронных приборов СВЧ являются флукутации поперечного смещения (положения центра тяжести) электронного пучка на катоде [1]. Неоднородность катода изменяет уровень этих флукутаций и вызывает их корреляцию с флукутациями тока эмиссии. Исследование корреляции флукутаций относится к наиболее сложным вопросам учебно-методической и научно-исследовательской практики. В данной работе предлагается методика расчёта взаимной спектральной плотности (ВСП) флукутаций тока и поперечного смещения электронного пучка, являющаяся дальнейшим развитием подхода, использованного в работах [2,3] применительно к флукутациям тока, продольной и поперечной скорости пучка.

Будем считать, что непрерывная функция времени $y(t)$, являющаяся поперечной координатой центра тяжести электронного пучка на катоде, определяется методом "мгновенного усреднения" Рэка [4] "решётчатой" функции $Y(t)$ поперечных координат электронов, т.е. $y(t)$ является средним за физически бесконечно малый интервал времени значением поперечной координаты Y . (Ось координат Y направлена по касательной к поверхности катода и перпендикулярно к границе пучка.) В качестве рабочей примем следующую общую модель неоднородного катода. Предположим, что все электроны, эмитируемые катодом, делятся на L классов, каждый из которых отличается собственной плотностью распределения $f_k(Y)$, $k = 1, 2, \dots, L$ электронной координаты Y . Для краткости эти классы и неоднородность катода, связанную с их различием, будем условно называть координатными. Кроме того, предположим, что эмитирующая поверхность катода обладает также эмиссионно-дистрибутивной неоднородностью, т.е. представляет собой N областей в виде полос произвольной ширины и параллельных оси Y , отличающихся интегральной эмиссией электронов и характерным собственным распределением электронов по координатным классам. Таким образом, катоду присущи два вида неоднородности: эмиссионно-дистрибутивная и координатная.

Как и в [3], для детального описания изменений во времени положения центра тяжести пучка введём в рассмотрение рандомизированную условную плотность распределения поперечной координаты Y элек-

тронов, эмитированных за любой конечный интервал времени T :

$$f(Y | n_1, n_2, \dots, n_N) = \sum_{k=1}^L p_k(n_1, n_2, \dots, n_N) f_k(Y), \quad (1)$$

где $f(Y | n_1, n_2, \dots, n_N)$ – рандомизированная условная плотность распределения поперечной координаты электронов, определяемая при тех же условиях, что и

$$p_k(n_1, n_2, \dots, n_N); \sum_{k=1}^L p_k(n_1, n_2, \dots, n_N) = 1, p_k(n_1, n_2, \dots, n_N)$$

– вероятность принадлежности произвольного электрона к k -му координатному классу при условии, что отдельные эмиссионные области испустили за время T соответственно n_1, n_2, \dots, n_N электронов.

Безусловная плотность распределения координаты Y электронов, очевидно, опишется выражением

$$f(Y) = \sum_{k=1}^L p_{0k} f_k(Y), \quad (2)$$

где $p_{0k} = p_k(n_{01}, n_{02}, \dots, n_{0N})$; $n_{0r} = M\{n_r(t)\}$, $r = 1, 2, \dots, N$; M – символ взятия математического ожидания.

Предположим, что флукутации тока и смещения пучка стационарно связаны, а их взаимная корреляционная функция $R_{iy}(\tau)$ описывается δ -функцией

$$R_{iy}(\tau) = R_0 \delta(\tau), \quad (3)$$

где $\tau = t_2 - t_1$ – разность моментов времени; R_0 – вещественная постоянная величина.

Тогда ВСП флукутаций тока и смещения согласно соотношению Хинчина - Винера определится выражением

$$S_{iy}(\omega) = \frac{R_0}{2\pi}, \quad (4)$$

где ω – круговая частота.

Использование соотношения (3) означает предположение о том, что исследуемый спектр "белый" и вещественный. При произвольном характере спектра излагаемая методика позволяет определять лишь

равномерную (не зависящую от частоты) компоненту вещественной части ВСП.

Для нахождения постоянной R_o введём в рассмотрение две вспомогательные функции – средние за время T смещение $y^T(t)$ и ток $i^T(t)$ электронного пучка, – которые физически обоснованно выражаются через характеристики и непрерывной, и дискретной моделей пучка:

$$y^T(t) = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} y(t) dt = \sum_{j=1}^n Y_j, \quad (5)$$

$$i^T(t) = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} i(t) dt = \frac{ne}{T}, \quad (6)$$

где $n = n_1 + n_2 + \dots + n_N$ – полное число электронов, эмитированных катодом за время T ; e – абсолютная величина заряда электрона.

Сравнение начальных моментов первого $M\{i^T(t)\}$, $M\{y^T(t)\}$ и второго $M\{i^T(t)y^T(t)\}$ порядков, вычисленных на основе тех частей выражений (5) и (6), которые соответствуют непрерывной и дискретной моделям пучка, приводит к равенствам

$$y_o = Y_o, \quad I_o = n_o e / T, \\ n_o e y_o + R_o = e M\{n M\{Y | n_1, n_2, \dots, n_N\}\}, \quad (7)$$

где $y_o = M\{y\}$, $Y_o = M\{Y\}$, $n_o = M\{n\}$; $M\{Y | n_1, n_2, \dots, n_N\}$ – условное математическое ожидание координаты Y электрона, определяемое при условии, что отдельные эмиссионные области катода испускают за время T соответственно n_1, n_2, \dots, n_N электронов.

Находя из (7) величину R_o и подставляя её в (4), получаем окончательное выражение для взаимного спектра флуктуаций

$$S_{iy}(\omega) = \frac{e}{2\pi} \{M[n M\{Y | n_1, n_2, \dots, n_N\}] - n_o y_o\}. \quad (8)$$

На основе (1) полученный результат можно выразить через вероятностные коэффициенты p_k, p_{ok} следующим образом:

$$S_{iy}(\omega) = \frac{e}{2\pi} \sum_{k=1}^L Y_{ok} [M(np_k) - n_o p_{ok}], \quad (9)$$

где $Y_{ok} = \int_{-\infty}^{+\infty} Y f_k(Y) dY$ – среднее значение координаты точки эмиссии электронов k -го класса.

В частном случае, когда катод имеет две эмиссионные области ($N=2$) и испускает электроны двух координатных классов ($L=2$), выражение (9) принимает вид

$$S_{iy}(\omega) = \frac{e}{2\pi} (Y_{o2} - Y_{o1}) \{M[n p_2(n_1, n_2)] - n_o p_{o2}\}. \quad (10)$$

Выражения (8) - (10) применимы для различных частных моделей эмиссионно-дистрибутивной и

координатной неоднородностей, определяющих конкретный вид функций p_k и f_k . Анализ этих соотношений показывает, что для большинства видов неоднородности катода флуктуации тока и смещения электронного пучка на его поверхности коррелированы.

Так, на основе результатов, приведённых в [3] и соответствующих $L=N=2$, нетрудно записать ВСП флуктуаций тока и смещения для произвольной координатной неоднородности ($Y_{o1} \neq Y_{o2}$) и различных частных случаев эмиссионно-дистрибутивной нерегулярности эмиттера.

Предполагая, что число частиц распределено по закону Пуассона, для простейшей модели эмиссионно-дистрибутивной неоднородности катода, когда $p_1 = (n_1/n)[1 + \alpha(n_2/n)]$, $\alpha = \text{const}$, получим:

$$S_{iy}(\omega) = \frac{e \alpha p_{1e} p_{2e}}{2\pi} (Y_{o2} - Y_{o1}),$$

где $p_{1e} = n_{o1}/n_o$, $p_{2e} = n_{o2}/n_o$ – безусловные вероятности того, что данный электрон испущен соответственно 1-й или 2-й эмиссионными областями.

Для квадратичной модели с $p_1 = n_1^2 / (n_1^2 + n_2^2)$ ВСП определяется выражением

$$S_{iy}(\omega) = \frac{e}{2\pi} \frac{p_{1e} p_{2e} (p_{1e} - p_{2e})}{(p_{1e}^2 + p_{2e}^2)^3} (Y_{o2} - Y_{o1}) (1 + 2 p_{1e} p_{2e}).$$

Пропорциональной модели соответствует $p_1 = k_1 n_1 / (k_1 n_1 + k_2 n_2)$, $0 < k_1 < 1$, $0 < k_2 < 1$ и следующее выражение для ВСП:

$$S_{iy}(\omega) = \frac{e}{2\pi} p_{1e} p_{2e} \frac{k_1 k_2 (k_1 - k_2)}{(k_1 p_{1e} + k_2 p_{2e})^3} (Y_{o2} - Y_{o1}).$$

Для ограниченно инерционной статистической модели, в рамках которой

$$p_1 = (n_1/n)^2 + (n_2 n_{o1} / n n_o),$$

ВСП флуктуаций описывается соотношением

$$S_{iy}(\omega) = -\frac{e}{2\pi} p_{1e} p_{2e} (Y_{o2} - Y_{o1}).$$

Таким образом, расчёт (в общем виде) и приведённые примеры свидетельствуют о необходимости учёта корреляции флуктуаций тока и смещения электронного пучка при исследовании шумовых свойств неоднородных эмиттеров.

Библиографический список

1. Van Duzer T. // IEEE Trans. 1963. V. ED-10. № 6. P.370-378.
2. Голубенцев А.Ф. // Вопросы электронной техники. Саратов, 1971. Вып. 2. С. 83-103.
3. Шаповалов А.С. // Вопросы прикладной физики. Саратов, 1997. Вып.3. С. 9-12.
4. Rack A.I. // Bell System Tech. J. 1938. V. 17, October. P. 592-619.

THE CALCULATION TECHNIQUE OF THE ELECTRON BEAM CURRENT
AND TRANSVERSAL DISPLACEMENT FLUCTUATIONS MUTUAL SPECTRUM
ON INHOMOGENEOUS CATHODE

A.S. Shapovalov

Saratov State University

The method and results of calculation of the electron beam current and transversal displacement fluctuations mutual spectral density on a surface of the inhomogeneous emitters are represented

УДК 621.1

ИЗУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ МЕТОДОМ ЗАРЯЖЕННЫХ ПОПЛАВКОВ
(ЛЕКЦИОННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ)

Б.Н. Кондрашов, В.Г. Медокс, М.А. Клочков

Саратовский государственный университет

Предложен и практически осуществлен простой способ изучения электростатических полей с использованием макроскопических поплавков.

Традиционными индикаторами, используемыми при изучении электрических полей, являются разного рода легкие заряженные тела (шарики, гильзы и т.п.), подвешенные на нитях [1, с.310], или же электрические стрелки, представляющие собой макроскопические диполи, которые могут вращаться вокруг вертикальной оси [2, с.72]. Помещая такие "пробные тела" в различные части электрического поля, можно оценить направление силовых линий электрического поля.

Другим способом является визуализация линий напряженности электрического поля с помощью мелких частичек твердого диэлектрика, взвешенных в жидком диэлектрике [3, с.15] или рассыпанных на поверхности твердого диэлектрика [4, с.200]. В электрическом поле мелкие частички приобретают дипольный момент и "выстраиваются" по направлению силовых линий.

Отличительной особенностью изложенного ниже метода является возможность визуальных наблюдений за движением заряженных тел в электрических полях. Заряженные тела устанавливаются на поплавках или же сами входят в конструкцию поплавка и помещаются в кювету с жидким диэлектриком. Некоторые возможные варианты поплавков показаны на рис. 1.

В простейшем случае поплавок представляет собой кусок пробки, на который наклеивают клеем, не рас-

творяющимся в данном жидком диэлектрике, тело, которое и будет в дальнейшем нести электрический заряд (это может быть кусочек алюминиевой фольги, или кусочек металлизированной полимерной пленки и т.д.).

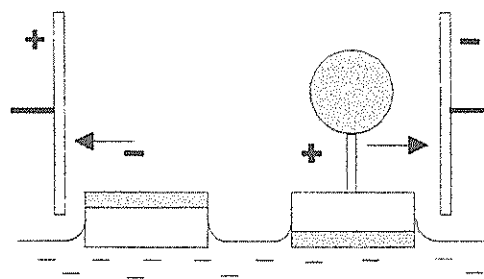


Рис.1

Электрические поля различной конфигурации создаются пластинами-электродами, находящимися над поверхностью жидкого диэлектрика. Пластины-электроды заряжаются любым подходящим способом, например, от электрофорной машины (в простейших демонстрациях поле создается любым наэлектризованным телом).

Пробные тела на поплавках можно вообще не заряжать, поскольку в результате индукции на них и так появляются заряды (и тела превратятся в диполи), но если есть необходимость зарядить пробное тело-

поплавок определенным зарядом, то и это для металлизированных тел не представляет труда. В зависимости от расположения пластин-электродов, их формы и величины зарядов можно получить поля самых разнообразных конфигураций, как однородные, так и неоднородные. Под действием этих полей поплавки (заряженные пробные тела) приходят в движение, которое можно визуально наблюдать.

Скорость движения поплавков можно варьировать, меняя жидкость, конструкцию поплавков, их массу, величину зарядов на них и величину самих электрических полей. Специально делать поплавок-диполь не имеет смысла, так как под действием внешнего поля он и так приобретает свойства диполя и поэтому достаточно просто маркировать такой поплавок каким-либо образом (например, нанеся на него стрелку).

Для большей наглядности можно поместить на поверхность жидкости рядом два поплавка одинаково смачиваемых или же, наоборот, — не смачиваемых данной жидкостью. Тогда под действием сил поверхностного натяжения поплавки притянутся друг к другу на близкое расстояние (но промежуток жидкого диэлектрика между ними все же будет), и далее такой спаренный поплавок будет двигаться в не слишком сильных электрических полях как единое целое.

На рис.2 показан такой диполь и его движение в неоднородном электрическом поле.

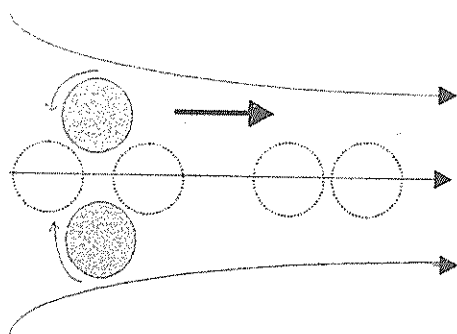


Рис.2

Весьма наглядными являются опыты по переносу электрического заряда поплавком, при его движении между обкладками конденсатора.

Поскольку процесс движения поплавков в жидком диэлектрике намного медленнее аналогичного движения в воздухе, то при опытах с поплавками возможно более детальное изучение механизма взаимодействия пробного тела с электрическим полем конденсатора.

Любопытную демонстрацию с заряженными поплавками можно провести, если на поверхности жидкости находится сразу много поплавков, а неоднородное электрическое поле создается куском плоской прозрачной пластины наэлектризованного диэлектрика, который помещают над поверхностью жидкости, параллельно ей. Сочетание индуцированного на поплавках электрического заряда, неоднородности электрического поля, создаваемого пластиной, и силы поверхностного натяжения жидкости, позволяет демонстрировать "электрическую пляску" поплавков на поверхности жидкости (рис.3).

От подобного опыта, проводимого в воздухе, данная демонстрация отличается тем, что на хаотическое движение поплавков накладываются силы поверхностного натяжения, которые объединяют отдельные поплавки в ассоциации из двух и более поплавков. Поплавки движутся некоторое время как единое целое, а затем распадаются, образуя новые ассоциации, или же двигаются индивидуально.

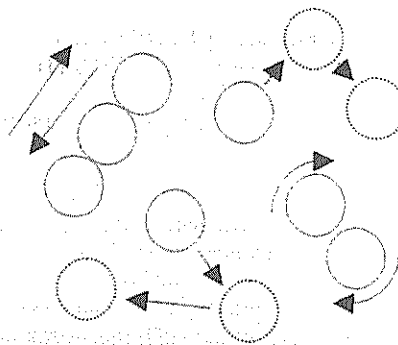


Рис.3

Неоднородность электрического поля можно усилить, если нажимать на поверхность пластины наэлектризованного диэлектрика, предположим, пальцем, искривляя таким образом его поверхность и меняя локально расстояние между пластиной и поверхностью жидкости.

Сравнение рассмотренного способа изучения электрических полей с другими показывает, что явным преимуществом его является наглядность, простота и возможность визуализации ряда динамических процессов, связанных с движением заряженных тел в таких полях.

Библиографический список

1. Лекционные демонстрации по физике / Под ред. В.И. Ивероной М., 1972.
2. Михельсон В.А. Физика. М., 1930.
3. Калашников С.Г. Электричество. М., 1964.
4. Кантор Д. Лекционные демонстрации по физике. Кишинев, 1974.

**STUDY OF ELECTRIC FIELD BY THE METHOD OF CHARGED FLOATS
(LECTURE EXPERIMENT)**

B.N. Kondrashov, V.G. Madox, M.A. Klochkov

Saratov State University

It is suggested and practically realized the simple way of electrostatic field's study by using of macroscopic doublets.

УДК 621.1

**О НЕКОТОРЫХ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ДЕМОНСТРАЦИЯХ
В КУРСЕ ОБЩЕЙ ФИЗИКИ**

Б. Н. Кондрашов, В.Г. Медокс, Е. Б. Бычкунова

Саратовский государственный университет

Разработан простой индикатор, позволяющий визуально наблюдать и качественно исследовать ряд явлений в газовых струях.

Из демонстрационных опытов по аэрогидромеханике в курсе общей физики, пожалуй, только отдельные опыты по эффекту Магнуса [1, с. 480] и парящего в струе воздуха шарика [2, с. 244] не требуют сложного оборудования. Большинство же демонстраций, таких, например, как эффект Гольдштика [2, с. 244-247], или опыты по визуализации линий тока требуют специального оборудования и значительного количества проточной воды или дымообразующей аппаратуры, что, естественно, сужает круг аудиторий, в которых возможно проведение таких демонстраций. Ниже приводятся аэродинамические демонстрации, которые лишены этих недостатков и расширяют круг вопросов, дают возможность визуально наблюдать и анализировать изучаемые явления.

Первая демонстрация является подтверждением закона сохранения момента импульса. Известно (теорема Томсона)[3, с.96], что в замкнутой системе (например, в системе «несущая поверхность - воздух») появление вихря одного направления требует наличия вихря противоположного направления. Именно для обнаружения таких вихрей и установления направления их вращения и предлагается специально разработанный демонстрационный индикатор (рис.1). Варианты приемников давления показаны на рис.1.

Ось может перемещаться в бобышке 2, жестко связанной с осью 6, вращающейся в «рукоятке - подшипнике» 7. Положение оси 4 и закрепленного (подвижно или жестко) приемника давления 5 может изменяться относительно оси 6, при этом меняется плечо индикатора (расстояние от оси 6 до приемника давления 5). Фиксация плеча осуществляется контрвочным винтом 3, а балансировка индикатора относительно оси 6 осуществляется перемещением противовеса 1, положение которого может также фиксироваться.

Помещая описанный индикатор в различные точки потока воздуха от работающего бытового

вентилятора, можно обнаружить (рис.2), по крайней мере, два вихря с ярко выраженными направлениями вращения.

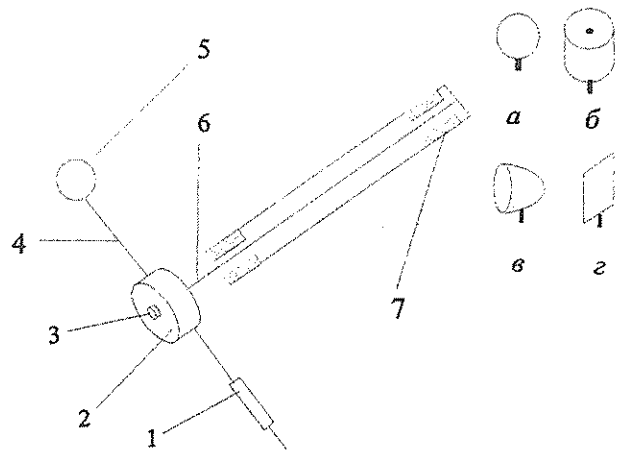


Рис.1

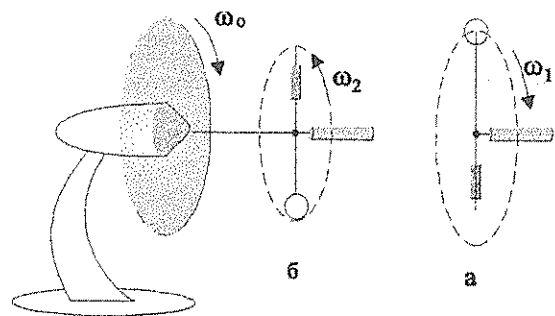


Рис.2

Одно из этих направлений (рис.2,а) совпадает с направлением вращения лопастей вентилятора, другое направление (рис.2,б) - прямо противоположное. Этот, легко повторяемый опыт, позволяет проводить аналогию, объясняющую циркуляцию воздуха вокруг крыла [4, с.214-215].

Схема данного демонстрационного индикатора позволяет использовать его не только для определения направления движения токов газа, но и (меняя размеры плеча) приблизительно оценивать размеры вихрей, а сменными приемниками давлений разнообразить демонстрационные эксперименты. Именно этому и посвящается вторая демонстрация.

Как известно, традиционным подтверждением эффекта Магнуса являются различного рода тела, приводимые во вращение тем или иным способом [1, с.480] и летающие «не по правилам» [4, с.403].

Закрепляя на конце индикатора свободно вращающийся в потоке воздуха [5, с.182] вокруг оси 4 (рис.1) вингродор, сочетающий свойства обычной вертушки (ветроколеса) со свойствами вращающегося цилиндра, на который, естественно, действует динамическая подъемная сила, связанная с эффектом Магнуса, мы заставляем индикатор вращаться

вокруг оси 6 (рис.1) и превращаем его в оригинальный ветродвигатель с двумя осями вращения (рис. 3).

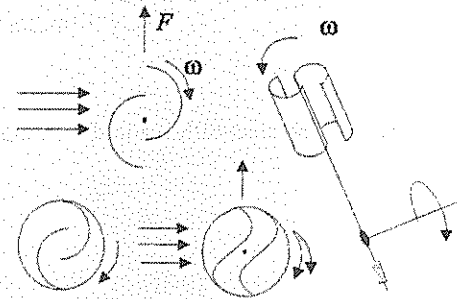


Рис.3

Таким образом, предложенная конструкция индикатора позволяет наглядно и без больших материальных затрат проводить как экспериментальное изучение движения газовых струй, создаваемых любыми способами, так и производить качественную оценку новых вариантов ветродвигателей.

Библиографический список

1. Поль Р.В. Механика, акустика и учение о теплоте. М., 1971.
2. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Проблемы гидродинамики и их механические модели. М., 1973.
3. Прандтль Л. Гидромеханика. М., 1946.
4. Путилов К.А. Курс физики. М., 1962. Т.1.
5. Красноперов Е.В. Экспериментальная аэродинамика. М., 1935.

ON SOME AEROYNAMICS DEMONSTRATIONS IN GENERAL PHYSICS COURSE

B.N. Kondrashov, V.G. Madox, E.B. Bychkunova

Saratov State University

To show some phenomena in gas streams the simple indicator is designed.

УДК 621.1

РОТОРНЫЙ ВЕТРОДВИГАТЕЛЬ С ДВУМЯ ПЕРЕСЕКАЮЩИМИСЯ ОСЯМИ ВРАЩЕНИЯ (ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ МОДЕЛЬ ОБУЧЕНИЯ)

Б.Н. Кондрашов, И.Ю. Антонов

Саратовский государственный университет

Рассматривается пример реализации исследовательской модели обучения на примере изучения аэродинамических характеристик роторного ветродвигателя с двумя степенями свободы.

Исследовательская модель обучения должна моделировать процесс научного исследования. При этом обучаемый ставится в ситуацию, когда он сам овладевает набором нужных знаний, подходов и решений той или иной проблемы. Если разбить поставленную задачу на три блока: ПРОБЛЕМА - МЕТОД РЕШЕНИЯ - РЕШЕНИЕ, то, в зависимости от степени самостоятельности обучаемого в процессе реализации каждого блока, принято подразделять исследовательское обучение на три уровня [1].

Первый соответствует самостоятельному решению задачи при постановке проблемы и предложенный методов её решения преподавателем. На втором уровне преподаватель только ставит проблему, оставляя за студентом выбор метода и путей решения. И, наконец, третий высший уровень, - всё, от постановки проблемы до её решения, осуществляется самим студентом.

Такая трехуровневая классификация не является жесткой и в процессе обучения возможна её коррек-

тировка, при этом меняется роль преподавателя: от лидера, до консультанта и оппонента.

Реализацию модели исследовательского обучения рассмотрим на примере задачи аэродинамики, которую можно отнести ко второму уровню, со следующей последовательностью шагов:

- формулировка проблемы;
- выдвижение гипотез;
- сбор и оценка имеющихся гипотез (выбор схемы установки, техническая реализация проекта, данных; выработка методики измерений; получение экспериментальных данных);
- экспериментальная проверка гипотезы;
- обобщение результатов эксперимента;
- выводы.

Роль самостоятельности студента постепенно возрастает от пункта к пункту.

В этой задаче проблема заключалась в экспериментальной проверке предположения, высказанного одним из авторов, о возможности использования в качестве ветродвигателя роторных устройств с двумя степенями свободы [2]. Для реализации этой задачи был изготовлен действующий макет установки, принципиальная схема которой изображена на рис. 1 (а – ветродвигатель; б – геометрия ротора ветродвигателя; 1 – ротор; 2 – горизонтальная ось; 3 – тормозной механизм; 4 – датчик частоты вращения горизонтального вала; 5 – противовес; 6 – вертикальный вал; 7 – датчик частоты вращения ротора). Ветроустройство выполнено по однороторной схеме, со свободно вращающимся на вертикальной оси винг-ротором. Вертикальная ось жестко связана с горизонтальной, снабженной тормозным механизмом. Винг-ротор представляет собой двухлопастную конструкцию (рис. 1,б). Каждая лопасть – полуцилиндр радиуса $R = 15$ мм с просветом между внутренними кромками $\delta = 15$ мм. Высота ротора – 180 мм. Ротор снабжен концевыми шайбами диаметром $D = 80$ мм.

Контроль за частотой вращения ротора и горизонтального вала осуществлялся электронным час-

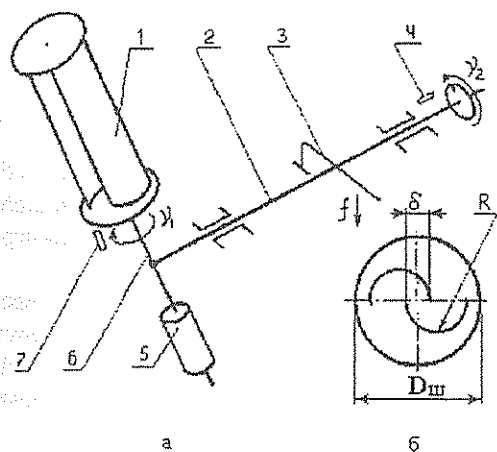


Рис. 1

томером от бесконтактных датчиков. Испытания проводились в аэродинамической трубе с диаметром выходного сопла 1,007 м. Скорость потока в трубе изменялась в пределах от 3,5 до 20 м/с.

Контроль скорости v осуществлялся по перепаду давлений между рабочей частью трубы и форкамерой с помощью жидкостного манометра ММН-1. Начальная турбулентность потока равнялась 1,5%. Ниже приводятся некоторые результаты, полученные в ходе эксперимента.

На рис.2 изображен график зависимости частоты вращения ротора v_1 от скорости потока v при закрепленной горизонтальной оси.

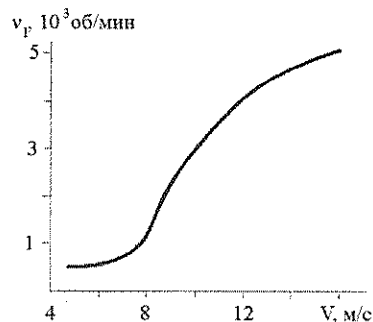


Рис.2

На рис.3 показан график зависимости частоты вращения ротора v_1 и частоты вращения горизонтальной оси v_2 от скорости потока v при отсутствии нагрузки на горизонтальную ось.

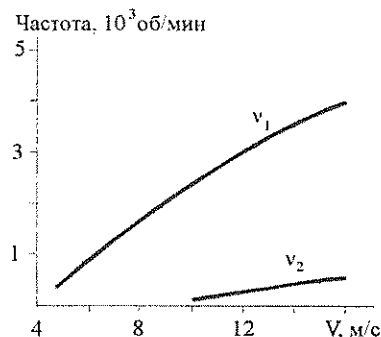


Рис.3

Наконец, на рис.4 представлен график зависимости частоты вращения ротора и горизонтальной оси от относительной нагрузки f/f_{min} на горизонтальную ось при фиксированной скорости потока равной 15 м/с.

Относительная нагрузка f/f_{min} определяется конструктивными особенностями тормозного механизма.

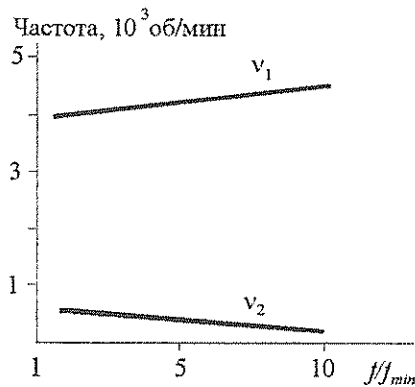


Рис.4

Основываясь на результатах эксперимента и предварительных расчетов, можно сделать вывод о работоспособности данной схемы ветродвигателя и определить границы его использования в качестве привода для тихоходных (с учетом малой скорости вращения горизонтального вала) механизмов или как устройства для перемешивания жидкостей и газов.

Отличительной особенностью данной схемы ветродвигателей является отсутствие разобщающего механизма между горизонтальным валом и исполнительным механизмом. Это возможно, поскольку

свободновращающийся ротор начинает движение практически при любых, реально существующих скоростях ветра, а горизонтальный вал - после набора ротором необходимого (для данной нагрузки) числа оборотов.

Вышеизложенное позволяет считать, что проблема поставленная в данной задаче исследовательской модели обучения была решена. Дальнейшие исследования в области ветродвигателей данной схемы продолжены на полноразмерной исследовательской установке.

Библиографический список

1. Кларин М.В. Инновации в обучении. Метафоры и модели. М., 1997.
2. Кондрашов Б.Н., Медокс В.Г., Бычкунова Е.Б. // Вопросы прикладной физики. Саратов, 1999. Вып.5. С. 23-24.

SLOW-SPEED WINDMILL WITH TWO MUTUALLY DISJOINT AXISES OF ROTATION (RESEARCH LEARNING MODEL)

B.N. Kondrashov, Y.A. Antonov

Saratov State University

Example of implementation learning model representing the research aerodynamic properties of slow-speed windmill with two degree of freedom is considered.

УДК 530.1

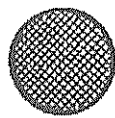
ДЕМОНСТРАЦИОННЫЕ ОПЫТЫ ПО ЭЛЕКТРОСТАТИКЕ В КУРСЕ ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

Б.Н. Кондрашов, Е.Б. Бычкунова, В.Г. Медокс

Саратовский государственный университет

Рассматриваются демонстрационные опыты движения пробных тел оригинальной конструкции в электрических полях.

За последнее столетие демонстрационные опыты по электростатике не претерпели сколь угодно больших изменений. В то же время, демонстрации с движущимися пробными телами всегда вызывают у аудитории интерес и оживление. Ни же приводятся несколько оригинальных конструкций пробных зарядов, позволяющих расширить круг демонстраций по движению свободных тел в электрических полях.



а



б

Рис.1

Первая конструкция (рис. 1,а) представляет собой металлизированный пенопластовый шарик, технология металлизации которого весьма проста: заготовку пенопластового шарика покрывают тонким слоем клея и присыпают алюминиевой пудрой.

Вторая конструкция, так называемой "Розетки" - обручи, склеенные из отдельных полосок тонкой алюминиевой фольги или металлизированной полимерной пленки (рис. 1,б).

Диаметры таких пробных тел колебались в пределах от 10 до 70 мм. Электрическое поле может быть создано наэлектризованными пластмассовыми пластинами или стержнями. Роль второй обкладки играет кусок металлической фольги.

Ниже приводятся некоторые демонстрационные опыты с описанными пробными телами.

1. Прыжки пробных тел

На лабораторный стол кладут металлический лист 1 (рис.2), на который помещают пробное тело. Заряжают трением пластмассовую пластину или стержень 2 (рис.2) и подносят к пробному телу.

Подбирая расстояние между источником электростатического поля и металлической пластиной и их взаимное положение, добиваются устойчивых прыжков пробного тела между пластинами (рис. 2).

2. Прыжок пробного тела с дальнейшим перекачиванием его по верхней пластине

Опыт отличается от предыдущего несколько большим расстоянием между пластинами и иным наклоном верхней пластины по отношению к нижней, которые подбираются опытным путём (рис. 3).

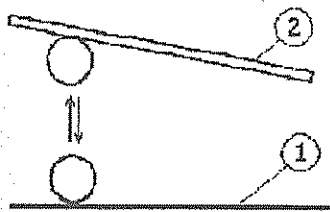


Рис. 2

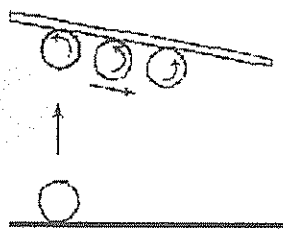


Рис. 3

3. Зависание пробного тела

Увеличивая расстояние между заряженной и ме-

таллической пластинами, можно добиться плавного отрывания пробного тела от нижней пластины и его зависания (рис. 4).

Этот опыт требует от исполнителя хорошей реакции, поскольку зависание предполагает достаточно умелое перемещение верхней пластины по отношению к зависшему телу.

4. Подъём по вертикальной "стенке"

Если наэлектризованную пластину поставить перпендикулярно на металлическую, то пробное тело будет подниматься ("вползать") на эту вертикальную "стенку" (рис. 5).

Опыты необходимо проводить в сухом помещении, тогда удастся добиться подъёма пробных тел на высоту 15-30 см.

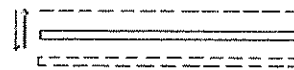


Рис. 4

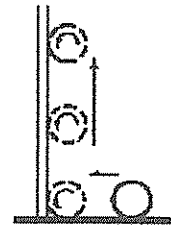


Рис. 5

При разъяснении физики этих демонстраций необходимо учитывать не только кулоновские силы, но и силы упругости. Более детально механизм взаимодействия пробных тел с обкладками можно пояснить, используя метод заряженных поплавков [1].

Библиографический список

1. Кондрашов Б.Н., Медокс В.Г., Клочков М.А. // Вопросы прикладной физики. Саратов, 1999. Вып.5. С. 21-23.

LECTURE DEMONSTRATIONS ON ELECTROSTATICS IN HIGH SCHOOL GENERAL PHYSICS COURSE

B.N. Kondrashov, E.B. Bychkunova, V.G. Madox

Saratov State University

It is discussed the lecture demonstrations on some kind of test particle movements in electric fields.

ВИЗУАЛЬНЫЙ МЕТОД НАБЛЮДЕНИЯ ИСКРИВЛЕНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ В ОТРАЖЕННЫХ ЛУЧАХ

Б.Н. Кондрашов, Е.Б. Бычкунова, М.А. Клочков

Саратовский государственный университет

Предлагается простой метод наблюдения статике и динамики искривления двумерных поверхностей в отраженных лучах света.

Суть данного метода заключается в возможности наблюдать искривления двумерных поверхностей в отраженных лучах света путем проецирования на эти поверхности плоских геометрических фигур, линий или системы линий. Так, проецируя светом плоский треугольник на внутреннюю или наружную поверхность сферы (или её фрагмента), можно наблюдать искажения изображения такого треугольника и, таким образом, демонстрировать примеры неевклидовой геометрии. Проецируя лучами 1 (рис. 1) на двумерную поверхность 4 координатную сетку или систему параллельных линий 2 (можно использовать и экран с соответствующей системой щелей), по искажениям в отраженных лучах 3 прямых линий можно судить об искривлении самой поверхности 4.

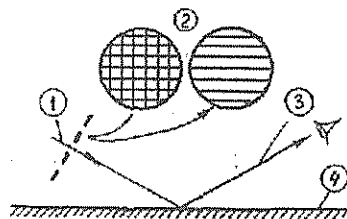


Рис.1

На рис. 2, а приведено изображение прямоугольной сетки, спроецированной на плоскую поверхность, а на рис 2, б - на искривленную. Если же отражающая поверхность является поверхностью жидкости, то можно наблюдать искривление такой поверхности, например, при отрыве от неё смачиваемого данной жидкостью диска (рис. 2, в). Рис.2

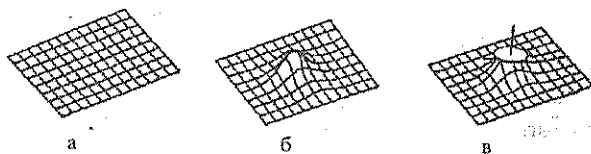


Рис.2

Поверхность жидкости, выступая в качестве отражающей свет поверхности, позволяет наблюдать не только статику, но и динамику искривлений поверхности. На рис. 3, а показано искривление системы параллельных линий, спроецированных на поверхность жидкости, по которой плавает тело круглой формы (поплавок), а на рис. 3, б - искривление от двух поплавков. Если такие поплавки не слишком далеки друг от друга, то под действием сил поверхностного натяжения они начнут двигаться относительно друг друга (сближаться или расходиться, в зависимости от взаимного смачивания или несмачивания [1]).

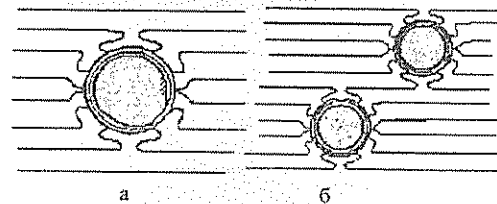


Рис.3

На рис. 4 показана динамика изменения формы одной из спроецированных на поверхность жидкости линий при сближении поплавков.

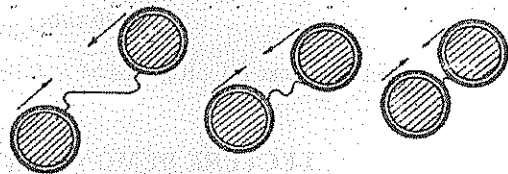


Рис.4

Несмотря на простоту, предложенный метод позволяет визуально наблюдать различного рода искривления поверхности - деформации, динамику деформаций, а также демонстрировать роль промежуточной среды при взаимодействии тел, моделировать различные поля. Наряду с этим он может служить подспорьем в развитии у обучаемых студентов ассоциативного мышления.

Библиографический список

1. Гольдгаммер Д.А. Курс физики. Пг., 1917.

VISUAL METHOD FOR OBSERVATION OF TWO-DIMENSIONAL IMAGE FIELD CURVATURE BY REFLECTED LIGHT BEAMS

B.N. Kondrashov, E.B. Bychkunova, M.A. Klochkov

Saratov State University

The simple method for observation of two-dimensional image field curvature by reflected light beams is suggested.

ИЗМЕРЕНИЕ ВНУТРЕННЕГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ГАЛЬВАНИЧЕСКОГО ЭЛЕМЕНТА

М. А. Старшов

Саратовский государственный университет

Предлагается лабораторная работа по исследованию источников тока различных типов как в вузовском практикуме, так и в средней школе.

Внутреннее сопротивление источника тока представляет собой один из важнейших параметров, от которого зависит сила тока в цепи, а также коэффициент полезного действия элемента.

Анализ многочисленных руководств по физическому практикуму различных вузов приводит к выводу, что в большинстве случаев есть лабораторные работы по измерению электродвижущей силы источника, тогда как исследованию внутреннего сопротивления практически не уделяется внимания.

Обе эти величины могут быть измерены с помощью простого и поучительного способа, если закон Ома для полной цепи $J = \epsilon / (R + r)$ представить в слегка измененном виде:

$$\frac{1}{J} = (1/\epsilon)R + r/\epsilon,$$

где J - ток; ϵ - ЭДС; R - сопротивление внешней цепи (нагрузка); r - внутреннее сопротивление.

На графике зависимость J^{-1} от R (рис.1) - прямая линия с наклоном, определяемым из условия

$$\operatorname{tg} \alpha = \Delta(1/J) / \Delta R = 1/\epsilon.$$

Таким образом, сразу определяется ЭДС источника тока ϵ . Прямая на рис.1 проходит через точку $(J^{-1})_0 = r/\epsilon$ на оси ординат, что и позволяет найти внутреннее сопротивление r :

$$r = (\Delta R / \Delta(1/J)) (1/J)_0.$$

Электрическая схема установки для проведения такого исследования проста и доступна (рис.2).

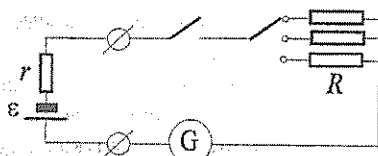


Рис.2

В качестве измерителя силы тока G удобно использовать достаточно чувствительный гальванометр или микроамперметр с нулем посредине шкалы и со сменными шунтами.

Достоинство предлагаемого метода, помимо простоты, состоит еще и в том, что уже три нагрузочных сопротивления позволяют убедиться в линейном характере зависимости, и, кроме того, дает возможность познакомиться с одним из многих приемов обработки первичных результатов для получения новой информации, которые помогают физикам в экспериментах.

В отличие от измерения с помощью потенциометра и мостовой схемы [1], в данном случае нет ограничений на величину внутреннего сопротивления, так что возможно исследование и аккумуляторов с малым значением этого параметра.

В заключение следует отметить, что эта схема может использоваться и для решения следующей экспериментально-расчетной задачи: *при каком включении двух одинаковых элементов можно получить больший ток в одной и той же нагрузке?*

Если оба элемента включить последовательно, зависимость обратной величины силы тока от нагрузки будет иметь вид прямой 1 (рис.3), тогда как при параллельном соединении - вид прямой 2. Абсцисса точки пересечения этих прямых соответствует внутреннему сопротивлению обоих элементов, а их различие скажется на точках пересечения прямых с осью ординат.

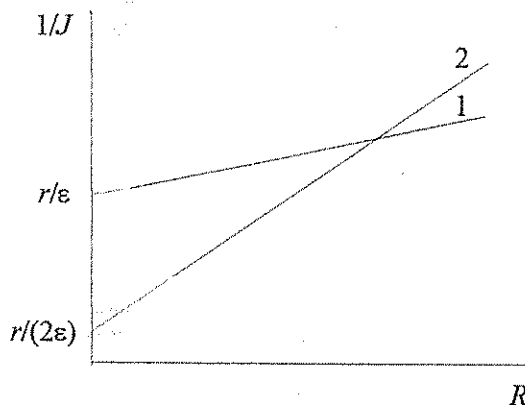


Рис.3

Библиографический список

1. Физический практикум. Электричество и оптика / Под ред. проф. В. И. Ивероновой. М., 1968.

MEASURING OF GALVANI ELEMENT INTERNAL RESISTIVITY

M.A. Starshov

Saratov State University

It is described the laboratory work on the investigation of some kinds of electric stationery current for both high and secondary schools.

УДК 621.1

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Д.Е. Табулин, В.Н. Шевцов

Саратовский государственный университет

Описывается программа компьютерного моделирования двумерных оптических систем в рамках приближения геометрической оптики. Программа рекомендуется для применения в учебной и конструкторской практике.

Законы и задачи геометрической оптики являются важнейшими составляющими курса общей физики. Для практического усвоения законов и решения задач геометрической оптики наиболее часто применяется графический метод.

Успешное и правильное решение задач этого типа в значительной мере ограничено погрешностью геометрических построений. Решавшие оптические задачи графическим методом хорошо знают, что даже небольшая ошибка в построении светового луча может принципиально изменить результат решения.

Геометрические построения в оптике являются трудоемким и кропотливым занятием, требующим незаурядного терпения, трудолюбия и концентрации внимания. В конечном итоге это приводит к тому, что учащиеся не в состоянии решить достаточное для хорошего усвоения программы число оптических задач. Между тем современные средства компьютерной графики и программирования помогают в значительной степени решить проблему.

В работе представляются функциональные возможности и принципы построения программы компьютерного моделирования и визуализации хода световых лучей в двумерных оптических системах практически любой структуры. Применение широко распространенной среды визуального программирования DELPHI и методов объектно-ориентированного программирования помогло создать программный продукт с наглядным интерфейсом, удобным для пользователя.

Предлагаемая версия программы предназначена для проведения анализа двумерных (плоских и осесимметричных) оптических систем, составленных из следующих элементов:

1. Точечный источник света.
2. Плоское зеркало.
3. Сферическое зеркало.
4. Линзы.

Анализируемая оптическая система составляется из необходимого количества перечисленных элементов, каждый из которых имеет определенные координаты и наделяется индивидуальными свойствами.

Источники света представляют собой точку, из которой выходит направленный луч (или два), направление которого легко меняется в интервале от 0 до 360 градусов.

Плоские зеркала имеют две поверхности: одну отражающую и вторую полностью поглощающую все падающие на нее лучи. Предусмотрена возможность изменения угла наклона в интервале от 0 до 360 градусов, а также размера.

Сферические зеркала могут быть как вогнутыми, так и выпуклыми. Как и в случае плоских зеркал, у сферических одна поверхность отражающая, другая поглощающая. Изменение радиуса кривизны влечет за собой изменение фокусного расстояния, что сказывается на оптических свойствах зеркал. Форма зеркал меняется за счет изменения длины рабочей поверхности и ее ориентации.

Линзы подразделяются на виды - тонкие и толстые.

Тонкие линзы. При их использовании существует возможность изменения основных параметров - геометрических (размера) и оптических (фокусного расстояния). Для удобства наблюдения за траекторией луча можно при желании установить отображение главной оптической оси и фокальных плоскостей.

Толстые линзы. Все имеющиеся в данном конструкторе толстые линзы можно разделить на три группы. При этом они имеют:

- а) разные по знаку радиусы кривизны поверхностей: двояковыпуклые и двояковогнутые;
- б) плоскую поверхность: выпукло-плоскую и плоско-выпуклую, вогнуто-плоскую и плоско-вогнутую;

в) одинаковые по знаку радиуса кривизны выпукло-вогнутые и вогнуто-выпуклые с толщиной по оси большей, чем по краям; выгнуто-выпуклые и выпукло-вогнутые с толщиной по оси меньшей, чем по краям (мениски).

Интерфейс программы позволяет легко менять свойства каждого элемента не только путем непосредственного ввода их числовых значений, но и с помощью мыши. Это существенно упрощает процесс перебора различных комбинаций положений элементов.

Работа с программой может происходить в двух режимах. В режиме *конструирования* на рабочем поле размещаются все необходимые элементы, которые наделяются требуемыми свойствами. Ход лучей отображается сразу же, если до этого на столе был помещен источник света. Отметим, что для наглядности возможно отображение как действительных лучей, так и их продолжений (для построения мнимых изображений).

Режим конструирования не всегда удобен, особенно при большом количестве элементов. В таком случае применяется режим *выполнения сценария*. Сценарий предварительно готовится на отдельной форме. Здесь указывают, какие оптические элементы, и в каком количестве будут входить в будущую оптическую схему. Затем выбирают основной элемент, относительно которого задаются координаты всех других, после чего указываются их индивидуальные свойства. После этого запускают сценарий на выполнение, в результате чего на рабочем столе все элементы устанавливаются в строгом соответствии заданным характеристикам и отображается ход лучей.

В программе имеется система сохранения параметров любой составленной конструкции в виде

файла сценария с полной информацией обо всех элементах. Сохранив такой файл, пользователь имеет возможность продолжить анализ системы.

Полезным свойством рабочего стола конструктора является возможность масштабирования, т.е. можно задать подходящий масштаб отображения элементов на столе. Изменение масштаба является целесообразным, если геометрические размеры элементов настолько велики, что эти элементы не помещаются в окне программы. Возможна также установка наиболее подходящих единиц измерения рабочего стола. Для отслеживания траекторий лучей на больших расстояниях предусмотрена возможность изменять длину и ширину самого рабочего стола, а также изменять границы области просмотра – прокрутка (скроллинг).

В данной программе существуют также инструменты, полезные для анализа результатов построения. Это – линейка и угломер. Линейка позволяет определять расстояние между двумя зафиксированными точками, причем результат выдается в установленных единицах измерения. Угломер позволяет измерять углы, которые образуются тремя точками. Одна фиксирует вершину угла, а две другие – стороны.

Какие же конкретные задачи можно решать, используя оптический конструктор?

Во-первых, с его помощью можно наглядно и просто показать отдельные положения геометрической оптики, эффективно решить широкий круг задач, в том числе графически представить возникновение аберраций в оптических системах.

Во-вторых, его можно с успехом использовать при анализе конструкций реальных оптических систем с целью их оптимизации.

COMPUTER MODELING OF OPTICAL SYSTEMS

D.E. Tabulin, V.N. Shevtsov

Saratov State University

The program of computer modelling of two dimension optical systems by the geometrical optics approach is presented. The program is recommended to apply in educational and design practice.

ТЕСТИРУЮЩАЯ И ОБУЧАЮЩАЯ ПРОГРАММА ПО ТЕПЛОФИЗИКЕ

О.Е. Глухова, А.И. Жбанов

Саратовский государственный университет

А.В. Прохоров

Vega International, New York, USA

С целью самопроверки и самостоятельного освоения студентами некоторых разделов теплофизики (конвективного теплообмена и теплообмена при кипении) разработана программа LABCONV для персональных компьютеров типа IBM в среде Windows и DOS.

Известен ряд учебных пособий, например [1-3], по теории теплообмена конвекцией, предназначенных для студентов, специализирующихся в области теплофизики, теплоэнергетики, прикладной физики. Как правило, в учебных пособиях присутствует теоретический материал и ряд контрольных вопросов и упражнений для его закрепления. Однако подобное средство обучения предполагает самостоятельную работу студентов и по освоению и по контролю знаний.

Авторы предлагают программу LABCONV тестирования и обучения студентов конвективному теплообмену. Разработанная программа позволяет работать студентам в диалоговом режиме. Она подразумевает тестирование и обучение.

Тестирование заключается в ответах на вопросы по теории конвективного теплообмена и решении упражнений. Предполагается, что на момент выполнения заданий студенты прослушали специальный курс по основам теплообмена.

Обучающая часть программы позволяет корректировать и восполнять недостатки в теоретическом материале в случае неудовлетворительного результата выполнения экзаменующей части.

Предлагаемая программа является очень актуальным на сегодняшний день средством контроля знаний студентов, в связи с широким распространением тестирования в качестве экзамена.

Область действия программы LABCONV охватывает методы расчета конвективного теплообмена и теплообмена при кипении. С помощью программы LABCONV студенты могут:

- проверить свои знания, выполнив экзаменационную работу;

- воспользоваться обучающей справочной системой;
- применить автоматизированную систему решения задач.

Тестирующая часть программы LABCONV заключается в выборе правильных ответов из предлагаемых. Экзаменуемому предлагается ответить на 7 вопросов, выбранных случайным образом программой из имеющихся 25 вопросов. При этом тестируемому предлагается выбрать один из 4 ответов, представляющий ему правильным. Три неверных ответа также программой случайно выбираются из существующих 5 неверных ответов. Проверочное задание оценивается по следующей схеме: 7 верных ответов - 5 баллов; 6 верных ответов - 4 балла; 5 верных ответов - 3 балла; менее 5 верных ответов - 2 балла.

Обучающая справочная система LABCONV предоставляет возможность найти правильные ответы на вопросы, вызвавшие затруднение, а также самостоятельно освоить теоретический материал. Для этого в программу LABCONV встроена справочная система, охватывающая теоретический материал, необходимый для усвоения данного лекционного курса и успешной сдачи зачета.

Для систематизации и закрепления полученных с помощью справочной системы знаний программа обеспечивает решение курса задач по конвективному теплообмену и теплообмену при кипении. Результаты решения выводятся как в цифровом, так и в графическом режиме. Программа LABCONV занимает до 301 КБайт ОЗУ и функционирует на персональных компьютерах типа IBM в среде Windows и DOS с EGA или VGA мониторами.

Библиографический список

1. Дульнев Г.Н., Парфенов В.Г., Сигалов А.В. Применение ЭВМ для решения задач теплообмена. М., 1990.
2. Дульнев Г.Н. Тепло - и массообмен в радиоэлектронной аппаратуре. М., 1984.
3. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. М., 1979.

TEST AND EDUCATION PROGRAM ON TOPICS OF HEAT AND MASS TRANSFER

O.E. Glukhova, A.I. Zhanov

Saratov State University

A.V. Prokhorov

Vega International, New York, USA

To test the students and to study the topics of heat and mass transfer course the computer program named "LABCONV" is made for using at PC/AT (for WINDOWS or DOS).

**МЕТОД ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ
НЕФИЗИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ ПО КУРСУ ОБЩЕЙ ФИЗИКИ**

В.В. Новоселов, С.В. Овчинников

Саратовский государственный университет

Обосновывается необходимость самостоятельной работы по физике студентов нефизических специальностей. Рекомендуется осуществлять ее в связи с работой студентов в физическом практикуме. Даются рекомендации по индивидуальной работе со студентами.

Работа лектора со студентами нефизических специальностей при изучении курса общей физики связана, как правило, с рядом трудноразрешимых проблем.

Прежде всего, они определяются формальными причинами, какими являются явное несовпадение объема программ курса с лекционным временем, отведенным для его изложения согласно учебным планам указанных специальностей. Недавнее приведение учебных планов в соответствие с государственным образовательным стандартом улучшило соотношение между указанными факторами, но не сняло проблемы полностью в условиях, когда значительная часть лекций в семестре может не состояться по различным причинам, которые роднит лишь их общая непредсказуемость.

Другая проблема имеет неформальный характер. Она состоит в том, что многие студенты нефизических специальностей изначально имеют плохую подготовку по физике. Причина состоит в том, что физика в последнее время исключена из списка приемных экзаменов многих естественных специальностей. Поэтому опереться на школьные знания для того, чтобы фрагментарно излагать в курсе лишь «университетскую» физику, уменьшив таким способом объем программ, невозможно. Студенты не осваивают курс с такими программами.

Не лучший, но часто встречающийся выход из этих проблем состоит в том, чтобы прочесть в конце семестра несколько дополнительных (внеплановых) лекций, а ряд не уместившихся разделов исключить из экзаменационной программы.

Другой выход, учитывающий действительную необходимость проблем, состоит в заблаговременном вынесении части теоретического курса на самостоятельное изучение, сопровождающееся индивидуальной работой со студентами.

Такую работу по ряду причин удобнее всего проводить в физическом практикуме.

Именно в практикуме можно не только найти место для индивидуальной работы, но и привлечь к ней, кроме лектора, преподавателей, составляющих его «бригаду». Другое достоинство работы со студентами в практикуме заключается в возможности объединения самостоятельной работы по изучению отдельных разделов курса физики с подготовкой к выполнению соответствующих им лабораторных работ. При этом подготовка становится более качественной, а ограниченный список лабораторных работ - обязательным для каждого студента.

Совокупность разделов, выносимых на самостоятельное изучение, в их соответствии с выполняемыми лабораторными работами, объявляется студентам на первом занятии в практикуме. Рекомендуются учебные пособия для самостоятельной работы. Предлагаются консультации преподавателей, ведущих занятия в учебных группах. Объявляется порядок, согласно которому отчет по лабораторной работе сопровождается отчетом по теме самостоятельно изученного раздела.

В семестре преподаватель предварительно знакомится с конспектом, самостоятельно составленным студентом по каждому изученному разделу, оценивает его полноту и качество, при необходимости рекомендует изменения или дополнения, дает консультации.

В ходе отчета преподаватель задает вопросы как по материалам изучаемого раздела, так и собственно лабораторной работе. По окончании семестровой работы студент получит зачет, одновременно свидетельствующий о выполнении цикла лабораторных работ и о завершении самостоятельной работы. Самостоятельно составленные конспекты, наряду с лекционными, рекомендуются ему для подготовки к сессионному экзамену. При этом программа экзамена образуется объединением разделов лекционного курса и вынесенных на самостоятельное изучение.

Если, вопреки ожиданиям, семестр сложился удачно, т.е. лекций пропало сравнительно мало, а на самостоятельное изучение соответственно были вынесены «лишние» разделы, то это положение легко исправить двумя способами.

Во - первых, часть оказавшихся «лишними» разделов после их самостоятельного изучения можно снова предложить в лекционном курсе. Результат лекционного изложения наверняка будет лучше результатов самостоятельного изучения, да и повторение, как известно, - мать учения.

Во - вторых, сохранившееся лекционное время можно использовать для того, чтобы более детально и доходчиво изложить «тонкие» моменты лекционного курса, что особенно полезно для студентов нефизических специальностей.

Представленный метод был сформирован и апробирован в течение ряда лет работы со студентами геологического факультета Саратовского госуниверситета. Авторы выражают надежду, что он будет полезен и другим преподавателям вузов.

INDEPENDENT WORK ORGANIZATION METHOD THE STUDENTS OF UNPHYSICAL SPECIALITIES ON THE COMMON PHYSICS COURSE

V.V. Novosylov, S.V. Ovchinnikov

Saratov State University

The necessity of independent work on physics of the students of unphysical specialties is proved. It is recommended to carry out it in connection with the work of the students in physical practical work. The recommendations for individual work with the students are given.

УДК 530.1

ПРОГРАММЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ НЕФИЗИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ ПО КУРСУ ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

В.В. Новоселов, С.В. Овчинников

Саратовский государственный университет

Представлены конкретные программы самостоятельной работы студентов по изучению фрагментов курса общей физики, связанные с выполнением цикла лабораторных работ в физическом практикуме.

Представленные здесь программы соответствуют предложениям, сделанным в [1], и двухсеместровому изучению курса общей физики, когда в первом семестре изучаются его части «Механика» и «Молекулярная физика и термодинамика», а во втором - «Электричество и магнетизм», «Оптика», «Атомная и ядерная физика». Названия разделов, выносимых на самостоятельное изучение, в тексте планов выделены заглавными буквами. При первоначальном ознакомлении студентов с этими планами полезно давать уточнения, которые в тексте планов заключаются в круглые скобки.

План работы в первом семестре включает в себя темы:

1. ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА. Плотность. Кинематика твердого тела (его поступательное, вращательное и сложное движение). Вращение тела вокруг неподвижной оси (связь между угловой и линейными скоростями его элементов). Уравнение моментов (момент импульса, момент силы, связь между ними). Закон сохранения момента импульса. Момент инерции и момент импульса. Кинетическая энергия твердого тела [2,3].

Лабораторная работа «Измерение моментов инерции тел» [3].

2. КИНЕМАТИКА И ДИНАМИКА КОЛЕБАНИЙ. Гармоническое колебание. Амплитуда, частота, период и фаза колебаний. Смещение, скорость и ускорение при гармоническом колебании. Сложение колебаний. Дифференциальное уравнение свободных гармонических колебаний. Математический и физический маятники. Затухающие колебания. Вынужденные колебания. Резонанс. [2,3].

Лабораторная работа «Исследование колебаний пружинного маятника» [3].

3. УПРУГИЕ ВОЛНЫ. ЗВУК. Волны поперечные и продольные. Длина волны. Уравнение бегущей волны. Интерференция волн. Стоячие волны. Звуковые волны. Распространение звука в газе, жидкости и твердых телах. Ультразвук и инфразвук. Явление Допплера. [2,3].

Лабораторная работа «Измерение скорости звука в воздухе» [3].

4. ДЕФОРМАЦИЯ ТЕЛ. Напряжение и деформация. Закон Гука и его следствия. Закон Гука для деформаций растяжения и сдвига. Энергия упругой деформации. [2,3].

Лабораторная работа «Измерение модулей упругости» [3].

5. МОЛЕКУЛЯРНЫЕ СИЛЫ В ЖИДКОСТЯХ. Силы взаимодействия между молекулами. Поверхностная энергия. Поверхностное натяжение. Давление под изогнутой поверхностью жидкости. Смачивание. Капиллярные явления. [2,4].

Лабораторная работа «Определение коэффициента поверхностного натяжения жидкостей» [4].

6. ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА. Перенос импульса (внутреннее трение), массы (диффузия) и теплоты (теплопроводность). [2,4].

Лабораторная работа «Определение коэффициента внутреннего трения газов, средней длины свободного пробега и эффективного диаметра молекул воздуха» [4].

План работы во втором семестре включает в себя темы:

1. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК. Перенос заряда, сила и плотность тока. Закон Ома в дифференциальной форме. Электродвижущая

- сила. Закон Ома для участка цепи. Зависимость сопротивления металлов от температуры. Суперпроводимость. Правила Кирхгофа. Закон Джоуля - Ленца в дифференциальной форме. [5,6].
Лабораторная работа «Измерение сопротивлений при помощи моста постоянного тока» [6].
2. ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК. Квазистационарные токи. Закон Ома для цепи переменного тока с активным, емкостным и индуктивным сопротивлениями. Мощность переменного тока. [5,7].
Лабораторная работа «Изучение закона Ома для цепи переменного тока» [7].
3. ЭЛЕМЕНТЫ ЗОННОЙ ТЕОРИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ. Понятие об уровнях энергии и энергетических зонах в твердом теле. Классификация твердых тел по электропроводности на основе зонных представлений. Контактная разность потенциалов. Полупроводники. Собственная и примесная проводимости полупроводников. Р - п переход. Полупроводниковый диод. [6,8].
Лабораторная работа «Изучение работы полупроводниковых диодов и полупроводниковых выпрямителей» [6].
4. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА. Когерентные источники света. Оптическая разность хода. Интерференция света от двух когерентных источников. Интерференция в тонких пластинах. [5,9].

Лабораторная работа «Определение длины волны света при наблюдении колец Ньютона» [9].

5. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА. Принцип Гюйгенса - Френеля. Зоны Френеля. Дифракция Френеля на круглом отверстии. Дифракция Фраунгофера. Дифракционная решетка. Дифракционный спектр. Дисперсия и разрешающая способность решетки. Дифракция рентгеновских лучей. Формула Вульфа - Брегга. [5,9].
Лабораторная работа «Измерение длины волны с помощью дифракционной решетки» [9].
6. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СВЕТА С ВЕЩЕСТВОМ. Дисперсия света. Дисперсия вещества. Нормальная и аномальная дисперсия. Понятие об электронной теории дисперсии и объяснение дисперсионных явлений. [5,9].
Лабораторная работа «Определение показателя преломления жидкости при помощи рефрактометра ИРФ - 22» [9]. Упомянутые в планах лабораторные работы и образуют два обязательных семестровых списка, которые по мере надобности могут быть дополнены другими лабораторными работами, не связанными с самостоятельной работой.

Библиографический список

1. В.В. Новоселов, С.В. Овчинников // Вопросы прикладной физики. Саратов, 1999. Вып. 5. С. 33-34.
2. Савельев И.В. Общий курс физики. М., 1977. Т.1.
3. Физический практикум. Механика. Саратов, 1988. Ч.1.
4. Физический практикум. Молекулярная физика. Саратов, 1993.
5. Савельев И.В. Общий курс физики. М., 1978. Т.2.
6. Физический практикум. Ч.1. Электричество и магнетизм. Саратов, 1988.
7. Физический практикум. Ч.2. Электричество и магнетизм. Саратов, 1987.
8. Савельев И.В. Общий курс физики. М., 1979. Т.3.
9. Руководство к лабораторным работам по курсу общей физики. Оптика. Саратов, 1987. Вып.2,4.

THE INDEPENDENT WORK PROGRAMS FOR STUDENTS OF UNPHYSICAL SPECIALITIES AT THE COURSE OF COMMON PHYSICS.

V.V. Novosylov, S.V. Ovchinnikov

Saratov State University

The formal programs of independent work of students on the common physics course fragments studying connected with performance of laboratory works cycle in physical practical work are submitted.

РОЛЬ ЗАДАЧ ВУЗОВСКОГО КУРСА ОБЩЕЙ ФИЗИКИ ПРИ ОБУЧЕНИИ СТУДЕНТОВ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ

Т.Н. Тихонова, А.А. Игнатъев, В.А. Костяков

Саратовский государственный университет

Акцентируется внимание на необходимости использования задач вузовского курса общей физики для решения некоторых дидактических задач при проведении со студентами педагогического отделения семинара "Методика решения школьных задач по физике".

Вузовский курс "Методика решения школьных задач по физике" для студентов педагогического отделения предполагает их знакомство с различными типами школьных задач, общими приемами и методами их решения.

