

ISSN 0868-6238

К 75-ЛЕТИЮ  
ФИЗИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА  
САРАТОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА



# ВОПРОСЫ ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКИ



ИЗДАТЕЛЬСТВО  
САРАТОВСКОГО  
УНИВЕРСИТЕТА



*Выпуск 27*

**2020**

Саратовский национальный исследовательский  
государственный университет  
им. Н.Г. Чернышевского

# ВОПРОСЫ ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКИ

*Межвузовский научный сборник*

Выпуск 27

Издательство Саратовского университета  
2020

**Вопросы прикладной физики: Межвуз. науч. сб.— Саратов: Изд-во Саратовского университета, 2020. – Вып.27 – 94 с.: илл.**

В сборнике представлены результаты теоретических и экспериментальных исследований прикладных проблем в различных областях современной физики: математические методы в физике; статистическая физика и термодинамика; инструменты, аппаратура, компоненты и техника, общие для различных областей физики и астрономии; электромагнетизм, электронная и ионная оптика; оптика; конденсированные среды: структура, механические и тепловые свойства; геофизика гидросферы и атмосферы. Тематика разделов соответствует международной классификации по физике и астрономии (PACS 1996).

Для специалистов в области прикладной физики, а также для аспирантов и студентов-физиков старших курсов.

Редакционная коллегия:

А.С.Шаповалов –главный редактор  
М.А.Старшов – научный редактор  
С.В. Чурочкина – зам.главного редактора

Редакционный совет:

В.М. Аникин	Саратовский государственный университет
В.Б. Байбурын	Саратовский государственный технический университет
О.Е. Глухова	Саратовский государственный университет
М.В. Давидович	Саратовский государственный университет
О.Г. Мартыненко	Институт теплообмена Белорусской АН, Минск
Л.М. Минкин	Портландский университет, США
Н.И. Сеницын	СО ИРЭ РАН, Саратов
М.А. Старшов	Саратовский государственный университет
В.В. Тучин	Саратовский государственный университет
С.В. Чурочкина	Саратовский государственный университет
А.С. Шаповалов	Саратовский государственный университет

**ФИЗИЧЕСКОМУ ФАКУЛЬТЕТУ – 75 ЛЕТ**

В. М. Аникин

Саратовский национальный исследовательский государственный университет  
имени Н. Г. Чернышевского*Аникин Валерий Михайлович, д.ф.-м.н., профессор,*

заслуженный работник высшей школы РФ, декан физического факультета

О причинах создания в 1945 г. физического факультета Саратовского университета и первой приемной кампании на факультете.

18 июля 1945 г. на основании Постановления Совета Народных Комиссаров СССР из состава физико-математического факультета (образован в 1917 г.) Саратовского университета был выделен физический факультет. Уже 20 июля 1945 г. вышел специальный номер университетской газеты «Сталинец», посвященный приемной кампании в университет 1945 г. с представлением нового факультета [1]. Первый декан физического факультета профессор П. В. Голубков охарактеризовал значимость факультета, имеющиеся кафедры и специальности подготовки. Он писал:

«Особые задачи, стоящие перед нашей Родиной в восстановительный период и связанные с проблемами дальнейшего роста оборонной мощи Советского Союза, отдельных отраслей промышленности и народного хозяйства, настоятельно требуют научного разрешения многочисленных вопросов, относящихся к одной из самых обширных областей естествознания – физике.

Именно в связи с этим постановление Совнаркома СССР предусматривает ряд мероприятий, имеющих целью укрепить при университетах физическую специальность.

В развитие этого постановления решением ВКВШ (Всесоюзного комитета по делам высшей школы – В. А.) при Саратовском государственном университете с 1 сентября текущего года утверждается отдельный, физический факультет (выделяемый из ныне существующего физико-математического). Новый факультет должен готовить квалифицированных физиков-исследователей, имеющих солидную теоретическую подготовку, достаточно широкий кругозор и обладающих серьезными экспериментальными навыками. До настоящего года отдельные физические факультеты существовали лишь при Московском и Ленинградском университетах. В настоящем учебном году физический факультет будет работать в составе четырех кафедр: кафедры общей (экспериментальной) физики, теоретической физики, физики твердого тела и астрономии. Каждая из этих кафедр имеет свои научные интересы. Основным научным направлением кафедры общей физики является область физики сверхвысокочастотных электромагнитных колебаний, имеющая в настоящее время громадный научный и практический интерес в силу ее широких перспектив, в частности – для

современной радиофизики. Кафедра физики твердого тела изучает ряд механических и электрических свойств твердых тел. Кафедра теоретической физики работает в одной из современных областей электроники, изучая процессы в электронных совокупностях. Ее научные интересы примыкают к работам кафедры общей физики и физики твердого тела, осуществляя плодотворное объединение экспериментаторов и теоретиков. Кафедра астрономии проводит ряд важных исследований по астрономии и гравиметрии.

Новому физическому факультету предоставляется ряд преимуществ: ассигнуются дополнительные средства для нового оборудования, выписки иностранной литературы, увеличивается штат профессорско-преподавательского состава, студентам и работникам факультета предоставляются отсрочки от призыва в РККА и т. д.

Оканчивающие физический факультет направляются в качестве исследователей в научно-исследовательские институты, исследовательские лаборатории промышленных предприятий и в научные лаборатории вузов и втузов».



П. В. Голубков

В этом же номере газеты размещена Памятка для поступающих в СГУ. Правила приема предусматривали особые условия для участников только что закончившейся Великой Отечественной войны:

«Порядок поступления в Саратовский Государственный Университет такой же, как во все другие вузы страны. Заявления принимаются до 15 августа. К заявлениям должны быть приложены:



#### ФИЗИЧЕСКОМУ ФАКУЛЬТЕТУ – 75 ЛЕТ

аттестат зрелости или аттестат об окончании средней школы (подлинник), автобиография, три фотографические карточки и справка об отношении к воинской обязанности. Окончившие среднюю школу в 1945 году с золотой и серебряными медалями, а также окончившие в 1944 году с аттестатом отличника принимаются в Университет без экзаменов; все остальные принимаются только с экзаменами. При равных условиях участники Отечественной войны пользуются преимуществом. Поступающие в Университет должны выдерживать экзамены в объеме средней школы по следующим дисциплинам (в зависимости от выбранного факультета):

<...> 4. На физический – по физике, математике, химии, русскому языку и литературе, иностранному языку.

<...> Экзамены производятся с 15 августа по 25 августа. Поступившие на физический факультет

пользуются отсрочкой от призыва в РККА на все время учебы.

Начало занятий с 17 сентября. Работающие на предприятиях и в учреждениях на время экзаменов, согласно распоряжению правительства, получают отпуск, а принятые в Университет освобождаются от работы для учебы. Все принятые в Университет иногородние обеспечиваются общежитием и столовой. Адрес для подачи заявлений: Саратов, Астраханская улица, № 83, Ректору Университета».

В последующие годы физический факультет уверенно развивался. Уже во второй половине 1940-х – начале 1950-х годов на нем были открыты кафедры оптики, радиофизики, электроники, физики вакуума и электровакуумных технологий, электрорадиотехники. Обсуждалась проблема открытия второго физического факультета – радиофизического.



Заведующие первыми кафедрами физического факультета 7 ноября 1951 года (слева направо): В.И. Калинин, А.С. Шехтер, А.Д. Степухович, М.Л. Кац, Г.М. Герштейн, Ю.Г. Альгшулер

В 1958 г. благодаря научно-образовательному содружеству с лауреатом Нобелевской премии, академиком, уроженцем Саратова Николаем Николаевичем Семёновым была открыта первая в стране кафедра химической физики. Впоследствии ряд кафедр выделили из своих составов «дочерние» кафедры – физики полупроводников (1981), прикладной физики (1986), теоретической и математической физики (1991), лазерной и компьютерной физики (1997). В 1999 г. в результате присоединения Саратовского педагогического института к СГУ в состав факультета вошла кафедра физики и методико-информационных технологий, ведущая подготовку преподавателей физики. С 2004

г. в течение 10 лет функционировала специализированная кафедра физики катастроф и чрезвычайных ситуаций.

Одна из первых кафедр факультета – кафедра физики вакуума и электровакуумных технологий (современное название – кафедра компьютерной физики и метаматериалов), сменив ряд специализаций, обрела статус кафедры на базе Саратовского филиала Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН, где с 1986 г. функционировал ее филиал. Еще одна базовая кафедра – критических и специальных технологий – была создана в Институте критических технологий.



На вручении дипломов выпускникам физического факультета в Большой физической аудитории (2014)

Научно-образовательная мощь факультета позволила передать ряд кафедр в качестве образующих новых факультетов СГУ – нелинейных процессов (1994) и нано- и биомедицинских технологий (2005).

В последние годы в дополнение к традиционным специальностям (направлениям) и специализациям (профилям) подготовки по физике, радиофизике, теоретической физике, оптике, лазерной физике и спектроскопии на факультете открыты направления подготовки, включенные в разряд приоритетных образовательных направлений – конструирование и

технология электронных средств, инфокоммуникационные технологии и системы связи, биотехнические системы и технологии.

В настоящее время динамичную научно-образовательную деятельность на физическом факультете ведут 8 кафедр [2–11]. Одним из ярких достижений факультета стало избрание в 2019 г. заведующего кафедрой оптики и биофотоники профессора В. В. Тучина членом-корреспондентом Российской академии наук по секции «Медицинская физика».

#### Библиографический список

1. Газета «Сталинец». 1945, 20 июля. URL : [http://elibrary.sgu.ru/Gazet/Univer/1945\\_07\\_20.pdf](http://elibrary.sgu.ru/Gazet/Univer/1945_07_20.pdf)
2. Салий И. Н. К 60-летию создания физического факультета Саратовского государственного университета имени Н. Г. Чернышевского // Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер. Сер. Физика. 2005. Т. 5, вып. 1. С. 5–38.
3. Аникин В. М. «Приобретать умение делать физические измерения и исследования»: к 100-летию физического образования и физической науки в Саратове // Изв. Саратов. ун-та. Нов. Сер. Сер. Физика. 2014. Т. 14. Вып. 1. С. 53–58.
4. Аникин В.М. Физический факультет в XXI веке // Изв. Саратов. ун-та. Нов. Сер. Сер. Физика. 2014. Т. 14, вып. 2. С. 65–71.
5. Аникин В.М. Физика в Саратовском университете. К 100-летию физического института и 70-летию физического факультета // Гетеромагнитная микроэлектроника. Саратов : Изд-во Саратов. ун-та, 2014. Вып. 16. С. 78–84.
6. Аникин В.М. Физический факультет СГУ: памятные даты // Вопросы прикладной физики: межвуз. науч. сб. Саратов : Изд-во Саратов. ун-та, 2015. Вып. 22. С. 3–7.
7. Аникин В.М. Послесловие к юбилею физического факультета СГУ // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия Физика. 2016. Т. 16, вып. 4. С. 248–252. DOI: 10.18500/1817-3020-2016-16-4-248-252.
8. Аникин В. М. «Бифуркационная летопись» физико-математического факультета Саратовского университета. 1917–1945 // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2018 Т. 26, вып. 6. С. 5–19. DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-6-5-19
9. Аникин В. М. Физико-математический факультет Саратовского университета (1917–1945) // Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер. Сер. Физика. 2018. Т. 18, вып. 1. С. 64–79. DOI: 10.18500/1817-3020-2018-18-1-64-79
10. Усанов Д.А., Аникин В.М. Саратовские научные и педагогические школы по физике (к 80-летию образования Саратовской области) // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия Физика. 2016. Т. 16, вып. 3. С. 178–190. DOI: 10.18500/1817-3020-2016-3-178-190.
11. Аникин В. М. Саратовский университет в зеркале юбилеев // Вопросы прикладной физики: межвуз. науч. сб. Саратов : Изд-во Саратов. ун-та, 2019. Вып. 26. С. 3–7.

#### TO THE 75th ANNIVERSARY OF PHYSICS FACULTY OF SARATOV UNIVERSITY

V.M. Anikin

Saratov State University

On the reasons for the creating in 1945 the Physics Faculty of Saratov University and the first admission campaign at the Faculty.

## МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ АНОМАЛЬНОГО ДРОБОВОГО ШУМА И ЕЁ ПРАКТИЧЕСКОГО ПРИМЕНЕНИЯ

А.С. Шаповалов, С.А. Шаповалов, А.С. Шаповалов мл

Саратовский национальный исследовательский государственный университет

*Шаповалов Александр Степанович,*

д.ф.-м.н., профессор кафедры компьютерной физики и метаматериалов

*Шаповалов Александр Степанович мл,* студент физического факультета

КРЭТ, АО «АП Восход», г. Москва

*Шаповалов Степан Александрович,* начальник группы ОВК

Обсуждаются методические аспекты общей теории аномального дробового шума на неоднородных потенциальных барьерах. Рассматриваются вопросы практического применения теории для разработки статистических моделей неоднородных барьеров.

Проблема источников собственных шумов электронных приборов не теряет своей актуальности [1,2]. При этом особый интерес представляют источники шумов неоднородных систем. При исследовании таких систем и протекающих в них физических процессов широко используются методы их статистического моделирования [3-7].

Для того чтобы учащиеся в своей будущей научно-исследовательской деятельности были готовы к проведению подобных исследований в учебные программы курсов и задания для курсовых и выпускных квалификационных работ систематически включаются вопросы соответствующей тематики. К ним, в частности, относятся задачи по разработке статистических моделей неоднородных потенциальных барьеров и расчёту спектров дробовых флуктуаций тока. Типичными примерами таких систем являются потенциальные барьеры на поверхности эмиттеров (катодов электровакуумных приборов), барьеры на границе полупроводников с разным типом проводимости и т.д. Различные приёмы моделирования подобных неоднородных систем представлены в ряде работ [3-7]. Однако, как показывает опыт, при выполнении указанных заданий учащиеся нередко испытывают определённые затруднения методического характера. В связи с этим в предлагаемой работе предпринимается попытка обобщить данные различных источников и на примере неоднородного эмиттера электронов обсудить методику статистического исследования явления аномального дробового шума.

Классическая теория, разработанная Шоттки, объясняет дробовой шум (ДШ) достаточно полно [8], но это относится только к однородным потенциальным барьерам. Реальные барьеры, в частности эмиттер электронов (катод), всегда неоднородны [9], и, как показывают экспериментальные исследования [3,10,11], уровень дробовых шумов в таких системах может на один и даже два порядка превышать величину, определяемую формулой Шоттки. Авторы первых работ [10,11] в этом направлении назвали подобный шум аномальным дробовым шумом (АДШ).

Видов неоднородности реальных барьеров достаточно много [3]. Согласно разработанной теории АДШ его возникновение связано с

неоднородностью физико-химических состояний барьера и их непрерывной сменой [3]. Равновесное состояние барьера носит не статический, а динамический характер, и его параметры, в частности высота барьера, непрерывно флуктуируют. В результате, при наличии тока в системе параметр интенсивности прохождения носителей заряда через потенциальный барьер носит случайный характер. Так, например, в случае оксидного катода случайный характер параметров барьера возникает вследствие совместного действия совокупности физико-химических процессов на его поверхности и в глубине эмитирующего покрытия. К ним относятся: испарение избыточных атомов бария, являющихся эмиссионными центрами, отравление оксидного слоя вследствие химических реакций свободного бария с атомами остаточных газов в приборе, восстановление атомов бария при взаимодействии окиси бария с металлами керна и последующая диффузия бария на поверхность катода и т.д. В полупроводниковых приборах к таким процессам относится диффузия носителей заряда, формирующая потенциальный барьер, флуктуации скорости диффузии, генерация и рекомбинация носителей и т.д. В результате указанных процессов любой реальный потенциальный барьер имеет множество непрерывно сменяющих друг друга физических состояний, каждое из которых характеризуется соответствующим значением параметра интенсивности  $\lambda$  переходов частиц через барьер. Применительно к катодам указанный параметр является параметром интенсивности эмиссии электронов и определяется как условное математическое ожидание числа электронов, эмитируемых за единичный интервал времени при условии, что эмиттер находится в данном эмиссионном состоянии. С формальной точки зрения прохождение зарядов через потенциальный барьер полупроводникового устройства также можно рассматривать как их эмиссию через барьер, а его состояния, характеризуемые различными значениями параметра интенсивности переходов  $\lambda$ , рассматривать как различные эмиссионные состояния. Это обстоятельство позволяет пользоваться единой терминологией при анализе дробовых шумов и на катоде вакуумного прибора, и

на потенциальном барьере полупроводникового устройства.

Основные теоретические исследования шумовых свойств неоднородных потенциальных барьеров, в частности дробовых флуктуаций тока, проводятся методами статистического моделирования подобных систем [3]. Поэтому разработка соответствующих статистических моделей неоднородных барьеров представляет значительный практический интерес. Использование таких моделей позволяет рассчитать спектр дробового шума при заданной степени неоднородности эмиссионных состояний, выяснить законы распределения параметра интенсивности, которым при прочих равных условиях соответствуют наиболее высокие или наиболее низкие уровни дробового шума. Эта информация важна для объяснения экспериментальных данных о шумовых свойствах электронных приборов, прогнозирования величины их шумовых параметров, совершенствования технологии их изготовления с целью уменьшения уровня шумов и т.д.

В настоящее время достигнуты столь малые уровни флуктуаций выходного сигнала электронных устройств, что их дальнейшее снижение стало невозможным без учета всех дополнительных факторов, ведущих к увеличению интенсивности собственных шумов. К таким факторам, прежде всего, относится фактор неоднородности области генерации шума. Для дробовых шумов это область потенциального барьера.

Общая теория аномального дробового шума построена на основе общей физической модели неоднородных эмиттеров. Рассмотрим физические аспекты этой модели.

#### Общая статистическая модель эмиссии неоднородного катода

По классической модели эмиссии однородного катода Шоттки [8] число электронов, испускаемых катодом за некоторый промежуток времени, является случайной величиной, распределённой по закону Пуассона [8,12]. В этом случае интервал времени  $\tau$  между двумя последовательными актами испускания электронов распределён по экспоненциальному закону [12]

$$f(\tau) = \lambda \exp(-\lambda\tau), \quad (1)$$

где  $f(\tau)$  – плотность распределения вероятности интервала  $\tau$ ,  $\lambda$  – детерминированная величина, называемая параметром распределения или параметром интенсивности эмиссии. Моменты испускания отдельных электронов считаются независимыми случайными величинами, распределёнными на интервале наблюдения по закону равномерной плотности [12].

Используемая в теории АДШ модель неоднородного эмиттера принципиально отличается классической, так как носит значительно более общий характер. В рамках этой модели на закон распределения интервала не накладывается никаких ограничений. Он носит произвольный характер. Задание конкретного вида этого закона означает

формирование некоторой частной модели неоднородного катода.

Предполагается, что катод имеет множество эмиссионных состояний, каждому из которых соответствует своё значение параметра интенсивности эмиссии. Эмиссионные состояния непрерывно сменяют друг друга. В результате изменяется закон распределения интервала времени  $\tau$  между двумя последовательными актами испускания электронов. Это означает, что поток событий, представляющий последовательность актов испускания электронов перестаёт быть Пуассоновским, то есть процессом без последствия.

Таким образом, модель учитывает специфический тип неоднородности эмиттера – неоднородность эмиссионных состояний. При этом изменяется число факторов, обуславливающих случайный характер эмиссионного процесса. Если раньше случайный характер тока эмиссии возникал вследствие случайного характера моментов испускания отдельных электронов и случайного числа испущенных частиц, то теперь появляется дополнительный фактор случайности – непрерывная смена эмиссионных состояний. В результате параметр интенсивности эмиссии  $\lambda$  рандомизируется, то есть становится случайной величиной, а распределение (1) перестаёт быть справедливым для такого эмиттера.

#### Общая теория аномального дробового шума неоднородного эмиттера и её основные результаты

Классическая теория дробового шума Шоттки, исходящая из классической физической модели эмиссии, приводит к следующему выражению для спектральной плотности (СП) флуктуаций тока эмиссии (дробового шума) [8]:

$$S_i(\omega) = \frac{eI_0}{2\pi}, \quad (2)$$

где  $S_i(\omega) = \frac{i_{\Delta\omega}^2}{\Delta\omega}$  – двухсторонняя спектральная плотность флуктуаций тока эмиссии (СП дробового шума);  $i_{\Delta\omega}^2$  – средний квадрат флуктуаций тока в единичной полосе круговых частот;  $\omega$  – круговая частота;  $I_0$  – постоянная составляющая тока;  $i$  – символ флуктуационной составляющей тока.

Спектральная плотность Шоттки (2) не зависит от частоты, так как временем пролёта электронов (пролётными эффектами) в рассматриваемой схеме пренебрегается.

Общая теория дробового шума основывается на более общей модели эмиссии, учитывающей существование множества эмиссионных состояний и их непрерывную смену, даёт более общее выражение для спектральной плотности

$$S_i(\omega) = \frac{eI_0}{2\pi} + \frac{eI_0}{\pi} \operatorname{Re} \frac{M \{ \exp(j\omega\tau) \}}{1 - M \{ \exp(j\omega\tau) \}}, \quad (3)$$

где  $M$  – символ взятия математического ожидания.

Спектральная плотность (3) содержит два слагаемых.

Первое слагаемое совпадает с формулой Шоттки (2). Это СП классической компоненты дробового шума (компоненты Шоттки), вызываемая случайным характером эмиссии отдельных электронов. Она не зависит от частоты.

Второе слагаемое – это СП аномальной компоненты дробового шума, вызываемая сменой эмиссионных состояний катода. Она зависит от частоты.

Таким образом, спектр дробового шума не является белым даже в том случае, когда время пролёта электрона равно нулю.

Обычно выражение (3) представляют в одной из следующих форм:

$$S_i(\omega) = \frac{eI_0}{2\pi} \gamma(\omega), \tag{4}$$

$$S_i(\omega) = \frac{eI_0}{2\pi} + [\gamma(\omega) - 1] \frac{eI_0}{2\pi}, \tag{5}$$

где

$$\gamma(\omega) = 1 + 2 \operatorname{Re} \frac{M\{\exp(j\omega\tau)\}}{1 - M\{\exp(j\omega\tau)\}}. \tag{6}$$

Величина  $\gamma(\omega)$  – это безразмерный уровень полного дробового шума или безразмерная СП полного дробового шума. По своему физическому смыслу  $\gamma(\omega)$  представляет собой коэффициент повышения СП полного дробового шума по сравнению с СП Шоттки (2).

Величина  $\gamma(\omega)-1$  – это безразмерный уровень аномальной компоненты дробового шума, то есть отношение СП аномальной компоненты к СП Шоттки.

Как показывают расчёты, СП монотонно уменьшается с ростом частоты, и её максимальное значение  $\gamma_0$  наблюдается при  $\omega \rightarrow 0$ , то есть  $\gamma_0 = \gamma(\omega \rightarrow 0)$ .

При  $\omega \ll I_0/e$ , коэффициент повышения шума  $\gamma_0 = \gamma(\omega \rightarrow 0)$  максимален и практически совпадает с квадратом коэффициента вариации  $V_\tau^2$  интервала  $\tau$

$$\gamma_0 = \gamma(\omega \rightarrow 0) = V_\tau^2 = \frac{M\{\tau^2\} - M^2\{\tau\}}{M^2\{\tau\}}.$$

В указанной области частот, которые условно можно называть низкими, отличие величин  $\gamma$  и  $\gamma_0$  пренебрежимо мало.

**Методика построения частных (конкретных) статистических моделей неоднородного эмиттера**

Для расчёта численных значений коэффициента повышения уровня дробового шума  $\gamma(\omega)$  требуется задать закон  $f(\tau)$  распределения интервала  $\tau$ .

Один из часто используемых приёмов обоснования вида закона  $f(\tau)$  заключается в следующем. Предполагается, что в любом эмиссионном состоянии интервал  $\tau$  распределён по экспоненциальному закону (как в случае однородного катода), но в качестве параметра этого распределения выступает то значение параметра

интенсивности эмиссии, которое соответствует именно этому состоянию. Другими словами распределение (1) принимается в качестве условной плотности вероятности  $f(\tau|\lambda)$  интервала при условии, что катод находится в данном эмиссионном состоянии

$$f(\tau | \lambda) = \lambda \exp(-\lambda\tau). \tag{7}$$

Таким образом, для определения безусловного закона распределения интервала остаётся задать закон распределения  $\psi(\lambda)$  параметра интенсивности эмиссии  $\lambda$ . Конкретизация закона  $\psi(\lambda)$ , по существу, означает выбор частной математической модели неоднородного эмиттера.

Специфика подобной процедуры заключается в том, что, в принципе, можно предполагать как непрерывный, так и дискретный характер параметра  $\lambda$ . Таким образом, в общем случае возможно построение и использование двух серий частных моделей, которые условно можно назвать непрерывными и дискретными.

С физической точки зрения оба типа моделей можно считать одинаково обоснованными. При исследовании аномального дробового шума могут и должны быть использованы и непрерывные, и дискретные статистические модели эмиттеров. Только при таком подходе к исследованию можно получить ответ на принципиальный вопрос о влиянии дискретизации спектра возможных значений параметра интенсивности эмиссии на спектральную плотность аномального дробового шума.

Если параметр  $\lambda$  рассматривается как непрерывная случайная величина, то по формуле полной вероятности безусловный закон распределения интервала запишется так [12]:

$$f(\tau) = \int_0^\infty \psi(\lambda) \lambda \exp(-\lambda\tau) d\lambda. \tag{8}$$

Если параметр интенсивности имеет дискретный характер, число состояний равно  $N$ , а вероятность  $i$ -го состояния составляет  $p_i$ , то безусловная плотность распределения интервала  $f(\tau)$  опишется гиперэкспоненциальным законом [12]

$$f(\tau) = \sum_{i=1}^N p_i \lambda_i \exp(-\lambda_i\tau). \tag{9}$$

Определение безусловной плотности распределения интервала  $f(\tau)$  является завершающим этапом построения частной статистической модели неоднородного потенциального барьера. Используя соотношения (4)-(6), можно найти спектральную плотность дробовых флуктуаций, соответствующую данной модели.

В заключение отметим, что к настоящему времени разработано довольно много [3-7] и дискретных, и непрерывных математических моделей неоднородного эмиттера, многие из которых могут соответствовать реальным образцам катодов, отличающихся различными факторами: типом, структурой, химическим составом, технологией изготовления и т.д. Использование

совокупности частных моделей неоднородного эмиттера позволяет ответить на вопросы, касающиеся возможных пределов изменения шумовых параметров эмиттера при той или иной степени его неоднородности, требований к технологии изготовления и др. Для полноты ответа на подобные вопросы необходимы экспериментальные данные о типе и степени неоднородности эмиттеров и дальнейшая разработка новых и модификация существующих частных моделей.

Практическая значимость получаемых при этом результатов заключается в том, что они дают

направление, в котором необходимо изменять закон распределения параметра интенсивности при создании реальных маломощных эмиттеров. Реализация таких законов распределения на практике представляет одну из важнейших задач, стоящих перед разработчиками технологии изготовления катодов.

Следует также подчеркнуть, что методы моделирования систем, в том числе статистические подходы, успешно применяются в различных областях физики и техники [13-20 ], поэтому их освоение представляет важную задачу учебного процесса.

#### Библиографический список

1. Жигальский Г.П. Флуктуации и шумы в электронных твёрдотельных приборах. – М.:Физматлит, 2012. - 512 с.
2. Якимов А.В. Физика шумов и флуктуаций параметров. Электронное учебное пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2013. – 85 с.
3. Шаповалов А.С., Голубенцев А.Ф., Денисов Ю.И. Эмиссионные и шумовые свойства неоднородных эмиттеров. – Саратов.: Издательство Саратовского университета, 1983. – 92 с.
4. Шаповалов А.С., Инкин М.Г., Мироненко К.В. Аномальный дробовой шум на неоднородном потенциальном барьере // Гетеромагнитная микроэлектроника: Сб. науч. тр. / Под ред. проф. А.В. Ляшенко. – Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, - 2016. – Вып. 20. – С. 41-46.
5. Шаповалов А.С., Денисов Ю.И. Статистический механизм возникновения аномальных дробовых шумов в потоках носителей заряда // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1985. – Т. 28, № 5. – С. 88.
6. Инкин М.Г., Мироненко К.В., Шаповалов А.С. Многоуровневая дискретная модель неоднородного эмиттера и максимальный уровень аномального дробового шума // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2016. – В. 23. – С. 39-41.
7. Инкин М.Г., Мироненко К.В., Шаповалов А.С. Частотные характеристики аномального дробового шума для многоуровневой дискретной модели неоднородного эмиттера // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2016. – В. 23. – С. 42-44.
8. Давенпорт В.Б., Рут В.Л. Введение в теорию случайных сигналов и шумов / Пер. с англ. под ред. Р.Л. Добрушина. – М.: ИЛ, 1960, – 468 с.
9. Дружинин А.В., Кондрашенков Ю.А., Некрасов В.И. Эмиссионная неоднородность эффективных термокатодов // Изв. АН СССР. Сер. Физическая. – 1969. – Т. 33, № 5. – С. 411-420.
10. Набоков Ю.И., Авдеев В.Е. Об аномальном дробовом эффекте в приборах с оксидным катодом // Изв. АН СССР. Сер. Физическая. – 1969. – Т. 33, № 3. – С. 452-457.
11. Попов А.И., Колпаков Д.Е. О возможном механизме аномально высоких дробовых шумов в ПУЛ // Электронная техника. Сер. 5. Приёмно-усилительные лампы. – 1971. – В. 1. – С. 35-42.
12. Пугачёв В.С. Введение в теорию вероятностей. – М.: «Наука», 1968. – 368 с.
13. Minkin L.M., Shapovalov A.S. Thermo-diffusional radon waves in soils // Science of the Total Environment / Volume 565, 15 september 2016, Pages 1-7.
14. Minkin L., Shapovalov A.S. Heat of Transport of Air in Clay. // Radiation Protection Dosimetry. - 2007.- V. 123, № 2. - P. 221-225.
15. Dittrich W., Shapovalov A.S., Minkin L. Measuring the Specific Heat of Metals By Cooling. // Physics Teacher. – 2010. - V. 48. № 8. - P.531-533.
16. Никитин А.А., Шаповалов А.С. Экспериментальное исследование многодиодных генераторов на многоструктурных ЛПД // Электронная техника. Сер. 1. СВЧ-техника. - 1999. - В. 2. - С. 7-9.
17. Кудряшов С.А., Шаповалов А.С. Анализ энергетических и шумовых характеристик многодиодных СВЧ-генераторов при различных способах настройки // Электронная техника. Сер. 1. СВЧ-техника. - 1997. - В. 2. - С. 28-31.
18. Кудряшов С.А., Шаповалов А.С. Способ улучшения шумовых характеристик диодных СВЧ-генераторов, содержащих линию передачи // Электронная техника. Сер. 1. СВЧ-техника. - 1997. - В. 1. - С. 32-33.
19. Шаповалов А.С., Никитин А.А., Кудряшов С.А. Многодиодный СВЧ-генератор с электрической перестройкой частоты // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. - 1991. - В. 10. - С. 19-21.
20. Игнатъев А.А., Куликов М.Н., Стальмахов В.С., Шаповалов А.С. Шумовые свойства ламп обратной волны со скрещенными полями. – Саратов.: Издательство Саратовского университета, 1983. – 96 с.

**METHODICAL ASPECTS OF THE GENERAL THEORY OF ANOMALOUS SHOT NOISE AND ITS PRACTICAL APPLICATION**

<sup>1</sup>A.S. Shapovalov, <sup>2</sup>S.A. Shapovalov, <sup>1</sup>A.S. Shapovalov Jr  
<sup>1</sup>Saratov National Research State University  
<sup>2</sup>«AP Voskhod», Moscow

Methodical aspects of the general theory of anomalous shot noise at inhomogeneous potential barriers are discussed. The questions of the practical application of the theory for the development of statistical models of inhomogeneous barriers are considered.

УДК 530.10

**О КОРРЕКТНОСТИ СТАТИСТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ТЕОРЕТИЧЕСКИХ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ**

А.С. Шаповалов, С.А. Шаповалов, А.С. Шаповалов мл.  
 Саратовский национальный исследовательский государственный университет  
*Шаповалов Александр Степанович,*  
 д.ф.-м.н., профессор кафедры компьютерной физики и метаматериалов  
*Шаповалов Александр Степанович мл.,* студент физического факультета  
 КРЭТ, АО «АП Восход», г. Москва

*Шаповалов Степан Александрович,* начальник группы ОВК

Обсуждается роль корректности применения статистических методов при проведении теоретических расчётов и обработке экспериментальных данных. Приводятся примеры некорректного проведения статистических операций, в результате чего возникают значительные ошибки рассчитываемой величины.

Данная заметка адресуется студентам младших курсов, которые нередко допускают элементарные ошибки при проведении простейших статистических расчётов. Одним из примеров подобных расчётов является определение математического ожидания функции случайной величины или функции нескольких случайных аргументов.

В предлагаемой работе этот вопрос рассматривается на примере функции случайной величины, распределённой по закону Максвелла, который студенты физической специальности проходят на первом курсе в рамках курса «Молекулярная физика» [1]. Для простоты предполагается одномерный случай.

При решении конкретных задач, в которых искомая физическая величина зависит от случайного аргумента, учащиеся пользуются самым простым способом учёта случайного характера аргумента. Для определения среднего значения функции они заменяют случайный аргумент его математическим ожиданием. Результат получается правильным, но только в том случае, когда функция зависит от аргумента линейно. Ниже приводятся примеры ошибок, возникающих при применении такого необоснованного подхода к нелинейным функциям [2].

Первым рассмотрим следующий пример. Предположим, что рассчитываемая физическая величина (функция) пропорциональна не скорости, а квадрату скорости молекулы (как, например, при расчёте давления газа). Коэффициент пропорциональности для простоты примем равным 1. Его величина не повлияет на относительную погрешность расчёта. При корректном расчёте среднее значение искомой величины должно быть пропорционально математическому ожиданию квадрата скорости молекулы [2]

$$\overline{v^2} = M(v^2) = \int_0^{\infty} v^2 f(v) dv = \frac{3kT}{m}, \quad (1)$$

где

$$f(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} 4\pi v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right), \quad (2)$$

$f(v)$  – плотность распределения вероятности скорости молекулы,  $M$  – символ взятия математического ожидания,  $v$  – скорость молекулы,  $m$  – масса молекулы,  $T$  – абсолютная температура,  $k$  – постоянная Больцмана.

При некорректном подходе, указанном выше, среднее значение искомой величины окажется пропорциональным квадрату математического ожидания  $\{\overline{v}\}^2$  скорости молекулы

$$\{v\}^2 = \{M(v)\}^2 = \left\{ \int_0^{\infty} v f(v) dv \right\}^2 = \frac{8 kT}{\pi m}. \quad (3)$$

Таким образом, относительная ошибка расчёта среднего значения искомой физической величины будет довольно существенной

$$\frac{\overline{v^2} - \{v\}^2}{\overline{v^2}} = 1 - \frac{8}{3\pi} \approx 15\%$$

Вторым примером может служить следующая ситуация. Предположим, что рассчитываемая физическая величина обратно пропорциональна скорости. В этом случае при корректном расчёте среднее значения искомой физической величины будет пропорционально величине

$$M\left(\frac{1}{v}\right) = \int_0^{\infty} \frac{1}{v} f(v) dv = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{m}{kT}$$

При ошибочном подходе конечный результат будет пропорционален величине



$$\frac{1}{\sigma} = \sqrt{\frac{\pi m}{8 kT}},$$

а относительная погрешность расчёта составит

$$\frac{M\left(\frac{1}{\nu}\right) - \frac{1}{\sigma}}{M\left(\frac{1}{\nu}\right)} = 1 - \frac{\pi}{4} \approx 21\%$$

В качестве третьего примера рассмотрим случай, когда исследуемая физическая величина обратно пропорциональна квадрату скорости молекулы. При строгом расчёте её среднее значение будет пропорционально математическому ожиданию

$$M\left(\frac{1}{\nu^2}\right) = \int_0^{\infty} \frac{1}{\nu^2} f(\nu) d\nu = \frac{m}{kT}.$$

При некорректном расчёте оно будет пропорционально

$$\frac{1}{(\sigma)^2} = \frac{\pi m}{8 kT}$$

Погрешность расчёта, основанного на некорректном подходе, окажется весьма значительной

$$\frac{M\left(\frac{1}{\nu^2}\right) - \frac{1}{(\sigma)^2}}{M\left(\frac{1}{\nu^2}\right)} = 1 - \frac{\pi}{8} \approx 61\%$$

Аналогичные примеры можно привести и в случаях, когда функция зависит от двух и более случайных аргументов.

Приведённые примеры убеждают, что к правилам и теоремам теории вероятностей надо относиться очень внимательно и не допускать некорректных упрощений.

В заключение отметим, что ситуации, подобные рассмотренным, встречаются в различных областях физики и техники [3-9]. Причём не только при теоретических расчётах, но и при статистической обработке результатов эксперимента. Необходимо иметь в виду, что проблема корректности используемых приёмов играет особенно важную роль в научно-исследовательской деятельности.

#### Библиографический список

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. 2. Термодинамика и молекулярная физика. М.: «Наука», 1975. 552 с.
2. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Прикладные задачи теории вероятностей. М.: «Радио и связь», 1983. 416 с.
3. Шаповалов А.С. Вероятностные расчёты в физике. Саратов: Издательство «Саратовский источник», 2015, - 72 с.
4. Minkin L., Shapovalov A.S. Heat of Transport of Air in Clay. // Radiation Protection Dosimetry. - 2007.- V. 123, № 2, - P. 221-225.
5. Minkin L.M., Shapovalov A.S. Thermo-diffusional radon waves in soils // Science of the Total Environment / Volume 565, 15 september 2016, Pages 1-7.
6. Шаповалов А.С., Денисов Ю.И. Статистический механизм возникновения аномальных дробовых шумов в потоках носителей заряда // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1985. – Т. 28, № 5. – С. 88.
7. Шаповалов А.С., Инкин М.Г., Мироненко К.В. Аномальный дробовой шум на неоднородном потенциальном барьере // Гетеромагнитная микроэлектроника: Сб. науч. тр. / Под ред. проф. А.В. Ляшенко. – Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, - 2016. – Вып. 20. – С. 41-46.
8. Никитин А.А., Шаповалов А.С. Экспериментальное исследование многодиодных генераторов на многоструктурных ЛПД // Электронная техника. Серия 1. СВЧ-техника. - 1999. - В. 2. - С. 7-9.
9. Шаповалов А.С., Никитин А.А., Кудряшов С.А. Многодиодный СВЧ-генератор с электрической перестройкой частоты // Электронная техника. Серия 1. Электроника СВЧ. - 1991. - № 10. - С. 19-21.

#### ABOUT THE CORRECTNESS OF THE STATISTICAL ANALYSIS OF THEORETICAL AND EXPERIMENTAL DATA

<sup>1</sup>A.S. Shapovalov, <sup>2</sup>S.A. Shapovalov, <sup>1</sup>A.S. Shapovalov Jr

<sup>1</sup>Saratov State University

<sup>2</sup>"AP Voskhod", Moscow

The role of the correctness of applying statistical methods in carrying out theoretical calculations and processing of experimental data is discussed. Examples of incorrect statistical operations, as a result of which arise significant errors in the calculated values are given.



## ФОРМИРУЮЩИЕ СВОЙСТВА КОАКСИАЛЬНЫХ ВОЛНОВЕДУЩИХ СИСТЕМ

В.Г. Андрианов, Г.Н. Колесов

Саратовский государственный университет

*Андрианов Виталий Геннадьевич*, инженер, зав. учебной лаборатории электрорадиотехники КРЭД

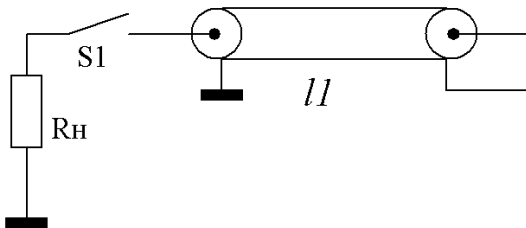
*Колесов Герман Николаевич*, инженер учебной лаборатории электрорадиотехники КРЭД

В работе представлены экспериментальные исследования формирующих свойств коаксиальных волноведущих систем. Исследования проведены посредством разработки и наладки экспериментального макета коммутатора, выполненного на основе MOSFET- транзисторов.

### Введение

Студентами физического факультета направлений бакалавра 11.03.03 «Конструирование и технология электронных средств» и магистратуры 03.04.03 «Радиофизика» изучаются дисциплины «Импульсная техника» и «Функциональные узлы антенно-фидерных трактов», в рамках которых рассмотрены переходные процессы, протекающие в цепях с распределенными параметрами. В работе представлены эксперименты по формирующим свойствам коаксиальных и искусственных линий.

Существуют различные способы определения механической длины коаксиальных волноведущих систем, места их неисправности (обрыва, короткого замыкания), а также определения неоднородности (в частности, определение места нелегального подключения): метод колебательного разряда, локационный метод, метод петли и др.[1]. Перечисленные методы имеют ограничения по своим функциональным свойствам, например, локационный метод определения имеет ограничение на минимальную длину исследуемого коаксиального кабеля. Метод колебательного разряда не способен определить неоднородность участка кабеля, т.к. период колебаний, создаваемых линией, определяется общей емкостью и индуктивностью самой линии [1].



**Рис.1.** Схема разряда коаксиальной линии на согласованную нагрузку.

Наряду с перечисленными способами определения неоднородности коаксиального кабеля существует способ определения неоднородности посредством его формирующих свойств. При замыкании ключа  $S1$  происходит разряд коаксиального кабеля  $II$  на согласованную нагрузку  $R_n$  рис.1 (волновое сопротивление кабеля равно сопротивлению нагрузки), создается импульс, форма которого близка к прямоугольной форме. Параметры формируемого импульса определяются коаксиальной линией  $II$ . Недостатком метода, как и для локационного способа измерения, является ограничение на минимальную длину исследуемой линии. Это ограничение зависит от времени подключения (коммутации) нагрузки к линии. Для

коммутации нагрузки используют электронные ключи. При переходе ключа в состояние проводимости электромагнитная волна начинает свое движение к цепи коммутатора, создавая импульс напряжения на нагрузке и самом ключе. Начало импульса, создаваемого линией, рассеивается на ключе в момент его коммутации – происходит потеря информации о начальном участке коаксиальной линии. По этой причине время коммутации ключа должно быть во много раз меньше длительности импульса, формируемого линией. Если в линии существует неоднородность (как правило, она связана с неоднородностью заполняющего кабель диэлектрика), то импульс, формируемый линией, будет искажен – вершина импульса будет неровной. В рамках исследования формирующих свойств коаксиальных волноведущих систем возможно определение, сразу, нескольких неоднородностей, расположенных на участках исследуемой линии. По сравнению с локационным способом исследования, определение неоднородностей относительно формирующих свойств имеет преимущество, поскольку, интерпретация импульсов переотражений локационного способа затруднительна. Еще одним преимуществом этого способа исследования является способность различать характер неоднородности – значение волнового сопротивления участка линии с неоднородностью емкостного или индуктивного характера. На вершине импульса, формируемого линией, возникает «впадина» или выброс в зависимости от характера неоднородности [5].

Для увеличения разрешающей способности при определении неоднородностей необходимо увеличить напряжение заряда линии. Каждой неоднородности в линии соответствует свое искажение, отображаемое, на вершине импульса, поэтому, в рамках данного метода возможно взаимно-однозначно определить места неоднородностей (брака, дефектов, нелегального подключения и проч.) исследуемой линии.

В рамках работы было проведено экспериментальное исследование формирующих свойств коаксиальных волноведущих систем и разработка коммутационного устройства с целью уменьшения времени коммутации и устранения выше описанного недостатка.

### Обзор параметров коммутатора на основе полевого транзистора

Для коммутации нагрузки в качестве коммутаторов широко используют

полупроводниковые приборы: полевые и биполярные транзисторы. В настоящее время полевые MOSFET - транзисторы находят широкое применение в качестве устройств усиления и коммутации сигнала. Они имеют ряд преимуществ по сравнению с биполярными транзисторами: высокий КПД, расход мощности только в момент коммутации и быстрота переключения. Быстродействие MOSFET-транзистора, отчасти, зависит от его входной емкости, которая определяется геометрией затвора и канала. Для того чтобы открыть MOSFET-транзистор необходимо приложить положительный потенциал к его затвору относительно истока, а для повышения потенциала затвора необходимо зарядить входную емкость. Скорость заряда емкости зависит от внутреннего сопротивления источника, осуществляющего заряд. В итоге быстродействие полевого транзистора зависит от его входной емкости и внутреннего сопротивления (входная емкость и внутреннее сопротивление образуют  $RC$ -цепь) источника (драйвера), который управляет MOSFET - транзистором.

Для решения поставленной в работе проблемы необходимо увеличение быстродействия MOSFET - транзистора. Выбор полевого транзистора в рамках поставленной задачи определяется его коммутируемой мощностью. Для увеличения разрешающей способности (наблюдения неоднородностей исследуемой линии) нужно увеличить амплитуду импульса, формируемого линией. С этой целью необходимо использовать мощные полевые транзисторы, которые способны выдерживать напряжение заряженной линии в запертом состоянии. Однако с увеличением мощности коммутации размеры канала и затвора увеличиваются, следовательно, возрастает входная емкость, поэтому время коммутации увеличивается.

Для сокращения времени переключения необходимо использовать источник управления с предельно низким внутренним сопротивлением. В связи с увеличением скорости включения, в цепи затвора будет протекать электрический ток, значение которого может достигать десятки ампер [2]. Однако этот ток будет протекать в цепи затвора только в момент переключения MOSFET - транзистора. Поэтому номинальная сила тока источника управления должна быть согласована с током управления цепи затвора полевого транзистора.

Следует отметить, что рассуждения о скорости включения MOSFET-транзистора были проведены без учета эффекта Миллера.

Исходя из описанного режима работы коммутатора, необходимо обеспечить его высокое быстродействие. В рамках поставленной проблемы можно задаться минимальным временем включения коммутатора, определив его как время пробега электромагнитной волны на расстоянии одного погонного метра исследуемой коаксиальной линии. К примеру, время пробега электромагнитной волны в вакууме составляет 3,3 нс на один метр. С учетом замедления скорости распространения волны в диэлектрике коаксиального кабеля с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ , время ее пробега увеличится в корень из  $\epsilon$  раз. Так, для кабеля с полиэтиленовым заполнением ( $\epsilon=2,35$ ) длительность пробега составляет 5 нс. Именно таким максимальным временем включения должен обладать MOSFET-транзистор. Поскольку длительность импульса, формируемого линией, определяется длиной двойного пробега электромагнитной волны к скорости ее распространения, то при указанных выше условиях будет происходить потеря информации не одного погонного метра, а 0,5 метра исследуемой линии.

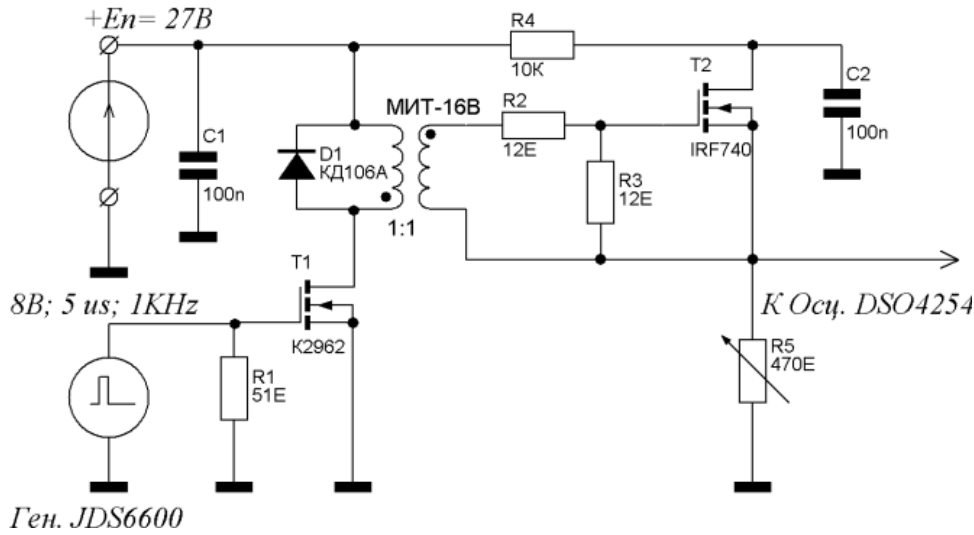


Рис.2. Экспериментальный макет коммутатора, выполненного на полевых транзисторах.

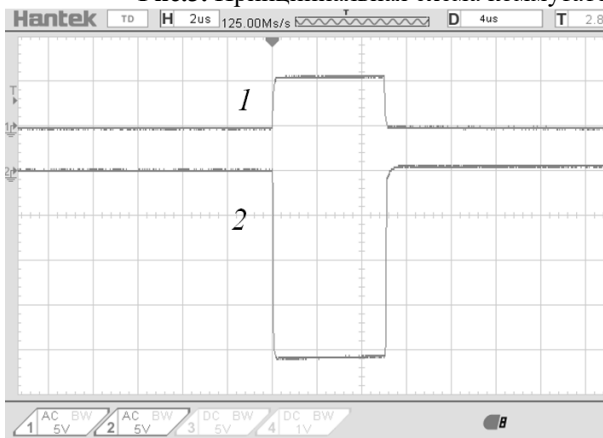
**Описание работы коммутатора**

Для решения поставленной проблемы был изготовлен экспериментальный макет коммутатора рис.2. Принципиальная схема макета коммутатора представлена на рис.3. Первый каскад, выполненный на основе полевого транзистора, является источником управления с низким внутренним сопротивлением по сравнению с задающим генератором, который управляет коммутатором. Особенность схемотехники второго каскада (коммутатора) заключена в его управлении: управление осуществляется по схеме с плавающей

землей посредством трансформаторной гальванической развязки, которая не позволяет управляющим импульсам появляться на истоковом резисторе второго каскада [3]. Необходимость такого способа управления определяется способом включения линии относительно ее заземленного провода (как правило, заземленным проводом является оплетка линии). В дополнение к этому применение такого коммутатора имеет перспективы для экспериментального исследования однопроводных линий, одним проводом которой является сама линия, а другим – земля.