Рекомендации учителю по выбору задач к уроку физики предлагают ряд авторов учебных и методических пособий [1,2], большинство из задач разумно использовать и в работе со студентами на семинаре. Однако существует класс школьных задач, являющийся частным случаем задач вузовского курса общей физики.

В данной статье особое внимание уделено задачам из вузовского курса общей физики, которые, при определенных условиях, могут быть переформулированы в школьные задачи. Введение их в учебный процесс облегчает решение ряда дидактических задач, например, по формированию у учащихся:

- понимания сути вводимых в школьные задачи допущений;
- умения получать в ходе решения задачи новые знания о физических величинах;
- умения выводить некоторые физические закономерности, пользуясь методом аналогий;
- умения оценивать границы применимости физической теории.

Из задач на обоснование введенных в их условия упрощений можно использовать задачи "на блоки" [2,3]. Например, задача №1:

"Найти ускорения тел, массами m_1 и m_2 , подвешенных к концам невесомой нерастяжимой нити, перекинутой через невесомый блок. Трение в оси блока при его вращении не учитывать".

Введенные упрощения в условии этой задачи (невесомая, нерастяжимая нить, невесомый блок, отсутствие силы трения в оси блока), как показывает констатирующий эксперимент среди учащихся и студентов, чаще всего, ими игнорируются. Студенты лишь интуитивно, без доказательств, объясняют суть некоторых из этих упрощений и способы их учета в решении задач.

В связи с этим студентам на семинаре предлагается вузовская задача №2, аналогичная задаче №315 [4]:

"Найти ускорения грузов m_1 и m_2 , подвешенных к концам легкой нерастяжимой нити, перекинутой через вращающийся блок, радиуса R , момент инерции которого J . Постоянный момент силы трения, действующий на ось блока, равен N ".

Условия задачи №2 трансформируются в условия задачи №1, если сделать предположения, что массой блока и моментом силы трения можно пренебречь. В этом студенты убеждаются при анализе полученного решения задачи №2, учитывая эти предположения. Условие нерастяжимости нити (удлинение мало, коэффициент упругости значителен) позволяет составить кинематическое уравнение связи для ускорений поступательно движущихся тел.

В качестве примера задач второго типа (получение новых знаний о физических величинах или понятиях) можно привести кинематические задачи №27, №58 [4]. Первая из них (№27) – на определение уравнения криволинейной траектории движения (и ее вида) материальной точки по заданным зависимостям ее координат от времени:

"Точка движется в плоскости, причем ее прямоугольные координаты определяются уравнениями $x = A \cos \omega t$, $y = B \sin \omega t$, где A, B, ω – постоянные. Показать, что точка движется по эллипсу. Определить его уравнение и радиусы кривизны в точках пересечения эллипса с осями".

При условии $A = B$ задача преобразуется в школьную задачу, связанную с определением уравнения окружности, и которая доступна для решения школьниками после их знакомства со способами определения производных функций.

Вторая задача (№58) связана с определением нормального, тангенциального и полного ускорений:

"Автомобиль, движущийся со скоростью 40 км/ч, проходит закругление шоссе с радиусом кривизны 200 м. На повороте шофер тормозит, сообщая автомобилю ускорение $0,3 \text{ м/с}^2$. Найти нормальное и полное ускорения автомобиля на повороте. Куда направлен вектор полного ускорения по отношению к направлению радиуса кривизны закругления шоссе?"

В случае постоянства линейной скорости эта задача сводится к задаче на равномерное движение тела по окружности. В результате решения подобных задач у учащихся формируется представление о различиях в ускорениях тела при движении по криволинейной траектории с переменной и постоянной линейными скоростями.

Среди динамических задач, направленных на достижение поставленной дидактической цели, можно выделить задачи динамики в инерциальных и неинерциальных системах отсчета путем введения сил инерции для случаев поступательного и вращательного движений.

Интерес представляет следующая задача из раздела "Термодинамика":

"Идеальный газ массы m и молярной массы μ нагревают один раз при постоянном давлении P , а другой – при постоянном объеме V . В обоих случаях температура увеличивается на одинаковую величину ΔT . В каком случае газу сообщается больше количества тепла и насколько? Чему равны при этом удельные теплоемкости газа?"

Владея понятием удельной теплоемкости газа, при решении данной задачи учащиеся получают новые знания об этой величине.

Третья дидактическая цель может быть реализована при решении задач на тему "Гармонические механические и электромагнитные колебания".

Например, в задачах на получение выражений для периода колебаний математического маятника и колебательного контура студентам предлагается найти (используя энергетический способ):

- точное решение дифференциального уравнения первого порядка, описывающего малые колебания математического маятника;
- решение дифференциального уравнения второго порядка для этого же движения;
- решение дифференциального уравнения второго порядка для изменения заряда в колебательном

контуре на основе использования выражения для полной электромагнитной энергии контура.

Дидактическая цель по обоснованию сути физических соотношений, которые предлагаются в учебниках без выводов, может быть достигнута при решении таких задач, как задача по определению напряженности электрического поля бесконечной равномерно заряженной плоскости с помощью теоремы Остроградского – Гаусса.

Наконец, последняя (четвертая) дидактическая цель достигается при решении такой задачи, решение которой при определенных условиях осуществляется в рамках классической физики, в общем же случае, – на основе соотношений релятивистской динамики [5, №3.121]:

"Вычислить скорости, которые приобретает электрон, пройдя разность потенциалов $U=100$ В и $U=100$ кВ".

Предлагаемая методика использования вузовских задач по физике на семинаре "Методика решения школьных задач по физике" важна как с точки зрения расширения кругозора будущего учителя, так и возможности отбора задач к уроку при работе с учащимися в классах с углубленным изучением физики или на факультативных занятиях.

Библиографический список

1. Каменецкий С.Е., Орехов В.П. Методика решения задач по физике в средней школе. М., 1987.
2. Рымкевич А.П., Рымкевич П.А. Сборник задач по физике. М., 1981.
3. Шахмаев Н.М. и др. Физика – 9. М., 1992.
4. Стрелков С.П. и др. Сборник задач по общему курсу физики. Механика. М., 1977.
5. Иродов И.Е. и др. Сборник задач по общей физике. М., 1975.

ROLE OF GENERAL PHYSICS COURSE EXERCISES FOR STUDING OF THE STUDENTS OF PEDAGOGIC EDUCATIONAL DEPARTMENT

T.N. Tikhonova, A.A. Ignatiev, V.A. Kostyakov

Saratov State University

It is take note of the necessity of using the student's general physics course exercises to solve the didactic problems during study the course "Method of school physics exercises solving" for students of pedagogic educational department.



A 902540

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ ОБУЧЕНИЯ СТУДЕНТОВ-ПЕДАГОГОВ В УСЛОВИЯХ СИСТЕМЫ "ВУЗ - ШКОЛА"

(на примере курса "Методика преподавания физики в школе")

Т.Н. Тихонова, Л.И. Булушева, С.П. Кудрявцева

Саратовский государственный университет

Предложена методика проведения непрерывного обучения студентов-физиков педагогического отделения в условиях "вуз-школа".

Программа обучения студентов-физиков педагогического отделения университета предполагает чтение лекций и проведение семинарских занятий по курсу "Методика преподавания физики в школе". В рамках этого курса учебным планом не предусмотрена педагогическая практика, что неблагоприятно сказывается на эффективности обучения.

Цель семинара – формирование умений и навыков практического использования знаний, полученных будущими учителями на лекциях. Ряд тем семинарских занятий ("Методы изложения нового материала на уроке", "Типы физических задач, их место на уроке и методы решений", "Способы контроля знаний учащихся", "Формы и методы проведения внеклассной работы по физике" и другие) при отработке на семинаре требуют наличия определенного объекта обучения с присущими ему характеристиками (воображаемый учебный класс, количество учеников, уровень их подготовки, возрастные особенности, способность воспринимать изучаемый материал и другие) [1].

Выбор такого условного объекта облегчает реализацию фрагмента урока, но не дает адекватной обратной связи, характерной для общения с реальным классом. Использование в качестве обучающихся слушателей студенческой группы не позволяет полностью воспроизвести реальную школьную ситуацию, приводит к однотипности занятий, затрудняет корректировку подготовленного и реализованного на семинаре в стенах вуза фрагмента школьного урока.

Выход из существующего положения был найден следующим образом.

Современная система образования строится на базе различных школьных заведений (колледж, гимназия, лицей, классы с углубленным изучением отдельных предметов). В большинстве таких школ или классов в настоящее время работают преподаватели

вузов, ведущие факультативные занятия. Это создает благоприятные обстоятельства для организации не только педагогической практики студентов, но и непрерывного обучения будущих педагогов в условиях "вуз-школа".

Предлагаемая методика проведения семинарских занятий сводится к сочетанию работы студентов, как в вузовской аудитории, так и в школьном классе (при согласовании расписаний занятий в вузе и школе).

Отдельные темы курса, например, "Тематическое и поурочное планирование", "Особенности структуры и содержания курса физики в различных классах" отрабатываются непосредственно на семинарах. По другим темам ("Способы контроля знаний учащихся", "Формы и методы проведения внеклассной работы по физике") подготовленные фрагменты уроков обсуждаются первоначально на семинарах, затем реализуются на уроке в школе (при этом студенты иногда подключаются к проведению урока, иногда самостоятельно проводят его). По окончании урока проводится его анализ и корректировка конспекта урока.

С целью преодоления субъективности обучения в системе "вуз - школа", возникающей вследствие того, что студенты практикуются в вузе и школе под руководством одного преподавателя (с присущими ему профессиональными достоинствами и недостатками), студентам предоставляется возможность отрабатывать отдельные темы с другими преподавателями и с другими школьными классами.

Описанная система обучения студентов-педагогов создает наилучшие мотивационные условия их обучения, гарантирует получение ими необходимых педагогических навыков и приемов, с успехом может быть реализована в рамках других педагогических курсов.

Библиографический список

1. Каменецкий С.Е. и др. Методика преподавания физики в средней школе. М., 1987.

SOME WAY OF STUDENT-TEACHER EDUCATION
IN "HIGH SCHOOL-SECONDARY SCHOOL" SYSTEM
(on example of student's course "Method of study of physics in secondary school")

T.N. Tikhonova, L.I. Bulysheva, S.P. Kudriyvtzeva

Saratov State University

Layout of persistent student study for teacher's training department in "high school-secondary school" system is suggested.

ЭЛЛИПТИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ В ТЕОРИИ НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

А.Ф. Голубенцев, С.С. Аркадакский, В.М. Аникин

Саратовский государственный университет

С использованием аппарата эллиптических функций записаны точные решения уравнений движения трёх нелинейных динамических систем. Обсуждаются спектральные характеристики колебаний.

Эллиптические функции, незаслуженно исключённые в настоящее время из большинства учебных программ математических курсов, занимают в теории нелинейных колебаний примерно такое же место, как гармонические функции в теории линейных колебаний. В данной методической работе плодотворность использования аппарата эллиптических функций иллюстрируется на примерах анализа некоторых нелинейных колебательных систем.

1. Ангармонический осциллятор

Нелинейная колебательная система - одна из наиболее распространённых моделей в курсе теории колебаний, на примере которой демонстрируются такие важные явления, как неизохронность колебаний, обогащение спектра колебаний высшими гармониками, стохастизация колебаний при разрушении сепаратриссы движения.

Уравнение движения ангармонического осциллятора имеет вид

$$\ddot{x} + \omega_0^2 \sin x = 0, \tag{1}$$

где x - переменная, характеризующая отклонение осциллятора от положения равновесия; ω_0 - круговая частота колебаний при исчезающе малой амплитуде колебаний, когда $\sin x \approx x$.

Чаще всего при решении уравнения (1) пользуются приближёнными методами. Ниже описывается достаточно простой способ получения точного решения, основанный на использовании эллиптических функций [1].

Дополним уравнение (1) начальными условиями

$$x(0) = 0; \quad \dot{x}(0) = \dot{x}_0, \tag{2}$$

которые выбраны так, чтобы осциллятору в начальный момент времени $t = 0$ сообщалось произвольное количество энергии, обеспечивающее совершение как финитного ($|x| < \pi$), так и инфинитного движения. Пусть E_0 - начальное значение полной энергии осциллятора, E_k - критическое значение энергии, соответствующее $x_{\max} = \pi$. Введём параметр k соотношением

$$k^2 = \frac{E_0}{E_k} = \frac{\dot{x}_0^2}{4\omega_0^2}. \tag{3}$$

Значения $k < 1$ соответствуют финитному, $k < 1$ - инфинитному движению.

Для получения первого интеграла уравнения движения (интеграла энергии) умножим (1) на \dot{x} :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \dot{x}^2 - \omega_0^2 \cos x \right) = 0, \tag{4}$$

тогда с учетом начальных условий (2) имеем

$$\frac{dx}{dt} = 2\omega_0 \sqrt{k^2 - \sin^2 \frac{x}{2}}. \tag{5}$$

Пусть для определённости $k < 1$, то есть частица совершает колебания в потенциальной яме. Заменой переменных $\sin \frac{x}{2} = k \sin y$ уравнение (5) приводится к виду

$$\frac{dy}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 y}} = d(\omega_0 t). \tag{6}$$

Интегрируя последнее соотношение с учётом (2), получаем:

$$\int_0^y \frac{dz}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 z}} = \omega_0 t. \tag{7}$$

Функцию, обращающую эллиптический интеграл первого рода, стоящий в левой части соотношения (7), Якоби назвал амплитудой (интеграла) и обозначил символом am [2,3]:

$$y = am(\omega_0 t, k). \tag{8}$$

Следует отметить, что введённый соотношением (3) параметр k совпадает с основным модулем эллиптических функций. Возвращаясь к переменной x , из соотношения (8) получаем точное решение уравнения ангармонических колебаний в случае финитного движения:

$$x(t) = 2 \arcsin(k \cdot sn(\omega_0 t, k)), \tag{9}$$

где $sn(z, k)$ - эллиптическая функция, введённая Якоби с помощью соотношения $sn(z, k) = \sin am(z, k)$.

Рассмотрим теперь случай инфинитного движения, когда $k > 1$, то есть сообщаемое системе количество энергии превышает критическое значение. Введём параметр $\tilde{k} = 1/k < 1$, тогда из (5) следует

$$\frac{d\left(\frac{x}{2}\right)}{\sqrt{1 - \tilde{k}^2 \sin^2 \frac{x}{2}}} = d\left(\frac{\dot{x}_0}{2} t\right). \tag{10}$$

Отсюда в силу соотношений (7), (8) для $x(t)$ получаем выражение

$$x(t) = 2am\left(\frac{\dot{x}_0}{2} t, \tilde{k}\right). \tag{11}$$

Таким образом, соотношениями (9) и (11) решенные уравнения ангармонических колебаний в явном виде выражено через эллиптические функции $am(z, k)$ и $sn(z, k)$. Свойства этих функций хорошо изучены, данные функции табулированы, существуют быстро сходящиеся алгоритмы вычисления значений этих функций (например, алгоритм арифметически - геометрического среднего [3]). Уравнения (9) и (11) - полная математическая модель нелинейных колебаний, позволяющая получать и исследовать любые характеристики движения.

Прежде всего, рассмотрим движение по сепаратрисе, соответствующее $k = 1$. В этом случае и (9) и (11) переходят в соотношение

$$x(t) = 2 \sin^{-1}(\tanh \omega_0 t) = 4 \tan^{-1}(e^{\omega_0 t}) - \pi. \quad (12)$$

Уравнение сепаратрисы в фазовой плоскости (x, \dot{x}) , получаемое из (5) с учётом равенства $k = 1$, имеет вид:

$$\dot{x}(t) = \pm 2\omega_0 \cos \frac{x(t)}{2}. \quad (13)$$

Рассмотрим выражение для скорости финитных колебаний $\dot{x}(t)$ при $k \leq 1$:

$$\dot{x}(t) = 2\omega_0 k cn(\omega_0 t, k), \quad (14)$$

где $cn(z, k) = \cos am(z, k)$ - ещё одна эллиптическая функция, введённая Якоби (косинус амплитуды или эллиптический косинус). Учтём, что $cn(z, 1) = 1/\cosh z$, тогда для скорости при движении по сепаратрисе получаем выражение

$$\dot{x}(t) = \frac{2\omega_0}{\cosh \omega_0 t}. \quad (15)$$

Профиль скорости (15) совпадает с профилем уединенной волны (солитона). Ширина профиля скорости пропорциональна $1/\omega_0$. Зависимость $\dot{x}(t)$ при нескольких значениях k позволяет проследить характер изменений скорости колебаний с ростом их амплитуды: имеет место трансформация гармонических колебаний, соответствующих $k \ll 1$, в непериодическое движение по сепаратрисе, соответствующее $k = 1$ и бесконечно большому периоду колебаний.

Остановимся теперь на свойствах спектра нелинейных колебаний. Известно, что функция $sn(z, k)$ периодична по z с периодом $D = 4F(\pi/2, k)$, где

$$F(\pi/2, k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}} \quad (16)$$

- полный эллиптический интеграл, соответствующий модулю k . Тогда можно вычислить и временной период ангармонических колебаний: $\omega_0 T = D$, откуда

$$T = T_0 \frac{2}{\pi} F\left(\frac{\pi}{2}, k\right). \quad (17)$$

В случае малых амплитуд колебаний, когда $k \ll 1$, справедливо соотношение $F(\pi/2, k) \approx \pi/2$, поэтому период колебаний $T = T_0$, то есть имеют место изохронные линейные колебания. С ростом амплитуды колебаний (и соответственно параметра

k) период колебаний увеличивается, и при $k \rightarrow 1$ обращается в бесконечность, поскольку $\lim_{k \rightarrow 1} F(\pi/2, k) = \infty$.

Введём основную частоту колебаний

$$\omega(k) = \frac{2\pi}{T} = \omega_0 \frac{\pi}{2F(\pi/2, k)}. \quad (18)$$

Соотношения, определяющие амплитуды гармоник основной частоты, можно получить, разложив выражение для $x(t)$ (9) в ряд Фурье. Опуская промежуточные выкладки, приведём основной качественный результат: число $N = [\omega_0 / \omega(k)]$ делит спектр нелинейных колебаний осциллятора на две части. Гармоники с номерами $n \leq N$ имеют амплитуду, близкую к единице, а при $n > N$ амплитуды гармоник экспоненциально убывают [4]. Поскольку величина $F(\pi/2, k)$ растёт с ростом k , можно утверждать, что при увеличении амплитуды колебаний спектр все более насыщается высшими гармониками.

Предложенный выше подход, основанный на получении и исследовании точного решения, безусловно, предпочтительнее любых приближённых методов. Есть ещё одно обстоятельство, увеличивающее ценность точного решения. Нелинейная задача Коши (1), (2), имеющая точное решение, может быть использована в качестве тестовой для различных разностных схем численного интегрирования задачи Коши (обычно в качестве тестовой используют линейную задачу, что не всегда позволяет выявить недостатки разностной схемы). В частности, весьма поучительный результат получается, если для численного интегрирования задачи (1), (2) использовать разностную схему, не сохраняющую свойства консервативности, присущего исходной задаче.

2. Маятник Дюффинга

Если в уравнении колебаний математического маятника (1) воспользоваться разложением $\sin x$ по степеням x , сохранив слагаемые до третьей степени x включительно, получим уравнение движения с кубической нелинейностью вида:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x - \frac{1}{6} \omega_0^2 x^3 = 0.$$

Обобщением этого уравнения и является уравнение маятника Дюффинга [3]:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x - \mu x^3 = 0. \quad (19)$$

Действуя так же, как и в предыдущем случае, из (19) несложно получить:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \dot{x}^2 + \Pi(x) \right) = 0, \quad (20)$$

где

$$\Pi(x) = \frac{1}{2} \omega_0^2 x^2 - \frac{1}{4} \mu x^4 \quad (21)$$

- потенциальная энергия колебательной системы. Исследуя зависимость $\Pi(x)$, нетрудно убедиться, что и в данном случае существует критическое зна-

чение энергии системы $\Pi_k = \frac{\omega_0^4}{4\mu}$, разделяющее об-
ласти финитного и инфинитного движения.

Из соотношения (19) получаем

$$(18) \quad \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = \frac{1}{2}\mu x^4 - \omega_0^2 x^2 + 2E_0. \quad (22)$$

Здесь E_0 - значение полной энергии системы, определяемое из начальных условий. Если начальные условия имеют вид

$$x(0) = x_0; \quad \dot{x}(0) = \dot{x}_0, \quad (23)$$

то для полной энергии имеем

$$E_0 = \frac{1}{2}\dot{x}_0^2 + \frac{1}{2}\omega_0^2 x_0^2 - \frac{1}{4}\mu x_0^4. \quad (24)$$

Воспользуемся дифференциальным уравнением, которому удовлетворяет эллиптический синус. Пусть $z(w, k) = \operatorname{sn}(w, k)$, тогда

$$\left(\frac{dz}{dw}\right)^2 = k^2 z^4 - (k^2 + 1)z^2 + 1. \quad (25)$$

Решение уравнения (22) может быть записано в виде

$$x(t) = c \operatorname{sn}(\sigma(t+h), k). \quad (26)$$

В этом нетрудно убедиться, если в (25) выполнить замену переменных:

$$p = \frac{E_0}{E_k}; \quad z = \frac{x}{c}; \quad w = \sigma(t+h); \quad \sigma = \omega_0 \sqrt{\frac{1+\sqrt{1-p}}{2}}; \quad (27)$$

$$k^2 = \frac{1-\sqrt{1-p}}{1+\sqrt{1-p}}; \quad c^2 = \frac{p\omega_0^2}{\mu(1+\sqrt{1-p})}.$$

При этом (25) преобразуется в (22). Значение константы h определяется из начальных условий, для этого достаточно в (26) положить $t=0$:

$$\operatorname{sn}(\sigma h, k) = \frac{x_0}{c}. \quad (28)$$

Учитывая свойства эллиптического синуса, (28) можно разрешить относительно h :

$$h = \frac{1}{\sigma_0} \int_0^\phi \frac{d\theta}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \theta}}, \quad \phi = \sin^{-1}\left(\frac{x_0}{c}\right). \quad (29)$$

И в данном случае колебания описываются одной из эллиптических функций.

Убедимся, что при малых амплитудах колебаний (26) преобразуется в известное уравнение, соответствующее линейным колебаниям. Для этого выпишем соотношения, характеризующие колебания линейного осциллятора:

$$E_0 = \frac{1}{2}(x_0^2 + \omega_0^2 x_0^2)$$

(выражение для полной энергии осциллятора);

$$x(t) = \tilde{c} \sin(\omega_0 t + \psi) \quad (30)$$

(решение уравнения колебаний);

$$\tilde{c}^2 = \frac{2E_0}{\omega_0^2}, \quad \sin \psi = \frac{x_0}{\tilde{c}}. \quad (31)$$

Соотношения (27) при малых значениях p дают

$$\lim_{p \rightarrow 0} \sigma = \omega_0; \quad \lim_{p \rightarrow 0} c^2 = \frac{2E_0}{\omega_0^2}.$$

Поскольку $\lim_{k \rightarrow 0} \operatorname{sn}(\tau, k) = \sin \tau$, из соотношения

(28) получаем $\sin \omega_0 h = \sin \psi$. Таким образом, соотношения, описывающие колебания маятника Дюффинга, в случае малых амплитуд преобразуются в соотношения, описывающие линейный осциллятор.

В другом предельном случае, когда $p=1$, то есть при движении по сепаратриссе, из соотношения (26) получаем

$$x(t) = x_k \tanh\left(\frac{\omega_0}{\sqrt{2}}(t+h)\right),$$

где $x_k = \frac{\omega_0}{\sqrt{\mu}}$ - максимальное отклонение от положения равновесия при значении энергии осциллятора $E_0 = E_k$.

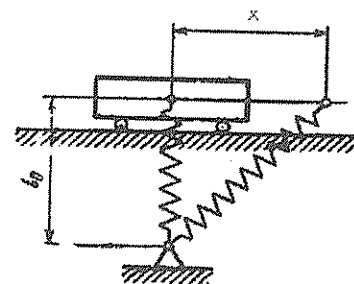
В силу периодичности эллиптического синуса выражение для частоты колебаний маятника Дюффинга может быть записано в виде

$$\omega = \omega_0 \frac{\pi}{2F\left(\frac{\pi}{2}, k\right)} \sqrt{\frac{1+\sqrt{1-p}}{2}}. \quad (32)$$

3. Малые нелинейные колебания

На основании анализа нелинейных колебательных систем (тех же математического маятника и маятника Дюффинга) может возникнуть представление о том, что колебания с малой амплитудой всегда линейны. На самом деле это справедливо только для ограниченного класса колебательных систем, у которых разложение потенциальной энергии по степеням смещения содержит квадратичный член, а возвращающая сила - слагаемое, линейно зависящее от смещения. Рассматриваемая ниже модель [5] позволяет убедиться в том, что линейность малых колебаний - отнюдь не универсальное свойство колебательных систем.

Механическая колебательная система представлена на рисунке.



Она описывается уравнением движения, которое легко может быть получено с использованием уравнения Лагранжа второго рода:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} = 0.$$

Здесь x - смещение от положения равновесия; $L = T - V$ - функция Лагранжа; $T = m\dot{x}^2/2$ - кинети-

найдем: $\Delta l = x^2 / (2l_0)$. Тогда выражение для потенциальной энергии преобразуется к виду

$$V = \frac{c_0 x^4}{8l_0^2} \quad (33)$$

Вычисляя функцию Лагранжа и её производные, получаем уравнение движения исследуемой колебательной системы в виде:

$$\ddot{x} + \mu x^3 = 0, \quad (34)$$

где $\mu = \frac{c_0}{2ml_0^2}$. Интеграл энергии получается так же,

как и в предыдущих случаях, поэтому имеем

$$x^2 + \frac{1}{2} \mu x^4 = c_1, \quad (35)$$

Константа c_1 определяется начальными условиями. Пусть при $t = 0, x(0) = x_0, \dot{x}(0) = \dot{x}_0$, тогда $c_1 = T(0) + V(0) = W_0$ - полная энергия системы.

Разрешим уравнение (34) относительно квадрата первой производной:

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = 2W_0 - \frac{1}{2} \mu x^4. \quad (36)$$

Решением (36) является одна из эллиптических функций. Действительно, делая в этом уравнении замены $\tau = \sigma(t + h), x = cz$, получаем:

$$\left(\frac{dz}{d\tau}\right)^2 = -\frac{\mu c^2}{2\sigma^2} z^4 + \frac{2W_0}{\sigma^2 c^2}. \quad (37)$$

Эллиптический косинус $cn(w, k) = y$ удовлетворяет уравнению

$$\left(\frac{dy}{dw}\right)^2 = -k^2 y^4 + (2k^2 - 1)y^2 + (1 - k^2). \quad (38)$$

Сравнивая (37) и (38), убеждаемся, что

$$x(t) = c \operatorname{cn}\left(\sigma(t+h), \frac{1}{\sqrt{2}}\right), \quad (39)$$

$c = \sigma / \sqrt{\mu}, \sigma = \sqrt[4]{4\mu W_0}$. Для определения константы h воспользуемся начальным условием $x(0) = x_0$. Получим соотношение $x_0 = c \operatorname{cn}\left(\sigma h, 1/\sqrt{2}\right)$, которое можно разрешить относительно h :

$$h = \frac{1}{\sigma} \int_0^\varphi \frac{d\Theta}{\sqrt{1 - \frac{1}{2} \sin^2 \Theta}}, \varphi = \operatorname{arccos}\left(\frac{x_0}{c}\right).$$

Отметим, что $cn(w, 1/\sqrt{2}) = cl(w/\sqrt{2})$, где через $cl(y)$ обозначен лемнискатный косинус Гаусса.

Поскольку эллиптический косинус - функция периодическая, несложно определить и период колебаний исследуемой колебательной системы.

$$T = \frac{4K_0\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)}{c\sqrt{\mu}}, \quad (40)$$

где $K_0(k)$ - полный эллиптический интеграл первого рода, определяемый соотношением (16). Соотношение (40) даёт весьма необычную связь периода колебаний с амплитудой: с уменьшением амплитуды колебаний период колебаний растёт.

Работа выполнена при финансовой поддержке Федеральной целевой программы "Интеграция высшего образования и фундаментальной науки" (проект А0057/99).

Библиографический список

1. Бухгольц Н.Н. Основной курс теоретической механики. М., 1967. Ч. 1.
2. Моисеев Н.Н. Асимптотические методы нелинейной механики. М., 1981.
3. Абрамович М., Стиган И. Справочник по специальным функциям. М., 1979.
4. Заславский Г.М., Сагдеев Р.З. Введение в нелинейную физику. М., 1988.
5. Пановко Я.Г., Губанова И.И. Устойчивость и колебания упругих систем: современные концепции, парадоксы и ошибки. М., 1987.

THE ELLIPTIC FUNCTIONS IN THE THEORY OF NONLINEAR OSCILLATIONS

A.F. Goloubentsev, S.S. Arkadasky, V.M. Anikin

Saratov State University

The exact solutions of the equations for some nonlinear systems are expressed in terms of elliptic function. Finite and infinite motions are considered. The spectral properties of oscillation are discussed.

ОБ ОПЫТЕ ДОВУЗОВСКОЙ ПОДГОТОВКИ УЧАЩИХСЯ

А.А. Никитин, Л.И. Булушева, В.Н. Шевцов, М.А. Старшов

Саратовский государственный университет

Представлены материалы об организации работы специализированных классов как одной из эффективных форм подготовки школьников к поступлению в высшие учебные заведения.

В настоящее время в довузовской подготовке прочное место заняли специализированные классы юридической, филологической, химико-биологической, физико-математической и иной направленности при школах, гимназиях и профильных школах-лицеях. Создание специализированных классов согласуется с концепцией высшего образования в Российской Федерации и регионах, основывается на непрерывности, единстве и целостности довузовской, вузовской и послевузовской подготовки специалистов.

Немаловажное значение имеет участие, но не полная замена школьного учителя, преподавательского состава высшего образовательного звена в школьном обучении. Вузовские преподаватели должны быть генераторами новых идей, передатчиками знаний, содействовать профессиональной ориентации учащихся.

Учебные планы специализированных классов составлены при полном сохранении инвариантной части, обеспечивающей выполнение государственного образовательного стандарта. За счет вариантной части учебного плана осуществляется специализированное обучение, подготавливающее школьников в профильное высшее учебное заведение. В качестве примера можно привести пятилетний опыт организации учебного процесса в физико-математических классах лицея № 62 г. Саратова. В этих классах обеспечено углубленное изучение математики, физики, информатики и английского языка. Занятия по перечисленным предметам и профильным специальным курсам, как правило, ведут преподаватели Саратовского государственного университета. Программы основных и специальных курсов утверждены на методических семинарах кафедр СГУ.

Перспективным вариантом в развитии специализированных классов является концепция создания образовательных циклов по каждому базовому предмету. Ее воплощение предполагает: развитие творческого потенциала преподавателя и ученика; преемственность, включающую изучение предметов физико-математического блока с 9-го по 11-й класс; сотрудничество (формирование триединства: ученик - преподаватель - родители).

Реализация образовательных циклов начинается с 9-го класса. Рассмотрим действие образовательного блока на примере преподавания физики. В проведении занятий участвуют несколько преподавателей, а именно: преподаватель основной учебной программы, преподаватель спецкурса "Физика в примерах и задачах", преподаватель спецкурса "Экспери-

мент в физике. Домашняя лаборатория". Лабораторные работы учащимися проводятся, как правило, на базе физического практикума СГУ. Проведение этих занятий обеспечивают не менее пяти преподавателей: к трем вышеперечисленным присоединяются преподаватели основного курса физики из двух других классов (например, 10-го и 11-го). В таком же расширенном составе принимаются и итоговые теоретические зачеты по достаточно крупным разделам учебной программы (кинематика, динамика, законы сохранения и т. п.) Это способствует постоянному общению школьников с преподавателями вуза. Работа с несколькими преподавателями формирует у школьников навыки межличностного общения не только со сверстниками, способствует устранению возможных проблем психологической и психолого-педагогической несовместимости. В этих условиях учащиеся осознают ответственность за качество своих знаний, у них появляется мотивация в получении знаний. Ученики становятся более самостоятельными, постепенно адаптируются к повышенным требованиям, вырастают в собственных глазах. Такая форма организации занятий полезна и педагогам. Они получают возможность объективно оценить качество своего труда и труда коллег, выявить сильные и слабые стороны учащихся, скорректировать методику преподавания.

Для реализации изложенной концепции необходимо решить ряд задач: определить потребность учеников и их родителей в создании специализированного класса той или иной направленности; провести подбор команды высококвалифицированных преподавателей-единомышленников; проанализировать готовность коллектива к реальной работе в школе; разработать соответствующие образовательные программы; сформировать атмосферу взаимопонимания и сотрудничества вузовских преподавателей с высокопрофессиональным сложившимся коллективом школьных учителей и со школьниками.

Достаточная эффективность предложенной концепции образовательных циклов подтверждена на практике в ходе тесного пятилетнего сотрудничества между Саратовским государственным университетом и лицеем № 62 г. Саратова.

Опережающая информация, полученная на теоретических и практических занятиях, участие учеников в школьных научно-практических конференциях по физике, математике, информатике, выставках научно-технического творчества, во всероссийских

научных конференциях, способствует образовательной зрелости учеников, созданию в лицее среды, обеспечивающей формирование творческих личностей. При этом учащийся — потенциальный абиту-

риент — студент должен получать полную информацию о своей будущей специальности, качественную подготовку для поступления и обучения в вузе.

ABOUT EXPERIENCE OF PREPARATION OF THE PUPILS FOR HIGHER EDUCATION

A.A. Nikitin, L.I. Bulusheva, V.N. Shevtsov, M.A. Starshov

Saratov State University

The conception of preparation of the pupils for higher education is presented. This conception approved of five years' operations in Lyceum No 62 of Saratov.

УДК 681.385.6

ШУМОВОЙ ТОК В ДИОДЕ

В.С. Андрушкевич

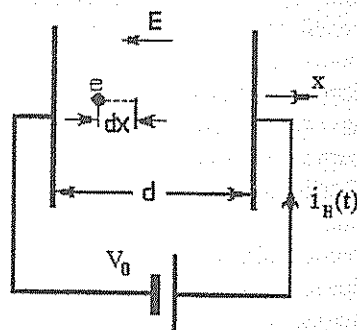
Саратовский государственный университет

Предложена простая методика получения спектральной плотности шумового тока в плоском диоде.

Известно, что одним из важных приложений теории шумовых явлений является классический пример шумов в вакуумном диоде. Однако излагать этот вопрос в рамках общего рассмотрения вакуумных приборов, взяв за основу общую теорию шумовых явлений, крайне неудобно. Это связано с тем, что практически во всех основополагающих работах по шумовым явлениям решение данного частного вопроса выявляется лишь после солидного изучения общих свойств шумовых явлений.

Здесь предлагается простой метод получения известных строгих результатов без практически каких-либо предварительных знаний основ теории шумовых процессов, что позволяет весьма компактно изложить этот вопрос.

Рассмотрим плоский вакуумный диод с металлическим катодом, который находится в режиме глубокого насыщения, когда можно пренебречь полем пространственного заряда (рисунок).



Электрон, перемещаясь в поле диода на расстояние dx , забирает у поля энергию $eEdx$. Эта доля энергии обусловлена затратой от внешнего источника напряжения V_0 , что может быть только в случае появления во внешней цепи наведенного тока $i_n(t)$. Приравнявая эти доли энергии, имеем

$$eEdx = i_n V_0 dt \quad (1)$$

С учетом того, что $V_0 = Ed$

$$i_n(t) = \frac{e dx}{d dt} = \frac{e}{d} u(t), \quad (2)$$

где $u(t)$ — скорость электрона.

Хотя электроны при вылете из катода характеризуются максвелловским распределением по скоростям, будем полагать, что напряжение V_0 настолько велико, что в результирующей скорости электронов вклад тепловой компоненты пренебрежимо мал.

Полагая, что рассматриваемый электрон влетает в момент $t = t_1$, и вводя переменную $\tau = t - t_1$, выражение (2) в этом приближении примет вид

$$i_n(\tau) = \frac{e}{d} u(\tau) = \frac{e}{d} a\tau, \quad (3)$$

где a — ускорение электрона.

В момент времени $t = t_2$ электрон достигает анода, так что $d = a\tau_0^2/2$, где $\tau_0 = t_2 - t_1$ — время пролета электроном междуэлектродного промежутка. С учетом сказанного, выражение (3) удобнее представить в виде

$$i_n(\tau) = \frac{2e}{\tau_0^2} \tau. \quad (4)$$

Каждый электрон, пролетая диодный промежуток, создает в диодной цепи идентичный импульс тока, который в спектральном отношении содержит весь безграничный спектр частот. Вылет каждого электрона с катода в рассматриваемом режиме не зависит от вылета других электронов.

Однако возникновение наведенного тока на аноде однозначно связано с вылетом электрона из катода. Поэтому в режиме глубокого насыщения можно не рассматривать процессы в промежутке катод —

анод диода, а сосредоточить свое внимание лишь на возникновении на аноде случайной последовательности идентичных импульсов тока.

В этих условиях никакой корреляции между спектральными компонентами отдельных случайных импульсов наведенного тока нет и можно так же, как это сделано в [1] для частного случая шумов диода в низкочастотной области, представить сред-

неквадратичное значение шумового тока $\overline{i_w^2}$ как сумму среднеквадратичных значений всей совокупности импульсов тока:

$$\overline{i_w^2} = \frac{\overline{n(T)}}{T} \int_{-T/2}^{T/2} i_n^2(\tau) d\tau. \quad (5)$$

Здесь $\overline{n(T)}$ - среднее число импульсов тока за время T . Если ток насыщения диода равен I_0 , то

$$\overline{n(T)} = \frac{I_0}{e} T. \quad (6)$$

С учетом (6) выражение (5) примет вид

$$\overline{i_w^2} = \frac{I_0}{e} \int_{-T/2}^{T/2} i_n^2(\tau) d\tau. \quad (7)$$

Теперь учтем, что для каждого импульса тока выполняются условия:

$$i_n = \begin{cases} \frac{2e\tau}{\tau_0^2}, & \text{при } 0 \leq \tau \leq \tau_0 \\ 0, & \text{при } \tau < 0 \text{ или } \tau > \tau_0. \end{cases}$$

С учетом этого из (4) и (7) имеем

$$\overline{i_w^2} = \frac{I_0}{e} \int_0^{\tau_0} \frac{4e^2}{\tau_0^4} \tau^2 d\tau = \frac{4}{3} \frac{I_0 e}{\tau_0}. \quad (8)$$

Еще раз подчеркнем, что величина $\frac{4}{3} \frac{I_0 e}{\tau_0}$ есть сред-

неквадратичное значение шумового тока во всей

безграничной полосе частот. Из (8) видно, что $\overline{i_w^2}$

убывает с ростом τ_0 пропорционально $1/\tau_0$. Читателю предлагается самому объяснить, почему изложенное рассмотрение неправомерно при $\tau_0 \rightarrow 0$, так как при конечном значении тока I_0 согласно (8) по-

лучим абсурдный результат $\overline{i_w^2}(\tau_0 = 0) = \infty$.

Рассмотрим среднеквадратичное значение шумового тока в определенной полосе частот $\Delta f = f_2 - f_1$. Фурье-образ одиночного импульса наведенного тока будет

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} i_n(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau. \quad (9)$$

В свою очередь, как известно, по функции $S(\omega)$ можно восстановить $i_n(\tau)$:

$$i_n(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega. \quad (10)$$

Перепишем (7) в виде

$$\overline{i_w^2} = \frac{I_0}{e} \int_{-\infty}^{\infty} i_n(\tau) \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \right] d\tau. \quad (11)$$

Теперь в (11) поменяем порядок интегрирования по ω и τ . Получим

$$\overline{i_w^2} = \frac{1}{2\pi} \frac{I_0}{e} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) \left[\int_{-\infty}^{\infty} i_n(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau \right] d\omega, \quad (12)$$

где $i_n(\tau)$ - чисто действительная функция.

Сопоставляя (12) с (9), замечаем, что

$$\int_{-\infty}^{\infty} i_n(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau = S^*(\omega). \quad (13)$$

Тогда (12), с учетом (13), примет вид

$$\overline{i_w^2} = \frac{1}{2\pi} \frac{I_0}{e} \int_{-\infty}^{\infty} |S(\omega)|^2 d\omega. \quad (14)$$

Модуль спектральной функции есть четная функция от ω , так что

$$\overline{i_w^2} = \frac{1}{\pi} \frac{I_0}{e} \int_0^{\infty} |S(\omega)|^2 d\omega. \quad (15)$$

В рассматриваемом случае

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} i_n(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = \int_0^{\tau_0} \frac{2e}{\tau_0^2} \tau e^{-i\omega\tau} d\tau = \frac{2e}{\theta^2} [e^{-i\theta} (\theta + 1) - 1], \quad (16)$$

где $\theta = \omega\tau_0 = 2\pi f\tau_0$ - угол пролета,

$$|S(\omega)|^2 = \frac{4e^2}{\theta^4} [\theta^2 + 2(1 - \theta \sin\theta - \cos\theta)]. \quad (17)$$

Если обозначить

$$F[\theta(f)] = \frac{4}{\theta^4} [\theta^2 + 2(1 - \theta \sin\theta - \cos\theta)], \quad (18)$$

то среднеквадратичное значение шумового тока во всей полосе частот согласно (15) - (18) равно

$$\overline{i_w^2} = 2eI_0 \int_0^{\infty} F[\theta(f)] df. \quad (19)$$

В ограниченной полосе частот $\Delta f = f_2 - f_1$. Средне-квадратичное значение шумового тока равно

$$\overline{i_m^2} = 2eI_0 \int_{f_1}^{f_2} F[\theta(f)] df. \quad (20)$$

В достаточно узком интервале частот Δf , в котором функцию $F[\theta(f)]$ можно считать неизменной,

$$\overline{i_m^2} = 2eI_0 F[\theta(f)] \Delta f. \quad (21)$$

В области низких частот выполняется условие $\theta = 2\pi f \tau_0 \ll 1$. Тогда, как легко показать из (18), $F[\theta(f)] = 1$ и согласно (21)

$$\overline{i_m^2} = 2eI_0 \Delta f. \quad (22)$$

Соотношение (22) является широко известной формулой Шоттки.

Хотелось бы отметить, что полученные здесь результаты для плоского диода в режиме насыщения в виде (18) - (22) полностью совпадают с результатами более общего и существенно более сложного и громоздкого рассмотрения, изложенного, например, в [2].

Автор данной работы не встречал где-либо в публикациях аналитического результата для интеграла (19). Учтем, что значения $\overline{i_m^2}$, определяемые соотношениями (8) и (19) - идентичные. Приравнявая (19) и (8), с учетом (18), получим:

$$\int_0^{\infty} \frac{4}{\theta^4} [\theta^2 + 2(1 - \theta \sin \theta - \cos \theta)] d\theta = \frac{4}{3} \pi. \quad (23)$$

Непосредственно получить данный результат путем интегрирования левой части (23) - задача не из простых.

Библиографический список

1. Гапонов В.И. Электроника. М., 1960. Т.2.
2. Давенпорт В.Б., Рут В.Л. Введение в теорию случайных сигналов и шумов. М., 1960.

RANDOM CURRENT IN DIODE

V.S. Andrushkevich

Saratov State University

It is suggest the simple method of derivation for random current in planar diode.

УДК 530.1

НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ ПРЕПОДАВАНИЯ ФИЗИКИ В ЛИЦЕЙСКИХ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ КЛАССАХ

А.А. Никитин, Л.И. Булушева, В.Н. Шевцов, М.А. Старшов

Саратовский государственный университет

Представлены материалы о применяемых формах организации текущего и итогового контроля уровня знаний физики у учащихся специализированных физико-математических классов как одной из эффективных форм подготовки школьников к поступлению в высшие учебные заведения.

Организация лицейских физико-математических классов обеспечивает плавный переход от школьной программы и методики преподавания физики к вузовской.

Это достигается совершенствованием учебных программ, которые учитывают специфику обучения на физическом факультете СГУ, и организацией учебного процесса в лицейском классе.

Изучение каждого раздела учебной программы проходит по определенному циклу, который включает элементы как школьной, так и вузовской методики преподавания. Новый материал, как правило, дается в лекционной форме на высоком научном уровне.

Время лекции варьируется в зависимости от сложности материала — от одного до двух уроков. Лицеисты учатся слушать и записывать лекции с девятого класса. Закрепляется материал на семинарских занятиях. Разнообразие решаемых на семинарах задач позволяет достигать самые различные дидактические цели — от проверки понимания нового материала, его закрепления, ознакомления учащихся с общим способом применения какого-либо физического закона в конкретных ситуациях до обобщения и систематизации знаний, развития творческого мышления, повышения интереса к физике. Учащиеся отрабатывают применение алгоритмов решения

типовых задач по всем разделам физики, что позволяет им облегчить процесс повторения материала при подготовке к выпускным экзаменам в лицее и вступительным испытаниям в вузе.

Проведя сравнительный анализ результатов текущего и итогового контроля знаний лицейстов по физике, мы приходим к выводу, что текущий контроль знаний необходимо проводить в форме тестирования. Каждый ученик выполняет свой индивидуальный вариант, состоящий из пяти-семи равноценных по сложности заданий, охватывающих материал темы. Тестирование по основным вопросам темы позволяет не только быстро проверить степень усвоения материала, но и заострить внимание лицейстов на некоторых важных положениях теории или ее конкретного применения.

Успешность изучения каждого раздела физики проверяется многоступенчатым контролем:

— при написании физических диктантов, с помощью которых проверяются теоретические знания учащихся;

— при выполнении итоговых тестов, с помощью которых проверяется умение применять теоретические знания в конкретных ситуациях;

— при проведении итоговой контрольной работы, которая включает четыре-пять задач различной степени трудности по всем вопросам раздела; это позволяет учащимся с различной успеваемостью успешно решить различное число задач, но, в общем, справиться с контрольной работой, что психологически очень важно для каждого лицейста;

— при проведении итогового зачета по крупным разделам программы, когда в приеме зачета участвуют несколько преподавателей физики из других лицейских физико-математических классов и ведущие преподаватели физического факультета СГУ; это помогает не только проверить глубину и прочность знаний учащихся одновременно (в течение трех уроков), но и постепенно подготовить их к успешному обучению в вузе, чтобы зачет и экзамен перестали быть для них тяжелым испытанием, приводящим к стрессу, а стали лишь привычной плановой проверкой достигнутого уровня теоретических знаний.

Такие формы организации текущего контроля знаний направлены на индивидуализацию процесса обучения лицейстов, которые приводят к хорошим итоговым результатам. Опыт показывает, что при использовании в лицее текущих тестов и проведении дополнительных занятий по подготовке к тестированию уровень знаний в большинстве случаев существенно выше средних по группе, если их сравнивать с группами, в которых такой подготовки не проводится. К тому же, такой контроль знаний обеспечивает плавный бесстрессовый переход к централизованному тестированию, что гарантирует учащимся право на независимую экспертизу знаний, полученных ими в лицее. Одновременно по результатам тестирования можно в достаточной мере судить о системе преподавания, о профессиональном уровне, объективности и требовательности преподавателей.

SOME ASPECTS OF TEACHING PHYSICS IN LYCEUM PHYSICAL AND MATHEMATICAL CLASSES

A.A. Nikitin, L.I. Bulusheva, V.N. Shevtsov, M.A. Starshov

Saratov State University

The material about the used organisation forms of current and final level knowledge control of physics by the pupils in specialised physical and mathematical classes is presented as one of the effective forms to prepare the scholars to enter higher educational institutions.

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

УДК 531.19

ЭВОЛЮЦИОННЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ХАОТИЧЕСКИХ ОТОБРАЖЕНИЙ
В ФОРМЕ ПОЛИНОМОВ ЧЕБЫШЕВА

А.Ф. Голубенцев, В.М. Аникин

Саратовский государственный университет

Проиллюстрирована топологическая эквивалентность полиномов Чебышева первого рода произвольной степени G кусочно-линейным эндоморфизмам, сохраняющим на интервале $(0,1)$ меру Лебега. Найден точные решения нестационарных уравнений Перрона – Фробениуса, отвечающих полиномам Чебышева, и исследована их сходимость к инвариантным распределениям. Отмечено, что показатель Ляпунова играет роль параметра, характеризующего скорость такой сходимости.

1. Полиномы Чебышева как хаотические отображения

Кусочно-линейное преобразование

$$x_{n+1} = \frac{1}{2}(1 - (-1)^{[Gx_n]}) + (-1)^{[Gx_n]} \{Gx_n\}, x_n \in (0,1), \quad (1)$$

задаваемое на единичном интервале, принадлежит к числу точных хаотических отображений, обладающих равномерным инвариантным распределением [1]. В случае $G=2$ (1) сводится к простейшему пирамидальному отображению (tent map). Проведем в (1) обратимую дифференцируемую замену переменных

$$\begin{aligned} \tilde{x} &= h(x) = \cos \pi x, \\ x &= \frac{1}{\pi} \cos^{-1}(\tilde{x}), x \in (0,1), \tilde{x} \in (-1,1). \end{aligned} \quad (2)$$

Благодаря периодичности косинуса разрывное отображение (1) интервала $(0,1)$ в себя посредством (2) трансформируется в непрерывное отображение, определенное на интервале $(-1,1)$:

$$\begin{aligned} \tilde{x}_{n+1} &= \cos(G \cos^{-1} \tilde{x}_n) = T_G(\tilde{x}_n), \\ \tilde{x}_n &\in (-1,1), \end{aligned} \quad (3)$$

где $T_G(\tilde{x})$ - многочлен Чебышева первого рода степени G . Эргодические и перемешивающие свойства полиномов Чебышева первого рода впервые были отмечены в [2].

Взаимно-однозначное соответствие, устанавливаемое соотношением (2) между (1) и (3), позволяет точно вычислить важные характеристики полиномиальных отображений. Независимо от порядка все многочлены Чебышева как хаотические отображения обладают одной и той же инвариантной мерой:

$$\rho(x) = \left| \frac{d}{d\tilde{x}} h^{-1}(\tilde{x}) \right| = \frac{1}{\pi \sqrt{1 - \tilde{x}^2}}, \tilde{x} \in (-1,1). \quad (4)$$

Но каждый полином обладает индивидуальной динамикой, характеризуемой, в частности, точным представлением для n -й итерации

$$\tilde{x}_n = \tilde{x}_n(n, \tilde{x}_0) = \cos(G^n \cos^{-1} \tilde{x}_0) = T_{G^n}(\tilde{x}_0), \quad (5)$$

где \tilde{x}_0 - начальная точка, и значением показателя Ляпунова $\lambda = \ln G$.

Конкретные выражения для итеративных функций (3) легко получаются из рекуррентного уравнения для полиномов Чебышева

$$T_{k+1}(\tilde{x}) = 2\tilde{x}T_k(\tilde{x}) - T_{k-1}(\tilde{x}), k = 0,1,\dots,$$

где полагают $T_0(\tilde{x}) = 1, T_1(\tilde{x}) = \tilde{x}$. Таким образом, к числу полиномиальных хаотических отображений интервала $(-1,1)$ с инвариантной плотностью (4) принадлежат преобразования

$$\begin{aligned} T_2(\tilde{x}) &= 2\tilde{x}^2 - 1, \\ T_3(\tilde{x}) &= 4\tilde{x}^3 - 3\tilde{x}^2, \\ T_4(\tilde{x}) &= 8\tilde{x}^4 - 8\tilde{x}^2 - 1, \\ T_5(\tilde{x}) &= 16\tilde{x}^5 - 20\tilde{x}^3 + 5\tilde{x} \end{aligned}$$

и т.д. Используя линейные замены переменных

$$\tilde{x} = 2x - 1 \text{ и } \tilde{x} = 1 - 2x,$$

из (3) можно получить хаотические полиномиальные генераторы, определенные на единичном интервале:

$$f_G(x) = \frac{1}{2}(1 \pm T_G(\pm(2x - 1))), x \in (0,1). \quad (6)$$

Хаотические отображения (6) обладают инвариантной плотностью

$$\rho(x) = 2\tilde{\rho}(\pm(2x - 1)) = \frac{1}{\pi \sqrt{x(1-x)}}, x \in (0,1). \quad (7)$$

При $G = 2$ уравнение (6) сводится к отображению Улама – фон Неймана $x_{n+1} = 4x_n(1 - x_n)$ [3] с инвариантной плотностью (7).

Ниже мы получим точные нестационарные решения уравнения Перрона – Фробениуса, отвечающего хаотическим отображениям в форме полиномов Чебышева, и выясним, как трансформируется начальное распределение под действием этого оператора.

2. Эволюция решений уравнения Перрона-Фробениуса

Знание точных траекторных решений (5) для хаотических полиномиальных отображений интервала (-1,1) позволяет записать уравнение Перрона-Фробениуса [1], описывающее эволюцию вероятностных распределений под действием рассматриваемого преобразования, в виде

$$\tilde{\rho}_n(\tilde{x}) = \int_{-1}^1 \delta(\tilde{x} - \tilde{x}_n(n; \tilde{x}_0)) \tilde{\rho}_0(\tilde{x}_0) d\tilde{x}_0, \quad (8)$$

где $\tilde{\rho}_0(\tilde{x})$ - начальная плотность, а $\tilde{\rho}_n(\tilde{x})$ - преобразованная плотность после n итераций. Полагая, что начальное распределение является равномерным, т.е. на интервале (-1,1) задается в виде $\tilde{\rho}_0(\tilde{x}) = 1/2$, получим для нестационарного решения эволюционного уравнения следующее представление:

$$\tilde{\rho}_n(\tilde{x}) = \frac{\pi}{G^n} \times \int_0^1 \delta(\tilde{x} - \cos \pi \xi) \cos \frac{\pi(\xi-1)}{G^n} \sum_{k=0}^{G^n-1} \sin(k \frac{\pi}{G^{n-1}} + \frac{\pi}{G^n}) d\xi. \quad (9)$$

Воспользовавшись формулой для суммы

$$\sum_{k=0}^n \sin(ku+a) = \left(\sin \frac{u}{2} \right)^{-1} \sin \frac{(n+1)u}{2} \sin \left(\frac{nu}{2} + a \right),$$

из (9) получим:

$$\tilde{\rho}_n(\tilde{x}) = \tilde{\rho}(\tilde{x}) \cdot \frac{\pi/G^n}{\sin(\pi/G^n)} \cos \left(\frac{\cos^{-1} \tilde{x}}{G^n} - \frac{\pi}{G^n} \right) \sin^2 \frac{\pi}{G}, \quad (10)$$

$\tilde{x} \in (-1,1)$,

где $\tilde{\rho}(\tilde{x})$ - инвариантная плотность (4).

Полученный результат (10) интересен с различных позиций.

Во-первых, он проясняет характер эволюции нестационарного решения к инвариантному распределению;

легко видеть, что действительно существует предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \tilde{\rho}_n(\tilde{x}) = \tilde{\rho}(\tilde{x})$.

Во-вторых, формула (10) верна для всех $G \geq 2$. В-третьих, из нее следует, что скорость установления распределения, инвариантного относительно преобразований (3), определяется связанной со значением G величиной показателя Ляпунова $G = e^{\lambda \sigma}$. Другими словами, показатель Ляпунова служит не только мерой скорости разбегания (при итерациях) траекторий, стартующих из первоначально близких точек, но и мерой скорости установления инвариантного распределения в том случае, когда начальное распределение было отлично от инвариантного.

Используя соотношение (7), мы можем записать нестационарные решения уравнения Перрона - Фробениуса и для топологически эквивалентных (3) полиномиальных отображений (6), определяемых на единичном интервале:

$$\rho_n(x) = 2\tilde{\rho}_n(1-2x) = \tilde{\rho}(\tilde{x}) \cdot \frac{\pi/G^n}{\sin(\pi/G^n)} \cos \left(\frac{\cos^{-1} \sqrt{x}}{G^{n-1}} \right) \sin^2 \frac{\pi}{G}, \quad x \in (0,1), \quad (11)$$

где инвариантная плотность $\rho(x)$ определяется формулой (7).

Для $G=2$ из общей формулы (11) следует результат [4], отвечающий отображению Улама - фон Неймана.

Заключение

Итак, хаотические отображения в форме полиномов Чебышева первого рода имеют точные представления для итераций (5). Это позволяет записать соответствующее уравнение Перрона - Фробениуса в специфическом виде (8), найти его решения (10) и (11), установить закономерности их асимптотического поведения. Полученное представление для решения эволюционного уравнения позволяет трактовать показатель Ляпунова как меру скорости сходимости нестационарного распределения к инвариантному.

Работа выполнена при финансовой поддержке Федеральной целевой программы "Интеграция высшего образования и фундаментальной науки" (проект А0057/99).

Библиографический список

1. Lasota A., Mackey M.C. Probabilistic properties of deterministic systems. Cambridge, 1985.
2. Adler R.L., Rivlin T.J. // Proc. Am. Math. Soc. 1964. V.15. N 5.
3. Ulam S.M., von Neumann J. // Bul. Am. Math. Soc. 1947. V. 53. N 11.
4. Falk H // Phys. Let. 1984. V. 105. N 3.

EVOLUTION EQUATIONS FOR CHAOTIC CHEBYSHEV MAPS

A.F. Goloubentsev, V.M. Anikin

Saratov State University

The explicit solutions of the Perron - Frobenius equations for the chaotic Chebyshev maps are found. Their convergence to the invariant densities is analyzed. The results allow us to treat the Lyapunov exponent as the rate of such convergence.

ОПЕРАТОРЫ ФРОБЕНИУСА - ПЕРРОНА ДЛЯ СОПРЯЖЕННЫХ ХАОТИЧЕСКИХ ОТОБРАЖЕНИЙ

А.Ф. Голубенцев, В.М. Аникин, С.С. Аркадакский

Саратовский государственный университет

Найдены производящие функции для собственных функций операторов Фробениуса – Перрона, отвечающих пирамидальному отображению и всем топологически эквивалентным ему отображениям. Представлены разложения нестационарных решений уравнений Фробениуса – Перрона по собственным функциям одноименного оператора.

1. О связи операторов Фробениуса – Перрона сопряженных отображений

Описание динамических свойств хаотических отображений не исчерпывается изучением особенностей собственно итерационного процесса и может быть дополнено анализом спектральных свойств соответствующего оператора Фробениуса – Перрона (далее сокращенно - оператор ФП, или ОФП). Оператор ФП, соотносимый с хаотическим отображением некоторого инвариантного множества на себя, описывает эволюцию вероятностных плотностей под действием данного отображения [1]. Эффективным приемом построения хаотических отображений с заданными вероятностными свойствами является использование обратимой дифференцируемой замены переменных в кусочно-линейных эндоморфизмах, сохраняющих меру Лебега на единичном интервале [2]. Наличие подобного монотонного координатного преобразования позволяет, очевидно, получить явный вид ОФП для нового (сопряженного) отображения, не прибегая к использованию соответствующей итеративной функции.

В самом деле, пусть

$$\rho_{n+1}(x) = P\rho_n(x) \quad (1)$$

- уравнение ФП, отвечающее базовому кусочно-линейному отображению (P – оператор ФП, задающий закон преобразования вероятностной плотности при каждой итерации). Тогда при обратимой замене переменных

$$\begin{aligned} \tilde{x} &= h(x), \quad x = h^{-1}(\tilde{x}), \quad x \in (0,1), \\ \tilde{x} &\in (h(0), h(1)) \end{aligned} \quad (2)$$

плотности, присутствующие в (1), будут трансформированы в функции

$$\tilde{\rho}_k(\tilde{x}) = \rho_k(h^{-1}(\tilde{x}))\tilde{\rho}(\tilde{x}), \quad k = n, n+1, \quad (3)$$

где

$$\tilde{\rho}(\tilde{x}) = dh^{-1}(\tilde{x})/d\tilde{x}, \quad \tilde{x} \in (h(0), h(1)) \quad (4)$$

- инвариантная плотность отображения, сопряженного базисному.

С использованием (3) соотношение (1) преобразуется к уравнению ФП для сопряженного отображения:

$$\tilde{\rho}_{n+1}(\tilde{x}) = \tilde{P}\tilde{\rho}_n(\tilde{x}) = \tilde{\rho}(\tilde{x})P \left. \frac{\tilde{\rho}_n(h(x))}{\tilde{\rho}(h(x))} \right|_{x=h^{-1}(\tilde{x})} \quad (5)$$

Итак, соотношение (5) определяет последовательность операций, позволяющих (при знании ОФП базового эндоморфизма и обратимого преобразования) записать ОФП сопряженного отображения: а) находится результат действия оператора ФП базового отображения на отношение плотностей $\tilde{\rho}_n(h(x))/\tilde{\rho}(h(x))$ (с аргументом $h(x)!$); б) в полученном выражении аргумент заменяется в соответствии с (2); в) наконец, последний результат еще и умножается на инвариантную плотность сопряженного отображения.

Так, пирамидальному отображению

$$x_{n+1} = 2x_n \Theta_{0,1/2}(x_n) + 2(1-x_n)\Theta_{1/2,1}(x_n) \quad (6)$$

отвечает ОФП:

$$P\rho_n(x) = \frac{1}{2}(\rho_n(x/2) + \rho_n(1-x/2)). \quad (7)$$

(Здесь $\Theta_{a,b}(x)$ - характеристическая функция отрезка $[a,b]$, принимающая внутри этого отрезка единичное значение, а за его пределами - нулевое). ОФП любого сопряженного к (6) отображения будет иметь вид

$$\begin{aligned} \tilde{P}\tilde{\rho}_n(\tilde{x}) &= \frac{1}{2}\tilde{\rho}(\tilde{x}) \times \\ &\times \left(\frac{\tilde{\rho}_n(h(x/2))}{\tilde{\rho}(h(x/2))} + \frac{\tilde{\rho}_n(h(1-x/2))}{\tilde{\rho}(h(1-x/2))} \right)_{x=h^{-1}(\tilde{x})} \end{aligned} \quad (8)$$

2. Производящая функция для собственных функций оператора Фробениуса – Перрона пирамидального отображения

Установление связи между ОФП сопряженных отображений позволяет найти решения спектральных задач для ОФП по известному решению аналогичной задачи для базисного отображения. Покажем прежде всего, как найти собственные функции ОФП (7) пирамидального отображения (6) на основе построения соответствующей производящей функции. Рассмотрим производящую функцию для четных полиномов Бернулли:

$$\begin{aligned} \tilde{B}(x,t) &= \frac{1}{2}(B(x,t) + B(x,-t)) \equiv \\ &\equiv \sum_{n=0}^{\infty} \frac{B_{2n}(x)}{(2n)!} t^{2n} = \frac{t \cosh(x-1/2)t}{2 \sinh(t/2)}. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь

$$B(x,t) = \frac{te^{xt}}{e^t - 1} \equiv \sum_{k=0}^{\infty} B_k(x) \frac{t^k}{k!}$$

- производящая функция для полиномов Бернулли $B_k(x)$ степени k . Подействуем на производящую функцию (9) с аргументом $x/2$ оператором ФП пирамидального отображения (7):

$$\begin{aligned} PB_{2n}(x/2, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{PB_{2n}(x/2)}{(2n)!} t^{2n} \equiv \tilde{B}(x/2, t/2) = \\ &= \frac{1}{2^{2n}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{B_{2n}(x/2)}{(2n)!} t^{2n}. \end{aligned} \quad (10)$$

Результат (10) замечателен тем, что он дает решение (ср. [3]) спектральной задачи для ОПФ пирамидального отображения: собственными функциями ОПФ (7) являются четные полиномы Бернулли половинного аргумента, $\Psi_n(x) = B_{2n}(x/2)$, а собственными числами - величины

$$\Lambda_n = 2^{-2n},$$

ибо

$$PB_{2n}(x/2) = \frac{1}{2^{2n}} B_{2n}(x/2), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (11)$$

Таким образом, (9) можно рассматривать как производящую функцию для собственных функций ОПФ пирамидального отображения. Производящая функция

$$\tilde{B}(\tilde{x}, t) = \tilde{\rho}(\tilde{x}) B(h^{-1}(\tilde{x}), t) \quad (12)$$

даст решение спектральной задачи для всех отображений, связанных с пирамидальным отображением монотонной дифференцируемой зависимостью:

$$\tilde{\Psi}_k(\tilde{x}) = \tilde{\rho}(\tilde{x}) B_{2k}(h^{-1}(\tilde{x}/2)), \quad \tilde{x} \in (h(0), h(1)), \quad (13)$$

причем собственные числа являются инвариантными величинами: $\tilde{\Lambda}_k = \Lambda_k$. Значение $n=0$ отвечает решению стационарного уравнения ФП, так как $\tilde{\Psi}_0(\tilde{x}) = \tilde{\rho}(\tilde{x})$.

3. Разложение решений уравнения Фробениуса - Перрона в ряд по собственным функциям ОПФ

Для исследования сходимости нестационарных решений уравнения ФП к инвариантному распределению представим их в виде разложения в ряд по собственным функциям одноименного оператора. Хотя полиномы Бернулли и не образуют ортого-

нальной системы, названное разложение можно провести на основе формулы суммирования Эйлера - Маклорена [4]. Для целой функции экспоненциального типа $\varphi(x)$ этот ряд является сходящимся:

$$\varphi(x) = \int_0^1 \varphi(x) dx + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n B_n(x). \quad (14)$$

Коэффициенты разложения

$$\alpha_n = \frac{\varphi^{(n-1)}(1) - \varphi^{(n-1)}(0)}{n!}, \quad n = 1, 2, \dots,$$

выражаются через производные разлагаемой функции (всех порядков) в граничных точках отрезка $[0, 1]$. Вводя скалярное произведение

$$(\varphi_1, \varphi_2) = \int_0^1 \varphi_1(x) \varphi_2(x) dx,$$

для коэффициентов α_n получим:

$$\begin{aligned} \alpha_n &= \frac{1}{n!} (\delta(x-1) - \delta(x), \varphi^{(n-1)}(x)) = \\ &= \frac{(-1)^n}{n!} (\delta^{(n-1)}(x-1) - \delta^{(n-1)}(x), \varphi(x)) = \\ &= \frac{(-1)^n}{n!} (\Theta_{0,1}^{(n)}, \varphi) = (\tilde{B}_n, \varphi), \end{aligned} \quad (15)$$

где $\delta(x)$ - дельта-функция,

$$\tilde{B}_n(x) = \frac{(-1)^n}{n!} \Theta_{0,1}^{(n)}(x) \quad (16)$$

- обобщенные функции. С учетом (15), (16) разложение (13) может быть представлено в эквивалентной форме:

$$\varphi(x) = \int_0^1 \varphi(x) dx + \sum_{n=1}^{\infty} (\tilde{B}_n, \varphi) B_n(x). \quad (17)$$

В нашем случае функция $\varphi(x)$ имеет смысл плотности вероятности. Запишем в форме (17) начальное распределение $\rho_0(x)$, считая его отличающимся от инвариантного:

$$\rho_0(x) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (\tilde{B}_n, \rho_0) B_n(x). \quad (18)$$

Поскольку действие ОПФ (7) на полином Бернулли любой степени приводит к результату:

$$\begin{aligned} PB_n(x) &= \frac{1}{2} (B_n(x/2) + B_n(1-x/2)) = \\ &= \frac{1}{2} (B_n(x/2) + (-1)^n B_n(x/2)), \end{aligned}$$

уже первое действие ОФП (7) на (18) в силу теоремы о дополнительном аргументе для полиномов Бернулли [5],

$$B_k(1-x) = (-1)^k B_k(x),$$

исключит в этом разложении члены с нечетными полиномами Бернулли:

$$\rho_1(x) = P\rho_0(x) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} (\tilde{B}_{2k}, \rho_0) B_{2k}(x/2). \quad (19)$$

Согласно (11), четные полиномы Бернулли от половинного аргумента являются собственными функциями ОФП пирамидального отображения. Поэтому искомое разложение решений уравнения ФП легко находится повторением действия оператора ФП на (19):

$$\begin{aligned} \rho_n(x) &= 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2^{2(n-1)k}} (\tilde{B}_{2k}, \rho_0) B_{2k}(x/2) = \\ &= 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\alpha_{2k}}{2^{2(n-1)k}} \Psi_k(x). \end{aligned} \quad (20)$$

Соотношение (20) позволяет с учетом (12) записать и решения ОФП для всех отображений, сопряженных пирамидальному:

$$\tilde{\rho}_n(\tilde{x}) = \tilde{\rho}(\tilde{x}) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\alpha_{2k}}{2^{2(n-1)k}} \tilde{\Psi}_k(\tilde{x}). \quad (21)$$

Как (20), так и (21) "раскрывают" механизм установления стационарного (инвариантного) распределения, когда начальное распределение вероятностей было отлично от него: первое слагаемое (1 или $\tilde{\rho}(\tilde{x})$) при действии ОФП не изменяется, в то же время влияние других слагаемых подавляется за счет уменьшения коэффициентов разложения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Федеральной целевой программы "Интеграция высшего образования и фундаментальной науки" (проект А0057/99).

Библиографический список

1. Lasota A., Mackey M.C. Probabilistic properties of deterministic systems. Cambridge, 1985.
2. Goloubentsev A.F., Anikin V.M. // Int. J. Bifurcation and Chaos. 1998. V. 8. N 5. P. 98.
3. Dörfle M. // J. Stat. Phys. 1985. V. 40. P. 93.
4. Харди Г. Расходящиеся ряды. М., 1951.
5. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М., 1970.

FROBENIUS – PERRON OPERATORS FOR CONJUGATE CHAOTIC MAPS

A.F. Goloubentsev, V.M. Anikin, S.S. Arkadarsky

Saratov State University

The generating functions for the eigenfunctions of the Frobenius – Perron operators associated to the tent map and the chaotic maps that are related with them by invertible differentiable transformations are found. The expansions of the solutions of Frobenius – Perron equations in terms of the eigenfunctions are presented.

Пример 1. Рассмотрим начальное распределение

$$\rho_0(x) = 2(1-x) = 1 - 2B_1(x).$$

Поскольку

$$PB_{2k+1}(x) = \frac{1}{2}(B_{2k+1}(x/2) + B_{2k+1}(1-x/2)) \equiv 0,$$

начальная плотность будет преобразована точно в инвариантную (равномерную) при первом же действии ОФП.

Пример 2. Рассмотрим в качестве начального унимодальное распределение

$$\rho_0(x) = \frac{\pi}{2} \sin \pi x = 1 + \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \frac{\pi^{2m}}{(2m)!} B_{2m}(x).$$

Нестационарные решения (7),

$$\rho_n(x) = \frac{\pi/2^n}{\sin(\pi/2^n)} \cos \frac{\pi}{2^n} (x - 0.5),$$

сходятся к равномерному распределению по первому замечательному пределу.

Заключение

Итак, в работе найдены производящие функции для собственных функций операторов Фробениуса – Перрона, отвечающих пирамидальному отображению и всем топологически эквивалентным отображениям. Показано, что нечетные полиномы Бернулли являются элементами нуля – многообразия для оператора Фробениуса – Перрона пирамидального отображения. Получены разложения нестационарных решений уравнений Фробениуса – Перрона по собственным функциям одноименного оператора и на этой основе продемонстрирован механизм сходимости при итерациях начального распределения к инвариантному закону.

ХАОТИЧЕСКИЕ ОТОБРАЖЕНИЯ С ИНВАРИАНТНЫМИ ЗАКОНАМИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ В ФОРМЕ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ИНТЕГРАЛОВ

А.Ф. Голубенцев, В.М. Аникин

Саратовский государственный университет

Приводятся оригинальные результаты и обзорные данные по хаотическим отображениям, взаимно однозначно связанным с пирамидальным отображением и характеризующимся инвариантными законами распределения в форме эллиптических интегралов.

Нелинейная монотонная дифференцируемая замена переменных, проводимая в хаотических разностных схемах, приводит к топологически эквивалентным отображениям с новыми вероятностными законами. Это позволяет "конструировать" хаотические датчики псевдослучайных величин с заданными вероятностными плотностями. Наиболее полное аналитическое описание траекторных и вероятностных характеристик достигается в случае использования в качестве сопрягающих функций монотонных ветвей периодических функций. К числу таких функций принадлежат и эллиптические функции Якоби $sn(u,k)$, $cn(u,k)$ и $dn(u,k)$, определяемые обращением эллиптических интегралов [1]:

$$u = \int_0^{sn(u,k)} \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2t^2)}}$$

$$u = \int_{cn(u,k)}^1 \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(k'^2+k^2t)}}$$

$$u = \int_{dn(u,k)}^1 \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(t^2-k'^2)}}$$

Здесь k – модуль эллиптического интеграла (рассматриваются действительные k), $k'^2 = 1 - k^2$.

В статье мы приводим некоторые результаты использования эллиптических функций Якоби в качестве сопрягающих изоморфизмов при замене переменных в пирамидальном отображении

$$x_{n+1} = 2x_n \Theta_{0,1/2}(x_n) + 2(1-x_n) \Theta_{1/2,1}(x_n).$$

(Здесь $\Theta_{a,b}(x)$ – характеристическая функция отрезка $[a,b]$). При построении сопряженных отображений используются формулы сложения для эллиптических функций, свойства их симметрии, в том числе периодичность. Период $4K$ имеют, например, $sn(u,k)$ и $cn(u,k)$, период $2K$ – $dn(u,k)$ и квадраты эллиптических функций; здесь

$$K = F(\pi/2, k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\psi}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \psi}}$$

– полный эллиптический интеграл.

Отображение 1

а) Изоморфизм:

$$\tilde{x} = sn^2(Kx, k), x = \frac{1}{K} sn^{-1}(\sqrt{\tilde{x}}, k), x, \tilde{x} \in [0,1];$$

б) разностное уравнение [2]:

$$x_{n+1} = \frac{4\tilde{x}_n(1-\tilde{x}_n)(1-k^2\tilde{x}_n)}{(1-k^2\tilde{x}_n^2)^2}, \tilde{x}_n \in (0,1), k^2 \in (0,1);$$

в) точное решение [2]:

$$\tilde{x}_n = \tilde{x}_n(n; \tilde{x}_0) = sn^2(2^n sn^{-1}(\sqrt{\tilde{x}_0}, k), k);$$

г) инвариантные плотность и закон распределения:

$$\rho(\tilde{x}) = \frac{1}{2K\sqrt{\tilde{x}(1-\tilde{x})(1-k^2\tilde{x}^2)}}$$

$$\Phi(\tilde{x}) = \int_0^{\tilde{x}} \rho(\tilde{x}) d\tilde{x} = \frac{1}{K} F(\sin^{-1} \sqrt{\tilde{x}}, k).$$

Отображение 2

а) Изоморфизм:

$$\tilde{x} = dn^2(Kx, k), x = \frac{1}{K} dn^{-1}(\sqrt{\tilde{x}}, k), x \in [0,1],$$

$$\tilde{x} \in [k'^2, 1], k'^2 \in [0,1];$$

б) разностное уравнение [2]:

$$\tilde{x}_{n+1} = \left[\frac{k'^2 - 2k'^2 \tilde{x}_n + \tilde{x}_n^2}{k'^2 - 2\tilde{x}_n + \tilde{x}_n^2} \right]^2, \tilde{x}_n \in [k'^2, 1];$$

в) точное решение [2]:

$$\tilde{x}_n = dn^2(2^n dn^{-1}(\sqrt{\tilde{x}_0}, k), k);$$

г) инвариантные плотность и закон распределения:

$$\rho(\tilde{x}) = \frac{1}{2K\sqrt{\tilde{x}(1-\tilde{x})(\tilde{x}-k'^2)}}$$

$$\Phi(\tilde{x}) = 1 - \frac{1}{K} F(\sin^{-1} \frac{\sqrt{1-\tilde{x}}}{k}, k).$$

Отображение 3 [3]

а) Изоморфизм:

$$\tilde{x} = \frac{1}{2}(1 - cn(2Kx, k)), x = \frac{1}{2K}cn^{-1}(1 - 2\tilde{x}, k),$$

$$x, \tilde{x} \in [0, 1];$$

б) разностное уравнение:

$$\tilde{x}_{n+1} = \frac{4\tilde{x}_n(1 - \tilde{x}_n)[1 - 4k^2\tilde{x}_n(1 - \tilde{x}_n)]}{1 - [4k\tilde{x}_n(1 - \tilde{x}_n)]^2},$$

$$\tilde{x}_n \in [0, 1], k \in [0, 1];$$

в) точное решение:

$$\tilde{x}_n = \frac{1}{2}[1 - cn(2^n cn^{-1}(1 - 2\tilde{x}_0, k), k)];$$

г) инвариантная плотность и закон распределения:

$$\rho(\tilde{x}) = \frac{1}{2K\sqrt{\tilde{x}(1 - \tilde{x})[k^{12} + k^2(1 - 2\tilde{x})^2]}},$$

$$\Phi(\tilde{x}) = \frac{1}{2K}cn^{-1}(1 - 2\tilde{x}, k).$$

Отображение 4

а) Изоморфизм:

$$\tilde{x} = cn(2Kx, k), x = \frac{1}{2K}cn^{-1}(\tilde{x}, k),$$

$$x \in [0, 1], \tilde{x} \in [-1, 1];$$

б) разностное уравнение

$$\tilde{x}_{n+1} = \frac{\tilde{x}_n^2 - (1 - \tilde{x}_n^2)(k^{12} + k^2\tilde{x}_n^2)}{1 - k^2(1 - \tilde{x}_n^2)^2}, \tilde{x}_n \in [-1, 1];$$

в) точное решение:

$$\tilde{x}_n = cn(2^n cn^{-1}(\tilde{x}_0, k), k);$$

г) инвариантная плотность и закон распределения:

$$\rho(\tilde{x}) = \frac{1}{2K\sqrt{(1 - \tilde{x}^2)(k^{12} + k^2\tilde{x}^2)}},$$

$$\Phi(\tilde{x}) = 1 - \frac{1}{2K}cn^{-1}(\tilde{x}, k).$$

Отображение 5

а) Изоморфизм:

$$\tilde{x} = dn(Kx, k), x = \frac{1}{K}dn^{-1}(\tilde{x}, k), x \in [0, 1], \tilde{x} \in [k', 1];$$

б) разностное уравнение:

$$\tilde{x}_{n+1} = \frac{k^{12} - 2k^{12}\tilde{x}_n + \tilde{x}_n^4}{k^{12} + 2\tilde{x}_n^2 - \tilde{x}_n^4}, \tilde{x}_n \in [k', 1];$$

в) точное решение:

$$\tilde{x}_n = dn(2^n dn^{-1}(\tilde{x}, k), k);$$

г) инвариантная плотность и закон распределения:

$$\rho(\tilde{x}) = \frac{1}{K\sqrt{(1 - \tilde{x}^2)(\tilde{x}^2 - k^2)}}, \Phi(\tilde{x}) = 1 - \frac{1}{K}dn^{-1}\tilde{x}.$$

Отображения, приводимые ниже, получены на основе изоморфизмов в форме лемнискатных функций Гаусса. Эти функции можно рассматривать как частный случай эллиптических функций Якоби для $k^2=1/2$, а именно:

$$cl u = cn(\sqrt{2}u, 1/\sqrt{2}),$$

$$sl u = cl(\tilde{\omega}/2 - u) = cn(K_0 - \sqrt{2}u),$$

где $\tilde{\omega} = \sqrt{2}K_0 = 2 \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{1-t^4}}$ - полупериод лемнискатных функций cl и sl (то есть период для функций cl^2 и sl^2).

Отображение 6 [4]

а) Изоморфизм:

$$\tilde{x} = sl \frac{\tilde{\omega}x}{2}, x = \frac{2}{\tilde{\omega}}sl^{-1}\sqrt{\tilde{x}}, x, \tilde{x} \in [0, 1];$$

б) разностное уравнение:

$$\tilde{x}_{n+1} = \frac{4\tilde{x}_n(1 - \tilde{x}_n^2)}{(1 + \tilde{x}_n^2)^2}, \tilde{x}_n \in [0, 1];$$

в) точное решение:

$$\tilde{x}_n = sl^2(2^n sl^{-1}\sqrt{\tilde{x}_0});$$

г) инвариантная плотность и закон распределения:

$$\rho(\tilde{x}) = \frac{1}{\tilde{\omega}\sqrt{\tilde{x}(1 - \tilde{x})}}, \Phi(\tilde{x}) = \frac{2}{\tilde{\omega}}sl^{-1}\sqrt{\tilde{x}}.$$

Отображение 7 [4]

а) Изоморфизм:

$$\tilde{x} = cl \tilde{\omega}x, x = \frac{1}{\tilde{\omega}\sqrt{1 - \tilde{x}^4}}, x \in [0, 1], \tilde{x} \in [-1, 1];$$

б) разностное уравнение:

$$\tilde{x}_{n+1} = \frac{2\tilde{x}_n^2 - (1 - \tilde{x}_n^2)^2}{2 - (1 - \tilde{x}_n^2)^2}, \tilde{x}_n \in [-1, 1];$$

в) точное решение:

$$\tilde{x}_n = cl(2^n cl^{-1}\tilde{x}_0);$$

г) инвариантная плотность и закон распределения:

$$\rho(\tilde{x}) = \frac{1}{\tilde{\omega}\sqrt{1-\tilde{x}^4}}, \quad \Phi(\tilde{x}) = \frac{1}{\tilde{\omega}} \operatorname{cn}^{-1} \tilde{x}.$$

Большинство рассмотренных нелинейных преобразований переменной в базисном пирамидальном отображении содержат зависимость от параметра - модуля эллиптического интеграла. Вариация этого параметра может влиять на границы отрезка задания нового отображения. Однако в силу взаимно однозначного соответствия с исходным хаотическим эндоморфизмом новое отображение может только в определенном смысле "копировать" поведение базисного эндоморфизма, то есть продемонстрировать "чистый хаос" для некоторой области

изменения параметра без проявлений качественного изменения динамики. Доказана хаотичность отображений 1 и 2, приведенных в [2] под номерами 10 и 11.

Интересно и то, что известное отображение Улама - фон Неймана,

$$\tilde{x}_n = 4\tilde{x}_n(1-\tilde{x}_n),$$

определенное на интервале (0,1), и его "перезапись" (посредством линейных преобразований) на интервал (-1,1), представляемая полиномом Чебышёва второго порядка, включаются в случае отображений 1, 3 и 4 в рассмотренную "параметрическую" систему отображений, отвечая критическому значению параметра $k = 0$.

Работа выполнена при финансовой поддержке Федеральной целевой программы "Интеграция высшего образования и фундаментальной науки" (проект А0057/99).

Библиографический список

1. Ахиезер Н.И. Элементы теории эллиптических функций. М., 1970.
2. Katsura Sh., Fukuda W. // Physica .1985. V. 130A. N 3. P.597.
3. Tsuchiya T. // Z. Naturforsch. 1984. Vol. A39. N 1. P.90.
4. Goloubentsev A.F., Anikin V.M. Gauss lemniscate functions as exact solutions for chaotic maps // Nonlinear dynamics and chaos. Application in Physics, Biology and Medicine. Saratov, 1996.

CHAOTIC MAPS WITH INVARIANT DISTRIBUTIONS IN FORM OF ELLIPTIC INTEGRALS

A.F. Goloubentsev, V.M. Anikin

Saratov State University

Some chaotic maps that are monotonically related to the tent map by Jacobian elliptic functions and characterized by the invariant distributions in the form of elliptic integrals are considered.

ДВУМЕРНЫЕ ЭРГОДИЧЕСКИЕ ОТОБРАЖЕНИЯ СЛОЖНЫХ ОБЛАСТЕЙ

А. Ф. Голубенцев, В. М. Аникин, С. А. Ноянова

Саратовский государственный университет

Рассматривается алгоритм построения эргодических отображений, которые определены на плоских областях со сложными границами. Общая схема иллюстрируется конкретными примерами.

Эргодические преобразования единичного квадрата

$$D(x, y) : \{0 \leq x, y \leq 1\}$$

(в частности, отображение пекаря) широко используются в теории детерминированного хаоса в качестве иллюстраций хаотической иерархии и в прикладных программах моделирования в различных естественнонаучных областях [1,2]. Здесь мы опишем алгоритм построения хаотических отображений, сохраняющих меру Бореля на площади $\tilde{D}(u, v)$ сложной формы (например, в виде треугольника, круга и т.д.).

Введем независимые "базисные" хаотические преобразования

$$x_{n+1} = f_1(x_n) = 2x_n \text{ mod } 1, \quad (1)$$

$$y_{n+1} = f_2(y_n) = 2y_n \text{ mod } 1. \quad (2)$$

Каждое из этих отображений характеризуется равномерной инвариантной плотностью $\rho_1(x) = 1$ и $\rho_2(y) = 1$. Система же уравнений (1) - (2) определяет хаотическое отображение единичного квадрата с однородным двумерным распределением $\rho(x, y) = 1$.

Допустим, $\tilde{\rho}(u, v)$ есть вероятностное распределение, которое задано на плоской области со сложными границами вида

$$\tilde{D}(u, v) : \{u_1 \leq u \leq u_2, \varphi_1(u) \leq v \leq \psi_1(u)\} \quad (3)$$

или

$$\tilde{D}(u, v) : \{\varphi_2(v) \leq u \leq \psi_2(v), v_1 \leq v \leq v_2\} \quad (4)$$

и удовлетворяет условию

$$\tilde{\rho}(u, v) = \frac{1}{\int_{\tilde{D}(u, v)} du dv} \quad (5)$$

Рассмотрим две группы плотностей вероятности. Одна из них соответствует уравнению области (3):

$$\rho_1(u) = \int_{\varphi_1(u)}^{\psi_1(u)} \tilde{\rho}(u, v) dv, \quad F_1(v) = \int_{u_1}^u \rho_1(t) dt, \quad (6)$$

$$\rho_{vu}(u, v) = \frac{\tilde{\rho}(u, v)}{\rho_1(u)}, \quad F_{vu}(u, v) = \int \frac{\tilde{\rho}(u, t)}{\rho_1(t)} dt. \quad (7)$$

Вторая группа плотностей вероятности связана с определением области (4):

$$\rho_2(v) = \int \tilde{\rho}(u, v) du, \quad F_2(v) = \int_{v_1}^v \rho_2(t) dt, \quad (8)$$

$$\rho_{uv}(u, v) = \frac{\tilde{\rho}(u, v)}{\rho_2(v)}, \quad F_{uv}(u, v) = \int_{\varphi_2(v)}^u \frac{\tilde{\rho}(t, v)}{\rho_2(t)} dt. \quad (9)$$

Уравнения (6) и (8) дают одномерные распределения, а уравнения (7) и (9) представляют собой условные распределения. В соответствии с уравнением области определения отображения возможны две ситуации.

Ситуация 1. Соотношения

$$F_1(u_{n+1}) = f_1(F_1(u_n)),$$

$$F_{vu}(u_{n+1}, v_{n+1}) = f_2(F_{vu}(u_n, v_n)) \quad (10)$$

определяют хаотические отображения, имеющие инвариантное распределение $\tilde{\rho}(u, v)$ на области (3), если функция $F_1(t)$ является монотонной, а величина v_p может быть точно выражена из уравнения

$$\int_{\varphi_1(u)}^{v_p} \frac{\tilde{\rho}(u, t)}{\rho_1(t)} dt = p.$$

Ситуация 2. Соотношения

$$F_{uv}(u_{n+1}, v_{n+1}) = f_1(F_{uv}(u_n, v_n)),$$

$$F_2(v_{n+1}) = f_2(F_2(v_n)) \quad (11)$$

определяют хаотические отображения с инвариантным распределением $\tilde{\rho}(u, v)$ на области (4), если функция $F_2(t)$ обратима, а величина u_p может быть точно найдена из уравнения

$$\int_{\varphi_2(v)}^{u_1} \frac{\tilde{\rho}(t,v)}{\rho_2(t)} dt = p.$$

Рассмотрим конкретные примеры на построение хаотических отображений областей, отличных от единичного квадрата.

Пример 1. Рассмотрим треугольную область

$$\tilde{D}(u,v): \{0 \leq u \leq v \leq 1\}$$

Используя (11) для равномерного распределения $\tilde{\rho}(u,v) = 2$, получаем следующее эргодическое отображение:

$$u_{n+1} = 2\sqrt{2}u_n \Theta_{0,1/\sqrt{2}}(v_n) + 2u_n \sqrt{2-1/v_n^2} \Theta_{1/\sqrt{2},1}(v_n) - v_{n+1} \Theta_{v_n/2,v_n}(u_n), \quad (12)$$

$$v_{n+1} = \sqrt{2}v_n \Theta_{0,1/\sqrt{2}}(v_n) + \sqrt{2v_n^2 - 1} \Theta_{1/\sqrt{2},1}(v_n). \quad (13)$$

Переменная v_{n+1} , стоящая в правой части (12), заменяется при итерациях выражением (13).

Пример 2. Найдём хаотическое двумерное отображение на бесконечной области

Работа выполнена при финансовой поддержке Федеральной целевой программы "Интеграция высшего образования и фундаментальной науки" (проект А0057/99).

Библиографический список

1. Lasota A., Mackey M.C. Probabilistic properties of deterministic systems. Cambridge, 1985.
2. Gaspard P. // J. Stat. Phys. 1992. V. 68. N 5/6. P.673-747.

TWODIMENSIONAL ERGODIC TRANSFORMATIONS OF COMPLEX REGIONS

A.F. Goloubentsev, V.M. Anikin, S.A. Noyanova

Saratov State University

The general algorithms and some examples of the constructing some chaotic mappings that are defined on plane regions are considered.

$$\tilde{D}(u,v): \{0 \leq u \leq \infty, 0 \leq v \leq \psi_1(u) = Ae^{-u}\},$$

где A - константа.

В соответствии с (10) можно получить

$$u_{n+1} = (u_n - \ln 2) \Theta_{\ln 2, \infty}(u_n) + \ln(2e^{-u_n} - 1) \Theta_{0, \ln 2}(u_n), \quad (14)$$

$$v_{n+1} = Ae^{-u_{n+1}} y_{n+1}. \quad (15)$$

В выражении (15) для v_{n+1} переменные u_{n+1} и y_{n+1} заменяются соответственно выражениями (14) и (2).

Таким образом, мы показали, как в специфических случаях могут быть построены эргодические хаотические отображения плоских двумерных областей. В примерах 1 и 2 равномерная плотность является инвариантной. Но если интегральные вероятностные преобразования для некоторых других распределений, заданных на соответствующих областях, будут обратимыми, проблема построения хаотических отображений, имеющих распределения, отличные от равномерного, может быть также успешно решена.

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ БИФУРКАЦИИ УДВОЕНИЙ ПЕРИОДОВ И ПОСТОЯННОЙ ФЕЙГЕНБАУМА В РЕШЕНИЯХ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ РОССЛЕРА

С.В. Фролов

Саратовский государственный университет

Рассмотрена методика аппроксимации последовательности отсчетов тригонометрическим полиномом первого порядка. Произведена оценка параметров бифуркации и постоянной Фейгенбаума в решениях системы уравнений Ресслера.

В [1] рассмотрена процедура построения бифуркационных линий периода повторения циклов одной из модельных систем Ресслера:

$$\dot{x} = -y - z, \quad \dot{y} = x + ey, \quad \dot{z} = b + xz - \mu z,$$

где параметр $e = b = 0,2$.

При этом для $\mu = 2,5$ имеет место устойчивый предельный цикл с периодом T_0 , а для $\mu = 2,83$ этот цикл претерпевает бифуркационное удвоение периода.

Известно [2], что классический метод вычисления параметров составляющих спектра цифровых сигналов, основанный на использовании дискретного преобразования Фурье, обладает низкой разрешающей способностью. Ограниченность интервала наблюдения приводит к искажению вычисленного спектра из-за взаимного просачивания его составляющих. Для уменьшения уровня боковых лепестков используются различные окна, имеющие по сравнению с прямоугольным окном более широкий главный лепесток, что снижает частотную избирательность.

В методике аппроксимации последовательности отсчетов $x(n)$, $n = 1, 2, \dots, N - 1$ тригонометрическим полиномом первого порядка для фиксированного частотного множителя h ,

$$y(n) = G + S \sin(hn) + C \cos(hn),$$

обеспечивается одновременное вычисление постоянной и переменной составляющих [3]. По методу наименьших квадратов составляются суммы

$$\sum_{n=0}^{N-1} [x(n) - y(n)]^2$$

из условий равенства нулю частных производных по G, S, C с последующим их вычислением из системы линейных алгебраических уравнений.

В результате вычисляется, если она представлена в исследуемом процессе, составляющая с частотой, близкой к h .

Следовательно, задача состоит в выборе значений h , обеспечивающих оценку параметров составляющих в квазипериодическом процессе. Из физических соображений может быть задан частотный диапазон ожидаемых периодических составляющих, число которых P и их частоты неизвестны. Разобьем этот диапазон на L интервалов, каждому из которых соответствуют частотные множители $h_j = 1, 2, \dots, L$, и тем самым устанавливаются границы этих интервалов. С учетом известной связи h_j с периодом из N_j отсчетов за этот период имеем: $h_j = 2\pi/N_j$. При этом шаг по частоте может быть выбран относительно мелкий, что обеспечивает выявление мелкой детали спектра без добавления нулей к отсчетам последовательности. Вычисляется зависимость модуля амплитуды от частоты

$$M_j = \sqrt{S_j^2 + C_j^2}, \quad j = 1, 2, \dots, L.$$

Решение приведенной выше системы уравнений выполнено по методу Рунге-Кутты четвертого порядка с шагом 0.05 при начальных условиях $x_0 = 2,8$; $y_0 = z_0 = 0$; числе отсчетов 98500 и при интервале по частоте 0.0025.

В результате решения данной системы уравнений получены следующие параметры бифуркации: $\mu_2 = 2,375$; $\mu_4 = 3,832$; $\mu_8 = 4,145$. При этом значения константы Фейгенбаума составляет $\delta_1 = 4,65$.

Библиографический список

1. Анищенко В.С. Сложные колебания в простых системах. М., 1990.
2. Марпл С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. М., 1990.
3. Двинских В.А. // ЖТФ. 1992. Т.62, вып. 12.

THE BIFURCATION PARAMETERS DOUBLE PERIOD AND FEIGENBAUM CONSTANT ESTIMATION IN THE SOLUTIONS OF THE SYSTEMS OF ROSSLER'S EQUATIONS

S.V. Frolov

Saratov State University

The technique approximation of sequence accounts by the first order trigonometrical polynom is considered. The bifurcation parameters and Feigenbaum constant estimation in the solutions of the systems of Rossler's equations.

УЛУЧШЕННЫЙ МЕТОД ОЦЕНКИ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ МОЩНОСТИ СИГНАЛА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВОЗВРАТОВ ПУАНКАРЕ

Л.С. Сотов

Саратовский государственный университет

Рассмотрен вариант спектрального оценивания методом периодограмм, в котором оптимизируется интервал разбиения временной реализации исследуемого сигнала. В отличие от известных методов, в предложенном методе не требуется априорного знания уравнений, описывающих исследуемую систему. Приводится сравнение с классическим периодограммным методом.

В настоящее время известно большое количество алгоритмов, для решения задачи спектрального оценивания [1,2]. Среди них, однако, нет универсального алгоритма, дающего наилучшее приближение при минимуме вычислительных затрат на произвольном классе задач.

В работе предложен метод решения задачи спектрального оценивания сигналов, имеющих динамическую природу, т.е. сигналов, для которых имеет смысл задача восстановления фазового пространства системы, генерирующей исследуемый сигнал.

В основе предлагаемого алгоритма лежит классический периодограммный метод спектрального оценивания, в котором выбор длин временных реализаций для вычисления периодограмм оптимизирован для получения наилучшей оценки спектральной плотности мощности как регулярных, так и нерегулярных сигналов [3]. В отличие от известного решения этой задачи [3], в предложенном методе не требуется априорного знания уравнений, задающих динамическую систему.

Предлагаемый метод заключается в следующем.

- На начальном этапе с использованием процедуры Такенса восстанавливается фазовое пространство исследуемого сигнала $X(t)$. В качестве фазовых переменных выбираются $X(t), X(t - T_1), X(t - T_2) \dots$. Величины $T_1, T_2 \dots$ выбираются произвольно. При решении конкретных задач спектрального оценивания оказалось, что результат не зависит от конкретного выбора $T_1, T_2 \dots$. На практике эти величины обычно равны 7 - 10 интервалам дискретизации исследуемого сигнала.
- Далее процедура аналогична процедуре, описанной в [3]. Перед расчетом следует задать промежуток T_m , на котором ведется поиск наилучшего возврата траектории в фазовом пространстве системы и промежуток T_p , на котором анализируется исследуемый сигнал. На фазовой траектории фиксируется начальная точка $X_0 = \{X(T_0), X(T_0 - T_1), X(T_0 - T_2)\}$, а на промежутке T_m определяется точка $X_r = \{X(T_r), X(T_r - T_1), X(T_r - T_2)\}$, которая наиболее близко приближается к точке X_0 . Уточнение точки возврата проводится с использованием аппроксимации $X(t)$ полиномом третьей степени.

- На промежутке $(T_0 - T_r)$ методом быстрого преобразования Фурье вычисляется периодограмма сигнала. Предварительно сигнал восстанавливается на новой временной сетке с использованием аппроксимации $X(t)$ полиномом третьей степени. Шаг дискретизации выбирается ближайший к первоначальному.
- После расчета очередной периодограммы начальную точку следует сдвинуть на величину t не более T_r . При $t < T_r$ реализуется метод спектрального оценивания с перекрытием временных реализаций.
- Аналогично находится серия периодограмм, результаты усредняются на заданной заранее сетке частот. Оценивание завершается после анализа всего промежутка T_p .

Выбор начальной точки X_0 , к которой находится наилучший возврат, можно также оптимизировать.

В фазовом пространстве многих диссипативных динамических систем существуют области со сложными фазовыми траекториями. В таких областях действительные части корней характеристического уравнения линеаризованной системы отрицательны. В результате чего соседние фазовые траектории стягиваются между собой и точность возвратов в таких областях значительно выше, чем в областях разбегания фазовых траекторий.

Описанный выше алгоритм спектрального оценивания реализован в программе SPEC20. Программа имеет оконный диалоговый интерфейс, и может работать одновременно с несколькими задачами, что упрощает анализ и сравнение результатов.

Кроме этого, в программу встроен внутренний компилятор арифметических выражений, что дает возможность исследовать обыкновенные дифференциальные уравнения, не прибегая к программированию.

Программа SPEC20 тестировалась на различных примерах динамических систем, демонстрирующих периодические, квазипериодические и нерегулярные колебания. В частности, исследовались уравнения двухконтурной модели генератора на диоде Ганна [3,4]:

$$\frac{dx}{d\xi} = K \cdot x + (\delta_s + P_2 z - P_1(x^2 + y^2)) \cdot y - \cos(\theta) \cdot K \cdot z - 2y - \gamma \cdot x \cdot (x^2 + y^2),$$

$$\begin{aligned} \frac{dy}{d\xi} &= K \cdot y - (\delta_s + P_2 z - P_1(x^2 + y^2)) \cdot x + \quad (1) \\ &+ \sin(\theta) \cdot K \cdot z + 2xy - \gamma \cdot y \cdot (x^2 + y^2); \\ \frac{dz}{d\xi} &= -2z \cdot (1 + x). \end{aligned}$$

На рис.1 представлены результаты расчета спектральной плотности мощности (СПМ) стохастических колебаний переменной X уравнения (1) с учетом и без учета возвратов Пуанкаре.

Параметры системы выбраны следующие: $K = 0,2$; $\delta = 1$; $\theta = \pi$; $P_1 = 0$; $P_2 = 0,14$; $\gamma = 0,009$. В случаях расчета без использования возвратов Пуанкаре длины интервалов разбиения равнялись 125.

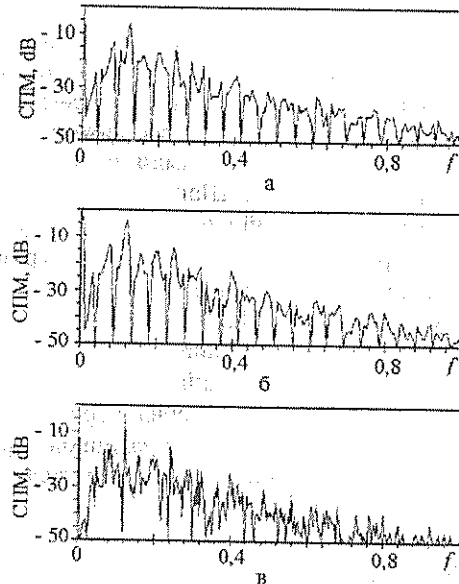


Рис.1

При расчете по приведенному выше алгоритму интервалы разбиения были не более 125. Точность оценки традиционным методом с использованием прямоугольного окна (рис.1,а) и окна Ханна (рис.1,б) неудовлетворительная.

Метод с использованием возвратов Пуанкаре дает лучший результат (рис.1,в).

Квазипериодические колебания задавались в явном виде. На рис. 2 представлены результаты расчета спектральной плотности мощности колебаний с частотами $F_1 = 0,1$; $F_2 = 0,12333$ различными методами: классическим методом спектрального оценивания с прямоугольным окном (рис.2,а); с окном Ханна (рис.2,б); предложенным методом (рис.2,в). Интервал разбиения равнялся 305.

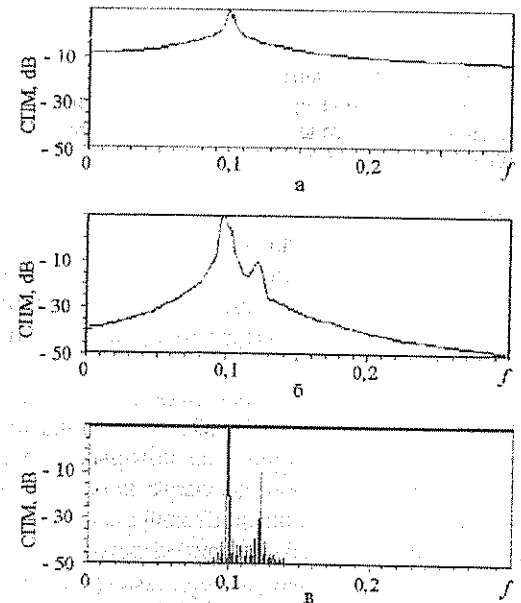


Рис.2

Приведенные выше данные свидетельствуют об эффективности описанного выше метода оценки спектральной плотности мощности регулярных и нерегулярных колебаний.

В отличие от метода, описанного в [3], не требуется априорного знания уравнений, задающих движение в фазовом пространстве системы.

Спектральную оценку можно проводить для сигналов, заданных произвольным образом.

Библиографический список

1. Дженкинс Г., Ватс Д. Спектральный анализ и его приложения. М., 1972. Т.1-2.
2. Херрис Дж. // ТИИЭИР. 1978. Т.66. С.60 - 96.
3. Кузнецов С.П., Сотов Л.С. // Радиотехника и электроника. 1990. Т.35, № 11. С. 2307-2312.
4. Бочаров Е.П., Коростелев Г.Н., Хрипунов М.В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1987. Т.30, № 1. С. 96-103.
5. Коростелев Г.Н., Сотов Л.С. // Тез. докл. 3-й Всесоюз. школы по распространению миллиметровых и субмиллиметровых волн в атмосфере. Харьков, 1989. С. 58.

ADVANCED METHOD OF THE POWER SPECTRAL DENSITY CALCULATION WITH USING PYANKARE RETURNS.

L. S. Sotov

Saratov State University

Discussed the classical calculation procedure of the spectral density of the power in the dynamical systems. The time periods is optimized to take the maximum precision of calculation. In difference from known methods, it is no need to take into account the equations of the investigated dynamical system. The results are compared with classical calculation procedure without time period's optimizations.

МЕХАНИКА И ПОЛЯ

УДК 530.1

О ПОСТНЬЮТОНОВСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

А.А. Скапцов

Саратовский государственный университет

Обращается внимание на то, что постньютоновское приближение центрально - симметричного гравитационного поля ОТО является 4-векторным полем A_μ , не все компоненты которого отличны от нуля. Для плоских движений пробной частицы в полярной системе координат $A_0 = -GM/r$, $A_r = 0$, $A_\varphi = -(v_\varphi/c)A_0$, где v_φ - азимутальная скорость пробной частицы. Предложен способ экспериментальной проверки ОТО, основанный на поиске релятивистских эффектов, связанных с существованием не равной нулю радиальной компоненты A_r постньютоновского гравитационного поля.

Введение

Хорошо известно, что общая теория относительности (ОТО) является чисто геометрической теорией. Один из основных способов придания ей физического содержания - это так называемый переход к постньютоновскому приближению путем вычисления компонент метрического тензора $g_{\mu\nu}$ с точностью до величин второго порядка малости v^2/c^2 включительно, где v и c - скорости пробной частицы и света соответственно.

Постньютоновское приближение ОТО - основной инструмент вычисления релятивистских поправок к движению в слабых гравитационных полях, характеризующихся малым значением безразмерного параметра r_g/r ($r_g/r \ll 1$), где r_g ($r_g = 2GM/c^2$), r - гравитационный радиус центра притяжения массой M и расстояние до пробной частицы соответственно; G - гравитационная постоянная.

До настоящего времени все подтверждающие справедливость ОТО экспериментальные факты (отклонение луча света центром притяжения, смещение перигелия орбиты Меркурия и т.д.) анализировались путем их сравнения с соответствующими релятивистскими поправками, вытекающими из постньютоновского приближения ОТО. На самом же деле, такая привычная и естественная, на первый взгляд, трактовка решающих экспериментов совершенно недостаточна для исчерпывающей проверки теорий, подобных ОТО, и не только потому, что она основана на результатах, полученных для малых значений, например, эксцентриситета e орбит планет.

Очевидно, что экспериментальной проверке в фиксированной системе отсчета должна подвергаться каждая из 10 компонент метрического тензора по отдельности, а не обобщенный результат их существования - релятивистские поправки. В действительности, однако, в этом нет необходимости, поскольку релятивистские эффекты зависят непосредственно не от самих компонент $g_{\mu\nu}$, а только от 4-х независимых инвариантов метрического тензора $g_{\mu\nu}$.

Практически исчерпывающую проверку ОТО можно провести, изучая плоское движение в слабом центрально-симметричном гравитационном поле. В этом случае релятивистские поправки ОТО, соглас-

но решению Шварцшильда [1, (100,14)], определяются всего двумя компонентами $g_{\mu\nu}$ (g_{00} и g_{rr}) - инвариантами метрического тензора в сферической системе отсчета: $g_{00} = 1 - r_g/r$, $g_{rr} = -(1 - r_g/r)^{-1}$.

Исходя из этого в работе показано, что в постньютоновском приближении ОТО уравнение плоского движения пробной частицы с азимутальной скоростью v_φ можно представить как релятивистское движение в векторном гравитационном поле ($A_0 = -GM/r$, $A_r = 0$, $A_\varphi = -(v_\varphi/c)A_0$). Это означает, что гравитационное поле ОТО в постньютоновском приближении проявляет себя как векторное поле с нулевой радиальной компонентой векторного потенциала A_r , а все релятивистские эффекты в постньютоновском приближении определяются только азимутальной компонентой векторного поля A_φ .

Проведен расчет классических релятивистских эффектов (смещение перигелия планет и отклонение луча света вблизи Солнца) для случая отличной от нуля компоненты A_r , задавая ее в качестве примера аналогично азимутальной компоненте A_φ векторного потенциала, т.е. в виде $A_r = -(v_r/c)A_0$, где $v_r = dr/dt$ - радиальная проекция скорости. Оказывается, что в этом случае эффект отклонения луча света вблизи Солнца не зависит от радиальной компоненты A_r , а второй эффект (смещение перигелия планет $\delta\varphi$) зависит от A_r . Различие между величинами $\delta\varphi$ и $\delta\varphi_{\text{ОТО}}$ ($\delta\varphi_{\text{ОТО}}$ - смещение перигелия планет согласно ОТО),

$$\frac{\delta\varphi - \delta\varphi_{\text{ОТО}}}{\delta\varphi_{\text{ОТО}}} = -\frac{e^2}{3(1 + \sqrt{1 - e^2})}, \quad \delta\varphi_{\text{ОТО}} = \frac{3\pi r r_g}{a(1 - e^2)},$$

где a - большая полуось орбиты; e - эксцентриситет орбиты.

Это различие достигает 1/3 для $e \sim 1$ и не превосходит $e^2/6$ для $e \sim 0,2$. Для планет величина $e^2/6$ не превышает погрешности измерений $\delta\varphi_{\text{ОТО}}$ ($\sim 1\%$) и различие между гравитационными полями с $A_r = 0$ и $A_r \neq 0$ не может быть обнаружено.

Предложен способ проверки ОТО, заключающийся в поиске вклада в релятивистские эффекты поправок для случаев $e \sim 1$, связанных с возможным существованием постньютоновского поля, имеющего не равную нулю радиальную компоненту гравитационного потенциала. Только отсутствие

таких поправок будет свидетельствовать о безусловной справедливости ОТО в постньютоновском приближении для всех значений ϵ .

1. Постньютоновское гравитационное поле

В общем случае геометрический характер ОТО исключает трактовку движения пробной частицы в пространстве как движение в некотором гравитационном поле, заданном в плоском пространстве. С математической точки зрения это связано с невозможностью представить уравнение Гамильтона - Якоби ОТО

$$g^{\mu\nu} \frac{\partial S}{\partial x^\mu} \frac{\partial S}{\partial x^\nu} = m^2 c^2 \quad (1)$$

в виде

$$\eta^{\mu\nu} \left(\frac{\partial S}{\partial x^\mu} + \frac{m}{c} A_\mu \right) \left(\frac{\partial S}{\partial x^\nu} + \frac{m}{c} A_\nu \right) = m^2 c^2, \quad (2)$$

соответствующем существованию векторного гравитационного поля A_μ в плоском пространстве-времени с некоторой метрикой $\eta_{\mu\nu}$, где S - действие; m - масса пробной частицы.

В постньютоновском приближении уравнения траектории пробной частицы, следующие из (1) и (2), могут быть сопоставлены друг с другом. Это обстоятельство позволяет найти явный вид потенциалов A_μ , т.е. представить слабое гравитационное поле ОТО в виде векторного гравитационного поля. Здесь следует иметь в виду, что векторный потенциал A_μ в (2) является заданной функцией только координат, поскольку в постньютоновском приближении векторный потенциал необходимо определять в точках классической ньютоновской траектории, которая определяется скалярным ньютоновским потенциалом A_0 . Таким образом, векторный потенциал в (2) рассматривается как малое возмущение, дающий вклад в уравнение траектории порядка $1/c^2$. Такой приближенный метод оправдывается тем, что в (2) $mAc = -vGM/c^2 r$ - член уже второго порядка малости, так что значения проекций v в нем следует рассматривать как проекции скорости частицы, движущейся по невозмущенной траектории.

В качестве примера рассмотрим двумерное движение пробной частицы массой m в слабом центрально-симметричном гравитационном поле с центром притяжения массой $M \gg m$. Согласно ОТО уравнение движения (1) пробной частицы в полярной системе координат (r, φ) , помещенной в центр притяжения, имеет вид [1, (101,3)]:

$$\frac{dS_r}{dr} = \sqrt{\frac{E_0^2}{c^2} \left(1 - \frac{r_g}{r}\right)^{-2} - \left(mc^2 + \frac{L^2}{r^2}\right) \left(1 - \frac{r_g}{r}\right)^{-1}}, \quad (3)$$

где $S_r(r)$ - часть действия S , зависящего только от r ; $E_0 = E + mc^2$ - полная энергия пробной частицы, E - полная энергия пробной частицы в ньютоновском приближении ($E = const$); L - момент импульса пробной частицы.

Уравнение траектории определяется из (3) следующим образом [1, (101,5)]:

$$\frac{d\varphi}{dr} = \frac{\partial}{\partial L} \frac{dS_r}{dr} = \frac{L}{r^2} \left(\sqrt{2mE' + \frac{2m^2 GM}{r} - \frac{L^2}{r^2} + \frac{L^2 r_g}{r^3}} \right)^{-1}, \quad (4)$$

где $E' = E(1 + E/2mc^2)$.

Известно, что именно последний член под корнем (4) определяет релятивистские эффекты при движении пробной частицы в гравитационном поле ОТО [1,2].

С другой стороны, в ньютоновском приближении ($c = \infty$) из (4) получается уравнение траектории пробной частицы в галилеевой системе отсчета

$$\frac{d\varphi}{dr} = \frac{L}{r^2} \left(\sqrt{2mE + \frac{2m^2 GM}{r} - \frac{L^2}{r^2}} \right)^{-1}$$

При этом $L = mr^2 d\varphi/dt$, $v_\varphi = r d\varphi/dt$, где v_φ - азимутальная скорость пробной частицы.

С точки зрения классической физики релятивистская поправка $\frac{L^2 r_g}{r^3}$ к уравнению траектории (4) имеет вид

$$\frac{L^2 r_g}{r^3} = \frac{m^2 r^4}{r^3} \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \frac{2GM}{c^2} = 2m^2 \frac{v_\varphi}{c} \frac{v_\varphi}{c} \frac{GM}{r}$$

или $\frac{L^2 r_g}{r^3} = 2m^2 \frac{v_\varphi}{c} A_\varphi$, где

$$A_\varphi = -\frac{v_\varphi}{c} A_0, \quad A_0 = -\frac{GM}{r}, \quad \frac{m}{c} A_\varphi = \frac{L r_g}{r 2r}. \quad (5)$$

Таким образом (4) можно представить в терминах классической физики как уравнение движения пробной частицы в некотором 4-векторном гравитационном поле $A_\mu (A_0, A_r, A_\varphi)$, компоненты которого задаются с помощью (5).

$$\frac{d\varphi}{dr} = \frac{L}{r^2} \left(\sqrt{\left(\frac{E_0^2}{c^2} - mc^2 \right) - 2m^2 A_0 - \frac{L^2}{r^2} + 2m^2 \frac{v_\varphi}{c} A_\varphi} \right)^{-1} \quad (6)$$

В (6) следует обратить внимание на отсутствие радиальной компоненты $A_r = -\frac{v_r}{c} A_0$ векторного поля A_μ . Вид A_r в действительности, определяется

видом азимутальной компоненты поля - A_φ , поскольку обе компоненты являются проекциями трехмерного векторного потенциала $\mathbf{A} = vA_0/c$, где v - скорость пробной частицы, движущейся по заданной траектории. Она определяется ньютоновским приближением ОТО.

Гравитационное поле ОТО, таким образом, обладает особенностью - оно не может быть описано векторным гравитационным полем A_μ с отличной от нуля радиальной компонентой поля A_r .

Не вызывает удивления то, что слабое гравитационное поле ОТО, согласно (6), проявляется как векторное поле, 4-потенциал которого аналогичен 4-потенциалу электромагнитного поля A_μ^e в постньютоновском приближении (в полярных координатах $A_0^e = q/4\pi\epsilon_0 r$, $A_r^e = (v_r/c) A_0^e$, $A_\varphi^e = (v_\varphi/c) A_0^e$). Это согласуется с общепринятыми представлениями о

единой природе силовых полей. В то же время отсутствие радиальной компоненты A_r у постньютоновского гравитационного поля ОТО является неожиданным и необъяснимым результатом.

С теоретической точки зрения, этот факт неприемлем, поскольку условие $A_r = 0$, по существу, есть существенное ограничение, которое должно иметь веские физические причины. С точки зрения экспериментальной проверки ОТО, факт отсутствия радиальной компоненты постньютоновского потенциала гравитационного поля ОТО также не доказан, поскольку классические релятивистские эффекты (отклонение луча света Солнцем, смещение перигелия орбиты Меркурия) пока не позволяют определить вклад от $A_r \neq 0$ из-за недостаточной точности измерений.

2. Расчет релятивистских эффектов с учетом радиальной компоненты потенциала

Уравнение движения (2) пробной частицы в поле $A_\mu(A_0, A_r, A_\phi)$ в пространстве Минковского с метрикой $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ имеет вид

$$\left(-\frac{E_0}{c} + \frac{m}{c} A_0\right)^2 - \left(\frac{\partial S}{\partial r} + \frac{m}{c} A_r\right)^2 - \left(\frac{L}{r} + \frac{m}{c} A_\phi\right)^2 = m^2 c^2,$$

$$dS = -mc \sqrt{\eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu} - A_\mu dx^\mu,$$

где $A_0 = -GM/r$; $E_0 = mc^2 + E$; $m A_\phi/c = Lr_g/2r^2$.

В результате простых преобразований с учетом (5) получим уравнение траектории пробной частицы при движении в поле с отличной от нуля радиальной компонентой A_r :

$$\frac{dS_r}{dr} = -\frac{m}{c} A_r + \sqrt{-m^2 c^2 + \left(\frac{E_0}{c} - \frac{m}{c} A_0\right)^2 - \frac{L^2}{r^2} \left(1 + \frac{r_g}{2r}\right)^2}. \quad (7)$$

Используя (7), можно получить уравнение траектории, аналогично тому, как это сделано в (4):

$$\frac{d\varphi}{dr} = \frac{m}{c} \frac{\partial A_r}{\partial L} + \frac{L}{r^2} \sqrt{\frac{2mE' + 2m^2 \frac{GM'}{r} + \frac{m^2 G^2 M^2}{c^2} - \frac{L^2}{r^2}}{\left(1 + \frac{r_g}{2r}\right)^4 \left(1 + \frac{r_g}{2r}\right)^2}}, \quad (8)$$

где $M' = M(1 + E/mc^2)$.

С точностью до второго порядка малости $O(\frac{1}{c^2})$ уравнение (8) можно представить в виде

$$\frac{d\varphi}{dr} = \frac{m}{c} \frac{\partial A_r}{\partial L} + \frac{L}{r^2} \sqrt{2mE' + 2m^2 \frac{GM'}{r} - \frac{L^2}{r^2} + \frac{L^2 r_g}{r^3}}, \quad (9)$$

где $M' = M(1 - 3E/mc^2)$; $L' = L(1 + 7m^2 G^2 M^2 / c^2)$.

При $A_r = 0$ уравнение траектории (9) совпадает с (6) и из него следует известное выражение для $\delta\varphi_{\text{ОТО}}$. Отличие M' от M и L' от L является несущественным, так как составляет порядок $O(1/c^2)$. Учет поправок к M и L приведет к поправкам порядка $O(1/c^2)$ к параметрам ньютоновской траектории a и

e , которые входят в $\varphi_{\text{ОТО}}$. При этом в $\varphi_{\text{ОТО}}$ появится поправка порядка $O(1/c^4)$, что оказывается несущественным для постньютоновского приближения.

При $A_r \neq 0$ релятивистский член $\frac{v_r}{c} A_r$ в (9) приведет к появлению дополнительного смещения перигелия орбиты пробной частицы. Так, интегрируя (9) в пределах от минимального расстояния до пробного тела r_{min} до максимального расстояния r_{max} , получим смещение $\delta\varphi$ перигелия орбиты за один оборот в виде

$$\delta\varphi = 2 \frac{\partial}{\partial L} \int_{r_{\text{min}}}^{r_{\text{max}}} \frac{m}{c} A_r dr + \delta\varphi_{\text{ОТО}}, \quad (10)$$

которое отличается от смещения $\varphi_{\text{ОТО}}$ на величину первого члена в (10).

Смещение перигелия орбиты

Подставляя $A_r = -v_r A_0/c$ в (10), рассчитаем $(\delta\varphi - \delta\varphi_{\text{ОТО}})$ для случая, когда траектория движения пробной частицы в ньютоновском приближении является эллиптической:

$$a(1 - e^2)/r = 1 + e \cos \varphi. \quad (11)$$

В этом случае, согласно $L = mr^2 d\varphi/dt$, (10) и (11), имеем

$$\begin{aligned} A_r &= -\frac{1}{c} \frac{dr}{dt} A_0 = -\frac{1}{c} \frac{dr}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} A_0 = -\frac{LGM}{mcr} \frac{d(\frac{1}{r})}{d\varphi} = \\ &= \frac{eLGM}{a(1-e^2)mc} \frac{\sin \varphi}{r}, \\ \frac{dr}{r} &= \frac{r}{a(1-e^2)} \frac{d(1+e \cos \varphi)}{d\varphi} d\varphi = \frac{e \sin \varphi}{1+e \cos \varphi} d\varphi. \end{aligned}$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} \delta\varphi - \delta\varphi_{\text{ОТО}} &= 2 \frac{\partial}{\partial L} \int_{r_{\text{min}}}^{r_{\text{max}}} \frac{m}{c} A_r dr = \\ &= 2 \frac{\partial}{\partial L} \int_0^\pi \frac{1}{2} \frac{e^2 r_g L}{a(1-e^2)} \frac{\sin^2 \varphi}{1+e \cos \varphi} d\varphi = \\ &= e^2 r_g \left(\int_0^\pi \frac{\sin^2 \varphi}{1+e \cos \varphi} d\varphi \right) \times \frac{\partial}{\partial L} \left(\frac{L}{a(1-e^2)} \right) = \\ &= e^2 r_g \frac{\pi}{1+\sqrt{1-e^2}} \frac{\partial}{\partial L} \left(\frac{L}{a(1-e^2)} \right). \end{aligned}$$

Здесь учтено, что, согласно [3, с.414, п. 25], интеграл

$$\int_0^\pi \frac{\sin^2 \varphi}{1+e \cos \varphi} d\varphi = \pi(1 - \sqrt{1-e^2})/e^2 \equiv \pi/(1 + \sqrt{1-e^2}).$$

Вычисление частной производной по L необходимо производить с учетом соотношения между L и $a(1-e^2)$ [4, с.52, (15,4)]:

$$\begin{aligned} \frac{L}{a(1-e^2)} &= \frac{GM}{L}, \\ \frac{\partial}{\partial L} \left(\frac{L}{a(1-e^2)} \right) &= \frac{\partial}{\partial L} \left(\frac{GM}{L} \right) = -\frac{GM}{L^2} = -\frac{1}{a(1-e^2)}. \end{aligned}$$

Принимая это во внимание, получим:

$$\delta\varphi - \delta\varphi_{\text{OTO}} = \frac{e^2}{1 + \sqrt{1 - e^2}} \frac{\pi r_g}{a(1 - e^2)} = \frac{e^2}{3(1 + \sqrt{1 - e^2})} \delta\varphi_{\text{OTO}}$$

Таким образом, возможное существование радиальной компоненты векторного гравитационного потенциала должно приводить к относительной поправке в смещении перигелия орбиты на величину

$$\frac{e^2}{3(1 + \sqrt{1 - e^2})} \quad (12)$$

Отклонение луча света вблизи Солнца

Пусть луч света (пробная частица) движется в пространстве, проходя вблизи Солнца на прицельном расстоянии a . В ньютоновском приближении уравнение траектории (прямой линии) будет иметь вид

$$a/r = \cos\varphi. \quad (13)$$

Рассчитаем поправку ($\delta\varphi - \delta\varphi_{\text{OTO}}$) к отклонению луча центром притяжения. Эта задача может быть решена аналогично предыдущей задаче, если только учесть, что величины A_r и dr/dr вычисляются теперь по иным формулам, поскольку уравнение траектории (13) изменилось:

$$A_r = -\frac{LGM}{mcr} \frac{d(\frac{1}{r})}{d\varphi} = \frac{LGM \sin\varphi}{amc} \cdot \frac{dr}{r} = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} d\varphi.$$

С учетом этого

$$\begin{aligned} \delta\varphi - \delta\varphi_{\text{OTO}} &= 2 \frac{\partial}{\partial L} \int_0^\pi \frac{1}{2} \frac{r_g L \sin^2\varphi}{a \cos\varphi} d\varphi = \\ &= r_g \left(\int_0^\pi \frac{\sin^2\varphi}{\cos\varphi} d\varphi \right) \times \frac{\partial}{\partial L} \left(\frac{L}{a} \right) = 0 \end{aligned}$$

поскольку интеграл от функции $\sin^2\varphi/\cos\varphi$ на интервале $(0, \pi)$ равен нулю.

Таким образом, релятивистские эффекты, связанные с отклонением пробной частицы центром притяжения, определяются только азимутальной проекцией A_φ векторного гравитационного потенциала.

3. Экспериментальная проверка ОТО

Существуют три типа релятивистских эффектов, которые можно использовать для проверки справедливости ОТО, - финитное движение пробной частицы ($E < 0$), инфинитное движение (движение пробной частицы с $E \geq 0$, распространение электромагнитного излучения, гравитационные линзы) и явление замедления времени (гравитационное красное смещение).

Однако, как следует из приведенных выше примеров, радиальная компонента постньютоновского центрально-симметричного гравитационного поля проявляется лишь в одном из типов релятивистских эффектов - финитном движении пробной частицы при больших эксцентриситетах орбиты. Относительная поправка (12) к смещению перигелия орбиты достигает (при $e \sim 1$) 1/3 смещения, предсказываемого ОТО. Такая величина поддается экспериментальному обнаружению только в экспериментах с искусственными спутниками Земли, поскольку в пределах Солнечной системы не существует объектов, обладающих одновременно большим эксцентриситетом и большим смещением перигелия орбиты.

Использование искусственных спутников Земли на орбитах ($e \geq 0,6$), близких к геостационарным орбитам, позволяет обнаружить влияние возможной радиальной компоненты гравитационного потенциала на $\delta\varphi_{\text{OTO}}$ в течение нескольких сотен оборотов вокруг Земли.

Выводы

Показано, что векторное центрально - симметричное гравитационное поле с нулевой радиальной компонентой является следствием постньютоновского приближения ОТО. Возможное существование радиальной компоненты гравитационного потенциала вызывает поправку только к смещению перигелия орбит пробных тел, что может быть обнаружено при больших эксцентриситетах орбит в экспериментах с искусственными спутниками Земли.

Библиографический список

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: В 10 т. М., 1988. Т.2.
2. Паули В. Теория относительности. М., 1983.
3. Прудников А.П., Бричков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. М., 1981.
4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: В 10 т. М., 1988. Т.1.

ON POSTNEWTONIAN APPROACH OF THE GENERAL THEORY OF RELATIVITY

A.A. Scaptzov

Saratov State University

It is shown that postnewtonian approach of the center - symmetric field of general relativity theory is 4th-vector field A_μ , not all of it's components differ from zero. There are $A_0 = -GM/r$, $A_r = 0$, $A_\varphi = -(v_\varphi/c)A_0$, where v_φ - azimuth test particle velocity, for planar movement of test particle in polar coordinate system. It is suggest the experimental method to test the general relativity theory by means of the discovery of A_r - depending relativistic phenomena.

ОЦЕНКА ПЕРИОДА КОЛЕБАНИЙ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА БЕЗ ПОТЕРЬ С УЧЕТОМ НЕЛИНЕЙНОСТИ УРАВНЕНИЯ

В.А. Двинских, С.В. Фролов

Саратовский государственный университет

Произведено сопоставление периодов колебаний математического маятника без потерь, вычисленных по известному приближенному аналитическому методу и с помощью численного решения соответствующего нелинейного дифференциального уравнения.

Известны [1] различные аналитические методы оценки периода колебаний простых консервативных систем. Для уравнения

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x - \gamma x^3 = 0, \quad (1)$$

введя подстановку $t = \tau(1 + h_2 V^2 + h_4 V^4 + \dots)/\omega_0$ в (1), получим:

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} + (x - \frac{\gamma}{\omega_0^2} x^3)(1 + h_2 V^2 + h_4 V^4 + \dots) = 0, \quad (2)$$

где V - положительные постоянные коэффициенты.

Решение уравнения (2) ищем в виде ряда

$$x = V \cos \tau + V^3 x_3(\tau) + \dots, \quad (3)$$

где $x_i(\tau)$ - функции τ с периодами 2π , удовлетворяющие начальным условиям

$$x_3(0) = \dot{x}_3(0) = \dots = \frac{dx_3}{d\tau} \Big|_0 = \frac{dx_3}{d\tau} \Big|_0 = \dots = 0. \quad (4)$$

Теперь, после подстановки (3) в (2), будем иметь

$$\frac{d^2x_3}{d\tau^2} + x_3 = \left(\frac{3\gamma}{4\omega_0^2} - 2h_2 \right) \cos \tau + \frac{1}{4} \frac{\gamma}{\omega_0^4} \cos 3\tau. \quad (5)$$

Из условия периодичности $x_3(\tau)$ следует, что $h_2 = (3\gamma)/(8\omega_0^2)$. Ограничиваясь этим приближением, получаем оценку периода колебаний:

$$T = 2\pi / (1 + h_2 V^2 / \omega_0). \quad (6)$$

Для сравнения (6) с точным решением уравнения (1) в приближении $\sin x = x - x^3/6$ и условии, что $\omega_0^2 = 1$, был проведен расчет T по методу Рунге-Кутты четвертого порядка с шагом 0,05, а спектр вычислен по методике, изложенной в [2], - с шагом 0,0015.