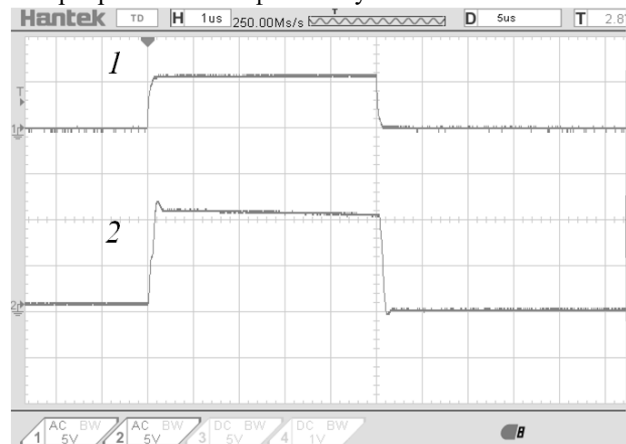
**Рис.3.** Принципиальная схема коммутатора, выполненного на полевых транзисторах.



**Рис.4.** Эпюры импульсов на затворе (1) и стоке (2) первого полевого транзистора.

В исходном состоянии оба полевых транзистора закрыты. Конденсатор  $C_2$  заряжается от источника питания  $E_n$  через зарядное сопротивление  $R_4$ . Подключение конденсатора вместо линии использовано для удобства наблюдения динамических характеристик коммутатора. Заряд конденсатора происходит по экспоненциальному закону  $t_3 = R_4 C_2$ . При поступлении короткого импульса с выхода управляющего генератора на вход первого полевого транзистора происходит его открытие. На стоке первого полевого транзистора  $T_1$  появляется отрицательный импульс рис.4. В момент открытия канала первого полевого транзистора через первичную обмотку трансформатора начинает протекать ток, наводящий ЭДС во вторичной

обмотке. Параллельно первичной обмотке трансформатора (рис.3) установлен быстродействующий диод  $D_1$ , необходимый для подавления обратных токов противо - ЭДС, возникающих при закрытии первого полевого транзистора. Резистор  $R_1$ , подключенный параллельно участку затвор-исток первого полевого транзистора ускоряет процесс его закрытия. На выходе вторичной обмотки появляется инвертированный по фазе импульс.



**Рис.5.** Эпюры импульсов на затворе первого полевого транзистора (1) и затворе второго полевого транзистора(2).

Электрический импульс с вторичной обмотки поступает на резистивный делитель (1:2), который выполняет функцию ограничения амплитуды импульса и сокращения переходного процесса LC-

цепи, образованной индуктивностью рассеяния трансформатора и паразитной емкостью затвористок второго полевого транзистора. Импульс, поступающий с резистивного делителя, подается на затвор второго полевого транзистора рис.5. Второй каскад полевого транзистора выполнен по схеме с плавающим истоком, поэтому, роль импульсного трансформатора в данной схеме обусловлена гальванической развязкой и инвертированием управляющего импульса, поступающего на затвор второго полевого транзистора. При открытии второго полевого транзистора происходит разряд конденсатора  $C_2$  через разрядное сопротивление  $R_5$  рис.6. На резисторе  $R_5$  формируется импульс рис.7. При замене конденсатора  $C_2$  на коаксиальную линию наблюдается формирование импульса на резисторе  $R_5$  рис.8. На осциллограмме наблюдается завал фронта ( $\tau_u=50$ нс) импульса, формируемого линией. Это говорит о низкой скорости включения второго MOSFET-транзистора. При замене полевого транзистора на более быстродействующий MOSFET-транзистор наблюдается резкое сокращение фронта импульса ( $\tau_u=5$ нс) рис.9. Однако возникновение осцилляций вершины импульса говорит о наличии паразитных реактивных элементов, обусловленных, монтажом макета коммутатора.

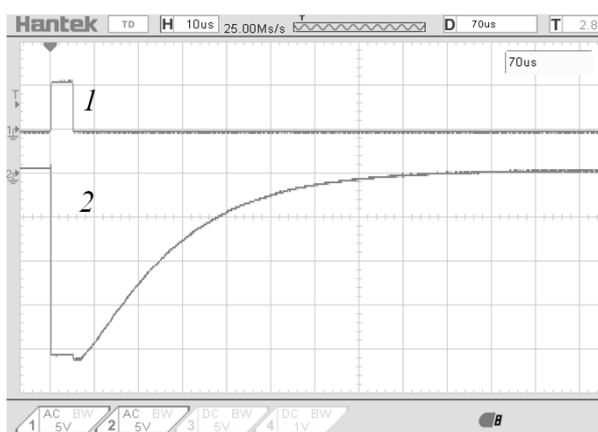


Рис.6. Эпюры импульсов на затворе первого полевого транзистора (1) и стоке второго полевого транзистора(2).

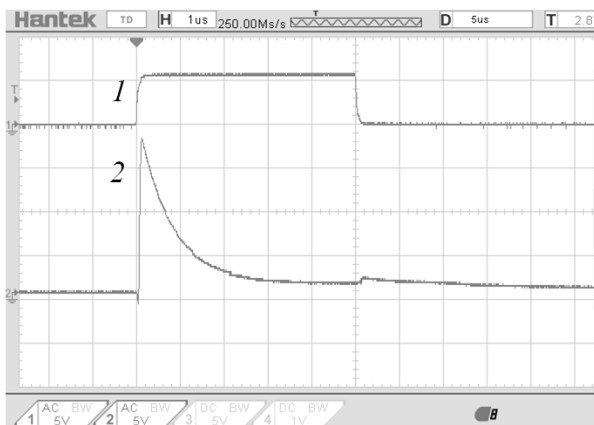


Рис.7. Эпюры импульсов на затворе первого полевого транзистора (1) и резисторе  $R_5$  (2).

При сравнении импульса рис.8 наблюдается искажение вершины импульса в конце его действия.

Такое искажение можно принять за неоднородность линии на ее конце, однако, на рис.9 искажение не наблюдается. Немаловажно следует отметить возникновение импульса после сформированного линией импульса рис.9. Вопрос о его возникновении остается открытым.

Для увеличения разрешающей способности необходимо использовать мощный MOSFET-транзистор. Модель RD15HVF1 не позволяет заряжать линию напряжением свыше 30 вольт, поэтому задача увеличения скорости включения коммутатора на основе силового MOSFET-транзистора остается открытой.

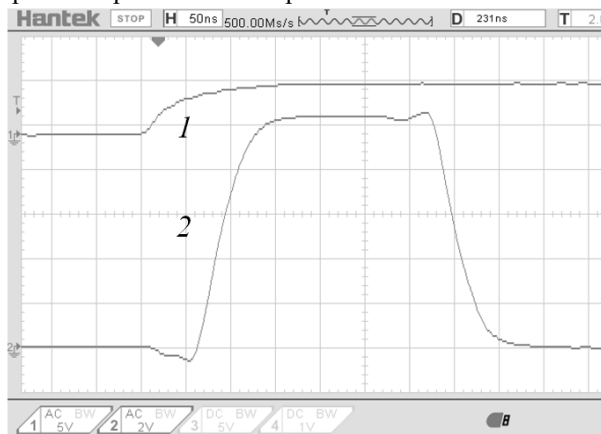


Рис.8. Эпюры импульсов на затворе первого полевого транзистора (1) и резисторе  $R_5$  (2).

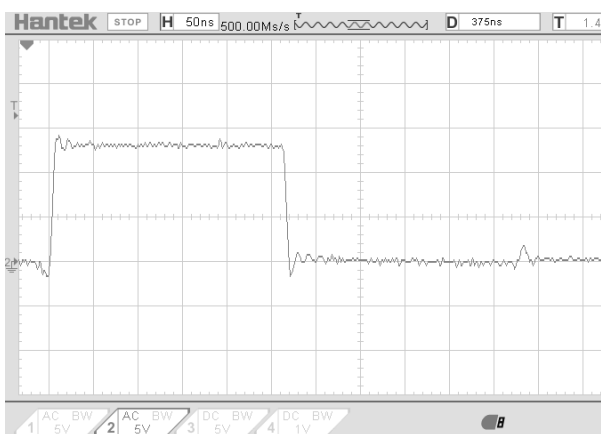
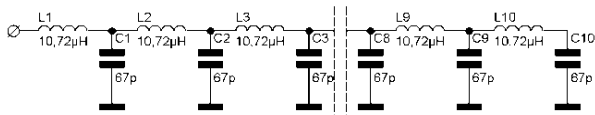


Рис.9. Импульс, формируемый линией при использовании быстродействующего MOSFET-транзистора (RD15HVF1).

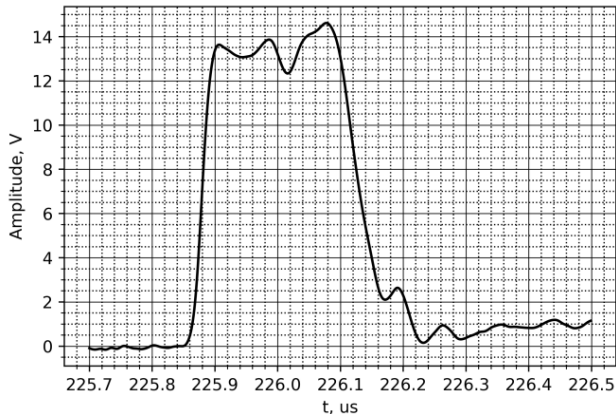
### Экспериментальное исследование формирующих свойств линии с включением неоднородностей

Для определения формирующих свойств линии, в которой присутствуют неоднородности была изготовлена искусственная линия. Эта линия состоит из десяти LC-ячеек рис.10. Теоретическое значение волнового сопротивления искусственной линии составляет 400 Ом.



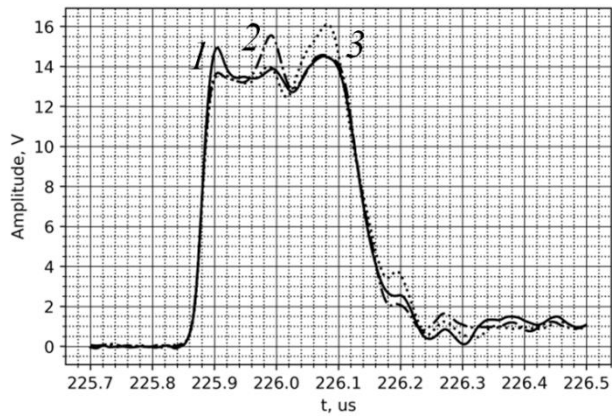
**Рис.10.** Искусственная линия, состоящая из десяти ячеек.

Осциллограмма импульса, формируемого линиями, представлена на рис.11. Несмотря на тщательный подбор элементов при изготовлении искусственной линии (разброс параметров для емкостей ячеек составляет  $\pm 0,3$  пФ ( $\pm 0,45\%$ ), а для индуктивности -  $\pm 0,03$  мкГн ( $\pm 0,28\%$ )), формируемый линией импульс имеет искажения вершины (наложенные колебания). Это объясняется различием переходных характеристик искусственной и длинной линий [4]. Созданная искусственная линия является некорректированной. Однако такую линию удобно использовать для изучения формирования импульсов в зависимости от неоднородностей, подключаемых к ее ячейкам.



**Рис.11.** Эпюра импульса, формируемого искусственной линией при разряде на согласованную нагрузку.

В экспериментах с искусственной линией производилось наблюдение формируемых импульсов при поочередном введении неоднородности в каждую ячейку линии. В качестве неоднородностей, вносимых в искусственную линию, выступали емкости, величины которых были сопоставимы с емкостями ячеек линии. При поочередном подключении емкости величиной 52,7 пФ параллельно емкостям ячеек 1, 5 и 8 наблюдаются искажения вершины импульса рис.12. Искажение вершины импульса можно объяснить изменением волнового сопротивления участка линии.

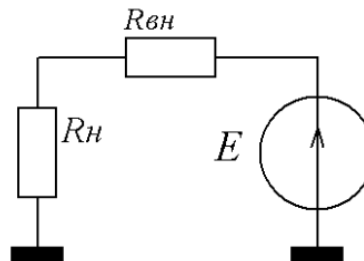


**Рис.12.** Искажения формы импульса при внесении неоднородности в ячейки искусственной линии 1 – 1я ячейка, 2 – 5я ячейка, 3 – 8я ячейка.

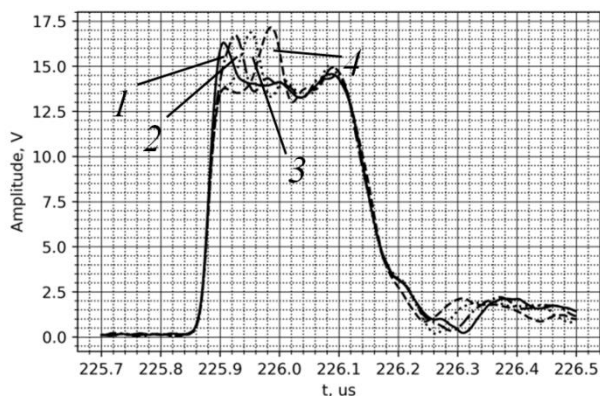
На рис.13 показана эквивалентная схема разряда линии. Линия представлена источником напряжения  $E$ , обладающим внутренним сопротивлением  $R_{вн}$ , которое равно волновому сопротивлению линии  $\rho$ . При изменении волнового сопротивления произойдет изменение падения напряжения на нагрузке  $R_n$ , к которой подключена линия. Очевидно, увеличение емкости ячейки  $C$  линии вызвало уменьшение волнового сопротивления  $\rho$  этой ячейки (1).

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} \tag{1}$$

Это эквивалентно уменьшению внутреннего сопротивления источника напряжения, поэтому падение напряжения на сопротивлении нагрузки увеличится, а на вершине импульса появляется выброс. В эксперименте рис.14 к каждой ячейке искусственной линии поочередно подключалась емкость величиной 120 пФ. На рис.15 показана осциллограмма импульса, формируемого искусственной линией, при включении в ячейки 3 и 7 емкостей величиной 120 пФ и 246 пФ.



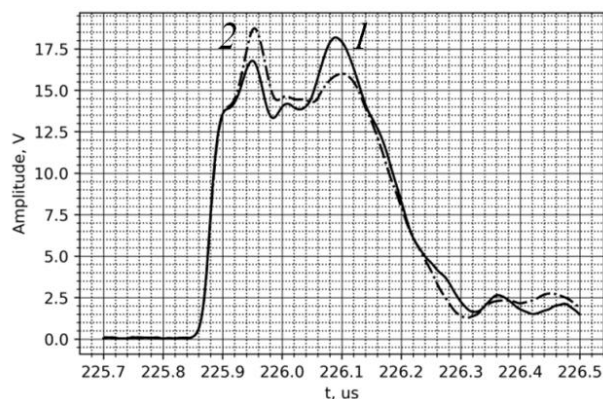
**Рис.13.** Эквивалентная схема линии при разряде на нагрузку.



**Рис.14.** Искажения формы импульса при внесении неоднородности в ячейки искусственной линии 1 – 1я ячейка, 2 – 2я ячейка, 3 – 3я ячейка, 4 – 4я ячейка.

Для кривой 1 в ячейку 3 подключена емкость 120 пФ, а в ячейку 7 – 246 пФ; для кривой 2 подключение емкостей происходит наоборот.

Результаты проделанных экспериментов подтверждают возможность использования формирующих свойств линий в качестве способа определения сразу нескольких неоднородностей, расположенных по всей длине линии. Описанный



**Рис.15.** Осциллограммы импульсов, формируемых при одновременном включении емкостей в ячейки линии.

способ позволяет определять не только расположение неоднородностей, но и значения их волновых сопротивлений, относительно которых можно выразить значение емкости, создающей неоднородность искусственной линии, а также выразить относительную диэлектрическую проницаемость в случае исследования коаксиальной линии.

#### Библиографический список

1. Шалыт Г.М. Определение мест повреждения в электрических сетях: учеб. для вузов. – М.: Энергоиздат, 1982. – 312 с
2. Бабенко В.П., Битюков В.К., Кузнецов В.В., Симачков Д.С.. Моделирование статических и динамических потерь в MOSFET-ключах.// Российский технологический журнал 2018 Том 6 № 1
3. Фролов Н. А., Ягудин А. Ф. Применение нелинейного трансформатора для управления силовыми полевыми ключами инверторов.// Практическая силовая электроника №4 (40) 2010 г.
4. Иццоки Я. С., Овчинников Н. И.. Импульсные и цифровые устройства. // Под ред. проф. Я. С. Иццоки. - Москва : Сов. радио, 1972. - 591 с.
5. Евтянов С. И., Редькин Г. Е.. Импульсные модуляторы с искусственной линией. - М. Сов. радио. 1973.

#### PULSE FORMING IN COAXIAL WAVEGUIDE SYSTEMS

V.G. Andrianov, H.N. Kolesov

Saratov State University

The article contains information about experimental research of pulse forming by coaxial waveguide systems. This paper presents experimental studies of the forming properties of coaxial waveguide systems. The research was carried out by developing and setting up an experimental switch layout based on MOSFET transistors.

## ДИЗАЙН ЭКСПЕРИМЕНТОВ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ В ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ УСЛОВИЯХ

В.В.Машников, С.В.Скребцова

Саратовский государственный университет

*Машников Валерий Васильевич*, к.ф.-м.н., доцент кафедры компьютерной физики и метаматериалов.

Старшая школа «Йоанна Жаботински», Израиль.

*Скребцова Софья Валерьевна*, магистр физики.

Обсуждаются методики контроля усвоения учебного материала, адекватности получаемых результатов *реальным* знаниям студентов в условиях дистанционного режима обучения. Приведено сравнение результатов очной и дистанционной аттестации студентов за семестр.

В истории мирового образования, пожалуй, не было такого экстремального события в учебном процессе как резкий и всеобщий переход к дистанционному режиму обучения в условиях карантина и самоизоляции в 2020 году. Ещё не подведены итоги и не сделаны выводы, но настало время поделиться собственным опытом, как положительным так и не очень и поставить вопрос «Что делать дальше?». Этот вопрос актуален, без преувеличения, для всего думающего человеческого сообщества. Опыт ведущих вузов России, а также доступная интернациональная информация, в данном случае не только полезна, но и необходима.

Устоявшихся технологий и алгоритмов (моделей) дистанционного обучения в экстремальных условиях в настоящее время не существует. Достаточно полно в методической литературе представлены очно-заочные технологии обучения, элементы которой (лекции, контрольные задания и пр.) формировались постепенно и длительное время. При этом, как правило, оценивание конечных (и промежуточных) результатов обучения проводится очно.

В данной работе основное внимание уделено методике контроля усвоения учебного материала, адекватности получаемых результатов *реальным* знаниям студентов в условиях дистанционного режима обучения.

В основу исследования положены классические требования «Дизайн эксперимента»-DOE (Design Of Experiment) [1,2], заключающихся в следующем:

1. постановка реальной цели (ожидание реалистичных результатов);
2. результаты могут быть измерены количественно;
3. выбор переменных (констант) при статистически оптимальных условиях, уменьшающих влияние внешних факторов на результаты;
4. повторение однотипного набора условий повышает вероятность точной оценки результатов;
5. многократное подтверждение критических (экстремальных) результатов.

В своей простейшей форме, Дизайн экспериментов позволяет наиболее просто прогнозировать результат поведения системы путем изменения одного или нескольких независимых переменных, называемых параметрами состояния.

Базой получения экспериментальных данных являлись результаты тестирования учащихся старших классов (порядка 300 человек) израильской средней школы, студентов первого курса факультета

компьютерных наук и информационных технологий (КНиИТ) и биофака СГУ. Это 11 учебных групп с общим числом -240 студентов.

В израильской старшей школе тестирования под разными названиями контрольное, аттестационное, промежуточное, итоговое, проводятся довольно часто и в контактном и бесконтактном режиме. При этом, как правило, содержание тестов, их оценки в баллах, время выполнения, являются составной частью присылаемого централизованно контрольного задания. Ещё более жесткая практика существует в ВУЗах. Студенты, например, технических специальностей должны выполнить несколько контрольных заданий и набрать по ним определенную сумму баллов. Без выполнения этих практических задач, студент не допускается к сдаче теоретической части курса. Семинарских занятий по решению задач может не быть, они заменяются консультациями куратора (ассистента профессора) по расписанию или по записи, очно или дистанционно. --

Представлялось интересным, проанализировать полученные эмпирические данные методами математической статистики и теории вероятности.

### Постановка задачи.

Группа учащихся выполняет тестирование по курсу физики.

Оценить среднее число выполненных тестов учащимися группы за время  $\tau$ .

### Общее решение.

Разобьём промежутки времени  $\tau$  на такие малые отрезки  $dt$ , что за это время учащийся может выполнить только один тест или не выполнить ни одного. Очевидно, что число таких отрезков  $N = \frac{\tau}{dt}$ . Среди них благоприятных пусть  $N_1$ , не благоприятных  $-N_2$ . Тогда  $N = N_1 + N_2$ . По определению, вероятность решения одного теста (всё равно какого) равна  $p(n) = \frac{N_1}{N} = \frac{N_1}{\tau} dt$ . Величина  $\frac{N_1}{\tau}$  число благоприятных событий (число решений тестов) в единицу времени. В силу дискретности  $N$  и  $N_1$  вероятность  $p(n)$  должна также быть дискретной величиной. Функция  $\frac{p(n)}{dt}$  равна вероятности реализации благоприятного события в единицу времени. На физическом языке это скорость решения тестов. В статистическом смысле, в терминах теории вероятностей, это **функция плотности распределения вероятности**. В общем случае функция плотности распределения вероятности имеет вид :  $\omega(t) = \frac{dp}{dt} \rightarrow dp = \omega(t)dt$ .

Для дискретного случая

$$p(n) = \frac{N_1}{N} = \frac{N_1}{\tau} dt \rightarrow N_1 = \frac{p(n)}{dt} \tau = \omega(t)\tau.$$

Для непрерывных величин:

$$dN_1 = \frac{dp}{dt} dt = \omega(t)dt \rightarrow N_1 = \int_0^\tau \omega(t)dt$$

Таким образом, чтобы ответить на поставленные в задаче вопросы, необходимо знать функцию плотности распределения вероятности  $\omega(t)$ . В общем случае эта функция может зависеть от многих параметров системы.

Исследуемая система характеризуется следующими параметрами состояния:  $N$  – число элементов (число участников тестирования);  $n$  – число тестовых заданий; время  $\tau$  выполнения тестирования. Все параметры могут быть **измерены количественно**, кроме одного важного параметра – *сложность тестовых заданий*.

**Результаты:**  $\Delta N(k)$  –

число тестируемых, давших  $k$  правильных ответов из  $n$  возможных, при  $\tau = \text{Const}$ ;  $N = \text{Const}$

**Анализ** результатов: В первом приближении применим «физический» подход оценки функции распределения вероятности как средней скорости решения тестов:

1) вычислим среднестатистическое значение числа правильных решений за время тестирования:

$$\langle n \rangle = \sum_{k=1}^n k \cdot \frac{\Delta N(k)}{N}.$$

2) вычислим среднее значение функции распределения:

$$\langle \omega(t) \rangle = \langle n \rangle / \tau$$

Система школьного деления на классы позволяет более свободно варьировать параметры системы: число участников –  $N$ ; число тестов –  $n$ ; время тестирования –  $\tau$ , при постоянном уровне сложности тестов.

Проведённые оценочные расчёты средней скорости решения тестов учащимися старших классов школы, позволяют сделать следующий предварительный вывод: «Среднее значение функции плотности распределения вероятности  $\langle \omega(t) \rangle$  слабо меняется с изменениями параметров состояния системы. Полученный диапазон значений  $\langle \omega(t) \rangle = 0,075 \div 0,104$ .

Более подробный анализ результатов дистанционного тестирования и выводы рассмотрим на примерах СГУ [3-5].

За второй семестр 2019/2020 учебного года было проведено пять дистанционных тестирований по текущему материалу и два аттестационных (Экзамен-биофак и Зачёт-КНиИТ). Тематика заданий: Механика, Молекулярная, статистическая физика и термодинамика, Электричество и магнетизм, Элементы квантовой оптики.

По каждому тестированию фиксировались результаты каждого студента. По ним формировались статистические данные группы, потока, факультета. Предпринята попытка систематизации техники и методики проведения процесса тестирования. На основе теории вероятностей и экспериментальных данных результатов тестирования проведены расчёты значений функций плотности распределения

вероятностей, среднего числа решений тестов за заданное время, а также приведены расчёты времени тестирования при оптимальном результате. Одной из важнейших проблем дистанционного тестирования является адекватность полученных ответов *реальным знаниям* студентов. Правильнее, вероятно, говорить об адекватности результатов «знаниям и умениям» студентов. Знать и уметь быстро находить нужные знания, в методике *системного* подхода к обучению, эквивалентные понятия. При дистанционном обучении и контроле усвоения знаний сложно объективно разделить эти действия. Следовательно, системный подход наиболее полно отвечает потребностям сегодняшнего дня [5]. Априори понятно, что существенное, влияние на конечные результаты тестирования имеет структура, сложность самих тестов.

### 1. Фонд оценочных средств.

1.1. Сложность и структура тестов варьировалась в зависимости от цели тестирования.

1.2. Тесты, в которых нужно из нескольких ответов выбрать правильный, принципиально не предлагались, как и тесты-вопросы, ответы на которые можно легко найти в интернете.

1.3. Предпочтение отдавалось тестам, требующих некоторого логического осмысления при ответе (типа IQ). Студенты предупреждались, что балльная оценка ответа может быть от 0 до максимума.

Пример комбинированного теста и полного ответа.

**Т1.** Как изменится длина волны, на которую настроен радиоприемник, если в конденсатор его колебательного контура поместить вещество с диэлектрической восприимчивостью равной  $\chi = 3$ ? Спротивлением контура пренебречь.

Ответ требует построения логической цепочки определений (знаний): длина волны –  $\lambda = vT$ : резонанс –  $f_{\text{вол}} = f_{\text{кон}}$ ; собственная частота контура  $f_{\text{кон}} = 1/2\pi\sqrt{LC} = 1/T \rightarrow T = 2\pi\sqrt{LC}$ ; поляризация диэлектрика  $\varepsilon = 1 + \chi$  и  $C_1 = \varepsilon C_0$ ; теперь легко  $\lambda_1 = \lambda_0 \sqrt{\varepsilon} = 2\lambda_0$ .

Ответ – *длина волны увеличится в 2 раза*, правильный, но без пояснений не полный и не может быть оценён максимальным баллом.

2. Техника и методика проведения процесса тестирования. Вводные параметры.

Разберём эти вопросы на конкретных примерах.

**Тестирование БИ-2.** 12 мая 2020 года, включавшее 10 тестов из разделов «Магнитное поле в веществе. Динамические электромагнитные поля», время тестирования  $\tau = 60$  минут, число студентов, принявших участие в тестировании  $N=79$ . Здесь  $n$  – число правильных ответов;  $\Delta N$  – число студентов, давших  $n$  правильных ответов за время  $\tau$ ;  $p(n) = \Delta N / N$  – *относительное* число студентов, давших  $n$  правильных ответов. В теории вероятностей это вероятность совершения  $n$  благоприятных событий в данном опыте. Функцию  $p(n)$  – можно изобразить



ОБРАЗОВАНИЕ

графически в реальных или приведённых координатах  $x=n-\langle n \rangle$ . Здесь  $\langle n \rangle$  наиболее вероятное событие, в некоторых распределениях совпадающее со средним.  $X$  тогда также является Таблица БИ-2.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\Delta N$	1	1	6	16	29	17	6	2	1	–
$p(n)=\Delta N/N$	0,012	0,012	0,076	0,202	0,367	0,215	0,076	0,025	0,012	–

Перейдём к приведённым координатам, чтобы выяснить, является ли процесс тестирования некоторым случайным процессом со своей функцией распределения? Наиболее вероятным событием в данном опыте является  $n=5$ . Результат значений функции  $p(x)=\Delta N/N$  от  $x$  приведен в Таблица БИ-3.

Для определения среднестатистического значения  $\langle n \rangle$  следует воспользоваться определением:  
 $\langle n \rangle = \sum_{k=1}^n k \cdot p_k = 5,04$

Таблица БИ-3

$x=n-\langle n \rangle$	-5	-4	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3	+4	+5
$p(x)=\Delta N/N$	–	0,012	0,012	0,076	0,202	0,367	0,215	0,076	0,025	0,012	–
$f(x)$	–	0,003	0,023	0,102	0,227	0,303	0,227	0,102	0,023	0,003	–

**Практические результаты расчётов**

Попытаемся получить некоторые общие закономерности, усреднённые параметры, используя большее число имеющихся у авторов экспериментальных результатов тестирования.

Таблица КН-1.

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$\Delta N$	2	3	15	28	30	25	2	0	0
$P(n)=\Delta N/N$	0,019	0,028	0,142	0,266	0,285	0,238	0,019	–	–

Найдём параметры распределения.

$$\langle n \rangle = \sum_{k=1}^n k \cdot p_k = 1 \cdot 0,028 + 2 \cdot 0,142 + 3 \cdot 0,266 + 4 \cdot 0,285 + 5 \cdot 0,238 + 6 \cdot 0,019 + 0 + 0 = 3,55$$

$$\langle \omega(t) \rangle = \langle n \rangle / \tau = 0,088 \text{ Размерность } [\omega(t)] = \frac{1}{\text{мин}}$$

Полученный результат позволяет оценить корректность заданных параметров проведённого тестирования и задать время  $\tau$  для получения желаемого результата.

$$\tau = \frac{\langle n \rangle}{\langle \omega \rangle}$$

В частности, для тестирования **КН-1** за время  $\tau = 40$  минут можно было получить среднее число выполненных тестов не более  $\langle n \rangle = 4$  из восьми. Очевидно, что для выполнения любым студентом 8 тестов просто не хватило отведённого времени. Чтобы повысить результат до  $\langle n \rangle = 6$ , нужно изменить какой-либо параметр системы. Если увеличить только время до  $\tau = 60$  минут, оставив неизменными параметры  $N$  и  $n$  и те же тесты, то скорость решения существенно не изменится

случайной величиной, характеризующей отклонение случайной величины  $n$  от её среднего значения. Результаты тестирования приведены в таблице БИ-2 в реальных значениях (координатах).

Функция, почти идеально симметрична относительно  $x=0$ , по форме близкой к функции распределения Гаусса:  $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{x^2}{2\sigma^2})$ ; где  $x^2$  – среднеквадратичное отклонение. Найдём дисперсию распределения:  $\sigma^2 = \sum_{x=1}^n x^2 p(x) = 1,74$ ;  $\sigma = 1,32$ . Результаты расчётов функции  $f(x)$  представлены в таблице БИ-3. Важным следствием сравнения (качественного совпадения) функций  $p(x)$  и  $f(x)$  является факт описания обеими функциями некоторых процессов, к которым могут быть применены методы теории вероятностей и математической статистики.

**Тестирование КН-1.** 13 апреля 2020, включавшее  $n=8$  тестов из разделов: «Кинематическая и динамическая теории описания механического движения тел», время  $\tau = 40$  минут, число студентов  $N=105$ .

*Применение расчётов теории*

Второй семестр 2019/2020 учебный год. Факультет КНиИТ, физика, «Механика. Молекулярная физика».

**Тестирование КН-2.** 11 мая 2020, включавшее  $n=12$  тестов из разделов «Элементы теории относительности, Законы сохранения. Гравитационное поле»,

Время тестирования вычислялось для того же значения скорости решения  $\langle \omega(t) \rangle = 0,088$  (те же студенты  $N=106$ ) и среднего числа решений, авного  $\langle n \rangle = 60\%$  от максимального. Получилось  $\tau = 80$

минут. Практические результаты тестирования приведены в таблице КН-2.

Таблица КН-2

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\Delta N$	2	1	1	0	1	2	6	21	18	33	20	1
$p(n)=\frac{\Delta N}{N}$	0,018	0,009	0,009	–	0,009	0,018	0,056	0,198	0,169	0,311	0,188	0,009

$$\langle n \rangle = \sum_{k=1}^n k \cdot p_k = 9,00; = 0,11$$

Практические значения параметров  $\langle n \rangle$  и  $\langle \omega(t) \rangle$  получились выше рассчитанных теоретически. В то же время, результат показал, что подавляющему числу студентов хватило отведённого времени только на выполнение 8-11 тестов из 12.

**Биофак**, второй семестр 2019/2020 учебный год, физика, «Электродинамика и магнетизм. Элементы оптики».

Тестирование БИ-1. 14 апреля 2020 года, включавшее n=10 тестов из разделов «Физическая система- электромагнитное поле. Электрическое поле в веществе»,  $\tau = 60$  минут, число студентов N=74.

Таблица БИ-1.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\Delta N$	0	1	2	4	15	17	20	12	2	1
$p(n)=\frac{\Delta N}{N}$	–	0,013	0,027	0,054	0,202	0,229	0,270	0,162	0,027	0,013

$$\langle n \rangle = \sum_{k=1}^n k \cdot p_k = 6,26; \langle \omega(t) \rangle = \frac{\langle n \rangle}{\tau} = 0,104$$

Тестирование БИ-2. 12 мая 2020 года, включавшее n=10 тестов из разделов «Магнитное поле в

веществе. Динамические электромагнитные поля»,  $\tau = 60$  минут, число студентов N=79.

Таблица БИ-2.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\Delta N$	1	1	6	16	29	17	6	2	1	–
$p(n)=\frac{\Delta N}{N}$	0,012	0,012	0,076	0,202	0,367	0,215	0,076	0,025	0,012	–

$$\langle n \rangle = \sum_{k=1}^n k \cdot p_k = 5,04; \langle \omega(t) \rangle = \frac{\langle n \rangle}{\tau} = 0,084.$$

Полученные результаты позволяют рассчитать среднее значение функции плотности распределения вероятности для студентов биофака:  $\langle \omega(t) \rangle = (0,104 + 0,084) \cdot \frac{1}{2} = 0,094$ , которое может использоваться в дальнейших оценочных проверках знаний при соблюдении требований «Дизайн экспериментов».

Особое внимание было уделено разработке формы, содержания и времени **аттестационного тестирования** в дистанционном режиме. В «банке данных» имелись результаты **очного** проведения промежуточной аттестации прошлых лет и результаты уже прошедших дистанционных тестирований текущего семестра.

До начала зачётно-экзаменационной сессии была сформирована «Группа Экспериментального тестирования». Это студенты биофака, имеющие «стартовый» балл не ниже 55 (сумма баллов за

учебную работу, полученных до промежуточной аттестации). Студенты были предупреждены, что уровень требований экспериментального тестирования выше экзаменационных, поэтому участие добровольное. Результаты Экспериментального тестирования могут засчитываться как аттестационные только с согласия студента. Рассматривалось несколько форм проведения промежуточной аттестации с максимальной суммой 35 баллов (баллы по BaPC).

1. Классическое тестирование, 5 тестов по 7 баллов или 7 тестов по 5 за каждый.

2. Один вопрос по теории – 14 баллов и три комбинированных теста по 7 баллов;

3. Один вопрос по теории – 17 баллов и три комбинированных теста по 6 баллов.

В экспериментальном тестировании использовались 2 и 3 варианты с фиксированным

временем  $\tau = 80$  минут. При подсчёте параметров функции распределения проводился перерасчёт 35-балльной шкалы оценок в 10-балльную. Среднее значение выполненных тестов за время тестирования оказалось вблизи  $\langle n \rangle = 7.0$ . а среднее значение функции плотности вероятности  $\langle \omega(t) \rangle = \langle n \rangle / \tau = 0,087$ .

При экзаменационном (промежуточном по БаРС) тестировании, в котором принимали участие уже все

студенты биофака, также предлагались задания в форме 2 и 3, но с рассчитанным временем тестирования  $\tau = 90$  минут.

Итоговый результат учебного процесса за семестр, большая часть которого проходила в **дистанционном** режиме, можно оценить из сравнения с аналогичным результатами **очного** семестра 2018/2019 учебного года.

Факультет биологический, курс 1, гр.121,122,123,124, Физика, «Электричество и магнетизм» -экзамен

2019/2020 уч.года. Сдавало 86 студентов ДИСТАНЦИОННО	Число студентов	В процентак от сдававших	2018/2019 уч.года. Сдавали 77 студентов ОЧНО	В процентак от сдававших
ОТЛИЧНО	23	26,7%	15	19,4%
ХОРОШО	40	46,4%	55	71,4%
УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО	21	24,4%	7	9,09%
НЕУДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО	2	2,3%	0	0
НЕЯВКА	14	14% от 100	4	4,9% от 81

Можно констатировать, что результаты дистанционного обучения приемлемо соответствуют результатам очного.

#### Библиографический список.

1. Johnson, N. L."Последовательный анализ: опрос."*Journal of the Royal Statistical Society*, Series A. Vol. 124 (3), 372–411. (стр. 375-376)
2. Ашихмина Т. В., Окулов С. М. О корректности эксперимента в педагогических исследованиях // Вестник ВятГГУ. - 2009. - № 1 (1). 114-120.
3. Minkin L.M., Shapovalov A.S. Thermo-diffusional radon waves in soils // *Science of the Total Environment / Volume 565*, September, 15, 2016, Pages 1-7.
4. Minkin L., Shapovalov A.S. Heat of Transport of Air in Clay. // *Radiation Protection Dosimetry*. - 2007.- V. 123, № 2, - P. 221-225.
5. Машников В.В., Минкин Л.М.,Скребцова С.В. Практика системного подхода к решению физических задач // Вопросы прикладной физики. Вып.26.2019.

#### DESIGN OF EXPERIMENTS FOR ESTIMATING THE EFFECTIVENESS OF REMOTE LEARNING IN EXTREME CONDITIONS

<sup>1</sup>V.V. Mashnikov, <sup>2</sup>S.V. Skrebtsova

<sup>1</sup>Saratov state University

<sup>2</sup>Yoanna Jabotinsky High School, Israel

The methods of monitoring the assimilation of educational material, the adequacy of the results obtained to the students' real knowledge in the conditions of the distance learning mode are discussed. A comparison of the results of full-time and distance certification of students per semester is given.

## УЧЕБНАЯ ОНЛАЙН-ЛАБОРАТОРИЯ БЕЗ СИМУЛЯТОРА

М.А. Старшов, Ю.Д. Гудова

Саратовский национальный исследовательский государственный университет

*Старшов Михаил Александрович*, зав учебно-исследовательской лаборатории,*Гудова Юлия Дмитриевна*, студентка физического факультета

Описана оригинальная методика проведения занятий в учебной физической лаборатории по разделам электричества и оптики с реальным выполнением студентами ряда физических экспериментов.

Во всех странах годами система высшего образования посматривала на компьютер и мировую Сеть. В самом деле, как это заманчиво: все молодые люди, желающие связать свою жизнь с физикой, года три-четыре сидят по одному в комнатах на разных континентах, а один выдающийся учёный передаёт им все свои знания. Интернет, безусловно, невообразимо богат всевозможной информацией, а современная молодёжь прекрасно умеет в Сети ориентироваться. Казалось бы, педагоги становятся вымирающим видом. Однако, студенты-биологи не знают фамилии Северинов, хотя этот выпускник биофака МГУ, а теперь профессор одного из американских университетов и сотрудник Сколково и Московского государственного университета, замечательный специалист - генетик и прекрасный лектор и просветитель, многие выступления которого в интернете производят огромное впечатление не только на биологов. Так вот, ни один из студентов биологического факультета не поблагодарил за подсказку, и можно подозревать, что никто просто не стал искать этих бесподобных по уровню знаний и артистизму лекций и диалогов К.В. Северинова. Это вызывает определённые сомнения, станут ли самостоятельно учиться студенты, когда отпадёт сама необходимость ходить в университет и общаться с преподавателями, и делать что-то на глазах товарищей по курсу.

Всё-таки, онлайн-обучение казалось будущим, и вдруг оно возникло, как неотвратимое настоящее. Теоретически представляется, что прочесть лекцию перед микрофоном или видеочкамерой вполне можно, хотя едва ли это вызовет эмоциональный подъём, который испытывает человек на каждой лекции за десятилетия в аудитории, где на тебя смотрит хотя бы одна пара живых, заинтересованных глаз, и понимаешь, что этот интерес только что тебе удалось пробудить.

Гораздо сложнее кажется проведение онлайн семинаров или занятий по решению физических задач, это вообще наиболее сложный вид работы на физическом факультете.. кроме сборников задач никакой методики тут нет и для аудиторного занятия. Немногие издания под названием «методика решения физических задач» содержат практически только решения и ответы.

И уж совсем нетронутая тема – замена физического практикума каким-то виртуальным упражнением, хотя какое-то количество виртуальных лабораторий можно найти.

В этом учебном году университет закрылся на нерабочие дни в середине семестра, так что половину занятий в физическом практикуме

необходимо было провести каким-то новым образом, дистанционно [1-4].

Студентам-первокурсникам биологического факультета в середине марта были разосланы по электронной почте экстренно придуманные задания по разделам «Электричество» и «Оптика». Примерно половина заданий предполагает работу с учебником, а другие требуют самостоятельного простого эксперимента. Несколько позже к этому процессу подключился первый курс географического факультета.

## КВАЗИПРАКТИКУМ 2020

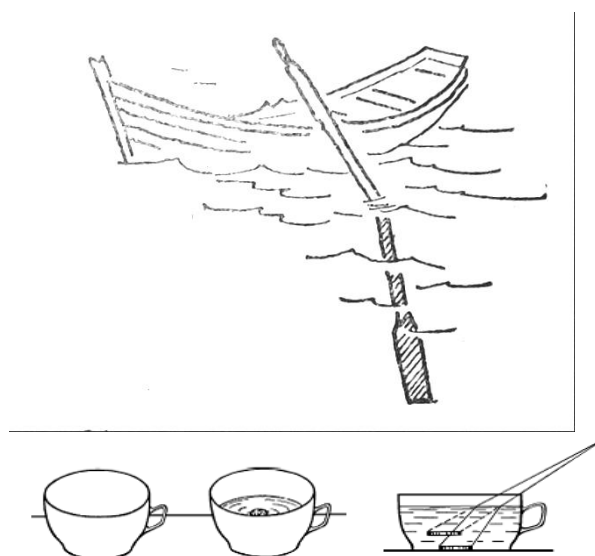
*Проверка отчётов на плагиат по системе Advego*

## ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

- Заснять взаимодействие заряженных тел.
- Электрический ток. Сила тока. Плотность тока. Закон Ома для полной цепи.
- Построить график зависимости силы тока в цепи от сопротивления нагрузки.
- Изменить график – на оси ординат откладывать не силу тока, а обратную ей величину. Сравнить оба графика и сделать выводы.

## ОПТИКА

- Закон отражения света
- Фотография предмета вместе с его отражением в зеркале. Сравнить размеры и объяснить их равенство или различие.
- Фотография монетки в чашке без воды и с водой.
- Фотография палочки, наклонно утопленной частично в воде.



На выполнение заданий отводилось полтора месяца, и уже через две недели почти все студенты-биологи прислали отчёты. Отчёты географов поступали ещё целый месяц.

Можно заметить, что во всех заданиях были скрытые «подводные камни», которые исключали простое переписывание ответа из учебника и требовали внимательного чтения. Естественно, что это получалось не у всех и не всегда, и потребовалась большая работа со всеми студентами. Переписку с ними по третьему и четвёртому заданиям взял на себя младший из авторов этой статьи, и понадобилось 8 электронных писем только одному из студентов, чтобы задание было понято и выполнено правильно до конца. Студенту сложно понять, что слова «сопротивление нагрузки» приводят к необходимости пользоваться законом Ома для полной цепи, а соответственно и график зависимости силы тока от сопротивления нагрузки имеет специфический вид, а его переработка позволяет вывести рабочую формулу, и в своё время помог Г. Ому прийти к открытию и формулировке самого этого важнейшего закона.

Чтение этих сочинений, естественно, сразу показало вполне ожидаемое неумение недавних школьников составлять письменные документы, и даже неспособность оформить их на компьютере. Больше того, многие студенты пишут что-то неразборчивое в тетради, а затем фотографируют эти записи камерой своего мобильного телефона.

Не менее важно студентам знать, как верно строить графики. Во многих науках требуется составлять графики зависимостей от времени и других величин, поэтому навык построения графиков нужно вырабатывать студентам всех естественнонаучных специальностей.

В присланных студентами работах можно было заметить, что некоторые невнимательно прочли задание и построили графики от совершенно других величин, нежели указаны в задании; первоначально построенные графики противоречили самому закону, который они должны были отображать. При живом общении в практикуме обучение умению построить график и пользоваться им для получения различной информации из него происходит легко и естественно, удалённая работа гораздо сложнее и объёмнее.

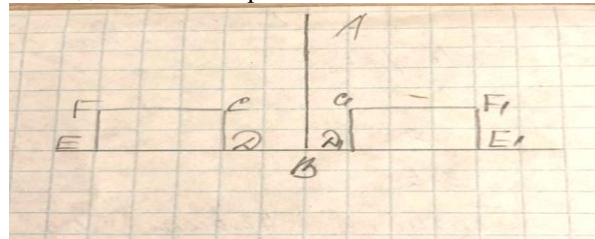
Исправить многочисленные ошибки помогло только пояснение с наглядным примером в виде составленной таблицы и графика на её основе. Это говорит о том, что студентам следует сосредоточеннее вчитываться в формулировку задания и, изучив и приняв во внимание принципы построения графиков, чаще строить и делать из них выводы.

Ещё забавнее читать ответы на задание сформулировать закон отражения света. Кажется, что все первокурсники университета внимательно следят за изложением оптики в лекциях по интернету и за статьями в научно-методических журналах, где настойчиво внушают, будто бы «угол падения равен углу отражения». Однако, у Ньютона и долгое время после него почему-то считалось, что

угол отражения численно равен углу падения, и логика подсказывает, что этот угол падения может быть любым от нуля до прямого, и только потому изменяется угол отражения.

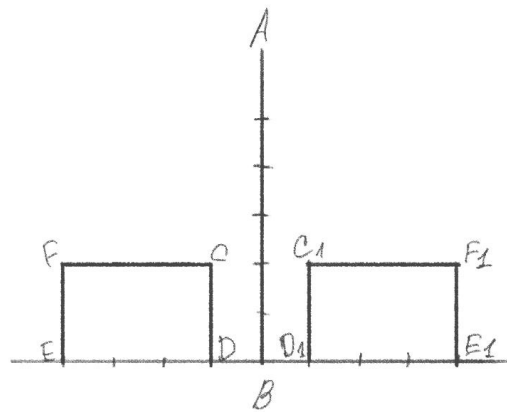
Впервые и по необходимости преподаватель такое выяснение может провести, но если в обычных условиях общение с учебной группой занимало полтора часа в неделю, то чтение и перечитывание всех отчётов, и переписка с каждым из студентов через интернет отнимает в двадцать раз больше времени, да и длительное общение с компьютером здоровья не прибавляет. Для школьных учителей в Сети предлагается множество готовых тестов по различным предметам, а также инструменты по созданию таких средств контроля знаний. Но и там возникают новые проблемы, например, в самом свежем комментарии на одном учительском портале можно прочитать: «Я бы сказала проблем хватает...Если говорить об успеваемости учащихся, то у меня проблемы появились. Некоторые ученики, например, которые проявляли себя в обычном режиме работы на "3", сейчас при ДО стали присылать задания на "4" и "5". Уверена, что задания они решают не сами».

Вполне вероятно, что традиционное наше списывание происходило и при выполнении наших заданий. Об этом явно свидетельствуют рисунки, встречающиеся в нескольких работах для объяснения принципа действия простого зеркала. Вот в одном отчёте картинка такая:



Очень сомнительно, что это изобразил человек в полном сознании. Скорее всего скопирован рисунок в другой работе, тем более что очевидная ошибка повторялась и в отчётах под иными фамилиями.

Большее уважение вызывает рисунок, где ошибка есть, но она гораздо тоньше замаскирована.

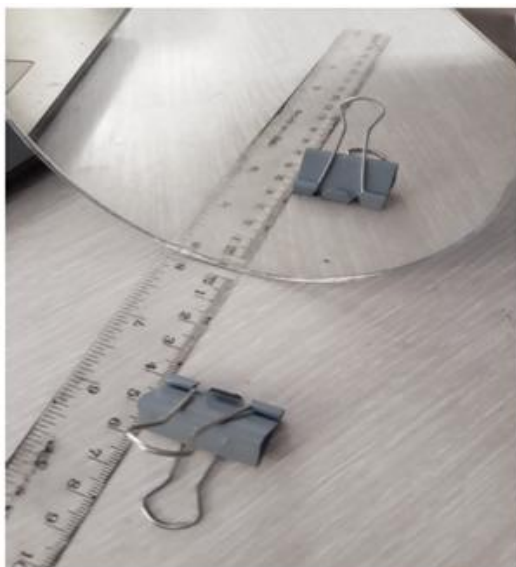


Возможно, это авторское произведение – выполнено старательно, и срисовать негде, ни один уважающий себя учебник такого на свои страницы не допустит. Разве что нечто подобное предложил

журнал «КВАНТ» в виде задачи на сравнение площадей квадрата лежащего в плоскости чертежа, и его изображения, полученного с помощью собирающей линзы. Формально задача имела решение, но оно практически невозможно, так как физически в таком расположении можно получить изображение лишь в виде отрезка прямой, а не фигуры..

В случае плоского зеркала рисунок становится слишком абстрактным. Если передняя сторона прямоугольника реальна, то свет от дальней стороны через неё просто не пройдёт. И последний вариант не выдаёт принципа получения изображения, но хотя бы выполнен самостоятельно, тогда как остальные кажутся его копиями с добавлением тех или иных ошибок, возникающих при переписывании.