Оказывается, что при начальной амплитуде $V = 1$, различие в значениях периодов, вычисленных по (6) и методом Рунге-Кутты, не превышает 0,3%, а для $V = 2$ оно возрастает до 3%.

Библиографический список

1. Малкин И.Г. Некоторые задачи теории нелинейных колебаний. М., 1956.
2. Двинских В.А. // ЖТФ. 1992. Т.62, № 12. С. 168-170.

ESTIMATION OF THE MATHEMATICAL LOSSLESS PENDULUM'S OSCILLATION PERIOD SUBJECT TO ITS NONLINEARITY EQUALIZATION

V.A. Dvinskikh, S.V. Frolov

Saratov State University

Comparison of the mathematical losses pendulum's oscillation period calculated by both the well-known analytic approximate method and by numerical solution of the nonlinear differential equalization is executed

ИНСТРУМЕНТЫ, АППАРАТУРА, КОМПОНЕНТЫ И ТЕХНИКА

УДК 536.2

ТЕМПЕРАТУРНЫЕ РЕЖИМЫ ПЛАЗМОТРОНА

А.И. Жбанов, В.С. Кошелев, О.А. Коромыслова

Саратовский государственный университет

Для плазменного устройства рассчитано температурное поле. Для предотвращения эрозии медного катода рекомендовано использовать стабилизирующую циркониевую вставку. Подобран оптимальный размер катодной вставки, при котором исключается его эрозия. Отношение длины вставки к ее радиусу должно быть больше или равно 1.5 и при этом радиус вставки должен быть немного больше или равен радиусу плазменной струи. Задача решалась численно методом конечных элементов с учетом сопряженного теплообмена.

Введение

Для плазменной резки металлов и плазменного нанесения покрытий различного назначения используются плазменные устройства, называемые плазмотронами, один из типов плазмотрона, рассматриваемый в данной работе, показан на рис. 1 (1 - внутренняя охлаждающая полость, 2 - диэлектрическая рукоятка, 3 - корпус, 4 - охлаждающий канал, 5 - перепускной канал, 6 - внутренняя полость, 7 - катод, 8 - плазмообразующее сопло, 9 - защитная катодная вставка, 10 - сквозное осевое отверстие).

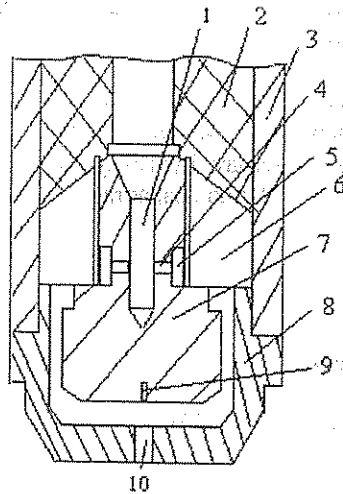


Рис. 1

Плазменная струя, получаемая с помощью указанных устройств, имеет высокую температуру (от нескольких десятков до нескольких тысяч градусов), соответственно температура в прикатодной области очень высока. При эксплуатации плазмотрона обычно происходит эрозия катода.

Существующая эрозия определяется распределением температуры по рабочей поверхности катода. Из всего сказанного видно, что поле температур является одной из основных величин, характеризующих работоспособность плазмотрона [1]. Таким образом, для того чтобы предотвратить эрозию деталей плазмотрона необходимо определить температурное поле плазмотрона и дать рекомендации по предотвращению описанной проблемы. Ав-

торы работы [2] определили температурное поле электродного узла (катода) простой формы, состоящего из медного держателя с запрессованной в него термоэмиссионной вольфрамовой вставкой определенного размера. В [2] рассмотрен плазмотрон конструкции, отличной от представленной на рис. 1. Предложенная модель [2] отличается от описанной ниже, например, тем, что авторы не учитывают нагрев газа около элементов плазмотрона, т.е. не решается задача сопряженного теплообмена.

Авторы настоящей работы определяют температурное поле всего плазмотрона (рис. 1) с учетом сопряженного теплообмена, что позволяет достоверно описать процессы, происходящие при прохождении воздуха вдоль элементов плазмотрона, и его нагрев плазменной струей. В работе показано, что при запрессовке в катод вставки, имеющей температуру плавления выше, а теплопроводность ниже, чем у материала катода, происходит снижение максимальной температуры на катоде, что позволяет предотвратить его эрозию. В работе также приводятся результаты численных расчетов температурного поля плазмотрона в виде графиков, позволяющим определить оптимальный размер вставки, при которой максимально уменьшается эрозия катода.

Плазмотрон (рис. 1) работает следующим образом. В охлаждающую полость 1 катода 7 из пневматической системы подается сжатый воздух, который проходит через каналы 4 и 5 и выходит в полость 6, затем проходит вдоль катода и вставки 9, и по осевому каналу 10 поступает в атмосферу, обеспечивая плазмообразование. При прохождении воздуха вдоль катода, вставки и сопла происходит их охлаждение. В данном случае охлаждающий воздух является одновременно и плазмообразующим. С внешней поверхности плазмотрона тоже происходит охлаждение, но этот газ не участвует в плазмообразовании.

1. Модель

Определение температурного поля плазмотрона является сложной задачей. Для решения этой задачи необходимо создать модель, достоверно описывающую процессы, происходящие при прохождении

воздуха вдоль элементов плазмотрона, и его нагрев плазменной струей. Предлагаемая авторами модель имеет следующие особенности:

- между плазменной струей и плазмотроном происходит лучистый теплообмен, в результате чего нагреваются составные части плазмотрона;
- считается, при прохождении газа вдоль элементов плазмотрона не происходит его закручивание;
- не учитывалось плавление элементов плазмотрона;
- считается, что охлаждающий и плазмообразующий газ одновременно охлаждает элементы плазмотрона и нагревается (задача сопряженного теплообмена), эта задача решается итерационно;
- в месте нахождения плазмы происходит излучение, равное излучению абсолютно черного тела со степенью черноты, равной единице;
- на катодной вставке учитывается излучение плазмы по закону Стефана-Больцмана;
- на рабочей поверхности катода, сопла и в осевом отверстии сопла учитывается одновременно излучение плазмы и теплообмен с газом;
- предполагается, что коэффициент теплопроводности газа и материала плазмотрона не зависят от температуры;
- температура плазмы не изменяется по ее радиусу.

2. Расчет температурных полей плазмотрона

Разбиение области

В работе задача определения температурного поля плазмотрона решалась методом конечных элементов [3]. Область представлялась в виде совокупности выпуклых четырехугольников (блоков): 6-ти блоков в вертикальном направлении, 10-ти блоков в горизонтальном направлении, которые разбивались на конечные элементы - четырехугольники, а каждый четырехугольник разбивался на два треугольника, в месте нахождения катодной вставки разбиение было максимальным и по горизонтальному (10 элементов) и по вертикальному (9 элементов) направлениям (рис.3).

Решение задачи сопряженного теплообмена

Вдоль поверхностей плазмотрона проходит конвективный теплообмен с окружающим газом. Мы предполагали, что коэффициент теплоотдачи не изменялся, а температура вдоль поверхности росла. Необходимо рассчитать температуру воздуха возле

каждого элемента плазмотрона. Считаем, что температура газа около каждого следующего элемента равна температуре среды около него плюс изменение температуры на предыдущем элементе. На следующей итерации температура среды около каждого элемента заменялась на рассчитанную указанным способом температуру газа и этот процесс продолжался до тех пор, пока итерации не сошлись, т.е. температура переставала изменяться (расти). Затем рассчитанные значения подставлялись в описанные ниже граничные условия.

Уравнение и граничные условия

Для решения поставленной задачи использовалась программа, которая позволяет решать двумерные краевые задачи математической физики, описываемые уравнением Лапласа с граничными условиями, которые задавались на внешних и внутренних границах элементов.

На оси плазмотрона (ось Z на рис.2) учитываются условия симметрии.

На холодном торце (AB) задается граничное условие Неймана, т.е. адиабатическая изоляция (в [2] на этой границе задается граничное условие 1-го рода, т.е. температура охлаждающего газа, это слишком грубое предположение).

На цилиндрических поверхностях BC, CD, DE, AP, FH, TI, PH, KL, LN, NV, GJ, JS (рис.2) задаются граничные условия 3-го рода, описывающие конвективный теплообмен между газом и поверхностью катода, температура газа определялась с учетом сопряженного теплообмена.

Коэффициент теплоотдачи между газом и плазмотроном определялся, как показано в [4]. Коэффициенты теплоотдачи рассчитывались для поверхностей BC, AP, PH, FH, KL, NV, UE.

На катодной вставке задавалось граничное условие 2-го рода, определяющее плотность теплового потока, падающего на поверхность.

Для определения плотности теплового потока, падающего с начала плазмы на вставку, необходимо найти угловой коэффициент излучения между началом плазмы и вставкой и умножить этот коэффициент на плотность теплового потока, определенную по закону Стефана-Больцмана.

Для определения углового коэффициента воспользуемся формулами из [5].

Поверхность OV (рис.2) разбита на 4 блока (вставка и 3 блока катода). Мы предполагали, что плазма излучает по закону Стефана-Больцмана, с учетом угловых коэффициентов, рассчитанных в [5], с начала плазмы и с ее боковой поверхности на 3 блока катода и одновременно происходит конвек-

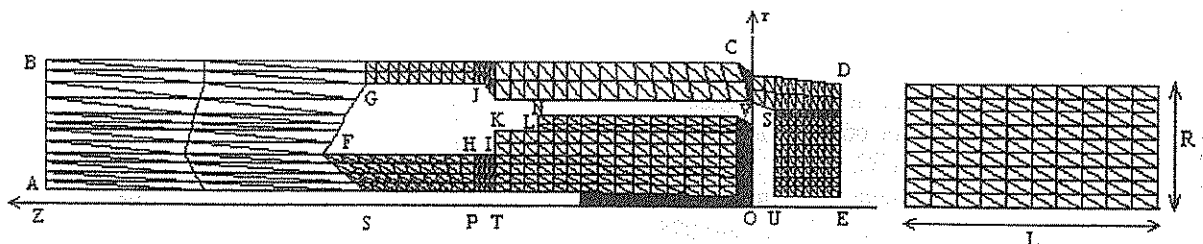


Рис.2

Рис.3

тивный теплообмен с газом. Соответственно на этих блоках задавались граничные условия, учитывающие одновременно излучение и теплообмен. Такие же граничные условия задавались на поверхностях UE и US с учетом угловых коэффициентов для этих поверхностей [5]. На всех внутренних поверхностях, не контактирующих с воздухом, задаются граничные условия, учитывающие идеальный тепловой контакт.

3. Результаты расчетов

Задача решалась для плазмотрона, имеющего среднюю по радиусу температуру плазменной струи у катода 8000 °С, т.е. максимальная температура равна 12000 °С, а минимальная температура равна 4000 °С, в осевом отверстии сопла температура равна 4000 °С (так как с этой поверхностью взаимодействует крайняя изотерма плазменной струи, температура которой равна 4000 °С), радиус осевого отверстия в сопле равен радиусу плазменной струи и они равны 0.05 см, плазмотрон изготовлен из меди (коэффициент теплопроводности $\lambda = 3.84$ Вт/см·К), вставка - из циркония ($\lambda = 0.31$ Вт/(см·К)), рукоятка плазмотрона - из диэлектрика ($\lambda = 0.6$ Вт/(см·К)), расход газа (воздуха) во внутренней полости катода 20 л/мин, за плазмотроном 200 л/мин, температура газа на входе в плазмотрон равна 25 °С, теплопроводность $\lambda = 3 \cdot 10^{-4}$ Вт/(см·К), Радиус катода OV равен 0.55 см, радиус сопла ED - 0.7 см, длина катода с рукояткой - 3.3 см, длина сопла - 0.3 см, радиус плазмотрона - 0.9 см, диаметр внутреннего канала катода - 0.15 см, расстояние от катода до сопла OU - 0.1 см.

Получено поле изотерм плазмотрона в случае запрессовки в катод вставки (рис.4) $R=0.05$ см; $L=0.075$ см. Цифрами обозначено значение температуры на изотермах в °С.

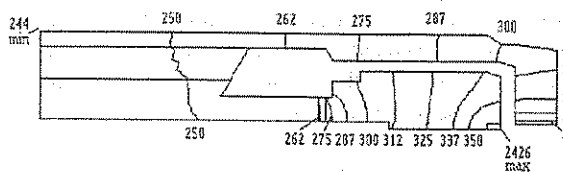


Рис.4

На рис.5 (крестики - расчетные точки) показана зависимость температуры в контакте (в радиальном направлении) медной вставки с катодом от объема вставки. Видно, что вставка значительно понижает температуру на катоде (радиус вставки $R = 0.4 - 0.8$ см с шагом 0.05 см, 640 °С - максимальная температура на катоде без вставки).

Температура рассчитывалась для различных значений длины L и R . При $L/R=0.4$ температура в контакте (по оси Z) катода со вставкой большая (рис.6) $R=0.05$ см, $L=0.02$ см. Цифрами обозначено значение температуры на изотермах в °С.

При увеличении длины вставки она понижается до приемлемой величины (рис.7, $R=0.05$ см, $L=0.075$ см).

Значительное увеличение длины медной вставки практически не изменяет температуру в контакте (по оси Z) катода со вставкой (рис.8, $R=0.05$ см. Крестики - расчетные точки, $L = 0.02 - 0.1$ см с шагом 0.01 см).

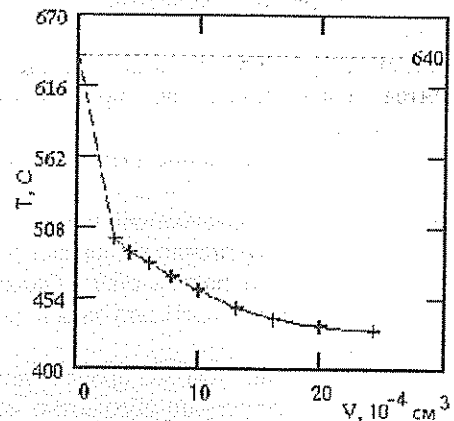


Рис.5

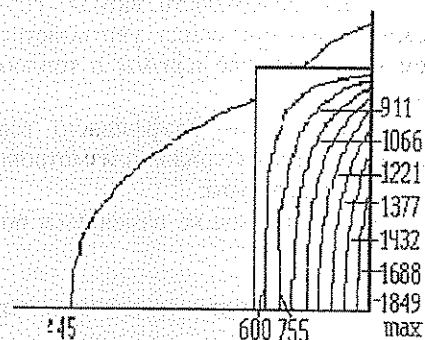


Рис.6

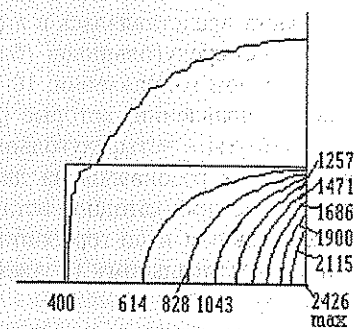


Рис.7

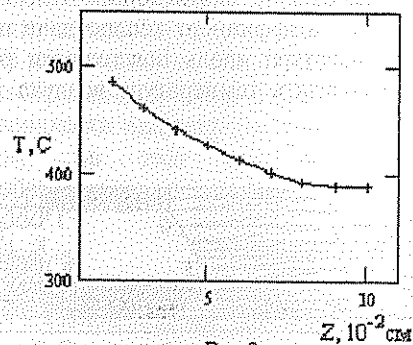


Рис.8

Максимальная температура на вставке тоже перестает изменяться с увеличением ее длины (рис.9, $R=0.05$ см; крестики - расчетные точки); $L=0.02-0.1$ см с шагом 0.01 см).

Получается, что оптимальное отношение длины вставки L к ее радиусу R должно быть больше или равно 1.5 .

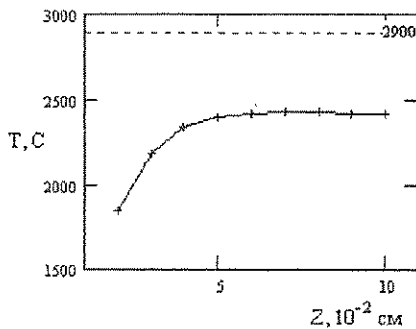


Рис.9

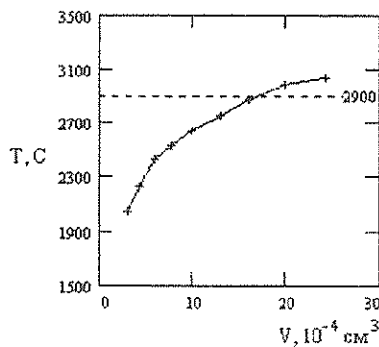


Рис.10

При изменении объема вставки максимальная температура на ней изменяется, при радиусе вставки меньше радиуса плазменной струи температура на ней высокая, а при увеличении радиуса вставки до значений, больших радиуса плазменной струи, происходит увеличение максимальной температуры, вплоть до температуры плавления материала вставки (рис.10, 2900 °C- температура плавления материала вставки (циркония); $L/R = 1.5$, $R = 0.4 - 0.8$ см с шагом 0.05 см; крестики - расчетные точки).

Таким образом, радиус катодной вставки должен быть равен или быть незначительно больше радиуса плазменной струи. Максимальная температура в осевом отверстии сопла не зависит от вставки и равна 352 °C.

Выводы

1. Даны рекомендации для предотвращения эрозии катода плазматрона. В катод необходимо запрессовать стабилизирующую вставку.

2. Показано, какого размера должна быть вставка, чтобы избежать эрозии, отношение длины вставки к ее радиусу должно быть больше или равно 1.5 и при этом радиус вставки должен быть больше или равен радиусу плазменной струи.

3. Максимальная температура в отверстии сопла не зависит от размеров катодной вставки.

4. Задача решена с учетом сопряженного теплообмена между газом и плазматроном для всего плазматрона.

Библиографический список

1. Жуков М.Ф. и др. Приэлектродные процессы в дуговых разрядах. Новосибирск, 1982.
2. Паневич И.Г. и др. Теория и расчет приэлектродных процессов. Новосибирск, 1992. Т. 10.
3. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. М., 1979.
4. Михеев М.А., Михеева И.М. Основы теплопередачи. М., 1973.
5. Сперроу Э.М., Сесс Р.Д. Теплообмен излучением. М., 1971.

TEMPERATURE MODES PLASMA DEVICE

A.I. Zhbanov, V.S. Koshelev, O.A. Koromyslova

Saratov State University

Temperature field of a plasma device is computed. To decrease a erosion of a copper cathode the use of stabilizing Zr of a insert is recommend. Pick up the optimum size cathode's of an insert is obtained. Its attitude of a length of an insert to its radius is excluded should be more or equally 1.5 and thus radius of an insert should be a little more or equal for radius of a plasma jet. The problem was decided numerical by the finite element method of in view of an integrated heat exchange of heating.

КАЛИБРОВКА ДИЛАТОМЕТРА - ИЗМЕРИТЕЛЯ ОБЪЕМНЫХ СВОЙСТВ ЖИДКОСТЕЙ

В.Н. Карцев, В.В. Цепулин, А.А. Мостовой

Саратовский государственный университет

Изложена процедура и техника калибровки дилатометра, максимальный вклад погрешности которой в измерения плотности составляет $\sim 2 \cdot 10^{-3}\%$, в измерения термического коэффициента объемного расширения $\sim 0,5\%$, в измерения изотермической сжимаемости $\sim 0,8\%$.

В работе [1] затронуты принципиальные вопросы конструирования прецизионных установок для измерения изотермической сжимаемости жидкостей и рассмотрена структура установки — измерителя объемных свойств жидкостей.

Измеритель позволяет проводить прямые измерения одновременно трех объемных свойств жидкостей: изотермической сжимаемости β_T с относительной погрешностью менее 1%, термического коэффициента объемного расширения α с относительной погрешностью $\sim 2\%$ и плотности ρ с относительной погрешностью менее 0,002%, в диапазоне температур 0 — 100°C.

Нетрудно убедиться в том, что одним из основных требований, гарантирующих указанную точность измерения объемных свойств жидкостей, является знание объема дилатометра с относительной погрешностью менее 1×10^{-5} или $1 \times 10^{-3}\%$.

Совершенно ясно, что такое высокоточное знание объема дилатометра может быть совместимо только с тщательной его калибровкой, по температуре T и давлению P . Техника такой калибровки в работе [1] не рассмотрена, недостаточно она освещена и в известной нам литературе. Поэтому считаем целесообразным уделить этому внимание в настоящей публикации.

Задачи калибровки дилатометров четко определены Хейвардом [2]; применительно к измерителю объемных свойств жидкостей их можно сформулировать в виде трех положений:

- определение объема дилатометра, как функции температуры при атмосферном давлении;
- калибровка капилляра дилатометра: определение площади сечения и его изменения вдоль длины капилляра дилатометра;
- определение деформации дилатометра под давлением.

Прежде чем рассмотреть каждое из этих положений отметим, что при калибровке первостепенное значение имеет выбор эталонной (калибровочной) жидкости. Хейвард рекомендует — ртуть [2]. Несмотря на множество достоинств этой жидкости, как калибровочной [2], у нее есть один большой недостаток: пары ртути чрезвычайно опасны для экспериментатора. Вместе с тем есть совершенно безвредная и дешевая жидкость — вода, объемные свойства которой (плотность [3], изотермическая сжимаемость и термический коэффициент объемного расширения [4]) известны с не меньшей точностью, чем для ртути. Кроме того, опыт работы с этой жидкостью как калибровочной — обнадежи-

вающий [5,6]. Все это определило наш выбор калибровочной жидкости — воды.

Процедура определения объема дилатометра при атмосферном давлении и заданной температуре хорошо известна [6,7]. Ее цель — нахождение объема до риски по плотности и весу заливаемой в дилатометр калибровочной жидкости. Если объем дилатометра $\sim 50 \text{ см}^3$, погрешность взвешиваемой массы эталонной жидкости — погрешность весов — менее 0,5 мг, а плотность воды известна с точностью до $6 \times 10^{-6} \text{ г/см}^3$ [3], то максимальная относительная погрешность определения объема дилатометра будет менее $\sim 2 \times 10^{-3}\%$.

Иными словами, при устраивающей нас калибровке объема дилатометра, его величина должна быть не менее 50 см^3 , класс точности аналитических весов должен позволять проводить измерения массы с абсолютной погрешностью менее 0,5 мг, а эталонная жидкость (вода) должна иметь чистоту, гарантирующую табличное значение ее плотности с абсолютной погрешностью $\sim 6 \times 10^{-6} \text{ г/см}^3$.

Найдя объем дилатометра, как функцию температуры во всем температурном интервале калибровки (20 — 90 °C), легко рассчитать средний термический коэффициент объемного расширения материала дилатометра (стекла) — $\alpha_{ст}$. Мы получили величину $\alpha_{ст} = (9,3 \pm 0,3) \cdot 10^{-6} \text{ К}^{-1}$. Стекло, используемое нами для изготовления дилатометра, имело состав промежуточный между марками "600" и "700". Средний объемный коэффициент расширения в интервале 0 — 100 °C таких стекол лежит (по данным каталога-справочника [8]) в пределах $\alpha_{ст} = (9,0 - 9,5) \cdot 10^{-6} \text{ К}^{-1}$. Видно хорошее согласие нами полученных и литературных значений $\alpha_{ст}$.

Мы считаем поэтому, что нет необходимости обращаться к результатам калибровки объема дилатометра для нахождения его величины V при произвольной температуре t в интервале 0 — 100 °C. Объем дилатометра проще рассчитать по формуле

$$V = V_0(1 + \alpha_{ст}\Delta t),$$

где V_0 — объем дилатометра до риски при 25°C; $\Delta t = t - 25$ °C.

Максимально возможная погрешность такого расчета V составит $4 \cdot 10^{-3}\%$.

После того, как объем дилатометра до риски определен, калибруют сечение капилляра дилатометра. Здесь следует отметить, что до изготовления дилатометра проводился выбор капилляра по его калибру: по неизменности сечения капилляра на всей длине рабочей части. С этой целью в капилляр-заготовку диаметром $\sim 0,8$ мм "загоняли" столбик

воды размером ~1 см; затем перемещали его по всей заготовке, фиксируя при этом высоту столбика с погрешностью 0,005 мм. По этим измерениям выбирали и вырезали кусок капилляра длиной ~10 см, такой чтобы на всей его длине передвигающийся столбик воды не изменялся более чем на ±0,005 мм от своего среднего значения.

Так выбранный кусок капилляра использовался при изготовлении дилатометра. Оценка максимально возможной погрешности в определении объема из-за неравнозначности сечения капилляра по длине его рабочей части (калибра) дает величину $(\delta V/V) \sim 1 \times 10^{-7}$, которая нас вполне устраивает.

Существует два наиболее распространенных способа определения площади сечения капилляра. Сущность первого способа заключается в том, что по известной порции воды, добавляемой в дилатометр (при фиксированных P и T), и произошедшем вследствие этого изменении высоты столбика жидкости в капилляре, определяют сечение капилляра. Последовательность действий при этом следующая:

- заполняют дилатометр до нижней границы рабочей области капилляра и определяют его массу — m_1 ;
- добавляют в дилатометр воду так, чтобы уровень жидкости в капилляре достиг верхней границы рабочей части капилляра (изменение уровня жидкости $\Delta h \approx 8$ см.);
- определяют массу дилатометра с водой — m_2 . Разница $m_2 - m_1 = m_3$ — масса добавленной эталонной жидкости;
- по массе m_3 , плотности воды и изменению высоты уровня жидкости в капилляре рассчитывают площадь сечения капилляра дилатометра:

$$S = m_3 / \Delta h \times \rho.$$

Максимальная погрешность такого способа определения площади сечения капилляра:

$$dS/S = dm_3/m + d(\Delta h)/\Delta h + d\rho/\rho \approx 2\%$$

при $dm_3=0,5$ мг, $d(\Delta h)=0,05$ мм и $d\rho=6 \times 10^{-6}$ г/см³.

Во втором способе уровень жидкости в капилляре дилатометра изменяют на величину Δh , повышая температуру в термостате с измерительной ячейкой [1] на $\Delta T \sim 1,5$ К. При этом имеет место расширение как воды, так и самого дилатометра. Поэтому изменение объема жидкости в капилляре определится так:

$$S \times \Delta h = (\alpha - \alpha_{cm}) V \Delta T, \quad V = V_0 - S \Delta h_0, \quad (1)$$

где α — термический коэффициент объемного расширения воды [4]; V_0 — калибровочный объем дилатометра до риски; Δh_0 — расстояние от риски до мениска воды при начальной температуре.

Учитывая все это в равенстве (1) и решая его относительно S , получим:

$$S = (\alpha - \alpha_{cm}) V_0 \Delta T / (\Delta h + (\alpha - \alpha_{cm}) \Delta h_0 \Delta T). \quad (2)$$

После логарифмирования и дифференцирования рабочей формулы (2) получим выражение для оценки максимально возможной погрешности определения площади сечения капилляра вторым способом. Расчет этой ошибки дает следующий результат:

$$dS/S \approx 0,5\%.$$

Видно, что погрешность второго способа в четыре раза меньше первого. Поэтому при определении площади сечения капилляра дилатометра мы использовали второй метод калибровки.

Последний этап калибровки дилатометра — определение его деформаций под давлением. Их можно оценить по теории упругости. Хейвард [2] отрицательно относится к таким расчетам, подчеркивая, что практика вычисления объема дилатометра по теории упругости связана с неопределенностью из-за анизотропии упругих свойств дилатометра. Используемый нами дилатометр [1] не имеет «мягких» соединений, полностью изготовлен из термометрового стекла и хорошо отожжен. Это дает нам надежду на удовлетворительное согласие результатов расчета и калибровочных измерений по эталонной жидкости. И если такое согласие будет, то отпадает необходимость калибровки каждого в отдельности дилатометра (на чем настаивает Хейвард [2]), и мы получим большую экономию времени.

Будем моделировать дилатометр полый сферой, радиус которой при атмосферном давлении есть R . Такая сфера, подверженная действию одинакового избыточного (по отношению к атмосферному) внутреннего и внешнего давления ΔP , изменит свой радиус на некоторую величину ΔR .

Задача нахождения деформации такой сферы с изотропными упругими свойствами (задача Ламе) решена в [9]:

$$\Delta R = -((1-2\sigma)/E) R \Delta P = - (1/3) \beta_{ct} R \Delta P,$$

где σ — коэффициент Пуассона; E — модуль Юнга; $\beta_{ct} = (3 \times (1-2\sigma))/E$ — изотермический коэффициент всестороннего сжатия стекла. Изменение радиуса сферы приведет к изменению объема дилатометра на величину

$$\Delta V_{дил} = 4\pi R^2 \Delta R = - V \beta_{ct} \Delta P, \quad (3)$$

где V — объем дилатометра при атмосферном давлении.

Заполним при атмосферном давлении дилатометр жидкостью и после этого увеличим давление на ΔP . При этом изменится как объем жидкости, так и объем дилатометра. Измеренное (кажущееся) значение изменения объема жидкости $\Delta V_{изм}$, произошедшее в результате повышения давления на ΔP , представим суммой:

$$\Delta V_{изм} = \Delta V_{ж} + \Delta V_{дил}, \quad (4)$$

где $\Delta V_{ж}$ — изменение объема жидкости.

С другой стороны [1],

$$\Delta V_{изм} = S \Delta h, \quad (5)$$

где Δh — наблюдаемое изменение уровня жидкости в капилляре в результате пьезовоздействия. Решая уравнения (3) — (5) относительно $\Delta V_{ж}$, найдем:

$$\Delta V_{ж} = S \times \Delta h + V \beta_{ct} \Delta P.$$

Откуда следует, что рабочая формула для нахождения изотермической сжимаемости исследуемой жидкости будет иметь вид

$$\beta_T = S \Delta h / (V \Delta P) + \beta_{ct}. \quad (6)$$

Если мы будем моделировать dilatometer цилиндром со свободными концами, то изменения его радиуса ΔR и высоты ΔH найдутся из выражений [9]:

$$\Delta R = -((1-\sigma) \times R \times \Delta P) / E; \quad \Delta H = (2\sigma \times H \times \Delta P) / E.$$

Такие деформации геометрии dilatometer цилиндра приведут к изменению его объема на величину

$$\Delta V_{\text{дил}} = 2\pi R H \Delta R + \pi R^2 \Delta H = -((1-2\sigma) / E) 2V \Delta P.$$

Но $(1-2\sigma) / E = \beta_{\text{ст}} / 3$, поэтому

$$\Delta V_{\text{дил}} = -2V \beta_{\text{ст}} \Delta P / 3. \quad (7)$$

Решая совместно уравнения (4), (5) и (7) с целью нахождения изотермической сжимаемости исследуемой жидкости, получим:

$$\beta_T = S \Delta h / (V \Delta P) + 2\beta_{\text{ст}} / 3. \quad (8)$$

Учитывая геометрию реального dilatometer [1], а также вид уравнений (6) и (8), представим рабочую формулу для нахождения изотермической сжимаемости в виде:

$$\beta_T = S \Delta h / (V \Delta P) + k \beta_{\text{ст}}, \quad (9)$$

где $k \beta_{\text{ст}} = \beta_{\text{дил}}$ - изотермическая сжимаемость dilatometer; k - коэффициент его формы, принимающий значения в интервале $0.67 < k < 1$ ($k = 0.67$ для dilatometer-цилиндра; $k = 1$ для dilatometer-шара). Сжимаемость боросиликатного стекла в температурном интервале $5 - 65$ °C аппроксимируется линейным уравнением [10]:

$$\beta = 2.86 \cdot 10^{-11} + 1.3 \cdot t \cdot 10^{-14}, \text{ Па}^{-1},$$

где t - температура по шкале Цельсия.

Погрешность аппроксимации составляет $\pm 0.07 \cdot 10^{-11}, \text{ Па}^{-1}$. Значение коэффициента формы нашего dilatometer найдем из уравнения [9] по известным $\beta_{\text{ст}}$, β_T эталонной жидкости (воды) [4] и измеренным величинам S , Δh , V , ΔP на установке [1] в изотермическом процессе.

Оценка максимально возможной погрешности такого определения величины k приводит к результату: $\Delta k / k \sim 9\%$.

Еще раз подчеркнем, что формула [9] и найденный интервал значений коэффициента формы спра-

ведливы при отсутствии анизотропных деформаций dilatometer.

Нами были проведены измерения величины k для четырех dilatometer в температурном интервале $10 - 50$ °C. Результаты этих измерений (калибровок) показывают, что среднее значение коэффициента формы есть $k = 0.72 \pm 0.04$, что хорошо укладывается в расчетный интервал величин и погрешностей k . Это означает, что технология изготовления нами предлагаемого dilatometer обеспечивает такие его упругие свойства, которые позволяют рассчитать деформацию dilatometer по теории упругости. А это очень привлекательно. При этом сжимаемость dilatometer предсказывается с абсолютной погрешностью менее $\pm 0.17 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$ или 8%. Такая точность определения $\beta_{\text{дил}}$ внесет, в свою очередь, погрешность в определение изотермической сжимаемости воды менее 0.5%, а в определение β_T гептана менее 0.2%, что вполне удовлетворительно.

Итак, если объем dilatometer при 25 °C и атмосферном давлении известен с погрешностью $\sim 1 \cdot 10^{-3}\%$, площадь сечения капилляра - с погрешностью $\sim 0.5\%$, термический коэффициент объемного расширения стекла - с погрешностью $\sim 3\%$, а сжимаемость dilatometer - с погрешностью $\sim 8\%$, то эти ошибки калибровки приведут к максимально возможным ошибкам в измерении плотности $\sim 4 \cdot 10^{-3}\%$, термического коэффициента объемного расширения $\sim 0.5\%$, изотермической сжимаемости $\sim 0.8\%$. Распределение случайных ошибок эксперимента происходит по нормальному закону. Это приводит к тому, что реальная погрешность измерений составляет около половины от ее максимально возможной величины.

В итоге мы приходим к выводу, что предложенная калибровка dilatometer обеспечивает желаемую точность измерения объемных свойств жидкости на установке [1].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант №97-03-33393а).

Библиографический список

1. Карцев В.Н., Цепулин В.В., Забелин В.А. // Вопросы прикладной физики. Саратов, 1997. Вып. 3. С.23.
2. Hayward A.T.J. // J. Phys. D: Appl. Phys. 1971. V.4. P.938.
3. Wagenberth H., Blanke W. // J. PTV-Mitt. 1971. V.6. P. 412.
4. Fine P.A., Millero F.J. // J. Chem. Phys. 1973. V.59. №10. P. 5529.
5. Скарге О.К., Димиденко С.Т., Бродский А.И. // ЖФХ. 1937. Т.9, вып. 1. С. 152.
6. Штатенштейн А.И. и др. Изотопный анализ воды. М., 1967.
7. Вайсбергер А. Физические методы органической химии. М., 1950. Т.1.
8. Стекланные жидкостные термометры (ртутные и нертутные). Каталог-справочник. М., 1966.
9. Лурье А.И. Пространственные задачи теории упругости. М., 1955.
10. Millero F.Y., Lepple F.K. // J. Chem. Phys. 1971. V.54, № 3. P. 946.

CALIBRATING THE DELATOMETER OF THE GAUGE VOLUME PROPERTIES OF LIQUIDS

V.N. Kartsev, V.V. Tsepulin, A.A. Mostovoy

Saratov State University

The article presents the procedure and technique of calibrating the delatometer, the assumed maximum error of which when measuring the density is $\sim 2 \cdot 10^{-3}\%$, when measuring expansibility is $\sim 0.5\%$, and when measuring isothermal compressibility is $\sim 0.8\%$.

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ: ЭЛЕКТРОННАЯ И ИОННАЯ ОПТИКА

УДК 621.385.6

ИССЛЕДОВАНИЕ ФОРМЫ ВОЛНЫ КОНВЕКЦИОННОГО ТОКА
В ПРОМОДУЛИРОВАННЫХ ПОТОКАХ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ
С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА ЭЛЕКТРОННОГО ЗОНДА

Г.А. Багаева, Б.С. Дмитриев, М.А. Дмитриева, Ю.Д. Жарков

Саратовский государственный университет

Представлены результаты сопоставления экспериментального и теоретического исследования формы волны конвекционного тока в протяженных потоках заряженных частиц с помощью специального электронного зонда.

Метод электронного зонда (ЭЗ) зарекомендовал себя как оперативный метод оптимизации процессов взаимодействия потоков заряженных частиц с СВЧ-полями на физических моделях самых разнообразных приборов и устройств, включая многорезонаторные релятивистские клистроны и линейные ускорители протонов. Этот метод основан на использовании расположенных вне вакуума, а потому доступных для различных вариаций, электродинамических систем и специальных средств измерений - электронных зондов с различными функциональными назначениями.

Среди созданных ЭЗ необходимо выделить следующие: измерительные зонды для "горячих" измерений ВЧ-параметров замедляющих систем и объемных резонаторов; динамические зонды для оперативного изучения и оптимизации взаимодействия электронных потоков с СВЧ-полями в мощных ЭВП СВЧ; зонды с секционированной оболочкой для оперативного исследования транспортировки интенсивных электронных потоков в многолучевых магнитных фокусирующих системах; зонды для физического моделирования процессов автофазировки и ускорения протонов в линейных резонансных ускорителях [1].

В настоящем сообщении приводятся результаты экспериментального исследования с помощью специального ЭЗ формы волны конвекционного тока в промодулированном электронном потоке, дрейфую-

щем в продольном магнитном поле. Эти исследования явились, по существу, продолжением предыдущей нашей работы по экспериментальному определению координат фазовых фокусов электронных сгустков [2]. Используемый ЭЗ снабжен анализатором, позволяющим исследовать форму волны конвекционного тока и проводить спектральный анализ тока сгруппированного пучка в физических моделях различных приборов с протяженными потоками.

Этот анализатор расположен в области коллектора зонда и представляет собой коаксиальную линию, нагруженную на емкостный зазор, возбуждаемый исследуемым электронным потоком. На рис.1 приведены конструкция (а) и эквивалентная схема коаксиального коллектора-анализатора (б).

Электронный поток модулируется в объемном резонаторе, расположенном вне вакуума. Форма тока сгруппированного пучка в емкостном зазоре регистрируется на стробоскопическом осциллографе. Оценка показала, что полоса пропускания коаксиальной линии, нагруженной на емкость анализатора, в несколько раз превышает полосу пропускания стробоскопического осциллографа, составляющую 3,5 ГГц. Полученные осциллограммы сопоставлялись с данными теоретического расчета формы волны конвекционного тока при различных значениях параметра группировки.

Расчет проводился как по кинематической теории группировки, так и по приближенной нелинейной

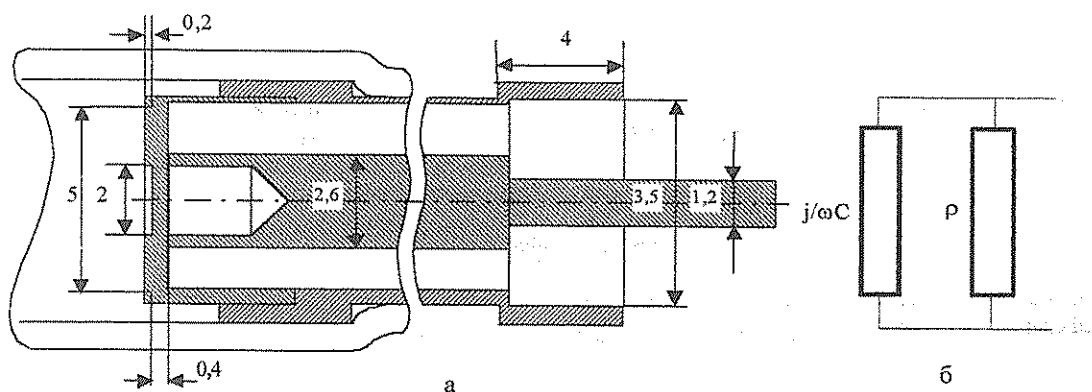


Рис.1

теории волн пространственного заряда [3]. Предварительные измерения и калибровка позволили по уровню входной мощности резонатора, параметрам резонатора и характеристикам электронного пучка определить используемые при теоретических расчетах кинематический параметр группировки X и обобщенный параметр нелинейности

$$\alpha = \frac{v_1}{v_0} \cdot \frac{\omega}{\omega_q}$$

где v_1/v_0 - нормированная амплитуда переменной скорости электронов; ω/ω_q - нормированная плазменная частота электронного потока; v_0 - постоянная скорость электронов; ω - частота модулирующего сигнала.

Параметр α определяет параметр группировки в приближенной нелинейной теории волн пространственного заряда.

На рис. 2 приведены зависимости мгновенных значений тока i (сплошные линии) в выходном зазоре анализатора от времени для четырех значений параметра группировки: а - слабая группировка - квазигармоническая зависимость $i(\omega t) - X < 1, B < 1$ ($X=0,38, B=0,35, \alpha=0,5$); б - появление бесконечного пика - $X \sim 1, B \sim 1$ ($X=1,03, B=0,87, \alpha=1,36$); в - заметное раздвоение пика - $X \sim 2, B \sim 2$ ($X=2,31, B=1,96, \alpha=3$); г - развал сгустка на два - $X > 2, B > 2$ ($X=3,57, B=3,43, \alpha=4,7$) и соответствующие им экспериментально полученные осциллограммы.

Эти зависимости отражают разные стадии группировки.

Для режимов, когда параметр $\alpha > 2,5$, результаты расчета по кинематической теории группировки и по приближенной нелинейной теории волн пространственного заряда практически совпадают. Определенное несоответствие теоретических и экспериментальных осциллограмм

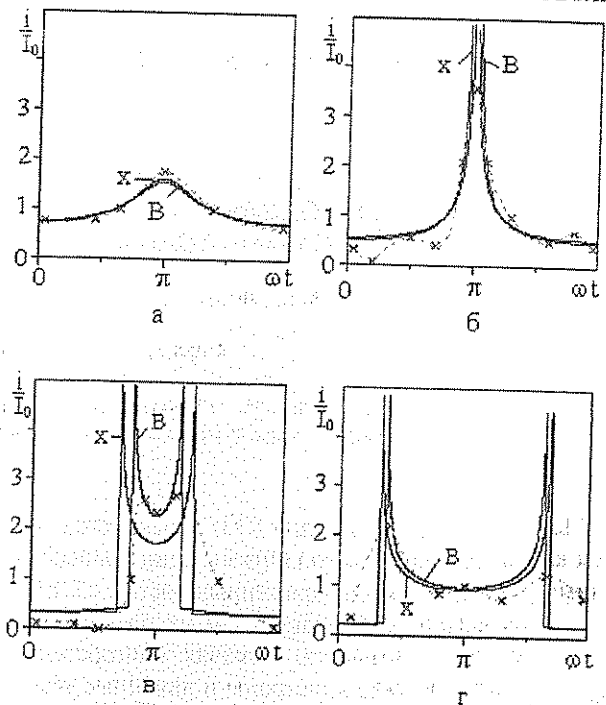


Рис. 2

экспериментальных зависимостей, по-видимому, связано с недостаточно широкой полосой частот стробоскопического осциллографа, приводящей к обеднению спектра высших гармоник.

Тем не менее, неплохое соответствие теории и эксперимента подтверждает, что ЭЗ с емкостным анализатором можно использовать для исследования формы волны конвекционного тока в различных приборах с протяженными потоками заряженных частиц.

Работа выполнена при финансовой поддержке программы "Университеты России" (грант № 282).

Библиографический список

1. Жарков Ю.Д. Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. Саратов, 1986. Кн. 2.
2. Дмитриев Б.С., Дмитриева М.А., Жарков Ю.Д. // Вопросы прикладной физики. Саратов, 1998. Вып. 4. С. 54 - 56.
3. Вайнштейн Л.А., Солнцев В.А. Лекции по СВЧ - электронике. М., 1973.

CONVENTION CURRENT WAVE FORM RESEARCH IN MODULATED STREAMS OF CHARGED PARTICLES BY THE ELECTRON PROBE METHOD

G.A.Bagaeva, B.S.Dmitriev, M.A.Dmitrieva, Yu.D. Zharkov

Saratov State University

The outcomes of comparison of experimental and theoretical research of convention current wave form in extended charged particles streams by a special electron probe are represented.

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕОДНОРОДНЫХ ЗАМЕДЛЯЮЩИХ СИСТЕМ МЕТОДОМ ЭЛЕКТРОННОГО ЗОНДА

Б.С. Дмитриев, М.А. Дмитриева, Ю.Д. Жарков

Саратовский государственный университет

Представлена методика измерения высокочастотных параметров неоднородных по длине замедляющих систем мощных ЭВП СВЧ. Эксперименты выполнены для структуры из цепочки связанных резонаторов с помощью электронного зонда.

Для повышения эффективности взаимодействия электронных потоков с СВЧ-полями в приборах с длительным взаимодействием широко применяется метод коррекции синхронизации скорости электронов и волны. Такой способ требует применения неоднородных по длине замедляющих систем (ЗС) с изменяющимися, обычно скачком, высокочастотными (ВЧ) параметрами - фазовой скоростью и сопротивлением связи. Известно, что наиболее точные измерения этих параметров можно провести методом электронного зонда [1], поскольку электронный поток благодаря явлению пространственного резонанса является чувствительным анализатором фазовой скорости пространственных гармоник поля в ЗС.

В настоящей работе обсуждается применение этого метода для измерения ВЧ-параметров, неоднородных по длине ЗС мощных ЭВП СВЧ. Обычно это ЗС типа цепочки связанных резонаторов (ЦСР) с трубками дрейфа.

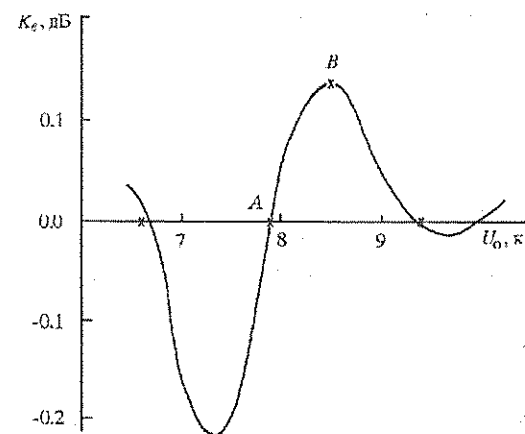
Для решения поставленной задачи был разработан и изготовлен специальный электронный зонд (ЭЗ) со спиральным проводящим покрытием, отличающийся тем, что коллектор зонда имеет столь малые размеры, что может помещаться в трубках дрейфа ЗС, где отсутствует СВЧ-поле, а проводник, соединяющий коллектор зонда с источником питания, выполнен в виде тонкой невозмущающей спирали, являющейся по существу продолжением спирали зонда. Все это позволяет, перемещая ЭЗ вдоль неоднородной ЗС, исследовать эффект взаимодействия электронного пучка с бегущей волной сначала в первой секции, потом во второй и т.д.

На основе измерений сопротивления связи $R_{св}$ и коэффициента замедления $n=c/v_p$ первой секции ЗС методом малых электронных затуханий [2], зависимости электронного коэффициента усиления K_e ЛБВ с неоднородной ЗС от ускоряющего напряжения U_0 и результатов расчета коэффициента усиления многосекционной ЛБВ в линейном режиме разработана методика измерений n и $R_{св}$ второй секции неоднородной ЗС. Эта методика основана на решении так называемой "обратной" задачи, которая состоит в том, что по измеренным значениям n_1 и $R_{св1}$ первой секции, геометрическим размерам отдельных сек-

ций, току пучка и экспериментальной зависимости K_e от ускоряющего напряжения для ЛБВ с неоднородной ЗС можно найти n_2 и $R_{св2}$ второй секции.

Теоретические и экспериментальные исследования зависимостей K_e от ускоряющего напряжения в линейном режиме для ЛБВ с неоднородной ЗС показали, что они имеют две характерные точки, легко фиксируемые в эксперименте: точку A , где $K_e=0$ при переходе от максимального затухания к максимальному усилению, и точку B , где K_e максимален (рис. 1). Исследования показали, что на положение точки A сильно влияет изменение параметра n_2 , а положение точки B - изменение величины $R_{св2}$. Эти особенности и были использованы при решении "обратной" задачи. Значения n_2 и $R_{св2}$ подбирались методом последовательных приближений так, чтобы рассчитанные значения K_e в точках A и B совпадали с измеренными.

На рисунке в качестве примера приведена зависимость K_e от ускоряющего напряжения модели ЛБВ с неоднородной ЗС типа ЦСР, составленной из двух секций с заранее измеренными значениями n и $R_{св}$ для каждой секции, рассчитанная для значений n_2 и $R_{св2}$, полученных из решения "обратной" задачи. Здесь же показаны экспериментальные точки (x).



Оценка погрешности измерений ВЧ-параметров второй секции ЦСР по предложенной методике показала, что для n_2 она оказывается порядка 3%, а для $R_{св2}$ — около 12%.

Работа выполнена при финансовой поддержке программы "Университеты России" (грант-проект № 282)

персии скорости электронов смешанного пучка к аналогичным величинам, отвечающим распределению Релея.

Шумовой инвариант Π электронного пучка, обозначаемый в случае неоднородного катода символом $\Pi_{ок}$, определяется выражением

$$\Pi_{ок} = -\frac{kT_c}{4} \alpha p_{1e} p_{2e} (\alpha_2 - \alpha_1) [\alpha_1 + \alpha p_{1e} p_{2e} (\alpha_2 - \alpha_1)], \quad (5)$$

где k – постоянная Больцмана, T_c – абсолютная температура катода.

Для получения численных значений шумовых параметров и иллюстрации влияния на их величину неоднородности эмиттера введём в рассмотрение последовательно 2 частных модели кинетической неоднородности, задающие такие пары функций $f_1(u)$ и $f_2(u)$, для которых взаимный спектр флуктуаций тока и скорости пучка принимает и положительные, и отрицательные значения.

Предположим, что кинетическая неоднородность обусловлена пористым характером эмитирующего слоя катода и поперечным падением напряжения на этом слое, которое приводит к неэквипотенциальности эмитирующих зёрен.

В качестве 1-й примем такую модель пористого неэквипотенциального эмиттера, в которой 1-й кинетический класс образуют электроны, эмитированные поверхностными зёрнами катода, а 2-й – электроны, испускаемые порами. Тогда в качестве $f_1(u)$ естественно принять закон распределения Релея, а в качестве $f_2(u)$ – плотность распределения $f_n(u)$ скорости электронов, выходящих из пор, которая рассчитана и детально обсуждена в работе [2].

$$f_n(u) = \frac{u}{\sigma^2} \exp\left(q - \frac{u^2}{2\sigma^2}\right) \int_{-\infty}^u \delta\left(u - \sqrt{2\frac{e}{m}\varphi}\right) du, \quad (6)$$

где $\sigma^2 = \frac{kT_c}{m}$, $\exp u = e^u$, $\delta(u)$ – дельта функция,

$q = \frac{e\varphi}{kT_c}$ – параметр неэквипотенциальности эмитирующих зёрен катода, φ – разность потенциалов ускоряющего электрического поля в порах, m – масса электрона, e – абсолютная величина заряда электрона.

Так как среднее значение \bar{u}_1 и дисперсия $D_1(u)$ скорости электронов 1-го кинетического класса в этом случае отвечают распределению Релея, то $\alpha_1=1$, $\gamma_1=1$. Среднее значение \bar{u}_2 и дисперсия $D_2(u)$ скорости электронов 2-го кинетического класса совпадают с величинами \bar{u}_n , $D_n(u)$, которые соответствуют распределению (6) и отличаются от аналогичных параметров распределения Релея множителями α_n , γ_n , т.е. имеют вид [2]

$$\bar{u}_n = \sqrt{\frac{\pi kT_c}{2m}} \alpha_n, \quad D_n(u) = (4 - \pi) \frac{kT_c}{2m} \gamma_n,$$

где

$$\alpha_n = 2\sqrt{\frac{q}{\pi}} + e^q (1 - \operatorname{erf} \sqrt{q}), \quad (7)$$

$$\gamma_n = \frac{4}{4 - \pi} - \frac{\pi}{4 - \pi} \left(\alpha_n^2 - 4 \frac{q}{\pi} \right), \quad (8)$$

$\operatorname{erf} \sqrt{q} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\sqrt{q}} e^{-z^2} dz$ – интеграл вероятностей [3].

Таким образом, при заданных законах распределения $f_1(u)$ и $f_2(u)$ коэффициенты α_1 , α_2 , γ_1 , γ_2 в выражениях (1)-(5) принимают значения

$$\alpha_1=1, \quad \gamma_1=1, \quad \alpha_2=\alpha_n, \quad \gamma_2=\gamma_n. \quad (9)$$

В рамках принятой модели степень кинетической неоднородности катода зависит только от одной величины – параметра неэквипотенциальности q .

Воспользуемся выражениями (7) - (9) для исследования зависимости шумовых характеристик эмиттера от параметра его неэквипотенциальности q . Значения параметров α , p_{1e} , p_{2e} , характеризующих эмиссионно-дистрибутивную неоднородность катода, выберем так, чтобы они соответствовали средней точке диапазона их возможного изменения, а следовательно, средней степени неоднородности: $\alpha=1$; $p_{1e}=0,5$; $p_{2e}=0,5$. Таким образом, примем

$$\alpha p_{1e} p_{2e} = 0,25. \quad (10)$$

Исследование шумовых свойств электронного пучка начнём с анализа зависимости функции когерентности флуктуаций тока и скорости электронного пучка от параметра неэквипотенциальности катода q . При численных значениях (9), (10) параметров модели функция когерентности имеет вид

$$\gamma_{iv}^2(\omega) = \frac{\pi(\alpha_n - 1)^2}{4(4 - \pi)(\gamma_n + 3) + 3\pi(\alpha_n - 1)^2}. \quad (11)$$

Зависимость функции когерентности $\gamma_{iv}^2(\omega)$ от параметра неэквипотенциальности катода q , построенная с использованием соотношения (11), приведена на рис.1 в виде кривой 1.

Из рис.1 следует, что с увеличением q функция когерентности довольно быстро возрастает и при $q=10$ ($\varphi \approx 1$ В) достигает достаточно высокого значения 0,29, которое близко к предельному значению, равному 1/3. Действительно, для $q \gg 1$ справедливо приближённое выражение [3] $1 - \operatorname{erf} \sqrt{q} \approx e^{-q} / \sqrt{\pi q}$, поэтому нетрудно видеть, что при $q \rightarrow \infty$ величина $\gamma_{iv}^2(\omega)$ стремится к 1/3.

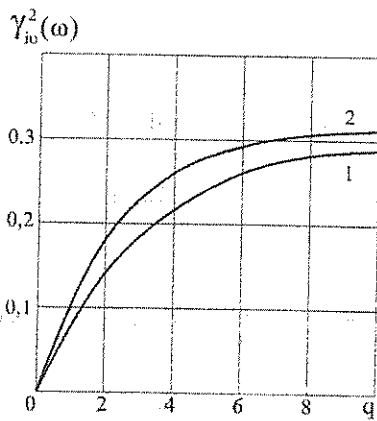


Рис.1. Кривые зависимости функции когерентности флуатующий тока и скорости электронного пучка от параметра неэквипотенциальности катода: 1- $\alpha_2 > \alpha_1$; 2- $\alpha_2 < \alpha_1$

В рассматриваемом случае (рис.1, кривая 1) $\alpha_2 > \alpha_1$ шумовой инвариант $P_{шк} < 0$. Следовательно, неоднородность катода приводит к увеличению шумности пучка [4] $(S_{шк} - P_{шк})$ как за счёт возрастания шумового инварианта $S_{шк}$, так и за счёт возникновения эффекта корреляции флуатаций и последующего увеличения модуля $P_{шк}$. Рассмотрим влияние неоднородности катода на шумность пучка подробнее.

Кривые зависимости шумовых параметров электронного пучка от параметра неэквипотенциальности катода изображены на рис.2. Кривая 1 показывает зависимость от q величины $|P_{шк}|/kT_c$, рассчитанную на основе (7) с учётом условий (9), (10). При увеличении q в реальных пределах $|P_{шк}|$ становится сравнимым с kT_c , ($|P_{шк}| \approx 0,3 kT_c$). Это свидетельствует о возможности существенного вклада в шумность пучка эффекта корреляции флуатаций.

К аналогичному выводу приводит анализ зависимости от q отношения $|P_{шк}|/S_{ок}$, которая отражается кривой 2 (рис.2). При $q = 10$ абсолютная величина $|P_{шк}|$ превышает шумовой инвариант однородного катода более чем в 2 раза.

Зависимость от q отношения $S_{шк}/S_{ок}$, равного $\sqrt{\gamma_{см} \alpha_{см}}$, иллюстрирует кривая 3. При $q=10$ шумовой инвариант $S_{шк}$ электронного пучка более чем в 4 раза выше, чем аналогичный параметр $S_{ок}$ пучка, эмитированного однородным катодом. Эти данные говорят о существенном влиянии неоднородности катода на величину шумового инварианта $S_{шк}$, а следовательно, и на шумности пучка.

Соотношение вкладов в шумность пучка шумовых инвариантов $|P_{шк}|$ и $S_{шк}$ отражает кривая 4, изображающая зависимость от q отношения $|P_{шк}|/S_{шк}$ абсолютных величин этих инвариантов. При изменении q от 0 до 10 это отношение непрерывно возрастает и при $q=10$ превышает 0,5. Для $2 < q < 10$ вклады в шумность пучка шумовых инвариантов $|P_{шк}|$ и $S_{шк}$ являются величинами одного порядка.

Кривая 5 иллюстрирует зависимость от q отношение шумностей пучка $(S_{шк} + |P_{шк}|)/S_{ок}$ на неоднородном и однородном катодах, рассчитанное с учё-

том эффекта корреляции флуатаций. При $q=4$ шумность электронного пучка на поверхности неоднородного катода более, чем в 3 раза выше, чем аналогичный параметр пучка в случае однородного эмиттера. Расчёт при более высоких значениях q показывает, что для $q=10$ $(S_{шк} + |P_{шк}|)/S_{ок} = 6,5$.

Отношение шумностей пучка $(S_{шк} + |P_{шк}|)/S_{шк}$, вычисленных соответственно с учётом и без учёта эффекта корреляции при различных q , характеризует кривая 6. Данные кривой показывают, что эффект корреляции флуатаций может приводить к увеличению шумности пучка в 1,5 раза.

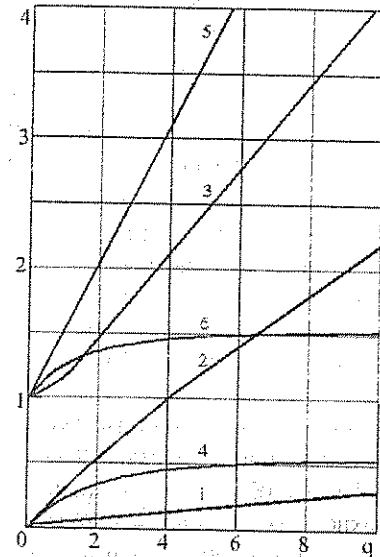


Рис.2. Кривые зависимости шумовых параметров электронного пучка от параметра неэквипотенциальности катода q при $\alpha_2 > \alpha_1$: 1 - $|P_{шк}|/kT_c$; 2 - $|P_{шк}|/S_{ок}$; 3 - $S_{шк}/S_{ок}$; 4 - $|P_{шк}|/S_{шк}$; 5 - $(S_{шк} + |P_{шк}|)/S_{ок}$; 6 - $(S_{шк} + |P_{шк}|)/S_{шк}$

Из выражения (5) для взаимного спектра флуатаций тока и кинетического потенциала следует, что эта величина в зависимости от параметров кинетической неоднородности может менять знак. Представляется интересным исследовать шумовые свойства электронного пучка для такой частной модели кинетической неоднородности, которая иллюстрирует возможность уменьшения шумности пучка за счёт корреляции флуатаций. Такой модели должно соответствовать $(\alpha_2 - \alpha_1) < 0$ и $P_{шк} > 0$.

Для возможности более объективного сравнения результатов исследования различных моделей выберем 2-ю модель кинетической неоднородности таким образом, чтобы она сохранила основные черты 1-й модели, но отличалась от неё знаком $\alpha_2 - \alpha_1$. Такими качествами, очевидно, обладает модель пористого неэквипотенциального эмиттера, в которой 1-й кинетический класс образуют те электроны, которые эмитируются порами, а 2-й – электроны, испускаемые поверхностными зёрнами катода. Тогда плотность распределения $f_1(u)$ будет представлять собой закон распределения (6), а $f_2(u)$ – закон распределения Релея. В таком случае безразмерные параметры, характеризующие среднее значение и

дисперсию скорости электронов различных кинетических классов будут равны

$$\alpha_1 = \alpha_n, \gamma_1 = \gamma_n, \alpha_2 = 1, \gamma_2 = 1. \quad (12)$$

Значения параметров α, p_{1e}, p_{2e} , характеризующих эмиссионно-дистрибутивную неоднородность катода, оставим прежними и $\alpha p_{1e} p_{2e} = 0,25$.

Исследование шумовых свойств электронного пучка проведём в той же последовательности, что и для предыдущей модели. При численных значениях параметров модели (10), (12) функция когерентности флуктуаций тока и скорости электронного пучка имеет вид

$$\gamma_{iv}^2(\omega) = \frac{\pi(\alpha_n - 1)^2}{4(4 - \pi)(3\gamma_n + 1) + 3\pi(\alpha_n - 1)^2} \quad (13)$$

Нетрудно видеть, что функция когерентности, возрастая с увеличением q , в пределе при $q \rightarrow \infty$ стремится к прежнему значению, равному $1/3$. Зависимость функции когерентности от q , рассчитанную по (7), (8), (13) при изменении параметра неэквипотенциальности в реальных пределах, иллюстрирует кривая 2 рис. 1. Как и ранее, функция когерентности довольно быстро принимает значения, близкие к предельным и свидетельствующим о значительной корреляции флуктуаций. Сопоставление кривых 1 и 2 (рис. 1) показывает, что они отличаются несущественно. Следовательно, сравнение шумовых свойств электронных пучков, соответствующих 1-й и 2-й моделям эмиттера, будет проводиться в условиях разного характера (знака взаимного спектра), но практически одинаковой степени корреляции флуктуаций тока и скорости этих потоков.

Кривые зависимости основных шумовых характеристик пучка от параметра неэквипотенциальности катода q с кинетической неоднородностью, отвечающей 2-й модели ($\alpha_2 < \alpha_1$), представлены на рис. 3.

Зависимость от q отношения $\Pi_{нк}/kT_e$, определяемого выражением (5) при условиях (10), (12), отражает кривая 1. С увеличением q шумовой инвариант $\Pi_{нк}$ возрастает более резко, чем в первом варианте модели, но остаётся величиной того же порядка. (При $q=10$ он составляет 0,43).

Кривая 2 показывает зависимость от q величины $\Pi_{нк}/S_{ок}$ и выражает ту же особенность в поведении шумового инварианта $\Pi_{нк}$: более резкий рост с увеличением параметра неэквипотенциальности. При $q=10$ отношение $\Pi_{нк}/S_{ок} = 3,3$.

Более высоким, чем в предыдущем случае, наклоном характеризуется и кривая 3, показывающая зависимость $S_{нк}/S_{ок}$ от q . Уже при $q = 5,5$ величина $S_{нк}/S_{ок}$ достигает значения 4, а при $q = 10$, как показывает расчёт, $S_{нк}/S_{ок}$ близка к 7. Повышение крутизны всех трёх упомянутых кривых при переходе ко 2-й модели объясняется увеличением доли $(1 - \alpha p_{1e} p_{2e})$ "быстрых" электронов в смешанном пучке.

Изменение отношения шумовых инвариантов $\Pi_{нк}/S_{нк}$ по мере увеличения параметра неэквипотен-

циальности q характеризует кривая 4. Указанная кривая близка к соответствующей кривой предыдущей модели. При $2 < q < 10$ шумовые инварианты $S_{нк}$, по-прежнему являются величинами одного порядка.

Кривая 5 показывает зависимость относительного изменения шумности пучка $(S_{нк} - \Pi_{нк})/S_{ок}$ от параметра q . Как и следовало ожидать, ход этой кривой значительно отличается от поведения аналогичной зависимости для 1-й модели. Для рассматриваемой модели указанная зависимость характеризуется существенно меньшими значениями ординат и наклоном. Так, при $q=4$ $(S_{нк} - \Pi_{нк})/S_{ок}$ для рассматриваемой модели составляет всего 1,6, в то время как для предыдущей модели оно было равно 3,1. Это объясняется тем, что шумовой инвариант $\Pi_{нк}$ положительный и корреляция флуктуаций вызывает уменьшение шумности пучка.