Несомненно, что изображение в плоском зеркале равно по размерам самому предмету, но выполняя в точности этот пункт задания практически, студенты получают явное противоречие, но не пытаются его осознать. Многие пишут, что по фотографии видно такое равенство, например, на таком снимке.



Особенность такого практикума состоит в том, что студенты проводят определённые физические эксперименты своими руками. С другой стороны, в проверке отчётов вполне могут принимать участие студенты-физики старших курсов. Для них это полезная школа, поскольку очень полезно учиться на чужих ошибках. Больше того, кажется возможным и полезным организовать перекрёстную

проверку работ самими студентами, не зная имени автора. Известно, как помогает понять любой предмет его преподавание.

И сами студенты после этой работы отнеслись к ней достаточно положительно: «Иван \*\*, гр.131.

Михаил Александрович, задание очень необычное и интересное. Я думаю, что дать такое задание нам- хорошая идея! Думаю, что для нас это очень драгоценный опыт. Да, от ошибок никто не застрахован, но умение грамотно анализировать свои действия могут помочь предвидеть ошибки, либо минимизировать плохие последствия. Огромное спасибо вам за такое задание!

«Кристина \*\*, гр 121, Здравствуйте, работать на расстоянии непривычно, и поэтому сложно...но, думаю, это не плохой опыт.

Квазипрактикум – интересное задание, однако, как Вы заметили, возникли некоторые сложности с его выполнением. Студенты говорят, что сдать его было не очень просто. Ругаются не сильно...Мы всё же понимаем, что нас много, нужно проверять много работ...а мы действительно можем не верно выполнить работы, из-за чего переделываем. Жаль, не все это понимают. Но, мне кажется, что практикум – отличное дополнение к теории. Мы часто слышали об этих экспериментах, читали в книгах, но мало кто их выполнял на практике. Спасибо Вам за ваш труд».

Подводя итоги, можно констатировать, что в качестве первой пробы описанный приём завершения семестра в физической лаборатории свою роль сыграл, но трудно представить полное проведение практикума с самого начала, а ещё больше сомнений в применимости дистанционной педагогики для семинарских занятий по решению физических задач.

Наконец, подобных заданий, связывающих теорию и доступный, домашний эксперимент, можно придумать немало, физика это позволяет. Но уже этот первый опыт проведения виртуального практикума показал, что задания окрашены личностью преподавателя, а его коллеги совершенно не готовы принять этот методический приём в свою практику. Возможно, ситуация изменится, если на факультете будет собрана общественная коллекция по методике проведения квазилабораторных занятий.

Приложение

#### ВАРИАНТ СТУДЕНЧЕСКОГО ОТЧЁТА

Галицкий Б.Р., гр. 125

#### Отчёт о работе в физическом практикуме по оптике

##### Задание 1. Закон отражения света

В основе геометрической или лучевой оптики лежат три закона распространения света. Один из них описывает падение луча на гладкую поверхность раздела двух различных веществ. Независимо от того, прозрачно второе вещество или нет, часть света отражается, оставаясь в первом материале. Наблюдения привели к следующему обобщению:



ОБРАЗОВАНИЕ

Луч падающий, луч отражённый и нормаль к поверхности раздела, проведённая через точку падения, лежат в одной плоскости, и численно угол отражения равен углу падения.

Первая формулировка принадлежит И. Ньютону в «Лекциях по оптике»: «АКСИОМА 2. Угол отражения равен углу падения»

**Задание 2. Сделать фотографию предмета вместе с его отражением в зеркале. Сравнить размеры и объяснить их равенство или различие.**

Легко построить ход лучей и доказать равенство изображения в плоском зеркале и самого предмета. В литературе тоже находим утверждения:

«В заключение мы видим, что изображение, образуемое в плоском зеркале, имеет такие же размеры, что и предмет; оно находится на таком же расстоянии за зеркалом, на каком предмет находится перед зеркалом; изображение - обращенное и мнимое». Там же есть и рисунок, не доказывающий это положение, но поясняющий его:

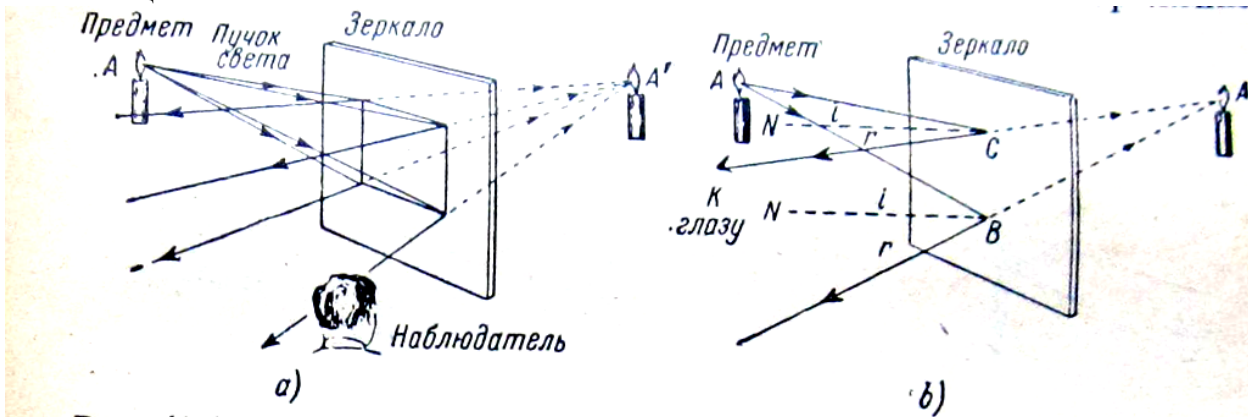


Рис. 43.1. а) Почему изображение точки А появляется в точке А' и как расположена А' согласно законам отражения? б) Более простой способ определения местонахождения точки А'.

Эллиот Л., Уилкокс У. Физика. пер. с англ. М., НАУКА. 1967. с.625.

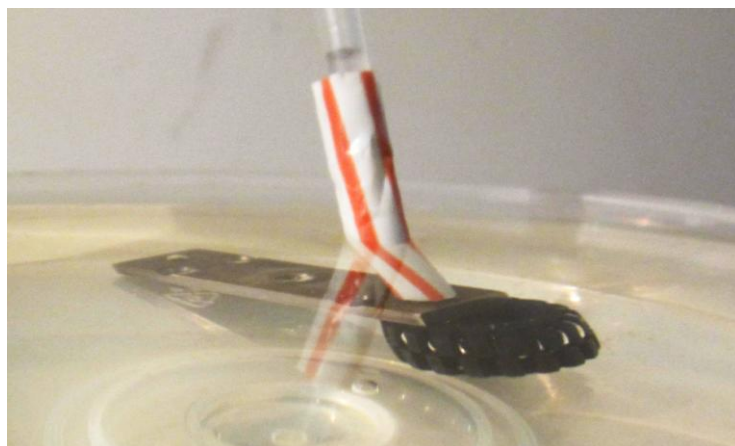
Выполнение этого простого задания заставило задуматься. Изображение предмета в плоском зеркале совершенно очевидно представляется по любому размеру меньше самого предмета.



Задание 3 – рисунок из книги для пояснения преломления света на переходе вода-воздух

Для проверки сделана фотография похожего расположения трубочки, уходящей наклонно в воду. Сравнение приводит к несомненному выводу, что художник в книге допустил оптическую ошибку, «сломав» весло не в ту сторону.





Это тем более вероятно, что для красоты художник показал и мелкие волны, которые не позволят так ровно видеть погруженную лопасть весла.

#### Библиографический список

1. <https://www.sgu.ru/news/distancionka/sovety-ekspertov-0/opyt-tochki-kipeniya-okazalsya-vostrebovan>
2. <https://www.sgu.ru/news/distancionka/sovety-ekspertov-0/repeticiya-distancionnogo-obrazovaniya>
3. <https://www.sgu.ru/news/distancionka/sovety-ekspertov-0/virtualnaya-laboratoriya-v-devstvii>
4. <http://didaktor.ru/kak-soxranit-zhelanie-uchit-i-uchitsya-v-usloviyax-karantinnoj-neopredelyonnosti/>

#### ONLINE EDUCATIONAL LABORATORY WITHOUT SIMULATOR

M.A. Starshov, Ju.D. Gudova

Saratov state university

The original technique of training in educational physical laboratory under sections of electricity and optics with real performance by students of a number of physical experiments is described.

УДК 372.853

#### РАЗМЫШЛЕНИЯ О МЕЛОЧИ В ПЕДАГОГИКЕ

М.А. Старшов

Саратовский национальный исследовательский государственный университет

*Старшов Михаил Александрович*, зав. учебно-исследовательской лаборатории

Рассмотрен частный вопрос педагогики, редко встречающийся в учебниках и периодике. Возможно применение в процессе подготовки учителей в педагогических вузах.

**Ключевые слова:** педагогика, место учителя, урок, учебная задача, фотография, опрос.

Хорошо физикам, у них есть возможность придумывать и составлять свои задачи по картинкам из жизни или по фотографиям в интернете. Сам опубликовал в журнале «Потенциал – математика, физика, информатика» пару статей с описанием, разбором и решением задач, в основе которых лежали картинки на обложках разных номеров этого же издания. И сейчас в работе такая же задача с фотографией кота в прыжке.

И вдруг на Фейсбуке попала на глаза картинка-заставка:

И подумал – а не ошибка ли учителя показана, к тому же типичная? А далее читаю анонс заседания авторского клуба в МГПУ, где собираются и произносят очень умные речи видные педагоги и

психологи. Значит, и эту картинку они все видят, по крайней мере, смотрят на неё. Согласитесь, учителю особенно понятна разница слов «смотреть» и «видеть».



А память подсказывает, что когда-то давно приводил на педагогическую практику студентов-физиков пятого курса. Тогда не уставал советовать



каждому вести себя на уроке так, чтобы не делать именно ту ошибку, которую вижу на этой самой картинке. Интересно, а ныне действующие педагоги заметят, что ошибка на фото в самом деле есть? Хотя сомнительно, их головы забиты

компетентностями да инклюзиями. И бесконечными отчётами. И всё-таки, можно бы провести на страничке учительской газеты опрос...



А сами подобные фотографии представляют для меня наглядную задачу по педагогике. Мой ответ: учитель, естественно, находится у классной доски при изложении нового материала или во время фронтального опроса. Но когда у доски работает один или несколько учеников, то учителю рядом с ними делать нечего. Отойдя к противоположной стене класса, он видит и слышит то же самое, что и весь класс, а можно сказать и наоборот. Он своим присутствием рядом с дальними партами стимулирует работу даже «камчатки». Наконец, следует учитывать и то, что отвечающий у доски ученик автоматически начинает говорить погромче, видя учителя на большом расстоянии, а при этом его хорошо слышит весь класс.

Это вполне можно отнести и к вузовской педагогике. Часто можно наблюдать, что преподаватель на занятиях по решению физических

или математических задач, а также других практических занятиях в группе студентов, проводит всё время за преподавательским столом, в лучшем случае, возле доски, даже при решении задач на этой доске одним из студентов, или слушая выступление студента перед аудиторией. Занятие только выигрывает, если преподаватель в нужные моменты перемещается по классу.

Невозможно забыть манеру преподавания общего курса физики профессора Петра Васильевича Голубкова, который непрерывно перемещался по нашей любимой Большой физической аудитории. Даже на лекции. И это не мешало его слушать, а чудесным образом стимулировало внимание слушателей. А если он вдруг останавливался в своём неустанном движении, то это был рассчитанный сигнал, что это место в лекции имеет особое значение.

#### Библиографический список

1. [https://np-avtorskiy-klub.timepad.ru/event/1320092/?fbclid=IwAR09ZxdC9dXEXz9vRdFRxRN7za6Huo6jHQIGwyExTqdub1qKRTa6FVC\\_ZLE](https://np-avtorskiy-klub.timepad.ru/event/1320092/?fbclid=IwAR09ZxdC9dXEXz9vRdFRxRN7za6Huo6jHQIGwyExTqdub1qKRTa6FVC_ZLE)
2. [https://external-arn2-1.xx.fbcdn.net/safe\\_image.php?d=AQCKovzAXVw5XbLa&w=476&h=249&url=https%3A%2F%2Fucare.timepad.ru%2F2ab107b5-854c-45ce-bc2f-f49adc54f638%2Fposter\\_event\\_1320092.jpg&cfs=1&upscale=1&fallback=news\\_d\\_placeholder\\_publisher&nc\\_hash=AQCBnXw14ZhRxsWv](https://external-arn2-1.xx.fbcdn.net/safe_image.php?d=AQCKovzAXVw5XbLa&w=476&h=249&url=https%3A%2F%2Fucare.timepad.ru%2F2ab107b5-854c-45ce-bc2f-f49adc54f638%2Fposter_event_1320092.jpg&cfs=1&upscale=1&fallback=news_d_placeholder_publisher&nc_hash=AQCBnXw14ZhRxsWv)

#### REFLECTIONS ABOUT A TRIFLE IN PEDAGOGICS

M.A. Starshov

Saratov State University

A particular issue of pedagogy, rarely found in textbooks and periodicals, is considered. It can be used in the process of training the future teachers in pedagogical universities.

## ГЛУБИНА СТАРОЙ ЗАДАЧИ

М.А. Старшов

Саратовский национальный исследовательский государственный университет  
*Старшов Михаил Александрович*, зав учебно-исследовательской лаборатории

Вниманию учителей предлагаются некоторые аспекты преподавания учебной физики, важные в работе с одарёнными учащимися для восприятия фундаментальных понятий науки, особенно чётко проявляющимися в анализе полезной старинной задачи.

Иногда так бывает, что какой-нибудь фрагмент в книге или в статье знаменитого методиста неожиданно привлекает внимание, и начинаешь над ним думать и проверять...себя: не ошибаешься ли?

Вот, например, конкретная ситуация. В большой замечательной статье в февральском номере журнала «Потенциал МФИ» приведена и решена простая такая задача на кинематику из опыта Лаборатории по работе с одарёнными детьми: «Поезд начинает движение из состояния покоя и движется равноускоренно. На первом километре скорость поезда возросла на 36 км/ч. На сколько возрастёт его скорость на втором километре?»

С.29. «Ответ:  $\approx 15$  км/ч.

Заметим, что в данной задаче не было необходимости переходить к единицам системы СИ (выражать скорость в м/с). [1]. И это, конечно, весьма важно в олимпиадной школе.

Да что тут думать-то физику с университетским образованием? Уж 36 км/ч в уме легко перевести в Международную систему единиц – в конце первого километра скорость этой бешеной электрички будет 10 м/с. На столько и возросла скорость га первом километре. А ответ автора сообщает нам прирост скорости поезда на втором километре, 15 м/с. Нет, нет, минуточку, у него же это в км/ч ответ-то! Пятнадцать метров в секунду получалось в статье М. Кац // Математика – ПС, №2, 2001, про точно такое же движение автомобиля. Но у того автора-математика и график был с изломом... Даже обсуждать скучно, хотя лицеисты физмат класса

Поезд начинает движение из состояния покоя и движется равноускоренно. На первом километре скорость поезда возросла на 36 км/ч. На сколько возрастёт его скорость на втором километре?

Слева без труда узнаём «творение» доцента А. Лукьянова 2019 года, и если перевести в уме 36 км/ч в систему международных единиц, получим ровно 10 м/с, и текст в принципе не отличить от варианта в правой колонке, который хорошо известен учителям физики, а принадлежит Б.Ю. Когану, и его легко найти в книжечке 1973-го года [2]. Вот только компьютер видит в обороте «на сколько» у А. Лукьянова грамматическую ошибку и тут же подчеркнул, а Б. Когану простил, видимо, по истечении срока давности!

Учитель физики более щепетильный, и в классе, не тронутым ЕГЭ, мог бы предложить более абстрактный вариант идеи Когана, примерно такой:

Материальная точка в равноускоренном движении на первом отрезке пути увеличила

получали пользу, работая над той задачей по горячим следам. Недавно не без удовольствия узнал, что кое-кто помнит её до сих пор. Ошибки, даже чужие, хорошо запоминаются!

Итак, автор задачи в «Потенциале» А.А. Лукьянов обращается со своей находкой, как с настоящей сложной задачей, подробно и многословно ведёт дело к ответу. А потом равнодушно бросает его под ноги. Как будто Лаборатория одарённых детей только ответом и озабочена. А проверить? А обсудить?! Это же Физика, а не медный купорос.

А если так: по первому километру находим ускорение поезда 0,05. Тогда в конце второго километра скорость будет равна корню из 200, т.е.  $14,1 \text{ м/с}^2$ . Из этого на один второй километр прирост составит, естественно, 4,1 м/с, а если умножим на 3600 с, получим именно 14,91 км/ч. Хотите округлить, пожалуйста:  $\approx 15$ .

Можно и дальше пройти – на третьем километре прирост будет 3,2 м/с, или 11,59 км/ч. Вы понимаете, что поезд едет всё быстрее и быстрее, но прирост его скорости всё меньше и меньше. И вас это совсем не удивляет? И вы ни на секунду не задумались, как это может быть? Ну, вы прекрасно знаете физику, и вас нечему учить Лаборатории одарённых детей...

Зато у меня теперь появляются моральные колебания, и я раздумываю, почему это не принято называть имя настоящего автора задачи, которую кто-то выдаёт за свою? Сравниваю два текста.

Поезд начинает движение из состояния покоя и равномерно увеличивает свою скорость. На первом километре она возросла на 10 м/с. На сколько возрастёт она на втором километре?

скорость до 10 м/с. Как увеличится скорость этого движения на сотом таком же отрезке пути?

Накануне этот учитель ещё раз проверил решение задачи и получил в результате прирост скорости где-то там, далеко, 0,5 м/с. Уж этот-то результат должен удивить одарённых, правда? Да ещё и дальность разбега как-то забавно не имеет значения. Так что этот сотый отрезок сожет оказаться и не так уж далеко.

Не называя по имени, пользуемся методом математической индукции, и выводим общую формулу для скорости точки в конце любого из равных промежутков пути  $v_n^2 = nv_1^2$  и обсуждаем её.

По ходу решения этой задачи в классе и его анализа учитель показывает метод приближённого вычисления корня квадратного из некрасивого числа 99, если нет под рукой калькулятора. Вот и

межпредметная связь с математикой, которая на самом деле этому приёму научить не успевают. Да и надо ли? -  $99^{1/2}=(100-1)^{1/2}=10(1-0,01)^{1/2}=10(1-1/2 \cdot 0,01)=9,95$ .

Так что в конце 99-го отрезка скорость МТ будет  $9,95v_1=99,5$  м/с, а в конце сотого достигнет  $10v_1=100$  м/с, т.е. увеличится, действительно, всего на 0,5 м/с.

Если бы мне дали такую задачу в 8 классе, я бы точно попал в Проблемную Ситуацию. И не представляю, как бы из неё тогда сумел выбраться. Но в те далёкие времена БЮКоган эту симпатичную задачу ещё не придумал (или не опубликовал. Кто знает, может, её знали и гораздо раньше)

А в заключение можно напомнить, что Б.Ю. Коган тщательно шлифовал условия своих задач, по крайней мере, такую работу над одной из них легко проследить на протяжении четверти века. Зато и получился шедевр, который охотно выдавали за свой некоторые другие методисты-физики. К сожалению, именно этой поучительной задаче с поездом не повезло, Б.Ю. Коган сам не анализирует её на всю глубину, останавливаясь на ответе. Возможно, А.А. Лукьянов проверил восприятие задачи на своих одарённых учениках, и было бы интересно узнать об их реакции, вместо разглядывания унылой точки после ответа. И ради

*Составим расписание движения поезда на первых отрезках пути.*

t,c	200	283	346	400	447	490	529	566	600
v,m/c	10	14,1	17,3	20	22,3	24,5	26,46	28,3	30

По этой таблице график даст прямую линию, проходящую через начало координат, наклон её сообщает о величине ускорения, и вся площадь под ней делится мысленно на один треугольник в самом начале движения и множество трапеций. Площадь треугольника  $S=1/2 \cdot 10 \cdot 200=1000$ (м). И точно такую же площадь имеет любая трапеция. Теперь вполне заметно быстрое уменьшение времени прохождения каждого последующего отрезка по одному километру. Очень хорошо видно, как растёт скорость этого поезда и сокращается время прохождения им каждого очередного километра

чего приведена эта симпатюшка-задача в статье об опыте практической работы одного из воспитателей олимпиадных бойцов?

Однако, этой задаче не повезло ещё раз. В приложении «Математика» к газете «Первое сентября» в 2001 г была огромная статья, на три номера, с массой ошибок, была почти эта же задача, только в условии уже был задан прирост скорости на том самом роковом втором километре - с ошибкой! – 5 м/с. Зато предлагалось вычислить время прохождения автомобилем отдельно первого и второго километров. И этот «автор», и его ученики и последователи довольствуются, видимо, ответом: «200 с; 80 с».

В самом деле, почему бы эти цифры вызвали подозрения? А вот прирост скорости почему уменьшается с каждым километром?! В конце первого 10, а в конце второго почему бы 5м/с, это разве очевидно?

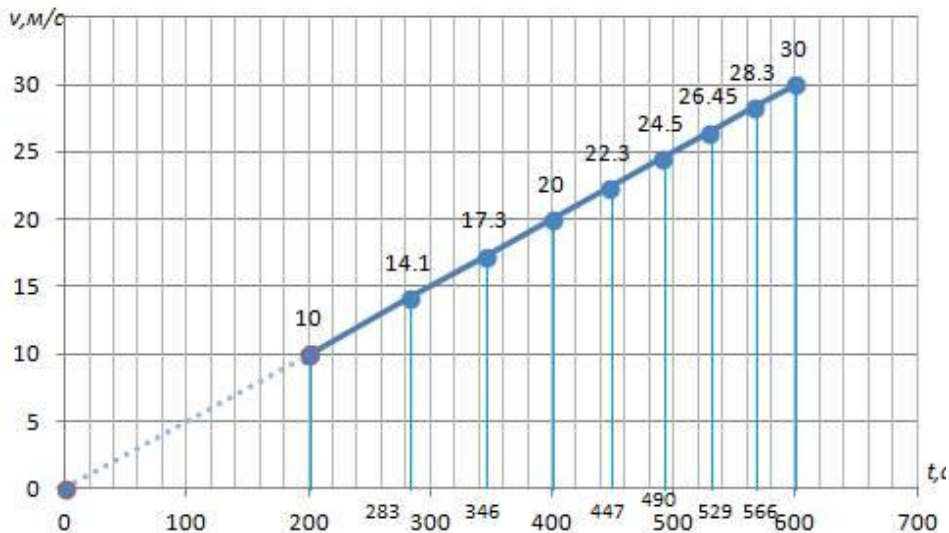
Проверим.  $V_1^2=2aS$ ;

$V_2^2=V_1^2+2aS=2V_1^2$ . Отсюда получаем скорость в конце второго километра  $V_2=1,41V_1=14,1$  м/с, увеличившись за второй километр на 4,1 м/с, а никак не на 5. На третьем километре прирост скорости ещё меньше и т.д. В самом деле,  $v=at=0,05t$ .

пути до конца девятого стандартного отрезка. А уж сотый километр поезд промчится со средней скоростью примерно 100 м/с, затратив на него около 10 секунд.

Эффектный результат, бесспорно. И этот стремительный полёт поезд совершит через каких-то полчаса (примерно) после отправления со станции. А средняя скорость на этих ста километрах была ровно 50 м/с, и это тоже полезно выяснить со школьниками..

Таким образом, одна эта задача позволяет пройтись по всему разделу «Кинематика», это вам не ЕГЭ.



А вдруг такой метод анализа интересной кинематики предложит кто-то из школьников, это же замечательно!

Здесь, пожалуй, уместно признание, что и Б. Коган удовлетворился простым решением, в физическое содержание не углублялся. Так что и он не обязательно подлинный автор этой красивой задачи. Есть подозрение, что все самые элегантные задачи созданы неизвестными физиками-методистами в какие-то давние времена, а нынешние даже решить толком не могут.

Написав последние слова, почувствовал желание добавить пару замечаний на совсем другую тему. Впрочем, тема, пожалуй, та же самая, в принципе – роль точного Слова в преподавании физики. Вот первая фраза в статье А.А. Лукьянова:

«Прямолинейным равноускоренным (или равномерно ускоренным) движением материальной точки называется прямолинейное движение точки, при котором величина ускорения (направление его и модуль) всё время остаются неизменными».

Можно ли считать вот это определением физического понятия? Может быть, лучше последовать за Галилеем, и сказать примерно так:

**Движение материальной точки называется равноускоренным, если за любые равные промежутки времени скорость точки изменяется на одну и ту же величину.**

Автор считает своим приятным долгом поблагодарить за помощь в подготовке этой работы Андрея Михайловича Старшова.

#### Библиографический список

1. Лукьянов А.А.// Потенциал МФИ, №2, 2019. с.28.
2. Коган Б.Ю. Сто задач по механике. М., 1973. с.3.
3. Лукьянов А.А.// Потенциал МФИ, №6, 2019. с.37.

#### THE DEPTH OF AN OLD TASK

M.A.Starshov

Saratov State University

Some aspects of teaching the educational physics that are important in work with gifted students for understanding the fundamental concepts of science, which are especially clearly manifested in the analysis of a useful ancient problem are offered to teachers





**КОЭФФИЦИЕНТЫ КОЛЛЕКТИВНОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ АМПЛИТУДНО-ФАЗОВЫХ ФЛУКТУАЦИЙ СИГНАЛА МНОГОДИОДНОГО ГЕНЕРАТОРА СВЧ, УЧИТЫВАЮЩИЕ ВЛИЯНИЕ КОРРЕЛЯЦИИ КВАДРАТУРНЫХ КОМПОНЕНТ ШУМА ВНУТРЕННИХ ИСТОЧНИКОВ**

А.С. Шаповалов, С.А. Шаповалов, А.С. Шаповалов мл

Саратовский национальный исследовательский государственный университет

*Шаповалов Александр Степанович,*

д.ф.-м.н., профессор кафедры компьютерной физики и метаматериалов

*Шаповалов Александр Степанович мл,* студент физического факультета

КРЭТ, АО «АП Восход», г. Москва

*Шаповалов Степан Александрович,* начальник группы ОВК

Вычисляются коэффициенты коллективной трансформации амплитудно-фазовых флуктуаций сигнала многодиодного генератора СВЧ, учитывающие влияние корреляции квадратурных компонент шума внутренних источников. Исследуется зависимость этих величин от стратегии настройки, особенностей электродинамической системы и числа диодов генератора.

В работе [1] приведена система коэффициентов коллективной трансформации флуктуаций ансамбля генерирующих диодных модулей в шум выходящего сигнала многодиодного СВЧ генератора с суммирующим резонатором. Указанные коэффициенты характеризуют преобразование собственных спектров флуктуаций амплитуды, частоты и взаимных спектров амплитудно-частотных флуктуаций сигнала. Коэффициенты, характеризующие трансформацию спектра флуктуаций фазы и взаимного спектра амплитудно-фазовых флуктуаций сигнала, в этой системе отсутствуют, так как на тот момент времени они ещё не были рассчитаны. К настоящему моменту времени коэффициенты коллективной трансформации флуктуаций фазы определены [2,3] и должны быть введены в указанную систему. Что касается коэффициента, характеризующего трансформацию взаимного спектра амплитудно-фазовых флуктуаций, то он тоже рассчитан [4], но без учёта корреляции квадратурных компонент собственных шумов внутренних источников (шумов диодов). Как известно в режимах большого сигнала указанная корреляция, как правило, существует [3]. В связи с этим в данной работе проведён расчёт коэффициентов коллективной трансформации амплитудно-фазовых флуктуаций с учётом корреляции квадратурных компонент шума (ККШ) внутренних источников. После дополнения указанной выше системы [1] результатами данной работы и статей [2-4] её можно будет считать полной

Для расчёта коэффициентов коллективной трансформации амплитудно-фазовых флуктуаций воспользуемся результатами работы [5], в которой определены взаимные спектры амплитудно-фазовых флуктуаций сигнала многодиодного генератора с суммированием мощности в общем резонаторе. В дальнейшем сохраним все обозначения физических величин, принятые в [5].

Как показано в работе [5], в общем случае выражение для взаимной спектральной плотности  $S_{\alpha\beta hf}(\Omega)$  амплитудно-фазовых флуктуаций, вызываемых СВЧ шумами активных элементов (диодов) генератора, имеет комплексный характер и содержит три слагаемых

$$S_{\alpha\beta hf}(\Omega) = S_{\alpha\beta hf}^{ind}(\Omega) + j \operatorname{Im} S_{\alpha\beta hf}^{cor}(\Omega) + \operatorname{Re} S_{\alpha\beta hf}^{cor}(\Omega), \quad (1)$$

где  $j = \sqrt{-1}$ ,  $S_{\alpha\beta hf}(\Omega)$  - полная взаимная спектральная плотность амплитудно-фазовых флуктуаций генерируемого сигнала;  $S_{\alpha\beta hf}^{ind}(\Omega)$  - независимая от корреляции ККШ составляющая взаимного амплитудно-фазового спектра и определяемая собственными спектрами ККШ (имеет вещественный характер);  $S_{\alpha\beta hf}^{cor}(\Omega)$  - вклад корреляции ККШ в полную взаимную спектральную плотность амплитудно-фазовых флуктуаций генерируемого сигнала (имеет комплексный характер);  $\Omega$  - круговая частота флуктуаций; индексы  $hf$  означают высокочастотное происхождение флуктуаций; индексы  $\alpha$  означают флуктуации амплитуды; индексы  $\beta$  - означают флуктуации фазы; индексы  $ind$  означают независимость от корреляции ККШ; индексы  $cor$  означают зависимость от корреляции ККШ;  $\operatorname{Re} S_{\alpha\beta hf}^{cor}(\Omega)$  - вклад, вызванный корреляцией ККШ, в действительную часть полного взаимного амплитудно-фазового спектра  $S_{\alpha\beta hf}(\Omega)$ ;  $\operatorname{Im} S_{\alpha\beta hf}^{cor}(\Omega)$  - вклад, вызванный корреляцией ККШ, в мнимую часть полного взаимного амплитудно-фазового спектра  $S_{\alpha\beta hf}(\Omega)$  [5].

Расчёт независимой компоненты  $S_{\alpha\beta hf}^{ind}(\Omega)$  полного спектра  $S_{\alpha\beta hf}(\Omega)$  и соответствующего коэффициента коллективной трансформации проведён в [4] и в данной работе не обсуждается.

Ограничимся определением коэффициентов коллективной трансформации, которые характеризуют преобразование только корреляционных компонент  $\operatorname{Re} S_{\alpha\beta hf}^{cor}(\Omega)$  и  $\operatorname{Im} S_{\alpha\beta hf}^{cor}(\Omega)$  полного спектра  $S_{\alpha\beta hf}(\Omega)$  амплитудно-фазовых флуктуаций. Для этого воспользуемся результатами расчёта указанных компонент спектра, полученными в [5].

Прежде чем приводить эти результаты следует оговорить условия, при которых они получены. Дело в том, что выражения для взаимного спектра флуктуаций сигнала многодиодного генератора зависят от стратегии его настройки в процессе увеличения числа диодов [5,6]. Корректное

сравнение спектров флуктуаций сигналов многодиодного и однодиодного генераторов предполагает, что настройка генератора при изменении количества диодов производится так, чтобы амплитуда СВЧ колебаний на каждом диоде не зависела от их числа, то есть нагрузка, приведённая к клеммам каждого диода, оставалась неизменной.

Это условие можно обеспечить двумя различными способами [5,6].

Первый способ заключается в изменении связи суммирующего резонатора с нагрузкой (подстройка нагрузки). Второй способ – изменение связи каждого диодного модуля с суммирующим резонатором (подстройка диодных модулей). В дальнейшем диодные модули генератора будем считать идентичными, источники их шумовых напряжений – не коррелированными между собой, а трансформаторы связи – идеальными. Метод редуцирования эквивалентной схемы генератора, способы настройки и формулы пересчёта параметров диодных модулей в контур суммирующего резонатора приведены в работе [6].

При первом способе настройки генератора выражения для корреляционных составляющих взаимного амплитудно-фазового спектра сигнала многодиодного генератора имеют вид [5]

$$\text{Re } S_{\alpha\phi f l N}^{cor}(\Omega) = -\frac{N^2(q_\phi + 1) S_{uk1}(\Omega)}{(q_\phi + N)^3 I_1^2(X'_1)^2 \Omega(a^2 p_1^2 + \Omega^2)}, \quad (2)$$

$$\text{Im } S_{\alpha\phi f l N}^{cor}(\Omega) = -\frac{N S_{uk1}(\Omega)}{(q_\phi + N)^2 I_1^2(X'_1)^2 a^2 p_1^2 + \Omega^2}, \quad (3)$$

где

$$a = \frac{N(q_\phi + 1)}{q_\phi + N}$$

В этих выражениях [5]:  $N$  – число диодов;  $a$  – коэффициент трансформации прочности предельного цикла и неизохронности генератора при переходе от однодиодной к многодиодной системе; индексы 1 и  $N$  у символов означают, что они относятся соответственно к однодиодному и  $N$ -диодному генератору;  $q_\phi = X'_p/X'_1$  – параметр фиксирующей способности контура, равный отношению фиксирующей способности суммирующего резонатора  $X'_p$  к пересчитанной в контур суммирующего резонатора (внесённой) фиксирующей способности диодного модуля  $X'_1$  в однодиодном генераторе; штрих над символами обозначает производную по частоте;  $S_{uk1}(\Omega)$  – пересчитанная в контур суммирующего резонатора мнимая часть  $S_u(\omega - \Omega) - S_u(\omega + \Omega)$  взаимной спектральной плотности квадратурных компонент напряжения собственных шумов диода;  $I_1$  – амплитуда СВЧ тока в контуре суммирующего резонатора однодиодного генератора;  $p_1$  прочность предельного цикла однодиодного генератора [7]. Формулы связи  $p_1$  с импедансными характеристиками диодов приведены в [7].

При  $N=1$  выражения (2),(3) описывают корреляционные составляющие взаимного амплитудно-фазового спектра сигнала однодиодного генератора

$$\text{Re } S_{\alpha\phi f l}^{cor}(\Omega) = -\frac{1}{(q_\phi + 1)^2} \frac{S_{uk1}(\Omega)}{I_1^2(X'_1)^2} \frac{p_1}{\Omega(p_1^2 + \Omega^2)}, \quad (4)$$

$$\text{Im } S_{\alpha\phi f l}^{cor}(\Omega) = -\frac{1}{(q_\phi + 1)^2} \frac{S_{uk1}(\Omega)}{I_1^2(X'_1)^2} \frac{1}{p_1^2 + \Omega^2}, \quad (5)$$

В соответствие с логикой определения коэффициентов коллективной трансформации [1] в рассматриваемом случае необходимо ввести два коэффициента  $G_{r\alpha\phi f l}^{cor}(\Omega)$  и  $G_{i\alpha\phi f l}^{cor}(\Omega)$ , которые должны характеризовать трансформацию вклада корреляции квадратурных компонент шума внутренних источников в соответственно действительную и мнимую части полного взаимного спектра амплитудно-фазовых флуктуаций генерируемого сигнала

$$G_{r\alpha\phi f l}^{cor}(\Omega) = \frac{\text{Re } S_{\alpha\phi f l N}^{cor}(\Omega)}{\text{Re } S_{\alpha\phi f l}^{cor}(\Omega)}, \quad (6)$$

$$G_{i\alpha\phi f l}^{cor}(\Omega) = \frac{\text{Im } S_{\alpha\phi f l N}^{cor}(\Omega)}{\text{Im } S_{\alpha\phi f l}^{cor}(\Omega)}. \quad (7)$$

Подставляя равенства (2)-(5) в соотношения (6) и (7), получим следующие выражения для искомых коэффициентов при первом способе настройки генератора

$$G_{r\alpha\phi f l}^{cor}(\Omega) = \frac{a^3}{N} \frac{p_1^2 + \Omega^2}{a^2 p_1^2 + \Omega^2}, \quad (8)$$

$$G_{i\alpha\phi f l}^{cor}(\Omega) = \frac{a^2}{N} \frac{p_1^2 + \Omega^2}{a^2 p_1^2 + \Omega^2}. \quad (9)$$

Как оказалось коэффициент  $G_{r\alpha\phi f l}^{cor}(\Omega)$  коллективной трансформации действительной части корреляционной составляющей взаимного спектра амплитудно-фазовых флуктуаций совпадает с коэффициентом коллективной трансформации мнимой части корреляционной составляющей взаимного спектра амплитудно-частотных флуктуаций  $G_{i\alpha\phi f l}^{cor}(\Omega)$  [1]. Его необходимо ввести в четвёртую группу совпадающих коэффициентов трансформации и увеличить её количественный состав [1].

Коэффициент  $G_{i\alpha\phi f l}^{cor}(\Omega)$  коллективной трансформации мнимой части корреляционной составляющей взаимного спектра амплитудно-фазовых флуктуаций совпадает с коэффициентом коллективной трансформации действительной части корреляционной составляющей взаимного спектра амплитудно-частотных флуктуаций  $G_{r\alpha\phi f l}^{cor}(\Omega)$  [1].

Его необходимо ввести в первую группу совпадающих коэффициентов трансформации и увеличить её количественный состав [1].

В общем случае коэффициенты (8) и (9) зависят от числа диодов, частоты флуктуаций, прочности предельного цикла, параметра фиксирующей способности контура, и их анализ довольно сложен. Поэтому ограничимся обсуждением отдельных предельных случаев.

## ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Если параметр фиксирующей способности контура мал и  $q_\phi \ll 1$ , то  $a \approx 1$ , и выражения (8) и (9) принимают вид

$$G_{r\alpha\phi f}^{cor}(\Omega) = \frac{1}{N}, \quad (10)$$

$$G_{i\alpha\phi f}^{cor}(\Omega) = \frac{1}{N}. \quad (11)$$

Оба коэффициента коллективной трансформации обратно пропорциональны числу диодов.

Если параметр фиксирующей способности контура велик и  $q_\phi \gg N$ , то  $a \approx N$ , и выражения (8) и (9) принимают вид

$$G_{r\alpha\phi f}^{cor}(\Omega) = N^2 \frac{p_1^2 + \Omega^2}{N^2 p_1^2 + \Omega^2}, \quad (12)$$

$$G_{i\alpha\phi f}^{cor}(\Omega) = N \frac{p_1^2 + \Omega^2}{N^2 p_1^2 + \Omega^2}. \quad (13)$$

Рассмотрим выражения (12) и (13) на различных частотах флуктуаций.

Если условие  $q_\phi \gg N$  дополнить требованием  $\Omega \ll p_1$  (низкие частоты флуктуаций), то из (12),(13) следует

$$G_{r\alpha\phi f}^{cor}(\Omega) = 1, \quad (14)$$

$$G_{i\alpha\phi f}^{cor}(\Omega) = \frac{1}{N}. \quad (15)$$

Если условие  $q_\phi \gg N$  дополнить требованием  $\Omega \gg N p_1$  (высокие частоты флуктуаций), то (12),(13) примут вид

$$G_{r\alpha\phi f}^{cor}(\Omega) = N^2, \quad (15)$$

$$G_{i\alpha\phi f}^{cor}(\Omega) = N. \quad (16)$$

Таким образом, при первом способе настройки генератора характер зависимости коэффициентов трансформации от числа диодов существенным образом зависит от параметра фиксирующей способности контура, частоты флуктуаций, прочности предельного цикла однодиодного модуля. При этом величина коэффициентов с увеличением числа диодов может и уменьшаться, и увеличиваться, и оставаться неизменной.

Теперь перейдём к определению коэффициентов  $G_{r\alpha\phi f}^{cor}(\Omega)$  и  $G_{i\alpha\phi f}^{cor}(\Omega)$  при втором способе настройки генератора, когда увеличение числа диодов сопровождается подстройкой диодных

модулей, то есть изменением связи диодных модулей с суммирующим резонатором.

В этом случае действительная и мнимая части корреляционной составляющей взаимного спектра амплитудно-фазовых флуктуаций сигнала многодиодного генератора имеют вид [4]

$$\text{Re } S_{\alpha\phi f N}^{cor}(\Omega) = \frac{1}{N(q_\phi + 1)^2} \frac{S_{uk1}(\Omega)}{I_1^2(X_1')^2} \frac{p_1}{\Omega(p_1^2 + \Omega^2)}, \quad (17)$$

$$\text{Im } S_{\alpha\phi f N}^{cor}(\Omega) = -\frac{1}{N(q_\phi + 1)^2} \frac{S_{uk1}(\Omega)}{I_1^2(X_1')^2} \frac{1}{(p_1^2 + \Omega^2)}. \quad (18)$$

При  $N=1$  соотношения (17), (18) соответствуют однодиодному генератору и описываются выражениями

$$\text{Re } S_{\alpha\phi f 1}^{cor}(\Omega) = \frac{1}{(q_\phi + 1)^2} \frac{S_{uk1}(\Omega)}{I_1^2(X_1')^2} \frac{p_1}{\Omega(p_1^2 + \Omega^2)}, \quad (19)$$

$$\text{Im } S_{\alpha\phi f 1}^{cor}(\Omega) = -\frac{1}{(q_\phi + 1)^2} \frac{S_{uk1}(\Omega)}{I_1^2(X_1')^2} \frac{1}{(p_1^2 + \Omega^2)}. \quad (20)$$

Нетрудно видеть, что подстановка соотношений (17)-(20) в равенства (6),(7) приводит к выражениям для коэффициентов коллективной трансформации  $G_{r\alpha\phi f}^{cor}(\Omega)$  и  $G_{i\alpha\phi f}^{cor}(\Omega)$  в виде (10) и (11).

Оказывается, что при втором способе настройки генератора все коэффициенты коллективной трансформации, включая  $G_{r\alpha\phi f}^{cor}(\Omega)$  и  $G_{i\alpha\phi f}^{cor}(\Omega)$  одинаковы и равны  $1/N$ . Генератор характеризуется единым коэффициентом коллективной трансформации.

Полученные данные необходимо иметь в виду при разработке многодиодных генераторов и объяснении результатов экспериментов. Достаточно подробное изложение математических выкладок даёт возможность использовать отдельные выражения для расчёта соответствующих спектров флуктуаций одно- и многодиодного генераторов СВЧ. Указанные выражения получены на основе ряда теоретических и экспериментальных работ по данной тематике [8-13]. В заключение отметим, что в данной работе помимо научной цели преследовалась также и учебно-методическая цель. Проведение подобных исследований в области радиофизики и электроники, так же, как и в других областях физики [14-20], должно стимулировать у учащихся развитие интереса к научно-исследовательской деятельности.

### Библиографический список

1. Шаповалов А.С., Машников В.В., Минкин Л. М., Шаповалов С.А. Система коэффициентов коллективной трансформации флуктуаций многодиодного генератора СВЧ. // Вопросы прикладной физики. Межвуз. науч. сб. Саратов. Изд-во СГУ. – 2010. – В. 17. – С. 33-38.
2. Шаповалов А.С., Машников В.В., Минкин Л. М. Флуктуации фазы сигнала многодиодного генератора СВЧ. // Вопросы прикладной физики. Межвуз. науч. сб. Саратов. Изд-во СГУ. – 2017. – В. 24. – С. 27-29.
3. Шаповалов А.С., Минкин Л. М. Влияние корреляции квадратурных компонент шума внутренних источников на флуктуации фазы сигнала многодиодного генератора СВЧ. // Вопросы прикладной физики. Межвуз. науч. сб. Саратов. Изд-во СГУ. – 2019. – В. 26. – С. 29-32.
4. Шаповалов А.С., Минкин Л. М. Взаимный спектр флуктуаций амплитуды и фазы сигнала многодиодного генератора СВЧ. // Вопросы прикладной физики. Межвуз. науч. сб. Саратов. Изд-во СГУ. – 2017. – В. 24. – С. 30-32.

5. Шаповалов А.С., Минкин Л. М. Шаповалов С.А. Влияние корреляции квадратурных компонент шума внутренних источников на взаимный спектр амплитудно-фазовых флуктуаций сигнала многодиодного генератора СВЧ. // Вопросы прикладной физики. Межвуз. науч. сб. Саратов. Изд-во СГУ. – 2019. – В. 26. – С. 32-36.
6. Кудряшов С.А., Шаповалов А.С., Шаповалов С.А. Исследование многодиодных СВЧ генераторов с суммированием мощности в общем резонаторе // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 1997. – В. 3. – С. 67-70.
7. Шаповалов А.С., Минкин Л.М., Шаповалов С.А. Влияние корреляции квадратурных компонент шума внутренних источников на взаимный спектр амплитудно-частотных флуктуаций сигнала многодиодного генератора СВЧ // Вопросы прикладной физики. Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2008. – В. 15. – С. 37-40.
8. Шаповалов А.С. Спектры флуктуаций сигнала многодиодного генератора СВЧ // Гетеромагнитная микроэлектроника. 2017. – Вып. 22. - С. 16-26.
9. Кудряшов С.А., Шаповалов А.С. Анализ энергетических и шумовых характеристик многодиодных СВЧ-генераторов при различных способах настройки // Электронная техника. Сер. 1. СВЧ-техника. - 1997. - В. 2. - С. 28-31.
10. Никитин А.А., Шаповалов А.С. Экспериментальное исследование многодиодных генераторов на многоструктурных ЛПД // Электронная техника. Сер. 1. СВЧ-техника. - 1999. - В. 2. - С. 7-9.
11. Кудряшов С.А., Шаповалов А.С. Способ улучшения шумовых характеристик диодных СВЧ-генераторов, содержащих линию передачи // Электронная техника. Сер. 1. СВЧ-техника. - 1997. - В. 1. - С. 32-33.
12. Шаповалов А.С., Никитин А.А., Кудряшов С.А. Многодиодный СВЧ-генератор с электрической перестройкой частоты // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. - 1991. - В. 10. - С. 19-21.
13. Minkin L.M., Shapovalov A.S. Thermo-diffusional radon waves in soils // Science of the Total Environment / Volume 565, 15 september 2016, Pages 1-7.
14. Шаповалов А.С. Вероятностные расчёты в физике. Саратов.: Издательство «Саратовский источник», 2015, - 72 с.
15. Шаповалов А.С., Инкин М.Г., Мироненко К.В. Аномальный дробовой шум на неоднородном потенциальном барьере // Гетеромагнитная микроэлектроника. 2016. – Вып. 20. – С. 41-46.
16. Шаповалов А.С. Корреляция и взаимный спектр флуктуаций электронного пучка на неоднородном эмиттере. // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 1997. – В. 3. – С. 67-70.
17. Инкин М.Г., Мироненко К.В., Шаповалов А.С. Многоуровневая дискретная модель неоднородного эмиттера и максимальный уровень аномального дробового шума // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2016. – В. 23. – С. 39-41.
18. Инкин М.Г., Мироненко К.В., Шаповалов А.С. Частотные характеристики аномального дробового шума для многоуровневой дискретной модели неоднородного эмиттера // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2016. – В. 23. – С. 42-44.
19. Шаповалов А.С., Денисов Ю.И. Статистический механизм возникновения аномальных дробовых шумов в потоках носителей заряда // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1985. – Т. 28, № 5. – С. 88.
20. Minkin L., Shapovalov A.S. Heat of Transport of Air in Clay. // Radiation Protection Dosimetry. - 2007.- V. 123, № 2, - P. 221-225.

**COEFFICIENTS OF COLLECTIVE TRANSFORMATION OF THE AMPLITUDE-PHASE SIGNAL FLUCTUATIONS OF THE MULTI-DIODE MICROWAVE GENERATOR TAKING INTO ACCOUNT THE INFLUENCE OF CORRELATION OF THE QUADRATURE NOISE COMPONENTS OF INTERNAL SOURCES**

<sup>1</sup>A.S. Shapovalov, <sup>2</sup>S.A. Shapovalov, <sup>1</sup>A.S. Shapovalov Jr

<sup>1</sup>Saratov National Research State University

<sup>2</sup>«AP Voskhod», Moscow

The coefficients of collective transformations of the amplitude-phase fluctuations of the signal of a multi-diode microwave generator are calculated, taking into account the influence of the correlation of the quadrature noise components of the internal sources. The dependence of these quantities on the tuning strategy, the features of the electrodynamic system, and the number of generator diodes is investigated.



## МАКСИМАЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ ДРОБОВОГО ШУМА ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ НЕОДНОРОДНОГО ПОТЕНЦИАЛЬНОГО БАРЬЕРА

А.С. Шаповалов, М.Г. Инкин, А.С. Шаповалов мл

Саратовский национальный исследовательский государственный университет

*Шаповалов Александр Степанович,*

д.ф.-м.н., профессор кафедры компьютерной физики и метаматериалов

*Инкин Максим Глебович,* аспирант физического факультета

*Шаповалов Александр Степанович мл,* студент физического факультета

Исследуется максимальный уровень дробового шума, генерируемого на неоднородном потенциальном барьере. Предполагается, что параметр интенсивности прохождения зарядов через барьер распределён по усечённому гиперболическому закону.

В работе [1] предложена так называемая гиперболическая модель неоднородного потенциального барьера. Метод моделирования широко используется при изучении различных процессов и систем [2-6]. В рамках работы [1] для определённости считается, что барьер располагается на поверхности эмиттера электронов (катода). Предполагается, что плотность распределения параметра интенсивности  $\lambda$  прохождения зарядов через барьер описывается отрезком равнобочной гиперболы. Применительно к катоду указанный параметр характеризует интенсивность эмиссии электронов. Сопоставление уровня аномального дробового шума для этой модели с аналогичными характеристиками разработанных ранее простых моделей [2] (двухуровневой дискретной модели, модели равномерной плотности и др.) показало, что гиперболическая модель отличается сравнительно низким уровнем шумов.

В связи с этим в данной работе проводится более детальное, чем в работе [1], исследование уровня аномальной компоненты дробового шума гиперболической модели.

Как и в [1], уровень аномальной компоненты шума будем характеризовать безразмерной величиной  $\gamma_{0-1}$ , представляющей отношение спектральной плотности этой компоненты к спектральной плотности Шоттки. Уровень полного дробового шума в этом случае будет характеризовать величина  $\gamma_0$ . Индекс ноль означает, что речь идёт об указанных величинах на частотах, где  $\omega \ll I_0/e$  ( $\omega$  – круговая частота,  $I_0$  – постоянная составляющая тока эмиссии,  $e$  – модуль заряда электрона), и спектральная плотность аномальной компоненты наиболее высока [2].

При детальном исследовании шумовых свойств модели целесообразно использовать два связанных между собой параметра, характеризующих степень неоднородности эмиссионных состояний катода. В качестве одного из них примем параметр перепада  $\eta$  интенсивности эмиссии

$$\eta = \frac{\lambda_a}{\lambda_p},$$

где  $\lambda_a$  – наибольшее значение параметра интенсивности, отвечающее наиболее активному эмиссионному состоянию,  $\lambda_p$  – наименьшее значение параметра интенсивности, отвечающее

наиболее пассивному эмиссионному состоянию катода. Параметр  $\eta$  изменяется в пределах от 1 до  $\infty$ .

В качестве второго параметра, характеризующего степень неоднородности, примем относительную полуширину  $q$  диапазона дозволённых значений  $\lambda$

$$q = \frac{\lambda_a - \lambda_p}{2\lambda_0},$$

где  $\lambda_0 = (\lambda_a + \lambda_p)/2$ . Параметр  $q$  изменяется в пределах от 0 до 1.

Нетрудно видеть, что

$$q = \frac{\lambda_a - \lambda_p}{\lambda_a + \lambda_p} = \frac{\eta - 1}{\eta + 1}, \quad \eta = \frac{1 + q}{1 - q}$$

Конечные соотношения для  $\gamma_{0-1}$ , выраженные соответственно через параметры  $\eta$  и  $q$  имеют вид [1]

$$\gamma_0 - 1 = \frac{\eta + 1}{\eta - 1} \ln \eta - 2, \quad (1)$$

$$\gamma_0 - 1 = \frac{1}{q} \ln \frac{1 + q}{1 - q} - 2. \quad (2)$$

Оба соотношения представляют собой монотонно возрастающие функции и, естественно, описывают рост уровня аномальной компоненты  $\gamma_{0-1}$  с увеличением степени неоднородности эмиттера. Любой из параметров  $\eta$  или  $q$  может рассматриваться в качестве характеристики степени неоднородности эмиттера. Однако наиболее наглядное и детальное представление о зависимости шумовых свойств модели от степени её неоднородности даёт одновременное использование кривых зависимости  $\gamma_0(\eta) - 1$  и  $\gamma_0(q) - 1$  от  $\eta$  и  $q$ .

Кривая зависимости уровня  $\gamma_{0-1}$  аномальной компоненты дробового шума от параметра перепада интенсивности эмиссионных состояний  $\eta$  представлена на рис. 1.

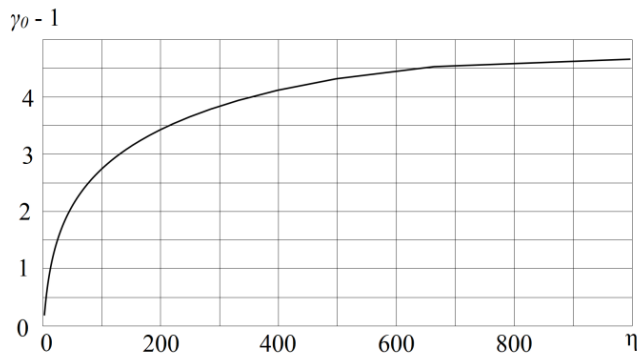


Рис. 1.

Аналогичная кривая зависимости уровня аномальной компоненты дробового шума от относительной полуширины  $q$  спектра возможных значений  $\lambda$  показана на рис. 2.

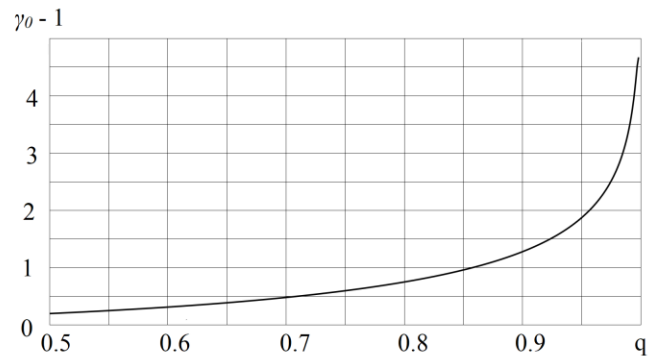


Рис. 2.

Сравнение кривых показывает, что при малой степени неоднородности удобнее пользоваться данными кривой  $\gamma_0(q)-1$ , при высокой неоднородности - данными кривой  $\gamma_0(\eta)-1$ .

### Библиографический список

1. Шаповалов А.С., Шаповалов С.А. Зависимость уровня дробовых шумов неоднородного эмиттера от характера распределения параметра интенсивности эмиссии // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2014. – В. 21. – С. 43-45.
2. Шаповалов А.С., Голубенцев А.Ф., Денисов Ю.И. Эмиссионные и шумовые свойства неоднородных эмиттеров. – Саратов.: Издательство Сара товского университета, 1983. – 92 с.
3. Шаповалов А.С., Инкин М.Г., Мироненко К.В. Аномальный дробовой шум на неоднородном потенциальном барьере // Гетеромагнитная микроэлектроника: Сб. науч. тр. / Под ред. проф. А.В. Ляшенко. – Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, - 2016. – Вып. 20. – С. 41-46.
4. Шаповалов А.С., Денисов Ю.И. Статистический механизм возникновения аномальных дробовых шумов в потоках носителей заряда // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1985. – Т. 28, № 5. – С. 88.
5. Minkin L.M., Shapovalov A.S. Thermo-diffusional radon waves in soils // Science of the Total Environment / Volume 565, September, 2016, Pages 1-7.
6. Minkin L., Shapovalov A.S. Heat of Transport of Air in Clay. // Radiation Protection Dosimetry. - 2007.- V. 123, № 2, - P. 221-225.

### MAXIMUM LEVEL OF A SHOT NOISE OF THE HYPERBOLIC MODEL OF AN INHOMOGENEOUS POTENTIAL BARRIER

A.S. Shapovalov, M.G. Inkin, A.S. Shapovalov Jr

Saratov National Research State University The maximum shot noise generated at an inhomogeneous potential barrier is investigated. It is assumed that the parameter of the intensity of the passage of charges through the barrier is distributed according to a truncated hyperbolic law.

УДК 621.3.032.21

### ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ АНОМАЛЬНОГО ДРОБОВОГО ШУМА ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ НЕОДНОРОДНОГО ПОТЕНЦИАЛЬНОГО БАРЬЕРА

А.С. Шаповалов, М.Г. Инкин, А.С. Шаповалов мл

Саратовский национальный исследовательский государственный университет

*Шаповалов Александр Степанович,*

д.ф.-м.н., профессор кафедры компьютерной физики и метаматериалов

*Инкин Максим Глебович,* аспирант физического факультета

*Шаповалов Александр Степанович мл,* студент физического факультета

Приводятся результаты расчёта зависимости спектральной плотности аномального дробового шума от частоты для гиперболической модели неоднородного потенциального барьера.

Вопрос о частотных характеристиках аномального дробового шума гиперболической модели неоднородного потенциального барьера [1] до последнего времени оставался открытым. Между тем указанная модель отличается простотой при практическом использовании, сравнительно низким уровнем аномальной компоненты дробового шума. Модель перспективна с точки зрения возможности

усовершенствования используемого закона распределения параметра интенсивности  $\lambda$  прохождения зарядов через потенциальный барьер. Информация о законе распределения параметра интенсивности  $\lambda$ , обеспечивающем дальнейшее уменьшения шумов, определяет направление развития технологии изготовления электронных устройств. В связи с этим в данной работе

исследуется зависимость спектральной плотности аномальной компоненты дробового шума от частоты и степени неоднородности гиперболической модели барьера, генерирующего дробовой шум.

Для определённости терминологии будем считать, что рассматриваемый барьер расположен на поверхности эмиттера электронов (катода), а параметр интенсивности переходов  $\lambda$  зарядов через барьер является параметром интенсивности эмиссии. Под этой величиной понимается условное математическое ожидание числа электронов, эмитируемых в единицу времени при условии, что эмиттер находится в данном эмиссионном состоянии. В качестве закона распределения  $\psi(\lambda)$  параметра  $\lambda$  примем усечённое гиперболическое распределение [1], в качестве условной плотности распределения интервала времени  $\tau$  между двумя последовательными актами испускания электронов примем экспоненциальный закон.

Уровень аномальной компоненты дробового шума будем характеризовать относительной спектральной плотностью  $\gamma-1$ , то есть отношением спектральной плотности аномальной компоненты к спектральной плотности, определяемой формулой Шоттки [2-4]. При указанном обозначении уровня аномальной компоненты уровень полного дробового шума будет равен  $\gamma$ .

Как показано в общей теории аномального дробового шума величина  $\gamma(\omega)-1$  определяется выражением [2]

$$\gamma(\omega) - 1 = 2 \operatorname{Re} \frac{M \{ \exp j\omega\tau \}}{1 - M \{ \exp j\omega\tau \}}, \quad (1)$$

где  $M$  – символ взятия математического ожидания,  $\omega$  – круговая частота,  $j = \sqrt{-1}$ .

Выражение для безусловной плотности распределения  $f(\tau)$  интервала, полученное в [1], имеет довольно сложный вид, что существенно затрудняет расчёт  $\gamma(\omega)-1$  по формуле (1). Поэтому воспользуемся приближённой методикой вычислений, основанной на дискретизации спектра возможных значений  $\lambda$  [5-9]. Вместо непрерывного спектра возможных значений параметра  $\lambda$ , заполняющих область  $\lambda_p \leq \lambda \leq \lambda_a$  введём в рассмотрение эквидистантный дискретный спектр, содержащий  $N$  ( $N \gg 1$ ) дозволённых значений  $\lambda_i$  ( $i=1,2,\dots,N$ ). Положив  $\lambda_1 = \lambda_p$  и  $\lambda_N = \lambda_a$ , выражение для  $\lambda_i$  можно записать так [9]:

$$\lambda_i = \lambda_0 \left[ 1 + q \left( 2 \frac{i-1}{N-1} - 1 \right) \right], \quad (2)$$

где  $\lambda_0 = (\lambda_a + \lambda_p)/2$ ,  $q = (\lambda_a - \lambda_p)/(\lambda_a + \lambda_p)$  – относительная полуширина спектра возможных значений  $\lambda$ , которую в дальнейшем будем рассматривать как параметр эмиссионной неоднородности катода [9],  $\lambda_a$  – максимальное значение параметра  $\lambda$ , отвечающее наиболее активному эмиссионному состоянию катода,  $\lambda_p$  – минимальное значение параметра  $\lambda$ , отвечающее наиболее пассивному эмиссионному состоянию катода.

Если  $N \gg 1$ , а вероятность  $p_i$  значения  $\lambda = \lambda_i$  считать пропорциональной  $\Psi(\lambda_i)$ , то вид огибающей многоугольника распределения величины  $\lambda_i$  практически совпадёт с кривой непрерывного гиперболического распределения. Введённое таким образом вспомогательное распределение  $\lambda$  можно рассматривать как дискретный аналог непрерывного гиперболического закона и выражение для  $p_i$  записать так

$$p_i = \frac{1}{\lambda_i \sum_{i=1}^N \frac{1}{\lambda_i}} \quad (3)$$

В этом приближении безусловная плотность вероятности интервала  $f(\tau)$  примет вид гиперэкспоненциального распределения

$$f(\tau) = \frac{\sum_{i=1}^N \exp(-\lambda_i \tau)}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{\lambda_i}} \quad (4)$$

Для проведения численных расчётов введём в рассмотрение приведённую (безразмерную) частоту флуктуаций  $\Omega = \omega/\lambda_0$  и нормированное текущее значение параметра интенсивности эмиссии  $\Lambda_i = \lambda_i/\lambda_0$ . В таких переменных выражение (1) для уровня аномальной компоненты дробового шума можно представить так [9]:

$$\gamma(\Omega, q) - 1 = \frac{AC - B^2}{\Omega^2 C^2 + B^2}, \quad (5)$$

где

$$A(\Omega, q) = \sum_{i=1}^N \frac{p_i \Lambda_i^2}{\Lambda_i^2 + \Omega^2}, \quad (6)$$

$$B(\Omega, q) = \sum_{i=1}^N \frac{p_i \Lambda_i}{\Lambda_i^2 + \Omega^2}, \quad (7)$$

$$C(\Omega, q) = \sum_{i=1}^N \frac{p_i}{\Lambda_i^2 + \Omega^2}, \quad (8)$$

$$\Lambda_i = 1 + q \left( 2 \frac{i-1}{N-1} - 1 \right), \quad (9)$$

$$p_i = \frac{1}{\Lambda_i \sum_{i=1}^N \frac{1}{\Lambda_i}}. \quad (10)$$

В приведённой системе основных расчётных соотношений первые пять выражений имеют точно такой же вид, как и для других частных моделей неоднородного эмиттера [9]. Однако они содержат вероятностные коэффициенты  $p_i$ , вид которых зависит от выбранной модели. Для данной модели величина  $p_i$  определяется соотношением (10).

Соотношения (5)-(10) были использованы для расчёта спектра флуктуаций аномальной компоненты дробового шума при  $N=1000$ . Как было показано ранее [5,6,9], при столь высоких значениях

$N$  отличие частотных спектров непрерывной модели эмиттера и её дискретного аналога незначительно. Заметным оно становится при  $N < 100$ . Результаты расчёта спектров приводятся ниже.

На рис. 1 представлены кривые зависимости относительной спектральной плотности  $\gamma-1$  аномальной компоненты шума от приведённой частоты  $\Omega$  для различных значений параметра неоднородности  $q$ .

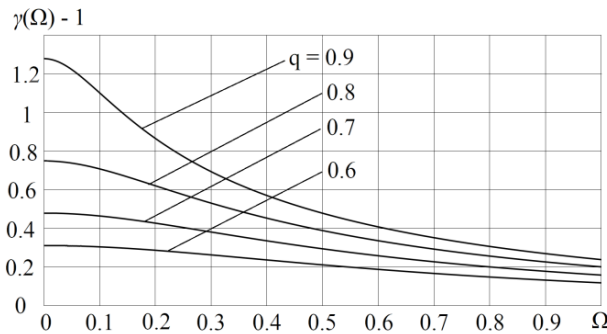


Рис. 1

При любом фиксированном значении параметра неоднородности  $q$  уровень  $\gamma-1$  аномальной компоненты монотонно уменьшается с ростом частоты и при  $\Omega \rightarrow \infty$  стремится к нулю. В отличие от классической компоненты (компоненты Шоттки) аномальная компонента не является белым шумом. Ширина её спектра конечна. Максимальный уровень  $\gamma_0-1$  этой компоненты наблюдается при  $\Omega \rightarrow 0$ .

Для иллюстрации зависимости частоты среза  $\Omega_c$  и ширины спектра  $\Delta\Omega = \Omega_c$  от параметра неоднородности  $q$  эмиттера на рис. 2 показаны кривые зависимости от  $\Omega$  отношения текущего уровня флуктуаций  $\gamma(\Omega)-1$  к его максимальному значению  $\gamma_0-1$ .

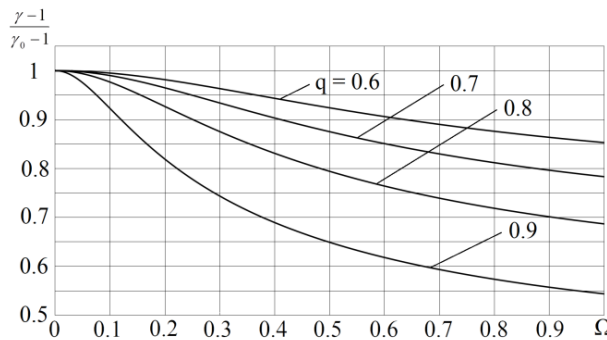


Рис. 2

По мере роста неоднородности эмиттера частота среза  $\Omega_c$  и ширина спектра  $\Delta\Omega = \Omega_c$  уменьшаются.

Зависимость ширины спектра  $\Delta\Omega$  от величины параметра неоднородности  $q$  иллюстрирует кривая рис.3.

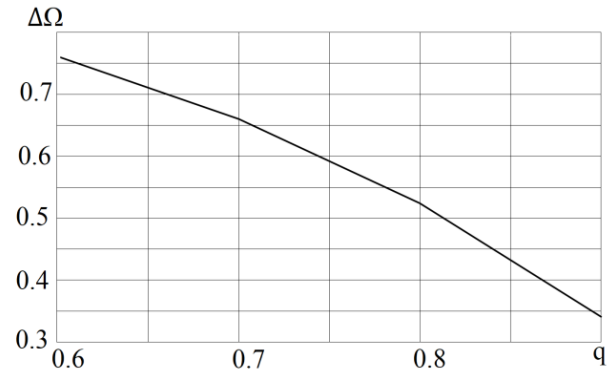


Рис. 3

Ширина спектра  $\Delta\Omega$  аномальной компоненты дробового шума находилась из условия:  $[\gamma(\Omega_c)-1]/[\gamma_0-1]=1/2$ . С увеличением параметра неоднородности эмиттера  $q$  ширина частотного спектра флуктуаций тока уменьшается по закону, близкому к линейному. При увеличении относительной полуширины  $q$  спектра дозволённых значений параметра интенсивности  $\lambda$  примерно в два раза ширина частотного спектра аномальной компоненты шума уменьшается примерно во столько же раз.

Анализ полученных результатов подтверждает основной вывод, полученный при исследовании моделей с другим типом неоднородности [5,6,9]: увеличение степени неоднородности эмиттера приводит к увеличению уровня аномальной компоненты дробового шума и уменьшению ширины его частотного спектра.

В заключение отметим, что описанные приёмы моделирования законов распределения случайных величин могут быть использованы для исследования систем различной физической природы и объяснения экспериментальных данных [10-15].

### Библиографический список

1. Шаповалов А.С., Шаповалов С.А. Зависимость уровня дробовых шумов неоднородного эмиттера от характера распределения параметра интенсивности эмиссии // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2014. – В. 21. – С. 43-45.
2. Шаповалов А.С., Голубенцев А.Ф., Денисов Ю.И. Эмиссионные и шумовые свойства неоднородных эмиттеров. – Саратов.: Издательство Сара товского университета, 1983. – 92 с.
3. Шаповалов А.С., Инкин М.Г., Мироненко К.В. Аномальный дробовой шум на неоднородном потенциальном барьере // Гетеромагнитная микроэлектроника: Сб. науч. тр. / Под ред. проф. А.В. Ляшенко. – Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, - 2016. – Вып. 20. – С. 41-46.
4. Шаповалов А.С., Денисов Ю.И. Статистический механизм возникновения аномальных дробовых шумов в потоках носителей заряда // Изв. вузов. Радиозлектроника. – 1985. – Т. 28, № 5. – С. 88.

5. Инкин М.Г., Мироненко К.В., Шаповалов А.С. Многоуровневая дискретная модель неоднородного эмиттера и максимальный уровень аномального дробового шума // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2016. – В. 23. – С. 39-41.
  6. Инкин М.Г., Мироненко К.В., Шаповалов А.С. Частотные характеристики аномального дробового шума для многоуровневой дискретной модели неоднородного эмиттера // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2016. – В. 23. – С. 42-44.
  7. Мироненко К.В., Инкин М.Г., Минкин Л.М., Шаповалов А.С. Энергетические характеристики аномального дробового шума для трёхуровневой симметричной модели неоднородного эмиттера. // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2015. – В. 22. – С. 52-53.
  8. Инкин М.Г., Мироненко К.В., Минкин Л.М., Шаповалов А.С. Частотные характеристики аномального дробового шума для трёхуровневой симметричной модели неоднородного эмиттера. // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2015. – В. 22. – С. 48-51.
- 145.
9. Шаповалов А.С., Инкин М.Г. Спектр дробового шума на неоднородном потенциальном барьере Релеевского типа. // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2019. – В. 26. – С. 41-44.
  10. Minkin L., Shapovalov A.S. Indoor Radon Entry: 30 Years Later. // Iranian Journal of Radiation Research. – Summer 2008. – V. 6, № 1. P. 159-164.
  11. Minkin L.M., Shapovalov A.S. Thermo-diffusional radon waves in soils // Science of the Total Environment / Volume 565, 15 september 2016, Pages 1-7.
  12. Minkin L., Shapovalov A.S. Heat of Transport of Air in Clay. // Radiation Protection Dosimetry. - 2007.- V. 123, № 2, - P. 221-225.
  13. Никитин А.А., Шаповалов А.С. Экспериментальное исследование многодиодных генераторов на многоструктурных ЛПД // Электронная техника. Серия 1. СВЧ-техника. - 1999. - В. 2. - С. 7-9.
  14. Кудряшов С.А., Шаповалов А.С., Шаповалов С.А. Исследование многодиодных СВЧ генераторов с суммированием мощности в общем резонаторе. // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 1997. – В. 3. – С. 67-70.
  15. Шаповалов А.С. Корреляция и взаимный спектр флуктуаций электронного пучка на неоднородном эмиттере. // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 1997. – В. 3. – С. 9-12.

**FREQUENCY CHARACTERISTICS OF AN ANOMALOUS SHOT NOISE OF THE HYPERBOLIC MODEL OF A INHOMOGENEOUS POTENTIAL BARRIER**

A.S. Shapovalov, M.G. Inkin, A.S. Shapovalov Jr  
Saratov National Research State University

The results of calculating the dependence of the spectral density of anomalous shot noise on frequency for a hyperbolic model of an inhomogeneous potential barrier are presented.

УДК 621.3.032.21

**МОДИФИКАЦИЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ НЕОДНОРОДНОГО ПОТЕНЦИАЛЬНОГО БАРЬЕРА С ПОНИЖЕННЫМ УРОВНЕМ АНОМАЛЬНОГО ДРОБОВОГО ШУМА**

А.С. Шаповалов, В.В. Машников, А.С. Шаповалов мл  
Саратовский национальный исследовательский государственный университет

*Шаповалов Александр Степанович,*  
д.ф.-м.н., профессор кафедры компьютерной физики и метаматериалов  
*Машников Валерий Васильевич*

к.ф.-м.н., доцент кафедры компьютерной физики и метаматериалов  
*Шаповалов Александр Степанович мл,* студент физического факультета

Обсуждается модификация гиперболической модели неоднородного потенциального барьера. Показано, что она характеризуется более низким уровнем аномальной компоненты дробового шума, чем гиперболическая модель.

На неоднородном потенциальном барьере, в том числе на неоднородном эмиттере электронов, наряду с классической появляется дополнительная (аномальная) компонента дробового шума [1-7]. В результате полный уровень шума возрастает.

Основные теоретические исследования шумовых свойств неоднородных потенциальных барьеров, в частности дробовых флуктуаций тока, проводятся методами статистического моделирования подобных систем [3-7]. Поэтому разработка

соответствующих статистических моделей неоднородных барьеров представляет значительный практический интерес. Использование таких моделей позволяет рассчитать спектр аномального дробового шума (АДШ) при заданной степени неоднородности эмиссионных состояний, выяснить законы распределения параметра интенсивности, которым при прочих равных условиях соответствуют наиболее высокие или наиболее низкие уровни дробового шума. Эта информация важна для объяснения экспериментальных данных о шумовых свойствах электронных приборов, прогнозирования величины их шумовых параметров, совершенствования технологии их изготовления и т.д.

В настоящее время достигнуты столь малые уровни флуктуаций выходного сигнала электронных устройств, что их дальнейшее снижение стало невозможным без учета всех дополнительных факторов, ведущих к увеличению интенсивности собственных шумов. К таким факторам, прежде всего, относится фактор неоднородности области генерации шума. Для дробовых шумов это область потенциального барьера.

Проблема влияния неоднородности системы на уровень генерируемого дробового шума до последнего времени остаётся изученной не в полной мере [7]. Исследование особенностей и возможных пределов изменения уровня АДШ, методов его подавления требует разработки новых и модификации существующих статистических моделей неоднородных потенциальных барьеров.

Для определённости будем рассматривать неоднородные потенциальные барьеры на поверхности эмиттера электронов (катода). Как уже говорилось, экспериментальные и теоретические исследования показывают [1-5], что реальные эмиттеры в ряде случаев характеризуются аномально высоким уровнем дробовых шумов. Их возникновение связано со специфическим типом неоднородности катода, а именно - с существованием множества эмиссионных состояний катода, отличающихся друг от друга величиной параметра интенсивности эмиссии  $\lambda$  [5]. Под параметром интенсивности понимается условное математическое ожидание числа электронов, эмитируемых в единицу времени при условии, что катод находится в данном эмиссионном состоянии. Непрерывная смена эмиссионных состояний приводит к появлению дополнительной аномальной компоненты дробового шума и росту его полного уровня.

К настоящему времени разработано довольно много [5-12] и дискретных, и непрерывных математических моделей неоднородного эмиттера, многие из которых могут соответствовать реальным образцам катодов, отличающихся различными факторами: типом, структурой, химическим составом, технологией изготовления и т.д. Использование совокупности частных моделей неоднородного эмиттера позволяет ответить на вопросы, касающиеся возможных пределов изменения шумовых параметров эмиттера при той

или иной степени его неоднородности, требований к технологии изготовления и др. Для полноты ответа на подобные вопросы необходимы экспериментальные данные о типе и степени неоднородности эмиттеров и дальнейшая разработка новых и модификация существующих частных моделей. При этом очевидно, что наибольший интерес представляют модели, отличающиеся низким уровнем АДШ и позволяющие оперативно рассчитать этот уровень.

Как показали теоретические исследования [5,8], уровень аномальной компоненты дробового шума зависит не только от параметра неоднородности катода, но и от характера плотности распределения параметра интенсивности эмиссии. Сравнение простых статистических моделей неоднородного эмиттера показывает, что наиболее низкий уровень АДШ соответствует гиперболической модели, в рамках которой плотность распределения параметра интенсивности эмиссии описывается усечённой гиперболой [8].

Таким образом, совершенствование технологии изготовления катодов необходимо проводить в таком направлении, которое не только уменьшает степень неоднородности эмиттера, но и обеспечивает плотность распределения параметра интенсивности эмиссии, близкую к гиперболическому закону.

Для выяснения путей дальнейшего улучшения шумовых параметров эмиттеров целесообразно модифицировать гиперболическую модель так, чтобы уровень АДШ стал ещё более низким. Это позволит определить ещё более перспективный вид распределения параметра интенсивности, к которому необходимо стремиться при разработке технологии.

Различные модификации гиперболической модели уже разрабатывались [8], но все они характеризовались более высоким уровнем аномального дробового шума, чем у исходной (базовой) модели.

В связи с этим в данной работе рассматриваются результаты и шумовые свойства ещё одной модификации гиперболической модели эмиттера. Вследствие характерной для неё специфики закона распределения параметра интенсивности эмиссии назовём её смещённой модификацией. Характер этой специфики укажем ниже.

Предположим, что плотность распределения  $\psi(\lambda)$  параметра интенсивности  $\lambda$  описывается усечённой гиперболой, для которой точка пересечения асимптот смещена из начала декартовой системы координат, то есть

$$\psi(\lambda) = \begin{cases} C\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_s}\right) & \text{при } \lambda_p \leq \lambda \leq \lambda_a, \\ 0 & \text{при } \lambda < \lambda_p, \lambda > \lambda_a. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь  $C$  – постоянная величина, определяемая из условия нормировки,  $\lambda_a$  – максимальное значение параметра интенсивности, соответствующее наиболее активному эмиссионному состоянию,  $\lambda_p$  –

минимальное значение параметра интенсивности, соответствующее наиболее пассивному эмиссионному состоянию,  $\lambda_s$  - точка пересечения гиперболы с осью  $\lambda$ , которую считаем направленной вдоль горизонтальной оси декартовой системы координат (оси  $x$ ). Значения плотности распределения  $\psi(\lambda)$  откладываются вдоль вертикальной оси декартовой системы (оси  $y$ ).

Выражение (1) описывает гиперболу, горизонтальная асимптота которой смещена в направлении против оси  $y$  на величину  $(-C/\lambda_s)$ . Поскольку смещена и сама гипербола рассматриваемую модификацию целесообразно называть смещённой модификацией гиперболической модели.

Из условия нормировки плотности распределения  $\psi(\lambda)$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \Psi(\lambda) d\lambda = 1$$

следует, что

$$C = \frac{1}{\ln \frac{\lambda_a}{\lambda_p} - \frac{\lambda_a - \lambda_p}{\lambda_s}}$$

Таким образом, окончательное выражение для плотности распределения  $\psi(\lambda)$  имеет вид

$$\psi(\lambda) = \begin{cases} \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_s} \right) \left( \ln \frac{\lambda_a}{\lambda_p} - \frac{\lambda_a - \lambda_p}{\lambda_s} \right)^{-1} & \text{при } \lambda_p \leq \lambda \leq \lambda_a, \\ 0 & \text{при } \lambda < \lambda_p, \lambda > \lambda_a. \end{cases} \quad (2)$$

При  $\lambda_s \rightarrow \infty$  это выражение совпадает с законом распределения параметра интенсивности эмиссии для исходной (базовой) гиперболической модели неоднородного эмиттера.

В дальнейшем будем считать, что условная плотность распределения  $f(\tau|\lambda)$  интервала времени  $\tau$  между двумя последовательными актами испускания электронов представляет собой экспоненциальный закон

$$f(\tau | \lambda) = \lambda \exp(-\lambda\tau).$$

Тогда безусловная плотность вероятности  $f(\tau)$  интервала  $\tau$  определится интегралом [5]

$$f(\tau) = \int_0^{\infty} \psi(\lambda) \lambda \exp(-\lambda\tau) d\lambda. \quad (3)$$

Подставляя выражение (2) в равенство (3) и выполняя интегрирование, получим

$$f(\tau) = \frac{\frac{e^{-\lambda_p\tau} - e^{-\lambda_a\tau}}{\tau} + \frac{\lambda_a e^{-\lambda_a\tau} - \lambda_p e^{-\lambda_p\tau}}{\lambda_s \tau} + \frac{e^{-\lambda_a\tau} - e^{-\lambda_p\tau}}{\lambda_s \tau^2}}{\ln \frac{\lambda_a}{\lambda_p} - \frac{\lambda_a - \lambda_p}{\lambda_s}}. \quad (4)$$

При  $\lambda_s \rightarrow \infty$  это выражение совпадает с законом распределения интервала для базовой гиперболической модели. В остальных случаях законы распределения интервала для рассматриваемой модификации и базовой гиперболической модели отличаются весьма существенно.

На достаточно низких частотах, когда  $\omega \ll I_0/e$  ( $\omega$  – круговая частота,  $I_0$  – постоянная составляющая тока эмиссии,  $e$  – модуль заряда электрона), коэффициент повышения спектральной плотности полного дробового шума  $\gamma_0$  относительно величины, определяемой формулой Шоттки, практически совпадает с квадратом коэффициента вариации интервала  $\tau$  [5]. Для его определения необходимо найти начальные моменты интервала первого  $\bar{\tau}$  и второго  $\bar{\tau}^2$  порядка

Расчёт моментов упрощается, если при его проведении воспользоваться интегральным представлением (3) для  $f(\tau)$  и вычислять определённые двойные интегралы

$$\bar{\tau} = M(\tau) = \int_{\tau=0}^{\infty} \int_{\lambda=0}^{\infty} \tau \psi(\lambda) \lambda \exp(-\lambda\tau) d\lambda d\tau. \quad (5)$$

$$\bar{\tau}^2 = M(\tau^2) = \int_{\tau=0}^{\infty} \int_{\lambda=0}^{\infty} \tau^2 \psi(\lambda) \lambda \exp(-\lambda\tau) d\lambda d\tau. \quad (6)$$

Здесь  $M$  – символ взятия математического ожидания.

После подстановки в равенства (5) и (6) выражения (2) для  $\psi(\lambda)$  они примут вид

$$\bar{\tau} = \left( \ln \frac{\lambda_a}{\lambda_p} - \frac{\lambda_a - \lambda_p}{\lambda_s} \right)^{-1} \int_{\tau=0}^{\infty} \int_{\lambda=\lambda_p}^{\lambda_a} \tau \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_s} \right) \lambda \exp(-\lambda\tau) d\lambda d\tau, \quad (7)$$

$$\bar{\tau}^2 = \left( \ln \frac{\lambda_a}{\lambda_p} - \frac{\lambda_a - \lambda_p}{\lambda_s} \right)^{-1} \int_{\tau=0}^{\infty} \int_{\lambda=\lambda_p}^{\lambda_a} \tau^2 \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_s} \right) \lambda \exp(-\lambda\tau) d\lambda d\tau. \quad (8)$$

Вычисление этих интегралов приводит к следующим выражениям для моментов интервала

$$\bar{\tau} = \left( \ln \frac{\lambda_a}{\lambda_p} - \frac{\lambda_a - \lambda_p}{\lambda_s} \right)^{-1} \left( \frac{\lambda_a - \lambda_p}{\lambda_a \lambda_p} - \frac{1}{\lambda_s} \ln \frac{\lambda_a}{\lambda_p} \right), \quad (9)$$

$$\bar{\tau}^2 = \left( \ln \frac{\lambda_a}{\lambda_p} - \frac{\lambda_a - \lambda_p}{\lambda_s} \right)^{-1} \left[ \frac{\lambda_a^2 - \lambda_p^2}{\lambda_a^2 \lambda_p^2} + \frac{2}{\lambda_s} \left( \frac{1}{\lambda_a} - \frac{1}{\lambda_p} \right) \right]. \quad (10)$$

На основании (9) и (10), выражение для квадрата коэффициента вариации интервала  $\left\{ \bar{\tau}^2 - (\bar{\tau})^2 \right\} / (\bar{\tau})^2$ , а следовательно и для  $\gamma_0$ , запишется так:

$$\gamma_0 = \left( \ln \frac{\lambda_a}{\lambda_p} - \frac{\lambda_a - \lambda_p}{\lambda_s} \right) \frac{\frac{\lambda_a^2 - \lambda_p^2}{\lambda_a^2 \lambda_p^2} - 2 \frac{\lambda_a - \lambda_p}{\lambda_a \lambda_p \lambda_s}}{\left( \frac{\lambda_a - \lambda_p}{\lambda_a \lambda_p} - \frac{1}{\lambda_s} \ln \frac{\lambda_a}{\lambda_p} \right)^2} - 1. \quad (11)$$

Подчеркнём, что величина  $\gamma_0$  безразмерная и характеризует уровень полного дробового шума в системе отсчёта, где за единицу спектральной плотности принимается величина, определяемая формулой Шоттки (уровень Шоттки). При этом уровень аномальной компоненты дробового шума, очевидно, составляет  $\gamma_0 - 1$ .

Выражение (11) содержит три размерных параметра:  $\lambda_a, \lambda_p, \lambda_s$ . Однако анализ этого выражения показывает, что величину  $\gamma_0$  можно представить как функцию всего двух безразмерных параметров, то есть с точки зрения уровня шумов рассматриваемая модель является двухпараметрической. Один из таких параметров уже использовался при исследовании подобных моделей [5]. Это параметр  $\eta = \lambda_a / \lambda_p$  максимального перепада интенсивности эмиссионных состояний. В качестве второго безразмерного параметра выберем величину

$$s = \frac{\lambda_s}{\lambda_a},$$

которую назовём параметром смещения, так как она характеризует смещение верхней границы интервала дозволённых значений  $\lambda$  относительно точки  $\lambda_s$ . Изменение этого параметра вызывает изменение крутизны кривой  $\psi(\lambda)$  в области дозволённых значений  $\lambda$ . При  $\lambda_s \rightarrow \infty$  рассматриваемая модификация совпадает с базовой гиперболической моделью, а параметр смещения  $s \rightarrow \infty$ . Наименьшее значение  $s$  равно 1, так как оно соответствует равенству  $\lambda_s = \lambda_a$ . Таким образом,  $s$  может изменяться в пределах от 1 до  $\infty$ .

Соотношение (11), выраженное через параметры  $\eta$  и  $s$ , имеет вид

$$\gamma_0(\eta, s) = s \left( \ln \eta - \frac{\eta - 1}{\eta s} \right) \frac{s(\eta^2 - 1) - 2(\eta - 1)}{[s(\eta - 1) - \ln \eta]^2} - 1. \quad (12)$$

Расчёт численных значений уровня полного дробового шума по формуле (12) показывает, что величина  $\gamma_0$  растёт с увеличением и параметра неоднородности  $\eta$ , и параметра смещения  $s$ . При этом зависимость от  $\eta$  является значительно более резкой, чем зависимость от  $s$ .

Чтобы оценить степень влияния параметра смещения  $s$  на уровень  $\gamma_0$  дробового шума при любом заданном  $\eta$ , достаточно сравнить значения  $\gamma_{0\max}(\eta) = \gamma_0(\eta, s \rightarrow \infty)$  и  $\gamma_{0\min}(\eta) = \gamma_0(\eta, s = 1)$ , которые отвечают соответственно наиболее «шумящему» и наименее «шумящему» вариантам обсуждаемой модификации модели.

Как следует из (12), предел, к которому стремится  $\gamma_0(\eta, s)$  при  $s \rightarrow \infty$ , равен

$$\gamma_{0\max}(\eta) = \gamma_0(\eta, s \rightarrow \infty) = \frac{\eta + 1}{\eta - 1} \ln \eta - 1, \quad (13)$$

что совпадает с уровнем шумов базовой гиперболической модели, так как при  $s \rightarrow \infty$  рассматриваемая модификация превращается в базовую модель. Это наиболее высокий уровень шумов смещённой модификации. При  $s = 1$  из (12) следует наиболее низкий уровень шумов

$$\gamma_{0\min}(\eta) = \gamma_0(\eta, s = 1) = \left( \ln \eta - \frac{\eta - 1}{\eta} \right) \frac{(\eta^2 - 1) - 2(\eta - 1)}{[(\eta - 1) - \ln \eta]^2} - 1. \quad (14)$$

При высокой степени неоднородности эмиттера, когда  $\eta \gg 1$ , соотношения (13) и (14) упрощаются

$$\gamma_{0\max}(\eta) = \ln \eta - 1, \quad (15)$$

$$\gamma_{0\min}(\eta) = \ln \eta - 2. \quad (16)$$

В этом случае разница максимального и минимального уровней  $\gamma_0$  составляет 1, а разность максимального и минимального значений спектральной плотности дробового шума равна спектральной плотности Шоттки.

Численные значения максимального  $\gamma_{0\max}(\eta)$  и минимального  $\gamma_{0\min}(\eta)$  уровней полного дробового шума в зависимости от параметра перепада  $\eta$  представлены в таблице 1.

Таблица 1.

$\eta$	2	4	10	$10^2$	$10^3$	$10^4$	$10^5$
$\gamma_{0\max}(\eta)_0$	1,08	1,3	1,8	3,7	5,9	8,2	10,5
$\gamma_{0\min}(\eta)$	1,05	1,2	1,5	3	5	7,2	9,5
$\gamma_{0\max}(\eta) / \gamma_{0\min}(\eta)$	1,03	1,08	1,2	1,23	1,18	1,14	1,1

Данные, приведённые в таблице, позволяют сделать вывод о том, что при любой степени неоднородности эмиттера уровень шумов смещённой модификации гиперболической модели ниже, чем у базовой гиперболической модели. Степень уменьшения уровня шума  $\gamma_{0\max}(\eta) / \gamma_{0\min}(\eta)$  при переходе от гиперболической модели к её модификации не велика и зависит от  $\eta$ . Наиболее высокое из числа приведённых в таблице значений  $\gamma_{0\max}(\eta) / \gamma_{0\min}(\eta)$  соответствует  $\eta = 100$  и равно 1,23. Тем не менее, полученный вывод очень важен в принципиальном плане. Он означает, что различные модификации гиперболической модели могут иметь не только более высокий, но и более низкий, уровень шумов, чем у базовой гиперболической модели. Следовательно, имеется возможность найти такую модификацию гиперболической модели, в

рамках которой уровень шума окажется значительно ниже, чем у базовой модели.

При построении таблицы 1 в качестве шумовой характеристики модели используется уровень полного дробового шума, который с практической точки зрения представляет наибольший интерес. Он включает в себя как аномальную компоненту, зависящую от степени неоднородности катода, так и классическую компоненту, которая не зависит от степени неоднородности. Однако для выяснения особенностей механизма генерации дробового шума в неоднородных системах существенный интерес представляет информация о поведении именно аномальной компоненты шума. Такая информация представлена в таблице 2. В этой таблице в качестве исследуемой шумовой характеристики выступает уровень аномальной компоненты шума ( $\gamma_0 - 1$ ).



Таблица 2.

$\eta$	4	10	$10^2$	$10^3$	$10^4$	$10^5$
$[\gamma_{0\max}(\eta)-1]$	0,3	0,8	2,7	4,9	7,2	9,5
$[\gamma_{0\min}(\eta)-1]$	0,2	0,5	2	4	6,2	8,5
$[\gamma_{0\max}(\eta)-1]/[\gamma_{0\min}(\eta)-1]$	1,5	1,6	1,35	1,22	1,16	1,11

При  $\eta < 4$  спектральная плотность аномальной компоненты для сравниваемых моделей значительно ниже величины, определяемой формулой Шоттки, и в таблице не приведена. При  $\eta$  порядка 10 интенсивность аномальной компоненты становится близкой к уровню Шоттки, а затем превышает его.

Сопоставление уровней аномальной компоненты для двух моделей показывает, что их отношение наиболее высоко при неоднородности  $\eta \approx 4-10$  и составляет 1,5-1.6. Уровень аномальной компоненты шума смещённой модификации меньше аналогичной величины для гиперболической модели примерно в полтора раза. Эффект снижения уровня аномального шума при переходе от гиперболической модели к её смещённой модификации достаточно заметен и представляет практический интерес.

Как уже говорилось, указанное снижение шумов не очень велико, однако главное достоинство полученных результатов состоит в том, что они показывают принципиальную возможность существования таких модификаций модели, у которых уровень шума ниже, чем у исходной модели.

Практическая значимость результатов в том, что они дают направление, в котором необходимо изменять закон распределения параметра интенсивности при создании реальных малошумящих эмиттеров. Реализация таких законов распределения на практике представляет одну из важнейших задач, стоящих перед разработчиками технологии изготовления катодов.

В заключение отметим, что проведённое исследование способствует дальнейшему развитию методов моделирования реальных процессов и систем в различных областях физики [13-19].

#### Библиографический список

1. Набоков Ю.И., Авдеев В.Е. Об аномальном дробовом эффекте в приборах с оксидным катодом // Изв. АН СССР. Сер. Физическая. – 1969. – Т. 33, № 3. – С. 452-457.
2. Попов А.И., Колпаков Д.Е. О возможном механизме аномально высоких дробовых шумов в ПУЛ // Электронная техника. Сер. 5. Приёмно-усилительные лампы. – 1971. – В. 1. – С. 35-42.
3. Голубенцев А.Ф., Шаповалов А.С. К вопросу об уровне дробового шума термокатода // ЖТФ. – 1974. – Т. 44, № 10. – С. 2174–2177.
4. Шаповалов А.С. Вероятностные расчёты в физике. Саратов.: Издательство «Саратовский источник», 2015, - 72 с.
5. Шаповалов А.С., Голубенцев А.Ф., Денисов Ю.И. Эмиссионные и шумовые свойства неоднородных эмиттеров. – Саратов.: Издательство Саратовского университета, 1983. – 92 с.
6. Шаповалов А.С., Денисов Ю.И. Статистический механизм возникновения аномальных дробовых шумов в потоках носителей заряда // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1985. – Т. 28, № 5. – С. 88.
7. Шаповалов А.С., Инкин М.Г., Мироненко К.В. Аномальный дробовой шум на неоднородном потенциальном барьере // Гетеромагнитная микроэлектроника: Сб. науч. тр. / Под ред. проф. А.В. Ляшенко. – Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, - 2016. – Вып. 20. – С. 41-46.
8. Шаповалов А.С., Шаповалов С.А. Зависимость уровня дробовых шумов неоднородного эмиттера от характера распределения параметра интенсивности эмиссии // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2014. – В. 21. – С. 43-45.
9. Мироненко К.В., Инкин М.Г., Минкин Л.М., Шаповалов А.С. Энергетические характеристики аномального дробового шума для трёхуровневой симметричной модели неоднородного эмиттера. // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2015. – В. 22. – С. 52-53.
10. Инкин М.Г., Мироненко К.В., Шаповалов А.С., Минкин Л.М. Частотные характеристики аномального дробового шума для трёхуровневой симметричной модели неоднородного эмиттера. // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2015. – В. 22. – С. 48-52.
11. Инкин М.Г., Мироненко К.В., Шаповалов А.С. Многоуровневая дискретная модель неоднородного эмиттера и максимальный уровень аномального дробового шума // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2016. – В. 23. – С. 39-41.
12. Инкин М.Г., Мироненко К.В., Шаповалов А.С. Частотные характеристики аномального дробового шума для многоуровневой дискретной модели неоднородного эмиттера // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2016. – В. 23. – С. 42-44.
13. Minkin L., Shapovalov A.S. Indoor Radon Entry: 30 Years Later. // Iranian Journal of Radiation Research. – Summer 2008. – V. 6, № 1. P. 159-164.
14. Minkin L.M., Shapovalov A.S. Thermo-diffusional radon waves in soils // Science of the Total Environment / Volume 565, 15 september 2016, Pages 1-7.
15. Minkin L., Shapovalov A.S. Heat of Transport of Air in Clay. // Radiation Protection Dosimetry. - 2007.- V. 123, № 2, - P. 221-225.

16. Никитин А.А., Шаповалов А.С. Экспериментальное исследование многодиодных генераторов на многоструктурных ЛПД // Электронная техника. Серия 1. СВЧ-техника. - 1999. - В. 2. - С. 7-9.
17. Кудряшов С.А., Шаповалов А.С. Анализ энергетических и шумовых характеристик многодиодных СВЧ-генераторов при различных способах настройки // Электронная техника. Серия 1. СВЧ-техника. - 1997. - В. 2. - С. 28-31.
18. Шаповалов А.С. Корреляция и взаимный спектр флуктуаций электронного пучка на неоднородном эмиттере. // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 1997. – В. 3. – С. 67-70.
19. Кудряшов С.А., Шаповалов А.С., Шаповалов С.А. Исследование многодиодных СВЧ генераторов с суммированием мощности в общем резонаторе. // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 1997. – В. 3. – С. 9-19.

### MODIFICATION OF THE HYPERBOLIC MODEL OF AN INHOMOGENEOUS POTENTIAL BARRIER WITH REDUCED LEVEL SHOT NOISE

A.S. Shapovalov, V.V. Mashnikov, A.S. Shapovalov Jr  
Saratov National Research State University

A modification of the hyperbolic model of an inhomogeneous potential barrier is discussed. It is shown that it is characterized by a lower level of the anomalous component of shot noise than the hyperbolic model.

УДК 53.06

### ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ АМПЛИТУДЫ ВЫБРОСА НА ВЕРШИНЕ ИМПУЛЬСА ОТ ЕМКОСТИ НЕОДНОРОДНОСТИ В КООКСИАЛЬНОЙ ВОЛНОВЕДУЩЕЙ СИСТЕМЕ

В.Г. Андрианов, Г.Н. Колесов

Саратовский государственный университет

Андрианов Виталий Геннадьевич, инженер, зав. учебной лаборатории электрорадиотехники КРЭД

Колесов Герман Николаевич, инженер учебной лаборатории электрорадиотехники КРЭД

В работе представлен вывод выражения, которое количественно описывает взаимосвязь между амплитудой выброса напряжения вершины импульса, формируемого коаксиальной линией с емкостной неоднородностью, и значением погонной емкости, создающей выброс на вершине импульса. Представлено сравнение экспериментальных данных с теоретически найденным выражением.

Неоднородность волнового сопротивления коаксиальных волноведущих систем создает искажение формы вершины импульса, формируемого линией [1]. При разряде длинной линии на согласованную нагрузку рис.1 возникает импульс напряжения, параметры которого определяются линией. В случае разряда линии, неоднородность которой обусловлена неоднородностью емкости ее участков, на нагрузке возникает импульс, вершина которого имеет выбросы. Амплитуды этих выбросов (под амплитудой понимается максимальное значение напряжения от нуля до вершины выброса) пропорциональны значениям емкостей неоднородных участков (включений отрезков коаксиальных линий, погонная емкость которых отлична от погонной емкости основной линии), линии.

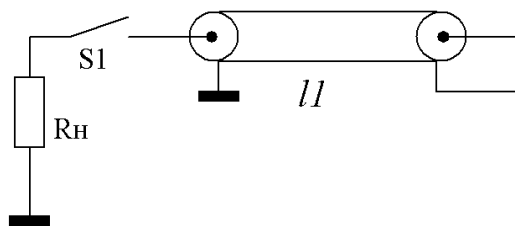


Рис.1. Схема разряда длинной линии на согласованную нагрузку.

Для определения закона, связывающего амплитуду выбросов вершины импульса с значениями емкостных неоднородностей, включенных на участках коаксиальной волноведущей системы, необходимо воспользоваться эквивалентным представлением в виде источника напряжения  $E$  с внутренним сопротивлением  $R_{вн}$ , равным волновому сопротивлению однородной коаксиальной линии  $\rho$  без включения сосредоточенных неоднородностей. Источник напряжения  $E$  с внутренним сопротивлением  $R_{вн}$  подключен к сопротивлению нагрузки  $R_n$ . Эквивалентная схема разряда коаксиальной линии представлена на рис.2. Для создания режима согласованной нагрузки сопротивление  $R_n$  должно быть равно волновому сопротивлению линии  $\rho$ .