Следует, однако, отметить, что и в этом случае неоднородность катода приводит в целом к увеличению его шумности по сравнению с однородным эмиттером, так как шумовой инвариант $S_{нк}$ с увеличением q растёт быстрее, чем инвариант $\Pi_{нк}$.

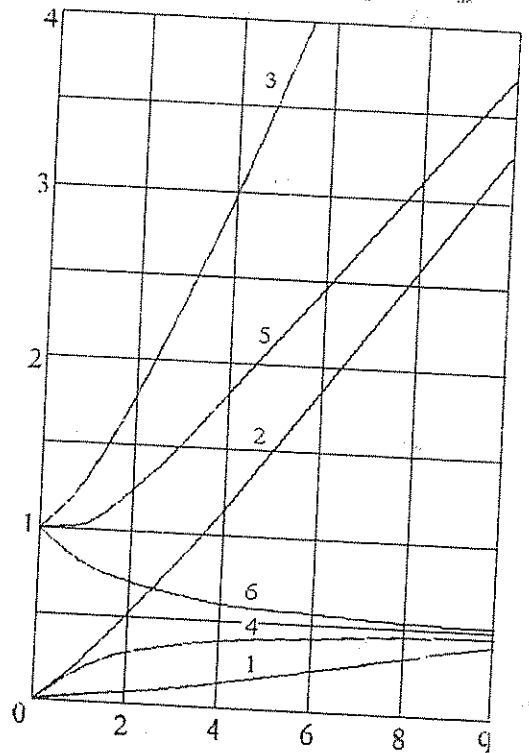


Рис. 3. Кривые зависимости шумовых параметров электронного пучка от параметра неэквипотенциальности катода q при $\alpha_2 < \alpha_1$: 1 - $\Pi_{нк}/kT_e$; 2 - $\Pi_{нк}/S_{ок}$; 3 - $S_{нк}/S_{ок}$; 4 - $-\Pi_{нк}/S_{нк}$; 5 - $(S_{нк} - \Pi_{нк})/S_{ок}$; 6 - $(S_{нк} - \Pi_{нк})/S_{нк}$.

Уменьшение шумности пучка, вызываемое корреляционным эффектом в этой модели, иллюстрирует кривая 6, представляющая зависимость от q отношения шумностей пучка $(S_{нк} - \Pi_{нк})/S_{нк}$, рассчитанных соответственно с учётом и без учёта корреляции флуктуаций. По мере увеличения q , а следовательно, и степени когерентности флуктуаций, отношение шумностей $(S_{нк} - \Pi_{нк})/S_{нк}$ непрерывно уменьшается и при $q=10$ становится близким к 0,5.

Общий вывод проведённого анализа состоит в том, что неоднородность катода приводит к значительному росту абсолютных величин шумовых инвариантов электронного пучка. При этом приращения шумности пучка, вызванные ростом модулей указанных инвариантов, являются величинами одного порядка. Отмеченные изменения шумности в 1,5–2 раза за счёт корреляционного эффекта доказывают эффективность влияния корреляции флуктуаций на шумовые свойства электронного пучка. При этом следует обратить внимание на то, что приведённые результаты отвечают таким значениям параметров эмиссионно-дистрибутивной неоднородности, которые характерны для средней степени неод-

нородности эмиттера. Если произведение $\alpha p_{1e} p_{2e}$ увеличивается и приближается к 0,5, то при $q=10$ функция когерентности становится близкой к предельному значению, равному 1, и влияние корреляции флуктуаций на шумность пучка становится ещё более значительным.

Сравнительная простота проведения расчётов позволяет считать, что предложенные модели эмиссионно-дистрибутивной и кинетической неоднородности эмиттеров могут эффективно применяться для теоретических исследований и обработки результатов экспериментов, направленных на изучение шумовых свойств неоднородных катодов.

Библиографический список

1. Шаповалов А.С. // Вопросы прикладной физики. Саратов, 1999. Вып. 5. С. 11 – 14.
2. Шаповалов А.С., Голубенцев А.Ф., Денисов Ю.И. Эмиссионные и шумовые свойства неоднородных эмиттеров. Саратов, 1983.
3. Сегал Б.И., Семендяев К.А. Пятизначные математические таблицы. М., 1962.
4. Шумы в электронных приборах / Под ред. Л.Д. Смудлина и Г.А. Хауса. М.:Л., 1964.

ELECTRON BEAM NOISE PARAMETERS ON THE LOCALLY INHOMOGENEOUS CATHODE

A.S. Shapovalov, V.V. Mashnikov, S.A. Shapovalov

Saratov State University

Noise invariants and coherence function of the electron beam current and kinetic potential fluctuations on the locally inhomogeneous cathode are investigated. Physical parameters numerical data for porous unequipotential emitter are received.

УДК 621.3.032.21

СПЕКТРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ФЛУКТУАЦИЙ ПОПЕРЕЧНОЙ СКОРОСТИ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА НА НЕОДНОРОДНОМ КАТОДЕ

А.С. Шаповалов, С.А. Шаповалов, О.С. Плеханов

Саратовский государственный университет

Представлены результаты расчёта спектральной плотности флуктуаций поперечной скорости и взаимного спектра тока и поперечной скорости электронного пучка на неоднородном эмиттере.

Детальное исследование шумовых свойств катода предполагает определение спектральных плотностей и взаимных спектров флуктуационных процессов, протекающих на его поверхности [1]. В данной работе для одной физико-статистической модели неоднородного эмиттера исследуются спектральная плотность флуктуаций поперечной скорости, взаимный спектр и функция когерентности флуктуаций тока и поперечной скорости электронного пучка.

Для описания неоднородного эмиттера воспользуемся моделью ограниченно инерционной неэквипотенциальной эмитирующей поверхности [2,3]. Как показано в [4], для реализации возможности исследования не только спектров, но и взаимных спектров флуктуаций на поверхности неоднородного катода

необходимо построение такой общей модели эмиттера, которая включает в себя, по существу, две частных модели, описывающих два вида неоднородности: эмиссионную (эмиссионно-дистрибутивную) и кинетическую. Характеристики первой модели (вероятностные коэффициенты рандомизированной условной плотности распределения скоростей) определяются эмиссионными параметрами отдельных областей катода, характеристиками второй модели являются плотности распределения скоростей электронов различных кинетических классов. В данном случае эмиссионная неоднородность описывается ограниченно инерционной моделью [2], а кинетическая – моделью неэквипотенциального эмиттера [3], потенциальный рельеф кото-

$$S_{i_{vy}}(\omega) = -\frac{e}{2\pi} p_{1e} p_{2e} (W_{y2} - W_{y1}). \quad (8)$$

При W_{y1}, W_{y2} , соответствующих принятой модели кинетической неоднородности, из равенства (8) следует окончательный результат

$$S_{i_{vy}}(\omega) = -\frac{e}{\pi} \sqrt{q_\tau} \frac{kT_c}{2m} p_{1e} p_{2e}. \quad (9)$$

Для характеристики и анализа степени коррелированности флуктуаций целесообразно найти функцию их когерентности

$$\gamma_{i_{vy}}^2(\omega) = \frac{|S_{i_{vy}}(\omega)|^2}{S_i(\omega) S_{v_y}(\omega)}. \quad (10)$$

Если $S_{v_y}(\omega), S_{i_{vy}}(\omega)$ определяются выражениями (5), (9), а спектр флуктуаций тока описывается формулой Шоттки и $S_i(\omega) = eI_0/2\pi$, то из равенства (10) получим:

$$\gamma_{i_{vy}}^2(\omega) = \frac{2p_{1e}^2 p_{2e}^2 q_\tau}{1 + 2p_{1e} p_{2e} q_\tau}. \quad (11)$$

Как следует из (11), функция когерентности возрастает по мере увеличения параметра неэквивалентности q_τ , характеризующего кинетическую неоднородность, и произведения $p_{1e} p_{2e}$, характеризующего эмиссионно-дистрибутивную нерегулярность эмиттера. При максимально возможном значении $p_{1e} p_{2e}$, равном 0,25, и $q_\tau = 10$ функция когерентности достигает значения 0,21 и при $q_\tau \gg 1$ стремится к уровню 0,25. Это свидетельствует о возможности возникновения существенной корреляции флуктуаций.

Аналогичные результаты нетрудно получить для любой другой модели кинетической неоднородности эмиттера, введя другие законы распределения $f_1(u_y)$ и $f_2(u_y)$. Так, например, при использовании в качестве $f_1(u_y), f_2(u_y)$ нормальных законов с дисперсией σ^2 и математическими ожиданиями

W_{y1}, W_{y2} , равными соответственно $-\sqrt{2\eta q_\tau}$ и $+\sqrt{2\eta q_\tau}$, статистические характеристики поперечной скорости записываются так:

$$M\{u_y\} = (p_{2e} - p_{1e})\sigma\sqrt{2q_\tau}, \quad M\{u_y^2\} = \sigma^2(1 + 2q_\tau),$$

$$D\{u_y\} = \sigma^2(1 + 8p_{1e} p_{2e} q_\tau),$$

$$S_{v_y}\{\omega\} = \frac{ekT_c}{2\pi m I_0} (1 + 8p_{1e} p_{2e} q_\tau),$$

$$S_{i_{vy}}(\omega) = -\frac{e}{\pi} \sqrt{2q_\tau} \frac{kT_c}{m} p_{1e} p_{2e},$$

$$\gamma_{i_{vy}}^2(\omega) = \frac{8p_{1e}^2 p_{2e}^2 q_\tau}{1 + 8p_{1e} p_{2e} q_\tau}.$$

Особенности характеристик этой модели по сравнению с предыдущей состоят в следующем. При равном вкладе эмиссионных областей в интегральную эмиссию ($p_{1e} = p_{2e} = 0,5$) среднее значение поперечной скорости электронного пучка равно нулю. В выражениях для дисперсии и спектральной плотности флуктуаций поперечной скорости слагаемые, обусловленные неэквивалентностью эмиттера, увеличились в 4 раза. При $p_{1e} = 0,5, q_\tau = 10$ коэффициент увеличения $\gamma_\tau = 1 + 8p_{1e} p_{2e} q_\tau$ дисперсии и спектральной плотности поперечной скорости пучка на неоднородном катоде по сравнению с аналогичными параметрами однородного катода достигает значения 21, а при $p_{1e} = 0,5, q_\tau \gg 1$ определяется приближенным выражением $\gamma_\tau \approx 2q_\tau$. Функция когерентности возрастает с увеличением q_τ более резко. При $p_{1e} = p_{2e} = 0,5$ и $q_\tau = 10$ она достигает значения 0,24. Однако при $q_\tau \gg 1$ она стремится к тому же самому пределу 0,25.

Полученные результаты показывают, что для реальных значений параметра неэквивалентности эмиттера уровень флуктуаций поперечной скорости электронного пучка может на порядок превышать аналогичную величину для однородного эмиттера, а функция когерентности флуктуаций тока и поперечной скорости – достигать значений 0,2 - 0,24.

Библиографический список

1. Шумы в электронных приборах / Под ред. Л.Д. Смуглина и Г.А.Хауса. М.:ИЛ, 1964.
2. Шаповалов А.С. // Вопросы прикладной физики. Саратов, 1997. Вып. 3. С. 17-20.
3. Шаповалов А.С. // Вопросы прикладной физики. Саратов, 1989. Вып. 1. С. 43-61.
4. Шаповалов А.С. // Вопросы прикладной физики. Саратов, 1997. Вып. 3. С. 9-12.
5. Шаповалов А.С. // Вопросы прикладной физики. Саратов, 1999. Вып. 5. С. 14 - 18.
6. Шаповалов А.С. // Вопросы прикладной физики. Саратов, 1998. Вып. 4. С. 14-15.
7. Van Duzer T. // IEEE Trans. 1963. V. ED-10, № 6. P.370-378.

**SPECTRAL CHARACTERISTICS OF THE ELECTRON BEAM
TRANSVERSAL VELOCITY FLUCTUATIONS ON INHOMOGENEOUS CATHODE**

A.S. Shapovalov, S.A. Shapovalov, O.S. Plekhanov

Saratov State University

The results of calculation of the transversal velocity fluctuations spectral density and electron beam current and transversal velocity fluctuations mutual spectrum on a surface of the inhomogeneous emitter are represented.

УДК 621.3.032.21

**СПЕКТРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ФЛУКТУАЦИЙ
ПОПЕРЕЧНОГО СМЕЩЕНИЯ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА НА НЕОДНОРОДНОМ КАТОДЕ**

А.С. Шаповалов, С.А. Шаповалов

Саратовский государственный университет

Представлены результаты расчёта спектральной плотности флуктуаций поперечного смещения и взаимного спектра тока и поперечного смещения электронного пучка на неоднородном эмиттере.

Отсутствие достаточно полной информации о шумовых свойствах неоднородных катодов вызывает теоретический и практический интерес к исследованию спектров флуктуаций электронного пучка на их поверхности [1]. В связи с этим в данной работе для одной статистической модели неоднородного эмиттера проводится расчёт и исследование спектральной плотности (СП) флуктуаций поперечного смещения и взаимной спектральной плотности (ВСП) тока и поперечного смещения электронного пучка.

Для общности результатов исследования будем считать, что катод характеризуется двумя типами неоднородности: эмиссионно-дистрибутивной и координатной [2]. Для учёта эмиссионно-дистрибутивной неоднородности воспользуемся ограниченно инерционной двухобластной моделью, описанной в [3]. Предположим, что ленточный катод содержит две эмиссионные области в виде полос произвольной ширины и параллельных оси Y , которая направлена вдоль поверхности катода перпендикулярно его широкой стороне. Электроны, эмитированные катодом, делятся на два координатных класса, каждому из которых соответствуют свои собственные плотности распределения $f_1(Y)$ и $f_2(Y)$ координаты Y точки эмиссии. В рамках двухобластной ограниченно инерционной модели эмиссионно-дистрибутивной неоднородности результирующая безусловная плотность распределения $f(Y)$ электронной координаты Y на катоде в целом, СП $S_y\{\omega\}$ флуктуаций поперечного смещения $y(t)$ центра тяжести электронного пучка, а также ВСП $S_{iy}(\omega)$ флуктуаций тока i и поперечного смещения, определяются выражениями [3,4]

$$f(Y) = p_{1e}f_1(Y) + p_{2e}f_2(Y), \quad (1)$$

$$S_y\{\omega\} = \frac{eD\{Y\}}{2\pi I_o}, \quad (2)$$

$$S_{iy}(\omega) = -\frac{e}{2\pi} p_{1e}p_{2e}(Y_{o2} - Y_{o1}), \quad (3)$$

где $p_{1e} = n_{o1}/n_o, p_{2e} = n_{o2}/n_o$ – безусловные вероятности того, что данный электрон испущен соответственно 1-й или 2-й эмиссионными областями; n_{o1}, n_{o2}, n_o – среднее число частиц, эмитированных за некоторый конечный интервал времени соответственно 1-й и 2-й эмиссионными областями и катодом в целом; e – абсолютная величина заряда электрона; I_o – постоянная составляющая тока эмиссии; $D\{Y\}$ – дисперсия электронной координаты Y , рас-
пределённой по закону (1); $Y_{ok} = \int_{-\infty}^{+\infty} Yf_k(Y)dY, k=1,2$ – среднее значение координаты Y точки эмиссии электронов k -го класса.

Конкретизируя вид координатной неоднородности, предположим, что плотности распределения $f_1(Y)$ и $f_2(Y)$, соответствующие реальным катодам, могут быть аппроксимированы выражениями наиболее простого вида, например, двухступенчатыми функциями [5]

$$f_1(Y) = \begin{cases} C_1 & \text{при } -\ell/2 \leq Y \leq 0, \\ C_2 & \text{при } 0 < Y \leq +\ell/2, \\ 0 & \text{при } Y < -\ell/2, Y > \ell/2 \end{cases} \quad (4)$$

$$f_2(Y) = \begin{cases} C_2 & \text{при } -\ell/2 \leq Y \leq 0, \\ C_1 & \text{при } 0 < Y \leq +\ell/2, \\ 0 & \text{при } Y < -\ell/2, Y > \ell/2, \end{cases} \quad (5)$$

где $C_1/C_2 = g > 1$ – параметр координатной неоднородности, ℓ – ширина катода в направлении оси Y . Из условия нормировки следует, что

$$C_1 = \frac{2g}{\ell(g+1)}, \quad C_2 = \frac{2}{\ell(g+1)}.$$

Используя законы распределения (1), (4), (5), нетрудно записать средние значения поперечных координат Y_{o1}, Y_{o2} электронов отдельных классов и дисперсию $D\{Y\}$ координаты Y электронов результирующего пучка

$$Y_{o1} = \frac{\ell(g-1)}{4(g+1)}, \quad (6)$$

$$Y_{o2} = -\frac{\ell(g-1)}{4(g+1)}. \quad (7)$$

$$D\{Y\} = \frac{\ell^2}{12} \left[1 - \frac{3}{4}(p_{1e} - p_{2e})^2 \left(\frac{g-1}{g+2} \right)^2 \right]. \quad (8)$$

Подстановка равенства (8) в соотношение (2) приводит к следующему выражению для спектра $S_y\{\omega\}$ флуктуаций смещения

$$S_y\{\omega\} = \frac{e\ell^2}{24\pi d_o} \left[1 - \frac{3}{4}(p_{1e} - p_{2e})^2 \left(\frac{g-1}{g+2} \right)^2 \right]. \quad (9)$$

Из выражения (9) следует, что при $p_{1e} \neq p_{2e}$ спектр флуктуаций смещения $S_y\{\omega\}$ на неоднородном эмиттере оказывается ниже, чем на однородном. Это объясняется тем, что в указанном случае эквивалентная ширина катода становится меньше ℓ . Для данной модели при $g \gg 1$, $p_{1e} \gg p_{2e}$ (или $p_{1e} \ll p_{2e}$) величина $S_y\{\omega\}$ на неоднородном катоде может быть в 4 раза меньше, чем на однородном катоде. Однако при $p_{1e} = p_{2e}$ спектры флуктуаций $S_y\{\omega\}$ на однородном и неоднородном катодах становятся одинаковыми.

Введение моментов (6), (7) в равенство (3) даёт окончательное выражение для взаимного спектра $S_{iy}(\omega)$ флуктуаций

$$S_{iy}(\omega) = \frac{e\ell}{4\pi} p_{1e} p_{2e} \frac{g-1}{g+1}. \quad (10)$$

Отсюда следует, что корреляция флуктуаций наблюдается при любых значениях параметров p_{1e}, g модели кроме тех, что соответствуют однородному катоду ($p_{1e} = 0; 1$ или $g = 1$).

Считая, что СП флуктуации тока $S_i(\omega)$ определяются формулой Шоттки

$$S_i(\omega) = \frac{eI_o}{2\pi}, \quad (11)$$

найдем функцию когерентности $\gamma_{iy}^2(\omega)$ флуктуаций тока и смещения

$$\gamma_{iy}^2(\omega) = \frac{|S_{iy}(\omega)|^2}{S_i(\omega)S_y(\omega)}. \quad (12)$$

Для этого в (12) подставим (9) и (11). Получим

$$\gamma_{iy}^2(\omega) = \frac{12 p_{1e}^2 p_{2e}^2 (g-1)^2}{4(g+1)^2 - 3(p_{1e} - p_{2e})^2 (g-1)^2}. \quad (13)$$

С увеличением g величина $\gamma_{iy}^2(\omega)$ также возрастает, а при изменении p_{1e}, p_{2e} принимает максимальное значение, соответствующее $p_{1e} = p_{2e} = 0,5$. Для $g \gg 1$ и $p_{1e} = p_{2e} = 0,5$ величина $\gamma_{iy}^2(\omega)$ близка к 0,2, что свидетельствует о заметной корреляции флуктуаций.

Спектральные характеристики флуктуаций смещения в значительной степени зависят от вида функций $f_1(Y)$ и $f_2(Y)$. Так, если в качестве $f_1(Y)$ выбрать закон равномерной плотности, а $f_2(Y)$ оставить прежней, то $S_y\{\omega\}, S_{iy}(\omega)$ и $\gamma_{iy}^2(\omega)$ описываются выражениями

$$S_y\{\omega\} = \frac{e\ell^2}{24\pi d_o} \left[1 - \frac{3}{4} p_{2e}^2 \left(\frac{g-1}{g+2} \right)^2 \right],$$

$$S_{iy}(\omega) = \frac{e\ell}{8\pi} p_{1e} p_{2e} \frac{g-1}{g+1},$$

$$\gamma_{iy}^2(\omega) = \frac{3 p_{1e}^2 p_{2e}^2 (g-1)^2}{4(g+1)^2 - 3 p_{2e}^2 (g-1)^2}.$$

Предельные значения $S_y\{\omega\}$ остаются практически прежними, но уровень взаимного спектра $S_{iy}(\omega)$ уменьшается в 2 раза. Функция когерентности также уменьшается и даже при $p_{1e} = p_{2e} = 0,5$ и $g \gg 1$ приближается лишь к 0,06. Степень корреляции флуктуаций незначительна.

Таким образом, неоднородность катода может приводить к заметному изменению спектра флуктуаций смещения и возникновению существенной корреляции флуктуаций тока и поперечного смещения электронного пучка.

Библиографический список

1. Шаповалов А.С., Голубенцев А.Ф., Денисов Ю.И. Эмиссионные и шумовые свойства неоднородных эмиттеров. Саратов, 1983.
2. Шаповалов А.С. // Вопросы прикладной физики. Саратов, 1999. Вып. 5. С.19 – 21.
3. Шаповалов А.С. // Вопросы прикладной физики. Саратов, 1997. Вып. 3. С. 17-20.
4. Шаповалов А.С. // Вопросы прикладной физики. Саратов, 1998. Вып. 4. С. 5-6.
5. Шаповалов А.С. // Вопросы прикладной физики. Саратов, 1989. Вып. 1. С. 43-61.

**SPECTRAL CHARACTERISTICS OF THE ELECTRON BEAM TRANSVERSAL
DISPLACEMENT FLUCTUATIONS ON INHOMOGENEOUS CATHODE**

A.S. Shapovalov, S. A. Shapovalov

Saratov State University

The results of calculation of the transversal displacement fluctuations spectral density and electron beam current and transversal displacement fluctuations mutual spectrum on a surface of the inhomogeneous emitter are represented

УДК 621.382.233

**ОСОБЕННОСТИ ПРОЦЕССА ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ КОММУТИРУЮЩИХ УСТРОЙСТВ
С ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫМ СОЕДИНЕНИЕМ PIN-ДИОДОВ**

В.А. Костяков, В.Г. Жилияков, А.А. Игнатьев, Л.С. Сотов, Т.Н. Тихонова

Саратовский государственный университет

В работе представлены результаты экспериментального исследования процесса переключения СВЧ-коммутатора с последовательным соединением *pin*-диодов.

Последовательное соединение *pin*-диодов, которое используется в некоторых конструкциях СВЧ-коммутаторов [1], имеет ряд положительных сторон, в частности, позволяет повысить пробивное напряжение *pin*-диодной цепочки и снизить ее паразитную емкость при обратном смещении. Однако последовательное включение *pin*-диодов приводит к некоторым отрицательным особенностям процесса переключения коммутатора. В данной работе это показано на примере коммутирующего элемента (КЭ) инверсного типа миллиметрового диапазона [2].

Было проведено исследование процесса переключения КЭ из состояния пропускания в состояние запирающего и обратно на двух макетах КЭ. Макеты представляли собой волноводную емкостную щелевую диафрагму, щель которой зашунтирована *pin*-диодами [2]. В макете №1 на каждой стороне щели было включено по одному *pin*-диоду (рис.1,а), а в макете №2 по три последовательно соединенных *pin*-диода (рис.1,б).

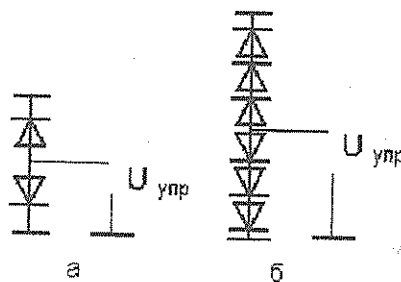


Рис. 1. Схемы включения *pin*-диодов в КЭ:

а - для макета № 1, б - для макета № 2

При измерениях сигнал с частотой 30 - 35 ГГц от СВЧ-генератора через ферритовый вентиль подавался на КЭ. После КЭ СВЧ-сигнал поступал на детекторную секцию, с которой продетектированный сигнал подавался на электронный осциллограф. К управляющему входу КЭ было подключено специальное управляющее устройство, которое периодически переводило КЭ из состояния пропускания в состояние запирающего и обратно. В состоянии пропускания через *pin*-диоды протекал прямой ток $I_{пр} = 20 \dots 100 \text{ ма}$. В состоянии запирающего КЭ переводился запирающими импульсами с амплитудой $U_{упр} = U_{обр} = -60 \text{ В}$, длительностью 15 мкс с фронтами от 60 до 80 нс. Запирающие импульсы следовали с частотой 5 кГц. На экране осциллографа при этом наблюдался видеоимпульс, фронты которого характеризуют переходные процессы включения (задний фронт) и выключения (передний фронт) КЭ.

На рис.2 приведены формы видеоимпульса переключения для макета № 1 (кривая 1) и макета № 2 (кривые 2, 2').

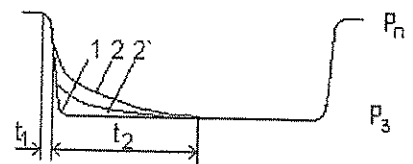


Рис. 2. Форма видеоимпульса переключения КЭ:

- 1 - для схемы (рис.1,а), при $I_{пр} = 100 \text{ ма}$;
- 2 - для схемы (рис.1,б), при $I_{пр} = 100 \text{ ма}$;
- 2' - для схемы (рис.1,б), при $I_{пр} = 50 \text{ ма}$

Для наглядности эти импульсы на рис.2 совмещены за счет выбора соответствующих масштабов по вертикали. Горизонтальный (временной) масштаб для всех импульсов был одинаковым. Верхний и нижний горизонтальные уровни соответствуют мощности, поступающей на детекторную секцию, когда КЭ находится в состоянии пропускания (P_n) и в состоянии запирания (P_s).

Из рис.2 видно, что для макета № 1 длительность переднего и заднего фронтов видеоимпульса примерно одинакова и составляет ~ 1 мкс. Для макета № 2 задний фронт практически не изменился. Однако передний фронт претерпел существенные изменения. На нем появилась точка излома переходной характеристики, разделяющая процесс выключения на 2 этапа – быстрый (t_1) и медленный (t_2). Длительность t_2 составляла от 8 до 10 мкс.

Наблюдаемый эффект объясняется следующим образом. При протекании через *pin*-диод прямого тока в его базе существует накопленный заряд $Q_{\text{НАК}} = I_{\text{ДП}} \tau$, где τ – эффективное время жизни неравновесных носителей в базе. При отсутствии специального отбора диодов величина $Q_{\text{НАК}}$ в отдельных диодах, попавших в сборку КЭ, различается. Были проведены измерения накопленного заряда 50 штук *pin*-диодов с одинаковым значением обратной емкости, на базе которых собирались КЭ. Среди них оказались диоды с $Q_{\text{НАК}}$ от 10 нКл до 19 нКл (при $I_{\text{ДП}} = 10$ мА). Метод измерения накопленного заряда соответствовал [3].

Приложение импульса обратного напряжения вызывает обратный ток, вытягивающий из диода накопленный в его базе неравновесный заряд. Если в каждом плече КЭ содержится только по одному *pin*-диоду (рис.1,а), то этот процесс приводит диод в состояние емкостной проводимости, т.е. приводит к переключению КЭ. При последовательном соединении в каждом плече трех *pin*-диодов (рис.1,б) раньше всего вытягивается заряд из диода с минимальным $Q_{\text{НАК}}$. Активная проводимость этого диода становится очень малой, и цепь тока разрывается. На осциллограмме этот процесс соответствует уча-

стку фронта t_1 . Длительность t_1 зависит от величины приложенного напряжения $U_{\text{ОБР}}$ и может быть сделана очень малой. По окончании временного промежутка t_1 только один из диодов переходит в состояние емкостной проводимости, а остальные два еще имеют активную проводимость. Поэтому процесс переключения не закончен.

После разрыва цепи тока напряжение $U_{\text{ОБР}}$ не может влиять на процесс рассасывания оставшегося в диодах накопленного заряда. Этот процесс в дальнейшем происходит только за счет внутренних механизмов рекомбинации. На осциллограмме этап рекомбинации соответствует участку фронта t_2 . Изменение амплитуды импульсов $U_{\text{ОБР}}$ не влияет на длительность этого этапа. Уменьшение $I_{\text{ДП}}$ приводит к понижению уровня точки излома, причем длительность этапа t_2 также практически сохраняется (кривая 2, рис.2). Это объясняется уменьшением остаточного накопленного заряда в непереключившихся диодах в момент разрыва цепи тока и, соответственно, уменьшением активной компоненты проводимости этих диодов в данный момент.

Таким образом, в СВЧ коммутаторах с последовательным соединением *pin*-диодов процесс переключения, соответствующий переходу диодов из состояния прямого тока в обесточенное состояние, может оказаться существенно затянутым вследствие неидентичности использованных диодов по накопленному заряду. Кроме того, в точке излома переходной характеристики все внешнее напряжение оказывается приложенным к одному *pin*-диоду, что при большой СВЧ-мощности может привести к пробоему этого диода. Это не позволяет использовать номинальное увеличение пробивного напряжения последовательно соединенных *pin*-диодов для повышения предельной мощности коммутатора. Указанные недостатки несут незначительный характер, если коммутатор используется для коммутации импульсной СВЧ-мощности и процесс переключения диодов происходит в промежутках между импульсами.

Библиографический список

1. Вайсблат А.В. Коммутационные устройства СВЧ на полупроводниковых диодах. М., 1987.
2. Костяков В.А., Жалковский Э.И., Игнатьев А.А. // Материалы междунар. науч.-техн. конф. «Актуальные проблемы электронного приборостроения АПЭП-98». Саратов, 1998. Т.1. С. 37 – 39.
3. ГОСТ 18986.6-73. Диоды полупроводниковые. Метод измерения заряда переключения. М., 1973.

THE ESPECIALITIES OF SWITCHING PROCESS IN SWITCHBOARD WITH SEQUENTIAL CONNECTED PIN-DIODES

V.A. Kostyakov, V.G. Gilyakov, A.A. Ignatiev, L.S. Sotov, T.N. Tihonova

Saratov State University

This work has discussed the results of experimental study of the switching process of the microwave switchboard with sequential connected pin-diodes.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НИЗКОИНТЕНСИВНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ СВЧ-ДИАПАЗОНА ДЛЯ ИНТЕНСИФИКАЦИИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МОЩНЫХ ТЕПЛОВЫХ ПОТОКОВ С МЕЛКОДИСПЕРСНЫМИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМИ СРЕДАМИ

Часть 1. Общие подходы и результаты предварительного экспериментального исследования

В.Я. Явчуновский, В.Л. Баранов, Е.А. Четвериков, Ю.Н. Ефимов, А.В. Львицын

Корпорация "Диполь", СНПФ "Агроприбор", г. Саратов

Изучены пути снижения затрат энергии при конвекционном обезвоживании мелкодисперсных диэлектрических объектов с невысокой исходной влажностью. Показано, что инъекция в подвергаемые обезвоживанию объекты малых доз СВЧ-энергии (порядка 1-5% от общей мощности теплового излучения) позволяет на десятки процентов снизить энергоёмкость процесса.

Введение

Проблемам сушки сыпучих масс вещества посвящены сотни работ отечественных и зарубежных авторов [1]. Многие из них базируются на конвекционных механизмах обезвоживания, в которых в качестве основного и единственного энергоносителя выступает тепловой поток, получаемый за счет энергии сгорания различных видов топлива.

Для конвекционной сушки градиент температуры всегда направлен навстречу градиенту диффузии и тормозит процесс сушки. При малых влажностях значение модуля градиента температуры велико и возрастает по мере высыхания продукта.

Из-за этого энергоёмкость R , кВт·ч/кг в процессе снижения влажности продукта $\chi\%$ непрерывно возрастает (рис.1). Скорость же сушки dm/dt , кг/ч в процессе снижения влажности непрерывно падает (рис.2).

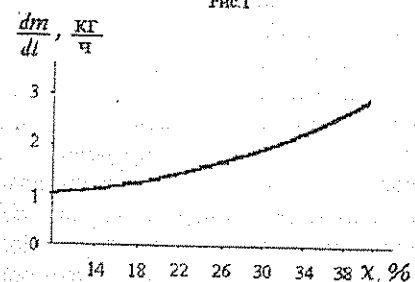
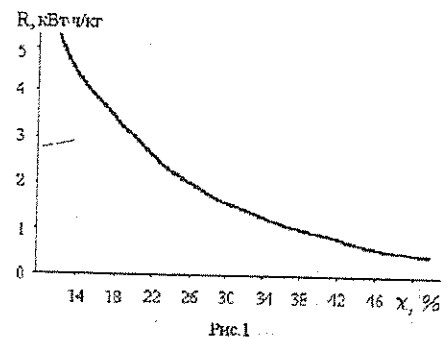
Гораздо более перспективным для этой зоны влажностей (например, для зерна-20-14%) представляется [1] механизм микроволновой сушки, при котором энергия выделяется в объеме обезвоживаемого материала, а градиент температуры принципиально имеет то же направление, что и градиент диффузии. Однако этот метод, равно как и любые электрические методы сушки, трудно реализуем для обезвоживания зерна из-за отсутствия в зернохранилищах и элеваторах необходимых для соответствующих производственных процессов источников электрической энергии.

Для проведения приближенных оценок рассмотрим типовой процесс промышленной сушки зерна. Допустим, что нужно просушивать ~ 30 тонн зерна в час примерно с 20 до 14% влажности, то есть испарять приблизительно 1800 кг воды в час. С учетом типовой энергоёмкости процесса микроволновой сушки, которая в этом диапазоне влажностей составляет ~ 2-2,5 кВт·ч/кг (по испаряемой влаге), для организации процесса требуется мощность источников энергии ~ 3,5-4,5 МВт. Реально в зернохранилищах и элеваторах имеются подстанции мощностью 250, 450, 600 (до 1МВт), которые частично используются для обеспечения электропитания дру-

гих производственных агрегатов, а также электро-снабжения жилых и производственных помещений.

В этой связи представляется чрезвычайно перспективным предлагаемый в настоящей работе подход, основанный на механизме обезвоживания, в рамках которого небольшая доля (~1-5%) энергии сушки подается в виде микроволновой энергии для повышения температуры внутренних частей объема обезвоживаемых продуктов и, соответственно, уменьшения величины, а в идеале – и изменения знака градиента температуры.

Очевидно, устройства для микроволнового облучения зерна могут встраиваться в устройства для типовой конвекционной сушки двумя различными способами. В одном случае тепловой поток и поток микроволновой энергии должны действовать на высушиваемые объекты одновременно, во втором – поочередно (в несколько этапов). Последний способ, по-видимому, предпочтительнее, так как оставляет больше свободы для конструирования оборудования комбинированной сушки.



Оценки показывают, что общее количество электроэнергии, требуемой для обеспечения такого процесса, должно быть на 1.5-2 порядка ниже, чем в случае чисто микроволновой сушки, что делает такие установки более реальными с позиции энергообеспечения.

В обеспечение возможности создания соответствующего оборудования проводились предварительные исследования для выявления перспектив описанного выше объединения механизмов обезвоживания в рамках единого технологического процесса. На первом этапе эти исследования сводились к построению зависимости энергоёмкости процесса от соотношения мощности потоков микроволновой и тепловой энергии.

В настоящей работе приведены результаты экспериментальных исследований, направленных на проверку справедливости высказанных выше предположений, и оценки эффективности предложенного подхода.

1. Описание экспериментальной установки и методики эксперимента

Экспериментальная установка состояла из типовой электродинамической секции на базе желобкового волновода, исследованного ранее в диссертационных работах С.В. Явчуновской [2] и В.А. Мадярука [3]. В желобковый волновод с двух сторон подавалась микроволновая энергия от источников СВЧ-мощности, а поперек секции, снизу вверх подавался мощный поток теплого воздуха, создаваемый специальным электрическим калорифером (рис.3).

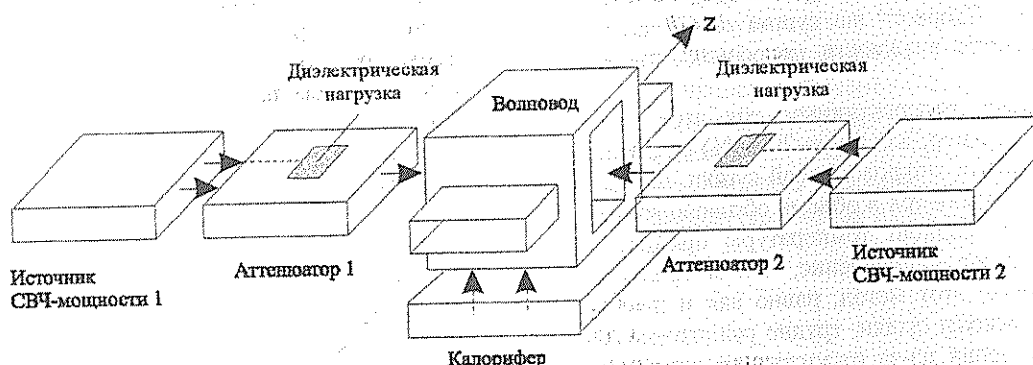


Рис.3

Продукт располагался внутри электродинамической секции на специальном диэлектрическом поддоне, прозрачном как для микроволновой энергии, так и для потоков теплого воздуха.

Одной из основных проблем при постановке такого эксперимента была задача обеспечения плавного (или ступенчатого с малым декрементом затухания) регулирования мощности микроволнового излучения. Данная задача решалась с использованием стандартных генераторов микроволновой энергии мощностью 600-700 Вт, энергия от которых подавалась в испытательную секцию через плавно регулируемые аттенюаторы, обеспечивающие ослабление в диапазоне от 8 до 15 дБ, что соответствовало од-

носторонней инъекции энергии от 20 до 100 Вт или двухсторонней от 40 до 200 Вт, соответственно. Это обеспечивало возможность варьирования отношений мощностей микроволнового и теплового потоков в диапазоне от 1 до 5%. Аттенюаторы представляли собой желобковый волновод, внутри которого были размещены поглощающие диэлектрические тела. Перемещением этих тел в пространственно-изменяющемся СВЧ-поле данной системы достигалась регулировка величины вносимого затухания. Ориентировочное распределение поля по поперечному сечению (ось z) желобкового волновода шириной z_0 представлено на рис. 4 (поле величиной A нарастает от краев к центру).

Если перемещать диэлектрическую нагрузку в этом направлении, то величина затухания будет плавно меняться. В качестве варьируемого диэлектрического заполнения желобкового волновода использовался набор водяных нагрузок, устанавливаемых в исходном положении в минимуме СВЧ-поля (у боковой стенки желобкового волновода). С помощью специального механического устройства они перемещались в направлении нарастания поля, при этом каждому определенному положению нагрузок соответствовала некая величина затухания секции, а следовательно, и мощность выходящего из неё потока СВЧ-энергии, инжектируемой далее в экспериментальную секцию.

Продукт (зерно, влажность которого составляла 25-27%) массой 3 кг располагался равномерным слоем на поддоне, прозрачном для микроволновой энергии и потоков теплого воздуха. В середине слоя располагался специальный термометр для определе-

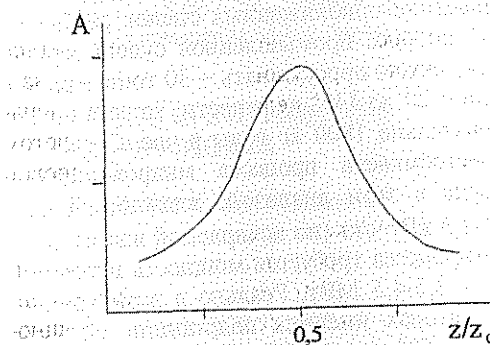


Рис.4

ния температуры зерна. После этого поддон помещался внутрь экспериментальной электродинамической секции. Эксперимент по сушке зерна проводился в два этапа.

На первом этапе эксперимента сушка производилась "чисто" конвекционным способом, т.е. на продукт (снизу-вверх) действовал мощный поток теплого воздуха, исходящий из специального калорифера мощностью ~5 кВт. Через каждые 2.5 минуты поддон с продуктом помещался на весы, и производилось контрольное взвешивание, по результатам которого строился график зависимости массы продукта от времени сушки. Эксперимент по сушке зерна проводился до тех пор, пока влажность зерна не достигала величины приблизительно 12% (что соответствует ГОСТу на хранение зерна).

На втором этапе на аналогичную навеску зерна (влажностью 25-28% и массой 3 кг) воздействовали аналогичным по системе параметров тепловым потоком и СВЧ-излучением, мощность которого благодаря аттенуаторам могла быть задана на уровне от 5 до 1% относительно мощности калорифера. Для каждого из этих уровней СВЧ-мощности (5, 2 и 1%), действующей на зерно совместно с конвекционным тепловым потоком, проводились измерения, аналогичные проведенным на первом этапе. После этого на график зависимости массы зерна от времени сушки, где уже была построена кривая, соответствующая чисто конвекционной сушке, наносились кривые для сушки зерна с добавкой СВЧ-энергии.

Аналогичные эксперименты были проведены для пшеницы и ржи, для слоя зерна массой 3 кг, а также для навески массой 7 кг с перемешиванием продукта при каждом его взвешивании. Последняя операция вводилась для того, чтобы создать условия сушки, аналогичные тем, которые существуют на элеваторных сушилках.

2. Экспериментальные результаты

С учетом реальных схем комбинированного (конвекционно-микроволнового) воздействия на подвергаемые сушке объекты использовались два различных варианта комбинации микроволнового и теплового воздействия:

- параллельное (с одновременным воздействием обоих механизмов);
- последовательное (с предварительным облучением микроволновой энергией с целью создания в объеме подвергаемых энергетическому воздействию мелкодисперсных диэлектрических объектов температурного градиента соответствующей направленности до начала конвекционного воздействия).

Результаты параллельного (одновременного) воздействия на влажные объекты обоих энергетических потоков сравнивались с результатами конвекционной сушки (рис.5. кривая 1), конвекционной сушки с прибавкой ~ 1% СВЧ-энергии (рис.5, кривая 2), с прибавкой ~ 5% СВЧ-энергии (рис.5, кривая 3), представленными в виде зависимостей массы объекта (изначально одинаковой во всех проводимых экспериментах) от времени с начала процесса. При этом в первых двух сериях (начальные массы 3

кг ржи - рис. 5,а и пшеницы - рис. 5,б.) сыпучие (мелкодисперсные) объекты сушки подвергались воздействию энергетических потоков без перемешивания, а в третьей серии (7 кг пшеницы - рис.5, в) продукт перемешивался при каждом взвешивании с целью улучшения влагообмена.

Фактически каждая серия экспериментов в качестве прототипа имела свой режим сушки в реальных сушильных агрегатах.

Результаты, представленные на рис.5, обрабатывались с целью определения реальной энергоемкости каждого из процессов в заданном диапазоне влажностей. Общий подход к обработке результатов сводился к следующему.

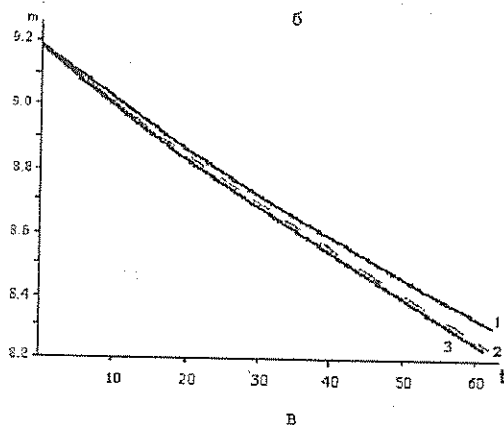
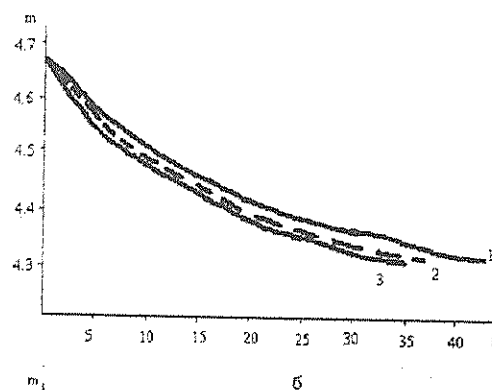
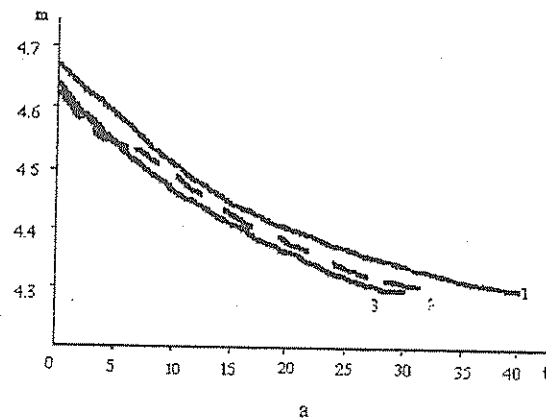


Рис. 5

По результатам предварительно определенной влажности χ_0 (%) устанавливалась масса сухого остатка (m_c) в составе исходной массы экспериментальной навески

$$m_c = \frac{100m_0}{100 + \chi_0}$$

Начальная точка на кривой убывания влаги m_{20} (соответствующая 20% влажности) и конечная точка m_{12} (соответствующая 12 % влажности) определялись как:

$$m_{20} = \frac{120m_0}{100 + \chi_0}$$

$$m_{12} = \frac{112m_0}{100 + \chi_0}$$

Далее на кривой убывания влажности определялись значения времени t_{12} (соответствующее значению массы навески $m = m_{12}$) и t_{20} (соответствующее значению массы навески $m = m_{20}$) и общее время прохождения указанного интервала влажностей $\Delta t = t_{12} - t_{20}$.

Далее определялась общая энергоёмкость процесса

$$R_{\Sigma} = \frac{(P_{конв} + P_{свч})\Delta t}{m_{20}m_{12}}$$

где $P_{конв}$, $P_{свч}$ – мощности конвекционного теплового потока и инжектируемой СВЧ-энергии соответственно.

Полученные таким образом данные, представленные в виде зависимости энергоёмкости процесса R от доли инжектируемой в процессе СВЧ-энергии $P_{свч}/P_{конв}$ (рис. 6) для ржи с $m = 3$ кг (рис. 6, а); - пшеницы с $m = 3$ кг (рис. 6, б); пшеницы с перемешиванием $m = 7$ кг (рис. 6, в) показали, что для случая начальной навески с $m = 3$ кг без перемешивания наблюдается значительное снижение энергоёмкости в диапазоне $1\% \leq P_{свч}/P_{конв} \leq 2\%$, а при дальнейшем увеличении этого соотношения снижение энергоёмкости замедляется. Для более корректной оценки зависимости снижения энергоёмкости от соотношения $P_{свч}/P_{конв}$ на тех же рисунках приведены графики зависимостей

$$\frac{dR_{\Sigma}}{d(P_{свч}/P_{конв})} = f\left(\frac{P_{свч}}{P_{конв}}\right).$$

Анализ полученных результатов свидетельствует о том, что наиболее значимое влияние уровня инжектируемой энергии на увеличение интенсивности (снижение энергоёмкости) конвекционной сушки имеет место при относительно малых её значениях (1-2%). Дальнейшее увеличение уровня СВЧ-энергии приводит к относительно слабому снижению энергоёмкости процесса.

Это, видимо, объясняется тем обстоятельством, что при относительно близких по степени влияния на массообмен, но противоположных по знаку градиентах температуры и влажности, относительно небольшое изменение градиента температуры (за счёт СВЧ-воздействия) приводит к весьма значительному изменению в уровне массообмена.

В дальнейшем, когда различия в величинах “конвекционного” и “микроволнового” градиентов температуры становится сравнимым или даже меньше собственно величины “микроволнового” градиента, снижение энергоёмкости процесса конвекционного обезвоживания становится все более медленным при увеличении модуля этого градиента.

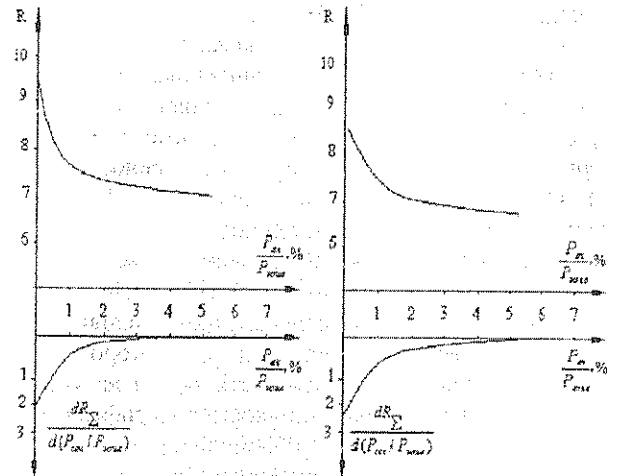


Рис. 6

Выводы

В результате проведенных исследований показано, что относительно малые дозы микроволновой энергии, инжектируемой в подвергаемые конвекционному (теловому) обезвоживанию сыпучие мелкодисперсные диэлектрические объекты, могут приводить к существенному (многократно превышающему затраты СВЧ-энергии) снижению энергоёмкости конвекционного процесса.

Показано, что наиболее эффективное снижение энергоёмкости процесса конвекционной сушки наблюдается в диапазоне отношений мощности потоков микроволновой и тепловой энергии ~ 1-2%. При дальнейшем увеличении доли микроволновой энергии снижение энергоёмкости процесса микроволновой сушки замедляется.

Полученные результаты могут, видимо, служить основой для создания энергосберегающих технологий и оборудования промышленной сушки зерновых

и других мелкодисперсных диэлектрических объектов с относительно малой исходной влажностью.

Библиографический список

1. Явчуновский В.Я. Микроволновая и комбинированная сушка. Физические основы, технологии и оборудование. Саратов, 1999.
2. Явчуновская С.В. // Спектроскопия и физика молекул. Проблемы преподавания физики: Тр. II Сарат. межвуз. конф., посвященной памяти
3. Малярчук В.А. // Спектроскопия и физика молекул. Проблемы преподавания физики: Тр. II Сарат. межвуз. конф., посвященной памяти проф. И.Ф. Ковалёва. Саратов, 1997. С. 34–46.

THE USING OF LOW INTENSIVE ELECTROMAGNETIC RF RADIATION FOR INTENSIFICATION OF HIGHENERGETIC HEAT STREAM INTERACTION WITH THE THINSTRUCTURE DIELECTRIC OBJECTS

Part 1. Common methods and experimental investigation results

V.Y. Yavchunovsky, V.L. Baranov, Y.A. Chetverikov, U.N. Efimov, A.V. Lvitchin

"Dipole" Corporation, SSPF "Agropribor", Saratov

The methods of the power losses increasing while conventional drying of the thinstructure dielectric objects with low initial humidity are researched. It is proved that the injection of low intensive microwave radiation (1-5% of the whole power of the heat radiation) allows to increasing the process supplied energy of ten of percent.

УДК 315.322.365

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НИЗКОИНТЕНСИВНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ СВЧ-ДИАПАЗОНА ДЛЯ ИНТЕНСИФИКАЦИИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МОЩНЫХ ТЕПЛОВЫХ ПОТОКОВ С МЕЛКОДИСПЕРСНЫМИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМИ СРЕДАМИ

Часть 2. Приближенная математическая модель и результаты расчета

В.Я. Явчуновский, В.Л. Баранов, Е.А. Четвериков

Корпорация "Диполь", СНПФ "Агроприбор", г. Саратов

Предложена математическая модель для анализа физических процессов, протекающих при инжекции в подвергаемые конвекционному обезвоживанию мелкодисперсные диэлектрические объекты малых доз электромагнитной энергии СВЧ-диапазона, приводятся расчеты и сравнение теоретических и экспериментальных результатов

Введение

В работе [1] изложены основные подходы к интенсификации (снижению энергоемкости) процесса конвекционного обезвоживания мелкодисперсных диэлектрических объектов малой исходной влажности за счет инжекции в них малых доз электромагнитного излучения СВЧ-диапазона.

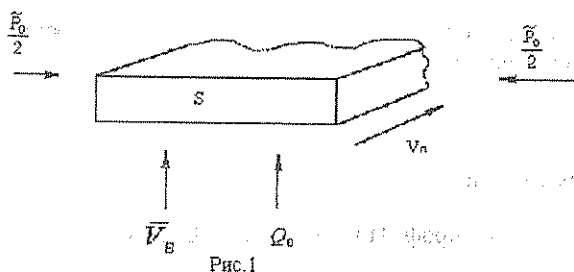
Представлены результаты экспериментальной проверки, подтверждающие перспективность и практическую значимость указанного подхода.

В настоящей работе сделана попытка теоретического описания процесса комбинированной (конвекционно-микроволновой) сушки и создания приближенной математической модели процесса, проводится сравнение полученных по разработанной математической модели результатов расчета с экспериментальными результатами, представленными в работе [1].

1. Физическая модель

Рассмотрение проводится для диэлектрических материалов, движущихся в виде потока постоянного сечения через систему, в которой они пронизываются (в направлении «снизу – вверх») потоком воздухоносителя тепловой энергии и (в направлении, перпендикулярном и скорости движения потока диэлектрических материалов, и скорости потока воздуха) потоками СВЧ-энергии, поступающими в диэлектрические материалы (объекты) с двух сторон (рис.1). При этом потоки энергии взаимодействуют с диэлектриком, нагревают его и приводят к нагреву, выводу на поверхность потока диэлектрических объектов и испарению с этой поверхности содержащейся в объектах влаги.

При описании конвекционной сушки обычно используют трехступенчатую модель процесса, состоящую из трех последовательно переходящих друг в друга этапов (рис.2):



- этапа прогрева продуктов (объектов сушки), сопровождающегося ростом скорости сушки и температуры материала (рис. 2,а);

- этапа постоянной скорости сушки, на котором вся поступающая в продукт тепловая энергия уходит на фазовый переход влаги (из жидкого в газообразное состояние), чем обеспечивается термостабилизация продукта и постоянство всех остальных параметров процесса (рис. 2,б);

- этапа снижения скорости сушки и роста температуры продукта, начало которого обусловлено появлением дефицита влаги в продукте и связанной с этим оставшейся части влаги для использования всей поступающей в объект сушки тепловой энергии (для осуществления фазового перехода этой влаги) (рис.2,в).

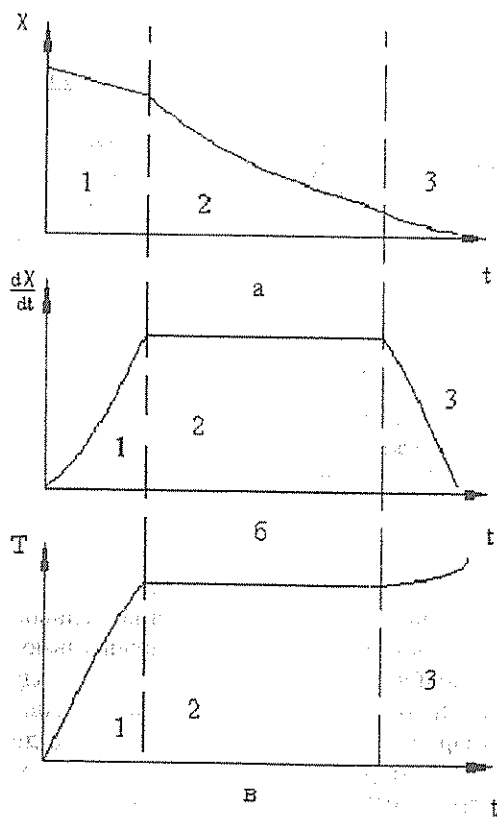


Рис.2

Именно последний этап характерен резким ростом градиента температуры, направленного навстречу градиенту влажности и значительно препятствующего диффузионным процессам, обусловленным наличием последнего. Для преодоления именно этих проблем и предлагается использовать СВЧ-энергию, формирующую противоположно направленный градиент температуры, который, скла-

дываясь с градиентом температуры, обусловленным воздействием тепловой энергии, уменьшает величину последнего, превращает его в нуль или даже создает встречно направленный градиент температуры ∇T (меняет знак градиента).

Одно из наиболее противоречивых предположений, положенных в основу физической и математической модели рассматриваемого процесса, — это предположение о том, что рассматривается не третий, а второй этап сушки; это делается по двум причинам: с одной стороны, это обусловлено банальными соображениями, связанными с чрезвычайной сложностью построения модели для нестационарных параметров третьего этапа процесса; с другой стороны, можно исходить из того, что если даже на втором этапе, где скорость конвекционной сушки максимальна, добавка СВЧ-энергии повышает скорость и снижает энергоемкость процесса, то, тем более, еще весомее будет ее влияние на ход третьего этапа процесса сушки (т.е. фактически рассматривается «ограничение снизу»).

К другим упрощающим предположениям, положенным в основу модели, следует отнести:

- весь поток тепловой энергии Q_0 проходит через слой продуктов (не имеет возможности частично «обойти» его);

- вся СВЧ-энергия \tilde{P}_0 , доведенная до границы потока диэлектрических объектов, используется на процесс сушки;

- поток диэлектрических материалов имеет постоянное геометрическое сечение и постоянную плотность (рассмотрение ведется в относительно малом поддиапазоне влажностей).

С учетом высказанных выше предположений и строилась математическая модель комбинированного (конвекционно-микроволнового) процесса. При этом погрешности, обусловленные использованием упрощающих предположений, были частично скомпенсированы введением в математическую модель поправочных эмпирических коэффициентов, рассчитанных и соотношения результатов расчетов и экспериментов, представленных в [1].

2. Математическая модель

В качестве исходной строится математическая модель процесса тепловой (конвекционной) сушки. Она объединяет четыре взаимозависимых и одновременно протекающих физических процесса (механизма):

- процесса испарения (выхода) влаги с поверхности подвергаемого сушки образца;
- процесса теплообмена поверхности этого образца с потоком теплоагента;
- теплообмена внутри рассматриваемого образца;
- массообмена (процесса диффузии влаги) внутри подвергаемого тепловому воздействию объекта.

Основным определяющим интегральные характеристики общего процесса является первый из упомянутых выше механизмов (массоотдача с поверхности), остальные обуславливают ту либо иную скорость и энергоемкость этого процесса. Для описания процесса массообмена на поверхности потока

$$\left| \frac{dm}{dt} \right| = S\beta(\rho_n - \rho_0), \quad (1)$$

где $|dm/dt|$ - количество влаги, кг/ч, испаряемой в единицу времени; S - поперечное сечение образца (потока объектов), пронизываемое потоком нагретого воздуха, м²; β - коэффициент массоотдачи, м/ч; ρ_n, ρ_0 - объемные концентрации водяных паров на поверхности объектов сушки и в набегающем потоке теплоагента, кг/м³.

Более удобным для создаваемой модели представляется несколько иной вид уравнения массоотдачи [2]

$$\left| \frac{dm}{dt} \right| = \frac{s\beta}{RT_n} (p_n - p_0), \quad (2)$$

где R - газовая постоянная, Дж/(моль·К); T_n - температура рассматриваемой поверхности, К; p_n, p_0 - парциальные давления водяных паров на поверхности тела и в потоке воздуха, Па.

Используемая в (1) величина ρ_n (иначе называемая абсолютной влажностью насыщенного пара) рассчитывается по формуле Филоненко [3]

$$\lg \rho_n = 0,686 + 6,9T_0 / (230 + T_0), \quad (3)$$

где T_0 - температура воздуха, °С; ρ_n , кг/м³, или иначе

$$\rho_n = 4,85 \cdot 10^{[6,9T_0 / (230 + T_0)] - 3}, \quad (4)$$

где (-3) - член, обусловлен различием размерностей, использованных в выражении (4) и в работе [4] (соответственно - кг и г).

Теплообменные процессы на поверхности потока подвергаемых сушке диэлектрических объектов можно записать в виде

$$Q_0 = S\alpha(T_0 - T_n), \quad (5)$$

где Q_0 - теплота, Дж; α - коэффициент теплоотдачи взаимодействующей с потоком воздуха поверхности, Дж/(м²·К).

Уравнение теплопроводности для внутренних слоев объекта сушки записывается в виде

$$Q_n = S\lambda \frac{dT}{dl}, \quad (6)$$

где λ - коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К); dT/dl - градиент температуры в потоке подвергаемых сушке объектов, К/м.

И, наконец, уравнение диффузии («внутреннего» массообмена) можно представить в виде

$$\left| \frac{dm}{dt} \right| = \frac{SD}{RT_n} \frac{p_0}{p_n - p_0} \frac{dp}{dl}, \quad (7)$$

где D - коэффициент диффузии для материала объекта сушки, м²/ч; p_0, p_n - давление воздуха и парци-

альное давление водяного пара, Па; dp_n/dl - градиент парциального давления, Па/м.

Сведем воедино «внутренний» (6) и «внешний» (5) тепловые процессы ($Q_0 = Q_n$):

$$\alpha(T_0 - T_n) = \lambda \frac{dT}{dl}, \quad (8)$$

или

$$\alpha = \frac{\lambda}{T_0 - T_n} \frac{dT}{dl}. \quad (9)$$

Аналогично для «внутреннего» (7) и «внешнего» (2) массообмена:

$$\frac{Dp_0}{p_0 - p_n} \frac{dp_n}{dl} = \beta(p_n - p_0), \quad (10)$$

или

$$\beta = - \frac{Dp_0}{(p_n - p_0)^2} \frac{dp_n}{dl}. \quad (11)$$

Из (9) и (10):

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\lambda(p_n - p_0)^2}{Dp_0(T_0 - T_n)} \frac{dT}{dp_n}. \quad (12)$$

В предположении ламинарности воздушного потока, т.е. с учетом

$$\frac{T_0 - T_n}{p_0 - p_n} \approx \frac{dT}{dp_n}. \quad (13)$$

При таком приближении из (12) следует:

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\lambda(p_n - p_0)}{Dp_0}, \quad (14)$$

откуда

$$\beta = \frac{\alpha D}{\lambda} \frac{p_0}{p_n - p_0}. \quad (15)$$

Коэффициент диффузии для сплошной среды можно найти из полученного М.А.Гришиным [5] выражения

$$D = 0,0754 \left(\frac{T_n}{273} \right)^{1,89} \frac{p_0 - p_n}{p_0}. \quad (16)$$

Для мелкодисперсной среды (например, зерна) О.Криммером [6] был определен коэффициент, учитывающий замедление процесса диффузии и составляющий ~ 1,7, что позволяет переписать (16) в виде

$$D = 0,0444 \left(\frac{T_n}{273} \right)^{1,89} \frac{p_0 - p_n}{p_0}. \quad (17)$$

Коэффициент α выражается через безразмерный критерий Нусельта:

$$\alpha = \frac{\lambda}{L} Nu, \quad (18)$$

где L - характерный размер материала, м. Экспериментально установлено [7], что для поперечного расположения плоскости продукта (пото-

ка объектов сушки) и потока воздуха критерии Нуссельта и Рейнольдса связаны соотношением

$$Nu = 0,6\sqrt{Re}. \quad (19)$$

Собственно критерий (число) Рейнольдса [8] выражается в виде

$$Re = \frac{V_B d}{\nu}, \quad (20)$$

где V_B - скорость потока воздуха, м/с; d - диаметр воздушного канала, по которому движется горячий воздух и поперек которого располагается плоскость поверхности объекта сушки, м; ν - кинематическая вязкость воздуха, м²/с.

Поскольку $L \approx d$ (18), с учетом (19) и (20) можно записать в виде

$$\alpha = 0,6\lambda \sqrt{\frac{V_B}{d^3 \nu}}. \quad (21)$$

И тогда из (15), (16), (21) получим

$$\beta = 0,0266 \sqrt{\frac{V_B}{d \nu}} \left(\frac{T_n}{273} \right)^{1,89}, \quad (22)$$

откуда, с учетом (1) и (4):

$$\left| \frac{dm}{dt} \right| = 0,0266 S \sqrt{\frac{V_B}{d \nu}} \left(\frac{T_n}{273} \right)^{1,89} \times \left(4,85 \cdot 10^{\left[\frac{6,9T_0}{230+T_0} - 3 \right]} - \rho_B \right). \quad (23)$$

В этом выражении, исходя из конкретных условий взаимодействия потока нагретого воздуха с потоком объектов сушки, следует задать соответствующие:

- значения T_0 и T_n и их соотношение;
- площадь взаимодействующей с потоком нагретого воздуха поверхности потока объектов сушки S и связанной с ней величины d ;
- удельную плотность паров воды ρ_0 (абсолютную влажность в набегающем потоке воздуха).