Внутреннее сопротивление  $R_{вн}$  источника напряжения  $E$  определяется согласно формуле:

$$R_{вн} = \rho = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}, \quad (1)$$

где  $L_1$  и  $C_1$  – погонные значения индуктивности и емкости коаксиальной линии. В случае увеличения погонной емкости коаксиальной линии её волновое сопротивление уменьшится. Включение емкостной неоднородности на участке коаксиальной линии можно представить резким уменьшением волнового сопротивления участка линии, которое обратно пропорционально корню из  $n$  раз, где  $n$  – это отноше-

ние, которое показывает во сколько раз погонная емкость отрезков коаксиальной линии (неоднородных включений) превышает погонную емкость основной линии.

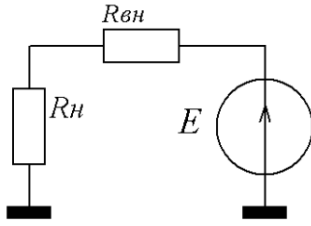


Рис.2. Эквивалентная схема разряда коаксиальной линии.

Перейдем от линии, рассматриваемой как систему с распределенными параметрами, к ее аналогу – искусственной линии рис.4 [3]. В качестве емкостной неоднородности такой линии, по аналогии с длинной линией, могут выступать включения неоднородностей в виде сосредоточенных емкостей, включенных параллельно емкостям любых ее ячеек. Обозначим такую емкость емкостью неоднородности  $C_n$ , тогда, значением  $n$  будет являться значение, которое показывает во сколько раз увеличилась емкость ячейки искусственной линии по сравнению с ячейками без включения емкости  $C_n$ . Тогда отношение волновых сопротивлений ячейки до (обозначим как  $\rho_1$ ) и после (обозначим как  $\rho_2$ ) включения неоднородности  $C_n$  имеет вид:

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \sqrt{n} = \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} \sqrt{\frac{(C_n + C_1)}{C_1}} =, \quad (2)$$

Уменьшение волнового сопротивления ячейки искусственной линии эквивалентно уменьшению внутреннего сопротивления  $R_{вн}$  источника напряжения  $E$ , которое вызовет увеличение напряжения на сопротивлении нагрузки  $R_n$ . Согласно эквивалентному представлению падение напряжения  $U_n$  на нагрузке  $R_n$  определяется законом Ома для полной цепи:

$$U_n = E \frac{R_n}{R_n + R_{вн}}. \quad (3)$$

Падение напряжения на нагрузке до и после подключения емкостной неоднородности имеет вид:

$$\begin{cases} U_1 = E \frac{R_n}{R_n + \rho_1} \\ U_2 = E \frac{R_n}{R_n + \rho_2} \end{cases}. \quad (4)$$

Выразим отношение падений напряжений  $U_2/U_1$  на нагрузке из системы (4):

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{R_n + \rho_1}{R_n + \rho_2}. \quad (5)$$

Для представления правой части выражения (5) через отношение волновых сопротивлений (2) разделим числитель и знаменатель правой части на  $\rho_2$ , а сопротивление нагрузки  $R_n$  приравняем его к волновому сопротивлению  $\rho_1$  до включения емкостной неоднородности:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{2 \frac{\rho_1}{\rho_2}}{\frac{\rho_1}{\rho_2} + 1}. \quad (6)$$

Полученное выражение позволяет описать взаимосвязь между амплитудой выброса и волновым сопротивлением ячеек искусственной линии. В случае длинной линии в качестве неоднородностей могут выступать включения отрезков коаксиальной линии, волновое сопротивление  $\rho_2$  которых отлично от волнового сопротивления  $\rho_1$  основной линии.

При включении в искусственную линию сосредоточенных емкостных неоднородностей  $C_n$ , формула (6) с учетом выражения (2) имеет вид:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{2 \sqrt{\frac{(C_n + C_1)}{C_1}}}{\sqrt{\frac{(C_n + C_1)}{C_1}} + 1}. \quad (7)$$

Отметим, что полученная формула согласуется с физическим смыслом при стремлении значения емкостной неоднородности к нулю: отношение напряжений становится равным единице, что говорит об отсутствии выбросов на вершине импульса.

Построим зависимость отношения напряжений  $U_2/U_1 = k$  от отношения емкостей до и после включения неоднородности в искусственную линию, выразив это отношение через корень из  $n$ :

$$k = \frac{2 \sqrt{n}}{\sqrt{n} + 1}. \quad (8)$$

Зависимость  $k(n)$  представлена на рис.3.

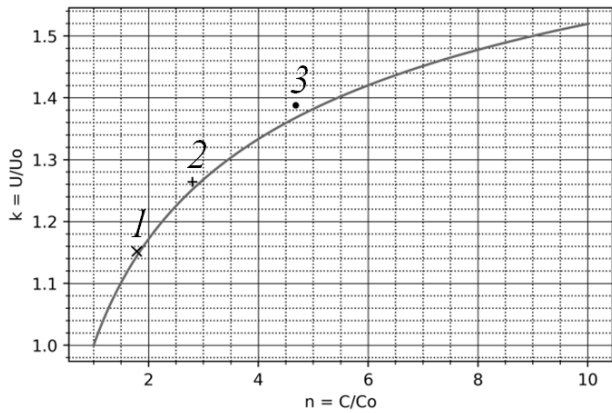


Рис.3. График зависимости приведенного значения амплитуды выброса от приведенного значения емкостной неоднородности участка коаксиальной линии.

Для доказательства достоверности вывода уравнения (7) были проделаны эксперименты, в которых исследовались формирующие свойства искусственной линии, состоящей из 10 ячеек рис.4.

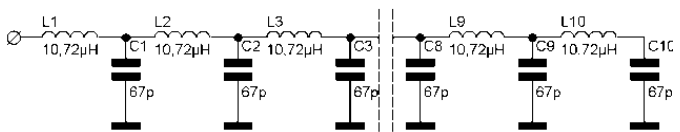
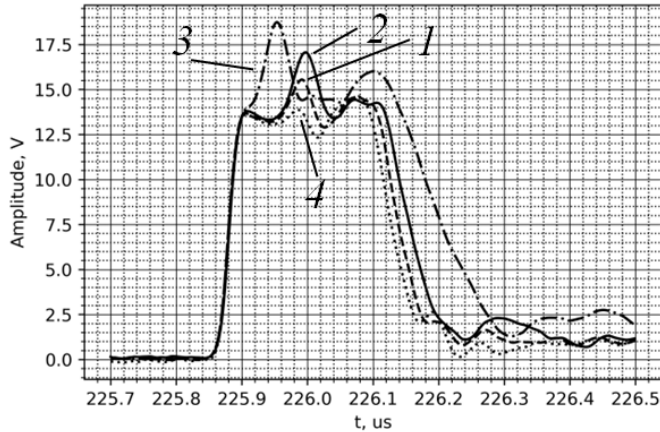


Рис.4. Схема искусственной линии, состоящей из десяти ячеек.

Емкость каждой ячейки равна 67 пФ. В ячейки искусственной линии подключалась сосредоточенная емкость  $C_n$  параллельно емкостям ячеек самой линии. На рис.5 представлены эпюры импульсов, формируемых искусственной линией при различных включениях емкостных неоднородностей (эпюра 4 – это импульс, формируемый линией без включения неоднородностей).



**Рис.5.** Эпюры импульсов, формируемых при разряде искусственной линии на согласованную нагрузку.

В табл.1 представлены значения емкостных неоднородностей  $C_n$ , вносимых в ячейки линии и амплитуды выбросов  $U_в$ , образуемые в результате внесения неоднородностей. Номера опытов соответствуют номерам точек рис.3 и номерам импульсов, формируемых искусственной линией рис.5. Теоретические значения рис.3 приведенных амплитуд выбросов ( $U_в/U_0$ ) согласуются с результатами экспериментов.

**Таблица 1.** Экспериментальные данные по изучению формирующих свойств искусственной линии с неоднородностями.

№ опыта	№ ячейки	$C_n$ , пФ	$U_в$ , В
1	5	52,65	15,55
2	5	120,6	17,1
3	3	246,7	18,74

При переходе от искусственной линии к однородной, дискретные значения емкостей становятся погонными [3]. Такой переход дает возможность определять неоднородность погонной емкости, обусловленной не только включением отрезков коаксиальной линии с погонными параметрами, отличными от основной линии, но и погонное значение емкости в каждой точке по всей длине коаксиальных волноведущих систем. Как правило, неоднородность погонной емкости линии обусловлена неоднородностью диэлектрика. Поэтому выражение (7), можно записать через диэлектрические проницаемости участков линии:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{2 \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}}}{\sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} + 1}}, \tag{9}$$

где  $\epsilon_1$  – диэлектрическая проницаемость однородной линии,  $\epsilon_2$  – диэлектрическая проницаемость неоднородностей линии.

Полученное уравнение может быть использовано для определения погонных параметров в исследованиях формирующих свойств однопроводных длинных линий. Результаты проделанных экспериментов подтверждают возможность использования формирующих свойств линий в качестве способа определения сразу нескольких неоднородностей, расположенных по всей длине линии. Описанный способ позволяет определять не только расположение неоднородностей, но и значения их волновых сопротивлений, которые косвенно можно выразить через относительную диэлектрическую проницаемость.

**Библиографический список**

1. Зевеке Г.В. Основы теории цепей./ 4-е изд. М. «Энергия» , 1975. – 752с.
2. Шалыт Г.М. Определение мест повреждения в электрических сетях./ учеб. для вузов. – М.: Энергоиздат, 1982. – 312 с
3. Я. С. Иццоки, Н. И. Овчинников. Импульсные и цифровые устройства./ Под ред. проф. Я. С. Иццоки. - Москва : Сов. радио, 1972. - 591 с.

**THEORETICAL DETERMINATION OF INTERDEPENDENCE BETWEEN PULSE TOP OSCILLATION AND CAPACITANCE OBSTACLE IN COAXIAL WAVEGUIDE SYSTEMS**

V.G. Andrianov, H.N. Kolesov

Saratov State university

The article contains information about derivation of equation which describes interdependence between pulse top oscillation and capacitance obstacle in coaxial waveguide systems. The experimental derivate equation comparison is spent.

**ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОВОДИМОСТИ СТРУКТУРЫ КОЛОННОГО ГРАФЕНА  
НА ОСНОВЕ НАНОТРУБОК (20,0)**

О.Е. Глухова, А.А. Петрунин

Саратовский национальный исследовательский государственный университет

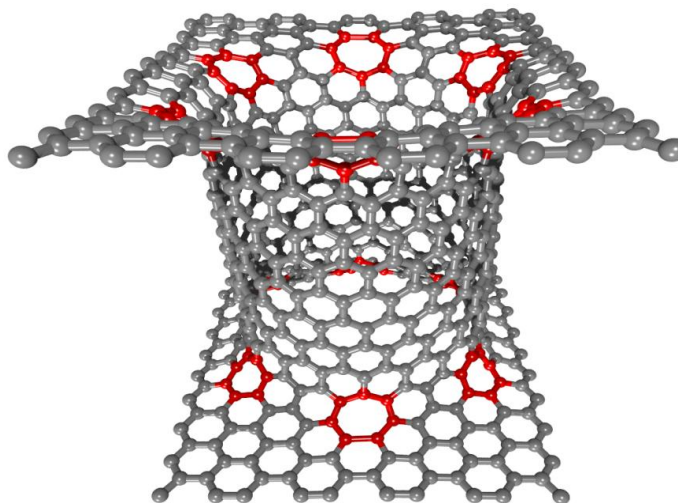
*Глухова Ольга Евгеньевна*, д.ф.-м.н., заведующий кафедрой радиотехники и электродинамики  
*Петрунин Александр Алексеевич*, студент физического факультета

Рассматривается характер преобразования механических и электрических свойств колонного графена при изменении геометрических параметров структуры.

Получение в начале XXI века тонкой углеродной пленки – графена [1] – стало фактором, оказавшим значимое влияние на процесс создания и разработки новых многообещающих материалов на углеродной основе. Одной из таких структур стал колонный графен [2-5].

Исследование колонного графена открывает ряд перспективных возможностей для практического применения полученных данных в различных областях приборостроения. В частности, колонный

графен востребован в качестве разделителя газов [6] и чувствительного наномеханического сенсора [7]. Также колонный графен хорошо зарекомендовал себя в роли материала используемого при создании аккумуляторов и суперконденсаторов [8]. В связи с этим особое значение приобретает изучение материала на предмет механической устойчивости и электрической проводимости, а также корреляция этих показателей с различными конфигурациями структуры.



**Рис. 1.**

Колонный графен представляет собой гибрид двух наноструктур, листов графена и углеродных нанотрубок, которые в подобном симбиозе проявили свои лучшие свойства. Нанотрубка между слоями тонкой графеновой пленки выступает в качестве опорного элемента, что позволяет использовать несколько слоев графена без слипания [9]. При этом концы нанотрубок жестко закреплены ковалентными связями в монослоях графена, что позволяет бороться с их агрегацией. Так, в свою очередь, листы графена предотвращают «спутывание» соседних нанотрубок.

Модель структуры была получена следующим образом: в графеновых листах проделывалось отверстие соответствующее размеру углеродной нанотрубки типа зигзаг (20, 0). Далее нанотрубку ориентировали таким образом, чтобы получить неискаженную ячеистую структуру в местах соединения. В результате в области соединения сформировались гептагональные дефекты, как на рис.1. Поиск стабильной (с энергетической точки зрения) структуры осуществлялся с применением комбинации двух подходов: метод реактивной

эмпирической связи (AIREBO) и метод функционала электронной плотности (DFTB). Оба подхода реализованы в программе Kvarzar [10]. Критерием стабильной структуры служило достижение глобального минимума полной энергии данной структуры. Построенная ячейка (рис.1) представляет собой супер-ячейку кристаллической 2D-структуры. Электронная структура, а именно плотность электронных состояний (DOS) и энергия Ферми  $E_F$  рассчитывались с помощью программы Mizar [10]. Энергия Ферми определяется:

$$N_e = 2 \int_{E_1}^{E_2} DOS(E) f(E, E_F) dE$$

Значение  $E_F$  в формуле определялось таким образом, что число  $N_e$  было равно полному числу электронов в рассматриваемой системе,  $DOS(E)$  – плотность электронных состояний (density of states),  $f(E, E_F)$  – функция Ферми-Дирака. Пределами интеграла в формуле являются границы диапазона энергий разрешенных состояний. Функция плотности состояний для структуры с максимальной длиной нанотрубки представлена на рис.2.

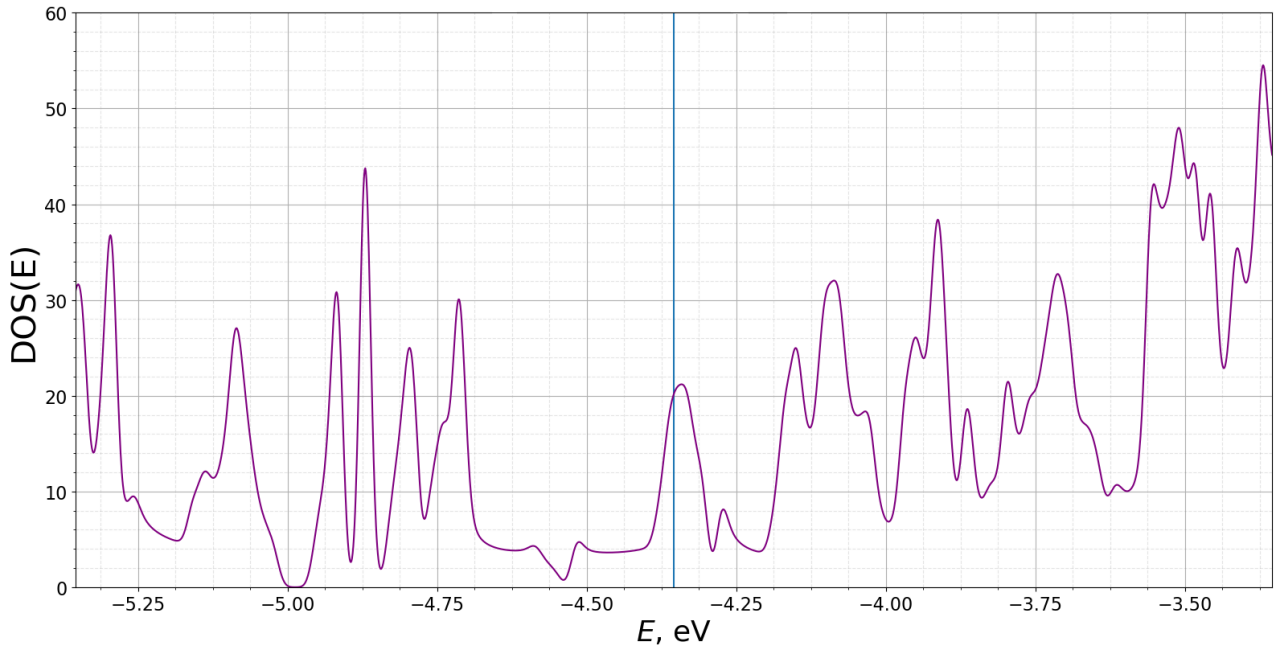


Рис. 2.

Описанный метод, хоть и допускает погрешность, зарекомендовал себя в построении зонной модели наноразмерных структур [10]

Проводимость материала при этом можно найти с помощью следующих формул:

$$G = \frac{I}{V} = \frac{e^2}{h} \int_{-\infty}^{\infty} T(E) F_T(E - \mu) dE$$

$$F_T = \frac{1}{4 k_B T} \operatorname{sech}^2 \left( \frac{E}{2k_B T} \right)$$

$$T(E) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \operatorname{Tr} [\Gamma_s(E) G_C^A(E) \Gamma_D(E) G_C^R(E)]$$

где  $T(E)$  – функция передачи проводящего канала;  $F_T$  – функция учета теплового уширения,  $G_C^A(E), G_C^R(E)$  – матрицы Грина, описывающие контакт с электродами;  $\Gamma_s(E), \Gamma_D(E)$  – матрицы уширения уровня для стока и истока [10]. При этом разбиение обратного пространства  $k$  неявно входит в вышеперечисленные матрицы.

Таблица 1.

Длина трубки, нм	Энергия формирования, эВ	Энергия Ферми, эВ
0.87	-47.09	-4.35
1.13	-47.10	-4.47
1.43	-47.14	-4.35
1.89	-47.15	-4.34
2.33	-47.19	-4.35

Из результатов расчетов, приведенных в табл.1, видно, что с наращиванием длины нанотрубки энергия формирования уменьшается, что свидетельствует о повышении энергетической стабильности структуры. Причем полученный результат нельзя объяснить исключительно погрешностью вычислений так, как подобная тенденция сохраняется при изменении размера листов графена. Изменение энергии Ферми наблюдается только в одном случае при длине трубки  $h = 1.13$  нм. Это связано с изменением расположения гексагональных дефектов структуры, что оказывает влияние на накопления заряда в структуре. Во всех других случаях энергия Ферми оставалась постоянной.

Анализ зонной структуры выявил, что материалы с малой длиной нанотрубки (менее  $h < 0.845$  нм) проявляют свойства полупроводников. В соответствии с проведенными расчетами, проводимость колонного графена в зависимости от длины трубки и углеродной пленки меняется в пределах 60 мкСм до 130 мкСм, при этом стоит отметить, что эти значения не имеют строгой корреляции с конфигурацией структуры.

Таким образом, в статье описана методика расчета физических свойств колонного графена и продемонстрированы результаты, полученные в ходе исследования. На основе приведенных данных можно составить представление о возможном применении структуры в различных наноразмерных устройствах.

### Библиографический список

1. Geim, A.K. and Novoselov, K.S. (2007) The Rise of Graphene. Nature Materials, 6, 183-191.
2. Wu Y, Zhang T, Zhang F, Wang Y, Ma Y, Huang Y, Liu Y, Chen Y (2012), Nano Energy, 1, 820.
3. Kondo D, Sato S, Awano Y. (2008) Applied Physics Express, 1, 74.
4. Seo S.D, Hwang I.S, Lee S.H, Shim H.W, Kim D.W. (2012) Ceram. Int., 38, 3017.
5. Zhu Y, Li L, Zhang C, Casillas G, Sun Z, Yan Z, Ruan G, Peng Z, Raji A.R.O, Kittrell C., Hauge R.H, Tour J.M. (2012) Nature Commun, 1, 3.

6. Wesołowski R. P., Terzyk A. P., Pillared graphene as a gas separation membrane (2011) *Physical Chemistry Chemical Physics*, 13, 17027-17029.
7. Li K.D., Hu Y., Wang X. Pillared graphene as an ultra-high sensitivity mass sensor (2017) *Scientific Reports*, 7, 1407.
8. Wang W., Ozkan M., Ozkan C. S. Ultrafast high energy supercapacitors based on pillared graphene nanostructures (2016) *Journal of Materials Chemistry*, 4, 3356– 3361.
9. Lee C., Wei X., Kysar J. W., Hone J. Measurement of the elastic properties and intrinsic strength of monolayer grapheme (2008) *science*, 321, 385–388.
10. Glukhova O.E., Dmitriy S. Shmygin The electrical conductivity of CNT/graphene composites: a new method for accelerating transmission function calculations (2018) *Beilstein J. Nanotechnol*, 9, 1254-1262.

## INVESTIGATION OF THE CONDUCTIVITY OF THE STRUCTURE PILLARED GRAPHENE BASED ON NANOTUBES (20,0)

O.E. Glukhova, A.A. Petrunin

Saratov National Research State University

The nature of transformation of mechanical and electric properties of pillared graphene at change of geometrical parameters of structure is considered.

УДК 621.3 049.77

## ПРОПУСКНАЯ СПОСОБНОСТЬ ЧЕТЫРЕХТЕРМИНАЛЬНОГО УСТРОЙСТВА НА ОСНОВЕ Х-КОНТАКТОВ УГЛЕРОДНЫХ НАНОТРУБОК

В. О. Болванов

Саратовский государственный университет

*Болванов Владислав Олегович*, студент физического факультета.

Представлены модели сформированных Х-контактов на базе ОУНТ. Определены функции пропускания четырехтерминального устройства на основе Х-контактов между всеми парами терминалов. Вычислены характеристики электропроводности Х-контактов.

### Введение

Открытые в 1991 году японским ученым Иидзимой углеродные нанотрубки [1] стали новым перспективным материалом во всех областях нанoeлектроники. В последнее время научную популярность набирают исследования проводящих наноструктур, состоящих из различных соединений углеродных нанотрубок (Т-соединение, Х-соединение, У-соединение). Использование таких структур в наноразмерных транзисторных или усилительных устройствах мотивирует к созданию электронных схем на молекулярном уровне. Работа Менга [2] показала, что Х-соединение ОУНТ может быть образовано лазерной нано-сваркой с заранее введенными топологическими дефектами («пентагоны» и «гептогоны») в местах стыка. Это обеспечит  $sp^2$ -гибридизацию всех атомов углерода, что очень важно для максимизации стабильности соединения. Однако такой подход влечет за собой неконтролируемые нарушения связи в местах соединения. Менг также продемонстрировал [3], что Х-соединение может быть образовано путем нагрева двух скрещенных ОУНТ без искусственно введенных дефектов. Последние исследования в области синтеза различных соединений углеродных нанотрубок показали, что существует множество способов образовать прочный атомный каркас Х-контакта. В настоящей работе использовался подход, в рамках которого открытые химически активные концы двух ОУНТ последовательно присоединялись к дефектной области третьей ОУНТ

под действием высокой температуры порядка 600 К. В процессе моделирования Х-контакта образовывались структурные дефекты в местах соединения нанотрубок. Целью данного исследования было формирование модели и изучение транспортных свойств Х-образных структур одностенных УНТ с киральностью (8,4) - (8,4), (12,6) - (12,6), (12,6) - (8,4). Построение соединения производилось в рамках метода молекулярной динамики (MD) [4,5] с использованием эмпирического потенциала (REBO) [6,7]. Геометрическая оптимизация структур была выполнена методом теории функционала электронной плотности в приближении сильной связи с использованием самосогласованного расчета зарядов Малликена (DFTB-SCC) [5,8]. Электропроводность, рассчитываемая на основе функции пропускания Х-контакта, определялась согласно формализму Ландауэра-Буттикера методом неравновесных функций Грина-Келдыша (NEGF) [9]. Все исследования проводились в программном комплексе молекулярного моделирования KVAZAR [10,11].

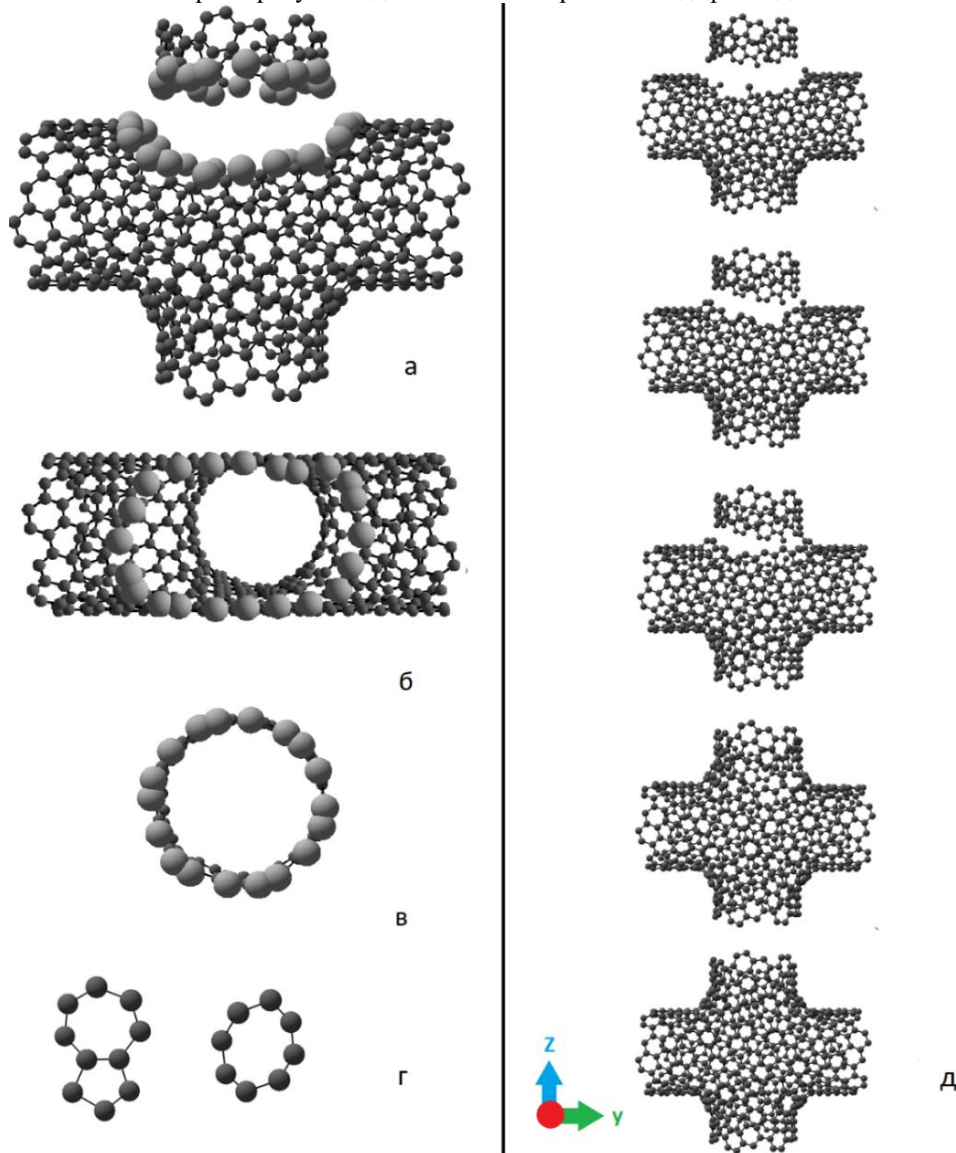
### 1. Модель Х-соединения ОУНТ

Формирование Х-контакта одностенных углеродных нанотрубок производилось программой Blist-maker [12], разработанной непосредственно для моделирования Т- и Х-контактов УНТ. Данная программа базируется на теории метода молекулярной динамики с параметризацией REBO, с применением термостата Нозе-Гувера. Схема



образования X-контакта представлена на рис. 1. Из ряда геометрических соображений программа размещает атомы в области соединения двух УНТ вблизи ненасыщенных углеродных связей, заведомо образовав дефектную область в основной нанотрубке. Вспомогательная сила направляет вновь сформированные атомы к условной опорной поверхности, образованной двумя замкнутыми кривыми  $R_1$  и  $R_2$  (рис.1). Итеративным способом атомами, пока не образуются все связи структуры. В результате серии расчетов сформировались 3 варианта X-контактов различных киральностей (8,4)-(8,4), (12,6)-(12,6) и (12,6)-(8,4). Выбранные киральности ОУНТ характеризуют два типа

проводимости – ОУНТ (12,6) имеет металлическую проводимость, а ОУНТ (8,4) обладает свойствами полупроводника. Одной из задач исследования является сравнения электронных свойств X-контактов двух типов УНТ, а также моделирование гибридного X-контакта, состоящего из ОУНТ различных типов. Диаметры сформированных соединений равны соответственно 1,24 нм для X-контакта (12,6) и 0,82 нм для X-контакта (8,4). В наноструктурах наблюдалось образование топологических дефектов в местах присоединения двух ОУНТ. Основную часть нарушений кристаллической решетки составляли дефекты Стона-Уэлса. В редких случаях наблюдалось образование дефекта двойной вакансии.



**Рис.1.** – а) схема образования X-контакта ОУНТ в программе-генераторе BLIST MAKER, б) замкнутая кривая  $R_1$ , в) замкнутая кривая  $R_2$ , г) структурные дефекты, д) процесс образования X-контакта.

Для максимизации стабильности атомного каркаса, полученные X-контакты подвергались оптимизации методом DFTB-SCC. В рамках данного метода полная энергия взаимодействия вычислялась как:

$$E_{total} = \sum_i^{occ} \sum_{\mu\nu} c_{\mu}^i c_{\nu}^i H_{\mu\nu}[n_0] + \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta} \Delta q_{\alpha} \Delta q_{\beta} \gamma_{\alpha\beta} + E_{rep}[n_0] \quad (1)$$

где  $\mu \in \alpha, \nu \in \beta$  обозначают номера атомных орбиталей,  $c_{\mu}^i, c_{\nu}^i$  – коэффициенты разложения атомных орбиталей в рамках метода ЛКАО,  $H_{\mu\nu}[n_0]$  – матричные элементы Гамильтониана, вычисляемые в рамках метода DFT. Второй член  $\frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta} \Delta q_{\alpha} \Delta q_{\beta} \gamma_{\alpha\beta}$  представляет собой



дальнодействующее кулоновское взаимодействие между точечными зарядами в различных атомных узлах и учитывает вклад отдельных атомов в собственное взаимодействие,  $\alpha, \beta$  – номера атомов структуры,  $\Delta q_\alpha, \Delta q_\beta$  определяет распределение атомно-центрированных точечных зарядов в рамках процедуры Малликена,  $\gamma_{\alpha\beta}$  – интерполяционная функция, определенная из аналитической оценки кулоновского взаимодействия двух сферических распределений заряда, расположенных в атомных Таблица №1.

	$a, \text{Å}$	$b, \text{Å}$	$d, \text{Å}$	Топологические дефекты		
				пентагоны	гептагоны	октагоны
X-контакт (8,4)-(8,4)	20.2	20.9	8.2	11	7	3
X-контакт (12,6)-(12,6)	30.9	26.7	12.4	8	19	1
X-контакт (12,6)-(8,4)	30.8	26.1	$d_1=12.4$ $d_2=8.2$	8	17	1

Молекулярно-динамическое формирование системы X-контакты происходило с образованием структурных дефектов в соединительной области вдоль четырех направлений УНТ. Были получены различные группы дефектов: пентагон-гептагон, гептагон-пентагон-гептагон, гептагон-гептагон, октагон-гептагон, а также одиночные дефекты. Однако стоит отметить, что все сформированные X-контакты имеют топологические дефекты, атомы которых поддерживают только  $sp^2$ -гибридизацию, что является важным критерием для увеличения стабильности соединения [13]. В рамках метода DFTB-SCC были определены энергии Ферми всех структур. Для X-контакта (8,4)-(8,4)  $E_f = -5.677$  eV, X-контакта (12,6)-(12,6)  $E_f = -5.624$  eV, X-контакта (12,6)-(8,4)  $E_f = -5.532$  eV.

**Электронный транспорт в X-контактах УНТ**

Сформированные модели X-образных соединений ОУНТ рассматривались как наноразмерные четырехтерминальные устройства: к каждому концу X-контакта подсоединялся электрод, который имеет вид участка нанотрубки, транслированной на бесконечность. Киральность электродов и X-контакта одинаковы. Для максимизации качества электронных характеристик, необходимо, чтобы электроды были условным «продолжением» X-соединения, а именно, чтобы расстояние между атомами X-контакта и электрода было равно расстоянию углерод-углеродной связи – 1.42 Å. В таком случае контактное сопротивление будет минимальным, и, следовательно, возрастет проводимость. Пропускная способность X-контактов рассматривалась в рамках метода неравновесных функций Грина-Келдыша. Переход

позициях  $\bar{R}_\alpha$  и  $\bar{R}_\beta$ .  $E_{rep}[n_0]$  зависит от эталонной плотности  $n_0$  и включает в себя энергию межъядерного отталкивания. В результате серии оптимизаций, были получены правильные геометрии атомного строения X-контактов трех различных типов. Размеры атомной структуры ( $a$  – длина вдоль оси  $y$ ,  $b$  – длина вдоль оси  $z$ ) X-контактов и их топологические дефекты записаны в таблице №1.

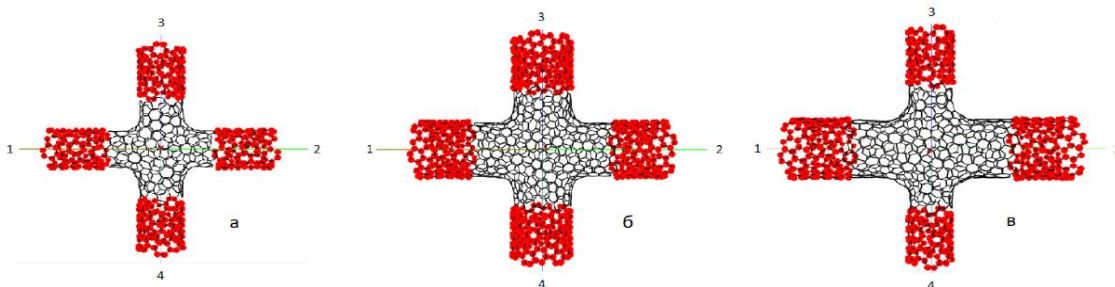
электрона между электродами через проводящий канал описывался функцией пропускания, которая определяет вероятность прохождения электрона через структуру, суммированную по всем энергетическим каналам проводника. Согласно формализму Ландауэра-Буттикера, проводимость наноструктуры может быть вычислена через функцию пропускания:

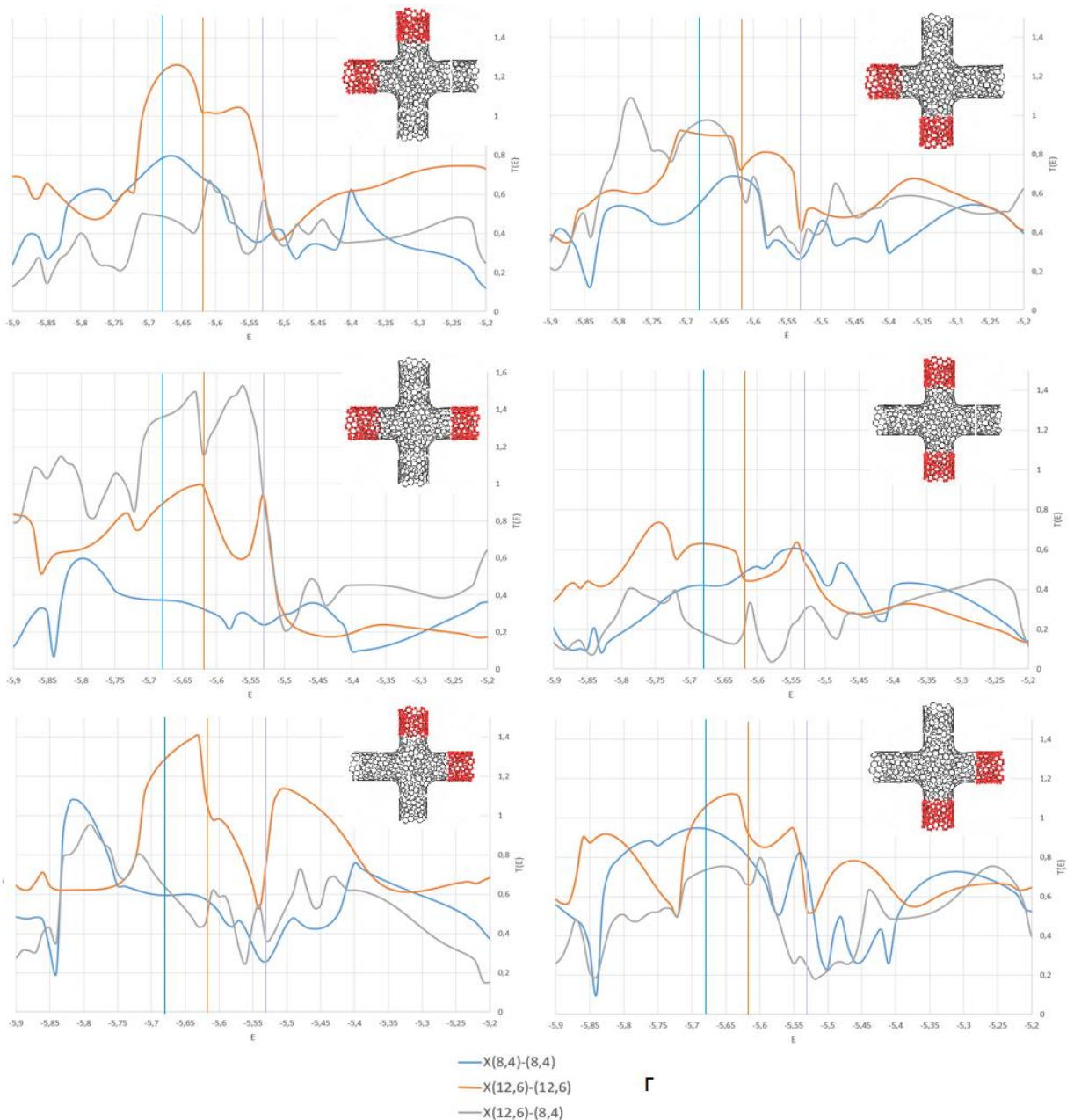
$$G = \frac{2e^2}{h} \int T(E) F_T(E - E_f) dE \quad (2)$$

где  $F_T$  – функция, учитывающая вклад температурного уширения каналов,  $E_f$  – энергия Ферми проводящей наноструктуры (X-контакта),  $T(E)$  – функция пропускания электронов, выражающаяся в терминах функций Грина:

$$T(E) = Tr(\Gamma_L G_C^r \Gamma_R G_C^a) \quad (3)$$

где  $G_C^{\{r,a\}}$  – запаздывающие и опережающие функции Грина проводника,  $\Gamma_{\{L,R\}}$  – функции, описывающие связь проводника с электродами. Модель четырехтерминального устройства на основе X-контактов ОУНТ представлена на рис. 2. Процессы электронного транспорта рассматривались между всеми парами электродов, соответственно для каждого X-соединения вычислялось 6 функций пропускания:  $T_{12}(E)$ ,  $T_{13}(E)$ ,  $T_{14}(E)$ ,  $T_{23}(E)$ ,  $T_{24}(E)$ ,  $T_{34}(E)$ . Пропускная способность X-контакта определялась вблизи уровня Ферми с заданным интервалом энергий  $[E_f - 0.3$  eV,  $E_f + 0.3$  eV].





**Рис.2.** – Модели четырехтерминальных устройств на базе X-контактов ОУНТ киральностей: а) (8,4)-(8,4) б) (12,6)-(12,6), в) (12,6)-(8,4).г) Функция пропускания  $T(E)$  трех X-контактов ОУНТ различных киральностей между всеми парами электродов. (Выделенной областью обозначены подключенные электроды. Вертикальными линиями указаны значения уровней Ферми для каждой структуры).

Исходя из полученных данных видно, что наилучшими электронными свойствами обладает X-контакт (12,6)-(12,6), поскольку эта структура обладает максимальными значениями функции пропускания вблизи уровня Ферми и они стабильны по всем направлениям. Такой результат был предсказуем, так как данное соединение обладает металлическим типом проводимости. Исключением является электронный транспорт между терминалами 1 и 2, где максимальными значениями функции пропускания обладает гибридный X-контакт (12,6)-(8,4). Величина функции пропускания X-контакта (8,4)-(8,4) ниже, чем X-контакта (12,6)-(12,6). Этот результат обусловлен влиянием двух факторов: полупроводниковый тип проводимости

X-контакта (8,4)-(8,4), а также слишком малый диаметр структуры. Гибридная структура имеет высокое значение функции пропускания только в одном направлении 1-2, так как в этом направлении задействована часть X-контакта, имеющая металлический тип проводимости. Значения проводимости X-образных соединений определялись на уровне Ферми в рамках формулы Ландауэра (2). Сопротивления вычислялись как величина, обратная проводимости  $R_{ij} = \frac{1}{G_{ij}}$ , где  $i, j$  – номера терминалов X-контакта. Электронные характеристики X-соединений представлены в таблицах №2 и №3.

Таблица №2.

	$E_F$ , эВ	Сопротивление, кОм					
		$R_{12}$	$R_{13}$	$R_{14}$	$R_{23}$	$R_{24}$	$R_{34}$
Х-контакт (12,6)-(12,6)	-5.62	14.95	11.39	13.27	11.86	15.64	23.74
Х-контакт (8,4)-(8,4)	-5.68	34.60	17.90	23.10	21.17	14.35	30.96
Х-контакт (12,6)-(8,4)	-5.53	13.91	29.97	28.76	26.66	37.36	61.00

Таблица №3.

	$E_F$ , эВ	Проводимость, мкСм					
		$G_{12}$	$G_{13}$	$G_{14}$	$G_{23}$	$G_{24}$	$G_{34}$
Х-контакт (12,6)-(12,6)	-5.62	67.11	87.79	75.35	84.31	63.93	42.12
Х-контакт (8,4)-(8,4)	-5.68	28.90	55.86	43.29	47.23	69.68	32.29
Х-контакт (12,6)-(8,4)	-5.53	71.89	33.36	34.77	35.50	26.76	16.39

**Выводы**

В процессе компьютерного моделирования, были получены модели атомного каркаса Х-контакта ОУНТ с тремя различными киральностями: (12,6)-(12,6), (8,4)-(8,4), (12,6)-(8,4). В каждой структуре присутствуют негексагональные элементы (таблица №1), которые определенным образом влияют на электронный транспорт соединения. Полученные результаты электронных характеристик (сопротивления и проводимости) Х-контактов представлены в таблицах №2 и №3 соответственно. Было определено, что наилучшей проводимостью между всеми парами терминалов обладает Х-контакт (12,6)-(12,6). Такая структура характеризуется металлическим типом проводимости. Гибридный Х-контакт (12,6)-(8,4) является хорошим проводником только в одном

направлении. Проводимость Х-контакта (8,4)-(8,4) между всеми парами терминалов меньше, чем проводимость Х-контакта (12,6)-(12,6). Х-контакт (12,6)-(12,6) представляется наиболее перспективным соединением для использования в различных многотерминальных устройствах наноразмерного масштаба. Главной особенностью Х-контактов является возможность располагать электроды в двух перпендикулярных направлениях, что может послужить стимулом для разработки новых устройств в области гибкой носимой электроники.

Выражаю благодарность своему научному руководителю Глуховой Ольге Евгеньевне за ценные советы и рекомендации при проведении данного исследования.

**Библиографический список**

1. Iijima, Sumio; Ichihashi, Toshinari (1993). "Single-shell carbon nanotubes of 1-nm diameter". *Nature*. 363 (6430): 603–605. [Yamazoe N.//Sensors and Actuators.1991.B5.P.7-19.](#)
2. F.Y. Meng, S.Q. Shi, D.S. Xu, and C.T. Chan. Surface reconstructions and stability of X-shaped carbon nanotube junction, *J. Chem. Phys.* 124 (2006).
3. F.Y. Meng, S. Q. Shi, D. S. Xu, and R. Yang. Multiterminal junctions formed by heating ultrathin single-walled carbon nanotubes. *Phys. Rev. B* 70.
4. S. Sharma, R. Chandra, P. Kumar, N. Kumar. Molecular dynamics simulation of carbon nanotubes. *Nanomechanics Science and Technology. An International Journal* 4(1), 1–27 (2013).
5. Салий И.Н., Колесникова А.С., Глухова О.Е., Кириллова И.В., Коссович Е.Л., Слепченков М.М., Савин А.Н., Шмыгин Д.С. Теоретические методы исследования наноструктур // Вестник Самарского государственного университета. Естественнонаучная серия. – 2012. – № 9 (100). – С. 106-117.
6. Glukhova O.E., Kolesnikova A.S. Mechanical and emission properties of thinnest stable bamboolike nanotubes // *J. Phys.: Conf. Ser.* – 2012. – V. 393. – P.
7. Glukhova O.E., Savostyanov G.V., Slepchenkov M.M. A new approach to dynamical determination of the active zone in the framework of the hybrid model (quantum mechanics/molecular mechanics) // *Procedia Materials Science.* – 2014. – V. 6. – P. 256-264.
8. B. Grundkötter-Stock, V. Bezugly, J. Kunstmann, G. Cuniberti, T. Frauenheim and T. A. Niehaus. SCC-DFTB Parametrization for Boron and Boranes. *J. Chem. Theory Comput.* 2012, 8, 1153–1163.
9. S. Datta, *Electronic Transport in Mesoscopic Systems*, Cambridge University Press, Cambridge (1995).
10. <http://nanokvazar.ru>
11. Глухова О.Е., Колесникова А.С., Савостьянов Г.В., Слепченков М.М. ПО "KVAZAR" - платформа для прогностического моделирования в области нано- и биомедицинских технологий: коллективная монография. // Саратов: Изд-во «Саратовский источник». – 2015. – 247 с.

12. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2018661600 «Программный генератор атомной структуры графеновых наноблистеров Blistmaker». Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 03.09.2018. Авторы: О.Е. Глухова, Г.В. Савостьянов, М.М. Слепченков.
13. Glukhova O.E., Saliy I.N., Zhnichkov R.Y., Khvatov I.A., Kolesnikova A.S., Slepchenkov M.M. Elastic properties of graphene-graphane nanoribbons // J. Phys.: Conf. Ser. – 2010. – V. 248. – P. 012004.

## CAPACITY OF FOUR-TERMINAL DEVICES BASED ON X-CONTACTS OF CARBON NANOTUBES

V. O. Bolvanov

Models of formed X-contacts based on SWCNTs are presented. The transmission functions of a four-terminal device based on X-contacts between all pairs of terminals are determined. The electrical conductivity of the X-contacts is calculated

ДК 53.043

### ЭФФЕКТ ААРОНОВА-БОМА

Д.В. Чурочкин, С.В. Чурочкина, К.В. Максимов

Саратовский национальный исследовательский  
государственный университет имени Н.Г. Чернышевского

*Чурочкин Дмитрий Викторович*, к.ф.-м.н., доцент, кафедра общей физики,  
*Чурочкина Светлана Викторовна*, к.ф.-м.н., доцент, кафедра компьютерной физики и метаматериалов  
на базе института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН  
*Максимов Кирилл Владимирович*, студент 3 курса бакалавриата физического факультета СГУ

В данной работе рассматриваются фундаментальные основы квантового эффекта Ааронова-Бома. Кроме того, описывается прецизионный эксперимент, позволяющий окончательно подтвердить существование этого эффекта.

Согласно стандартной квантовой механике, на движение частицы с электрическим зарядом или магнитным моментом электромагнитное поле влияет даже в тех областях, где сами по себе электрическое поле  $\vec{E}$  и магнитное поле  $\vec{B}$  равны нулю, но не равны нулю скалярный и векторный потенциалы электромагнитного поля. Это явление получило название эффекта Ааронова-Бома после оригинальной статьи 1959 года под названием «Значение электромагнитных потенциалов в квантовой теории», написанной Ю. Аароновым и Д. Бомом [1].

Эффект наблюдается для магнитного поля и электрического поля, но влияние магнитного поля зафиксировать легче, поэтому впервые эффект был зарегистрирован именно для него в 1960 году. Вообще, глубокое значение эффекта Ааронова-Бома заключается в том, что знания классического локального действия электромагнитного поля на частицу не достаточно, чтобы предсказать ее квантовомеханическое поведение – необходимо знать поле во всем пространстве. Это можно легко понять исходя из формулировки квантовой механики в виде интегралов по траекториям: при интегрировании по путям частицы допустимы все мыслимые траектории, в том числе и проходящие через область с ненулевыми значениями  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$ . Таким образом, частица чувствует поле, даже если она непосредственно через него не проходит.

Эффект Ааронова-Бома можно также интерпретировать как доказательство того, что потенциалы электромагнитного поля являются не математической абстракцией, а наблюдаемыми величинами, имеющими непосредственный

физический смысл.

Экспериментальное квантование магнитного потока в сверхпроводящих кольцах и джозефсоновских переходах было интерпретировано как экспериментальное подтверждение эффекта Ааронова-Бома [2].

### 1. Уравнения Максвелла и векторный и скалярный потенциалы

Фундаментальным предположением современной физики (происхождение которого следует отнести к временам Майкла Фарадея, т.е. задолго до создания специальной теории относительности) является то, что материальные системы взаимодействуют друг с другом на расстоянии не мгновенно, а посредством поля с сохранением причинно-следственных связей. Первым и все еще наиболее знакомым применением этого философского принципа природы являлась область электромагнетизма. Математическим воплощением полевой теории электромагнетизма является набор уравнений Максвелла

$$\operatorname{div} \vec{E} = 4\pi\rho, \quad (1)$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0, \quad (2)$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (3)$$

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j} \quad (4)$$

и закон для силы Лоренца

$$\vec{F} = \rho\vec{E} + \frac{1}{c}[\vec{j} \vec{B}], \quad (5)$$

которые рассматриваются вместе для того, чтобы



полностью представить классические взаимодействия электрического ( $\vec{E}$ ) и магнитного ( $\vec{E}$  и  $\vec{B}$ ) полей друг с другом и с объемной плотностью заряда ( $\rho$ ) и с плотностью тока ( $\vec{J}$ ). Само выражение законов электродинамики, как дифференциальных уравнений, кажется, означает, что все взаимодействия имеют место локально, заряженные частицы находятся под воздействием электрических и магнитных полей только в их непосредственной близости. Каждая хорошо сформулированная проблема в классической электродинамике по существу сводится к определению полей, создаваемых системой зарядов (стационарных или движущихся) и соответственно сил, действующих на эти заряды со стороны этих полей. Для того чтобы обеспечить решение этой проблемы обычно вводятся векторные и скалярные потенциальные поля,  $\vec{A}$  и  $\phi$ , связанные с электрическим и магнитным полями следующими выражениями

$$\vec{E} = -\text{grad}\phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}, \quad (6)$$

$$\vec{B} = \text{rot} \vec{A}. \quad (7)$$

Электромагнитные потенциалы не являются уникальными, но могут быть модифицированы с помощью калибровочных преобразований

$$\vec{A} \rightarrow \vec{A}' = \vec{A} + \text{grad}\Lambda, \quad (8)$$

$$\phi \rightarrow \phi' = \phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \Lambda}{\partial t}, \quad (9)$$

с калибровочной функцией  $\Lambda$ , которая сохраняет инвариантность электромагнитных полей, и, следовательно, уравнений Максвелла и закона для силы Лоренца. Для того чтобы сохранить инвариантность квантово-механического уравнения движения частицы с зарядом  $q$ , калибровочное преобразование также изменяет волновую функцию

$$\Psi \rightarrow \Psi' = \Psi e^{iq\Lambda/\hbar c}. \quad (10)$$

Функция преобразования  $\Lambda$  в значительной степени произвольна, хотя обычно требуется, чтобы она была однозначной функцией для того, чтобы контурный интеграл от калибровочно-преобразованных векторных потенциалов приводил к одинаковому значению магнитного потока  $\Phi$  по теореме Стокса

$$\oint_C \vec{A} \cdot d\vec{S} = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \Phi, \quad (11)$$

где  $C$  – контур, ограничивающий незамкнутую и ориентированную поверхность  $S$ , которую пронизывают линии магнитного поля.

Сами поля  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$  должны быть определены однозначно для данной конфигурации зарядов и токов, потому что они непосредственно связаны с электромагнитными силами. Как следствие, классический подход заключается в рассмотрении  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$  в качестве первичных или фундаментальных полей,  $\vec{A}$  и  $\phi$  – вспомогательных или вторичных полей, необходимых только для удобства

расчета.

Однако исторически интересно отметить, что Максвелл, который ввел эти поля в своем известном труде [3], соглашался на большой физический смысл для векторного потенциала  $\vec{A}$ . Первоначально обозначив  $\vec{A}$ , как векторный потенциал магнитной индукции, впоследствии Максвелл назвал его электромагнитным импульсом в точке и интерпретировал  $\vec{A}$  как представляющую «направление и величину интеграла по времени от электродвижущей силы, которую частица, помещенная в точку, могла бы испытывать, если бы первичный ток в одной из двух цепей был внезапно остановлен». Другими словами, Максвелл рассматривал  $\vec{A}$ , как измеряемую величину, связанную с импульсом, концепцию, которая может быть найдена с использованием современной терминологии в современной литературе [4]. Тем не менее, требование, чтобы физически наблюдаемые величины могли быть представлены калибровочно-инвариантными выражениями, лежит в основе давнего убеждения, что электромагнитные потенциалы, хотя и тесно связаны измеримыми величинами, непосредственно сами по себе не наблюдаются. (В общем случае векторный потенциал  $\vec{A}$  можно анализировать по Фурье и разложить на поперечные и продольные компоненты. Поперечная составляющая является инвариантной величиной при калибровочном преобразовании и соответствует измеримой величине; продольная компонента не является величиной инвариантной при калибровочном преобразовании.)

## 2 Эффект Ааронова-Бома

Теоретическая демонстрация Ю. Ааронова и Д. Бома 1959 года [1] о том, что возможна дифракция заряженных частиц под воздействием электромагнитных потенциалов в условиях, когда электромагнитные поля являются *нулевыми*, открыла новую главу в исследовании квантовых интерференционных явлений и породила спорные вопросы как теоретические, так и экспериментальные, которые до некоторой степени обсуждаются до сих пор. Один из основных вопросов, поднятых Ю. Аароновым и Д. Бомом, касался того, были ли векторные и скалярные потенциалы более фундаментальными, чем электрические и магнитные поля. Ю. Ааронов и Д. Бом утверждали, что это так. Квантовые последствия, раскрытые статьей Ю. Ааронова и Д. Бома, на самом деле были обнаружены В. Эренбергом и Р.Е. Сидаем десятью годами ранее [5], которые исследовали показатель преломления электронов в электронном микроскопе. Эта статья, однако, по-видимому, не была широко известна, и именно через Ю. Ааронова и Д. Бома физики пришли к пониманию экстраординарных последствий электромагнитных потенциалов в квантовой механике.

Основное математическое соотношение, лежащее в основе эффекта Ааронова-Бома, кажется было введено, по крайней мере, еще в начале 1930-х

годов П.А.М. Дираком в его известном исследовании квантованных особенностей (магнитных монополей) [6]. Выраженное в более общем виде с тем, чтобы охватить как векторные, так и скалярные потенциалы, оно выглядит следующим образом. Если  $\Psi_0$  является решением квантовых уравнений движения (например, уравнения Дирака или уравнения Шредингера) в отсутствие электромагнитных взаимодействий, то соответствующая волновая функция  $\Psi$  заряженной частицы в присутствии зависящего от времени поля векторного потенциала и пространственно-однородного поля скалярного потенциала принимает форму

$$\Psi(\vec{r}, t) = \Psi_0(\vec{r}, t)e^{iS(\vec{r}, t)}, \quad (12)$$

где фаза  $S(\vec{r}, t)$  определяется как

$$S(\vec{r}, t) = \frac{q}{\hbar c} \left( \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{A} \cdot d\vec{s} - \int_{t_0}^t c\phi dt \right). \quad (13)$$

Интегрирование в фазе осуществляется по произвольному пространственно-временному пути между некоторой исходной  $(t_0, \vec{r}_0)$  и конечной  $(t, \vec{r})$  точками.

Приведенный выше результат демонстрируется прямой подстановкой волновой функции (12) в волновое уравнение

$$H\Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}, \quad (14)$$

где гамильтониан  $H$  построен из гамильтониана  $H_0$  в отсутствие поля путем замены канонического линейного импульса  $\vec{p}$  на  $\vec{p} - q\vec{A}/c$  и добавления  $q\phi$  к потенциальной энергии. Результирующее волновое уравнение имеет вид

$$H\Psi_0 = i\hbar \frac{\partial \Psi_0}{\partial t}, \quad (15)$$

где преобразованный гамильтониан

$$H' = U^+ H U - i\hbar U^+ \frac{\partial U}{\partial t} \quad (16)$$

сводится к гамильтониану  $H_0$  в отсутствие поля, когда  $\partial \vec{A} / \partial t$  и  $grad \phi$  оба обращаются в нуль.

Стоит отметить, что оператор  $\vec{p} - q\vec{A}/c$ , который соответствует кинетическому линейному импульсу  $\vec{P}$  (равному  $m\vec{v}$  для нерелятивистской классической частицы), порождает калибровочно независимое математическое ожидание, тогда как математическое ожидание  $\vec{p}$  динамической переменной, входящей в квантовое коммутационное соотношение

$$[\vec{r}, \vec{p}] = i\hbar \mathbf{1}. \quad (17)$$

и служащее в качестве генератора группы пространственных трансляций, является зависящим от калибровки. В (17),  $\mathbf{1}$  – единичная диада или тензор второго порядка. Хотя оба оператора являются эрмитовыми,  $\vec{P}$  считается динамической

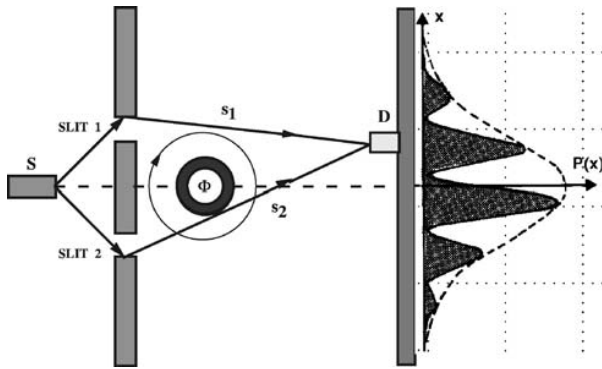
наблюдаемой величиной, а  $\vec{p}$  нет. Тот факт, что кинетический и канонический линейные импульсы не являются эквивалентными при наличии электромагнитных потенциалов, не является уникальным для квантовой механики, но также известен в классической механике [7].

Одним типом конфигурации тока, который в идеале порождает нулевое магнитное поле в пространственной области, где векторный потенциал не обращается в нуль, является бесконечно длинная осевая катушка или соленоид. Внутри соленоида магнитное поле  $\vec{B}$  параллельно оси симметрии с модулем и ориентацией, соответственно, определяемыми величиной и направлением обхода циркуляции тока через обмотки. Магнитный поток  $\Phi$  внутри бесконечно длинной катушки радиуса  $R$  является произведением напряженности поля и площади поперечного сечения  $\pi R^2$ . За пределами соленоида магнитное поле в идеале равно нулю. Тем не менее, векторный потенциал образует цилиндрические эквипотенциальные поверхности в обеих областях пространства (с направлением обхода циркуляции, противоположном таковому для электрического тока). В кулоновской калибровке, т. е. калибровке для которой  $div \vec{A} = 0$ , тангенциальная (и единственная) компонента  $\vec{A}$  является функцией радиальной координаты  $r$ , определяемой как

$$\vec{A}(r) = \begin{cases} \Phi/2\pi r & (r \geq R), \\ \Phi r/2\pi R^2 & (r \leq R). \end{cases} \quad (18)$$

Для любого реального соленоида, конечно, существует поле возврата во внешней области, но величина этого поля уменьшается с увеличением отношения длины к радиусу [8]. Помимо идеально бесконечного соленоида, конфигурация тороидального тока, формирующаяся путем соединения двух концов конечного соленоида, решает ту же самую проблему создания ограниченного магнитного поля (хотя выражения для поля результирующего векторного потенциала не являются такими же простыми).

Р. Фейнман указал на драматические последствия, казалось бы, безобидных соотношений (12) и (13) в контексте поведения частицы в двухщелевом эксперименте [9], с идеальным соленоидом, помещенным за дифракционным экраном и между щелями (длинная ось соленоида параллельна щелям). Эксперимент концептуально проще, чем конфигурация, первоначально проанализированная Ю. Аароном и Д. Бомом, которая включала рассеяние заряженных частиц, падающих непосредственно на соленоид. Именно фейнмановская версия эффекта Ааронова-Бома (на самом деле впервые описанная в статье Эренберга и Сидая) обычно приводится в учебниках по физике.



**Рисунок 1.** Принципиальная схема двухщелевого эффекта Ааронова-Бома. Когерентно расщепленный волновой фронт электрона, испускаемого из источника  $S$ , проходит по одной, либо по другой стороне области ограниченного магнитного потока  $\Phi$  и интерферирует в детекторе  $D$ . Результирующая интерференционная картина в пределах несмещенной дифракционной огибающей подвергается воздействию магнитного поля, через которое электроны не проходят.

По сути, как схематически показано на рисунке 1, есть два типа классически неразличимых путей, по которым падающая частица может распространяться от своего источника  $S$  до детектора  $D$ : идя по часовой стрелке выше соленоида (путь I) или против часовой стрелки ниже соленоида (путь II). Предполагается, что частицы никогда не проникают в соленоид, и что в отсутствии тока через соленоид существует полная симметрия выше и ниже относительно распространяющегося вперед луча. Поскольку существует векторный потенциал (но без скалярного потенциала) в пространстве, доступном для электронов, амплитуда вероятности для каждого пути, когда внутренняя часть соленоида содержит осевое магнитное поле, принимает вид (12) с  $\varphi$ , равным 0 в фазе (13). Следовательно, амплитуда полной вероятности того, что частица будет зарегистрирована в точке  $D$ , может быть записана как

$$\Psi(D) = \frac{e^{i\Delta}}{\sqrt{2}} \left[ 1 + e^{i(\delta_0 + \delta)} \right]. \quad (19)$$

где  $\Delta$  – несущественная глобальная фаза,  $\delta_0$  – относительная фаза (зависящая от разницы оптической длины пути), когда магнитное поле равно нулю, и

$$\delta = \frac{q}{\hbar c} \left( \int_{\text{путь I}} \vec{A} \cdot d\vec{s} - \int_{\text{путь II}} \vec{A} \cdot d\vec{s} \right) = \frac{q}{\hbar c} \oint_C \vec{A} \cdot d\vec{s} = \frac{2\pi\Phi}{\Phi_0} \quad (20)$$

и является относительной фазой, в которую дает вклад ограниченное магнитное поле.  $\Phi/\Phi_0$  является отношением магнитного потока через соленоид к единице магнитного потока, или флюксону, который для электрона выглядит так

$$\Phi_0 = \frac{hc}{e} = 4.14 \times 10^{-7} \text{ Гс}\cdot\text{см}^2. \quad (21)$$

Контур  $C$ , обозначающий интеграл в (20), представляет собой замкнутый путь между  $S$  и  $D$ , обходящий соленоид по часовой стрелке. Если магнитное поле внутри катушки направляется в

плоскость рисунка, то тогда поле внешнего векторного потенциала циркулирует также как и контур  $C$ , и знак магнитного потока является положительным. Из соотношений (19) и (20) следует, что вероятность детектирования частицы в точке  $D$  равна

$$P(D) = |\Psi(D)|^2 = \frac{1}{2} \left[ 1 + \cos \left( \delta_0(D) + 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \right) \right]. \quad (22)$$

Физическое содержание вышеуказанного соотношения состоит в том, что магнитное поле, из области которого полностью исключены заряженные частицы, может влиять на пространственное распределение этих частиц. На самом деле, это влияние может быть сильным. Для  $D$ , расположенного в прямом направлении ( $\delta_0 = 0$ ), существует конструктивная интерференция и таким образом 100% вероятность детектирования частицы в отсутствие магнитного поля ( $\Phi = 0$ ). Однако с соленоидальным магнитным полем такой силы, что  $2\pi\Phi/\Phi_0$  – целое кратное  $\pi$  радиан, вероятность  $P(D)$  равна нулю; изолированное магнитное поле превратило яркую интерференционную полосу (максимум) в темную интерференционную полосу (минимум) в результирующей интерференционной картине. Что может быть причиной такого явления, посредством которого частицы, по-видимому, могут быть смещены из их «намеченного» направления без влияния внешней силы?

Для некоторых ответом было то, что эффект Ааронова-Бома физически не существует, что это всего лишь математический самообман [10]. Хотя детали, лежащие в основе этой аргументации, следует оставить оригинальной литературе, суть аргументации, которая больше не встречается в рассуждениях о фундаментальной квантовой физики, касается произвольности калибровочных преобразований. Вкратце, можно найти калибровку, как заявляли сторонники этой точки зрения, для которой векторный потенциал полностью исчезает из уравнения движения, которое тем самым описывает систему в окружении, свободного от любого электромагнитного воздействия. Однако, аргумент является ошибочным, поскольку для предлагаемой трансформации удаляется не только векторный потенциал в пространстве, доступном для частиц, но также изменяется магнитное поле внутри соленоида. Как указано ранее не допускается никакое калибровочное преобразование, которое меняет физическую конфигурацию электромагнитных полей. Более того, помимо теоретического несоответствия аргумента, есть существенные экспериментальные доказательства в поддержку существования эффекта Ааронова-Бома.

Для тех, кто принимает экспериментальные подтверждения предсказанных сдвигов полос, ответом было то, что эффект Ааронова-Бома по существу является следствием или эквивалентен классической силе Лоренца. Р. Фейнман, например, описывает в своих лекциях воздействие соленоида как воздействие фактически эквивалентное действию магнитной полосы, помещенной позади двух щелей. Однако магнитное поле сместило бы



направление пучка, распространяющегося *вперед*, то есть *центр* однощелевой дифракционной картины. Это не то, что должно происходить в эффекте Ааронова-Бома. Анализ модельных конфигураций [11] показал, что при отсутствии локального магнитного поля (т. е. магнитного поля в пространстве, через которое распространяются заряженные частицы), картина интерференционных полос смещается в пределах огибающей дифракционной картины, которая сама по себе не подвергается действию магнитного поля в исключаемой области, как показано на рисунке 1. Разве это не тот случай, когда эффект Ааронова-Бома будет противоречить принципу дополнительности Бора, который требует, чтобы квантовая механика давала результаты, совместимые с классической механикой в области, для которой применимы обе теории. В связи с этим интересно отметить, что обычно существует несколько способов извлечь классический предел квантового вычисления, например, можно устремить постоянную Планка  $\hbar$  к нулю, или пусть некоторое квантовое число устремить к бесконечности. Эффект Ааронова-Бома, как описывалось до сих пор, происходит с несвязанными частицами; классический предел удобно взять, полагая  $\hbar \rightarrow 0$ , в таком случае пространственная периодичность интерференционной полосы становится бесконечно малой и центральное дифракционное пятно не отклоняется.

Для большинства физиков, занимающихся этой фундаментальной проблемой, остается последний вариант, принятия эффекта Ааронова-Бома в качестве того, чем он является: бесиловое взаимодействие с или локальным векторным потенциальным полем или нелокальным магнитным полем. Проблема локального и нелокального взаимодействия на самом деле обманчива, две точки зрения являются эквивалентными в представлении эффекта Ааронова-Бома как внутренне нелокального физического явления. Хотя это случай, когда заряженные частицы непосредственно взаимодействуют с векторным потенциальным полем в их мгновенных положениях, это локальное взаимодействие само по себе недостаточно для того, чтобы произвести эффект Ааронова-Бома. Разрешенные пути частиц должны охватывать область пространства, в пределах которой ограничено магнитное поле и из которой исключены частицы. Таким образом, эффект Ааронова-Бома отражает глобальную геометрию (или топологию) пространства, доступного для частиц. В простой двухщелевой конфигурации, представленной на рисунке 1, окружающее пространство имеет топологию тороида.

Что, с учетом эффекта Ааронова-Бома, является разумной позицией, которую следует принять, в отношении фундаментальности электромагнитных полей и потенциалов? Одной общепринятой интерпретацией (хотя, возможно, и не так широко известной физическому сообществу в целом) была сформулирована Ву и Яном [12], согласно которым полное описание электромагнетизма обеспечивается

неинтегрируемым (т.е. зависящим от пути) фазовым фактором  $\exp[iS(\vec{r}, t)]$  в (12). Именно фазовый *фактор*, а не только фаза (13), имеет физический смысл, поскольку фаза (которая отражает произвольность потенциалов) содержит больше информации, чем определяется измерением. Наоборот, поля  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$  содержат меньше информации, чем измеряется и, таким образом, обеспечивают неполное описание электромагнетизма, когда квантовые процессы принимаются во внимание.

Экспериментальное подтверждение эффекта Ааронова-Бома, на котором, в конечном счете, основывается постмаксвелловская интерпретация электродинамики, никогда не было простым вопросом, отчасти из-за чрезвычайной трудности создания магнитного поля без утечки в пространственную область частиц. В ранних экспериментах Ааронова-Бома ограниченные магнитные поля создавались или тонкими ферромагнитными волокнами (или «усами») или микроскопическими соленоидами. Хотя результаты были в согласии теоретическими предсказаниями, полученными из неинтегрируемого фазового фактора, тот факт, что идеальные условия эффекта Ааронова-Бома не были созданы, позволяли указывать критикам на классическую силу Лоренца как на причину для любых сдвигов полос. В связи с этим уместно упомянуть два эксперимента: один из самых ранних и один из наиболее определенных, представляющих особый концептуальный интерес.

В эксперименте Вернера Бая 1962 года [2] эффект Ааронова-Бома был записан на фотографическую пленку путем расщепления и рекомбинирования электронного пучка с энергией 40 кэВ с помощью системы трех электростатических бипризм. Между первой и второй бипризмами, в месте, где степень разделения электронного пучка является наибольшей, была вставлена крошечной вольфрамовая катушка около 5 мм в длину и менее чем 20  $\mu\text{m}$  в диаметре для того, чтобы служить соленоидом Ааронова-Бома. Подробные расчеты пространственного изменения магнитного поля катушки (на основе уравнения Бухгольца) показали, что для катушки диаметром 20  $\mu\text{m}$  и шагом между витками 6  $\mu\text{m}$  радиальная компонента магнитного поля в средней плоскости катушки и на расстоянии 10  $\mu\text{m}$  от обмоток катушки была слабее, чем внутреннее осевое поле примерно в  $2 \times 10^{-5}$ . Поскольку компоненты расщепленного пучка электронов могли быть разделены на 50–60  $\mu\text{m}$  без превышения условия когерентности, которое должно быть выполнено для возникновения интерференции, Бай заключил, что неидеальные эффекты катушки должны быть пренебрежимо малы.

Фазовый сдвиг Ааронова-Бома был продемонстрирован закреплением пленки, на которую должна была быть записана интерференционная картина, на небольшой электродвигатель и продвижением пленки со скоростью, пропорциональной скорости увеличения

тока через обмотки катушки. Пленка была экранирована за исключением 0,5 мм широкой щели, ориентированной перпендикулярно к интерференционным полосам, так что каждое узкое горизонтальное сечение интерференционной картины соответствовало хорошо определенному значению магнитного потока через соленоид. Результирующая интерференционная картина, изображенная на рисунке 2, показала непрерывное боковое смещение полос (общее расстояние примерно в четыре раза больше расстояния между полосами) в пределах картины огибающей (созданной дифракцией вокруг нити бипризмы), которая оставалась неизменной, несмотря на изменение полей векторного потенциала и магнитных полей.

Что особенно интересно в этом эксперименте, так это то, что в результате изменяющегося во времени магнитного потока, смещение полосы также может быть учтено, по-видимому, путем чисто классической аргументации, основанной на законе индукции Фарадея

$$E(t) = -\frac{1}{c} \frac{\partial \Phi(t)}{\partial t}, \quad (23)$$

где  $E(t)$  – электродвижущая сила

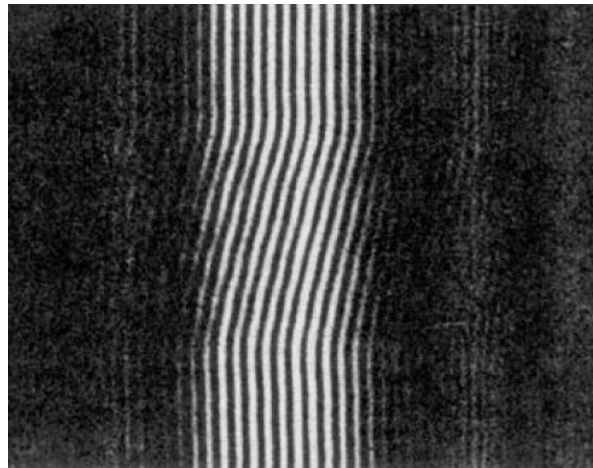
$$E(t) = \oint_C \vec{E} d\vec{s}, \quad (24)$$

индуцированная вокруг соленоида во внешней области, через которую проходят электроны. Индуцированное электрическое поле совершает работу над электронами и тем самым порождает относительную фазу

$$\theta = \frac{1}{\hbar} \int eE(t)dt = \frac{e}{\hbar c} \int d\Phi = 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}, \quad (25)$$

которая является в точности такой же, какой можно было бы ожидать на основе свободного от воздействия силы эффекта Ааронова-Бома.

Однако сложность такой классической интерпретации является очевидной, как только снова становится понятно, что это не последовательность классических волновых фронтов, а скорее дискретные и нескоррелированные электроны, являются тем, что прошло через интерферометр. С энергией 40 кэВ и, следовательно, со скоростью  $\approx 0.38c$ , электрон распространялся от источника к пленке (расстояние порядка 1 м) в течение около 0,01 мс. Хотя Бай не уточнил скорость, с которой ток увеличился через обмотки соленоида, это, несомненно, происходило в течение более длительного промежутка времени. Следовательно, интерференционная картина была создана на относительно длительном периоде времени путем попадания большого количества независимых электронов, каждый из которых производил выборку по эффективному мгновенному значению локального поля векторного потенциала. Тем не менее, тот факт, что пространство доступное для электронов не было полностью свободно от силового поля, являлся потенциальным источником критики.

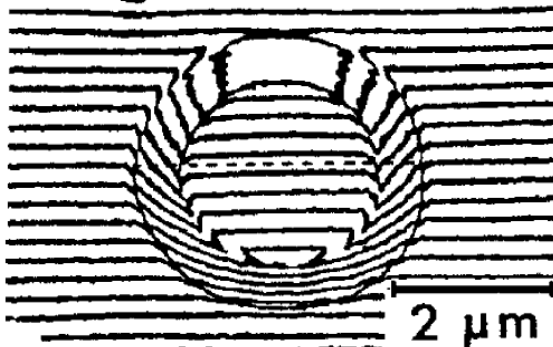


**Рисунок 2.** Демонстрация фазового сдвига электронной волны при наличии поля векторного потенциала (эффект Ааронова-Бома) в эксперименте Бая. Магнитное поле поддерживается постоянным в верхней и нижней трети рисунка; в средней трети рисунка вариация в интерференционных полосах следует линейному изменению напряженности магнитного поля [11].

В попытке избежать такой критики, исследователи из центральной исследовательской лаборатории компании Hitachi воссоздали эффект Ааронова-Бома в условиях наиболее близко соответствующих требованиям идеального окружения свободного от сил по сравнению с тем, что было достигнуто ранее [13]. Насколько известно, эксперимент Hitachi остается окончательным тестом эффекта Ааронова-Бома на данный момент. Наиболее важной новой особенностью эксперимента Hitachi, который, подобно ранним экспериментам использовал бипризму Мелленштедта для расщепления пучка электронного микроскопа, было использование микроскопического (диаметром  $\approx 4 \mu\text{m}$ ) тороидального ферромагнетика, вместо «усов» или соленоида, в качестве источника ограниченного магнитного поля. В идеале линии магнитного поля циркулируют внутри тороида относительно оси симметрии  $S_\infty$  (т. е. оси, перпендикулярной плоскости тороида). Однако для предотвращения возможной утечки магнитного поля тороид был полностью покрыт сверхпроводящим слоем ниобия. Когда температура опускалась ниже критической температуры  $T_c = 9.2 \text{ K}$ , ниобий испытывал переход в сверхпроводящее состояние, который приводил к вытеснению магнитного потока из него, и, следовательно, в тороид из пермаллоя, с помощью эффекта Мейснера. Дополнительный слой (не сверхпроводящей) меди помогал еще больше уменьшить проникновению электронов с энергией 150 кэВ в тороид.

В отсутствие магнитного тороида расщепленный электронный пучок приводил к стандартной картине интерференционных параллельных полос в плоскости наблюдения. С магнитом, установленном на своем месте (выше бипризмы), теоретический анализ предсказывает сдвиг фазы Ааронова-Бома между компонентами электронного волнового пакета, распространяющегося через центральное

отверстие тороида по сравнению с таковой, проходящей по внешней периферии. Когда эксперимент проводился с неэкранированным тороидальным магнитом, можно было видеть в результирующей интерферограмме непрерывное смещение светлой или темной полосы из внешней области, через тело кольца в область отверстия, как показано на рисунке 3. Конечно, без слоев экранирования электроны могут проникать в магнит, и критики могут снова приписать сдвиги фаз к классическим эффектам силы Лоренца.



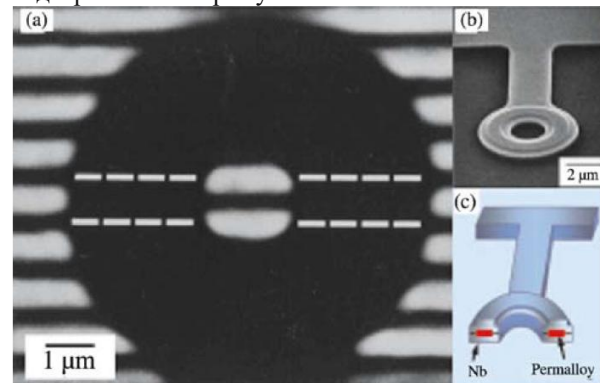
**Рисунок 3.** Наблюдение эффекта Ааронова-Бома с неэкранированным тороидальным ферромагнетиком. Полосы интерференционной картины электронов, непрерывные через контур тороида, внутри которого ограничено магнитное поле, являются однородными, параллельными и смещенными в области отверстия, где поле отсутствует.

Однако использование тороидов со сверхпроводящим внешним слоем имело непредвиденный и потенциально неблагоприятный побочный эффект, а именно, что магнитный поток, захваченный в кольце, становился квантованным в единицах половины флюксона. Это условие квантования

$$\Phi = \frac{nhc}{2e} = \frac{n\Phi_0}{2}, \quad (26)$$

где  $n$  – целое число, относится к потоку, а не к полям, и его не следует путать с квантованием электромагнитного поля, т. е. описание электромагнитных волн с точки зрения фотонов, которое не играет никакой роли в этой системе. Условие квантования потока скорее является следствием того факта, что носителем заряда внутри сверхпроводника является не единичный электрон, а куперовская пара электронов, и что волновая функция этой пары является макроскопически когерентной вокруг кольца. В результате квантования потока внутри тороида магнитный фазовый сдвиг в (22) становится равным  $2\pi\Phi/\Phi_0 = n\pi$  и равен или 0 (с периодом  $2\pi$ ) или  $\pi$  (с периодом  $2\pi$ ) в зависимости от того, является ли  $n$  четным или

нечетным целым числом. В первом случае эффект Ааронова-Бома не приводит ни к каким наблюдаемым результатам. Однако во втором случае происходит полная инверсия интерференционной полосы от максимума до минимума между внешней областью и центральным отверстием. Экспериментально изготовленные тороиды, использованные в эксперименте Hitachi, дали ряд дискретных значений потока, как нечетных, так и четных. Наблюдение предсказанной 180-градусной инверсии фазы, показанной на рисунке 4, является самым убедительным известным нам доказательством того, что пространственное распределение заряженных частиц может быть изменено магнитным полем, действию которого частицы никогда не подвергаются напрямую.



**Рисунок 4.** Эксперимент с эффектом Ааронова-Бома, выполненный с тороидальным ферромагнетиком, экранированным внешним сверхпроводящим слоем [11]. (а) Инверсия интерференционной полосы между внешней областью и областью отверстия представляет сдвиг фазы Ааронова-Бома на 180 градусов. (б) Микрофотография тороида. (с) Схема поперечного сечения, показывающая внешний слой ниобия и внутренний пермаллоидный магнит.

В заключение хотелось бы еще раз подчеркнуть, что в данной работе рассмотрена принципиальная особенность эффекта Ааронова-Бома, заключающаяся в том, что ненаблюдаемые, согласно классической электродинамике, величины такие, как векторный потенциал и скалярный потенциал, оказывают наблюдаемое воздействие на поведение квантовых объектов, даже при условии того, что эти объекты не находятся в области воздействия наблюдаемых в общепринятом смысле напряженностей электрического и магнитного полей.

#### Библиографический список

1. Aharonov, Y. Significance of electromagnetic potentials in the quantum theory / Y. Aharonov and D. Bohm // Physical Review. 1959. Vol. 115, Issue 3. P. 485-491.
2. Bayh, W. Messung der kontinuierlichen Phasenschiebung von Elektronenwellen im kraftfeldfreien Raum durch das magnetische Vektorpotential einer Wolfram-Wendel / W. Bayh // Zeitschrift für Physik. 1962. Jg. 169, Heft 4. P. 492-510.
3. Максвелл, Дж. К. Трактат об электричестве и магнетизме. В 2 т. Т. 2 / Дж. К. Максвелл. М.: Наука, 1989.
4. Konopinski, E. J. What the electromagnetic vector potential describes / E. J. Konopinski // American Journal of



Physics. 1978. Vol. 46, Issue 5. P. 499-502.

5. Ehrenberg, W. The refractive index in electron optics and the principles of dynamics / W. Ehrenberg and R.E. Siday // Proceedings of the Physical Society. Section B. 1949. Vol. 62, Issue 1. P. 8-21.
6. Dirac, P.A.M. Quantised singularities in the electromagnetic field / P.A.M. Dirac // Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. 1931. Vol. 133, Issue 821. P. 60-72.
7. Голдштейн, Г. Классическая механика / Г. Голдштейн; 2-е изд.; пер. с англ. М.: Наука, 1975.
8. Парселл, Э. Берклевский курс физики. В 10 т. Т. 2. Электричество и магнетизм / Э. Парселл; 3-е изд., испр. М.: Наука, 1983.
9. Фейнман, Р. Фейнмановские лекции по физике. В 10 т. Т. 2. Излучение. Волны. Кванты. Кинетика. Теплота. Звук / Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сендс. М.: АСТ, 2019.
10. Bocchieri, P. Nonexistence of the Aharonov-Bohm effect / P. Bocchieri and A. Loinger // Nuovo Cimento A. 1978. Vol. 47, Issue 4. P. 475-482; Nonexistence of the Aharonov-Bohm effect II: Discussion of the experiments / P. Bocchieri and A. Loinger // Nuovo Cimento A. 1979. Vol. 51, Issue 1. P. 1-17.
11. Silverman, M. P. Quantum Superposition. Counterintuitive Consequences of Coherence, Entanglement, and Interference / M. P. Silverman. Leipzig: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008.
12. Wu, T. T. Concept of nonintegrable phase factors and global formulation of gauge fields / T. T. Wu, C. N. Yang // Physical Review D. 1975. Vol. 12, Issue 12. P. 3845-3857.
13. Тилли, Д. Р. Свехтекучесть и сверхпроводимость / Д. Р. Тилли, Дж. Тилли. М.: Мир, 1977.

**THE AHARONOV-BOHM EFFECT**

D.V. Churochkin, S.V. Churochkina, K.V. Maximov

Saratov State University

Fundamentals of the Aharonov-Bohm quantum effect are considered in this paper. In addition, a precision experiment, which allows one to definitively corroborate the existence of this effect, is described.

УДК 539.182

**НЕКОТОРЫЕ ДВУМЕРНЫЕ ОДНОЧАСТИЧНЫЕ ЗАДАЧИ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ**

Н.Е. Ньюнко, К.В Санков

Саратовский государственный университет

*Ньюнко Николай Евгеньевич,*

к.ф.-м.н., доцент, инженер кафедры компьютерной физики, Межрайонное ИФНС России №12 по Саратовской области

*Санков Константин Викторович,*

Начальник отдела по ИТ технологиям

Рассмотрены некоторые двумерные одночастичные задачи квантовой механики.

Двумерное уравнение Шредингера [1, 2, 3, 4] имеет вид:

$$[-(\hbar^2/2m)(\partial_x^2 + \partial_y^2) + V]\psi(x,y) = E\psi(x,y) \quad (1)$$

В случае отсутствия потенциала ( $V=0$ ) на плоскости  $XOY$ , уравнение описывает свободную частицу с компонентами  $k_x$  и  $k_y$  волнового вектора  $\mathbf{k}$ , пропорционального импульсу, и с полной энергией  $E = E_x + E_y$ , где  $E_x$  и  $E_y$  – составляющие полной энергии, которые обеспечены соответствующими компонентами вектора  $\mathbf{k}$ . При этом переменные  $x$  и  $y$  разделяются и общее решение двумерного уравнения есть произведение двух общих решений соответствующих одномерных уравнений (используем нестандартные обозначения  $\exp(x) = \underline{E}(x)$ ,  $\exp(ix) = \underline{I}(x)$ ):

$$\begin{aligned} \psi(x,y) &= \varphi(x)\chi(y) \Rightarrow \\ \varphi''(x)/\varphi(x) + \chi''(y)/\chi(y) &= -E = E_x + E_y \Rightarrow \\ \varphi''(x) + E_x \varphi(x) = 0 &\Rightarrow \varphi_L(k_x x) = A_1 \underline{I}(k_x x) + A_2 \underline{I}(-k_x x) \\ k_x &= \sqrt{E_x} \\ \chi''(y) + E_y \chi(y) = 0 &\Rightarrow \chi_L(k_y y) = A_3 \underline{I}(k_y y) + A_4 \underline{I}(-k_y y) \\ k_y &= \sqrt{E_y} \end{aligned}$$

Таким образом, для свободной частицы в общем случае имеем в качестве волновой функции (далее

ВФ) линейную комбинацию четырех линейно-независимых решений

$$\psi(x,y) = \varphi_L(k_x x)\chi_L(k_y y) = [A_1 \underline{I}(k_x x) + A_2 \underline{I}(-k_x x)][A_3 \underline{I}(k_y y) + A_4 \underline{I}(-k_y y)] \quad (2)$$

Далее нас интересуют случаи разных конфигураций свободной части координатной плоскости и бесконечных потенциальных препятствий, обращающих в ноль ВФ частицы. В предыдущей работе [3] рассматривались модификации известной двумерной задачи [1, 2] о частице в бесконечной прямоугольной потенциальной яме (Рис.1).

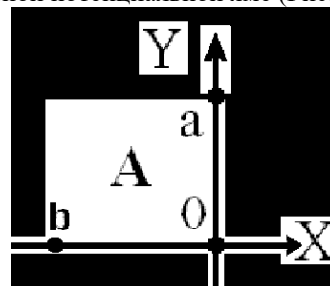


Рис. 1

В таких задачах принципиальным моментом при решении является первичное использование граничных условий, а не выбор конкретного начального состояния, отсутствующего принципиально.

В задачах, рассмотренных в [3], частица принципиально заперта в ограниченной области плоскости, и начальное состояние не определено.

В задаче на рис.1 на границах  $y=0$ ,  $y=a$  и  $x=0$ ,  $x=b$  в области А ВФ  $\psi(x,y)$  должна быть непрерывной, обращаясь в 0.

По этой причине приходим к частице, связанной в яме с бесконечными стенками, описываемой дискретным набором ВФ и дискретным спектром энергии

$$\psi(x,y) = A \sin(m\pi x/b) \sin(n\pi y/a) \quad (3)$$

Для небольшого усложнения предыдущей задачи [3] одну стенку камеры в которой заперта частица можно отодвинуть в  $-\infty$  по  $x$  (Рис. 2):

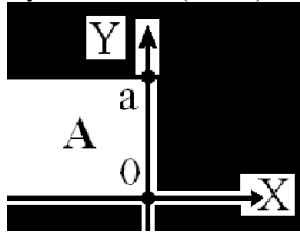


Рис. 2

По-прежнему в области А имеем общее решение  $\psi(x,y) = \varphi_I(k_x, x) \chi_I(k_y, y)$  (1). Требуя зануления ВФ на границах  $y=0$  и  $y=a$  для  $x \in [-\infty, 0]$  соотношений  $\chi_I(k_y, a) = 0$ , получаем, как и в предыдущем случае, аналогичный результат

$$\chi_I(k_y, y) = 2iA_3 \sin(n\pi y/a)$$

но открытость ямы слева приводит не к дискретному набору функций  $\sin(m\pi x/b)$  для  $\varphi_I(k_x, x)$ , а к непрерывной функции  $\sin(k_x x)$ .

Полагая  $\chi_I(0) = \varphi_I(k_x, x)|_{x=0} = 0$  на единственной границе  $x=0$  для  $y \in [0, a]$ , и, соответственно, для ВФ получим

$$\psi(x,y) = A \sin(k_x x) \sin(n\pi y/a) \quad (4)$$

Рассмотрим теперь задачу с полной левой полуплоскостью  $x < b$ , свободной для частицы. Справа остаётся ситуация задачи, соответствующей рис.2.

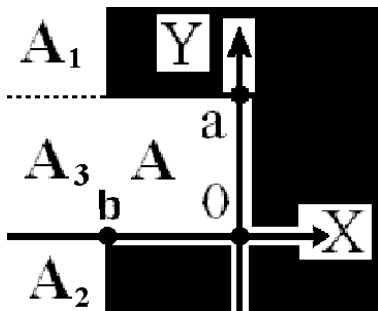


Рис. 3

Для решения подобной задачи необходимо отдельно рассматривать ситуацию в областях А, А<sub>1</sub>, и А<sub>2</sub>. При этом в областях А<sub>1</sub> и А<sub>2</sub> придётся выбирать конкретную ситуацию для налетающей частицы. Проиллюстрируем это на более простом примере - бесконечная стенка на полуплоскости  $x \geq 0$

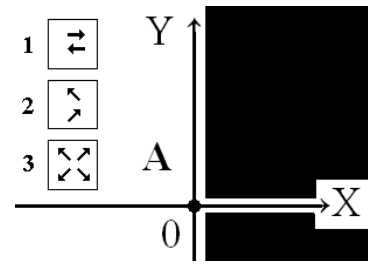


Рис. 4

Случай 1 - одномерная налетающая волна ( $k_y=0$ ) - самый простой. При этом для любой стенки, к которой вектор  $\mathbf{k}(k_x, 0)$  ортогонален, реализуется одномерная ситуация в параллельных плоскостях.

Случай 2 - двумерная налетающая волна. В данном случае  $(\mathbf{k}_x)$  и  $(\mathbf{k}_y)$  положительны, и соответствующее решение принимает вид ( $A_2=A_4=0$ )

$$\begin{aligned} \psi(x,y) &= \varphi_I(k_x, x) \chi_I(k_y, y) = [A_1 I(k_x, x) + A_2 I(-k_x, x)] [A_3 I(k_y, y) + A_4 I(-k_y, y)] \Rightarrow \\ &\Rightarrow \psi(x,y) = A I(k_x, x) I(k_y, y) \end{aligned}$$

Пара компонент  $(\mathbf{k}_x)$  и  $(\mathbf{k}_y)$  для налетающей частицы выбирается при этом в соответствии с механической интерпретацией падения-отражения. После этого на решение накладываются граничные условия.

Случай 3 - выбираем общее решение и накладываем граничные условия, когда все пары вариантов для падающих и отраженных волн имеют место, как в области А на Рис. 4.

Естественно, в конце процедуры необходимо обеспечить непрерывность ВФ на границах раздела областей разбиения.

Далее рассмотрим задачу для свободной частицы в бесконечной полосе  $-\infty < x < +\infty$ , ограниченной бесконечными стенками  $y=0$  и  $y=a$  (Рис.3)

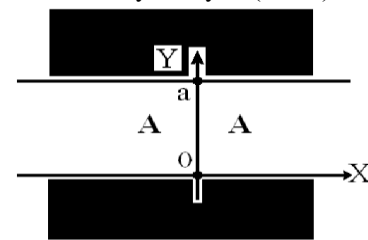


Рис. 5

Как и в предыдущей задаче, условия ограниченности ВФ  $\psi(x,y) = \varphi_I(x) \chi_I(y)$  бесконечными стенками дают  $\chi_I(k_y, y) = 2iA_3 \sin(n\pi y/a)$ . По переменной  $x$  здесь существует, в силу открытости канала слева и справа, запрет на отражение из  $-\infty$  или  $+\infty$  (выбор направления распространения частицы - дело вкуса). Пусть отсутствует отражение из  $+\infty$  по  $x$ , что требует зануления коэффициента  $A_2$  в полученной функции

$$\begin{aligned} \psi(x,y) &= 2iA_3 [A_1 I(\mathbf{k}_1, x) + A_2 I(-\mathbf{k}_1, x)] \sin(n\pi y/a) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \psi(x,y) = A I(k_x, x) \sin(n\pi y/a) \quad (5) \end{aligned}$$

В этом случае вместо стоячей волны-частицы появляется (с учётом зависимости от временной части уравнения Шредингера) волна, распространяющаяся в  $+\infty$ .

Далее, как и в случае задачи Рис.3, рассматриваем предыдущий случай с полной левой полуплоскостью  $x < b$ , свободной для частицы.

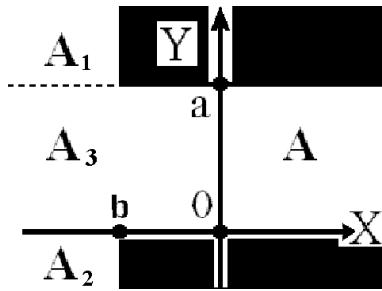


Рис.6

В областях  $A_1$  и  $A_2$  аналогично с задачей, соответствующей Рис.3, надо выбирать конкретную ситуацию для налетающей частицы. В областях  $A_3$  и  $A$  необходимо учитывать отсутствие отраженной волны.

Последняя задача (бесконечный прямоугольный столб потенциала конечной площади на свободной в остальном плоскости  $XOY$ ) интересна тем, что она является в каком-то смысле вывернутой копией задачи о частице в бесконечной прямоугольной потенциальной яме (Рис.1). Решение, однако, существенно громоздче - в областях  $A_4, A_5, A_7$ , частица свободна, а в областях  $A_1, A_3$  - обращение в ноль соответствующих координат на границах  $x=0$   $y=a$ ,  $y=0$ .

В области  $A_2, A_6, A_8$  частица принципиально отсутствует, при выборе положительных компонент  $(\mathbf{k})_x$  и  $(\mathbf{k})_y$ . (Падение на столб из левого нижнего угла). Интересной особенностью является наличие в области  $A_3$  отрицательной компоненты  $(\mathbf{k})_y$  вместо положительной.

В этом смысле задача перекликается с более простой, хотя тоже громоздкой, задачей о бесконечном потенциале на четверти координатной плоскости.

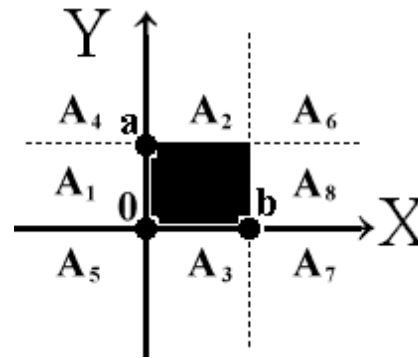


Рис.7

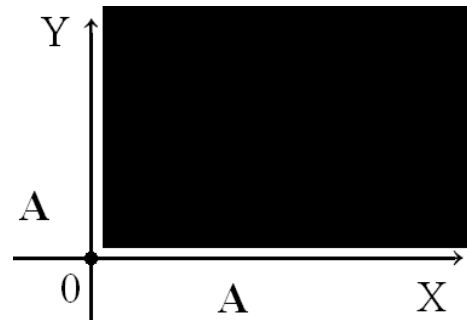


Рис.8

**Библиографический список**

1. Л. Шифф. Квантовая механика. Изд-во ИЛ, М., 1959
2. Э.Флюгге. Задачи по квантовой механике, т.1, Изд-во Мир, М., 1974.
3. Н.Е. Нюнько, К.В.Санков. Некоторые двумерные задачи квантовой механики для областей, ограниченных параллельными бесконечными стенками. // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. - 2019. - В.25. – С. 47-49.
4. Н.Е. Нюнько, К.В.Санков. Особенности постановки задач при решении уравнения Шредингера в случае двумерного постоянного потенциала. // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. - 2016. - В.23. – С. 59-62.

**SOME TWO-DIMENSIONAL ONE-PARTICLE PROBLEMS OF QUANTUM MECHANICS**

<sup>1</sup>N.E. Nyun`co, <sup>2</sup>K.V. Sankov

<sup>1</sup>Saratov state University

<sup>2</sup>Saratov region IFNS RUSSIA №12

The paper regards some two-dimensional one-particle problems of quantum mechanics.

## АППАРАТНО-ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС УПРАВЛЕНИЯ ЛАЗЕРНЫМ СКАНИРУЮЩИМ КОНФОКАЛЬНЫМ МИКРОСКОПОМ

В.Б. Агеев, И.В. Федосов

Саратовский государственный университет

*Агеев Василий Борисович*, магистрант кафедры оптики и биофотоники

*Федосов Иван Владленович*, к.ф.-м.н., доцент кафедры оптики и биофотоники

Рассматриваются варианты построения аппаратно-программного комплекса конфокального микроскопа.

Произведена оценка быстродействия конфокального микроскопа и обсуждение полученных результатов.

### Введение

Конфокальный микроскоп является незаменимым рабочим инструментом научных исследований, который имеет значительные преимущества перед обычным световым микроскопом. Главное отличие конфокального микроскопа от обычного светового микроскопа заключается в том, что оптическая система конфокального микроскопа исключает изображение расфокусированных частей объекта, расположенных вне предметной плоскости.

С помощью конфокального микроскопа в биологии и медицине проводят неразрушающие *in vivo* исследования тканей и клеточных структур [1, 2]. В материаловедении конфокальная микроскопия позволяет производить исследование шероховатости поверхности в реальном масштабе времени с микронным разрешением [3].

В настоящее время конфокальные микроскопы массово представлены на рынке, однако они имеют закрытую конструкцию и достаточно высокую стоимость, что делает невозможным их модификацию для решения конкретных задач без нарушения гарантии и условий сервисной поддержки. Между тем, некоторые задачи, например, исследование живых клеточных культур [4], требуют использования инвертированного микроскопа, а прижизненная (*in vivo*) микроскопия животных – прямого [5]. При этом ни один коммерческий вариант не допускает штатной модификации оптической системы из прямого микроскопа в инвертированный и наоборот.

Современные технологии моделирования методом послойного наплавления (англ. fused deposition modeling, FDM), позволяют без особых трудностей в лабораторных условиях строить самодельные (англ. DIY — Do It Yourself) микроскопы [6]. Многие прецизионные комплектующие, такие как гальванометрические сканеры, микрометрические линейные трансляторы, устройства сбора данных и т.д. можно свободно приобрести в сети интернет. Производители конфокальных микроскопов не раскрывают технических подробностей своей продукции, поэтому в настоящее время существует необходимость в открытой платформе конфокального микроскопа [7 – 12].