Это можно сделать исходя из реальной схемы взаимодействия, являющейся, с одной стороны, частным случаем (отсутствует ВЧ-поле), а с другой - конкретизацией (даются конкретные геометрические размеры) схемы, представленной на рис.1. Пусть одновременно в потоке набегающего нагретого воздуха находится площадка поверхности потока объектов ln . Тогда

$$S = n\ell, \quad (24)$$

а характеристический размер

$$d = \sqrt{n\ell}. \quad (25)$$

Поскольку для реальных ситуаций имеется достаточно хороший тепловой контакт потока воздуха с поверхностью потока объектов, можно с достаточной точностью положить

$$T_n = T_0. \quad (26)$$

Задавшись наиболее типичными параметрами воздуха ($\sim 50\%$ влажностью при его температуре на входе в нагреватель $\sim 20^\circ\text{C}$), положим соответствующее этим величинам среднестатистическое значение $\rho_0 = 8,65 \cdot 10^{-3}$ кг/м. И тогда в окончательном виде перепишем (23):

$$\left| \frac{dm}{dt} \right| = 0,0266 \cdot (n\ell)^{3/4} (V_B \nu)^{1/2} \left(\frac{T_0}{273} \right)^{1,89} \times \left(4,85 \cdot 10^{\frac{6,9T_0}{230+T_0} - 3} - 8,65 \cdot 10^{-3} \right), \quad (27)$$

или, вынося из последнего сомножителя постоянные члены,

$$\left| \frac{dm}{dt} \right| = K \left(\frac{T_0}{273} \right)^{1,89} \left(10^{\frac{6,9T_0}{230+T_0} - 1,78} \right), \quad (28)$$

$$K = 1,29 \cdot 10^{-4} (n\ell)^{3/4} (V_B / \nu)^{1/2}. \quad (29)$$

С помощью этого соотношения можно проводить расчеты для случая конвекционной сушки (без участия СВЧ-энергии).

Для определения корректности такого подхода (в частности, для определения корректности предположения $T_n = T_0$), проведем следующие рассуждения. С одной стороны, для осуществления такого процесса с заданной скоростью сушки, dm/dt требуются «чистые» затраты энергии (требуемые на нагрев и испарение содержащейся в объекте сушки влаги):

$$P_0 = \frac{dE_0}{dt} = R_{0\min} \left| \frac{dm}{dt} \right|, \quad (30)$$

где $R_{0\min} = 0,73$ кВт·ч/кг (количество энергии, требуемое для разогрева от 20 до 100°C и испарения 1 кг воды).

С другой стороны, для нагрева потока воздуха, осуществляющего процесс сушки, потребуются затраты энергии:

$$P_1 = \rho_0 \ln V_B C_0 (T_0 - T_{\text{окр}}), \quad (31)$$

где ρ_0 , C_0 - плотность и теплоемкость воздуха в потоке соответственно; $T_{\text{окр}}$ - температура воздуха на входе в нагреватель ($\sim 20^\circ\text{C}$).

Расчет, проведенный для случая $T_0 = 90^\circ\text{C}$ по выражению (28), приводит к соотношению $P_0/P_1 \sim 5$. Это означает, что воздух теряет в продукте примерно пятую часть приобретенной в нагревателе температуры и, соответственно, его температура на выходе из продукта составляет $T' \approx 76^\circ\text{C}$. Полагая, что средняя температура продукта:

$$\tilde{T}_n = \frac{T_0 + T_0'}{2}, \quad (32)$$

вернемся от выражения (28), полученного в предположении $T_n = T_0$, к выражению (23) и модифицируем его с помощью тех же приемов, которые были получены при выводе (28):

$$\left| \frac{dm}{dt} \right| = K \left(\frac{\tilde{T}_n}{273} \right)^{1,89} \left(10^{\frac{6,9T_0}{230+T_0}} - 1,78 \right), \quad (33)$$

где \tilde{T}_n - средняя температура потока подвергаемых сушке диэлектрических объектов.

Расчет по выражению (33) приводит к зависимости $|dm/dt| = f(T_0)$, принципиально не отличающейся по характеру от полученной по выражению (28), однако эти данные представляются более корректными и позволяющими более точно учесть влияние на процесс конвекционной сушки микроволновой энергии, инжекция которой в объект приводит к увеличению величины \tilde{T}_n без изменения величины T_0 .

Для случая инжекции микроволновой энергии выражение (33) модифицируется к виду

$$\left| \frac{dm}{dt} \right| = K \left(\frac{\tilde{T}_n + \Delta\tilde{T}_n}{273} \right)^{1,89} \left(10^{\frac{6,9T_0}{230+T_0}} - 1,78 \right), \quad (34)$$

где $\Delta\tilde{T}_n$ - приращение средней температуры потока диэлектрических объектов за счет воздействия СВЧ-энергии.

Произведем оценку величины $\Delta\tilde{T}_n$. Очевидно, что она будет связана с величиной, инжектируемой в поток диэлектрических объектов СВЧ-мощности \tilde{P}_0 и параметров области этого потока, в которую попадает инжектируемая энергия:

$$\Delta\tilde{T}_n = \frac{\tilde{P}_0 t_0}{c_{H_2O} m_{H_2O} + c_{CO} m_{CO}}, \quad (35)$$

где t_0 - время воздействия СВЧ-энергии; c_{H_2O} , c_{CO} - теплоемкость воды и сухого остатка, соответственно; m_{H_2O} , m_{CO} - массы воды и сухого остатка, находящиеся в зоне воздействия СВЧ-поля.

Подход к этим расчетам может быть самым различным. Например, при использовании метода последовательных приближений можно исходить из следующих соображений. Пусть время t_0 - это общее время сушки и его можно определить из соотношения (на начальном этапе расчетов - в «нулевом» приближении):

$$|\Delta m_{H_2O}| = t_0 \left| \frac{dm}{dt} \right|_0, \quad (36)$$

где $|\Delta m_{H_2O}|$ - количество влаги, которое подлежит удалению из объекта; $\left| \frac{dm}{dt} \right|_0$ - результат расчета по (33) для «чисто» конвекционной сушки («нулевое»

приближение при расчете комбинированного процесса).

Для конкретных расчетов важно бывает производить вычисления в привязке к начальной и конечной влажности объектов сушки. Если начальная влажность объекта χ_0 , а следует достичь влажности χ_k , то очевидно

$$\Delta m_{H_2O} \cong m_{\Sigma} \Delta \chi = (m_{H_2O} + m_{CO}) (\chi_0 - \chi_k). \quad (37)$$

В этом случае для расчетов по (35) следует полагать

$$\begin{aligned} m_{CO} &= m_{\Sigma} - m_{H_2O} = m_{\Sigma} (1 - \chi_0) = \\ &= m_{H_2O} \frac{1 - \chi_0}{\chi_{cp}} = \frac{2m_{H_2O} (1 - \chi_0)}{\chi_0 + \chi_k}, \end{aligned} \quad (38)$$

$$m_{H_2O} = m_{\Sigma} \chi_0. \quad (39)$$

3. Алгоритм и программа расчета

Для построения алгоритма важно определить цель проведения расчетов, которая в данном случае складывается из двух важных компонентов.

Во-первых, построение даже «качественной», оценочной математической модели и расчеты по ней позволяют лучше понять физику протекающих процессов, специфику объединенного действия различных физических механизмов.

Во-вторых, ценность представляет сравнение теории с экспериментом, создание на этой базе уточненных математических моделей (возможно дополненных эмпирическими поправочными коэффициентами), позволяющих в дальнейшем замеснить дорогостоящие экспериментальные исследования существенно более дешевым «машинным экспериментом».

При таком подходе целесообразным представляется проведение расчетов в режимах и условиях, совпадающих с соответствующими параметрами экспериментальной модели. Теория и эксперимент на данном этапе призваны, в первую очередь, дать ответ на вопрос, существует или нет гипотетический (предсказанный в [1]) эффект повышения эффективности (снижения энергоемкости) конвекционной сушки за счет инжекции в объект сушки малых доз микроволновой энергии.

В этой связи предлагается следующая схема расчета.

1. Для конкретных условий взаимодействия потока теплого воздуха с находящейся неподвижно в зоне его действия областью потока объектов сушки по соотношению (28) определяется величина dm/dt (в достаточно грубом предположении равенства температур воздуха и объекта).

2. С помощью (30) уточняются реальные (близкие к реальным) «полезные» потери энергии в объекте сушки.

3. Для выбранных параметров воздушного потока, для которых проводился расчет по (28), с помощью (31) производится расчет мощности нагревателя.

4. Проводится расчет падения температуры потока воздуха в объекте сушки:

$$T'_0 = \frac{(T_0 - T_{окр})P_0}{P_1} \quad (40)$$

и затем по (32) – величина \tilde{T}_n .

5. С помощью (29), (34) находится уточненное значение скорости конвекционной сушки $|dm/dt|_0$, которое в дальнейшем используется в качестве «нулевого» приближения для расчета параметров процесса комбинированной сушки.

6. Рассчитывается масса влаги, подлежащей удалению из объекта сушки $|dm_{н,о}|$, определяемая по (37) для фактической массы объекта сушки m_Σ с учетом характерных размеров l и n , заданной толщины слоя h и плотности материала объекта сушки ρ

$$m_\Sigma = lnh\rho. \quad (41)$$

7. Определяется в соответствии с (36) время конвекционной сушки t_0 , которое, как и величина $(dm/dt)_0$, является «нулевым приближением» в используемом методе последовательных приближений.

8. Условно задается, что «первая порция» СВЧ-энергии попадает в объекты сушки уже при установившемся режиме конвекционной сушки. Состояние (параметры) процесса в момент «включения» инжектирующей энергию в объекты микроволновых источников и является «нулевым приближением».

9. В качестве «1-го приближения» берется состояние системы (параметры процесса) через интервал времени

$$\Delta t_0 = \frac{t_0}{N}, \quad (42)$$

где N – число интервалов разбиения полного времени сушильного процесса.

10. Для заданных значений параметров режима (в первую очередь – температуры T_0) проводится расчет в «первом приближении» (соответствующем времени от начала комбинированной сушки Δt_0) для какого-либо заданного значения мощности инжектируемой СВЧ-волны \tilde{P}_0 .

При этом последовательно рассчитываются:

а) величина $(\Delta\tilde{T}_n)_1$ – по соотношению (35), в котором вместо t_0 подставляется величина $\Delta t_1 = \Delta t_0$;

б) величина $|dm/dt|_1$ – по соотношению (34), в котором в качестве $\Delta\tilde{T}_n$ выступает найденная ранее величина $(\Delta\tilde{T}_n)_1$.

11. В следующем цикле расчетов определяется величина $|dm/dt|_2$ – «второе приближение»:

а) по формуле (29) уточняется величина \tilde{P}_{01} (для найденного выше значения $|dm/dt|_1$);

б) с помощью выражения (40) вычисляются заново величины ΔT_1 и T'_{01} (для исходного определенного значения \tilde{P}_0 и уточненного значения \tilde{P}_{01});

в) с помощью выражения (32) уточняется значение \tilde{T}_n (обозначаемое далее \tilde{T}_{n1});

г) величина $(\tilde{T}_n)_2$ находится по (35) с подстановкой в него вместо t_0 значение $2\Delta t_0$; принципиально возможно рассчитывать эту величину по соотношению

$$(\Delta\tilde{T}_n)_2 = 2(\Delta\tilde{T}_n)_1; \quad (43)$$

д) и, наконец, вычисляется величина $|dm/dt|_2$ по соотношению (29) с подстановкой в него ранее найденных величин.

12. На основании изложенного выше представляется возможным записать формализованную процедуру для « i -го приближения» – времени от начала комбинированного процесса

$$\Delta t_i = i\Delta t_0 = \frac{i}{N}t_0; \quad (44)$$

а) по формуле (30) рассчитывается величина $P_{0,i-1}$ (для найденного по итогам предыдущего цикла величины $(dm/dt)_{i-1}$);

б) по формуле (40) рассчитываются уточненные значения ΔT_{i-1} и $T'_{0,i-1}$ (для исходно определенного значения \tilde{P}_0 и уточненного значения $\tilde{P}_{0,i-1}$);

в) по формуле (32) пересчитывается значение $\tilde{T}_{n,i-1}$;

г) определяется величина $\tilde{T}_{n,i}$ по формуле

$$(\Delta\tilde{T}_n)_i = i(\Delta\tilde{T}_n)_1; \quad (45)$$

д) по формуле (29) определяется величина $(dm/dt)_i$.

4. Методика расчетов

В соответствии с описанным выше алгоритмом была разработана программа расчета на языке FORTRAN. Программа позволяет производить пошаговый расчет динамики увеличения производительности комбинированной сушки (с началом отсчета времени от момента перехода от «чисто» конвекционной сушки к сушке с инжекцией микроволновой энергии).

Очевидно, что эта методика и базирующаяся на ней программа расчета носит достаточно условный характер и приближенно описывает протекающие при комбинированной сушке физические процессы.

Наибольшие сомнения вызывает возможность аккумуляции тепловой энергии во внутренних областях высушиваемых продуктов без затрат ее на энергию фазового перехода жидкости в этих областях. Хотя, с другой стороны, за счет возникающей локализации выделяемой микроволновой энергии, повышения давления жидкости во внутренних областях, температура фазового перехода также долж-

В.Я. ЯВЧУНОВСКИЙ, В.Л. БАРАНОВ, Е.А. ЧЕТВЕРИКОВ

на повыситься, что должно способствовать повышению величины T_n и аккумуляции тепловой энергии.

Основные варьируемые в расчете величины – это уровень температуры воздушного потока T_0 и уровень СВЧ-мощности \tilde{P}_0 . При этом целесообразным представляется проанализировать зависимости типа $|dm/dt| = f(t)$ для различных уровней инжектируемой мощности СВЧ-колебаний, представив их на каждом графике в виде семейств кривых (с уровнем СВЧ-мощности в качестве параметра) для каждого заданного уровня температуры T_0 . Каждый такой график представляется целесообразным дополнить графиками для аналогичных по способу построения семейств промежуточных величин:

$$P_0 = P_0(t); \tilde{T}_n = \tilde{T}_n(t) \text{ и } \Delta\tilde{T}_n = \Delta\tilde{T}_n(t).$$

Затем полученные результаты следует привести к зависимостям типа полученных в работе [1] с целью их корректного сравнения, позволяющего сделать вывод о принципиальной пригодности разработанной математической модели, и наметить пути повышения ее адекватности.

5. Результаты расчетов и уточнение модели

Расчет по предложенной методике и разработанной математической модели (программа расчета) производился изначально для случая "чисто" конвекционной сушки для случая загрузки поддона $m_0 = 3$ кг ([1]). Однако соотношение, полученное между теоретическими и экспериментальными [1] результатами, составило приблизительно 1,4 - 2,3 раза.

Достаточно значительное различие расчетных и экспериментальных зависимостей может быть обусловлено достаточно некорректным учетом в математической модели такого важного фактора, как эффективная площадь испаряемой поверхности (в математической модели учтена только поверхность слоя, а в экспериментальном случае испарение происходит со всей поверхности мелкодисперсных объектов сушки) и ряда других исходных данных. С целью уточнения математической модели с учетом экспериментальных данных в расчетную формулу (28) целесообразно ввести эмпирический коэффициент $K_{эмп}$ и преобразовать ее к виду

$$\left| \frac{dm}{dt} \right| = 1,29 \cdot 10^{-4} (\ln)^{3/4} (V_B / V)^{1/2} \left(\frac{T_0}{273} \right)^{1,89} \times \left(10^{\frac{6,9T_0}{230+T_0}} - 1,78 \right) K_{эмп}, \quad (46)$$

где

$$K_{эмп} = \frac{(dm/dt)_{эмп}}{(dm/dt)_T} f(\chi), \quad (47)$$

$$f(\chi) = \left[1 + \left(\frac{\chi - 12}{10} \right)^2 \right],$$

$(dm/dt)_{эмп}$ – экспериментально определенная скорость сушки (при влажности 12 %); $(dm/dt)_T$ – скорость сушки, рассчитанная согласно (28); χ – влажность продукта в процессе сушки.

Корректность перехода от (28) к (46) – (48) рассматриваемом диапазоне влажностей от 12 до 20%, подтверждается данными, представленными на рис. 3 (1 – результаты расчета по формуле (28), экспериментальная кривая, 3 – результаты расчета по выражениям (46)-(48)).

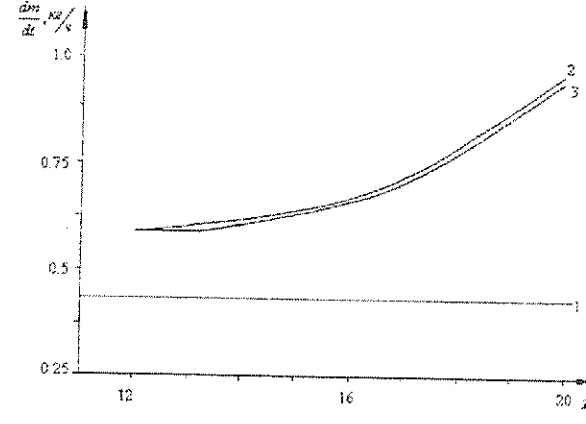


Рис.3

Результаты расчета свидетельствуют о достаточно высокой степени совпадения теоретических (рассчитанных с учетом эмпирического поправочного коэффициента) и экспериментальных данных. Максимальное расхождение экспериментальной и теоретической зависимостей скорости сушки от влажности составляет приблизительно 2%.

Расчет зависимости скорости сушки и энергоемкости процесса для случая инжекции в объекты конвекционной сушки микроволновой энергии производился также с учетом эмпирических коэффициентов. При этом в выражение (33) также вводился поправочный коэффициент, в результате чего выражение для коэффициента K , представленное ранее формулой (34), преобразовывалось к виду

$$K = 1,78 \cdot 10^{-4} \left[1 + \left(\frac{\chi - 12}{10} \right)^2 \right] (n\ell)^{3/4} (V_B / V)^{1/2}. \quad (48)$$

Расчет по предложенной схеме скорости сушки для случая инжекции малых доз СВЧ-энергии производился для различных уровней инжектируемой мощности СВЧ и различных уровней влажности продукта.

Расчет показал, что скорость сушки для различных уровней мощности инжектируемой СВЧ-энергии: 0% (конвекционная сушка); 1%; 2%; 5% (соответствии с принятой математической моделью) для каждого уровня влажности нарастает линейно по ходу процесса (рис. 4. а - $\chi = 20\%$, б - $\chi = 18\%$, в - $\chi = 16\%$, г - $\chi = 14\%$, д - $\chi = 12\%$).

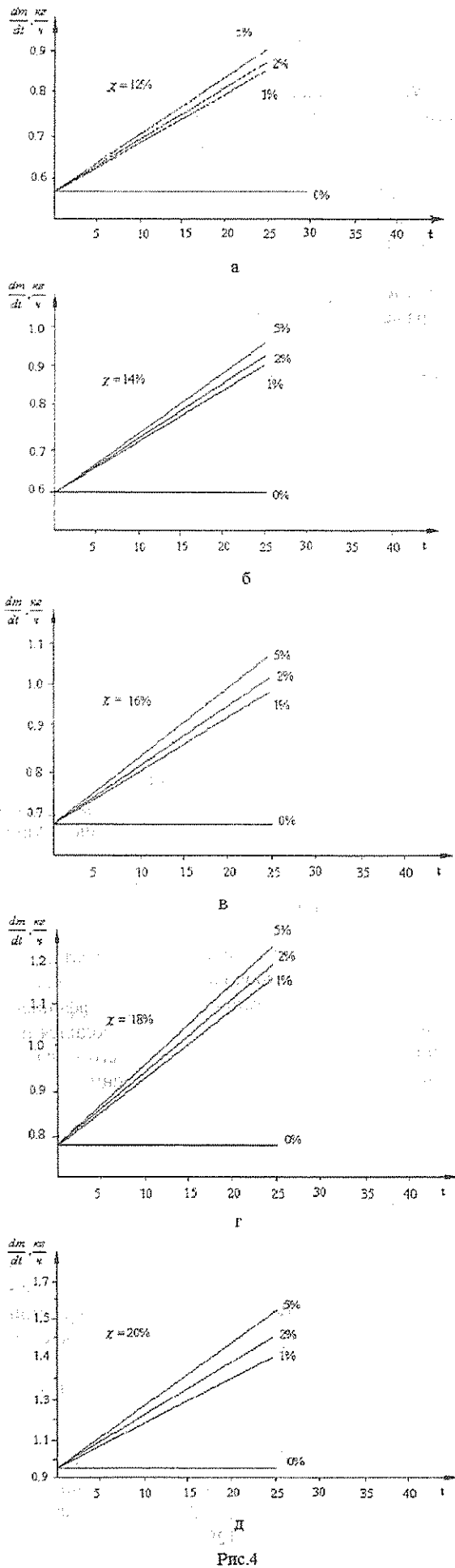


Рис. 4

Однако, с учетом реального хода процесса (изменения влажности в процессе сушки), имеет место существенная нелинейность зависимости $dm/dt = f(t)$ и $\chi = \chi(t)$. По последним зависимостям (рис.5,а), построенным для случая конвекционной сушки и разных уровней инжектируемой СВЧ-энергии (1, 2, 5%) можно сделать вывод об эффективности подхода, базирующегося на инъекции СВЧ-энергии.

Итоговое сравнение времени протекания процесса для различных вариантов сушки представлено на рис.5,б в виде зависимости времени процесса от уровня инжектируемой СВЧ-энергии $P_{свч}/P_{конв}$ (кривая 1); здесь же приведена и аналогичная экспериментальная зависимость (кривая 2 [1]).

На рис.5,в приведены результаты пересчета данных, представленных на рис.5,б, в аналогичную зависимость для энергоемкости процессов конвекционной и микроволновой сушки R от $P_{свч}/P_{конв}$ (кривая 1), здесь же приведена и аналогичная экспериментальная зависимость (кривая 2 [1]).

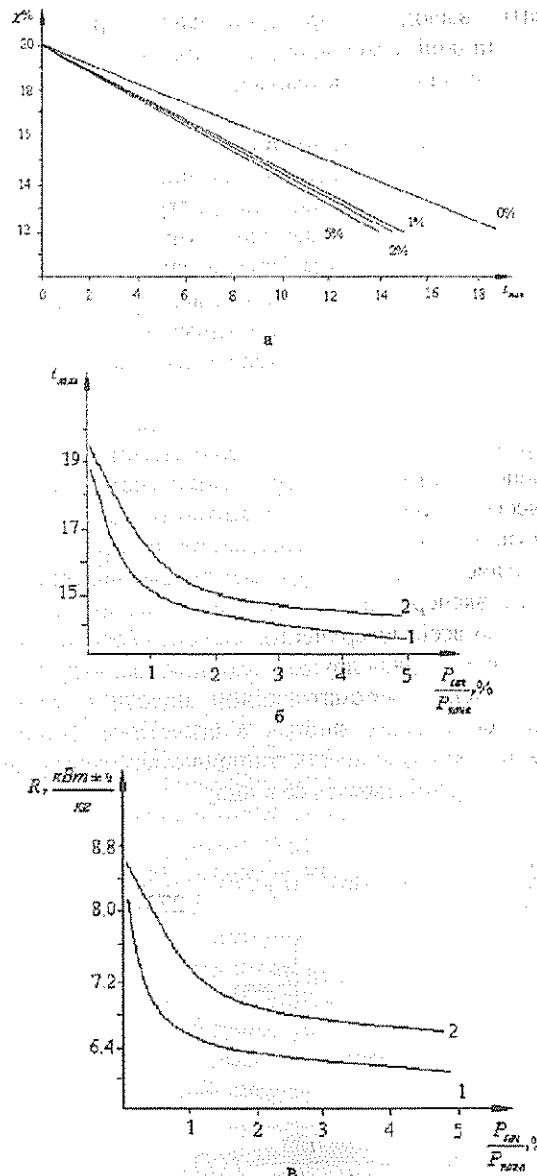


Рис. 5

Представленные данные позволяют в первом приближении считать разработанную математическую модель достаточно адекватной (разумеется, лишь для рассмотренного в настоящей работе набора параметров). Переход к другой системе параметров, очевидно, потребует выбора других поправочных коэффициентов и соответствующего изменения выражений (28) и (33).

Выводы

В настоящей работе сделана попытка построения приближенной математической модели процесса комбинированной сушки (конвекционной с инжекцией малых доз СВЧ-энергии); приведено сравнение

рассчитанных по разработанной математической модели результатов с полученными ранее [1] данными экспериментального исследования. Сравнение теоретических и экспериментальных кривых для случая конвекционной сушки позволило уточнить расчетную модель введением в нее эмпирических поправочных коэффициентов. Расчет интегральных параметров процесса (времени и энергоемкости сушки) и сравнение с полученными ранее экспериментальными зависимостями [1] позволяет сделать вывод о достаточной адекватности разработанной и уточненной математической модели.

Библиографический список

1. Явчуновский В.Я. и др. // Вопросы прикладной физики. Саратов, 1999. Вып.5. С. 87 – 91.
2. Лыков А.В. Теория сушки. М., 1968.
3. Явчуновский В.Я. Микроволновая и комбинированная сушка. Физические основы, технологии и оборудование. Саратов, 1999.
4. Филоненко Г.К. и др. Сушка пищевых растительных материалов. М., 1971.
5. Филоненко Г.К., Лебедев П.Д. Сушильные установки. М.;Л., 1952.
6. Гриппин М.А., Атаназевич В.И., Семенов Ю.Г. Установки для сушки пищевых продуктов. М., 1989.
7. Кример О. Научные основы техники сушки. М., 1961.
8. Лыков А.В. Тепло- и массообмен в процессе сушки. М., 1956.

THE USING OF LOW INTENSIVE ELECTROMAGNETIC RF RADIATION FOR INTENSIFICATION OF HIGHENERGETIC HEAT STREAM INTERACTION WITH THE THINSTRUCTURE DIELECTRIC OBJECTS

Part 2. Mathematical model and results of calculation

V.Y. Yavchunovsky, V.L. Baranov, Y.A. Chetverikov

"Dipole" Corporation, SSPF "Agropribor", Saratov

The mathematical model for an analyses of physical processes taking place when low intensive HF radiation is injected into the thinstructural dielectric objects being subjected to conventional drying is suggested. Computations in the frame of the model are performed and comparison of the theoretical and experimental results are carried out.

тельных электродов и носителя по оси z . При этом для наведенного тока получаются соотношения, аналогичные соотношениям (3) и (4).

Таким образом, из приведенных рассуждений следует, что для определения одной из пространственных гармоник функции $\sigma(x)$ необходимо иметь систему электродов, создающих в области расположения заряда требуемое распределение поля, период которого должен быть равен периоду определяемой пространственной гармоники. Измерение наведенного заряда или тока позволяет найти амплитуду соответствующей пространственной гармоники зарядного рельефа. Изменяя период поля, можно определять различные значения спектральной плотности $|S(\omega)|$ функции $\sigma(x)$.

Требуемое распределение поля может быть реализовано с помощью специальных электродных систем. В качестве примера на рисунке приведена система электродов, выполненная в виде изолированных друг от друга полос, расположенных в одной плоскости, параллельной плоскости носителя. При задании на соседние полосы этой системы единичных потенциалов $\varphi = +1$, $\varphi = -1$ фиктивное поле в области расположения заряда будет иметь вид

$$\varphi(x, z) \Big|_{z=d} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{U_k(\varepsilon+1)sh\lambda_k d \cos \lambda_k x}{2(\cosh \lambda_k d sh \lambda_k \ell + th \lambda_k d ch \lambda_k \ell)}, \quad (5)$$

$$\text{где } U_k = \frac{4}{\pi k} \sin \frac{\pi}{2} k; \lambda_k = \frac{2\pi k}{L}.$$

Из (5) следует, что фиктивное поле системы представлено в виде суммы пространственных гармоник, степень затухания каждой из которых увеличивается при увеличении ее номера. Поэтому можно выбрать расстояние от электродов до носителя оптимальным в смысле наименьшего влияния на точность измерений высших гармоник поля. Так, при $\ell=L/2$ погрешность, обусловленная высшими гармониками поля, составляет около 0.1%. Однако для больших L и заданной точности формируемого поля оно становится малым в области расположения поверхностного заряда, что затрудняет измерение наведенных зарядов или токов. Поэтому такая система пригодна лишь для измерения пространственных гармоник с малым периодом, максимальная величина которого зависит от чувствительности прибора, измеряющего наведенный заряд или ток. Для измерения пространственных гармоник с периодом, большим указанного ограничения, можно реализовать требуемое распределение поля путем ступенчатой аппроксимации функции $\varphi(x, z)$ с заданной точностью, определяемой, соответственно, выбранным числом электродов, укладываемых на периоде поля. Электроды при этом подключаются к индикатору через резисторы, обеспечивающие суммированные индуцированные заряды или токи в процессе измерений с заданными коэффициентами.

При определении пространственных гармоник зарядного рельефа посредством измерения наведен-

ных токов возникают дополнительные погрешности за счет относительной вибрации электродов и носителя, поскольку в этом случае изменяется фиктивное поле в области расположения заряда. Оценим величину этой погрешности, для чего предположим, что зонд вибрирует вдоль координаты z так, что каждая точка зонда колеблется около среднего положения по закону

$$z = z_0 + A \sin \Omega t. \quad (6)$$

В цепи зонда возникнет наведенный ток

$$i_n = A \cos \Omega \int_x \sigma(x) E_n(x, z_0) dx, \quad (7)$$

где E_n - нормальная составляющая напряженности фиктивного статического поля модели.

Разлагая величину $E_n(x, z)$ в ряд Тейлора около средней точки с координатой z_1 и произведя преобразование, как это сделано в работе [1], найдем относительную погрешность в определении i_n :

$$\delta = \frac{A^2 \int_x \sigma(x) \frac{\partial^2 E_n(x, z_1)}{\partial z^2} dx}{8 \int_x \sigma(x) E_n(x, z_1) dx}. \quad (8)$$

Без учета влияния высших гармоник их соотношений (5) и (8) имеем

$$\delta = \frac{A^2 \pi^2}{2L}. \quad (9)$$

При $L \geq 200$ мкм и $A = 1$ мкм $\delta \leq 2,5\%$. Таким образом, из проведенных рассуждений следует, что погрешность измерения пространственных гармоник с помощью рассматриваемого зонда может быть сведена до 2-3%.

Как отмечалось, Фурье - анализ поверхностной плотности заряда $\sigma(x)$ можно осуществить посредством преобразования его во временной сигнал $\sigma(t)$ с последующим применением обычных спектроанализаторов, погрешность которых составляет 5-10%. Кроме того, дополнительные погрешности вносит преобразование функции $\sigma(x)$ в функцию $\sigma(t)$, необходимость которого отпадает при использовании рассматриваемого метода.

Из сравнения традиционного метода измерения пространственных гармоник с данным методом видно преимущество последнего по точности.

Функциональный подход к решению задачи об определении пространственных гармоник зарядного рельефа обладает преимуществом перед традиционным и позволяет реализовать возможность построения соответствующих эффективных и компактных устройств, обладающих высокими эксплуатационными характеристиками.

Библиографический список

1. Герштейн Г.М. Моделирование полей методом электростатической индукции. М., 1970.
2. Харкевич А.А. Спектры и анализ. М., 1953.

SPECTRUM ANALYSIS CHARGING RELIEF

А.Р. Klepov

Saratov State University

Possibility of using of the electrostatic induction method for spectrum analysis of charging relief located on recording medium is proved. It is demonstrated the information about spatial harmonics of charging relief arrives in the form of charges or of currents induced on probe system definite configured. One of possible probe system's construction is analyzed. Metering errors of the harmonics by means of the probe system are estimated. The Advantage of concerned induction method is pointed out.

УДК 621.382.233

ОЦЕНКА МАКСИМАЛЬНОЙ ВХОДНОЙ МОЩНОСТИ PIN-ДИОДНОГО ИНВЕРСНОГО КОММУТИРУЮЩЕГО ЭЛЕМЕНТА В ИМПУЛЬСНОМ РЕЖИМЕ

В.А. Костяков, С.В. Овчинников, А.А. Игнатьев

Саратовский государственный университет

В работе рассмотрены факторы, ограничивающие входную мощность СВЧ-коммутирующего элемента инверсного типа и получены выражения для оценки максимальной коммутируемой мощности в импульсном режиме.

Для переключателей СВЧ-сигнала важное значение имеет такой параметр, как максимальная коммутируемая мощность. Одним из основных факторов, определяющих величину этой мощности, является так называемое «тепловое ограничение», связанное с выделением тепла в коммутирующих элементах (СВЧ-выключателях) под действием СВЧ-сигнала. Наиболее чувствительными к повышению температуры являются полупроводниковые диоды, входящие в состав коммутирующих элементов (КЭ). В справочниках приводятся значения максимально допустимой в непрерывном режиме мощности рассеяния $P_{\text{рас.мах}}$ в диоде, при которой его температура гарантированно не превышает предельно возможной. В свою очередь, мощность рассеяния в отдельном полупроводниковом компоненте связана с общим уровнем потерь в КЭ.

В работе [1] для максимальной входной мощности $P_{\text{вх.мах}}$ инверсного КЭ в непрерывном режиме получено выражение

$$P_{\text{вх.мах}} = (P_{\text{рас.мах}} - P_0)(1 - 10^{-0,1\alpha})^{-1}, \quad (1)$$

где α - максимальные потери КЭ в состоянии пропускания при открытых диодах, дБ; P_0 - мощность прямого постоянного тока смещения.

В импульсном режиме в промежутках между импульсами диоды остывают, и уровень импульсной входной мощности может быть увеличен по сравнению с непрерывным режимом. Величина максимально допустимой входной импульсной мощности $P_{\text{и.вх.мах}}$ зависит от соотношений между длительностью отдельного импульса $\tau_{\text{и}}$, периодом

повторения импульсов T и тепловой постоянной времени диодов τ_t в данной конструкции. В предположении о регулярности режима охлаждения диодов их тепловую постоянную можно определить выражением [2]

$$\tau_t = C_1 R_1, \quad (2)$$

где C_1 - теплоемкость структуры диода; R_1 - его тепловое сопротивление.

В конструкции инверсного КЭ использованы бескорпусные кремниевые *pin*-диоды. Площадь основания полупроводникового кристалла $S = 0,8 \times 0,8$ мм², его высота $d = 0,25$ мм. Источником тепловыделения является *i*-область толщиной $h \cong 0,1$ мм, расположенная параллельно основанию кристалла на расстоянии $r \cong 0,1$ мм от него. Отвод тепла происходит процессом теплопроводности через одно из оснований кристалла, напаянное на диафрагму, соединенную с волноводом. Для такой конструкции тепловые характеристики диодов можно рассчитать по простым формулам [2-4]:

$$C_1 = c\rho Sd, \quad R_1 = (r+h/2)/(\lambda S), \quad (3)$$

где $c = 694$ Дж/(кг·К) - удельная теплоемкость кремния; $\rho = 2,33 \cdot 10^3$ кг/м³ - плотность кремния; $\lambda = 109$ Вт/(м·К) - теплопроводность кремния [5].

Тогда для данных диодов $C_1 = 260 \cdot 10^{-6}$ Дж/К, $R_1 = 2,2$ К/Вт и $\tau_t = 560$ мкс.

При воздействии на КЭ СВЧ-мощности происходит нагрев полупроводниковых структур за счет тепловыделения в них. В предположении о линейной связи между входной мощностью и мощностью

рассеяния из решения задачи теплопроводности можно выявить [6] связь между максимальной входной мощностью в непрерывном режиме, определяемой формулой (1) по паспортным данным диодов и параметрам КЭ, и максимально допустимой импульсной входной мощностью

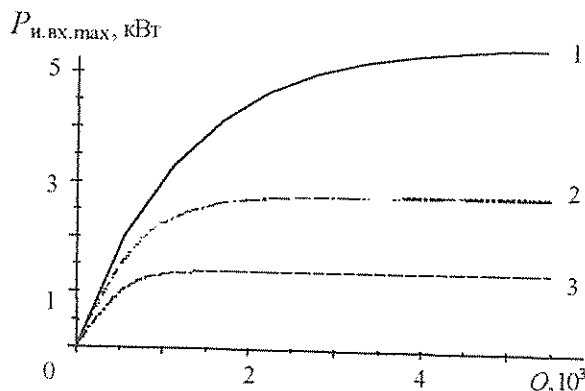
$$P_{и.вх.макс} = P_{вх.макс} (1 - e^{-\eta Q}) / (1 - e^{-\eta}), \quad (4)$$

где $\eta = \tau_n / \tau_i$; $Q = T / \tau_i$ - скважность импульсного сигнала.

Для рассматриваемой конструкции КЭ в случае непрерывного входного сигнала формула (1) дает значение $P_{вх.макс} = 5$ Вт [1]. Используя это значение, с помощью выражения (4) можно оценить величину $P_{и.вх.макс}$.

В качестве примера на рисунке приведены результаты оценки максимально возможной импульсной входной мощности в зависимости от скважности и в предположении, что длительность отдельного импульса составляет 0,5 мкс (кривая 1), 1,0 мкс (кривая 2) или 2,0 мкс (кривая 3).

Представленные результаты показывают, что в импульсном режиме входная импульсная мощность



может быть во много раз больше, чем мощность в непрерывном режиме. Однако при этом соответственно увеличивается и амплитуда СВЧ-напряжения, что может вызвать пробой *pin*-диодов при обратном смещении, когда КЭ находится в состоянии запираения. Возникает второе ограничение входной мощности - «ограничение по пробоям». В работе [7] показано, что в миллиметровом диапазоне устойчивость к пробоям у КЭ инверсного типа выше, чем у КЭ прямого типа. Результаты работы [7] позволяют получить выражение для максимальной входной мощности $P_{и.вх.макс}^p$ (по критерию пробоя) инверсного КЭ:

$$P_{и.вх.макс}^p = \pi^2 f_0^2 C^2 z_0 (U_{обр.макс} - U_0)^2 / 2, \quad (5)$$

где f_0 - рабочая частота; C - емкость *pin*-диодов; z_0 - эквивалентное сопротивление волновода; $U_{обр.макс}$ - максимально допустимое обратное напряжение *pin*-диодов; U_0 - напряжение обратного смещения.

Для рассматриваемого здесь КЭ $C = 0,08$ пФ, $z_0 = 400$ Ом, $U_{обр.макс} = 500$ В, $U_0 = 50$ В. При таких параметрах и рабочей частоте $f_0 = 40$ ГГц формула (5) дает величину $P_{и.вх.макс}^p = 4$ кВт. Сравнение этого значения с результатами, представленными на рисунке, показывает, что в случае низкой скважности ограничение входной мощности связано с тепловыми причинами, а при увеличении скважности все более усиливается фактор пробойного ограничения входной импульсной мощности.

Таким образом, величина коммутируемой импульсной мощности ограничена как тепловыми явлениями в *pin*-диодах, так и возможностью их пробоя. В качестве оценки максимально возможной входной импульсной мощности следует выбирать наименьшее из значений, рассчитываемых по формулам (4) и (5).

Библиографический список

1. Костяков В.А., Игнатъев А.А., Малярчук В.А. // Вопросы прикладной физики. Саратов, 1999. Вып.5. С. 104 - 105.
2. Дульнев Г.Н., Парфенов В.Г., Сигалов А.В. Методы расчета теплового режима приборов. М., 1990.
3. Вайсблат А.В. Коммутационные устройства СВЧ на полупроводниковых диодах. М., 1987.
4. Тутов Н.М., Глебов Б.А., Чарыков Н.А. Полупроводниковые приборы. М., 1990.
5. Справочник по электротехническим материалам / Под ред. Ю.В. Коричко, В.В. Пасынкова, Б.М. Тареева. Л., 1976. Т. 3.
6. СВЧ-устройства на полупроводниковых диодах / Под ред. И.В. Мальского, Б.В. Сестрорецкого. М., 1969.
7. Жалковский Э.И., Костяков В.А. // Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ. 1989. Вып. 9 (423). С.23 - 27.

ESTIMATION OF THE MAXIMUM INPUT PULSE POWER OF PIN-DIODE INVERSION SWITCHING ELEMENT

V.A. Kostyakov, S.V. Ovchinnicov, A.A. Ignatiev

Saratov State University

In this work the factors limiting input power of a microwave inverse type switching element are considered and the expressions for an estimation of the maximal switched power in a pulse mode are received.

КОММУТИРУЮЩИЙ ЭЛЕМЕНТ ИНВЕРСНОГО ТИПА МИЛЛИМЕТРОВОГО ДИАПАЗОНА

В.А. Костяков, А.А. Игнатъев, В.А. Малирчук

Саратовский государственный университет

В работе представлены результаты теоретического и экспериментального исследования основных параметров *pin*-диодного коммутирующего элемента инверсного типа миллиметрового диапазона.

Основой СВЧ-переключателей является коммутирующий элемент (СВЧ-выключатель), реализующий функцию "пропускание-запирание".

В данной работе рассматривается *pin*-диодный коммутирующий элемент (КЭ) волноводного типа, выполненный на щелевой емкостной диафрагме [1,2].

Принципиальная схема КЭ показана на рис.1. Отрицательные электроды *pin*-диодов D_1 и D_2 подключены к противоположным сторонам щели (точки *a* и *b*) диафрагмы с эквивалентной емкостью $C_{ш}$. Индуктивность L образована проводником, соединяющим положительные электроды диодов. Переключение состояний производится изменением полярности управляющего напряжения U_0 , подключенного к середине проводника L (точка *e*). Развязка постоянного управляющего и СВЧ - напряжений осуществляется за счет симметрии элемента.

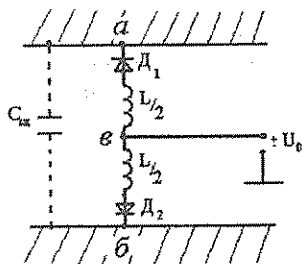


Рис.1. Принципиальная схема КЭ

Эквивалентные схемы состояний пропускания и запирания приведены на рис.2. На этих схемах C - эквивалентная емкость *pin*-диодов, r_n , r_3 - сопротивления прямых и обратных потерь диодов соответственно.

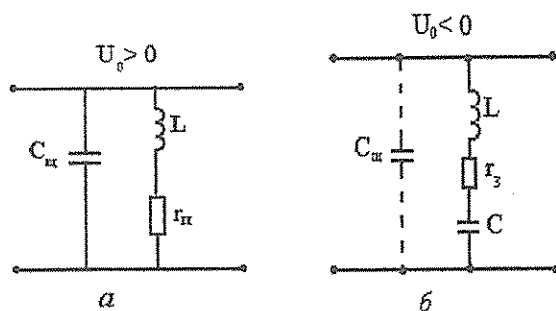


Рис.2. Эквивалентные схемы КЭ для состояния пропускания (а) и состояния запирания (б)

При $U_0 > 0$ КЭ представляет собой параллельный резонансный контур (состояние пропускания), а при $U_0 < 0$ - последовательный резонансный контур (со-

стояние запирания), что соответствует инверсному типу КЭ. Совмещение резонансных частот параллельного и последовательного контуров с центральной рабочей частотой ω_0 , то есть выполнение условия $C_{ш} \approx C = 1/\omega_0^2 L$ достигается подбором емкости *pin*-диодов и ширины и формы емкостной щели.

Расчет основных параметров КЭ проводился на основе использования коэффициентов \dot{S}_{11} и \dot{S}_{21} матрицы рассеяния четырехполюсников, изображенных на рис.2. Расчетные формулы имеют вид

$$\alpha = 10 \lg |\dot{S}_{21}|^{-2}, \tag{1}$$

$$m = (1 + |\dot{S}_{11}|) / (1 - |\dot{S}_{11}|), \tag{2}$$

$$P_{рас} = P_{вх} (1 - |\dot{S}_{11}|^2 - |\dot{S}_{21}|^2), \tag{3}$$

$$\dot{S}_{11} = -\dot{y} / (2 + \dot{y}), \quad \dot{S}_{21} = 2 / (2 + \dot{y}), \tag{4}$$

где α - потери на проход, дБ; m - КСВН по входу, $P_{рас}$ - мощность, выделяемая в КЭ; $P_{вх}$ - входная мощность; $\dot{y} = \dot{Y} Z_0$ - нормированная проводимость четырехполюсника; Z_0 - характеристическое сопротивление линии передачи; \dot{Y} - комплексная проводимость соответствующего четырехполюсника.

Для состояния пропускания (рис.2,а) $\dot{Y} = \dot{Y}_n$, для состояния запирания (рис. 2,б) $\dot{Y} = \dot{Y}_3$. Проводимость \dot{Y}_n и \dot{Y}_3 определяются выражениями

$$\dot{Y}_n = j \frac{\xi}{\rho} + \frac{1}{r_n + j\rho\xi}, \quad \dot{Y}_3 = \frac{1}{r_3 + j\rho \left(\xi + \frac{1}{\xi} \right)}, \tag{5}$$

где $\rho = \omega_0 L$ - волновое сопротивление контура; $\xi = \omega/\omega_0$ - параметр частотной расстройки; ω - частота входного сигнала.

Результаты расчета потерь пропускания (прямых потерь) α_n и потерь запирания (развязки) α_3 для типичных параметров КЭ 8 - мм диапазона ($r_n = r_3 = 10$ Ом, $\rho = 170$ Ом, $Z_0 = 400$ Ом) приведены на рис.3,а. Видно, что в полосе частот 10% уровень прямых потерь не превышает 0,7 дБ, а уровень развязки составляет не менее 20 дБ.

Макетирование КЭ было проведено в канале $7,2 \times 3,4$ мм². Ширина емкостной щели в диафрагме

$$P_{\text{вх. max}} = (P_{\text{рас. max}} - P_0) / (1 - 10^{-0,1\alpha_{\text{п max}}}), \quad (6)$$

составляла 0,8 - 1,0 мм. В качестве *pin*-диодов использовались кремниевые кристаллы размером 0,8x0,8 мм² с толщиной базы 80 - 100 мкм. Емкость кристалла составляла ~0,08 пФ. Результаты экспериментального измерения $\alpha_{\text{п}}$ и $\alpha_{\text{з}}$ показаны на рис.3,б. Прямые потери были несколько выше расчетных (до 1 дБ в полосе 10%) при лучшей развязке (более 25 дБ в той же полосе). В эксперименте прямой ток ($I_{\text{пр}}$) составлял 100 мА, обратное напряжение равнялось -60 В.

где P_0 - мощность прямого тока смещения. При $\alpha_{\text{п max}} = 1$ дБ, $P_0 = 0,03$ Вт, $P_{\text{рас. max}} = 1$ Вт (на два диода) формула (6) дает $P_{\text{вх. max}} \approx 5$ Вт.

Измеренный КСВН входа в полосе частот ~ 10% в состоянии пропускания не превышал 2, а в состоянии запирания был не менее 20.

Мощность $P_{\text{рас}}$, выделяемая в КЭ, не должна превышать максимально допустимой мощности рассеяния $P_{\text{рас. max}}$ для диодов выбранного типа. Это ограничивает величину входной мощности в соответствии с формулой (3). Мощность рассеяния в состоянии пропускания больше, чем в состоянии запирания, в котором КСВН очень велик. Поэтому оценку максимальной входной мощности следует проводить по формуле (3) для состояния пропускания, положив $P_{\text{рас}} = P_{\text{рас. max}}$, $m = m_{\text{min}} = 1$, $\alpha_{\text{п}} = \alpha_{\text{п max}}$:

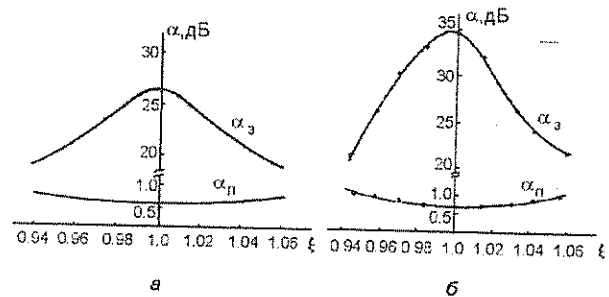


Рис.3. Расчетная (а) и экспериментальная (б) зависимости прямых потерь и развязки от параметра частотной расстройки

Таким образом, проведенные расчеты и эксперименты показали, что КЭ инверсного типа в мм-диапазоне обеспечивает достаточно высокие параметры и является перспективным для использования в различных устройствах коммутации.

Библиографический список

1. Вайсблат А.В. Коммутационные устройства СВЧ на полупроводниковых диодах. М., 1987.
2. Костяков В.А., Жалковский Э.И., Игнатьев А.А. // Материалы междунар. науч. - техн. конф. "Актуальные

проблемы электронного приборостроения АПЭП-98". Саратов, 1998. Т.1. С. 37-39.

SWITCHING INVERSION-TYPE ELEMENT OF MILLIMETER RANGE

V.A. Kostyakov, A.A. Ignatiev, V.A. Malyarchuck

Saratov State University

In work the results of theoretical and experimental research of pin-diod switching inverse type element's basic parameters of mm - range is submitted.

ЭЛЕКТРОННО-ОПТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ВАКУУМНЫХ ЛЮМИНЕСЦЕНТНЫХ ИНДИКАТОРОВ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

А.И. Жбанов, В.С. Кошелев

Саратовский государственный университет

Разработана вычислительная программа и предложена методика электронно-оптического анализа вакуумных люминесцентных индикаторов методом конечных элементов. Рассчитана конструкция индикатора с низковольтным управлением.

Введение

Создание катодолюминесцентных индикаторов требует детального электронно-оптического анализа конструкции еще на этапе разработки. Широкое распространение персональных компьютеров и развитие численных методов решения задач математической физики позволяют создать для разработчиков данных приборов эффективные программы траекторного анализа.

Цель настоящей работы заключалась в составлении вычислительной программы электронно-оптического анализа и оптимизации конструкции катодолюминесцентного индикатора матричного типа.

Разработанная программа предназначена для расчета электрических полей и траекторий движения заряженных частиц в двумерных плоских областях с учетом пространственного заряда. Программа позволяет получать распределение плотности тока по поверхности светоизлучающих сегментов индикатора. Задача электронно-оптического анализа решается численно методом конечных элементов на персональных компьютерах IBM PC.

1. Постановка задачи траекторного анализа

При проведении траекторного анализа пучка электронов решается самосогласованная задача, которая включает расчет электростатического поля и траекторий электронов с учетом объемного заряда, создаваемого заряженными частицами [1, 2].

Принимается следующая математическая постановка задачи:

- потенциал электростатического поля φ , образованного системой электродов и объемным зарядом частиц с плотностью ρ , удовлетворяет уравнению Пуассона

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = \frac{\rho}{\epsilon \epsilon_0}, \quad (1)$$

где ϵ - коэффициент диэлектрической проницаемости среды; ϵ_0 - электрическая постоянная;

- движение заряженной частицы с массой M и зарядом Z определяется уравнением

$$\frac{d}{dt} \left(M \frac{dr}{dt} \right) = -Z \nabla \varphi + Z \left[\frac{dr}{dt} \mathbf{H} \right], \quad (2)$$

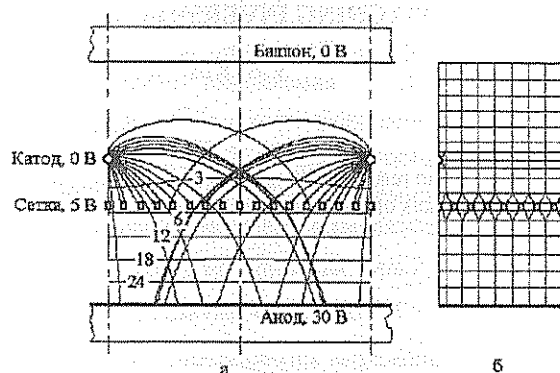
где ∇ - оператор Гамильтона; \mathbf{r} - радиус-вектор частицы; \mathbf{H} - вектор напряженности магнитного поля, которое считается известной функцией координат;

- выполняется условие неразрывности потока зарядов

$$\text{div } \mathbf{j} = \text{div } \rho \mathbf{v} = \frac{\partial \rho}{\partial t}, \quad (3)$$

где \mathbf{j} - плотность тока; \mathbf{v} - среднемассовая скорость.

Для решения задачи траекторного анализа необходимо либо задать начальные условия для пучка заряженных частиц, координаты влета частиц в расчетную область, начальную скорость частиц и ток пучка, либо, как в случае расчета катодолюминесцентного индикатора (рисунок: а - область индикатора с траекториями электронов; б - схема разбиения области), задавать условия выхода электронов с эмиттирующей поверхности.



В нашем случае плотность тока эмиссии определяется по закону "трех вторых" или по формуле Ленгмюра [3]

$$j = 2.33 \cdot 10^{-6} \varphi_a^{3/2} / d^2, \quad (4)$$

где φ_a - потенциал в некоторой точке, расположенной вблизи поверхности катода; d - расстояние от рассматриваемой точки до катода.

2. Расчет электростатических полей

Расчет электростатического поля должен предусматривать учет сложной геометрии конструкции и наличие разномасштабных элементов конструкции. Поэтому анализ электростатического поля может проводиться только численными методами с помощью ЭВМ. В качестве рабочего метода для числен-

А.И. ЖБАНОВ, В.С. КОШЕЛЕВ ЭЛЕКТРОННО-ОПТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ВАКУУМНЫХ ЛЮМИНЕСЦЕНТНЫХ ИНДИКАТОРНОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ЭЛЕКТРОСТАТИКИ БЫЛ ВЫБРАН МЕТОД КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ ЭЛЕКТРОСТАТИКИ ВКЛЮЧАЕТ УРАВНЕНИЕ ПУАССОНА (1) С ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ 1 И 2 РОДА

$$\varphi|_{\Gamma_1} = \hat{\varphi}; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial n}|_{\Gamma_2} = 0, \quad (5)$$

где $\hat{\varphi}$ - заданный потенциал поверхности; n - внешняя нормаль; $\Gamma_1 \cap \Gamma_2$ - поверхность области.

Поставленная задача электростатики (1), (5) эквивалентна вариационной задаче об отыскании минимума квадратичного функционала

$$\chi = \int_V \left[\frac{\varepsilon}{2} (\text{grad} \varphi)^2 + \frac{\rho \varphi}{\varepsilon_0} \right] dv. \quad (6)$$

Для нахождения минимума квадратичного функционала достаточно найти его стационарную точку

$$\delta \chi = 0.$$

При минимизации функционала методом конечных элементов расчетная область разбивается на систему подобластей - конечных элементов $1, \dots, e, \dots, L$, связанных между собой на конечном множестве точек - узлов $1, \dots, i, \dots, j, \dots, K$.

Потенциал внутри произвольного элемента e с узловыми точками i, j, \dots интерполируется с помощью функций формы

$$N_i^e, N_j^e, \dots,$$

зависящих от координат

$$\varphi = [N_i^e, N_j^e, \dots] \cdot [\varphi_i, \varphi_j, \dots] = [N]^e \{\varphi\}^e.$$

Применением стандартной техники метода конечных элементов [4] минимизация функционала сводится к задаче решения системы линейных алгебраических уравнений относительно узловых неизвестных

$$[A] \{\varphi\} = \{F\},$$

где $[A]$ - глобальная матрица "диэлектрической проницаемости" размерности $K \times K$; $\{F\}$ - глобальный вектор "объемного заряда" длиной K .

Решение краевой задачи (1), (6) методом конечных элементов реализовано в универсальной программе АТТКАЗ.

3. Расчет траекторий заряженных частиц

В катодолуминесцентных индикаторах отсутствует внешнее магнитное поле.

Решение задачи траекторного анализа значительно упрощается при использовании треугольных элементов с линейными функциями формы. На линейном треугольнике градиент потенциала не зависит от координат и, следовательно, напряженность электрического поля постоянна в пределах конечно-

го элемента. В этом случае уравнение движения имеет вид

$$\ddot{r} = \frac{Z}{2M} \bar{E} t^2 + \bar{v}_0 t + v_0, \quad (7)$$

где v_0 - начальная скорость частицы r_0 - начальное положение частицы.

Для определения координат вылета частицы из конечного элемента используется уравнение прямой для сторон элемента

$$y = Ax + B, \quad (8)$$

где A - угловой коэффициент; B - свободный член.

Решая совместно (7) и (8), получаем квадратное уравнение относительно τ

$$Z/(2M) (E_y - A E_x) \tau^2 + (v_{y0} - A v_{x0}) \tau + (v_{x0} - A x_0 - B) = 0. \quad (9)$$

В результате решения уравнения (9) находим τ - время пролета частицы через конечный элемент. Уравнение (9) необходимо решить для всех трех сторон конечного элемента при этом получаются несколько значений τ . Отрицательные значения соответствуют пересечению частицей данной стороны в прошлом, поэтому отрицательные значения не соответствуют действительности. Комплексные корни получаются, если траектория не пересекает сторону треугольника. Из всех положительных необходимо выбрать минимальное значение.

Найденные координаты точки и скорости вылета из j -го конечного элемента являются координатами точки и скорости влета в $(j+1)$ -й конечный элемент. Переходя из одного конечного элемента в другой можно вычислить всю траекторию частицы в расчетной области.

Для учета пространственного заряда, создаваемого пучком, используется метод "нитей тока". Эмитирующая поверхность делится на секции, каждая из которых определяет границы "нити тока". Величина тока в k -й нити обозначается I_k . Так как через j -й конечный элемент может проходить n -е число "нитей тока", то суммарный заряд в j -м конечном элементе находится по формуле

$$Q_j = - \sum_{k=1}^n I_k t_{kj} = \rho_j V_j,$$

где V_j - объем j -го конечного элемента.

После вычисления траекторий всех "нитей тока" и коррекции пространственного заряда в конечных элементах мы получаем новое распределение пространственного заряда в анализируемой области. На этом заканчивается одна итерация. В последующей итерации, на основе полученного на предыдущем шаге пространственного заряда, снова решается уравнение Пуассона и вычисляются новые траектории и соответствующее им новое распределение пространственного заряда. Итерации продолжаются до тех пор, пока какой-либо из параметров задачи, изменяющийся в процессе итераций, не будет отли-

часть от предыдущего значения на величину меньше заданной точности решения задачи.

4. Анализ конструкции индикатора матричного типа

На рисунке (а) изображен один период индикатора, равный расстоянию между катодами. При моделировании рассматривается часть индикатора, ограниченная слева и справа плоскостями симметрии. Одна из плоскостей проходит через середину катода перпендикулярно аноду, другая плоскость симметрии располагается по середине между двумя соседними катодами. На рисунке (а) плоскости симметрии показаны штрихпунктирными линиями. Левый и правый полупериоды индикатора зеркально симметричны. О результатах расчета электрического поля можно судить по эквипотенциальным линиям. При траекторном анализе отслеживалось движение более тысячи нитей тока. На рисунке проведено только несколько из них.

На самом деле при численном моделировании рассматривалась только половина периода индикатора.

На левой и правой границе расчетной области (на плоскостях симметрии) ставились условия зеркального отражения заряженных частиц.

Пример разбиения расчетной области на конечные элементы показан на рисунке (б). Отметим, что на рисунке для большей наглядности поперечные сечения проволок катодов и прутков сетки сильно увеличены и изображены в 5 раз крупнее. Кроме того, при решении использовалось более мелкое разбиение, содержащее несколько тысяч узлов. Элементы сгущались к катоду и сетке. Приемы сгущения элементов показаны на рисунке (б).

При расчетах варьировались расстояния между катодами и анодом, сеткой и анодом, шаг сетки. Изменялись потенциалы баллона, сетки и анода. В результате численного моделирования удалось подобрать такие параметры конструкции, чтобы плотность анодного тока была достаточной для свечения люминофора, а неравномерность оседания тока на аноде не превышала 25%.

Библиографический список

1. Алямовский М.В. Электронные пучки и электронные пушки. М., 1966.
2. Молоковский С.И., Сушков А.Д. Интенсивные электронные и ионные пучки. М., 1991.
3. Капцов Н.А. Электроника. М., 1956.
4. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. М., 1979.

ELECTRONIC-OPTICS ANALYZE OF VACUUM INDICATORS BY FINITE ELEMENT METHOD

A.I. Zhibanov, V.S. Koshelev

Saratov State University

It is suggested the solution of Poisson equation for model of vacuum indicators by means of the finite element method. The construction of vacuum low voltage indicator is designed.

ОПТИКА

ЗАВИСИМОСТЬ СПЕКТРОВ ЭЛЕКТРОЛЮМИНЕСЦЕНЦИИ
СВЕТОДИОДОВ НА ОСНОВЕ GaP ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

А.С. Беланов, В.Г. Гайворон, Р.Р. Салимзянов

Московская государственная академия приборостроения и информатики

Обнаружено, что при изменении температуры происходит перераспределение вкладов в зеленую люминесценцию светодиодов на основе GaP донорно-акцепторного и экситонного механизмов рекомбинации.

В светодиодах на основе GaP, легированных Zn и O, наблюдается яркая красная электролюминесценция (ЭЛ). Максимум красной полосы находится при $h\nu_{\max} \approx 1,77$ эВ ($T=295$ K).

Наряду с интенсивной красной полосой регистрируется также слабая зеленая полоса при $h\nu_{\max} \approx 2,18$ эВ. В эксперименте сила тока при всех температурах равнялась 10 мА. Спектры излучения красной полосы при $T=295$ K и $T=78$ K приведены на рис.1 (кривые 1 и 2, соответственно).

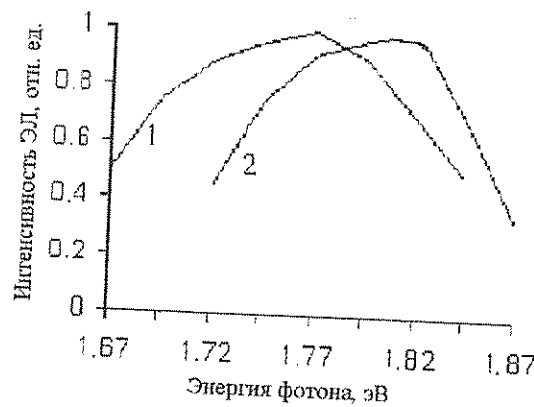


Рис.1

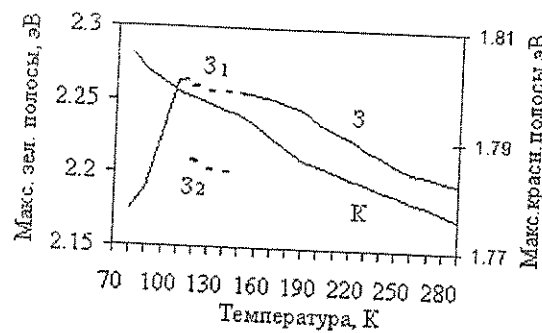


Рис.2

На рис.2 приведена зависимость положения максимума красной полосы от температуры T (кривая К). Природа красной полосы и ее зависимость от температуры хорошо известны [1].

Так, при $T=300$ K значительная доля излучения обусловлена излучательной рекомбинацией свободных дырок с электронами, связанными с акцепторными центрами. При более низких температурах в спектре электролюминесценции главная роль принадлежит красной полосе, хотя нельзя не учитывать вклад в излучательную рекомбинацию пар комбинированных акцептор Zn.

Основное внимание в данной работе уделяется изучению слабой зеленой полосы. На рис.2 приведены зависимости максимума энергии зеленой полосы от температуры (кривая 3).

Отметим, что в области температур 116 K и 78 K зеленая полоса раздваивается на две подполосы (штриховая линия на рис. 2).



Рис.3

Анализ спектральной и температурной зависимости зеленой полосы показывает, что:

1. С уменьшением температуры от $T \approx 160$ K максимум зеленой полосы смещается в коротковолновую область.
2. При $T < 150$ K зеленая полоса излучения отмечалась выше, раздваивается. Расстояние между максимумами зеленой полосы ΔE примерно $0,045 \pm 0,005$ эВ.
3. При $T < 110$ K двухполосная структура вновь имеет один максимум. Максимум зеленой полосы сдвигается в длинноволновую область.

спектра вблизи азотных температур. Указанные превращения зеленой полосы наблюдались при токе 10 мА и меньше.