Известный пример открытой платформы представляет проект Open Selective Plane Illumination Microscopy (OpenSPIM) [13]. Система OpenSPIM специально разработана простой, компактной, модульной и доступной по стоимости. Простота конструкции OpenSPIM, делает ее отличным учебным пособием. Сочетание

общедоступного аппаратного и программного обеспечения с открытым исходным кодом, создает аппаратно-программную платформу свободно адаптируемую под различные задачи визуализации, создавая отправную точку для создания новых проектов. Общество OpenSPIM активно развивается и приглашает всех желающих принять участие в развитии проекта.

Цель настоящей работы: разработать конструкцию конфокального микроскопа и систему управления ей, которая станет основой открытой платформы конфокальной микроскопии, провести испытания конфокального микроскопа с использованием современного коммерческого аппаратного обеспечения, разработать свободный аппаратно-программный комплекс (АПК), который будет использован в открытой платформе конфокальной микроскопии.

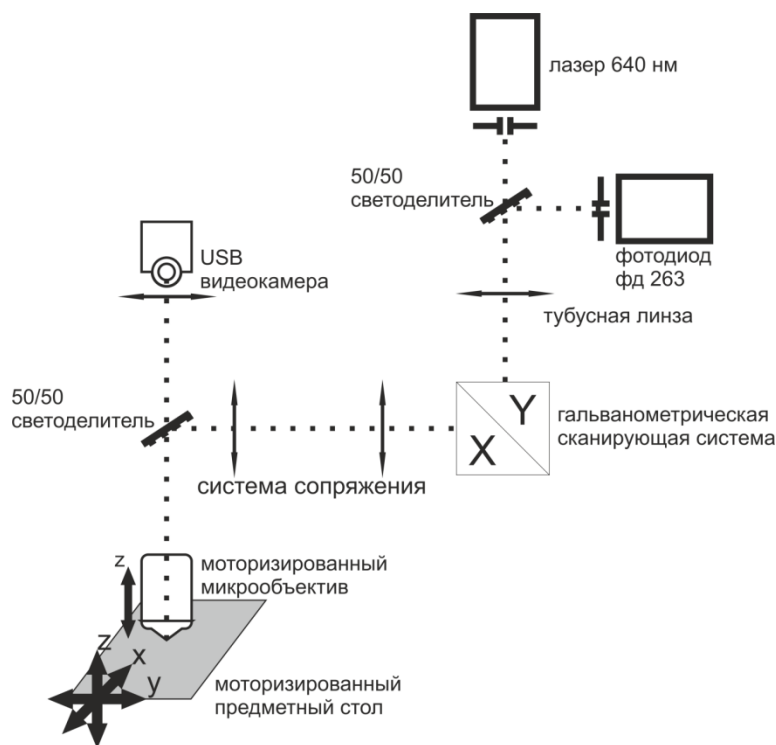
### 1 Материалы и методы

#### 1.1 Конфокальный микроскоп

Конфокальный микроскоп построен по оптической схеме, которая представлена на рис. 1. Оптическая система микроскопа состоит из двух частей, объединенных полупрозрачным зеркалом (светоделитель 50/50). Первая часть оптической схемы образует цифровой микроскоп, составленный из микрообъектива и цифровой видеокамеры DCC1545M, (Thorlabs Inc. США). Для расширения поля зрения микроскопа, перед цифровой камерой установлена положительная линза Барлоу. Вторая часть оптической схемы содержит двухкоординатную гальванометрическую систему сканирования AT20-081X (Binkairui Light Store, КНР), оптическую систему сопряжения и конфокальный модуль. Конфокальный модуль состоит из тубусной линзы, конфокальных диафрагм, полупроводникового лазера с длиной волны 640 нм и фотодиода ФД-263 (Россия). Через полупрозрачные зеркала (светоделитель 50/50), происходит оптическое сопряжение конфокальных диафрагм, а так же выполняется одновременная работа двух частей конфокального микроскопа, на один микрообъектив.

Объектив микроскопа оснащен независимым моторизованным линейным микрометрическим транслятором, который обеспечивает вертикальное перемещение с дискретностью шага равной 0,5 мкм, диапазон перемещения 5 мм. Независимое перемещение объектива микроскопа необходимо для того, чтобы получать сканирование по глубине образца в случае, когда перемещение исследуемого объекта (столика) нежелательно, например, чтобы исключить воздействие вибрации на живой организм.





**Рисунок 1** – Оптическая схема конфокального микроскопа.

Моторизированный предметный стол состоит из трех линейных трансляторов 8MT167-25 (Standa, Литва). Линейные трансляторы обеспечивают независимое линейное перемещение предметного столика вдоль трех взаимно перпендикулярных осей. Шаг перемещения равен 0,5 мкм, диапазон перемещений 25 мм × 25 мм × 20 мм.

Кадр размером 500×500 точек сканируется конфокальным микроскопом за 1 секунду. Скорость сканирования конфокального микроскопа, прежде всего, ограничена полосой пропускания усилителя фотодиода. Ограничение полосы пропускания усилителя фотодиода по частоте снизу будет приводить к тому, что конфокальный микроскоп не будет различать плавные изменения яркости, а ограничение полосы пропускания усилителя по частоте сверху будет определять общее быстродействие сканирующей системы.

Латеральная (поперечная) разрешающая способность в плоскости изображения конфокального микроскопа определяется согласно критерию Рэлея:

$$\Delta XY = \frac{0.61 \lambda}{NA} \quad (1)$$

где  $\lambda$  - рабочая длина волны конфокального микроскопа, NA – числовая апертура применяемого микрообъектива.

Аксиальная (продольная) разрешающая способность в плоскости изображения конфокального микроскопа определяется по следующей формуле:

$$\Delta z = \frac{1.4n \lambda}{(NA)^2} \quad (2)$$

Расчетные значения разрешающей способности микроскопа с объективами 10×, 40×, 50× и 63× представлены в табл. 1.

**Таблица 1.** Расчетная разрешающая способность конфокального микроскопа

Объектив		Поле зрения, мкм	Латеральное разрешение, мкм	Аксиальное разрешение, мкм
Увеличение, крат	Числовая апертура			
10	0,24	550 × 440	1,6	15,5
40	0,65	138 × 110	0,61	2,2
50	0,8	110 × 88	0,49	1,4
63	0,9*	87 × 70	0,43	1,4

\*водная иммерсия

### 1.2 Система управления конфокального микроскопа на основе универсального устройства сбора данных

Для испытания разработанной оптико-механической системы конфокального микроскопа была использована система управления конфокального микроскопа построенная на основе универсального устройства сбора данных USB6363 (National Instruments, США). Устройство имеет 32 аналоговых входа с разрешением 16 бит, и

максимальной частотой дискретизации 2 МГц, 2 аналоговых выхода 16 бит, 2,9 МГц, 48 цифровых вводов-выводов. Связь устройства с персональным компьютером осуществляется по шине USB. Блок-схема системы управления конфокальным микроскопом показана на рис. 2 (а).

Сканирующая система конфокального микроскопа управляется пилообразными сигналами строчной и кадровой развертки, которые генерируются программно и воспроизводятся через

цифро-аналоговый преобразователи (ЦАП) устройства. Установка частоты строчной развертки равной 500 Гц, и кадровой в 1 Гц, обеспечивает сканирование за 1 секунду кадра размером 500x500 точек.

Шаговый двигатель привода линейного перемещения микрообъектива управляется цифровыми сигналами STEP/DIR через интегральный драйвер шагового двигателя A4988.

Модулятор лазера выполняет управление рабочим током лазера, а так же обеспечивает выключение лазера при обратном ходе гальванометра.

### 1.3 Система управления конфокального микроскопа на основе звуковой карты

Для управления конфокальным микроскопом на основе открытой платформы нами предлагается использование встроенной звуковой карты персонального компьютера (ПК).

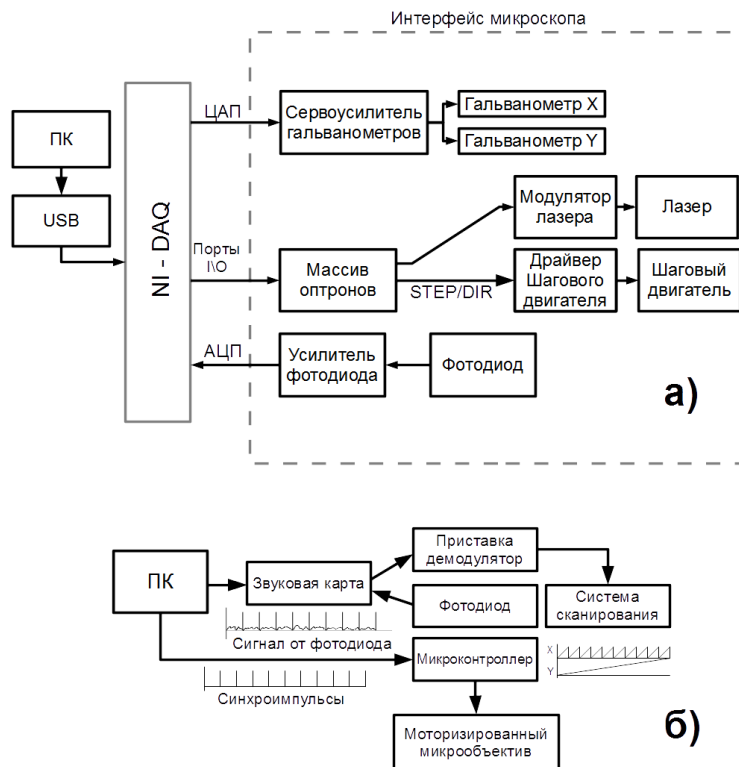


Рисунок 2. а) – блок схема интерфейса

управления конфокального микроскопа; б) – блок

На рис. 2 (б) показана блок-схема системы управления конфокальным микроскопом на базе звуковой карты ПК. Аналоговые сигналы воспроизводятся напрямую средствами аудио карты. Цифровой интерфейс управления построен на микроконтроллере Atmega8 (Atmel, США). Синхронизация работы ввода/вывода аналогового и цифрового сигнала осуществляется программно по интерфейсу UART.

Частотный диапазон встроенной звуковой карты составляет от 20 Гц до 96 кГц. Снизу частотный диапазон ограничен схемой выходных каскадов звуковой карты, а именно наличием выходных разделительных конденсаторов, которые выполняют развязку выхода звуковой карты и нагрузки по постоянному напряжению. Разделительные конденсаторы звуковой карты выполняют дифференцирование пилообразного сигнала, что приводит к искажению формы управляющего напряжения. Для устранения негативного действия разделительных конденсаторов на форму управляющего напряжения кадровой и строчной развертки сканирующей системы, нами была разработана приставка-демодулятор.

схема системы управления конфокального микроскопа на базе звуковой карты.

Управляющий пилообразный сигнал модулирует по амплитуде гармонический сигнал с частотой 5 кГц, глубина модуляции 100%. Форма и огибающая амплитудно-модулированного гармонического сигнала практически не искажается разделительными конденсаторами звуковой карты. Приставка-демодулятор выполняет выпрямление модулированного гармонического сигнала квадратичным интегральным выпрямителем AN6884B. Постоянная времени сглаживающего фильтра, установленного после детектора, подобрана таким образом, что приставка-демодулятор позволяет извлекать огибающую управляющего сигнала, частота которой может достигать более 50 Гц.

Исходя из действующей полосы пропускания звуковой карты в 96 кГц, кадр 500x500 точек может сканироваться примерно за 3 секунды.

### 1.3 Программное обеспечение

Перед началом работы АПК, выполняется обязательная инициализация устройств ввода-вывода (ЦАП, АЦП, цифровой порт ввода/вывода). Далее происходит генерация управляющих сигналов для строчной и кадровой развертки. Основной цикл

алгоритма выполняет управление, строчной разверткой сканирующей системы микроскопа обеспечивая синхронное построчное растровое сканирование и запись полезного (отраженного) сигнала. После каждой итерации сканирования, данные копируются во временный буфер, в котором происходит накопление и формирование результирующего конфокального изображения. Каждая итерация основного цикла завершается генерацией строчного и кадрового синхроимпульса. В зависимости от режима сканирования, действия АПК при генерации строчного и кадрового синхроимпульсов различные.

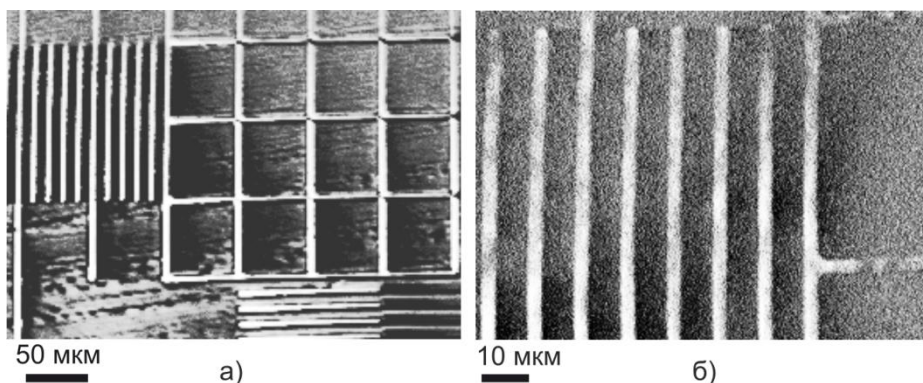
Алгоритмы программного обеспечения для управления звуковой картой и устройством данных NI - USB6363 практически идентичны и различаются незначительно в этапах начальной инициализации.

## 2 Результаты и обсуждение

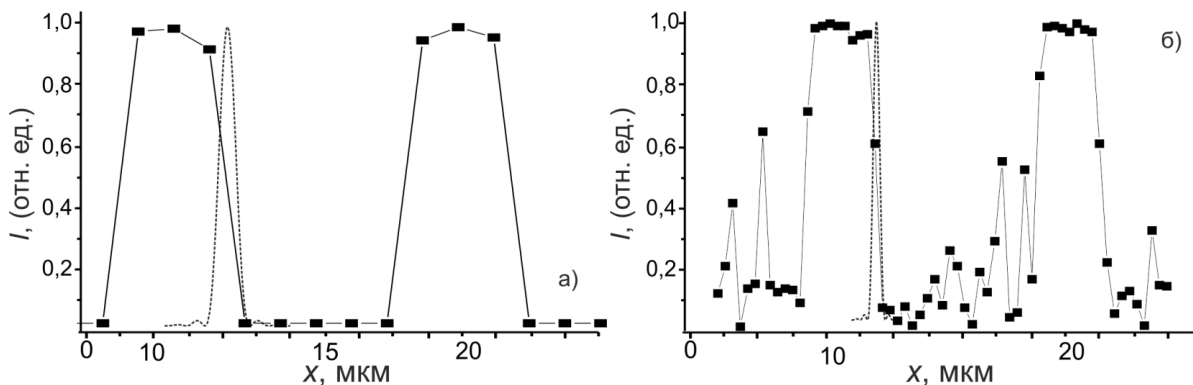
### 2.1 Конфокальный микроскоп

Испытания оптико-механической части конфокального микроскопа проводилось с использованием устройства сбора данных NI-USB6363, которое имеет высокое быстродействие АЦП/ЦАП и предоставляет удобный и легко настраиваемый интерфейс ввода-вывода аналогового и цифрового сигнала.

Для оценки реальной разрешающей способности конфокального микроскопа используется объект-микрометр Microscope Stage Micrometer (Yegren, КНР). Объект-микрометр представляет собой стеклянную подложку с нанесенными штрихами. Результат сканирования объект-микрометра приведен на рис. 4



**Рисунок 3** (а) – конфокальное изображение объект – микрометра, объектив 10х, NA = 0,24; (б) конфокальное изображение объект микрометра, объектив 40х, NA = 0,65; цена деления 10 мкм;



**Рисунок 4** – Профили интенсивности изображения объект – микрометра (■) и теоретической функции рассеяния точки объектива микроскопа (---); (а) – объектив 10х, NA = 0,24 ; (б) – объектив 40х, NA = 0,65;

Качество и контраст получаемых изображений значительно зависит от отражающей способности исследуемого объекта. Например, хорошо отражающий кристалл интегральной микросхемы ОРТ101 дает контрастное и качественное изображение, которое представлено на рис. 6. Учитывая, что стоимость всех компонентов конфокального микроскопа не превышает \$100, конфокальный микроскоп обеспечивает удовлетворительное быстродействие и качество изображений.

На рис. 5 показаны профили интенсивности изображения объект – микрометра (сплошная

линия) и теоретической функции рассеяния точки объектива микроскопа (пунктирная линия). На рис. 5 видно, что ширина фронта импульса соответствует диаметру теоретического диска Эйри, таким образом, параметры управления сканирующей системы выбраны верно, и оптическая система обеспечивает разрешающую способность близкую к теоретической.

Анализ управляющих сигналов конфокального микроскопа показал, что для управления сканирующей системой микроскопа будет достаточно применения встроенных в звуковой карте ПК ЦАП/АЦП. Так как аналоговый тракт

(усилитель фотодиода) конфокального микроскопа не обладает должным быстродействием. То есть быстродействие микроскопа ограничено частотой дискретизации АЦП звуковой карты. Таким образом, можно будет полностью отказаться от дорогостоящей платы сбора данных NI-USB6363 в пользу доступной и недорогой звуковой карты.



**Рисунок 5** – Конфокальное изображение ИМС ОРТ101

## 2.2 Управление конфокальным микроскопом при помощи звуковой карты

Эксперименты с использованием устройства сбора данных NI показали предельные возможности нашего конфокального микроскопа, но в действительности для работы сканирующей системы микроскопа высокое быстродействие не требуется, по той причине, что фотодиод не будет регистрировать сигналы, частота которых выше 10 кГц. Таким образом, мы не выходим за пределы рабочего диапазона звуковой карты персонального компьютера. Но без дополнительного оборудования звуковая карта не пригодна для работы с конфокальным микроскопом. Прежде всего, это связано с тем, что буферизация данных ЦАП и АЦП звуковой карты, инициализируется драйвером с задержкой в несколько миллисекунд. Нарушение синхронизации буферов чтения/записи для нас недопустимо. При этом длительность данной задержки является непостоянной. Для обеспечения строчной синхронизации в полезный сигнал, снимаемый с фотодиода, следует добавлять

синхроимпульс. Данный синхроимпульс, будет обозначать начало строки при каждом сканировании. При такой предварительной подготовке полезного сигнала, станет возможным программно определять начало каждой строки, декодируя все изображение целиком.

### Заключение

Нами был разработан аппаратно-программный комплекс управления конфокальным микроскопом. Мы разработали и построили оптико-механическую часть конфокального микроскопа, работа которой проверена с использованием быстродействующей системы сбора данных. Нами предложен вариант построения АПК конфокального микроскопа на базе звуковой карты ПК, который позволяет отказаться от дорогостоящего оборудования, и позволяет экспериментатору самостоятельно сделать систему управления конфокальным микроскопом, имея под рукой только ПК.

Конфокальный микроскоп имеет приемлемое быстродействие, основным преимуществом конфокального микроскопа является возможность оптического секционирования. При этом сканирование неподвижных образцов можно успешно выполнять на невысокой скорости, с высокой детализацией, достаточной для решения рутинных задач исследования неподвижных биологических объектов.

Вариант управления конфокальным микроскопом со звуковой картой имеет ограниченное в три раза быстродействие чем, вариант со специальной картой сбора данных. При использовании звуковой карты быстродействие микроскопа в три раза ниже, чем при использовании многофункциональной системы сбора данных, а стоимость системы ниже в 30 раз (\$100 против \$3000).

Нами разработан комплект алгоритмов управления, регистрации и обработки сигнала при помощи звуковой карты и платы сбора данных от NI. Алгоритмы реализованы в среде программирования LabVIEW, но без особых затруднений могут быть перенесены на другие языки программирования, и использование данных алгоритмов и программного обеспечения будет бесплатным.

### Библиографический список

1. Ilie M. A. et al. In vivo confocal laser scanning microscopy imaging of skin inflammation: Clinical applications and research directions //Experimental and therapeutic medicine. – 2019. – Т. 17. – №. 2. – С. 1004-1011.
2. Ceriani F. et al. Dynamic coupling of cochlear inner hair cell intrinsic Ca<sup>2+</sup> action potentials to Ca<sup>2+</sup> signaling of non-sensory cells //BioRxiv. – 2019. – С. 731851.
3. Matos B. D. M. et al. Evaluation of commercially available polylactic acid (PLA) filaments for 3D printing applications //Journal of Thermal Analysis and Calorimetry. – 2019. – Т. 137. – №. 2. – С. 555-562.
4. Lewin A. E. et al. Optogenetic and pharmacological evidence that somatostatin-GABA neurons are important regulators of parasympathetic outflow to the stomach //The Journal of Physiology. – 2016. – Т. 594. – №. 10. – С. 2661-2679.
5. Lupu M. et al. A retrospective study of the diagnostic accuracy of in vivo reflectance confocal microscopy for basal cell carcinoma diagnosis and subtyping //Journal of clinical medicine. – 2019. – Т. 8. – №. 4. – С. 449.

6. Antunes M. M., de Carvalho E., Menezes G. B. DIY:“Do Imaging Yourself”–Conventional microscopes as powerful tools for in vivo investigation //The international journal of biochemistry & cell biology. – 2018. – Т. 94. – С. 1-5.
7. Bornhorst J., Nustede E. J., Fudickar S. Mass Surveillance of *C. elegans*—Smartphone-Based DIY Microscope and Machine-Learning-Based Approach for Worm Detection //Sensors. – 2019. – Т. 19. – №. 6. – С. 1468.
8. Muldoon T. J. et al. High-resolution imaging in Barrett's esophagus: a novel, low-cost endoscopic microscope //Gastrointestinal endoscopy. – 2008. – Т. 68. – №. 4. – С. 737-744.
9. Mariani O. et al. Reconstruction of image sequences from ungated and scanning-aberrated laser scanning microscopy images of the beating heart //IEEE Transactions on Computational Imaging. – 2019.
10. Liu C. et al. The integrated high-resolution reflection-mode photoacoustic and fluorescence confocal microscopy //Photoacoustics. – 2019. – Т. 14. – С. 12-18.
11. Pellegrino G. S. Design of a Low-Cost Data Acquisition System for Rotordynamic Data Collection. – 2019.
12. Pitrone P. G. et al. OpenSPIM: an open-access light-sheet microscopy platform //nature methods. – 2013. – Т. 10. – №. 7. – С. 598-599.

**HARDWARE AND SOFTWARE COMPLEX FOR CONTROLLING  
A LASER SCANNING CONFOCAL MICROSCOPE**

V.B. Ageev, I.V. Fedosov

Saratov State University

Options for constructing a confocal microscope hardware and software complex are considered. The speed of the confocal microscope was evaluated and the results were discussed.

## ОСОБЕННОСТИ ИОНА ЛИТИЯ

И.Ю. Клугман

*Клугман Илья Юльевич к. т. н.*

Статья посвящена расчету параметров катиона лития, который отличается от рассчитываемых по единым формулам для всех одновалентных анионов и катионов  $Na^+, K^+, Rb^+, Cs^+$ . Это вызвано малым радиусом иона  $Li$  у которого гидратная оболочка состоит из двух слоев, в отличие от остальных ионов, оболочки которых уместаются в один слой. Это изменяет формулы для расчета параметров лития. Однако формулы для расчета характеристик электролитов, таких как эквивалентная электропроводность, коэффициент диффузии, относительная вязкости, и др. остаются неизменными для всех ионов.

**Введение**

Предлагаемая гидратационная модель объясняет отличие катиона лития от остальных четырех катионов. Молекулы воды в гидратной оболочке иона натрия занимают его поверхность. К иону лития, имеющему меньший радиус и большую энергию поля, присоединяется большее количество молекул воды  $h$ , и они не уместаются в один слой. Следовательно, возникают два слоя, и поэтому формулы расчёта числа гидратации  $h$  у катиона лития отличаются от формул, одинаковых для всех остальных ионов. Вместе с тем, как будет показано ниже, формулы для расчёта эквивалентной электропроводности  $\lambda$ , коэффициента диффузии  $D$  и относительной вязкости  $\eta_r$  остаются едиными для всех ионов.

**1. Влияние гидратации на параметры иона**

При попадании кристаллов соли в водную среду полярные молекулы воды за счет ионно-дипольного взаимодействия производят разделение кристалла на анионы и катионы, т. е. происходит электролитическая диссоциация. Одновременно с процессом диссоциации происходит процесс гидратации, который принято разделять на первичную и вторичную.

Первичная гидратация определяет изменения, которые происходят с ионом, за счет его взаимодействия с молекулами воды, а вторичная гидратация определяет изменения в околоионном пространстве. Известно, что за счёт первичной гидратации  $h$  молекул воды пристают к иону, образуя гидратированный ион радиусом  $r_{ih}$ , который ведет себя, как кинетически однородное тело. Число гидратации  $h$  может служить мерой первичной гидратации, а радиус гидратированного иона  $r_{ih}$  выбран в качестве параметра модели, характеризующий свойство иона в результате первичной гидратации.

За счет вторичной гидратации между гидратированным ионом и водной средой образуется буферная зона толщиной  $b_{i2}$ , увеличивающая объем электролита на величину  $V_{i+}$ . Буферная зона образуется и перемещается за счёт энергии иона, вызывая локальное уменьшение вязкости  $\eta_l$ , пропорциональное  $b_{i2}$ . Величина  $\Delta V_{i+}$  служит мерой вторичной гидратации, а  $b_{i2}$  – параметром модели, её отражающим.

Б.В. Дерягин [1], на примере процесса адсорбции показал, что при взаимодействии адсорбирующей поверхности с молекулой воды, происходит нарушение закона Архимеда. В электролитах за счет процесса гидратации также происходит нарушение закона Архимеда. Для

численных расчетов параметров ионов в результате гидратации важно знать, произошло ли нарушение закона Архимеда, и в каком объеме произошло это нарушение. Для решения этой задачи, в [2] был предложен новый параметр  $K_A$ , который фактически является несколько измененным кажущимся молярным объемом  $\Phi$ .

Кажущийся молярный объём  $\Phi$  был введен как вспомогательная характеристика, необходимая для определения парциального объема  $\bar{V}_2$ , но при этом не учитывалась физическая сущность  $\Phi$  и его связь с гидратацией. Величина  $\Phi$  в  $см^3/моль$  определяется формулой:

$$\Phi = \frac{1000}{cd\Phi_0}(d_0 - d) + \frac{M_2}{d_0},$$

где  $M_2$  – молярная масса соли в г,  $d_0$  и  $d$  – плотности воды и электролита в  $г/см^3$ ,  $C$  – концентрация в моль/л.

Обозначая через  $V_w$  объем воды в 1 литре электролита, получим:

$$\Phi = \frac{[1000d_0 - (V_w d_0 + M_2 c)] + M_2 c}{cd_0} = \frac{1000 - V_w}{c}.$$

При приготовлении электролита с концентрацией  $c$  моль/л насыпается  $C$  молей соли и добавляется воды, столько чтобы объем раствора был равен одному литру. Поэтому при отсутствии взаимодействия между ионом и водой параметр  $\Phi$  в  $см^3/моль$  в должен быть равен объему ионов:

$$V_i = \frac{4\pi}{3} N_A (r_a^3 + r_c^3) = 2.523(r_a^3 + r_c^3),$$

где  $r_a$  и  $r_c$  – радиусы анионов и катионов в  $\text{Å}$ ,  $N_A$  – число Авогадро.

Предложенный параметр – индикатор нарушения закона Архимеда в электролите, равен разности между кажущимся молярным объемом и объемом самих ионов:

$$K_{Aac} = \Phi - 2.523(r_a^3 + r_c^3). \quad (1)$$

Если в электролите отсутствует взаимодействие иона с водой то  $K_{Aac} = 0$ . Если за счет взаимодействия иона с водой произошло уменьшение или увеличение объема электролита числовое значение  $K_{Aac}$  покажет, на сколько  $см^3$  изменился каждый литр электролита, а знак укажет, увеличился или уменьшился объем. Однако, если в электролите произойдут одновременно увеличение и уменьшение объема, то значение  $K_{Aac}$  будет равно разности этих величин. Как будет показано ниже, значение  $K_{Aac}$  входит в ряд формул определяющих параметры гидратированных ионов, поэтому необходимо определить зависимость  $\Phi = f(c)$  и  $K_{Aac} = f(c)$  с точностью двух десятичных знаков в пределах



## ДИСКУССИЯ

рассматриваемых нами концентрации  $c = 0 \div 0.20$  моль/л.

Для одновалентных ионов эта задача была решена путем представления  $\Phi$  как функции от удельного веса  $\gamma$  а не плотности  $d$  потому что  $d$  не является аддитивной величиной, в то время как  $\Phi$ ,  $K_{Aac}$  и  $\gamma$  являются аддитивными величинами. Значение  $\Phi = f(\gamma)$  можно определить по формуле:

$$\Phi = M_2\gamma_0 + \frac{1000(\gamma - \gamma_0)}{c \gamma},$$

где  $\gamma = 1/d$ ,  $\gamma_0 = 1/d_0$ .

Если выразить  $\gamma$  в виде полинома:

$$\gamma = 1/d = 1/d_0 + Ac + Bc^2 + Dc^3,$$

То:

$$\Phi = M_2/d_0 + 1000 \frac{A+Bc+Dc^2}{1/d_0+Ac+Bc^2+Dc^3},$$

а:

$$\Phi_0 = M_2/d_0 + 1000Ad_0.$$

Для получения значений  $\Phi$  и  $K_{Aac} = f(c)$  с точностью двух десятичных знаков желательно определять  $d$  с точностью семи десятичных знаков, но можно ограничиться шестью знаками. Для расчета соли лития были использованы следующие работы: для соли  $LiCl$  [3], [4] с семью десятичными знаками и [5], [6] с шестью десятичными знаками, для соли  $LiBr$  [4], [5] с шестью десятичными знаками, а для соли  $LiJ$  [7]. с пятью десятичными знаками, а для соли  $LiF$  [4], с шестью десятичными знаками но в пределах  $c = 0.025 \div 0.035$ . Эти работы фактически позволяют определить  $\Phi$  и  $K_{Aac}$  с нужной точностью не только для электролита  $LiCl$ , принимая принцип аддитивности параметров  $\Phi$  и  $K_{Aac}$  в случаях, когда экспериментальные данные известны только в узких пределах. Результаты расчетов приведены в Таблице 1.

**Таблица 1.** Значения  $\Phi = f(c)$  и  $K_{Aac} = f(c)$  для ионов  $Li, F, Cl, Br, J$ .

	<i>LiF</i> 0.02794 $r_{iLi} = 0.595$ $r_{iF} = 1.326$	A=- B=0.00377 D=0.00154	<i>LiCl</i> $r_{iLi} = 0.602$ $r_{iCl} = 1.814$	A=-0.02529 B=0.00259 D=0.00085	<i>LiBr</i> $r_{iLi} = 0.602$ $r_{iBr} = 1.960$	A=-.063180 B=0.00565 D=0.00100	<i>LiJ</i> 0.09905 $r_{iLi} = 0.602$ $r_{iF} = 2.156$ D=0.00233	A=- B=0.01189
C	$\Phi$	$K_{Aac}$	$\Phi$	$K_{Aac}$	$\Phi$	$\Delta K_{Aac h}$	$\Phi$	$K_{Aac}$
0.000	-1.84	-8.25	17.31	1.70	24.11	4.56	35.47	9.63
0,001	-1.84	-8.25	17.31	1.70	24.11	4.56	35.47	9.63
0.005	-1.83	-8.24	17.32	1.71	24.12	4.57	35.48	9.64
0.010	-1.81	-8.22	17.33	1.72	24.13	4.58	35.49	9.65
0.020	-1.78	-8.19	17.35	1.74	24.14	4.59	35.51	9.67
0.050	-1.69	-8.10	17.41	1.80	24.19	4.64	35.57	9.73
0.100	-1.56	-7.97	17.50	1.89	24.27	4.72	35.67	9.83
0.200	-1.30	-7.71	17.66	2.05	24.42	4.87	35.85	10.01

Точность полученных значений  $\Phi$  и  $K_{Aac}$  может быть оценена сравнением расчетных значений плотности  $d_{cal}$ , с экспериментальными  $d_{ex}$ . Среднеквадратичная погрешность у электролитов  $LiCl$  по [3], [4] и [5]  $\sigma = 0.00046\%$ , у  $LiBr$  по [4] и [5]  $\sigma = 0.00058\%$ , у  $LiJ$  по [7]  $\sigma = 0.017\%$ , а у  $LiF$  по [4]  $\sigma = 0.00025\%$ . Таким образом, данные Таблицы 1 обладают достаточно высокой точностью и могут использоваться для расчетов параметров модели.

Индикатор нарушения закона Архимеда у одних электролитов имеет положительное, а у других – отрицательное значение. Уменьшение объема электролита может происходить только за счет более плотной упаковки молекул воды в гидратной оболочке. При вторичной гидратации, каждый гидратированный ион обволакивается буферной зоной толщиной  $b_{i2}$  и объемом  $v_{i+}$ . Поэтому значение  $K_{Aac}$  может быть положительным или отрицательным в зависимости от того, какая гидратация превалирует -- первичная или вторичная. Обозначение  $K_{Aac}$  относится к электролитам, где присутствуют анионы и катионы. Индикатор отдельных ионов будем обозначать  $K_{Ai}$  для общего случая, а порознь у анионов, как  $K_{Aa}$ , у катионов, как  $K_{Ac}$ .

Объем, занимаемый молекулой  $H_2O$  при  $t = 25^\circ C$  с учетом того, что молярная масса воды

$M_w = 18,015$  г а плотность  $d = 0.997$  г/см<sup>3</sup>, равен:

$$v_{25} = \frac{M_w}{d_{NA}} = 30.00 \text{ \AA}^3, \quad (2)$$

Объем самой молекулы воды равен  $v_w = 11.25 \text{ \AA}^3$  [8].

Следовательно, молекула в воде занимает объем, почти в три раза больший, ее собственного объема. В гидратной оболочке молекула воды занимает объем меньший, чем  $30.0 \text{ \AA}^3$  за счет более плотной упаковки. Для учета уменьшения объема электролита можно использовать понятие коэффициента упаковки, равного отношению объема молекулы воды  $v_w$  к объему  $v_h$ , который она занимает в рассматриваемой упаковке. В воде этот коэффициент равен  $K_{pw} = v_w/v_h = 0.375$ . Если коэффициент упаковки молекулы воды в гидратной оболочке обозначить чрез  $K_{ph}$  то объем занимаемый молекулой воды будет  $v_h = 11.25/K_{ph}$ .

Расчёты показали [9], что молекулы воды одинаково «уплотняются» у всех ионов, а значение  $K_{ph} = 0.526$ , поэтому и для расчетов иона лития мы должны принять тоже значение  $K_{ph}$ . Следовательно, объем молекулы воды в гидратной оболочке равен:

$$v_h = \frac{11.25}{0.526} = 21.37 \text{ \AA}^3 \quad (3)$$



Если известно число гидратации  $h_i$ , то радиус гидратированного иона

$$r_{ih} = \sqrt[3]{r_i^3 + \frac{3}{4\pi} v_m h_i} = \sqrt[3]{r_i^3 + 5.102 h_i \text{ \AA}} \quad (4)$$

Уменьшение объема электролита за счёт моля воды в гидратной оболочке согласно (2) и (3)

$$\Delta V_- = N_A (30.00 - 21,37) h_i = 5.198 h_i \text{ см}^3/\text{моль} \quad (5)$$

Увеличение объема электролита, вызванное вторичной гидратацией:

$$\Delta V_{i+} = \Delta V_{ih} + 5.198 h_i \text{ см}^3/\text{моль} \quad (6)$$

Наличие прослойки буферной зоны между ионом и водной средой снижает локальную вязкость  $\eta_i$  пропорционально  $b_{i2}$ , равной

$$b_{i2} = \sqrt[3]{r_{ih}^3 + \frac{3\Delta V_+}{4\pi N_A}} - r_{ih} = \sqrt[3]{r_{ih}^3 + 0.396 \Delta V_+} - r_{ih} \text{ \AA} \quad (7)$$

Из сказанного видно, что значение индикатора нарушения закона Архимеда прямо или косвенно входит в расчетные формулы параметров иона и,

**Таблица 2.** Радиусы иона лития в  $\text{\AA}$  согласно различным публикациям.

$r_i$	0.59	0.60	0.67	0.68	0.69	0.758	0.71	0.76	0.78
Лит.	10	11	12	13	14	15	14	10	16

Из Таблицы 2 следует, что величина радиуса иона лития до сих пор точно не определена, что позволяет разным авторам оперировать и рекомендовать разные значения  $r_i$ . Это затрудняет расчет параметров иона лития, т. к. требует использовать все эти значения  $r_i$  с учетом третьего десятичного знака, и определить при каком значении  $r_i$  получаем правильные значения параметров иона лития – радиус гидратированного иона  $r_{ih}$ , и толщина буферной зоны  $b_{i2}$ , обеспечивающих максимальную точность расчета характеристик электролитов содержащих ион лития. Чтобы не загромождать текст статьи дополнительными данными, опустим кропотливый и длительный процесс расчета всех значений  $r_i$  и ограничимся сообщением, что радиус иона лития  $r_i = 0.595 \text{ \AA}$  является оптимальным, и поясним, как при этом радиусе производятся расчеты параметров иона  $r_{ih}$  и  $b_{i2}$ , и как с их помощью можно определить характеристики электролитов.

Особенность иона лития в его малом радиусе и большой энергии электрического поля, способной притянуть к себе больше молекул воды, чем умещаются на его поверхности. Поэтому его гидратная оболочка состоит из двух слоев, и в первую очередь необходимо определить, сколько молекул воды помещаются на его поверхности. Выше было сказано, что объем самой молекулы воды равен  $v_w = 11.25 \text{ \AA}^3$ , форма ее практически сферическая с радиусом  $r_w = 1.39 \text{ \AA}$ , а объем, который занимает молекула воды в гидратной оболочке  $v_h = 21.37 \text{ \AA}^3$ , соответствует плотному прилеганию шаров друг к другу. Если полагать, что к иону радиусом  $r_i$  прилегают шесть шаров радиусом  $r_w$ , то в срезе к окружности радиусом  $r_i = 0,595 \text{ \AA}$  должны примыкать 4 окружности радиусом  $r_w = 1.39 \text{ \AA}$ . Простой геометрический расчет показывает, что для плотного примыкания 4 окружностей радиусом  $r_w = 1.39 \text{ \AA}$  к внутренней окружности ее радиус должен быть больше или

следовательно, играет важную роль при расчете предлагаемой модели электролита.

## 2. Расчет параметров иона лития

Одновалентные катионы и анионы отличаются друг от друга только своим радиусом, вместе с тем различные характеристики электролитов с этими ионами очень сильно отличаются друг от друга. Это позволяет сделать вывод, что радиус иона является основным параметром, определяющим свойства электролитов, и при расчетах необходимо знать величину его радиуса с точностью трех десятичных цифр. Однако в справочниках и статьях различные авторы приводят и используют при расчетах значения радиуса иона  $r_i$  в основном только с двумя десятичными цифрами. В Таблице 2 приводятся радиусы иона лития, опубликованные в литературе различными авторами.

равен  $1.39(\sqrt{2} - 1) \text{ \AA}$ , только если поверхность сферы радиусом  $r = r_i + r_w$  больше 6 поверхностей окружностей радиусов  $r_w$ . Можно утверждать, что вокруг такого иона может поместиться шесть молекул воды. В рассматриваемом случае  $r_i = 0,595 \text{ \AA}$ , поверхность сферы  $S = 49,27 \text{ \AA}^2$  а площадь шести кругов  $S_6 = 36,42 \text{ \AA}^2$ . То, что площадь  $S$  больше площади  $S_6$  на 35 % гарантирует возможность присоединить шесть молекул воды. Присоединение седьмой молекулы воды сможет произойти только при  $r_i = 0,78 \text{ \AA}$  когда  $S = 59.17 \text{ \AA}^2$  а  $S_7 = 42.49 \text{ \AA}^2$ . Следовательно, число молекул в первом слое будет равно  $h_1 = 6$  у ионов с радиусами  $r_i = 0,59 \div 0,77 \text{ \AA}$  а  $h_1 = 7$  при  $r_i \geq 0.78 \text{ \AA}$ .

Число молекул воды, присоединенных к иону обозначается  $h$ , и называется так же числом гидратации, определяется энергии иона, т. е. энергии поля в объеме гидратной оболочки. Следует так же учитывать, что молекулы воды при переходе в гидратную оболочку приносят свое электрическое поле, увеличивая тем самым энергию притяжения молекул воды. В случае, когда молекулы воды умещались в одном слое величина  $h$  при бесконечном разбавлении определялась по формуле [9]:

$$h_{i0} = 10,57 \left( \frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_{ih0}} + 0.014 h_{i0} \right)$$

Эта зависимость основана на формуле Борна [17]. Первый член в скобках определяет всю энергию иона, а первые два члена характеризуют энергию иона, затраченную на формирование гидратной оболочке. Третий член определяет энергию, которую вносят  $h_{i0}$  молекул воды отнесенную к энергии иона с радиусом  $r_i = 1 \text{ \AA}$ . Из приведенной формулы видно, что электрическое поле каждой молекулы воды составляет всего 1.4 % от поля иона с радиусом  $r_i = 1 \text{ \AA}$ , однако, как было установлено в [9], эта величина уменьшается с

## ДИСКУССИЯ

уменьшением напряженности поля, в котором находится молекула воды и снижается до 0,6 % при отсутствие поля. Второй ряд молекул воды удален от самого иона на расстояние в два раза большее, чем первый слой и поэтому можно полагать, что вносимая энергия молекулы воды второго слоя снизится до 0,8 %. Это первое отличие формулы для определения числа гидратации иона лития от формул для всех

остальных одновалентных ионов. Второе отличие, о котором было сказано ранее: число молекул воды в первом слое определяется радиусом самого иона, а энергия иона определяет, сколько молекул воды будут во втором слое. С учетом сказанного можно записать формулу для определения число гидратации иона лития при бесконечном разбавлении:

$$h_{i0} = 10,57 \left[ \frac{1}{r_i} - \frac{1}{\sqrt[3]{r_i^3 + 5.102h_1}} - \frac{1}{\sqrt[3]{r_i^3 + 5.102h_{i0}}} + 0.014h_1 + 0.008(h_{i0} - h_1) \right] \quad (8)$$

Выражение (8) является уравнением с одним неизвестным, которое можно решить методом Ньютона и определить величину  $h_{i0}$ . Для рассматриваемого случая  $r_i = 0,595 \text{ \AA}$  и  $h_1 = 6$  число гидратации будет равно  $h_{i0} = 13.31$ . Радиус гидратированного иона в соответствии с (4) будет равно  $r_{ih} = 4.084 \text{ \AA}$ , а уменьшение каждого литра электролита согласно (5) будет  $\Delta V_- = -69,19 \text{ см}^3/\text{моль}$ . Из Таблице 1 следует, что индикатор нарушения закона Архимеда при  $c = 0$  равен  $K_{Aaco}(LiF) = -8.25 \text{ см}^3/\text{моль}$  а согласно [9]  $K_{Aao}(F) = -3,40$ , следовательно,  $K_{Aco}(Li) = -4.87 \text{ см}^3/\text{моль}$  а увеличение объема каждого литра электролита при наличие одного моля ионов в соответствии с (6) будет  $\Delta V_{i+} = 64,32 \text{ см}^3/\text{моль}$ . Используя формулу (7) можно определить толщину слоя буферной зоны, которая обволакивает гидратированный ион  $b_{i2} = 0,456 \text{ \AA}$ . Таким образом, были определены все основные параметры иона лития для случая, когда он не подвергается воздействию соседних ионов.

Случай бесконечного разбавления важен для определения поведения изолированного иона. В действительности, анионы и катионы чередуются, обеспечивая нейтральность электролита, и вокруг каждого иона находятся замкнутые поверхности с нулевым потенциалом, отделяющие положительные ячейки катионов от отрицательных ячеек анионов. Если считать, что ионы расположенными по гранцентрированной решетке, то каждая ячейка имеет форму куба с ионом в центре и со стороны:

$$h_i = 10.57 \left[ \frac{1}{r_i} - \frac{r_i c^{2/3}}{4.70^2} - \frac{1}{\sqrt[3]{r_i^3 + 5.102h_1}} - \left( \frac{1}{\sqrt[3]{r_i^3 + 5.102h_i}} - \frac{c^{2/3} \sqrt[3]{r_i^3 + 5.102h_i}}{4.70^2} \right) + \right. \\ \left. 0.014h_i + 0.008(h_i - h_1) \right] \quad (10)$$

Из выражения (10) следует, что с ростом концентрации изменяется и число гидратации, а следовательно, и параметры иона лития. Значение числа гидратации в пределах концентрации  $c = 0 \div 0.200 \text{ моль/л}$  можно получить, решив уравнение (10). Формулы (4)-(7) для расчета остальных параметров модели не изменяются.

В Таблице 3 приводятся основные параметры модели иона лития радиус гидратированного иона  $r_{ih}$  и толщина буферного слоя, который обволакивает ион  $b_{i2}$ , рассчитанные по

$$a = \frac{1}{2N_A c} = \frac{9.400}{\sqrt[3]{c}} \text{ \AA}. \quad (9)$$

На основании метода суперпозиции можно утверждать, что на границе ячейки катиона положительная энергия при отсутствии соседних ионов согласно формуле Борна [17]:

$$U_+ = \frac{z^2 e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{2} \frac{1}{2a} \left(1 - \frac{1}{\epsilon_w}\right) = \frac{z^2 e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{2} \frac{\sqrt[3]{c}}{4.70} \left(1 - \frac{1}{\epsilon_w}\right),$$

где  $\epsilon_w$  – диэлектрическая проницаемость воды.

Для компенсации этой энергии необходимо поступление равной энергии противоположного знака от всех соседних анионов:

$$U_- = -\frac{z^2 e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{2} \frac{\sqrt[3]{c}}{4.70} \left(1 - \frac{1}{\epsilon_w}\right).$$

Эта энергия распространяется по всему объему ячейки катиона. За счет симметричного расположения всех анионов вокруг катиона влияние их на центр ячейки сводится к нулю только в центре ячейки. С удалением от центра появляется и линейно возрастает отрицательная энергия  $U_{int-}$ , доходя до значения  $U_-$  при  $r = a/2$ :

$$U_{int-} = \frac{z^2 e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{2} \frac{c^{2/3} r}{4.70^2} \left(1 - \frac{1}{\epsilon_w}\right).$$

Результирующая положительная энергия внутри ячейки катиона будет:

$$U_{int\Sigma} = \frac{z^2 e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{2} \left( \frac{1}{r_i} - \frac{c^{2/3} r}{4.70^2} \right) \left(1 - \frac{1}{\epsilon_w}\right).$$

Число гидратации можно определить из уравнения:

приведенным формулам. Для возможности определять характеристики электролитов с помощью предложенной модели в Таблице 3 приводятся значения основных параметров одновалентных анионов заимствованные из [9]. Кроме того в Таблице 3 приводятся значения  $K_{Aa}(F) = f(c)$  так же из [9], чтобы определить  $K_{Ac}(Li) = f(c)$  с помощью данных приведенных в Таблицы 1  $K_{Ac}(Li) = K_{Aac}(LiF) - K_{Aa}(F)$ .

**Таблица 3.** Параметры модели  $r_{ih}$  и  $b_{i2}$  в Å ионов  $Li^+$ ,  $F^-$ ,  $Cl^-$ ,  $Br^-$ ,  $J^-$ , и значения  $K_{Aa}(F) = f(c)$ 

ион с	Li		F		Cl		Br		J		[8] $K_{Aa}(F)$
	$r_{ih}$	$b_{i2}$	$r_{ih}$	$b_{i2}$	$r_{ih}$	$b_{i2}$	$r_{ih}$	$b_{i2}$	$r_{ih}$	$b_{i2}$	
0.000	4.084	0.4562	3.442	0.3599	2.809	0.3429	2.643	0.3429	2.433	0.3658	-3.38
0,001	4.086	0.4564	3.445	0.3603	2.812	0.3432	2.646	0.3431	2.436	0.3659	-3.38
0.005	4.090	0.4570	3.450	0.3611	2.817	0.3438	2.651	0.3437	2.441	0.3662	-3.37
0.010	4.093	0.4575	3.455	0.3618	2.822	0.3443	2.656	0.3441	2.445	0.3665	-3.37
0.020	4.099	0.4590	3.462	0.3630	2.829	0.3452	2.663	0.3449	2.453	0.3670	-3.36
0.050	4.099	0.4599	3.479	0.3657	2.846	0.3476	2.681	0.3469	2.470	0.3685	-3.34
0.100	4.127	0.4631	3.500	0.3695	2.869	0.3499	2.703	0.3487	2.491	0.3696	-3.28
0.200	4.153	0.4713	3.535	0.3753	2.904	0.3539	2.738	0.3522	2.526	0.3720	-3.19

**3. Расчет характеристик электролитов**

Основное преимущество предложенной гидратационной модели, возможность с помощью параметров иона определять характеристики электролитов по одним и тем же формулам для всех одновалентных ионов. Покажем, что параметры катиона лития, и анионов фтора, хлора, брома, и йода, приведенные в Таблице 3, позволяют определить эквивалентную электропроводность, коэффициент диффузии, и относительную вязкость электролитов в пределе концентрации  $c = 0 \div 0.200$  моль/л.

**3-1. Расчет эквивалентной электропроводности.** В учебниках по электрохимии приводится теоретическая формула Стокса для определения эквивалентной электропроводности, при бесконечном разбавлении:

$$\lambda_{io} = \frac{10^7 |z| F^2}{6\pi N_A \eta_w r_i}$$

где  $F$  – число Фарадея,  $N_A$  – число Авогадро,  $\eta_w$  – вязкость воды в сП, а  $\lambda_{io}$  – в  $\text{см}^2 \text{ Ом}^{-1} \text{ моль}^{-1}$ .