4. При уменьшении температуры соотношение между интенсивностями максимумов полос Z_2 и Z_1 увеличивается.

Приведенные экспериментальные результаты можно объяснить на основе следующих предположений.

- Зеленая люминесценция при комнатной температуре может быть обусловлена излучательной рекомбинацией экситонов, связанных на примесных центрах или на комплексе Zn-O. Сдвиг максимума зеленого излучения в коротковолновую область с уменьшением температуры совпадает с увеличением ширины запрещенной зоны в данной температурной области.
- Возникновение двугорбой структуры при $T < 160\text{ K}$ обусловлено увеличением вклада в излучение донорно-акцепторной излучательной рекомбинации мелкий донор (S) – мелкий акцептор (Zn).

При уменьшении температуры ниже 160K два конкурирующих механизма вносят вклад в зеленую люминесценцию: экситонная и донорно-акцепторная излучательная рекомбинация.

Чем ниже температура, тем больше вклад донорно-акцепторной рекомбинации. Это предположение позволяет объяснить сдвиг максимума зеленой полосы в длинноволновую область при $T \sim 78\text{ K}$. Увеличение

ширины запрещенной зоны при низких температурах компенсируется уменьшением энергии излучаемого фотона на величину $(E_d + E_a) - e^2/(4\pi\epsilon_0\epsilon r)$, т.к. энергия излучаемого фотона $h\nu = E_g - (E_d + E_a) + e^2/(4\pi\epsilon_0\epsilon r)$ с точностью до величины фонона (E_g – ширина запрещенной зоны, E_d – энергия ионизации донора, E_a – энергия ионизации акцептора, e – заряд электрона, ϵ_0 – электрическая постоянная, ϵ – относительная диэлектрическая проницаемость GaP, r – расстояние между донором и акцептором в паре).

Расстояние между пиками Z_1 и Z_2 порядка энергии оптического фонона. Увеличение отношения интенсивностей максимумов полос Z_2 и Z_1 с уменьшением температуры может служить подтверждением предположения об увеличении вклада в зеленое излучение межпримесной рекомбинации по сравнению с экситонной.

До конца не ясно возникновение и исчезновение двухполосной структуры в определенном температурном интервале. Можно лишь предположить, опираясь на [2], что вклад фононных повторений увеличивается при включении в излучательную рекомбинацию мелких примесей. С другой стороны, возможно, что двухполосная структура обусловлена вкладом в излучательную рекомбинацию двух механизмов рекомбинации: при $T = 78\text{ K}$ доминирует донорно-акцепторная рекомбинация, при $T = 295\text{ K}$ – экситонная рекомбинация.

Авторы благодарны В.Г. Бару и Н.С. Платонову за полезные дискуссии.

Библиографический список

1. Cuthbert J.D., Henry C.H., Dean P.J. // Phys. Rev. 1968. V.170. P.739.
2. Morgan T.N. // Phys. Rev. Lett. 1968. V.21. P.819.

TEMPERATURE DEPENDANCE OF ELECTROLUMINESCENCE SPECTRA OF GaP-DIODES

A.S. Belanov, V.G. Gaivoron, R.R. Salimzianov

Moscow State Academy of Device Construction and Information

It is found that the roles of donor-acceptor and exciton mechanisms of recombination in the green luminescence of GaP-diodes changes under different temperature conditions.

ПРОЯВЛЕНИЕ ПАРАМАГНИТНЫХ СВОЙСТВ КИСЛОРОДА В ПРОЦЕССЕ ТРИПЛЕТ – ТРИПЛЕТНОЙ АННИГИЛЯЦИИ МОЛЕКУЛ АНТРАЦЕНА В ВОДНО - МИЦЕЛЛЯРНЫХ РАСТВОРАХ ДОДЕЦИЛСУЛЬФАТА НАТРИЯ

Г.В. Мельников

Саратовский государственный технический университет

Обнаружено уменьшение с ростом концентрации молекулярного кислорода влияния магнитного поля на интенсивность замедленной флуоресценции, обусловленной триплет-триплетной аннигиляцией молекул антрацена в водно - мицеллярных растворах. Высказано предположение, что подавление магнитного эффекта является результатом ускорения спиновой релаксации в триплетных молекулах антрацена, аннигилирующей пары под действием локальных магнитных полей кислорода.

Известно, что тушение кислородом флуоресценции и фосфоресценции молекул люминофоров нельзя объяснить парамагнитными свойствами кислорода. Однако предполагается, что парамагнетизм кислорода может проявляться в процессах спиновой релаксации в отдельных триплетных молекулах люминофоров. В этой связи было предпринято исследование влияния внешнего магнитного поля (МП) на интенсивность, частично потушенной кислородом, замедленной флуоресценции (ЗФ) молекул антрацена, обусловленной триплет-триплетной аннигиляцией (ТТА) в водно-мицеллярных растворах додецилсульфата натрия (ДДСН).

Выбор водно-мицеллярного раствора обусловлен тем, что мицеллы способны концентрировать молекулы антрацена из объема и экранировать электронно-возбужденные состояния от тушащих примесей. Это способствует эффективному протеканию процесса ТТА вследствие увеличения вероятности перестолкновения между одними и теми же молекулами антрацена, находящимися в мицелле.

При импульсном облучении водно - мицеллярных ($C=10^{-2}$ моль/л) растворов антрацена ($C=10^{-5}$ моль/л), наряду с эффективным Т-Т поглощением, наблюдалось возникновение его слабой ЗФ. Добавление кислорода в исследуемый раствор приводит к уменьшению интенсивности и увеличению константы скорости затухания ЗФ вследствие уменьшения времени жизни триплетных состояний.

В таблице приведены времена жизни τ (мс) триплетных состояний антрацена ($C \cdot 10^{-5}$ моль/л) и относительные изменения ЗФ - $\delta = (I_H - I_0)/I_0$, (%) - в магнитном поле $H=10$ кЭ для различных значений давления воздуха P (атм) над поверхностью водно - мицеллярного раствора ДДСН, здесь I_H и I_0 - интенсивности ЗФ во внешнем магнитном поле и при его отсутствии соответственно.

P	τ	δ
$1 \cdot 10^{-5}$	$4,1 \pm 0,1$	$1,6 \pm 1,5$
$0,2 \cdot 10^{-3}$	$2,7 \pm 0,1$	$2,4 \pm 1,5$
$0,6 \cdot 10^{-2}$	$1,9 \pm 0,1$	$6,3 \pm 1,5$

Согласно [1], ускорение процесса дезактивации триплетных состояний антрацена, вызываемой молекулами кислорода, происходит по механизму, в котором предполагается образование комплексов столкновения триплетной молекулы и молекулы кислорода. Наблюдаемое тушение ЗФ связано с тем, что кислород стимулирует ИКК в молекулах антрацена как из синглетного возбужденного состояния так и из триплетного в синглетное основное состояние [2].

Наложение внешнего магнитного поля на водно-мицеллярные растворы антрацена приводит к уменьшению интенсивности ЗФ антрацена (табл.). Из таблицы видно, что с ростом концентрации кислорода в растворе происходит уменьшение влияния магнитного поля на интенсивность ЗФ.

Для объяснения полученных результатов было предложено следующая модель [3]. ЗФ молекул антрацена возникает в результате многократных перестолкновений триплетных молекул в мицелле. Рассмотрим подробнее, что изменится в триплетной молекуле, испытавшей между перестолкновениями с другой триплетной молекулой столкновение с молекулой кислорода.

Известно [2], что молекулы кислорода парамагнитны. По оценкам [4] парамагнетизм кислорода очень мал, чтобы вызвать ИКК $S_1 \rightarrow T_1$ или $T_1 \rightarrow S_1$ молекул антрацена. Но так как параметр РНП молекул антрацена составляет $\sim 0,07$ см⁻¹ [2], то энергии неоднородного магнитного поля молекул кислорода достаточно, чтобы оказывать влияние на спиновую релаксацию в триплетных молекулах антрацена. Спиновая релаксация в триплетных молекулах антрацена ускоряется в результате хаотических перестолкновений триплетных молекул и молекул кислорода в мицелле.

Эффективность возмущающего действия молекулы кислорода на спиновые состояния триплетных молекул антрацена, участвующих в ТТА, зависит от расстояния, на которое сближаются эти молекулы при диффузионных встречах и концентрации кислорода в мицелле. Ее увеличению способствуют также ограниченные размеры мицеллы. Внешнее магнитное поле уменьшает скорость спиновой релаксации.

Вследствие этого наблюдается конкуренция между влиянием хаотических локальных магнитных полей, создаваемых молекулами кислорода, и влия-

нием внешнего магнитного поля на спиновую релаксацию в триплетных молекулах антрацена.

Библиографический список

1. Kearns D.R., Stone A.J. // J. Chem. Phys. 1971. V.55, N7. P. 3383 - 3389.
2. Мак-Глинн С., Адзуми Т., Киносита М. Молекулярная спектроскопия триплетного состояния. М., 1972.
3. Кеңде Г.А., Левшин Л.В., Мельников Г.В. // 3-я Всесоюз. конф. "Поляризация электронов и ядер и магнитные эффекты в химических реакциях". Новосибирск, 1981. С. 119 - 120.
4. Tsubomura H., Mulliken R.S. // J. Am. Chem. Soc. 1960. N23. P. 5966 - 5974.

THE EFFECT OF PARAMAGNETIC OXIGEN ON THE TRIPLET - TRIPLET ANNIHILATION MOLECULE ANTHRACENE IN SODIUM DODECYL SULFATE MICELLAR SOLUTIONS

G. V. Melnikov

Saratov State Technical University

Decrease magnetic field effects on delayed fluorescence of molecules anthracene was found on increasing concentration molecular oxygen in sodium dodecyl sulphate micellar solutions. Assume supposition, that suppression of magnetic effect, is result of increasing speed spin relacastion in triplet molecules of anthracene annihilation pair under action of local oxygen magnetic fields.

УДК 535.373.2

ВЛИЯНИЕ ВНЕШНЕГО ТЯЖЕЛОГО АТОМА НА СЕНСИБИЛИЗИРОВАННУЮ ФОСФОРЕСЦЕНЦИЮ ПОЛИЦИКЛИЧЕСКИХ АРОМАТИЧЕСКИХ УГЛЕВОДОРОДОВ В МИЦЕЛЛАХ ДОДЕЦИЛСУЛЬФАТА НАТРИЯ

Г.В. Мельников

Саратовский государственный технический университет

С.Н. Штыков, И.Ю. Горячева

Саратовский государственный университет

Изучены процессы триплет-триплетного переноса энергии электронного возбуждения между молекулами триафлавина (донор) и молекулами полициклических ароматических углеводородов (акцептор) в мицеллярных растворах додецилсульфата натрия. Показано, что для наблюдения сенсibilизированной фосфоресценции необходимо присутствие ионов таллия (I). Определены константы скорости изученных процессов.

Наблюдение сенсibilизированной фосфоресценции в мицеллярных растворах описано в литературе для молекул некоторых дикетонов, наиболее часто - для молекул диацетила. Сенсibilизированная фосфоресценция при комнатной температуре (С-ФКТ) других люминофоров не наблюдалась из-за низкого квантового выхода фосфоресценции. Для увеличения интенсивности сенсibilизированной фосфоресценции и расширения границ используемого подхода нами предложено вводить в мицеллярный раствор додецилсульфата натрия (ДДС) внешний тяжелый атом, в качестве которого нами использовались ионы таллия (I).

В качестве модельной системы использовались триафлавин (донор) - пирен и бенз[а]антрацен (акцепторы), а в качестве тяжелого атома использовали катион таллия (I). Выбор данной модельной системы связан с тем, что энергия триплетного уровня триафлавина ($17.8 \times 10^3 \text{ см}^{-1}$) больше, чем у пирена

($16.7 \times 10^3 \text{ см}^{-1}$) и бенз[а]антрацена ($16.6 \times 10^3 \text{ см}^{-1}$). Это является условием осуществления триплет-триплетного (Т-Т) переноса энергии возбуждения [1].

Мы обнаружили, что введение ионов таллия (I) приводит к следующим изменениям:

- резкому увеличению интенсивности сенсibilизированной фосфоресценции;
- сокращению времени жизни сенсibilизированной фосфоресценции.

Изучение кинетики протекающих процессов показало, что в присутствии ионов таллия (I) наблюдается сокращение времени жизни триплетного состояния, как молекул донора, так и акцептора.

На основе полученных зависимостей констант затухания фосфоресценции от концентрации нитрата таллия определены константа скорости тушения триплетных состояний ионами таллия (k_{TI}) и суммарная константа скорости дезактивации триплет-

ных состояний в отсутствии ионов таллия $k_c = (k_{fc} + k_{c'}[Q])$. Полученные значения представлены в таблице.

Характеристики фосфоресценции пирена и бенз[а]антрацена ($C=4 \cdot 10^{-6} M$) в растворе ДДС ($C = 0,05 M$)

Характеристики	Пирен	Бенз[а]антрацен
$\lambda_{фс}, \text{нм}$	595	603
Прямое возбуждение		
$k_c \cdot 10^{-2}, \text{с}^{-1}$	0,7	2,3
$k_{TI} \cdot 10^{-3}, M^{-1}\text{с}^{-1}$	1,5	2,8
Т-Т перенос энергии (донор – триафлавин)		
$k_c \cdot 10^{-2}, \text{с}^{-1}$	0,7	2,4
$k_{TI} \cdot 10^{-3}, M^{-1}\text{с}^{-1}$	9,9	12,3

Из данных, представленных в таблице, видно, что мономолекулярные константы скорости дезактивации триплетных состояний для пирена и бенз[а]антрацена совпадают как при прямом возбуждении, так и при возбуждении по механизму Т-Т переноса энергии. Аналогичная закономерность описана в литературе для низкотемпературной [1] и высокотемпературной [2] фосфоресценции.

В то же время константа скорости тушения триплетных состояний в случае сенсibilизированной фосфоресценции оказалась выше, чем в случае фосфоресценции, возбуждаемой в полосе поглощения молекул ПАУ. По нашему мнению, это связано с одновременным влиянием ионов таллия (I) на возбужденные состояния молекул донора и акцептора энергии.

Библиографический список

1. Ермолаев В.Л., Бодунов Е.Н., Свешникова У.И., Шахвердов Т.А. Безызлучательный перенос энергии электронного возбуждения. Л., 1977.
2. Shtykov S., Melnikov G., Goryacheva I. // J. Mol. Struct. 1999. V.482/483. P.699-702.

THE EFFECT OF AN EXTERNAL HEAVY ATOM ON THE SENSITIZED ROOM TEMPERATURE PHOSPHORESCENCE IN AQUEOUS MICELLAR SOLUTIONS OF SODIUM DODECYLSULPHATE

G.V. Melnikov

Saratov State Technical University

S.N. Shtykov, I.Y. Goryacheva

Saratov State University

The process of triplet-triplet excitation energy transfer between a triphaflavine molecule (donor) and molecules of polycyclic aromatic hydrocarbons (PAH) (acceptor) in micelles of sodium dodecylsulphate was studied. The sensitized room-temperature phosphorescence has been shown to occur in the presence of thallium (I) "heavy" ions. The decay rate constants for PAH molecules' triplet states, as well as the rate constants of these state quenching by thallium ions under the direct excitation in absorption band and by triplet-triplet energy transfer have been determined.

МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА И МАТЕРИАЛЫ

УДК 537.662

МЕДЛЕННЫЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ
В ПРОДОЛЬНО НАМАГНИЧЕННОМ ФЕРРОМАГНИТНОМ СЛОЕ

С.В. Гришин, Ю.П. Шараевский

Саратовский государственный университет

Проведён строгий расчёт энергетических характеристик медленных объёмных электромагнитных волн в продольно намагниченном металлизированном ферромагнитном слое. Выявлены основные особенности этих характеристик при различной толщине ферромагнитного слоя. Полученные результаты используются для более строгой формулировки критерия применимости магнитоэстетического приближения.

Обычно расчёт основных электродинамических характеристик (дисперсии, плотности электромагнитной энергии, групповой скорости, скорости потока и др.) медленных электромагнитных волн, распространяющихся в различных ферромагнитных структурах, проводится с использованием магнитоэстетического приближения [1]. Однако в области малых замедлений (волновых чисел) характеристики электромагнитных волн при строгом решении могут сильно отличаться от рассчитанных характеристик в магнитоэстетическом приближении (см., например, [1-5]).

В настоящей работе на основе строгого электродинамического подхода, развитого в [4,5], приведены результаты расчёта энергетических характеристик медленных объёмных электромагнитных волн, распространяющихся в продольно намагниченном металлизированном ферромагнитном слое. Схематическое изображение анализируемой структуры показано на рис. 1.

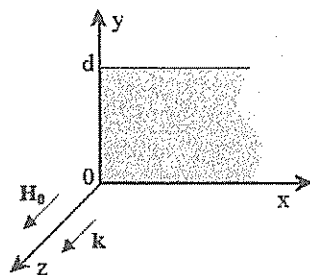


Рис. 1

Используя уравнения Максвелла, а также тензор высокочастотной магнитной проницаемости $\bar{\mu}$ для продольно намагниченного ферромагнетика и соответствующие граничные условия [1,4,5], соотношения для амплитуд компонент электромагнитных волн можно записать в виде

$$e_{0x} = \frac{1}{kk_y\mu_a} \{ [\mu(k_y^2 + k^2) - (\mu^2 - \mu_a^2)k_0^2\epsilon] A \cos k_y y - [\mu k^2 - (\mu^2 - \mu_a^2)k_0^2\epsilon] G \},$$

$$e_{0y} = -i \frac{k}{k_y} (A \cos k_y y - G),$$

$$e_{0z} = A \sin k_y y,$$

$$h_{0x} = i \frac{k_0 \epsilon}{k_y} (A \cos k_y y - G), \quad (1)$$

$$h_{0y} = \frac{1}{\mu_a k_y k_0} [(k_y^2 + k^2 - \mu k_0^2 \epsilon) A \cos k_y y - (k^2 - \mu k_0^2 \epsilon) G],$$

$$h_{0z} = i \frac{\mu(k_y^2 + k^2) - (\mu^2 - \mu_a^2)k_0^2 \epsilon}{kk_0\mu_a} A \sin k_y y,$$

$$G = H \times \frac{\mu(k_y^2 + k^2) - (\mu^2 - \mu_a^2)k_0^2 \epsilon}{\mu k^2 - (\mu^2 - \mu_a^2)k_0^2 \epsilon} A,$$

где при $y=0$ $H=1$, а при $y=d$ $H=(-1)^n$; A - произвольная постоянная; μ и μ_a - компоненты тензора, значения которых приведены в [1]; k - волновое число, $k_0 = \omega/c$, $\omega = 2\pi f$, $k_y = n\pi/d$, d - толщина ферромагнитного слоя, n - номер моды.

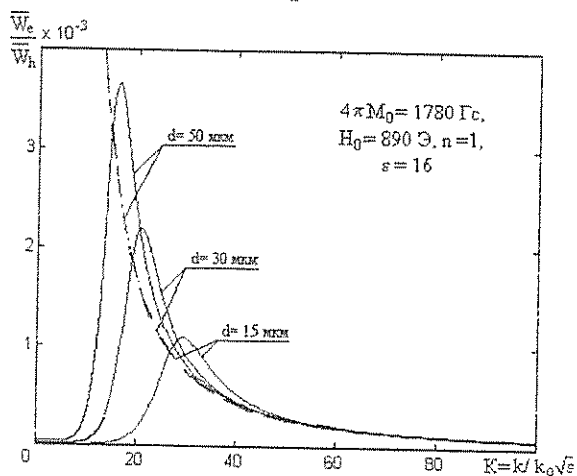
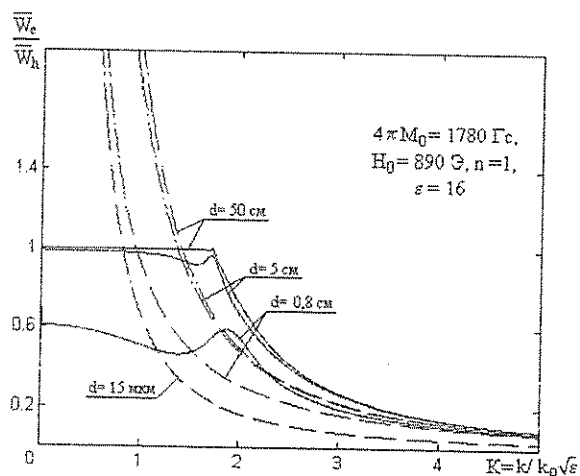
Для анизотропной диспергирующей среды в отсутствии потерь средние плотности электрической и магнитной энергий рассчитываются из следующих соотношений [1]:

$$\bar{W}_e = \frac{1}{16\pi V} \int_V \operatorname{Re} \left(\bar{e} \frac{\partial(\omega \bar{e}^*)}{\partial \omega} \bar{e}^* \right) dV,$$

$$\bar{W}_h = \frac{1}{16\pi V} \int_V \operatorname{Re} \left(\bar{h} \frac{\partial(\omega \bar{h}^*)}{\partial \omega} \bar{h}^* \right) dV, \quad (2)$$

где V - объём ферромагнитного слоя, соответствующий единичной площадке на его поверхности; знак * обозначает комплексно сопряжённую величину.

На рис. 2 представлены результаты расчёта с учётом (1) и (2) зависимостей отношений средних плотностей электрической \bar{W}_e и магнитной \bar{W}_h энергий медленных электромагнитных (сплошные линии) и магнитоэстетических (пунктирные линии) объёмных волн от замедления $K = k/k_0 \sqrt{\epsilon}$ в случае продольно намагниченного ферромагнитного слоя.



б

Рис.2

Из рис.2 видно, что для достаточно толстых слоёв (рис.2,а) отношение $\bar{W}_e / \bar{W}_h \approx 1$ в области малых значений K и начинает быстро уменьшаться с рос-

том K , свидетельствуя о том, что $\bar{W}_h \gg \bar{W}_e$ при больших значениях K . В случае тонких плёнок (рис.2,б) для зависимости \bar{W}_e / \bar{W}_h от K характерно наличие максимума, который с уменьшением толщины плёнки ($d < 50$ мкм) перемещается в сторону больших K ($K \sim 30$), увеличиваясь при этом по ширине. Для толстых слоёв (рис.2,а) эта тенденция сохраняется, хотя максимум выражен менее ярко.

Расчёт зависимости отношения средних плотностей электрической и магнитной энергий от K в магнитостатическом приближении показывает, что в отличие от строгого решения исследуемое отношение в области малых K ($K \sim 0$) стремится к бесконечности при любых d . Соответствие между энергетическими характеристиками, полученными при строгом подходе, и в магнитостатическом приближении, наблюдается при любых толщинах только с увеличением K . Причём качественное совпадение в поведении кривых начинается с некоего порогового значения K , соответствующего максимуму на энергетической характеристике точного решения. Близкое количественное совпадение кривых в слоях начинается с $K \approx 5$ (рис.2,а), а в плёнках с $K \approx 40$ (рис.2,б).

Из результатов расчёта следует, что в случае продольно намагниченного слоя количественное соответствие между энергетическими зависимостями строгого решения и магнитостатического приближения с уменьшением толщины наблюдается только при больших K . Этот результат прямо противоположен данным анализа энергетических характеристик нормально намагниченного слоя [1] и критерию применимости магнитостатического приближения, сформулированному в [5] при сравнении дисперсионных характеристик. Таким образом, результат данной работы имеет принципиальное значение для более точной оценки критерия применимости магнитостатического приближения.

Работа выполнена при финансовой поддержке программы "Университеты России - фундаментальные исследования" (грант № 283) и Федеральной целевой программы "Интеграция" (грант № А 0057/99).

Библиографический список

1. Васьковский А.В., Стальмахов В.С., Шараевский Ю.П. Магнитостатические волны в электронике сверхвысоких частот. Саратов, 1993.
2. Sawado E. // J. Appl. Phys. 1975. V.46, N.11. P. 1134.
3. Панченко М.А., Поваров П.П., Савченко М.А. // ФТТ. 1978. Т. 20, № 5. С. 179–183.
4. Гришин С.В. // Нелинейные дни в Саратове для молодых-98: Сб. материалов науч. шк.-конф. Саратов, 1998. С. 82–85.
5. Шараевский Ю.П., Гришин С.В. // Вопросы прикладной физики. Саратов, 1998. Вып.4. С. 85–88.

THE SLOW ELECTROMAGNETIC WAVES IN THE LONGITUDINAL MAGNETIZED FERROMAGNETIC LAYER

S.V. Grishin, J.P. Sharaevsky

Saratov State University

The strict calculation of the energy characteristics of slow volume electromagnetic waves in the longitudinal magnetized ferromagnetic layer is performed. The basic features of those characteristics at various thickness of the ferromagnetic layer are revealed. The obtained results are used for more strict formulation of the applicability criterion of the magnetostatic approximation.

ИССЛЕДОВАНИЕ НАЧАЛЬНОГО МОМЕНТА СТАРЕНИЯ НАМАГНИЧЕННОСТИ АНСАМБЛЯ ОДНОДОМЕННЫХ ЧАСТИЦ

И.В. Кулаков, М.Н. Куликов

Саратовский государственный университет

Изложены результаты экспериментального исследования изменения намагниченности ансамбля однодоменных частиц в течение первых десятков секунд после окончания намагничивания и проведено их сравнение с выводами теории, основанной на модели тепловых флуктуаций.

В намагниченном теле со временем происходит уменьшение его первоначальной намагниченности, что связано с неравновесностью намагниченного состояния ферромагнетика. Такое старение постоянных магнитов хорошо изучено и описывается известным логарифмическим законом [1]. Менее изучен процесс старения намагниченности ансамблей однодоменных частиц, являющихся основой большинства современных носителей магнитной записи.

Теоретической основой для описания процессов старения в таких системах может служить модель тепловых флуктуаций Неели, которая приводит к известному соотношению [2]

$$M(t) = M(0) / \ln(\tau_2 / \tau_1) \int_{t/\tau_2}^{t/\tau_1} \frac{e^{-y}}{y} dy,$$

где $M(0)$ - намагниченность сразу после выхода из намагничивающего поля; τ_1 и τ_2 - минимальное и максимальное времена релаксации намагниченности отдельных частиц в ансамбле, определенные объемом частиц, константой одноосной анизотропии, намагниченностью насыщения и полем саморазмагничивания.

Зависимости, определяемые соотношением (см. формулу), для $\tau = 0,07$ с показаны на рис.1 (1 - $\tau_2/\tau_1 = 4,11 \cdot 10^7$; 2 - $3,36 \cdot 10^7$; 3 - $7,71 \cdot 10^6$; 4 - $4,92 \cdot 10^6$; 5 - $8,64 \cdot 10^5$; 6 - $4,12 \cdot 10^5$).

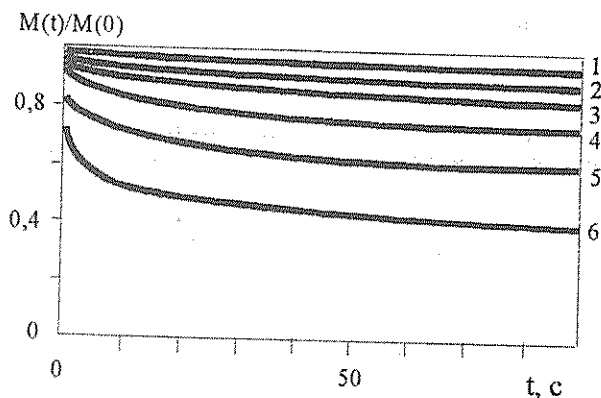


Рис.1

Интеграл в формуле может быть представлен в виде разности интегральных показательных функций от действительного аргумента, которые допус-

кают асимптотические представления на определенных интервалах изменения аргумента.

В частности, для $\tau_1 \ll t < \tau_2$ формула приводит к логарифмическому закону старения. Однако начальный момент старения для $t \sim \tau_1$ простыми аналитическими выражениями не описывается. В то же время знание реального закона старения намагниченности в начальный момент времени позволяет получить информацию о порядках величин τ_1 и τ_2 .

Экспериментальное исследование начального момента старения проводилось на магнитных лентах для видеозаписи, рабочий слой которых можно считать ансамблем слабозаимодействующих однодоменных частиц, анизотропия которых определяется главным образом их игольчатой формой.

Установка состояла из видеоманитофона ВМ-12; генератора высокочастотных сигналов Г4-60; цифровых вольтметров ВЗ-38, измеряющих амплитуды намагничивающего и воспроизводимого сигналов; контрольного осциллографа С1-81 для наблюдения формы воспроизводимого сигнала; специального коммутирующего устройства.

Принцип работы установки заключался в следующем: видеоманитфон с магнитной лентой устанавливался в режим стоп-кадра, и через коммутирующее устройство гармонический сигнал от генератора подавался непосредственно на одну головку и записывался на магнитную ленту вдоль одного наклонного трека (следа). Затем с помощью коммутирующего устройства выключался генератор и одновременно головка переключалась на вход усилителя воспроизведения, на выходе которого и измерялась амплитуда воспроизводимого сигнала как функция времени. Так как система воспроизведения линейна, то напряжение на выходе усилителя будет пропорционально амплитуде усредненной по толщине магнитного слоя намагниченности. Использование режима стоп-кадра позволило избежать потерь времени, связанных с обратной перемоткой ленты и тем самым максимально приблизить начало отсчета изменения намагниченности к моменту окончания процесса намагничивания, и обеспечило точное прохождение магнитной головки по одному и тому же участку ленты в процессе намагничивания и воспроизведения, что резко повысило воспроизводимость результатов.

Экспериментальная зависимость старения намагниченности (рис.2), полученная для лент, магнитный слой которых состоит из частиц кобальтированного гамма-оксида железа или диоксида хрома, показала, что наблюдается резкое (на 30 - 40%) падение уровня записи, т.е. намагниченности, в первые 2-10 с после чего в течение 2-3 минут происходит замедление скорости падения. В дальнейшем уровень сигнала практически не изменяется.

Обработка результатов измерений заключалась в подборе таких значений τ_1 и τ_2 в соотношении (1).

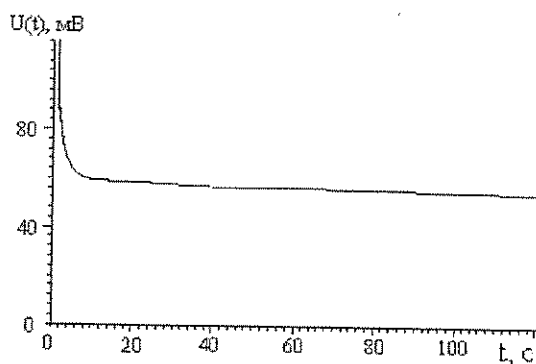


Рис.2

при которых достигается наилучшее соответствие между теоретическими и экспериментальными данными.

Численные расчеты на ЭВМ при учете параметрической зависимости от полей саморазмагничивания показали, что величина τ_1 для исследуемого носителя оценивается в $0,07 \div 0,01$ с, а τ_2 - в 10^4 с.

Качественное соответствие экспериментальных и расчетных данных показывает, что механизм тепловых флуктуаций может служить основой для модели старения намагниченности ансамбля однодоменных частиц, особенно на его начальном этапе. С другой стороны, экспериментальные результаты дают слишком малое значение τ_2 , хотя известно, что магнитная запись сохраняется достаточно долго [3]. Это указывает на то, что на начальном этапе старения величина τ_2 определяется не столько анизотропией формы, сколько кристаллографической анизотропией. В случае кубической кристаллографической решетки это приводит к наиболее вероятному повороту намагниченности не на 180, а на 35 град. 16 сек. (для отрицательных K_1), что вызывает лишь частичное размагничивание системы.

Библиографический список

1. Миткевич А.В. Стабильность постоянных магнитов. Л., 1971.
2. Тикадзуми С. Физика ферромагнетизма. Магнитные характеристики и применение. М., 1987.
3. Элиасберг Н.В. и др. // Проблемы техники и экономики телевизионного вещания. Тр. ВНИИТР. М., 1982. С. 112 - 115.

INVESTIGATION OF THE MAGNETIZATION AT START OF ITS DEGRADATION FOR SINGLE-DOMAIN PARTICLES ENSEMBLE

I.V. Kulakov, M.N. Kulikov

Saratov State University

The results of experimental investigation of alteration magnitude of magnetization of ensemble single-domain particles during first 100 sec. after termination of magnetization are expounded. It is compared experimental results with conclusions of theory of thermal fluctuation.

УДК 537.874

ВОЗБУЖДЕНИЕ МАГНИТОСТАТИЧЕСКИХ ВОЛН В ФЕРРИТ-ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ СТРУКТУРАХ (ФПС)

И.В. Кулаков

Саратовский государственный университет

Представлены соотношения для расчета возбуждения МСВ в феррит-полупроводниковых структурах для общего случая. Обсуждаются результаты расчетов возбуждения объемных МСВ и возможности возникновения связи в составной структуре по МСВ.

ФПС представляет собой слоистую систему, содержащую планарную транзисторную биполярную структуру (БТС) и ферритовый элемент (ФЭ) (в данном случае - пластина), соприкасающиеся в плоскости эмиттерной металлизации (рис. 1).

В работе рассмотрены процессы возбуждения высокочастотными токами эмиттерной и базовой

металлизации БТС магнитостатических волн (МСВ) в ФЭ. Используя численное разложение интегральных токов базы и эмиттера (полученные в результате решения нестационарной задачи для БТС [1]) во временной ряд Фурье

$$I_a = \sum J_{ia}(\cos(i\omega t) + \phi_{ia}), I_b = \sum J_{ib}(\cos(i\omega t) + \phi_{ib}),$$

выразим компоненты электромагнитных полей ТЕ-моды МСВ в плоскости $y = -h$, распространяющейся в направлении Ox , через поверхностные проницаемости μ_s^+ и амплитуды i -гармоник токов (которые, вообще говоря, комплексные) [2].

Поверхностные проницаемости для структуры рис.1 имеют следующий вид [2]:

$$\mu_s^+(-h) = \frac{\rho(th(kl) + \sqrt{\mu}th(\sqrt{\mu}kd)) + th(kh)(1 + \mu^{-0.5}th(kl)th(\sqrt{\mu}kd))}{\rho th(kh)(\sqrt{\mu}th(\sqrt{\mu}kd) + th(kl)) + 1 + \mu^{-0.5}th(kl)th(\sqrt{\mu}kd)}$$

$$b_{ye,b}(y=-h) = \frac{4\pi}{c} j_{ie,b} k \frac{\mu_s^- \mu_s^+}{\partial(\mu_s^- - \mu_s^+)}_{k=k_0} e^{j(k_0 x - \omega t)}$$

$$e_{ze,b} = -\omega_1 \frac{b_{ye,b}}{ck_0}, h_{xe,b} = -j \frac{b_{ye,b}}{\mu_s^-}$$

$$\mu_s^-(-h) = -j\rho Y^{-1}(k), \mu = \frac{\omega_0(\omega_0 + \omega_M) - \omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

$$\omega_M = 4\pi M_s, \omega_H = \gamma H_0, j_k = \frac{\sin\left(\frac{kW}{2}\right)}{\frac{kW}{2}}$$

Поверхностный импеданс для полупроводникового слоя $Y^{-1}(k) = j(1+2j(\delta k)^{-2})^{0.5}$, где $(\delta \cdot h) = c(2\pi\omega\sigma)^{0.5}$, а проводимость полупроводниковой структуры σ выражается через концентрации электронов и дырок и их подвижности n, p, μ_n, μ_p , соответственно: $\sigma(h=0) = e(n\mu_n + p\mu_p)$, где e - заряд электрона; c - скорость света; $k_0 = k_1 + jk_2$ определяется из дисперсионного уравнения $\mu^- - \mu^+ = 0$.

Расчетные зависимости действительных (кривые 1) и мнимых частей (кривые 2) k_0 и $b_{ye,b}(x_3, y = -h, t_1 + \Delta t_{l+1})$ представлены на рис.2,3 для различных гармоник тока эмиттера ($U_{eb} = 0.3\sin(\omega_0 t) - 0.9$ В, $U_{cb} = 1.0$ В, $H_0 = 2000$ Э, $M_s = 1700$ Гс, $d = 10^{-2}$ см, $h = 0, 1 \rightarrow \infty$). Значения действительной и мнимой частей постоянной распространения k_0 в диапазоне $\omega_H < \omega < ((\omega_H + \omega_M)\omega_H)^{0.5}$ не превосходят 10^3 см. Амплитуды составляющей b_y (для данных подвижностей и концентраций зарядов) не превосходят $5 \cdot 10^{-20}$ Гс.

Далее можем непосредственно рассчитать z -компоненту электрического поля в момент времени $t_1 + \Delta t_{l+1}$ на отрезке $[x_3, l_x]$. Переходя от производных к конечным разностям: $e(y_j) = -(\phi_{1j} - \phi_j)/h_{1j}$ ($j_{01} < j < j_{02}$), фиксируя ϕ_{1j} , находим ϕ_{0j} - граничное значение потенциала в j -точке базового контакта.

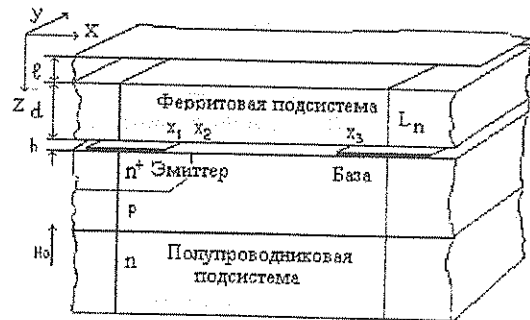


Рис.1

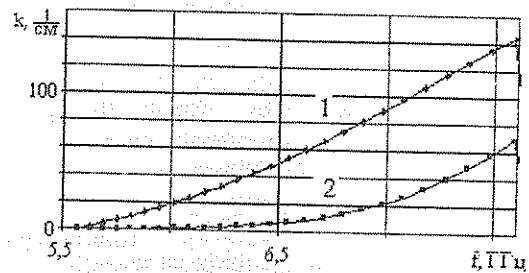


Рис.2

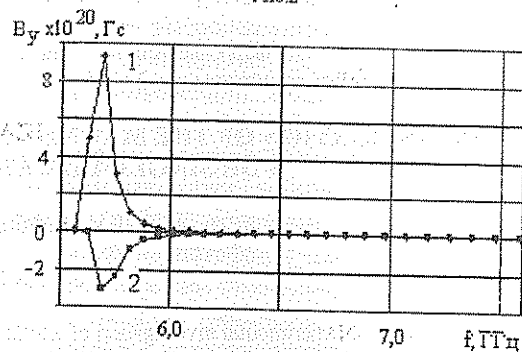


Рис.3

Расчеты показывают, что в допустимом диапазоне вариации параметров амплитуды полей e_z и b_y недостаточны для создания связи по токам металлизации базы и эмиттера и в магнитоэлектрическом приближении влиянием МСВ на токи в электродах БТС можно пренебречь.

Библиографический список

- Игнатьев А.А., Кулаков И.В. // Вопросы прикладной физики. Саратов, 1998. Вып.4. С. 62 - 63.
- Стальмахов В.С., Вапковский А.В., Шараевский Ю.П.

Магнитоэлектрические колебания и волны в электронике сверхвысоких частот. Саратов, 1993.

EXCITATION OF MAGNETOSTATIC WAVES IN FERRITE-SEMICONDUCTOR STRUCTURES

I.V. Kulakov

Saratov State University

The paper discussed the excitation of magnetostatic waves (MW) in ferrite-semiconductor structures (FSS). Theoretical equations for general event are shown. The results of calculations of excitation magnetostatic volume mode and possibility of arising a relationship in FSS component structure on MW.

ХИМИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 5

О ВЫБОРЕ СПОСОБА ВЫРАЖЕНИЯ СОСТАВА РАСТВОРА
ПРИ ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКОМ АНАЛИЗЕ ЖИДКОСТЕЙ

В.Н. Карцев, А.А. Мостовой, А.В. Зборовский

Саратовский государственный университет

Обращается внимание на то, что надо осторожно относиться к выбору единиц выражения концентрации раствора при физико-химическом анализе. Так, при равенстве объемных долей компонентов реального и идеального растворов их составы различны.

При физико-химическом анализе наиболее обоснованные выводы получают при сопоставлении свойств исследуемого раствора с раствором сравнения, роль которого часто выполняет идеальный раствор. Но первый вопрос, с которым сталкиваются, приступая к анализу сопоставляемых свойств идеального и реального растворов, почти всегда звучит так: «В каких единицах выражать концентрацию растворов?». Ответ однозначен: «Единицы измерения концентрации растворов должны быть такими, чтобы при их равенстве имело место равенство составов идеального и реального растворов». Очевидно, что это требование обеспечивается равенством мольных долей каждого i -го компонента идеального и реального растворов:

$$X_{i \text{ ид}}(N) = X_i(N). \quad (1)$$

Однако особенности проведения эксперимента или удобства расчета свойств растворов нередко заставляют выражать их составы в массовых (весовых) долях $-X(m)$, объемных долях $-X(V)$ и т.п.

Так, изотермическую сжимаемость идеального раствора, $\beta_{T \text{ ид}}$ удобно рассчитывать по аддитивной зависимости от состава, выраженного в объемных долях. Чтобы убедиться в этом, выражение для его объема

$$V_{\text{ид}} = \sum_{i=1}^n V_i,$$

где V_i — объем занимаемый i -й компонентой жидкости при заданных P и T , продифференцируем по давлению при постоянной температуре:

$$(\partial V_{\text{ид}}/\partial P)_T = \sum_{i=1}^n (\partial V_i/\partial P)_T.$$

Это выражение преобразуем к виду

$$(\partial V_{\text{ид}}/\partial P)_T/V_{\text{ид}} = \sum_{i=1}^n [(\partial V_i/\partial P)_T/V_i] \times (V_i/V_{\text{ид}}).$$

Учитывая в последнем равенстве определение термической сжимаемости идеального раствора также то, что $\beta_{T i} = -(\partial V_i/\partial P)_T/V_i$ — изотермическая сжимаемость i -го компонента раствора, $V_i/V_{\text{ид}} = X_{i \text{ ид}}(V)$ — его объемная доля в идеальном растворе, получим искомое утверждение

$$\beta_{T \text{ ид}} = \sum_{i=1}^n \beta_{T i} \times X_{i \text{ ид}}(V).$$

Дифференцируя объем идеального раствора по температуре при фиксированном давлении и пропорциональные, только что сделанные преобразования мы получим уравнение для расчета его термического коэффициента объемного расширения:

$$\alpha_{\text{ид}} = \sum_{i=1}^n \alpha_i \times X_{i \text{ ид}}(V),$$

где α_i — термический коэффициент объемного расширения i -го компонента раствора.

В работе [1] показано, что удельный объем идеального раствора рассчитывается по аддитивной зависимости от состава, выраженного в весовых долях мольный объем — по мольно-аддитивной зависимости. В этой же работе [1] собраны сведения и приведены уравнения для расчета иных свойств идеальных жидких растворов: показателя преломления, диэлектрической проницаемости, оптической плотности, и спектральной интенсивности, полос поглощения и т.д. Вернемся к вопросу: какие единицы измерения концентраций гарантируют, что при их равенстве имело место равенство составов идеального и реального растворов? Как отмечалось, априори, это гарантируется равенством (1).

При равенстве мольных долей компонентов сопоставляемых идеального и реального растворов равны и массовые (весовые) доли их компонентов

$$X_{i \text{ ид}}(m) = X_i(m).$$

В.Н. КАРЦЕВ, А.А. МОСТОВОЙ, А.В. ЗБОРОВСКИЙ

Действительно, по определению

$$X_{i \text{ид}}(m) = M_i \times X_{i \text{ид}}(N) / \sum_{i=1}^n M_i \times X_{i \text{ид}}(N),$$

где M_i – молярная масса молекул сорта i .

Сравнивая последние два равенства при соблюдении условий (1), получим наше утверждение

$$X_{i \text{ид}}(m) = X_i(m). \quad (4)$$

Совершенно иная ситуация имеет место при сопоставлении реального и идеального растворов, составы которых выражены в объемных долях. По определению $X_i^{ид}(V) = V_i/V^{ид}$, а $X_i(V) = V_i/V$, где V и $V^{ид}$ – объем реального раствора и его идеального аналога, соответственно. Найдем отношение

$$X_i^{ид}(V)/X_i(V) = V/V^{ид}. \quad (5)$$

Разницу $V/V^{ид} = V^E$ называют избыточным объемом. Как правило $V^E \neq 0$. Это вызвано тем, что объем конденсированной среды является внутренним параметром, т.к. он определяется (задается) распределением в пространстве входящих в систему химических частиц и не зависит от положения внешних тел. Межмолекулярные взаимодействия в идеальном и реальном растворах различны, различны и объемы, занимаемые идеальным и реальным растворами (несмотря

О ВЫБОРЕ СПОСОБА ВЫРАЖЕНИЯ СОСТАВА РАСТВОРА на равенство их составов). Итак, объем реального раствора можно выразить через его объем идеального аналога и избыточный объем: $V = V^{ид} + V^E$. Учитывая это в равенстве (5), получим

$$X_i^{ид}(V)/X_i(V) = 1 + (V^E/V^{ид}). \quad (6)$$

Отношение (6), в общем случае, отлично от единицы. Значит при равных составах идеального и реального растворов объемные доли их соответствующих компонентов различны (за исключением случая, когда $V^E = 0$), т. е., при $X_i(N) = X_i^{ид}(N)$ $X_i(V) \neq X_i^{ид}(V)$. Поэтому нельзя сопоставлять идеальный и реальный растворы при равных значениях их объемных долей компонентов: это два разных вещества.

Подведем итог изложенному. Выбирая идеальный раствор в качестве раствора сравнения для реального раствора, мы должны осторожно относиться к выбору способа выражения их составов. Требование равенства мольных долей компонентов растворов или же требование равенства весовых долей компонентов растворов обеспечивает равенство составов сопоставляемых растворов. Если же составы выражены в объемных долях, то у нас нет оснований считать, что при равенстве объемных долей их компонентов мы имеем жидкости одинаковых составов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант №97-03-33393а).

Библиографический список

1. Аносов В.Я., Озерова М.И., Фиалков Ю.Я. Основы физико-химического анализа. М., 1976.

ON THE CHOICE OF THE WAY OF PRESENTING THE SOLUTION INGREDIENTS IN PHYSICAL-CHEMICAL ANALYSIS OF LIQUIDS

V.N. Kartsev, A.A. Mostovoy, A.V. Zborovskiy

Saratov State University

It is emphasised that one should be careful when choosing the way of presenting the solution concentration in physical-chemical analysis. Thus, when volume shares of the components of real and perfect mixtures are equal, their ingredients are different.

К ЗАДАЧЕ МЕЖМОЛЕКУЛЯРНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В РАСТВОРЕ

В.Н. Карцев, А.А. Мостовой, А.В. Зборовский

Саратовский государственный университет

Предложена система уравнений, выражающая задачу межмолекулярного взаимодействия в растворе методом фазовых переходов.

Межмолекулярные взаимодействия (ММВ), как известно, ни в одном эксперименте непосредственно не измеряют. Измеряют различные характеристики веществ, функционально связанные с ММВ. Если явный вид этой связи не известен, то оценить силу ММВ можно, используя метод физико-химического анализа [1,2]. При этом успех в решении задачи ММВ во много зависит от удачи в выборе модели сравнения.

Индивидуальность межмолекулярного взаимодействия для каждого сорта молекул до сих пор является камнем преткновения в создании единой модели жидкости. Проще оказалось разработать модель и развить теорию идеального жидкого раствора [3-5]. Это счастливое обстоятельство позволяет в качестве модели сравнения или исходной модели реального раствора выбрать ему соответствующий идеальный раствор. Теория поставляет формулы для расчета свойств идеального раствора по значениям свойств чистых компонентов [2-6]. Данные о свойствах реального раствора получают из эксперимента. Отличия свойств идеального и реального растворов, естественно, связывают с отличиями ММВ этих растворов: чем больше отличия в ММВ идеального и реального растворов, тем нагляднее разница их свойств. Так, в общих чертах, может быть представлен путь оценки ММВ методом физико-химического анализа.

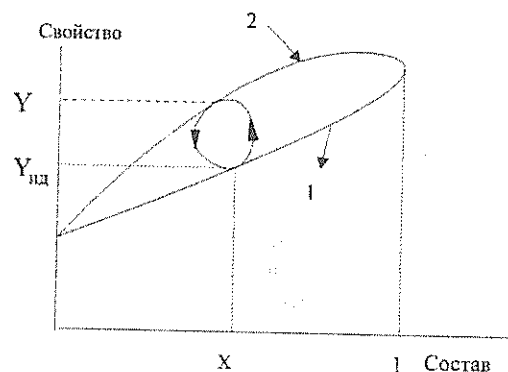
Но здесь следует признать, что если физическая часть задачи ММВ в растворе определена (сформулирована), то математического ее оформления нет.

Нам кажется, что можно устранить этот пробел. С этой целью проанализируем условия гипотетического перехода раствора из идеального в реальное состояние.

В основу наших рассуждений заложим следующий постулат: коллективные процессы образования, разрыва или резкого изменения межмолекулярных связей в терминологии равновесной термодинамики являются фазовыми переходами.

Пусть некоторое свойство идеального раствора $Y_{ид}$ изменяется как функция состава, например, по линейному закону, а это же свойство реального раствора – по любому иному закону (рисунок, на котором изображена диаграмма состав – свойство: 1 – идеальный раствор, 2 – реальный раствор).

Поставим следующий мысленный эксперимент. В идеальном растворе состава X со свойством $Y_{ид}$ включим реальные межмолекулярные связи. Тогда он превратится в реальный раствор, при этом свойство $Y_{ид}$ перейдет в Y . Выключив реальные межмолекулярные связи, мы заставим раствор осуществить обратный переход.



лекулярные связи, мы заставим раствор осуществить обратный переход.

Потребуем, чтобы включение и выключение связей было самопроизвольным. Тогда процесс превращения будет обратимым. Необходимыми условиями такого превращения являются:

1. Существование двух растворов (идеального и реального), т.е. двух жидких фаз в единой системе. Напомним, что условием равновесия двух фаз является равенство их интенсивных параметров [7]: температур – T , давления – P , химических потенциалов одинаковых компонентов $\mu_{ид} = \mu_i$ (здесь i – индекс компонента).
2. Система должна быть изолированной с тем, чтобы быть уверенным, что внешние силы не являются причиной превращений (идеальный раствор) \leftrightarrow (реальный раствор), т.е.

$$\begin{aligned} S_{ид} + S &= const, \\ m_{ид} + m &= const, \end{aligned}$$

где S и m – символы энтропий и масс идеального и реального растворов соответственно.

3. Составы фаз должны быть одинаковыми.

Если это не выполняется, то при переходе всего вещества из идеального состояния в реальное (или наоборот), мы получим жидкость иного (отличного от заданного) состава. Равенство составов идеального и реального растворов означает равенство мольных долей каждого их компонента: $X_{i,ид} = X_i$.

Таким образом, условия перехода гомогенного идеального раствора в реальное состояние только благодаря включению (или выключению) реальных межмолекулярных связей математически выразятся следующей системой уравнений:

$$\left. \begin{aligned} T_{ид} &= T, \quad P_{ид} = P, \quad \mu_{i,ид} = \mu_i, \quad X_{i,ид} = X_i, \\ S_{ид} + S &= const, \quad m_{ид} + m = const \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Убедимся, что переход, описываемый системой уравнений (1), не запрещен. Но прежде отметим, что в уравнения (1) включены параметры, определяющие любое свойство термодинамической системы. Поэтому для системы (1) неважно какое конкретное свойство у вещества анализируется при сопоставлении идеального и реального растворов. В этом смысле уравнения (1) универсальны.

Химический потенциал идеальной подсистемы

$$\mu_{ид} = \sum_{i=1}^n X_{i,ид} \mu_i, \quad (2)$$

а реальной подсистемы

$$\mu = \sum_{i=1}^n X_i \mu_i. \quad (3)$$

Сопоставляя (2) и (3) при соблюдении условий (1): $X_{i,ид} = X_i$ и $\mu_{i,ид} = \mu_i$ найдем, что для нашего превращения характерным является равенство химических потенциалов подсистем $\mu_{ид} = \mu$. Таким образом, уравнения (1) можно записать в тождественной, но более компактной форме:

$$\left. \begin{aligned} T_{ид} &= T, \\ P_{ид} &= P, \\ \mu_{ид} &= \mu, \\ S_{ид} + S &= const, \\ m_{ид} + m &= const. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Формально система уравнений (4) представляет собой условия равновесия двухфазной однокомпонентной системы. Термодинамическая вариантность такой системы $f = 1$, т.е. система моновариантна. Это означает, что в системе уравнений (4) независимо может изменяться один из интенсивных параметров.

При физико-химическом анализе сопоставление идеального и реального растворов мы обычно проводим при атмосферном давлении. Накладывая это ограничение на давление, мы получим систему

$$T_{ид} = T,$$

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант №97-03-33393а).

Библиографический список

1. Курнаков Н.С. Введение в физико-химический анализ. М.; Л., 1940.
2. Аносов В.Я., Озерова М.И., Фиалков Ю.Я. Основы физико-химического анализа. М., 1976.
3. Шахпаронов М.И. Введение в молекулярную теорию растворов. М., 1956.
4. Пригожин И.Р. Молекулярная теория растворов. М., 1990.
5. Дуров В.А., Агеев Е.П. Термодинамическая теория растворов неэлектролитов. М., 1987.
6. Иоффе Б.В. //Успехи химии. 1960. Т.29, №2. С. 137.
7. Гиббс Дж.В. Термодинамика. Статистическая механика. М., 1982.
8. Сторонков А.В. Термодинамика гетерогенных систем. Л., 1967. Ч.1-2.

ON THE PROBLEM OF MOLECULAR INTERACTION IN THE SOLUTION

V.V. Kartsev, A.A. Mostovoy, A.V. Zborovskiy

Saratov State University

An equation system which represents the problem of molecular interaction in the terms of phase transitions is presented.

$$P_{ид} = P = P_{атм.}$$

$$\mu_{ид} = \mu,$$

$$S_{ид} + S = const,$$

$$m_{ид} + m = const,$$

с термодинамической вариантностью равной нулю, т.е. невариантную систему. Следовательно, обратимое превращение (идеальный раствор) \leftrightarrow (реальный раствор) или наш мысленный эксперимент возможен не при произвольной, а только при вполне определенной невариантной температуре

$$T_{ид} = T = T_{н.}$$

Но возможно ли такое превращение при фиксированных интенсивных параметрах системы? Для ответа на этот вопрос найдем полную вариантность системы F . При материальной изоляции системы $F=2$ (правило Дюгема [8]). Но наша система, кроме того, и энергетически изолирована. Это уменьшает ее полную вариантность на единицу. Поэтому $F=1$, и в системе возможны единственные процессы: изоэнтропические фазовые реакции. В результате таких реакций происходит миграция энергии по пространству, занятому веществом системы, без ее общего изменения.

Итак, процесс, графический образ которого изображен на рисунке, не запрещен, он протекает через изоэнтропические фазовые реакции и описывается системой уравнений

$$\left. \begin{aligned} T_{ид} &= T = T_{н.}, \\ P_{ид} &= P = P_{атм.}, \\ \mu_{ид} &= \mu_i, \\ X_{i,ид} &= X_i, \\ S_{ид} + S &= const, \\ m_{ид} + m &= const. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Иначе, система уравнений (5) описывает обратимый процесс коллективного переключения идеальных межмолекулярных связей на реальные связи. Поэтому вопрос о ММВ в растворе непосредственно связан с решением системы уравнений (5).

ГЕОФИЗИКА ГИДРОСФЕРЫ И АТМОСФЕРЫ

INCOMING SOLAR RADIATION AFTER VOLCANIC ERUPTION

L.M. Minkin

Portland State University, Portland, Oregon, USA

An analytical solution of a transport equation for a 1-D longitudinal model is given to determine the spreading of aerosols after volcanic eruptions. The comparison with the available numerical results confirms the validity of the assumptions made. The kinetics of changing of the cumulative incoming solar radiation after the volcanic eruption strongly depends on the latitude of the eruption. The global incoming solar radiation (GISR) after an equatorial eruption has a minimum after about 0.4 month; the dynamics of this process does not depend on initial solar declination angle. On the contrary, the change of GISR after the pole eruption strongly depends on initial declination angle: in this case the shape-function of global solar radiation can even have some extremes and the positions of the first minimum of these functions have a wide range, changing from 0.05 yr up to 1 yr., and the attenuation of GISR can change 1.5 times in this case.

Introduction

Volcanic gases and dust injected into the atmosphere by volcanic eruption can seriously influence global climate [1-4]. However, many uncertainties still exist. The discussions on this topic became especially important for comparison of the relative roles of sulfate aerosols and greenhouse gases in climate forcing [5,6]. For evaluation of volcanic eruption action on a global incoming short-wave radiation this time-dependable function must be examined.

There are many different and indefinite data concerning this function. Substantial cooling of Northern Hemisphere temperature during the first 2 or 3 month following several major volcanic eruptions in the Northern Hemisphere was found [7], some researches have detected drops in global temperature of several tenths of a degree within 1 to 2 years of volcanic eruptions [5], several papers have suggested an immediate hemispheric cooling 1 to 3 months after an eruption [4], Ardanuy *et al.* [8] suggested seven-month linear increase of global perturbation albedo as aerosols diffused globally after the 1982 EL Chichon eruption and exponential decrease with time as the aerosols were scavenged or otherwise last from atmosphere.

Budyko [9] and Budyko *et al.* [10] gave in all cited books the same graph of a direct radiation after the eruption of the Katmai volcano in Alaska in spring 1912, which has the minimum within 2 months after the eruption.

These examples show large uncertainties for the shape-function of the incoming solar radiation. These uncertainties are related to inadequateness of the existing physical models indefiniteness of chemical and physical characteristics the aerosol and not completed monitored data. To reveal the importance of the different factors influencing incoming solar radiation, it is reasonable to explore an analytical model, at least, at the initial stage of the research. It allows one to clarify the problem.

Some authors do not give adequate information for the interpretation of presented data. For example, in [10,11] the curve of the shape-function of the direct radiation after the eruption is "based on observational data obtained at several radiation stations in Europe and

America", although it is obvious that the shape of this function is very critical to the location of the registration stations.

Apparently, it is not the global solar radiation and therefore the cited graph does not allow one to evaluate the significance of influence of volcanic eruption on global climate and does not give the information about the dynamic of the change of direct solar radiation. It might be proposed that the global direct solar radiation after a volcanic eruption depends on space and time coordinate of volcano, its capacity, aerosol optical properties, and their lifetime. According to this assumptions the minimum of the named function must be defined by the called parameters.

At the first stage of the consideration of the kinetics of a global changing of direct solar radiation after a volcanic eruption, the problem of an aerosol spreading must be solved. Detailed large-scale global transport analysis is given in [12].

Authors considered the horizontal spreading of a one-time injection in the mid-latitude as a function of time. They solved this problem numerically. The choice of injection function defines the solution of this problem. One can suggest that the shape of an injection function and a place of the injection are important factors defining the kinetics of spreading of volcanic aerosols.

Authors of the cited paper made their calculations for an instantaneous injection at latitude $\varphi = 45^{\circ}S$, supposing nearly trapezoidal shape of the injection function. Using numerical method it is very difficult to solve the partial differential diffusion equation with point instantaneous source, that is likely the reason for the chosen trape-zoidal function.

To understand the global distribution of volcanic aerosols a wide spectrum of factors must be taken into consideration. It is more realistic to suggest the injection function as Dirac's δ -function. It is also important to investigate the dependence of spreading effect of latitude of volcanic eruption and lifetime of aerosols. After that the magnitude of incoming solar radiation after the volcanic eruption can be found. We solve this problem analytically which can give insight of the considered problem.

1. Mathematical Model

We apply a 1-D latitudinal model, which was used by Czeplak and Jung [15] for calculation of the inter-hemisphere exchange rate. Most trace gases are zonally well mixed. It is reasonable to consider a volcanic eruption as an instantaneous point source that allows us to formulate this mathematically as follows: we must solve the transport equation (written in polar coordinates)

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \mu} [K(\mu)(1-\mu^2) \frac{\partial C}{\partial \mu}] - \eta C \quad (1)$$

with the initial and boundary conditions

$$c(\mu, 0) = N_0 \delta(\mu - \mu_0), \quad (2)$$

$$\left(\frac{\partial c}{\partial \mu}\right)_{\mu=\pm 1} = 0. \quad (3)$$

Here C is a vertically and zonally average aerosol concentration (or mixing ratio); $K(\mu)$ is a large-scale horizontal eddy diffusion coefficient; $\mu = \sin\varphi$; φ is geographical latitude; t is time; η^{-1} is life-time of the tracer; μ_0 is the coordinate of a volcanic eruption; R is the Earth's radius; $N_0/2 = N/4\pi R^2$ is a uniform global concentration distribution of aerosols; N is a number of injected particles.

Eq(3) is based on the condition of flux absence across the boundary $\mu = \pm 1$.

Despite the simplification but with variable $K(\mu)$ Eq(1) is very complicated. There are experimental data for the horizontal eddy diffusion coefficient $K(\mu)$ which we approximate by the simple equation

$$K(\mu) = K_0 / (1 - \mu^2), \quad (4)$$

where $K_0 = 1.25 \cdot 10^6 \text{ m}^2/\text{s}$.

Fig. 1 illustrates the comparison between the available experimental data and the approximation defined by Eq(4).

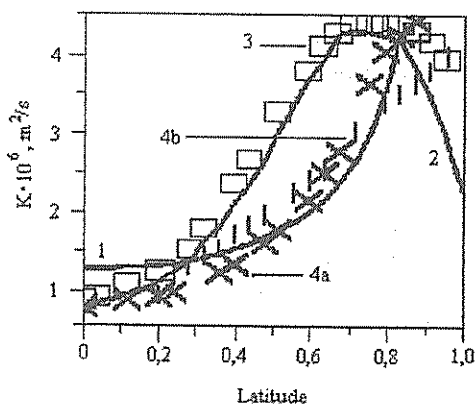


Fig. 1. Eddy diffusion coefficient as a function of latitude $\mu = \sin\varphi$:
 1 - proposed function $K(\mu)$ (Eq(4));
 2 - data of Junge and Czeplak (1968) and Newell (1966);
 3 - data for $P=100$ mb (Lorenz, 1969);
 4 - data for $P=50$ mb (Reed and German, 1965):
 a. January-March;
 b. October-December

One can see that for $\mu < 0.8$ there is a good agreement between the proposed $K(\mu)$ function and data in [13] and [14]. For $\mu > 0.8$ the difference is large that

means we suggest very fast mixing in the zonal area for which $\mu > 0.8$. Reed and German [15] calculated stratospheric eddy diffusion coefficients based on heat flux data for different heights, corresponding to different pressure P (Fig. 1). Lorenz [16] presented annual mean standard deviation of meridian wind that allows us to calculate $K(\mu)$ adopting Czeplak and Junge [12] assumption that

$$K(\mu) = \sigma^2/\alpha,$$

where $\alpha = 2.4 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ and σ^2 is the variance of the meridian wind component.

From Fig. 1 we can see that the proposed function (Eq(4)) and the monitored data are in a good accordance.

Using Eq(4) significantly simplifies Eq(1) and allows us to solve the equation analytically. Substituting Eq(4) into Eq(1) we can write Eq(1) as

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial \mu^2} - \eta C, \quad (5)$$

where $D = K_0/R^2$.