Если подставить значения всех коэффициентов и учесть, что при  $t=25^\circ\text{C}$  вязкость воды  $\eta_w = 0,894$  сП то  $\lambda_{io} = 91,7/r_i$ . Согласно этой формуле у иона лития  $\lambda_{io} = 153,8$ ,  $\text{см}^2 \text{ Ом}^{-1} \text{ моль}^{-1}$  в то время как в действительности  $\lambda_{io} = 38,7$ ,  $\text{см}^2 \text{ Ом}^{-1} \text{ моль}^{-1}$ . Такое расхождение в результатах вызвана тем, что формула Стокса не учитывает изменения, которые произошли с ионом за счет гидратации. Если учесть, что перемещается не ион с радиусом  $0,595 \text{ \AA}$ , а за счет первичной гидратации, гидратированный ион с радиусом  $r_{ih} = 4,048 \text{ \AA}$ , за счет вторичной гидратации локальная вязкость  $\eta_l = 1,298 b_{i2}$  то формула Стокса становится пригодной для расчетов:

$$\lambda_{io} = \frac{91,7}{r_{ih}^{1,298 b_{i2}}} = \frac{70,65}{r_{ih} b_{i2}} \quad (11)$$

В Таблице 4 приводятся значения  $\lambda_{io\text{cal}}$  рассчитанных по формуле (11) для ионов из Таблицы 3 и сравниваются с экспериментальными данными  $\lambda_{io\text{ex}}$ .

**Таблица 4.** Сравнение расчетных  $\lambda_{io\text{cal}}$  и экспериментальных  $\lambda_{io\text{ex}}$  данных.

ион	Li	F	Cl	Br	J
$\lambda_{io\text{ex}}$	38.7	55.4	76.4	78.1	76.9
$\lambda_{io\text{cal}}$	37.92	57.04	73.50	77.96	79.39
$\varepsilon \%$	2.01	2.96	-3.99	-0.17	3.24

Из Таблицы 4 следует, что среднеквадратичная погрешность расчета  $\lambda_{io}$  равна  $\sigma = 3,14 \%$ , а максимальная погрешность  $\varepsilon_{\text{max}} = 3,99 \%$ . Из [9] следует, что те же погрешности для иона  $Na$  равны  $\sigma = 3,14 \%$ , а для 8 одновалентных анионов и катионов  $\varepsilon_{\text{max}} = 3,88 \%$ , поэтому можно считать, что точность расчета параметров иона лития такая же как и для всех остальных ионов из [9].

Расчет эквивалентной электропроводности электролитов, при бесконечном растворении, можно определять как сумму эквивалентной электропроводности анионов и катионов:

$$\lambda_{aco} = \frac{70,65}{r_{ah} b_{a2}} + \frac{70,65}{r_{ch} b_{c2}} \quad (12)$$

В Таблице 5 приводятся значения  $\lambda_{aco\text{cal}}$ , рассчитанные согласно (12) и сравниваются с экспериментальными данными  $\lambda_{aco\text{ex}}$ .

**Таблица 5.** Сравнение расчетных  $\lambda_{aco\text{cal}}$  и экспериментальных  $\lambda_{aco\text{ex}}$  данных электролитов с катионом лития.

электролит	LiF	LiCl	LiBr	LiJ
$\lambda_{aco\text{ex}}$	94.1	115.1	116.5	115.6
$\lambda_{aco\text{cal}}$	94.96	111.42	115.88	117.31
$\varepsilon \%$	0.91	3.20	0.79	1.48

Как и следовало ожидать, погрешности расчета эквивалентной электропроводности электролитов меньше чем отдельных ионов, действительно среднеквадратичная погрешность электролитов равна  $\sigma = 2,15 \%$ , а максимальная  $\varepsilon_{\text{max}} = 3,20 \%$ .

При расчете эквивалентной электропроводности электролита с учетом концентрации следует помнить, что:

- 1- Параметры модели  $r_{ih}$  и  $b_{i2}$  изменяют свое значение с концентрацией в соответствие с Таблицей 3
- 2- При появлении внешнего электрического поля ионы покидают свое центральное положение и начинают двигаться в сторону противоположно заряженного электрода, за счет чего появляется электрическая сила торможения, снижающая скорость движения иона.

## ДИСКУССИЯ

Как показано в [9] учет этих двух факторов позволяет определить значение  $\lambda_{ac}(c)$ :

$$\lambda_{ac}(c) = \left[ \frac{70,65}{r_{ah(c)}b_{az}(c)} + \frac{70,65}{r_{ch(c)+}b_{cz}(c)} \right] (1 - 0,25\sqrt[3]{c}) \quad (13)$$

Последний член  $0,25\sqrt[3]{c}$  определяет торможение, которое испытывает ион за счет смещение его с центра ячейки.

В Таблице 6 сравниваются экспериментальные значения  $\lambda_{ex}$  с расчетными  $\lambda_{ac}(c)$  (13).

**Таблица 6.** Сравнение экспериментальных  $\lambda_{ex}$  с расчетными  $\lambda_{ac}(c)$ .

Эл-лит	[18] LiCl			[19] LiBr			[13] LiJ		
	$\lambda_{ex}$	$\lambda_{ac}(c)$	$\varepsilon$ %	$\lambda_{ex}$	$\lambda_{ac}(c)$	$\varepsilon$ %	$\lambda_{ex}$	$\lambda_{ac}(c)$	$\varepsilon$ %
с									
0.000	115.1	111.27	-3.32	116.1	115.88	-0.19	115.6	117.32	1.48
0,001	112.4	108.74	-3.32		113.24		115.0	114.67	-0.29
0.005	109.4	106.73	-2.44		111.16		112.0	112.59	0.53
0.010	107.3	105.39	-1.78		109.77		109.9	111.22	1.20
0.020	104.6	103.56	-0.99		107.89		107.3	109.36	1.92
0.050	100.1	100.35	0.25	101.7	104.57	2.85	102.9	106.09	3.10
0.100	95.9	96.80	0.94	97.5	100.91	3.50	99.6	102.51	2.94
0.200	91.8	92.09	0.53	93.3	96.07	2.96	94.3	97.74	3.65

Среднеквадратичная погрешность  $\sigma = 2,10$  % а максимальная,  $\varepsilon_{max} = 3,65$  %.

**3-2. Расчет коэффициента диффузии.** В процессах диффузии и проводимости участвуют одни и те же ионы, отличаются только силы, которые вызывают их перемещение. Поэтому коэффициент диффузии иона  $D_i$  в м<sup>2</sup>/сек связан с эквивалентной электропроводностью соотношением:

$$D_i = \frac{RT}{F^2} \lambda_i = 2,662 \cdot 10^{-9} \lambda_i = \frac{1,886 \cdot 10^{-7}}{r_{ih}b_{i2}}, \quad (14)$$

где  $R$  – универсальная газовая постоянная,  $T = 298$  °К .

Основное отличие  $D$  от  $\lambda$  заключается в том, что при диффузии анионы и катионы двигаются в одну и ту же сторону с одинаковой скоростью, в то время как при проводимости – в разные стороны с разной скоростью. Поэтому коэффициент диффузии электролита не может быть простая сумма аниона и катиона  $D_{ac} \neq D_a + D_c$ . В [9] было доказано, что условием движения анионов и катионов в одну сторону с одинаковой скоростью при бесконечном разбавлении является:

$$D_{aco} = \frac{2D_{ao}D_{co}}{D_{ao}+D_{co}} = 1,886 \cdot 10^{-7} \frac{2r_{aho}b_{azo}r_{cho}b_{czo}}{r_{aho}b_{azo}+r_{cho}b_{czo}} \quad (15)$$

Одинаковая скорость ионов соблюдается при любой концентрации, Это достигается за счет того, что группа ионов, анионы или катионы, с

большой подвижностью смещается с центра ячейки вперед, в результате чего появляется взаимодействие между анионами и катионами которое ускоряет движение менее подвижных ионов, и замедляет движение более подвижных ионов. Сила взаимодействия между анионами и катионами приобретает постоянную величину, когда скорость всех ионов одинакова. Это смещение анионов и катионов должно сохраняться, что бы обеспечить постоянство скорости всех ионов. Поэтому часть усилия, которые вызывают движение ионов, должна затрачиваться на удержание ионов в положении, обеспечивающем одинаковую скорость анионов и катионов. С таким же случаем мы столкнулись при расчете эквивалентной электропроводности, только в случае  $\lambda_{ac}$  силы, воздействующие на ион, значительно больше:

$$D_{ac} = 1,886 \cdot 10^{-7} \frac{2r_{ah}b_{az}r_{ch}b_{cz}(1-0,25\sqrt[3]{c})}{(r_{ah}b_{az}+r_{ch}b_{cz})} \quad (16)$$

Следует помнить, что при использовании формулы (16), значения  $r_{ih}$  и  $b_{i2}$  следует брать из Таблиц 3 для каждой концентрации.

В Таблице 7 сопоставляется расчетное значение  $D_{cal}$  (19) с  $D_{ex}$ .

**Таблица 7.** Сравнение экспериментальных и расчетных значений  $D$ .

Электролит	[20] LiCl			[21] LiB		
	$D_{ex}$	$D_{cal}$	$\varepsilon$ %	$D_{ex}$	$D_{cal}$	$\varepsilon$ %
с						
0.000	1.366	1.331	-2.57	1.377	1.358	-1.36
0,001	1.345	1.326	-1.39		1.354	
0.005	1.323	1.321	-0.17		1.348	
0.010	1.312	1.316	0.33		1.344	
0.020		1.309			1.336	
0.050	1.280	1.296	1.28	1.300	1.324	1.82
0.100	1.269	1.278	0.69	1.279	1.305	2.04
0.200	1.267	1.251	-1.25	1.285	1.279	-0.50

Среднеквадратичная ошибка  $\sigma = 1,48$  %, максимальная  $\varepsilon_{max} = 2,57$  %.

**3-3. Вязкость электролитов.** Для разделения характеристик электролитов на ионные составляющие они должны обладать свойством аддитивности. Этим свойством обладает относительная текучесть  $\varphi_r = 1/\eta_r$ . Поэтому ее можно выразить в виде суммы текучестей анионов и катионов  $\varphi_r = 1 - \varphi_{ra} - \varphi_{rc}$ . Для оценки поведения ионов важно знать их состояние при бесконечном разбавлении. С этой целью введена новая функция:

$$\Delta\varphi_r = \frac{1-\varphi_r}{c} = \frac{\varphi_{ra} + \varphi_{rc}}{c} = \Delta\varphi_{ra} + \Delta\varphi_{rc}. \quad (17)$$

Эта функция имеет определенные значения при  $c = 0$  для каждого иона и позволяет проследить ее изменения в результате влияния соседних ионов. Ее можно назвать мольным приращением относительной текучести иона. Если известны значения  $\Delta\varphi_{ri}$ , то с их помощью можно выразить  $\varphi_r$  и  $\eta_r$ :  $\varphi_r = 1 + (\Delta\varphi_{ra} + \Delta\varphi_{rc})c$ .

$$\eta_r = 1/[1 + (\Delta\varphi_{ra} + \Delta\varphi_{rc})c]. \quad (18)$$

Путем обработки большого количества экспериментальных данных  $\eta = f(c)$ ,  $\eta_r = f(c)$ , и  $\varphi = f(c)$  и использования аддитивности  $\varphi_r$  и  $\Delta\varphi_{ri}$  удалось выразить  $\Delta\varphi_r$  в виде полинома  $\Delta\varphi_r = \Delta\varphi_{r0} + Ac + Bc^2 + Dc^3$  для солей лития  $LiF$ ,  $LiCl$ ,  $LiBr$  и  $LiI$  при  $c = 0 \div 0.20$  моль/л. По этим данным были определены относительные вязкости электролитов  $\eta_r$  (18), сравнивавшиеся с экспериментальными значениями, по которым были получены  $\Delta\varphi_r$ . Сравнения показали, что среднеквадратичная погрешность  $\sigma = 0.013\%$ , а максимальная  $\varepsilon_{max} = 0,030\%$ . Высокая точность расчетных значений позволяет их квалифицировать, как экспериментальные  $\eta_{rex}$ , и сравнивать с ними  $\eta_{rcal}$  (18), полученные по параметрам модели электролита  $r_{ih}$  и  $b_{i2}$ .

Гидратационная модель электролита представляет собой водную среду, с равномерно распределенными в ней анионами и катионами радиусами  $r_{ah}$  и  $r_{ch}$ . Гидратированные ионы окружены буферной зоной, толщиной  $b_{a2}$  или  $b_{c2}$ , увеличивающей локальную текучесть электролита на  $\varphi_{rl} = 0.482b_{i2}$  [9].

**Таблица 8.** Значения текучести ионов  $\varphi_{ri}$  в пределе концентрации  $c = 0 \div 0.20$  моль/л.

$c$	$\varphi_{ricor}(Li)$	$\varphi_{ri}(F)$	$\varphi_{ri}(Cl)$	$\varphi_{ri}(Br)$	$\varphi_{ri}(I)$
0	0	0	0	0	0
0.001	-0.0002	-0.0001	0.0000	0.0000	0.0001
0.005	-0.0011	-0.0004	0.0001	0.0002	0.0004
0.010	-0.0021	-0.0009	0.0002	0.0005	0.0008
0.020	-0.0042	-0.0017	0.0005	0.0009	0.0017
0.050	-0.0102	-0.0045	0.0011	0.0023	0.0041
0.100	-0.0196	-0.0092	0.0020	0.0044	0.0081
0.200	-0.0352	-0.0195	0.0032	0.0081	0.0155

На основании данных Таблицы 8 и формулы (22) были определены вязкости  $\eta_{rcal}$  4-х электролитов и погрешности расчета  $\varepsilon$  относительно экспериментальных данных  $\eta_{rex}$  для всех электролитов при  $c = 0 \div 0.20$  моль/л.

А.Эйнштейн [22] вывел зависимость между  $\eta_r$  и относительным объемным содержанием сферических вкраплений  $W$  при  $W \ll 1$ . Форд [23] усовершенствовал эту формулу для несколько больших концентраций:

$$\varphi_r = \frac{1}{\eta_r} = 1 - 2.5W.$$

Это позволило использовать формулу Форда для определения вязкости одновалентных ионов с небольшим значением  $r_h^3$  рассмотренных в [9]. Однако для лития, у которого радиус гидратированного больше чем у всех рассматриваемых ранее одновалентных ионов, и его относительный объем занимает при  $c = 0.20$  моль/л около 10% объема электролита, даже формула Форда нуждается в коррекции. Обычно коррекцию вводят в виде степенного ряда, второй член которого будет пропорционален  $W^2$ . В этом случае  $\varphi_r$  равно:

$$\varphi_r = 1 - 2.5W + 3.1W^2 \quad (19)$$

Формулу (19) можно использовать для расчета уменьшения текучести  $\varphi_{r-}$  за счет наличия гидратированных ионов радиусом  $r_{ih}$ :

$$\varphi_{r-} = 1 - 2.5 \frac{4\pi}{3} r_{ih}^3 N_A c (1 - 1.24 \frac{4\pi}{3} r_{ih}^3 N_A c).$$

Или

$$\varphi_{r-} = 1 - 0.00631r_c^3 c (1 - 0.00782r_c^3 c) \quad (20)$$

Увеличение текучести происходит за счет буферной зоны:

$$\varphi_{r+} = 0.482b_{i2}c. \quad (21)$$

Следовательно, относительная текучесть иона будет:

$$\varphi_{ri} = 1 - 0.00631r_{ih}^3 c (1 - 0.00782r_c^3 c) + 0.482cb_{i2}.$$

Относительная текучесть электролита равна сумме анионов и катионов:

$$\varphi_{rac} = 1 - 0.00631c(r_{ch}^3 (1 + 0.00785cr_{ch}^3) + r_{ah}^3 + 0.482c(ba_2 + bch))$$

Вязкость электролитов равна:

$$\eta_{rac} = 1/\varphi_{rac} \quad (22)$$

В Таблице 8 приводятся значения текучести  $\varphi_{rac}$  ионов параметры, которых  $r_{ih}$  и  $b_{i2}$  приведены в Таблице 3.

Чтобы не загромождать статью большими таблицами, были подсчитаны средне квадратичные  $\sigma$  и зафиксирована максимальная  $\varepsilon_{max}$  погрешности для каждого электролита. Эти данные приведены в Таблице 9.

## ДИСКУССИЯ

**Таблица 9.** Погрешности расчета вязкости электролитов с катионом лития *Li* по формуле (22) в %.

электролит	<i>LiF</i>		<i>LiCl</i>		<i>LiBr</i>		<i>LiI</i>	
	$\sigma$	$\varepsilon_{max}$	$\sigma$	$\varepsilon_{max}$	$\sigma$	$\varepsilon_{max}$	$\sigma$	$\varepsilon_{max}$
(22)	0.16	-0.37	0.12	0.21	0.16	0.36	0.20	0.37

Как видно из Таблицы 9, среднеквадратичная погрешность расчета относительной вязкости 4 электролитов с ионом лития изменяется в пределах  $\sigma = 0.12 \div 0.21$  % а максимальная  $\varepsilon_{max} = 0.21 \div 0.37$  %. Эти результаты несколько лучше чем полученные для остальных 16 одновалентных электролитов [9], у которых  $\sigma = 0.07 \div 0.42$  % а  $\varepsilon_{max} = 0.14 \div 0.96$  %..

### Заключение

Данная статья, учитывая особенности иона лития (двухслойную гидратную оболочку), обосновывает формулы для расчета параметров модели лития  $r_{ih}b_{iz}$  и приводит их расчетные значения при  $c = 0 \div 0.20$  моль/л.. Показано, как с

помощью этих двух параметров можно определять эквивалентную электропроводность  $\lambda$ , коэффициент диффузии  $D$  и вязкость  $\eta_r$  4 одновалентных электролитов с ионом лития. Точность определения этих параметров практически такая же, как и для остальных 16 электролитов.

Таким образом, разработанная теория с учетом [9] охватывает все ионы щелочных металлов и галогенов, иллюстрируя возможность по параметрам модели определять значения  $\lambda$ ,  $D$ , и  $\eta_r$  при  $c = 0 \div 0.20$  моль/л по единым формулам для всех ионов.

### Библиографический список

1. Дерягин Б. В. // Коллоидный Журнал. 1994 №56, стр.45-46
2. Клугман И. Ю. // Вопросы прикладной физики. 2017. Вып.24, стр. 62-66.
3. Vaslov F. // J. Phys. Chem. 1966. V. 70. P. 2286/
4. Goldsac D. E. Fanchetto P. // Can. J. Chem. 1977 V. 55. P. 1062.
5. Desnoyers J. E., Arel M., Perron G. // J. Phys. Chem. 1969. V. 73 P. 3366.
6. Lamb A. B., Lee R. E. // J. Am. Chem. Soc. 1913. V. 35. P. 1666.
7. International critical Tabl V. 3. Mc Graw-Hill Book Comp.1928. P. 52.
8. Bernal J., Fowler R. H. J. // Chem. Phys. 1933. V. 1. P. 515.
9. Клугман И. Ю. // Вопросы прикладной физики. 2018. Вып. 26.Стр. 55-68.
10. Shannon R/ D/ // Acta Crys. 1976. V. A32. P.751.
11. Pauling L. // J. Am. Chem. Soc. 1927. V. 49. P.765.
12. Vieillard P. // Acta Cryst. 1987. V. B43. P.513.
13. Zachariasen W. H.// Kristallographie.1931. V. 80. P.137.
14. Marcus Y. Ion. N-Y.: M. Dekker Inc. P. 46.
15. Краткий справочник физико-химических величин. Ред. Мищенко К.П., Равель А. А. Л.: Химия. 1967. С. 137.
16. Goldschmidt V. M. // Trans. Faraday Soc. 1929. V, 25. P. 253.
17. Born M. // Z. Phys. 1920. Bd.1. S. 45.
18. International critical Tables of Numerical data Physics, Chemistry and Technology. V. 4. P. 233.
19. Physikalishc-Chemische Tabellen. Londolt-Bornstein. red. Roth W. Scheel K. Berlin.:Springer. 1923. S.423.
20. Harned H. S., Hildreth C. I, // J. Am. Chem. Soc., 1951, v. 73, P. 650.
21. Stokes R. M. //J. Am. Chem. Soc., 1950, V. 72, P. 2243.
22. Einstein A. // Ann. Phys., 1911, Bd. 34, S.591.
23. Ford T. F. // J. Phys. Chem. 1960, V. 64, P. 1168.

### PECULIARITIES OF LITHIUM ION

I. Y. Klugman

The paper is devoted to calculation of the parameters of the lithium cation, which is different from the ones calculated by the unified formulas for all monovalent anions and cations Na<sup>+</sup>, K<sup>+</sup>, Rb<sup>+</sup>, Cs<sup>+</sup>. This is due to the small radius of the Li ion in which the hydration shell consists of two layers, in contrast to other ions, the shells of which fit into one layer. This changes the formulas for calculating the parameters of lithium. However, equations for calculating the characteristics of electrolytes, such as equivalent electrical conductivity, diffusion coefficient, relative viscosity, etc. remain unchanged for all ions.

## ОБ ЭКСТРАПОЛЯЦИИ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРОЛИТОВ

И.Ю. Клугман

*Клугман Илья Юльевич к. т. н.*

Определение различных характеристик электролитов при бесконечном разбавлении, можно получить только путем экстраполяции зависимости искомого параметра  $P$  от концентрации  $c$   $P = f(c)$  к точке  $c=0$ . Для повышения точности этой операции необходимо знать действительную зависимость  $P = f(c)$ . На практике нашла широкое распространение гипотеза, что  $P \equiv \sqrt{c}$ . Задача данной статьи доказать несостоятельность такой гипотезы и предложить правильный способ экстраполяции на примере кажущегося молярного объема  $\Phi_2$  и эквивалентной электропроводности  $\lambda$ .

### ВВЕДЕНИЕ

В основу теории электролитов, должны быть положены характеристики ионов при отсутствии влияния на них соседних ионов, то есть при бесконечном разбавлении. Это состояние не может быть измерено, и поэтому приходится довольствоваться зависимостью искомого параметра от концентрации  $P = f(c)$  и экстраполировать эту зависимость до точки  $c = 0$ . Задача данной статьи доказать, что общепринятая зависимость  $P = A\sqrt{c}$ , ошибочна, и предложить правильную методику экстраполяции, на примере двух характеристик – кажущегося молярного объема  $\Phi_2$ , и эквивалентной электропроводности  $\lambda$ .

#### 1. КАЖУЩИЙСЯ МОЛЯРНЫЙ ОБЪЕМ $\Phi_2$ .

**1-1. Краткий обзор литературы.** Кажущийся молярный объем электролитов  $\Phi_2$  был введен в качестве вспомогательной характеристики для определения парциального молярного объема  $\bar{V}_2$ . В частности, при бесконечном растворении значение парциального молярного объема равно кажущемуся молярному объему  $\bar{V}_{20} = \Phi_{20}$ . Поэтому в литературе чаще определяют  $\bar{V}_{20}$  как более важную характеристику. В данном обзоре данные, приписанные в литературе к  $\bar{V}_{20}$ , будем относить к  $\Phi_{20}$ .

Кажущийся молярный объем  $\Phi_2$  соли в электролите определяется формулой:

$$\Phi_2 = \frac{M_2}{d_0} - \frac{1000(d-d_0)}{cd_0} \quad (1)$$

где  $M_2$ - молярная масса растворенного вещества в г/моль;  $d$  и  $d_0$ - плотность раствора и воды в г/см<sup>3</sup>;  $c$ - концентрация раствора в моль/л.

В 1929 г. Массон [1] выдвинул гипотезу о том, что величина  $\Phi_2$  при малых концентрациях растет пропорционально корню квадратному из концентрации:

$$\Phi_2 = \Phi_0 + K_\Phi \sqrt{c}, \quad (2)$$

где  $K_\Phi$ -коэффициент, постоянный во всем диапазоне концентрации, и разный для разных электролитов.

Если известна зависимость  $\Phi_2 = f(c)$ , то величину  $\Phi_{20}$  можно определять путем

**Таблица 1.** Значения величин  $\Phi_0$ ,  $K_\Phi$ , и  $K_1$  электролита  $NaCl$  у разных авторов.

$\Phi_0$	16,28	16,61	16,40	16,435	16,63	16,419
$K_\Phi$	2,22	1,86	2,153	2,010	1,867	1,580*
$K_1$	-	-	-	-1,15	-0,03	0,465
Лит.	3	4	5	6	7	2
год пуб.	1931	1940	1958	1962	1973	1976

\*по формуле (4)

экстраполяции этой зависимости до точки  $c = 0$ . Точность экстраполяции значительно возрастает, если известна аналитическая зависимость  $\Phi_2 = f(c)$ . В частности для зависимости (2) необходимо определить значения  $\Phi_{2i}$  для нескольких концентрации  $c_i$  нанести их на плоскость  $\Phi_2 = f(\sqrt{c})$  и соединить общей прямой, которая пересечет ось  $\Phi_2$  в точке  $\Phi_0$ .

Ряд экспериментаторов считает, что формула Массона недостаточна точна, и к ней нужно добавить еще один член:

$$\Phi_2 = \Phi_0 + K_\Phi \sqrt{c} + K_1 c. \quad (3)$$

А в работе [2] предлагают другую формулу для определения  $\Phi_2$ :

$$\Phi_2 = \Phi_0 + K'_\Phi \sqrt[3]{c} + K_1 c. \quad (4)$$

Из приведенных данных видно, что до сих пор нет единого мнения о зависимости  $\Phi_2 = f(c)$ , но есть много экспериментальных работ, посвященных измерениям  $\Phi_2$  в электролитах типа 1-1. Чтобы не загромождать статью большим количеством данных, мы ограничимся изучением рассматриваемой проблемы на электролите  $NaCl$ , которому посвящены большее количество работ, чем остальным электролитам. Из просмотренных 29 работ, опубликованных в период с 1927 по 1976 г. значение  $\Phi_0$  у разных авторов изменяется в пределах  $\Phi_0 = 15,8 \div 17,22$  см<sup>3</sup>/моль, правда крайние значения привели одиночные авторы, и поэтому их можно отбросить как ошибочные. В этом случае  $\Phi_0 = 16,28 \div 16,78$  см<sup>3</sup>/моль, следовательно, даже первая десятичная цифра не достоверна, хотя большинство авторов приводят две десятичные цифры, а некоторые даже три. Из данных Таблицы 1 видно, что существует не меньший разброс мнений как изменяется величина  $\Phi_2$  с ростом концентрации.

Из Таблицы 1 следует, что введение в формулу (2) еще одного члена не способствовала увеличению точности получаемых значений  $\Phi_0$ ,  $K_\Phi$ , и  $K_1$ , т. к. разброс значений  $K_1$  больше, чем у  $\Phi_0$ .



## ДИСКУССИЯ

Для того чтобы выяснить причину такого разброса данных необходимо более детально разобраться, в сущности характеристики кажущегося молярного объема  $\Phi_2$  и его свойствах.

### 1-2. Сущность кажущегося молярного объема.

Как уже было сказано выше, характеристика  $\Phi_2$  была введена как вспомогательная характеристика, необходимая для определения парциального объема, а ее физическая сущность не интересовала никого. Если обозначить через  $V_W$  объем воды в одном литре электролита, то формула (1) преобразуется в:

$$\Phi_2 = \frac{[1000d_0 - (V_W d_0 + M_2 c)] + M_2 c}{cd_0} = \frac{1000 - V_W}{c} \quad (5)$$

Электролит состоит только из ионов и воды, следовательно, величина  $\Phi_2$  равна объему занимаемому ионами и водой. Объем самих ионов  $V_i$  можно определить по радиусам анионов  $r_a$  катионов  $r_c$  и концентрации электролита  $c$ :

$$V_i = \frac{4\pi}{3} c N_A (r_a^3 + r_c^3) = 2.523c (r_a^3 + r_c^3),$$

где  $r_a$  и  $r_c$  в Å, а  $c$  в моль/л.

Если бы не происходил процесс взаимодействия между ионом и молекулами воды, то величина  $\Phi_2 = 0$ . Однако в электролитах всегда происходит настолько сильное взаимодействие между ионом и молекулой воды, что происходит даже нарушение закона Архимеда. Этот процесс называется гидратацией и делится на первичную гидратацию, отражающую изменения, происходящие с самим ионом, и вторичную гидратацию, отражающую изменения в околоионном пространстве.

За счет первичной гидратации несколько молекул воды притягиваются к иону, образуя гидратированный ион, который ведет себя как единое тело. В гидратной оболочке молекулы воды более плотно упакованы, чем в воде, где они занимают объем почти в три раза больше собственной молекулы. Поэтому за счет первичной гидратации объем электролита уменьшается.

За счет вторичной гидратации между гидратированным ионом и водной средой образуется буферная зона, благодаря которой объем электролита увеличивается. В зависимости от того, какая гидратация превалирует, величина  $\Phi_2$  может быть положительной или отрицательной.

Важным свойством  $\Phi_2$  является его аддитивность, благодаря чему  $\Phi_2$  электролита равен сумме кажущегося объема анионов  $\Phi_{2a}$  и катионов  $\Phi_{2c}$ , т. е.  $\Phi_2 = \Phi_{2a} + \Phi_{2c}$ . Поэтому, величину  $\Phi_2$  следует выражать с помощью аддитивной характеристики. Плотность  $d$  не является аддитивной характеристикой, а удельный объем  $\gamma = 1/d$  аддитивная характеристика. Зависимость  $\Phi_2 = f(\gamma)$  согласно (1) будет:

$$\Phi_2 = M_2 \gamma_0 + \frac{1000(\gamma - \gamma_0)}{c\gamma} \quad (6)$$

Выше уже было сказано, что значение  $\Phi_0$  определяется экстраполяцией зависимости  $\Phi_2 = f(c)$  к  $c=0$ . Однако процесс экстраполяции значительно менее точен, чем процесс интерполяции, даже если известен закон изменения  $\Phi_2$  от концентрации. Учитывая, что плотность электролита однозначно зависит от удельного объема  $\gamma$ , целесообразнее вначале определить, как

изменяется удельный объем с концентрацией в исследуемом электролите, в рассматриваемом случае  $NaCl$   $\gamma(NaCl) = f(c)$ . Для получения такой зависимости предлагается удельный объем  $\gamma$ , который фактически определяет и величину  $\Phi_2$ , представить в виде полинома:

$$\gamma_{cal}(NaCl) = \gamma_0 + Ac + Bc^2 + Cc^3 + Dc^4 + \dots \quad (7)$$

Параметры  $A, B, C, D \dots$  можно определить, используя формулы полиномов Лагранжа и необходимое значение экспериментальных точек  $c_1\gamma_1, c_2\gamma_2, c_3\gamma_3, \dots$

Значение удельного объема чистой воды  $\gamma_0$  известно, поэтому полученная зависимость уже не экстраполяция, а интерполяция, что обеспечивает большую точность. Изменение величины  $\gamma_0$  так же, как и в случае с  $\Phi_0$  происходит за счет влияния соседних ионов противоположного заряда. При малой концентрации анионы и катионы находятся далеко друг от друга их влияние друг на друга незначительно, что определяет член  $Ac$ . По мере сближения ионов, т. е. с ростом концентрации, влияние соседних ионов возрастает в соответствии с последующими членами ряда. Следовательно, предлагаемая формула соответствует физики процесса, а конкретные значения коэффициентов  $A, B, C \dots$  позволяют учитывать специфику анионов и катионов присутствующих в электролите.

Если  $\gamma$  выражается формулой (7), то  $\Phi_2$  в соответствии с (6) будет:

$$\Phi_2 = M_2 \gamma_0 + \frac{1000(A + Bc + Cc^2 + Dc^3 + \dots)}{\gamma_0 + Ac + Bc^2 + Cc^3 + Dc^4 + \dots} \quad (8)$$

А значение  $\Phi_0$  равно:

$$\Phi_0 = M_2 \gamma_0 + 1000A/\gamma_0. \quad (9)$$

В следующем разделе рассмотрим, как соотносятся результаты расчета  $\Phi_2$  по формулам (8) и (9) с расчетом  $\Phi_2$  по формуле (2), основанной на гипотезе Массона.

**1-3 Апробация предлагаемого способа.** Ранее подчеркивалось, что величина  $\gamma$  плавно изменяется с ростом концентрации особенно при малых концентрациях, это значит, что в формуле (6) значение  $\gamma$  мало отличается от  $\gamma_0$  и поэтому, чтобы получить приемлемую точность их разности необходимо обе эти величины знать с очень высокой точностью. В литературе приводится зависимость плотности электролитов от концентрации не больше, чем с 8-ю десятичными цифрами, поэтому приходится довольствоваться такой точностью.

В работе [8] приводится зависимость  $d_{ex}(NaCl) = f(c)$  при  $c = 0.01 \div 0.2$  моль/л. Ее следует пересчитать в  $\gamma_{ex}(NaCl)$  и преобразовать в полином (7), т. е. найти коэффициенты  $A, B, C, \dots$  по экспериментальным точкам зависимости  $\gamma_{ex}(NaCl)$ . Полученные расчетные значения  $\gamma_{cal}(NaCl)$  необходимо сравнить с экспериментальными  $\gamma_{ex}(NaCl)$ .

В Таблице 2 приводится такое сравнение для двух случаев: при наличии 3-х членов полинома ( $A=-0,0420297, B=0,0090424, C=-0,0184881$ ), и 4-х членов ( $A=-0,0420397, B=0,0096687, C=-0,00312120, D=0.00485089$ ), то есть, полиномы построены по 3 и соответственно 4 точкам.

**Таблица 2.** Экспериментальные значения плотности  $d_{ex} = f(c)$  и  $\gamma_{ex} = f(c)$  электролита  $NaCl$  [8] в 7 точках, и рассчитанные по 3 (соотв. 4) из этих точек полиномы при 3-х членах  $\gamma'_{cal}$  и 4-х членах  $\gamma_{cal}$ .

$c$	$d_{ex}$	$\gamma_{ex}$	$\gamma'_{cal}$	$\varepsilon' \%$	$\gamma_{cal}$	$\varepsilon \%$
0	0.9970751	1.00292350	1.00293350	0.00000	1.0029350	0.00000
0.00999	0.9974918	1.00251451	1.00251451	0.00000	1.00251451	0.00000
0.03962	0.9987168	1.00128015	1.00128015	-0.00047	1.00128132	-0.00035
0.05204	0.9992326	1.00076617	1.00076617	-0.00018	1.00076799	0.00000
0.01030	1.0013270	0.99867475	0.99867476	0.00000	0.99867768	0.00029
0.12015	1.0020191	0.99797595	0.99797595	-0.00090	0.99797838	-0.00066
0.16132	1.0037080	0.99630542	0.99630542	-0.00002	0.99630570	0.00000
0.20043	1.005304	0.99472398	0.99472399	0.00000	0.99472399	0.00000

Из данных Таблицы 2 следует, что величина  $\gamma'_{cal}$  при 3-х членах ряда мало отличается от экспериментального значения  $\gamma_{ex}$ , действительно, среднеквадратичная ошибка  $\gamma'_{cal}$  равна  $\sigma = 0,00042 \%$  а максимальная погрешность  $\varepsilon_{max} = 0.00090 \%$ . Еще меньшая погрешность при 4-и членах ряда,  $\gamma_{cal}$ , в этом случае  $\sigma = 0,00029 \%$  а  $\varepsilon_{max} = 0,0066 \%$ . Такие маленькие погрешности позволяют считать, что  $\gamma_{ex} = \gamma_{cal}$  и определять  $\gamma_{ex}$  по формуле (7) со значениями коэффициентов А, В, С, и D, указанными выше, что позволит определять  $\gamma_{ex}$  для любой концентрации. Значение кажущегося молярного объема, соответствующего экспериментальным данным  $\Phi_{2ex}$  можно определить по формуле (8). Эти значения занесены в Таблицу 3, там же приводятся значения параметра  $\Delta\Phi_{exL} = \Phi_{2exL} - \Phi_{20exL}$ , определяющего влияние соседних ионов на величину  $\Phi_{20ex}$ .

Рассмотрим, какие должны были быть значения  $\Phi_2 = f(c)$ , если бы гипотеза Массона была бы правильной. В соответствии с принятой методикой на плоскости  $\Phi - \sqrt{c}$  были нанесены 4 значения  $\Phi_{2ex}$  в диапазоне  $c = 0.01 \div 0.10$  моль/л. проведенная прямая через эти 4 точки пересекла ординату в точке  $\Phi = 16,62 \text{ см}^3/\text{моль}$ , тангенс угла наклона этой прямой был равен 1,88. Следовательно, кажущиеся молярный объем по гипотезе Массона будет в  $\text{см}^3/\text{моль}$ :

$$\Phi_{2M} = 16.62 + 1.88\sqrt{c} \quad (10)$$

В выражении (10) первый член соответствует кажущемуся молярному объему при бесконечном разбавлении  $\Phi_{20M} = 16,62$ , а второй член равен параметру, определяющему влияние соседних ионов  $\Delta\Phi_M = 1.88\sqrt{c}$ . Эти данные, приведенные также в Таблице 3 позволяют сравнить параметры реальной модели  $\Phi_{2exL}$  и  $\Delta\Phi_{exL}$  с моделью, основанной на гипотезе Массона  $\Phi_{2M}$  и  $\Delta\Phi_M$ .

**Таблица 3.** Сравнение параметров  $\Phi_{2M}$  и  $\Delta\Phi_M$  электролита  $NaCl$  согласно модели Массона с  $\Phi_{2exL}$  и  $\Delta\Phi_{exL}$ .

$c$	0.000	0.002	0.005	0.010	0.020	0.050	0.100	0.200
$\Phi_{2M}$	16.620	16.704	16.753	16.808	16.886	17.040	17.215	17.461
$\Delta\Phi_M$	0.000	0.084	0.133	0.188	0.266	0.420	0.595	0.841
$\Phi_{2exL}$	16.700	16.715	16.738	16.776	16.846	17.024	17.230	17.434
$\Delta\Phi_{exL}$	0.000	0.015	0.038	0.076	0.146	0.324	0.530	0.734
$\varepsilon(\Phi_{2M})\%$	-0.477	-0.067	0.087	0.194	0.239	0.098	-0.092	0.156
$\varepsilon(\Delta\Phi_M)\%$	0,000	448,5	246,7	148,9	82,54	29,89	12,10	14,62

В 6-ой строке Таблицы 3 определяется, насколько значение  $\Phi_{2M}$  отличается от  $\Phi_{2exL}$ . Тот факт, что  $\Phi_{2M}$  во всем рассматриваемом диапазоне концентрации отличается от  $\Phi_{2ex}$  не более чем на 0,5 %, позволяет сделать ложный вывод, что гипотеза Массона подтверждается. В действительности Таблица 3 позволяет обосновать ошибочность гипотезы Массона, однако, для этого необходимо сравнивать не  $\Phi_{2M}$  с  $\Phi_{2exL}$  а  $\Delta\Phi_M$  с  $\Delta\Phi_{exL}$ . Эти данные, приведенные в 7-ой строке, показывают, что гипотеза Массона ошибочна, т. к. величина  $\Delta\Phi_M$  больше действительного значения  $\Delta\Phi_{exL}$  на 448 %! при  $c=0,002$  моль/л. Полученный результат был предсказуем, потому что функция  $\sqrt{c}$  имеет производную, стремящуюся к бесконечности при  $c = 0$ , а при  $c > 0$  величина  $\Delta\Phi_M$  постепенно уменьшает свое значение. Если бы  $\Delta\Phi_M$  в действительности уменьшалась с ростом концентрации, то с точки зрения физической трактовки это значило бы, что, находясь далеко ионы сильно влияют друг на друга, а по мере приближения их влияние снижается. Такого реально не может быть, а следовательно, гипотеза Массона

ошибочна, а величина  $\Phi_2$  изменяется с концентрацией в соответствии с формулой (7)

То, что  $\Phi_{2M} \sim \Phi_{2ex}$  объясняется тем, что  $\Phi_{20} \gg \Delta\Phi_M \sim \Delta\Phi_{ex}$ , поэтому  $\varepsilon(\Phi_{2M})$  можно назвать ложной или фиктивной погрешностью, которая ничего не характеризует, и только сбивает с толку некоторых экспериментаторов, которые, не вникая в суть проблемы, полагают, что  $\varepsilon(\Phi_{2M})$  является действительной погрешностью, подтверждающей правильность формулы (2).

В действительности только  $\varepsilon(\Delta\Phi_M)$  является реальной ошибкой при использовании формулы (2), а она свидетельствует, что кажущиеся молярный объем обретает параметры, несовместимые с реальной характеристикой кажущегося молярного объема  $\Phi_{2ex}$ .

## 2. ЭКВИВАЛЕНТНАЯ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ

**2-1. Краткий обзор литературы.** Казалось, что проблема определения эквивалентной электропроводности при бесконечном разбавлении  $\lambda_0$  была успешно решена Колраушем еще в конце XVIII-го века. На основании экспериментальных данных он предположил, что при малых концентрациях

## ДИСКУССИЯ

эквивалентная электропроводность уменьшается пропорционально корню квадратному из концентрации:

$$\lambda = \lambda_0 - K\sqrt{c}. \quad (11)$$

Колрауш на базе этого уравнения, называемого часто правилом Колрауша, предложил так же простой графический способ определения  $\lambda_0$ , который был описан в предыдущем разделе. Этот простой эмпирический способ был использован большинством исследователей для определения  $\lambda_0$ .

Поэтому неудивительно, что ряд авторов для получения аналитической зависимости  $\lambda = f(c)$  конкретного электролита использовали параметр  $\sqrt{c}$  в разных комбинациях. Так для электролита  $KBr$  [9] в пределах концентрации  $c=0,00025 \div 0,5$  моль/л дает хорошее совпадение с экспериментальными данными уравнение, предложенное Джоном и Доле:

$$\lambda = 154,84 - \frac{103,77\sqrt{c}}{1+1,8953\sqrt{c}} - 0,492c.$$

Важно отметить, что авторы формулы подчеркивают, что данная формула непригодна для концентрации  $c = 0 \div 0,0025$  моль/л, несмотря на то, что она очень близка к формуле Кольрауша для  $KBr$   $\lambda = 151,46 - 85,03\sqrt{c}$ . Как будет показано далее, присутствие в формуле Колрауша и в формуле Джона-Дола  $\sqrt{c}$ , который вызывает максимальную погрешность при малых концентрациях, снижающуюся с ростом концентрации, заставило авторов ограничить минимальную концентрацию предлагаемой формулы.

Из предыдущего раздела следовало, что из-за присутствия в формуле кажущегося молярного объема  $\Phi_2$  разности  $(d - d_0)$  необходимо было знать плотности с точностью 8 десятичных цифр. Несмотря на это, достоверное значение  $\Phi_2$  можно получить только начиная с концентрации  $c \geq 0,001$  моль/л. Поскольку эквивалентную электропроводность  $\lambda$  можно измерить непосредственно, точность ее измерения может быть ограничена двумя десятичными цифрами. Эта точность позволяет определять значения  $\lambda$  начиная с концентрации  $c=0,0005$  моль/л.

Эквивалентная электропроводность электролита является также аддитивной функцией анионов и катионов, а  $\lambda_0$  является суммой подвижностей анионов и катионов. Подвижность ионов равна скорости ионов при напряженности поля 1 в/см, помноженной на число Фарадея. Следовательно, производная от  $\lambda_0$  пропорциональна ускорению ионов и не может быть равной бесконечности при  $c \rightarrow 0$ , как это следует из правила Кольрауша. Это является еще одним дополнительным доводом о необходимости разработать более правильный метод определения  $\lambda_0$ .

**2-2. Метод определения  $\lambda_0$ .** Предложенная в предыдущем разделе зависимость искомого параметра от концентрации в виде полинома Лагранжа является наиболее простой и универсальной зависимостью пригодной и для эквивалентной электропроводности. Если нам известны три точки зависимости  $\lambda = f(c)$   $\lambda_1 c_1$ ,  $\lambda_2 c_2$ ,  $\lambda_3 c_3$  то с помощью решения полинома

Лагранжа мы получаем значения величин  $A_L$ ,  $B_L$ , и  $\lambda_0$  в уравнении:

$$\lambda = A_L c^2 + B_L c + \lambda_0. \quad (12)$$

В данном случае искомая величина  $\lambda_0$  получена с помощью экстраполяции, и поэтому ее значение обладает меньшей точностью, чем в случае, рассмотренном в предыдущем разделе, когда было известно значение  $\gamma_0$ . Для повышения точности можно рекомендовать не ограничиваться одним измерением, а провести ряд измерений и выбрать оптимальное значение  $\lambda_0$ .

Проиллюстрируем сказанное конкретным примером, на электролите  $NaCl$ . Из опубликованных работ  $\lambda(NaCl) = f(c)$  самой подходящей является работа Т. Шедловского [10], потому что автор в данной работе приводит также измерения, которые он производил для того, чтобы в соответствии с правилом Кольрауша определить значение  $\lambda_0$ . Эти данные содержат 25 измерений  $\lambda$ , в пределе концентрации  $c = 0,00050441 \div 0,0036776$  моль/л. Я посчитал, что можно ограничиться при расчетах  $\lambda$  одиннадцатью точками – двумя крайними и девятью, равномерно удаленными друг от друга в этом диапазоне концентрации (см. Таблицу 4). Были проведены 12 расчетов  $A_L$ ,  $B_L$ , и  $\lambda_0$  при разных значениях  $\lambda_1 c_1$ ,  $\lambda_2 c_2$ ,  $\lambda_3 c_3$ . Эти измерения можно разделить на 3 группы. Первая группа охватывала весь диапазон концентраций с  $\lambda_1 c_1 = 0,0036776$  до  $\lambda_3 c_3 = 0,000050441$ , а  $\lambda_2 c_2$  имело в каждом измерении разное значение – среднюю концентрацию, меньшую, и большую средней. У второй группы уменьшался диапазон за счет увеличения минимального значения до  $\lambda_3 c_3 = 0,00011283$ , при этом максимальное значение оставалось  $\lambda_1 c_1 = 0,0036776$ , и  $\lambda_2 c_2$  оставалось таким же, как и в первой группе. В третьей группе уменьшался диапазон за счет уменьшения максимального значения до  $\lambda_1 c_1 = 0,0029806$ , а минимальное значение оставалось  $\lambda_3 c_3 = 0,000050441$ , и  $\lambda_2 c_2$  оставалось таким же, как и в первой группе.

Измерения показали, что значение  $A_L$  изменяется более чем в два раза ( $A_L = 549407 \div 248192$ ), а значение  $B_L$  в полтора раза ( $B_L = -3000,67 \div -2077,67$ ), в то время как  $\lambda_0$  изменяется совсем незначительно  $\lambda_0 = 125,93 \div 125,80$ . Это позволяет нам предположить, что средним значением  $\lambda_{0med} = 125,89$  является искомое значение  $\lambda_0$ . Действительно, при этом значении  $\lambda_0$  в первой группе, которая охватывает весь диапазон концентрации, получается минимальная погрешность между расчетными  $\lambda_{call}$  и экспериментальными  $\lambda_{ex}$  значениями  $\lambda$ . Эти данные получены при  $A_L = 248192$ ,  $B_L = -2155,72$ , и  $\lambda_0 = 125,89$ , среднеквадратичная погрешность расчетного значения  $\lambda_{call}$  равна  $\sigma = 0,20$  %, а максимальная  $\varepsilon_{max} = 0,33$  %, т. е. расчет довольно хорошо совпадает с экспериментальными данными  $\lambda_{ex}$ .

В работе [10] приводятся также табличные значения  $\lambda$  при круглых значениях концентрации. Эти данные, по всей вероятности, обладают

большей точностью, и получены в результате усреднения нескольких замеров, поэтому целесообразно получить и по этим данным значение  $\lambda_0$ . Для этого были отобраны 4 значения  $\lambda$  в интервале концентрации  $c = 0.0001 \div 0.0010$  моль/л. Эти данные позволили получить 4 варианта определения  $A_L, B_L, \text{ и } \lambda_0$ . Самые точные результаты были получены при  $A_L = 1211110, B_L = -3376.67, \lambda_0 = 125.89$ , они приведены в Таблице 4.

Из Таблицы 4 следует, что эти измерения подтвердили, что оптимальное значение  $\lambda_0 = 125.89$ , при этом  $\lambda_{calc}$  отличается от  $\lambda_{ex}$  только в одном из 5 измерений всего на 0,04 %, подтверждая этим, что табличные данные имеют большую точность, чем одиночные замеры, приведенные в [10] для определения  $\lambda_0$  по правилу Колрауша.

Т. Шедловский на основании вышеупомянутых замеров обосновывает зависимость полученную по правилу Колрауша:

$$\lambda_{calc} = 126.42 - 83.34\sqrt[3]{c}.$$

В Таблице 4 приводятся также значения  $\lambda_{calc}$ , которые отличаются от данных, полученных с помощью полинома Лагранжа фактически только в величине  $\lambda_0$  на 0.42 %. Причина такого увеличения величины  $\lambda_0$  можно объяснить тем, что минимальное значение  $\lambda_{min} = \lambda_3$  соответствует  $c = 0.00001$  моль/л реально удалено от оси ординат на расстояние 0.00001 в то время как при правиле Колрауша  $\lambda_0 = f(\sqrt{c})$  то же значение  $\lambda_{min}$  будет при  $\sqrt{c} = 0,01$  удалено на значительно большее расстояние 0.010, поэтому прямая соединяющая точки  $\lambda_n$  пересекает ось ординат выше правильного значения  $\lambda_{0L}$ .

**Таблица 4.** Сопоставление расчетов с помощью полинома Лагранжа и по правилу Колрауша.

c	0	0,0001	0.0002	0.0005	0.0010	
$\sqrt{c}$	0	0.01000	0.1414	0.02236	0.03162	
$\lambda_{ex}$	125.89	125.56	125.21	124.50