Defining the function $U(\mu, t)$

$$C(\mu, t) = e^{-\eta t} U(\mu, t) \quad (6)$$

we can rewrite Eq(5) in the form

$$\frac{\partial U}{\partial t} = D \frac{\partial^2 U}{\partial \mu^2} \quad (7)$$

The function $U(\mu, t)$ describes the global distribution of particles/aerosols at $\eta = 0$, i.e. $U(\mu, t)$ - function describes only the spreading process. For $U(\mu, t)$ - function the initial and boundary conditions are the same as for $C(\mu, t)$ - function, i.e. the conditions (2) and (3). The Gaussian function is the solution of Eq(7) which satisfies the initial condition (2). To satisfy the boundary conditions (3) we use Gaussian image sources, which is an appropriate and widely used method for solving transport problems with impermeable boundaries. Therefore, $U(\mu, t)$ - function can be presented as an infinite series

$$U(\omega, t) = \frac{N_0}{\sqrt{\pi Dt}} \left[e^{-(\mu-\mu_0)^2/4Dt} + \sum_{n=-\infty(n \neq 0)}^{\infty} e^{-(\mu-\mu_0+2n)^2/4Dt} + e^{-(\mu-\mu_0-2n)^2/4Dt} \right] \quad (8)$$

Because this series quickly converges, we can keep only three terms of this series

Substituting Eq(8) into Eq(6), one can define $C(\mu, t)$, i.e. aerosol global distribution after volcanic eruption:

$$C(\omega, t) = \frac{N_0 e^{-\eta t}}{\sqrt{\pi Dt}} \left[e^{-(\mu-\mu_0)^2/4Dt} + e^{-(\mu-\mu_0-2)^2/4Dt} + e^{-(\mu-\mu_0-2)^2/4Dt} \right] \quad (9)$$

To determine the influence of volcanic aerosols on incoming solar radiation striking the Earth's surface we need to know optical properties of aerosol clouds, which depend on aerosol composition. We suppose that: (1) volcanic aerosols increase earth albedo, (2) an aerosol transparency is a function of aerosol concentration. The daily mean solar energy received per unit area per one day, Q_0 , is defined as follows (Liou, 1980)

$$Q_0(\mu) = S(d_m/d)^2 (\mu H \sin \delta + \sqrt{1-\mu^2} \cos \delta \sin H), \quad (10)$$

where δ is the solar declination; H is half-day (radian); d is the distance between the Sun and the Earth; d_m is its mean distance; $S = S_0/\pi$; and S_0 is a solar constant.

The length of solar day, $2H$, at latitude φ can be calculated by the following [17]:

$$\begin{aligned} H &= \pi - \arccos(z), \quad (-1 \leq z \leq 1); \\ H &= 0, \quad (z < -1); \\ H &= \pi, \quad (z \geq 1), \end{aligned} \quad (11)$$

where $z = \tan \delta \cdot \tan \varphi$.

For simplicity we put $(d_m/d)^2 \approx 1$ and

$$\delta = 0.41 \cos(\omega t + \psi), \quad (12)$$

where ω is a cyclic frequency of Earth rotation; ψ is an initial phase, defining solar declination at $t=0$.

The aerosols of volcanic eruptions change atmospheric transparency, which depends on aerosol concentration. Assuming that atmospheric transparency is proportional to $\exp(-\gamma C)$ [18] the zonal solar energy per unit area after volcanic eruption is

$$Q = Q_0 \exp(-\gamma C),$$

where γ is constant, characterizing aerosol transparency properties; while a parameter $\beta = \gamma N$ characterizes atmospheric transparency, connected with the mass of erupted volcanic aerosols.

The whole incoming solar radiation

$$F_0 = 2\pi R^2 \int Q_0(\mu) d\mu = \pi^2 S R^2$$

is a constant. After a volcanic eruption the GISR

$$F = 2\pi R^2 \int Q(\mu) d\mu$$

becomes the function of time and relative changing of incoming solar radiation

$$\frac{F}{F_0} = \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 e^{-\gamma C} (H\mu \sin \delta + \sqrt{1-\mu^2} \cos \delta \sin H) d\mu \quad (13)$$

can be easily calculated using Eqs(9), (11) and (12).

2. Results of the Model Calculations.

Conclusions

We performed a number of calculations with our model in order to evaluate the influence of different parameters on the dynamics of spreading of volcanic aero-

sols and to find correlation between incoming solar radiation and parameters of volcanic eruption -- their locations and particles' features. To validate this model we compared the data of analytical calculations $U(\mu, t)$, based on Eq(8), with the data of Czeplak and Junge [12]. Unfortunately, the authors of the cited manuscript did not give the lifetime of aerosols for which calculations of spreading of the instantaneous injection from the source, located between $\mu = -0.8$ and -0.6 ($\varphi = 45^\circ$ S), are given (Fig.2 of the cited work). However, we can suggest that the lifetime of considered particles is not short and a decay processes do not influence substantially global particle distribution for 30 days.

The whole number of globally distributed particles can be found as $\int C(\mu, t) d\mu$ ($-1 < \mu < 1$). From Fig. 2 of Czeplak and Junge [12] one can see that this integral does not substantially depend on t , which confirms the assumption that the total number of particles is conserved. This allows us to compare Czeplak and Junge [12] calculations with our results for $U(\mu, t)$, i.e. $\eta=0$.

From Fig.2 of this work and Fig.2 of Czeplak and Junge [12] one can see good consistency between the results of numerical and analytical solutions (it was suggested that the whole number of injected particles is the same in both cases and non-metric units are used for comparison with the cited paper).

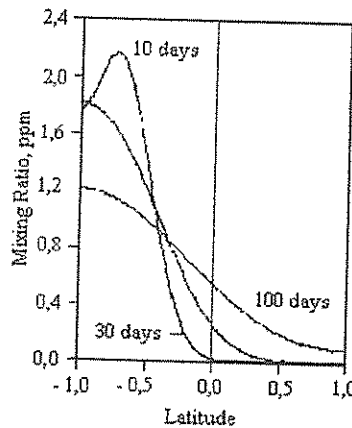


Fig.2. Spread of one-time injection in mid-latitude. The results of the proposed model based on Eq(8) ($\mu_0=-0.7$, $K_0=1.25 \times 10^6$ m²/s, $N_0=0.6$ ppm)

A small difference could appear due to the difference of initial conditions. Czeplak and Junge [12] chose a special shape for an injection function while we assume a small surface area of volcanic eruption (δ -function). This test supports the validity of our mathematical model and gives us confidence for further calculations. To isolate the spreading process, i.e. to separate the properties of the atmosphere from the properties of the aerosols we will first consider only spreading process, putting $\eta = 0$. Fig. 3, a, b illustrates $U(\mu, t)$ distribution after injection of volcanic aerosols. These graphs show that an aerosol particle distribution is sensitive to the coordinate of eruptions. If a volcanic eruption takes place at the Equator it needs about 5 months to reach nearly the uniform particle distribution while for Pole eruption this time is more than a year. As t tends to infinity the function U/N_0 must approach 0.5.

At Fig. 3a,b this function is a little smaller that is the result of the restriction of only three terms for $U(\mu, t)$ -function.

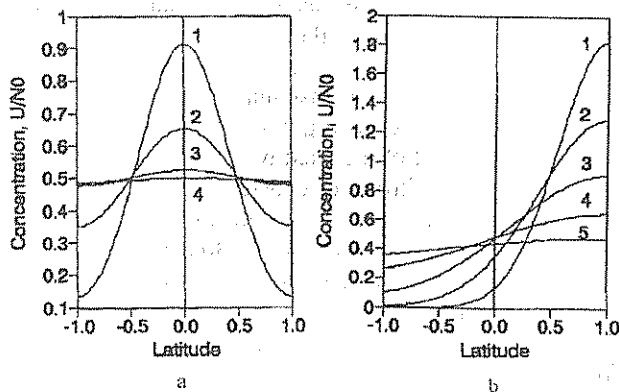


Fig.3. Global spread of volcanic aerosols after the eruptions occurring at the different latitudes $\mu = \sin\theta$ ($K_0=1.25 \times 10^6 \text{ m}^2/\text{s}$, $\eta=0$);
 a. $\mu_0=0$
 1 - $t=0.1 \text{ yr}$, 2 - 0.2 yr , 3 - 0.4 yr , 4 - 0.8 yr ;
 b. $\mu_0=1$
 1 - $t=0.1 \text{ yr}$, 2 - 0.2 yr , 3 - 0.4 yr , 4 - 0.8 yr , 5 - 1.6 yr

Global aerosol distribution of volcanic origin depends on the particle life - time that is illustrated at Fig. 4a,b. We can see that it is important to know these parameters for eruptions occurring near the Poles.

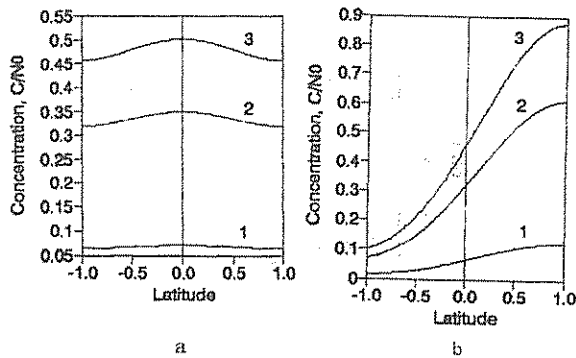


Fig. 4. Global concentration distribution of volcanic aerosols after 0.4 year after the eruptions occurred at the Equator (a) and the Pole (b) ($K_0=1.25 \times 10^6 \text{ m}^2/\text{s}$);
 1 - $\eta^{-1}=0.2 \text{ yr}$, 2 - $\eta^{-1}=1 \text{ yr}$, 3 - $\eta^{-1}=10 \text{ yr}$

Eq(13) was explored to evaluate the influence of volcanic aerosols on global incoming radiation, striking the Earth's surface. Many uncertainties occur in solving this problem: scattering properties of aerosols, magnitude of volcanic injections, and the residence time. Therefore, the parameters used in calculations below are arbitrary to a some extent. However, as Eq(5) is linear, the calculations for every specific component of volcanic aerosols may be done and then the superposition principal must be used to evaluate the cumulative effect. Usually, very large volcanoes, which inject aerosols to the stratosphere, influence substantially incoming solar radiation because lifetime of stratospheric aerosols is much more than tropospheric one. At Figs.5,6 the normalized function of incoming solar radiation, $F(t)/F_0$, is given. It is the important fact that the shape of the

INCOMING SOLAR RADIATION AFTER VOLCANIC ERUPTION
 named function depends on latitude of volcanic eruption and the declination angle ψ .

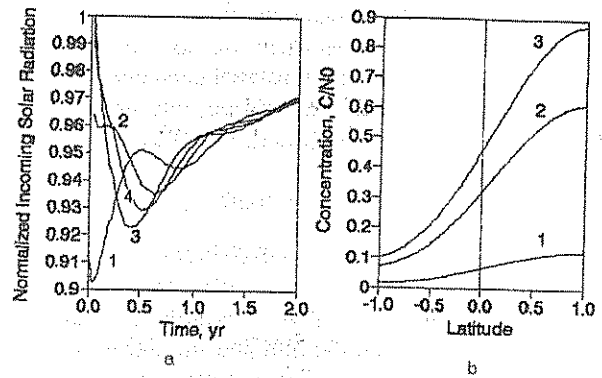


Fig.5. Normalized GISR ($F(t)/F_0$) after a volcanic eruption for different volcanic locations ($\eta^{-1}=2.5 \text{ yr}$, $\beta=0.08$, $K_0=1.25 \times 10^6 \text{ m}^2/\text{s}$, $\psi=0$): a. $\mu_0=1$ (1 - $\psi=0$, 2 - $\psi=\pi/2$, 3 - $\psi=\pi$, 4 - $\psi=3\pi/4$); b. $\mu_0=0.2$ (1 - $\psi=0$, 2 - $\psi=\pi$)

Especially, the dependence of the initial solar declination angle occurs for volcanoes erupted near poles. It is because for some declination angles, volcanic aerosols located near poles are out of solar radiation and therefore they cannot influence the incoming direct solar flux. This even can lead oscillation of the function of radiation.

For volcanoes occurring near the equator the declination angle practically does not influence on the incoming radiation (Fig.6) and the assumption of almost instantaneous decreasing direct solar radiation after the eruption and exponential recovering after that can be excepted in this case as a first approximation.

For eruptions happening near the poles the attenuation of solar energy varies as a function of the initial declination angle: for aerosol life-time 2.5 years the magnitude of attenuation can be differ in 1.5 times (Fig.5) for the same physical and chemical properties of aerosols and a capacity of an explosion. For residence time of particles more than 2 years the GISR does not practically depend on the coordinate and initial declination angle of the eruption for $t > 1.2 \text{ yr}$ because by that time the spreading process is finishing and aerosol distribution is near to uniform.

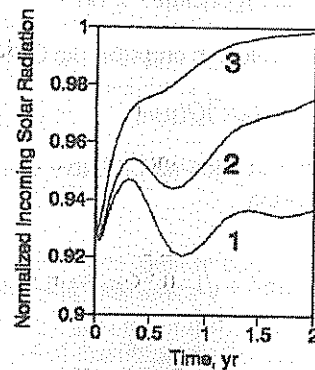


Fig.6. Normalized GISR ($F(t)/F_0$) after a volcanic eruption for different life-time of aerosols ($\mu_0=1$, $\beta=0.08$, $K_0=1.25 \times 10^6 \text{ m}^2/\text{s}$, $\psi=0$): 1 - $\eta=0.2 \text{ yr}^{-1}$, 2 - $\eta=0.5 \text{ yr}^{-1}$, 3 - $\eta=2 \text{ yr}^{-1}$

The proposed model allows one to calculate a spread of volcanic aerosols and to define a dynamic of a direct global solar radiation for a particular volcanic eruption. The GISR is a function of time, having at least one minimum; the magnitude and time-coordinate of this minimum have a wide range. The shape-function of the global direct radiation is critical to a lifetime of aerosols (Fig. 7) and their optical properties.

This theory is purely physical and does not consider the kinetics of chemical processes that can influence optical properties of volcanic aerosols. Nevertheless, this concept can be at least applied to some components of volcanic aerosols in the specific range of solar spectrum for which dynamic of changing of optical properties is not a substantial factor.

Acknowledgements

I would like to thank Drs. Aslam Khalil, Sergey Goldman, and Robert MacKay for useful discussions and supportive comments.

References

1. Mitchell J.M. Recent Secular Changes of Global Temperature // *Ann. N.Y. Acad. Sci.* 1961. V. 95. P. 235-250.
2. Lamb H.H. Dust in the Atmosphere; with a Chronology and Assessment of its Meteorological Significance // *Phil. Trans. Roy. Soc.* 1970. Ser.A, V. 266. P. 425-534.
3. Hansen J., Lebedev S.. Global Trends of Measured Surface Air Temperature // *Journal of Geophysical Research.* 1987. V. 92, No. D11, P. 13345-13372.
4. Mass C.F., Portman D.A. Major Volcanic Eruptions and Climate: A Critical Evaluation // *Journal of Climate.* 1989. V. 2, P. 566-593.
5. Kerr R.A. Volcanoes Can Muddle the Greenhouse // *Research News.* 1989. V. 245. P. 127-128.
6. Kiehl J.T., Briegleb B.P.. The relative Roles of Sulfate Aerosols and Greenhouse Gases in Climate Forcing // *Science.* 1993. V. 260. P. 311-314.
7. Kelly P.M., Sear C.B. Climatic Impact of Explosive Volcanic Eruptions // *Nature.* 1984. V. 311. P. 740-743.
8. Ardanuy P., Lee Kyle H., Hoyt G. Global Relationships Among the Earth's Radiation Budget, Cloudiness, Volcanic Aerosols, and Surface Temperature // *Journal of Climate.* 1992. V. 5. P. 1120-1139.
9. Budyko M.I. *Global Ecology.* Progress Publishers. Moscow, 1980.
10. Budyko M.I. *The Earth's Climate: Past and Future.* Academic Press, Inc. Orlando, Florida, 1980.
11. Budyko M.I., Golitsyn G.S., Israel Y.A.. *Global Climatic Catastrophes.* Springer-Verlag. New York, 1988.
12. Czeplak G., C.Junge. Studies of Inter-hemispheric Exchange in the Troposphere by a Diffusion Model. In *Turbulent Diffusion in Environmental Pollution.* P. 57-72. Academic Press. New York, 1974.
13. Junge C.E., Czeplak G.. Variation of Carbon Dioxide and Ozone // *Tellus.* 1968. V. 20. P. 422-434.
14. Newell R., Wallace J.M., Mahoney J.R.. The General Circulation of the Atmosphere and its Effect on the Movement of Trace Substance: Part 2. // *Tellus.* 1966. V. 18, 363-380.
15. Reed J.R., German K.E. A Contribution to the Problem of Stratospheric Diffusion by Large-Scale Mixing // *Monthly Weather Review.* 1965. V. 93. P. 313-321.
16. Lorenz E.N. *The Nature of the Global Circulation of the Atmosphere: a Present View* // *Royal Meteorological Society* (Ed. G.A. Corby). 1969.
17. Lion, Kuo-Nan. *An Introduction to Atmospheric Radiation.* Academic Press. 1980.
18. Humphreys J.B. *Physics of the Air.* McGraw-Hill. New York and London, 1940.

ПРОНИКАЮЩАЯ СОЛНЕЧНАЯ РАДИАЦИЯ ПОСЛЕ ВУЛКАНИЧЕСКОГО ИЗВЕРЖЕНИЯ

Л.М. Минкин

Портландский государственный университет, Портланд, Орегон, США

Получено аналитическое решение одномерного уравнения диффузии по распределению аэрозоля после извержения. Сравнение с соответствующими численными результатами показывает справедливость сделанных упрощений. Кинетика изменения суммарной проникающей солнечной радиации после вулканического извержения сильно зависит от географической широты извержения. Суммарная проникающая солнечная радиация (GISR) после экваториального извержения достигает минимума примерно через 0,4 месяца; динамика процесса не зависит от исходного угла падения солнечных лучей. Вопреки этому, изменение (GISR) после полярного извержения сильно зависит от исходного угла падения солнечных лучей; в этом случае зависимость GISR от времени может также иметь несколько минимумов и первый такой минимум имеет широкую временную протяженность от 0,05 года до 1 года при снижении GISR, в этом случае, в 1,5 раза.

МЕДИЦИНСКАЯ БИОФИЗИКА

УДК 61:53:612.822.3

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ВЫЗВАННОГО ПОТЕНЦИАЛА
ЗРИТЕЛЬНЫХ ЦЕНТРОВ КОРЫ ГОЛОВНОГО МОЗГА ЧЕЛОВЕКА

Л.А. Мельников, А.В. Новоселова, Н.В. Блинова, С.И. Виницкий, В.В. Серов

Саратовский государственный университет

В.В. Бакуткин, Т.Г. Каменских, Е.В. Гилева

Клиника глазных болезней Саратовского государственного медицинского университета

В настоящей работе проведено численное моделирование поведения нейронной сети (НС), отражающей динамику зрительного пути от фоторецепторов сетчатки глаза до зрительного модуля коры головного мозга, в ответ на чрезкожное воздействие электрического сигнала различной формы на сетчатку глаза.

В предыдущих сообщениях рассматривалась используемая в данной статье математическая модель динамики реальной нейронной сети (РНС), являющейся нелинейной системой [1,2]. Ее нейрофизиологическое обоснование хорошо известно [3]. Новый подход в рассмотрении вопроса о поведении РНС связан с применением модели к изучению электрической реакции зрительных центров коры головного мозга через временную динамику вызванного зрительного потенциала (ВЗП). Возникновение необходимости дальнейшего изучения поведения НС связано с применением нового метода лечения офтальмологических заболеваний – чрезкожной электростимуляции (ЧЭС) периферического отдела зрительного анализатора [4], в основе которого лежит восстановление проводимости нервных волокон зрительного пути и расторможение соответствующего отдела коры головного мозга. В связи с этим, используемая модель в целом описывает зрительную систему, где нейроны связаны по принципу "все со всеми". По причине симметрии такой системы, ее можно приближенно описать простой моделью двух нейронов (сетчатки глаза и коры головного мозга), связанных нервным волокном. Нейроны сетчатки глаза при восприятии раздражения условно рассматриваются независимыми. Биотоки, возникающие как следствие электрической активности РНС, порождают биомагнитные поля, протекающие по всему зрительному пути. В итоге, ВЗП является характеристикой состояния структур сетчатки и проводимости слоев зрительного нерва.

Для моделирования динамики РНС была разработана программа, использующая возможности прикладного пакета Mathematica 3.0. Программа предназначена для демонстрации временной динамики электровоздействия на сетчатку глаза, ЭФ в глазу и ВЗП.

В ходе работы установлено, что наиболее эффективным в диагностике и лечении офтальмологических заболеваний является использование слабого электрического сигнала прямоугольной формы. Ее выбор обусловлен физиологией НС: тенденцией соседних нейронов к формированию групп с большой активностью, разделяемых группами более низкой активности; латеральным торможением и

параметрами связей между нейронами, определяющими присутствие таких групп и их фактические размеры соответственно... Ощущение глазом ЭФ начинается при определенной минимальной интенсивности воздействия, называемой порогом электрической чувствительности (ПЭЧ) сетчатки глаза. Данное ощущение исчезает при определенной максимальной частоте воздействия, называемой электролабильностью зрительного нерва (ЭЛ). В связи с этим ЧЭС осуществляется непрерывным или пачечным режимом сигнала с предварительным индивидуальным подбором амплитуды, частоты и других его параметров.

Регистрация нейронами мозга ощущения ЭФ была промоделирована с учетом ПЭЧ и ЭЛ. Анализ результатов моделирования показывает, что ВЗП представляет собой сложный комплекс колебаний (подавляющие и возбуждающие свойства нейронов), начинающийся очень быстрой фазой нарастания, во время которой клеточная мембрана теряет свой нормальный заряд. Регистрация ЭФ зрительными центрами головного мозга происходит только при достижении ВЗП значений, превышающих значение порога активации нейронов мозга. Необходимо отметить наблюдение следового эффекта памяти [5] и квазипериодической природы регистрируемой динамики ВЗП. Также установлено, что входной сигнал преобразуется в импульсную деятельность нейронов с усилением периодических составляющих внешнего воздействия на одной временной частоте и ослаблением его компонентов на другой. Возможная квазипериодика колебаний потенциала и свойство фильтрации частот обуславливается физиологией НС и согласуется с медленными биоэлектрическими явлениями, обычными для нервной ткани (например, малыми изменениями колебаний порога активации нейронов мозга).

Итак, в данной работе проведены численные исследования динамики НС при воздействии электрическим сигналом. Внедрение в здравоохранение электронно-вычислительной техники позволяет проводить первичную обработку получаемой информации и ее интерпретацию с дальнейшим использованием этих данных для построения модели исследуемого объекта. Это существенно ускоряет

Л.А. МЕЛЬНИКОВ И ДР.

процесс обследования больных, дает более точные данные о состоянии их органов зрения. Поэтому более подробный анализ поведения НС представлял

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ВЫЗВАННОГО ПОТЕНЦИАЛА бы собой интересную задачу с математической и практической точек зрения.

Библиографический список

1. Ivanov V.V., Itkis Yu. M., Purevdorj B., Puzynin I.V., Vinitzky S.I. // Computers Math. Applic. 1996. V. 9, N. 9. P. 1-9.
2. Melnikov L.A., Novosselova A.V., Blinova N.V. // Proc. of SPIE, Saratov Fall Meeting '98: International Workshop and Fall School for Young Scientists and Students, Light Scattering Technologies for Mechanics, Biomedicine and Material Science, V. 3726. P. 270-274.
3. Хьюбел Дж. Глаз, мозг, зрение. М., 1990.
4. Каменских Т.Г. Клинико-функциональные результаты комплексной терапии при частичной атрофии зрительного нерва различного генеза: Дис.... канд. мед. наук. Саратов, 1997.
5. Куффлер С., Николс Дж. От нейрона к мозгу. М., 1979.

INVESTIGATION OF THE EVOKED POTENTIAL DYNAMICS OF THE PERSON STRIATE CORTEX CEREBRUM CENTERS

L.A. Melnikov, A.V. Novosselova, N.V. Blinova, S.I. Vinitzky, V.V. Scrov

Saratov State University

V.V. Bakutkin, T.G. Camenskich, E.V. Guileva

Clinic of ophthalmological diseases of Saratov State medical University

In this work the dynamics numerical investigations of the visual way neural network (NN) from the retina photoreceptors to the cerebrum visual cortex as the answer on the through skin excitement of the eye retina were made.

ДИНАМИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗОВ

УДК 536.2; 621.032

АНАЛИЗ СИСТЕМЫ ОХЛАЖДЕНИЯ КИКЕРА ЭЛЕКТРОННОГО ПРИБОРА

В.В. Хроменков

Саратовский государственный университет

Для кикера электронного прибора приведены результаты численного решения задачи гидравлики в системе охлаждения. Даны практические рекомендации по оптимизации системы охлаждения.

Кикеры электронных приборов [1] изготавливаются из меди, и предельно допустимая температура для них определяется термостойкостью изоляции медного провода (около 110°C). В этом случае можно пренебречь лучистым теплообменом по сравнению с жидкостным охлаждением и считать теплофизические свойства не зависящими от температуры.

Кикер электронного прибора изображен на рис. 1 (поперечное А-А и продольное В-В сечения кикера: 1 - охлаждающий блок; 2 - катушки; 3 - отверстие для гирозонда; 4 - каналы водяного охлаждения).

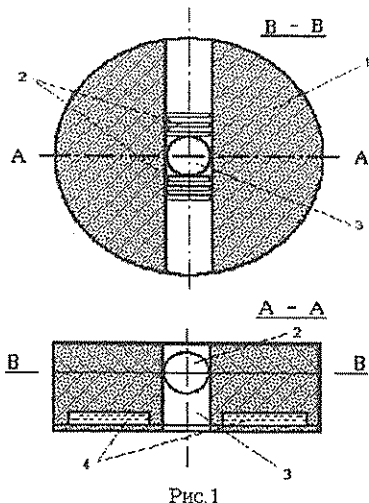


Рис. 1

Кикер предназначен для изменения направления движения пучка электронов, что при наличии продольного поля в солениоде приводит к закручиванию пучка.

Катушки кикера изготовлены из плотно намотанной медной проволоки, пространство между витками которой заполнено теплопроводящим компаундом (эпоксидной смолой с алюминиевой пылью), и создают поперечное магнитное поле малой длины (меньше циклотронного периода). Из четырех катушек одновременно могут работать две симметрично расположенные. Минимальная мощность тепловыделения в катушке в процессе работы составляет 7,9 Вт, максимальная - 31,6 Вт, средняя - 17,8 Вт. Необходимо рассчитать температурное поле этого кикера, чтобы выяснить не произойдет ли разрушение узла во время работы из-за перегрева и каковы

должны быть параметры системы охлаждения для обеспечения высокой надежности. Тепло-гидравлический расчет кикера начнем с решения задачи гидравлики в системе водяного охлаждения. На рис. 2 приведена упрощенная эквивалентная электрическая схема системы охлаждения.

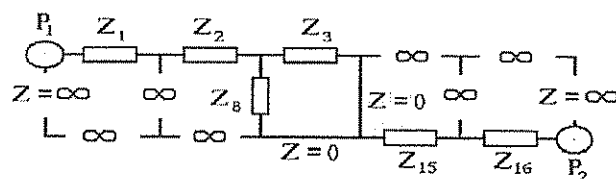


Рис. 2

Гидравлические сопротивления Z_1 и Z_{16} соответствуют входному и выходному отверстиям, сечение которых $4 \times 2 \text{ мм}^2$, а длина равна 2 мм. Z_3 и Z_8 - сопротивления жидкости в основном канале. Z_2 и Z_{15} соответствуют расширению потока при переходе из входного отверстия в основной канал и его сужению при входе в выходное отверстие.

Эквивалентный диаметр входного (выходного) отверстия равен 2,7 мм, основного канала - 5 мм. Длина пути жидкости в основном канале 57,2 мм. Особенность движения жидкости в основном канале состоит в том, что оно сопровождается поворотом и разделением потока на две части, что увеличивает гидравлическое сопротивление и способствует турбулизации потока. Давление воды на входе в систему охлаждения в два раза превышает атмосферное, температура воды на входе 20°C .

Расчет системы охлаждения (с использованием метода решения задачи гидравлики [2]) приводит к тому, что скорость жидкости в основном канале составляет 1,3 м/с, при этом скорость во входном (выходном) канале равна 15 м/с. Неожиданный результат дает расчет влияния каждого из сопротивлений в отдельности на скорость прокачки. Если бы единственным элементом системы охлаждения был основной канал, то скорость жидкости в нем была бы равна 33,7 м/с. Для отдельно взятых входных и выходных капилляров, соединенных вместе, получим скорость в них 99,2 м/с. Таким образом, наибольшее сопротивление потоку жидкости оказывают резкое расширение на входе в основной канал и столь же резкое сужение на выходе из основного

канала. При наличии только сопротивления расширения скорость жидкости в узкой части составила бы 24,4 м/с, а при отдельно взятом сопротивлении сужения вода протекала бы в капилляре со скоростью 22,2 м/с.

Из сказанного выше можно сделать вывод, что для значительного увеличения эффективности системы жидкостного охлаждения кикера электронного прибора и многократного увеличения скорости прокачки, а значит, и коэффициента теплоотдачи, необходимо обеспечить плавный переход узкого канала в широкий и обратно.

Определим нагрев воды на выходе из узла. Максимальная мощность, выделяемая двумя катушками, равна: $P_{max} = 63,2$ Вт, теплоемкость воды $C_p = 4,18 \cdot 10^3$ Дж/(кг К), ее плотность $\rho = 998,2$ кг/м³. Физические параметры воды и воздуха здесь и да-

лее берем из работы [3]. Массовый расход воды G (кг/с) определяется по формуле:

$$G = \rho Q = \rho S w,$$

где Q - объемный расход воды, м³/с; S - поперечное сечение канала, м²; w - скорость воды, м/с.

Величину нагрева Δt воды в системе определяем из соотношения

$$\Delta t = \frac{P}{QC_p}$$

В результате вычислений получаем $\Delta t = 0,126$ °С. Таким образом, нагрев воды в системе охлаждения кикера незначительный.

Библиографический список

1. Mitchell H.B., and Wachtel J.M. // IEE Proc. December. 1984. V. 131, Pt. 1, No. 6. P. 803-807.
2. Хроменков В.В. // Вопросы прикладной физики. Саратов, 1998. Вып.4. С. 99 - 100.
3. Михеев М.А., Михеева И.М. Основы теплопередачи. М., 1973.

ANALYZE OF ELECTRONIC DEVICE KICKER'S COOLING SYSTEM

V.V. Khromenkov

Saratov State University

The results of computer hydrodynamic solution of electronic device kicker's cooling system are obtained. The recommendations to optimize kicker's cooling system are suggested.

КНИЖНОЕ ОБОЗРЕНИЕ

РЕЦЕНЗИЯ

на книгу Н.И. Байдаковой, Н.А. Романченко

ИНФОРМАЦИОННЫЙ ВЕК: НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ. М., 1999

На современном этапе развития цивилизации ни одна страна без подготовки специалистов на хорошем уровне или без научно - исследовательской работы не может обеспечить уровень прогресса, отвечающий потребностям и надеждам общества. По мере приближения нового века необходимость более глубокого понимания изменений в области науки и образования выдвигается на передний план.

Перспектива развития науки и образования сегодня становится предметом острых дискуссий. Их особая значимость обусловила появление многих, посвященных им публикаций.

Монография российских специалистов в области проблем развития науки и образования Н.И. Байдаковой, Н.А. Романченко "Информационный век: наука и образование" посвящена анализу внутренних процессов и возможных сценариев развития научно-образовательного потенциала на основе когнитивных моделей.

В монографии общие теоретические суждения и выводы строятся на разнообразном богатом, малоизвестном читателю материале современной российской и мировой действительности, результатах мониторинга науки и образования как основных факторов национальной безопасности страны. Исследование насыщено фактами, статистикой, содержит материалы экспертных докладов международного уровня.

В процессе анализа и прогнозирования науки и образования использованы методы нелинейной динамики, определены точки бифуркации, области хаотического и стохастического поведения. Кроме того, определены сценарии перехода "хаоса в порядок" в модели.

Таким образом, сущность обучения и усвоения знаний, с точки зрения синергетики, заключается, в конечном итоге, в образовании именно системы знаний, в которой все элементы взаимосвязаны не

просто случайным образом, а представляют собой целостную организацию. Причем в этой системе ядро знаний составляет основной принцип или категорию, из которой можно вывести все остальные элементы данной системы знаний.

В этом заключается методологическая сущность, функция системного подхода, синергетики по отношению к науке и образованию. Отсюда вытекает и решение отмеченной проблемы оптимизации обучения, т.е. развитие науки и образования представляет собой разворачивание единой сущности, а все остальное многообразие есть её проявление в конкретных условиях.

Авторы вовлекают читателя в творческий процесс понимания глобальных и фундаментальных проблем развития науки и образования, проблем их организации на современном этапе, заставляя в соответствии с принципом дополнительности задуматься о вариантах их решения.

Отраслевой анализ организации науки позволяет говорить о тенденциях ухудшения ресурсного обеспечения естественно - научного направления, как на этапе производства знаний, так и на этапе его передачи, хотя эти направления составляли всегда гордость страны и поднимали её престиж.

Трудности, которые испытывают на себе наука и образование, скорее всего, сохранятся и в новом столетии. Еще больше возрастет необходимость поиска новой приемлемой системы финансирования.

В целом рецензируемая работа является фундаментальным аналитическим исследованием. Она позволяет увидеть перспективы эффективной организации науки и образования в условиях ресурсных ограничений.

Книга полезна широкому кругу ученых, аспирантов, общественных деятелей и просто читателям, интересующимся будущим.

Президент научно-технологического парка "Технопарк - Саратов" *А.П. Клепов*

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

- *Аникин Валерий Михайлович* – канд. физ. - мат. наук, доцент, СГУ
- *Андрушкевич Владимир Степанович* – д - р физ.-мат. наук, профессор, СГУ
- *Антонов Игорь Юрьевич* – студент, СГУ
- *Аркадакский Сергей Сергеевич* – канд. физ. – мат. наук, доцент, СГУ
- *Багаева Галина Александровна* – канд. физ. – мат. наук, доцент, СГУ
- *Бакуткин Валерий Васильевич* – д - р мед. наук, профессор, клиника глазных болезней Саратовского государственного медицинского университета
- *Баранов Владимир Леонидович* – директор ФГУП СНПФ Агроприбор
- *Беланов Александр Сергеевич* – канд. физ. - мат. наук, доцент, Московская государственная академия приборостроения и информатики
- *Бжинова Надежда Викторовна* – студентка, СГУ
- *Булушева Людмила Ивановна* – ст. преподаватель, СГУ
- *Бычкунова Елена Борисовна* – учитель средней школы №62
- *Виницкий Сергей Ильич* – канд. физ. - мат. наук, инж., СГУ
- *Гайворон Владимир Григорьевич* – канд. физ. - мат. наук, доцент, Московская государственная академия приборостроения и информатики
- *Гилева Елена Владимировна* – врач, клиника глазных болезней Саратовского государственного медицинского университета
- *Глухова Ольга Евгеньевна* – канд. физ. - мат. наук, инж., СГУ
- *Голубенцев Александр Федорович* – д - р физ. - мат. наук, профессор, СГУ
- *Горячева Ирина Юрьевна* – канд. физ. – мат. наук, доцент, СГУ
- *Гришин Сергей Валерьевич* – инж., НИИ механики и физики СГУ
- *Деинских Василий Александрович* – канд. физ. – мат. наук, профессор, СГУ
- *Дмитриев Борис Савельевич* – канд. физ.-мат. наук, профессор, СГУ
- *Демидова Ольга Михайлова* – студентка, СГУ
- *Дмитриева Марина Александровна* – канд. физ. – мат. наук, доцент, СГУ
- *Ефимов Юрий Николаевич* – зам. нач. цеха, ЗАО Корпорация «Диполь»
- *Жарков Юрий Дмитриевич* – д - р физ. – мат. наук, профессор, СГУ
- *Жбанов Александр Игоревич* – канд. физ. – мат. наук, доцент, СГУ
- *Жилаков Владимир Григорьевич* – канд. физ. – мат. наук, доцент, СГУ
- *Зборовский Анатолий Владимирович* – канд. физ. – мат. наук, доцент, СГУ
- *Игнатъев Александр Анатольевич* – д - р физ. – мат. наук, профессор, СГУ
- *Каменских Татьяна Григорьевна* – канд. мед. наук, доцент, клиника глазных болезней Саратовского государственного медицинского университета
- *Карцев Валерий Николаевич* – канд. хим. наук, доцент, СГУ
- *Клепов Александр Петрович* – канд. физ. – мат. наук, доцент, СГУ
- *Климов Владимир Александрович* – канд. физ. - мат. наук, доцент, Саратовская государственная академия права
- *Клочков Михаил Александрович* – канд. физ. - мат. наук, доцент СГУ
- *Кондрашов Борис Никанорович* – ст. преподаватель, СГУ
- *Коромылова Ольга Александровна* – аспирант, СГУ
- *Костяков Виктор Алексеевич* – канд. физ. – мат. наук, доцент, СГУ
- *Кошелев Василий Сергеевич* – д - р техн. наук, профессор, СГУ
- *Кудрявцева Светлана Петровна* – канд. физ. – мат. наук, доцент, СГУ
- *Кулаков Игорь Владимирович* – аспирант, СГУ
- *Куликов Михаил Николаевич* – канд. физ. – мат. наук, профессор, СГУ
- *Львицын Анатолий Владимирович* – канд. техн. наук, доцент, Саратовский государственный аграрно-инженерный университет
- *Малаярчук Владимир Алексеевич* – ст. преподаватель, СГУ
- *Машников Валерий Васильевич* – канд. физ. – мат. наук, доцент, СГУ
- *Медокс Владимир Германович* – канд. физ. – мат. наук, доцент, СГУ
- *Медокс Михаил Германович* – ст. преподаватель, СГУ
- *Мельников Геннадий Валерьевич* – канд. физ. – мат. наук, доцент, СГУ
- *Мельников Леонид Аркадьевич* – д - р физ. – мат. наук, профессор, СГУ
- *Минкин Леонид Моисеевич* – профессор, Портландский государственный университет, Портланд, Оригон, США
- *Мостовой Александр Александрович* – канд. физ. – мат. наук, доцент, СГУ
- *Мухамедов Рустам Феттахович* – канд. физ. – мат. наук, доцент, СГУ
- *Никитин Анатолий Александрович* – канд. физ. – мат. наук, доцент, СГУ
- *Новоселов Владимир Владимирович* – канд. физ. – мат. наук, доцент, СГУ
- *Новоселова Анна Владимировна* – инж., СГУ
- *Ноянова Светлана Александровна* – инж., СГУ
- *Обвинников Сергей Владимирович* – канд. физ. – мат. наук, доцент, СГУ
- *Плеханов Олег Сергеевич* – вед. инж., СГУ
- *Прохоров Александр Васильевич* – канд. физ. мат. наук, доцент, Vega International, NY, USA
- *Салимзянов Ришат Расихович* – мл. науч. сотр., Московская государственная академия приборостроения и информатики
- *Серов Вячеслав Викторович* – канд. физ. – мат. наук, доцент, СГУ
- *Скатцов Александр Александрович* – канд. техн. наук, доцент, СГУ
- *Сотов Леонид Сергеевич* – канд. физ. – мат. наук, доцент, СГУ
- *Старшов Михаил Александрович* – ст. преподаватель, СГУ
- *Табулин Дмитрий Евгеньевич* – студент, СГУ
- *Тихонова Таисия Николаевна* – ст. преподаватель, СГУ
- *Фролов Сергей Владимирович* – аспирант, СГУ
- *Хромченко Владимир Васильевич* – канд. физ. – мат. наук, ст. науч. сотр. НИИ механики и физики СГУ
- *Цегулин Владимир Васильевич* – ст. науч. сотр. НИИ механики и физики СГУ
- *Четвериков Евгений Александрович* – инж., ФГУП СНПФ Агроприбор
- *Шаповалов Александр Степанович* – канд. физ. – мат. наук, профессор, СГУ
- *Шаповалов Степан Александрович* – студент, СГУ
- *Щараевский Юрий Павлович* – д - р физ. – мат. наук, профессор, СГУ, гос. учеб. - науч. центр «Колледж» СГУ, Высший колледж прикладных наук
- *Шевцов Владимир Николаевич* – канд. физ. – мат. наук, доцент, СГУ
- *Штыков Сергей Николаевич* – д - р химич. наук, профессор, СГУ
- *Ячуновский Виктор Яковлевич* – канд. физ. – мат. наук, ст. науч. сотр., ЗАО Корпорация «Диполь»

ПАМЯТКА АВТОРАМ

К публикации принимаются статьи по всем разделам физики

Бумажный носитель*Текст статьи*

заголовок, аннотация на русском (английском) языке; содержание статьи, включая таблицы, рисунки, на русском (английском) языке; библиографический список;

название статьи, фамилия автора(ов) (шрифт - 14 пунктов), название организации(й), аннотация - все на английском (русском) языке.

Текст печатается через 1,5 интервала («одинарный» в текстовом редакторе Word v.6.0 – 8.0); размер шрифта - стандартный машинописный (шрифт - 14 пунктов); размер полей: верхнего 2 см, нижнего 2 см, левого 2,5 см, правого 2 см; абзацы - отступом в 0,5 см.

Ссылки на формулы и таблицы даются в круглых скобках (*.*); формулы, на которые имеются ссылки в тексте, нумеруются в порядке их появления в тексте цифрой, заключенной в круглые скобки (*.*), по правому краю границы текста, выносятся отдельной строкой и располагаются по центру текста.

В тексте допустимо расположение только однострочных формул, не имеющих нумераций.

Заголовок оформляется следующим образом:

первая строка – индекс УДК (для статей на русском языке), выровненный по левому краю текста;

вторая строка – заголовок полужирными заглавными буквами без переносов - по центру текста;

третья строка – перечень авторов через запятую (инициалы предшествуют фамилии) - по центру текста;

четвертая строка – полное наименование организации (при нескольких организациях - каждый автор и наименование на отдельной строке) - по центру текста.

Формулы

латинские обозначения (P , I , W и т.д.) выполняются курсивом, названия функций (\sin , \cos , и т.д.) - обычным (прямым) шрифтом,

обозначения векторов полужирным шрифтом (без верхнего обозначения), шрифт -10 пунктов в текстовом редакторе Word.

Электронная копия

- *Файл текста статьи* представляется в формате Microsoft Word v.6.0 – 8.0. В случае использования архиватора текстовый файл *Readme.txt* обязателен. В нем необходимо поместить инструкцию по разархивации данных на диске. Использование непопулярных архиваторов возможно только с предоставлением самого архиватора. Файл содержит текст статьи с имеющимися формулами, таблицами и иллюстрациями. *Использование электронного редактора формул в тексте для отдельных символов или формул, которые могут быть набраны с клавиатуры и символьной вставкой, нежелательно.*
- Отдельные файлы каждого рисунка (иллюстрации).
Форматы cdr , bmp , jpg . Размеры рисунков: ширина 8 см, сложные - ширина до 16 см.
- Файл сведений об авторах включает фамилию, имя, отчество (полностью), ученую степень, ученое звание, название организации, служебный и

домашний адреса, телефоны, факс и e-mail (если имеются).

При наличии соавторов следует указать автора, оплачивающего публикацию статьи.

Библиография

В библиографическом списке нумерация источников должна соответствовать очередности ссылок на них в тексте. В списке должны быть указаны в соответствии со следующим форматом:

а) для книг – фамилия автора с инициалами. Название книги. Место издания, год издания. Том;

б) для журнальных статей – фамилия автора с инициалами // Название журнала (в общепринятом сокращении), серия. Год. Том, Номер (Выпуск). Номера страниц;

в) для материалов конференций, школ, семинаров – фамилия автора с инициалами // Название издания, время и место проведения конференции. Место издания, год. Номера страниц.

Библиографический список выполняется по действующему ГОСТу. Заголовок "Библиографический список" размещается по центру.

В редакцию представляются

- бумажный носитель (бумага белая А4, белизна не менее 90%) - 2 экз.;
- электронная копия (дискета(ы) 3.5") - 1 экз.;
- разрешительный документ на открытое опубликование.

Условия опубликования в сборнике №6, 2000

- Допускается подача статьи в рукописи (без соблюдения вышеперечисленных правил оформления);
- публикации платные;
- стоимость 1 м. п. стр. текста статьи, формат А4 - 3 у.е. по 25% ежемесячно или разом;
- дополнительная плата при подаче статьи в рукописи – 0,5 у.е. за каждую м. п. стр. текста статьи;
- форма оплаты – любая;
- оплата производится в течение недели со дня получения уведомления редколлегии о принятии статьи к опубликованию путем перечисления на имя отв. секретаря редколлегии Скапцова Александра Александровича (ИНН 6452022466 БИК 046311649 р/сч 30302810156070605600 кор/сч 30101810500000000649 АК СБ РФ Кировское отделение №19 г. Саратов, Саратовский банк СБ РФ, сб/банк 19/129 л/с 9625) или лично;
- редколлегия подтверждает факт оплаты в течение недели со дня получения перевода.

Адрес редакции:

- 410026, г. Саратов, ул. Астраханская, 83, Саратовский госуниверситет, физический факультет, кафедра прикладной физики. Отв. ред. сб. "Вопросы прикладной физики" проф. В.С Кошелев;
- или лично отв. секр. редколлегии (кафедра прикладной физики - СГУ, 8 корпус, 4 этаж, 90 к.).

Телефоны: редколлегия - 7(8-452) 51-48-52,

отв. секр. -7(8-452) 51-48-52,

7(8-4511) 51-288;

Факс: +7(8-452) 24-06-46 (для А.А. Скапцова);

E-mail: ScaptzovAA@info.sgu.ru

INFORMATION FOR CONTRIBUTORS

Articles in all fields of Applied Physics are published in *Problems of Applied Physics*. One single-spaced paper copy of the manuscript and one electronic copy must be submitted to the address provided below. An accompanying cover letter should include the names, addresses, affiliation, telephone, fax, and e-mail address.

Prof. *Vasily Sergeevich Koshelev*, Editor-in-Chief

Department of Applied Physics Division of Physics
Saratov State University Astrachanskay 83 410026
Saratov Russia

Alexander Alexandrovich Scaptzov, Editor's Assistant

Phone: 7(8-452)51-48-52

7(8-4511) 51-288

Fax: 7(8-452) 24-06-46 (for A.A. Scaptzov)

E-mail: ScaptzovAA@info.sgu.ru

TYPESCRIPT

The following must be presented in the body of the article (in 14 point font of *Word* in English or Russian languages):

The title of the article, author's name(s), organization, abstract, the body of the text containing all formulas, graphs, tables, and illustrations, and a bibliography.

The text should be in a typewritten format, single-spacing in Microsoft *Word v.6.0-v.8.0*; top and bottom margins being 2 cm each, left margin - 2.5 cm, right - 2 cm, 0.5 cm space between paragraphs.

The article must be signed by all authors. Additionally they must state that they expect no monetary compensation upon publication of the article.

References to formulas and tables are indicated in parenthesis (*.*); formulas which are referred to in the text must be centered on a separate line, and marked by a number in parenthesis (*.*) by the right margin, according to their order of appearance in the text.

Only single line formulas are permitted within the text without a reference number next to them.

The title must be presented in the following format.

First line - the title of the article should be centered in bold letters in the middle of the line.

Second line - list of authors names, separated by commas (initials superseding last names), centered in the middle of the line.

Third line - full name or title of the organization, city and country are to be centered in the middle of the line (in case of several organizations, a separate line should be delegated to each author and his/her organization).

Formulas

(in 10 pointfont in the *Word* processor)

Latin notations (*P*, *I*, *W*, etc.) must be used and printed in *italic*, functions such as sin, cos, etc - must be typed in standard font, and vectors in bold print without any top notations.

Electronic Copy

Text file of the article

The file should be in the *Word v.6.0-v.8.0* format and contain all formulas and illustrations in the text. The use of formula editors for simple formulas that can be entered directly using keyboard is not recommended.

Separate file of each illustration

Files of the *cdr, bmp, jpg, pix* format should be e-mailed separately. Simple illustrations must not exceed 8 cm in width, and complicated illustrations - 16 cm in width.

File containing author information

This file must contain author's full name, degree, title, affiliating organization, work and home addresses and phone numbers, fax and e-mail (if available).

In case of several co-authors, the authors financially responsible for publication should also be indicated.

Files send to e-mail: ScaptzovAA@info.sgu.ru or post (3-inch floppy discs).

Bibliography

The references should be listed in order of their appearance in the text. The following information should be provided about the references:

- Books - author's name, initials, book's title, source of publication, date of publication, and volume.
- Journals - author's name, initials, publication, year, series, volume, number, pages.
- Outside materials (conferences, seminars) author's name, initials, date and place of conference, source of publication, year, pages.

The word "References" should appear in the middle of the page.

Fees

there is a \$10 per typescript page fee

payment must be made within a week of notification of acceptance of the article for publication in volume #5

the review board will acknowledge receipt of payment within a week of its arrival - payment should be made to SWIFT: SABR.RUMM SKI THE SAVING BANK OF THE RUSSIAN FEDERATION, SARATOV OFFICE (43, M. GORKY str., Saratov 410600, Russia) BRANCH #19 INN 6452022466 RESERVER OF PAYMENT Skaptzov Alexander Alexandrovich ACCOUNT #42301840556070001009/01)

THE LIST OF MAIN CORRESPONDING BANKS

BANK	CURRENCY	BIC CODE
Germany DEUTSCHE BANK AG, FRANKFURT COMMERZBANK AG. FRANKFURT	DEM 9498726 DEM 400/8866576/00 USD 400/8866576/00	DEUT DE FF COBA DE FF
Switzerland CREDIT SUISSEFIRST BOSTON, ZURICH	USD 902067-44-1	CREZ CH ZZ
USA THE BANK OF NEW YORK, NEW YORK BANKERS TRUST COMPANY, NY	USD 890-0057-610 USD 04-403-077	IRVF US 3N BKTRUS33
France B.C.E.N.-EUROBANK, PARIS	USD 1869020	EUOF RPFP
United Kingdom MIDLAND BANK, LONDON NATION WESTMINSTER BANK, LONDON	USD 37550138 GBP 440-0-04571857	MIDL GB 22 NWBK GB 2L

БИБЛИОТЕКИ,

получившие обязательный экземпляр научного сборника "Вопросы прикладной физики" 1998, №4

Россия

Библиотека Алтайского государственного университета (656099, Барнаул, пр. Социалистический, 68).

Библиотека Волгоградского государственного университета (400063, Волгоград, ул. 3-я Продольная, 20).

Научная библиотека Уральского государственного университета (620083, Екатеринбург, пр. Ленина, 510).

Библиотека Центрального аэрогидродинамического института им. проф. Н.В. Жуковского (140160 г. Жуковский, ЦАГИ).

Библиотека Калининградского государственного университета (236040, Калининград, ул. Университетская, 2).

Российская государственная библиотека (101600, Москва, Воздвиженка, 8).

Библиотека Администрации Президента Российской Федерации (Москва).

Научная библиотека им. А.М. Горького Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова (103031, Москва, ул. Меховая, 9).

Государственная публичная научно-техническая библиотека России (103031, Москва, Кузнецкий мост, 12).

Библиотека по естественным наукам РАН (119890, Москва, Знаменка, 11).

Библиотека Всероссийского института научной и технической информации РАН (125219, Москва, ул. Балтийская, 14).

Центральная политехническая библиотека (101000, Москва, Политехнический пр., 2). Государственная центральная научная медицинская библиотека (117418, Москва, ул. Красикова, 30).

Фундаментальная библиотека Новгородского государственного университета (603600, Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23, корпус 1).

Научная библиотека Новосибирского государственного университета (630090, Новосибирск, ул. Пирогова, 2).

Библиотека Петрозаводского государственного университета (185018, Петрозаводск, пр. Ленина, 85).

Научная библиотека Ростовского государственного университета (344006, Ростов-на-Дону, ул. Пушкинская, 148).

Библиотека Самарского государственного университета (443011, Самара, ул. Потапова, 64/163).

Российская национальная библиотека (191069, Санкт-Петербург, ул. Садовая, 18).

Библиотека РАН (199164, Санкт-Петербург, Биржевая линия, 1).

Научная библиотека Санкт-Петербургского государственного университета (Санкт-Петербург, Университетская набережная, 7/9).

Библиотека Мордовского государственного университета (430000, Саранск, ул. Большевикская, 68).

Научная библиотека Саратовского государственного университета (410026, Саратов, ул. Университетская, 42).

Центральная городская библиотека (410005, Саратов, ул. Зарубина, 158/162).

Саратовская областная универсальная научная библиотека (410730, Саратов, ул. М. Горького, 40).

Научная библиотека Ульяновского государственного университета (432700, Ульяновск, ул. Л. Толстого, 42).

Библиотека Ярославского государственного университета (150000, Ярославль, ул. Советская, 14).

Англия

Британская библиотека (The British Library at st. Pancras 96 Euston Road, London NW1 2DB)

Германия

Немецкое исследовательское общество (Deutsche Forschungsgemeinschaft DFG, Kennedyallee 40, 53175 Bonn).

Грузия

Библиотека Тбилисского государственного университета (320028, Тбилиси, пр. И. Чавчавадзе, 1).

Белоруссия

Фундаментальная библиотека Минского государственного университета (220080, Минск, Университетский городок).

Казахстан

Научная библиотека Казахского государственного университета (480121, Алма-Аты, ул. Тимирязева, 46).

Молдавия

Научная библиотека Молдавского государственного университета (277003, Кишинев, ул. Садовая, 60).

США

Библиотека Конгресса США (The Library of Congress European & Latin American Acquisition Division, 101 Independence Ave., S. E. Washington, D.C. 20540-4180, USA).

Украина

Научная библиотека Киевского государственного университета (252601, Киев, ул. Владимирская, 58).

Научная библиотека Львовского государственного университета (290601, Львов, ул. Драгоманова, 5).

Центральная научная библиотека Харьковского государственного университета (310077, Харьков, пл. Дзержинского, 4).

Библиотека Днепропетровского государственного университета (320600, Днепропетровск, пр. К. Маркса, 36).

Эстония

Фундаментальная библиотека Тартуского государственного университета (202400, Тарту, ул. Струве, 1).

СОДЕРЖАНИЕ

ОБРАЗОВАНИЕ: УЧЕБНО – МЕТОДИЧЕСКИЕ РАЗРАБОТКИ

<i>М.Г. Медокс, О.М. Демидова</i>	Применение метода Ван-дер-Поля к анализу процессов синхронизации хаотических колебаний системы двух связанных генераторов Ресслера	5
<i>М.Г. Медокс</i>	Численное моделирование колебаний автогенератора с инерционной нелинейностью	6
<i>А.А. Скапцов</i>	Понятие идеального газа в молекулярно-кинетической теории и термодинамике	8
<i>А.С. Шаповалов, С. А. Шаповалов</i>	Методика моделирования и расчета спектров шумов локально – неоднородного катода	11
<i>А.С. Шаповалов</i>	Методика расчёта взаимного спектра флуктуаций тока и поперечной скорости электронного пучка на неоднородном катоде	15
<i>А.С. Шаповалов</i>	Методика определения взаимного спектра флуктуаций тока и поперечного смещения электронного пучка на неоднородном катоде	19
<i>Б.Н. Кондрашов, В.Г. Медокс, М.А. Ключков</i>	Изучение электрических полей методом заряженных поплавок (лекционный эксперимент)	21
<i>Б.Н. Кондрашов, В.Г. Медокс, Е.Б. Бычкова</i>	О некоторых аэродинамических демонстрациях в курсе общей физики	23
<i>Б.Н. Кондрашов, И.Ю. Антонов</i>	Роторный ветродвигатель с двумя пересекающимися осями вращения (исследовательская модель обучения)	24
<i>Б.Н. Кондрашов, Е.Б. Бычкова, В.Г. Медокс</i>	Демонстрационные опыты по электростатике в курсе общей физики	26
<i>Б.Н. Кондрашов, Е.Б. Бычкова, М.А. Ключков</i>	Визуальный метод наблюдения искривления поверхностей в отраженных лучах	28
<i>М.А. Старшов</i>	Измерение внутреннего сопротивления гальванического элемента	29
<i>Д.Е. Табулин, В.Н. Шевцов</i>	Компьютерное моделирование оптических систем	30
<i>О.Е. Глухова, А.И. Жбанов, А.В. Прохоров</i>	Тестирующая и обучающая программа по теплофизике	32
<i>В.В. Новоселов, С.В. Овчинников</i>	Метод организации самостоятельной работы студентов нефизических специальностей по курсу общей физики	33
<i>В.В. Новоселов, С.В. Овчинников</i>	Программы самостоятельной работы студентов нефизических специальностей по курсу общей физики	34
<i>Т.Н. Тихонова, А.А. Игнатьев, В.А. Костяков</i>	Роль задач вузовского курса общей физики при обучении студентов педагогического отделения	36
<i>Т.Н. Тихонова, Л.И. Булушева, С.П. Кудрявцева</i>	Некоторые особенности обучения студентов-педагогов в условиях системы "вуз-школа" (на примере курса "Методика преподавания физики в школе")	38
<i>А.Ф. Голубенцев, С.С. Аркадакский, В.М. Аникин</i>	Эллиптические функции в теории нелинейных колебательных систем	39
<i>А.А. Никитин, Л.И. Булушева, В.Н. Шевцов, М.А. Старшов</i>	Об опыте довузовской подготовки учащихся	43

<i>В.С. Андрушкевич</i>	Шумовой ток в диоде	44
<i>А.А. Никитин, Л.И. Булушева, В.Н. Шевцов, М.А. Старилов</i>	Некоторые аспекты преподавания физики в лицейских физико-математических классах	46
СТАТИСТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА		
<i>А.Ф. Голубенцев, В.М. Аникин</i>	Эволюционные уравнения для хаотических отображений в форме полиномов Чебышева	48
<i>А.Ф. Голубенцев, В.М. Аникин, С.С. Аркадакский</i>	Операторы Фробениуса – Перрона для сопряженных хаотических отображений	50
<i>А.Ф. Голубенцев, В.М. Аникин</i>	Хаотические отображения с инвариантными законами распределения в форме эллиптических интегралов	53
<i>А.Ф. Голубенцев, В.М. Аникин, С.А. Ноляова</i>	Двумерные эргодические отображения сложных областей	56
<i>С.В. Фролов</i>	Оценка параметров бифуркации удвоений периодов и постоянной Фейгенбаума в решениях системы уравнений Ресслера	58
<i>Л.С. Сотов</i>	Улучшенный метод оценки спектральной плотности мощности сигналов с использованием возвратов Пуанкаре	59
МЕХАНИКА И ПОЛЯ		
<i>А.А. Скатыов</i>	О постньютоновском приближении общей теории относительности	61
<i>В.А. Двинских, С.В. Фролов</i>	Оценка периода колебаний математического маятника без потерь с учетом нелинейности уравнения	65
ИНСТРУМЕНТЫ, АППАРАТУРА, КОМПОНЕНТЫ И ТЕХНИКА		
<i>А.И. Жбанов, В.С. Кошелев, О.А. Коромыслова</i>	Температурные режимы плазмотрона	66
<i>В.Н. Карцев, В.В. Цецулин, А.А. Мостовой</i>	Калибровка дилатометра – измерителя объемных свойств жидкостей	70
ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ: ЭЛЕКТРОННАЯ И ИОННАЯ ОПТИКА		
<i>Г.А. Багаева, Б.С. Дмитриев, М.А. Дмитриева, Ю.Д. Жарков</i>	Исследование формы волны конвекционного тока в промодулированных потоках заряженных частиц с помощью метода электронного зонда	73
<i>Б.С. Дмитриев, М.А. Дмитриева, Ю.Д. Жарков</i>	Исследование неоднородных замедляющих систем методом электронного зонда	75
<i>А.С. Шаповалов, В.В. Машиников, С.А. Шаповалов</i>	Шумовые параметры электронного пучка на локально-неоднородном катоде	76
<i>А.С. Шаповалов, С.А. Шаповалов, О.С. Плеханов</i>	Спектральные характеристики флуктуаций поперечной скорости электронного пучка на неоднородном катоде	80
<i>А.С. Шаповалов, С.А. Шаповалов</i>	Спектральные характеристики флуктуаций поперечного смещения электронного пучка на неоднородном катоде	83
<i>В.А. Костяков, В.Г. Жиляков, А.А. Игнатьев, Л.С. Сотов, Т.Н. Тихонова</i>	Особенности процесса переключения коммутирующих устройств с последовательным соединением <i>pin</i> - диодов	85
<i>В.Я. Явчуновский, В.Л. Баранов, Е.А. Четвериков, Ю.Н. Ефимов, А.В. Львицын</i>	Использование низкоинтенсивного электромагнитного излучения СВЧ-диапазона для интенсификации взаимодействия мощных тепловых потоков с мелкодисперсными диэлектрическими средами. Часть 1. Общие подходы и результаты предварительного экспериментального исследования	87
<i>В.Я. Явчуновский, В.Л. Баранов, Е.А. Четвериков</i>	Использование низкоинтенсивного электромагнитного излучения СВЧ-диапазона для интенсификации взаимодействия мощных тепловых потоков с мелкодисперсными диэлектрическими средами. Часть 2. Приближенная математическая модель и результаты расчета	91
<i>А.П. Клёнов</i>	Спектральный анализ зарядного рельефа	100

<i>В.А. Костяков, С.В. Овчинников, А.А. Игнатьев</i>	Оценка максимальной входной мощности pin – диодного инверсного коммутирующего элемента в импульсном режиме	102
<i>В.А. Костяков, А.А. Игнатьев, В.А. Малаярчук</i>	Коммутирующий элемент инверсного типа миллиметрового диапазона	104
<i>А.И. Жбанов, В.С. Кошелев</i>	Электронно-оптический анализ вакуумных люминесцентных индикаторов методом конечных элементов	106

ОПТИКА

<i>А.С. Беланов, В.Г. Гайворон, Р.Р. Салимзянов Г.В. Мельников</i>	Зависимость спектров электролюминесценции светодиодов на основе GaP от температуры	109
<i>Г.В. Мельников</i>	Проявление парамагнитных свойств кислорода в процессе триплет-триплетной аннигиляции молекул антрацена в водно-мицеллярных растворах додецилсульфата натрия	111
<i>Г.В. Мельников С.Н. Штыков, И.Ю. Горячева</i>	Влияние внешнего тяжелого атома на сенсibilизированную фосфоресценцию полициклических ароматических углеводородов в мицеллах додецилсульфата натрия	112

МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА И МАТЕРИАЛЫ

<i>С.В. Гришин, Ю.П. Шаравский</i>	Медленные электромагнитные волны в продольно намагниченном ферромагнитном слое	114
<i>И.В. Кулаков, М.Н. Куликов</i>	Исследование начального момента старения намагниченности ансамбля однодоменных частиц	116
<i>И.В. Кулаков</i>	Возбуждение магнитостатических волн в феррит - полупроводниковых структурах (ФПС)	117

ХИМИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

<i>В.Н. Карцев, А.А. Мостовой, А.В. Зборовский</i>	О выборе способа выражения состава раствора при физико-химическом анализе жидкостей	119
<i>В.Н. Карцев, А.А. Мостовой, А.В. Зборовский</i>	К задаче межмолекулярного взаимодействия в растворе	121

ГЕОФИЗИКА ГИДРОСФЕРЫ И АТМОСФЕРЫ

<i>L.M. Minkin</i>	Incoming solar radiation after volcanic eruption	123
--------------------	--	-----

МЕДИЦИНСКАЯ БИОФИЗИКА

<i>Л.А. Мельников, А.В. Новоселова, Н.В. Блинова, С.И. Виноцкий, В.В. Серов, В.В. Бакуткин, Т.Г. Каменских, Е.В. Гилева</i>	Исследование динамики вызванного потенциала зрительных центров коры головного мозга человека	128
---	--	-----

ДИНАМИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗОВ

<i>В.В. Хроменков</i>	Анализ системы охлаждения кикера электронного прибора	130
-----------------------	---	-----

КНИЖНОЕ ОБОЗРЕНИЕ

<i>А.П. Клепов</i>	Рецензия на книгу Н.И. Байдаковой, Н.А. Романченко Информационный век: наука и образование. М., 1999	132
--------------------	--	-----

Сведения об авторах 133

Памятка авторам 134

Information for Contributors 135

Библиотеки, получившие обязательный экземпляр научного сборника "Вопросы прикладной физики", 1998, № 4 136

Научное издание

ВОПРОСЫ ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКИ

Межвузовский научный сборник

Выпуск 5

Редакторы Л.А. Горюнова, В.А. Трушина
Технический редактор Л.В. Агальцова
Корректоры Е.Б. Крылова, Е.А. Митенева

Изд. лиц. ЛР № 020305 от 19.02.97. Подписано в печать 29.12.99.
Формат 60×84 1/8. Бумага офсетная. Гарнитура Times. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 16,27 (17,5). Уч.-изд. л. 16,4. Тираж 450 экз. 35р. Заказ

Издательство Саратовского университета. 410601, Саратов, ул. Университетская, 42.
Отпечатано с оригинал-макета в РОУ "Народный дом". 410600, Саратов, ул. Горького, 30.

35р.



ИЗДАТЕЛЬСТВО
САРАТОВСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА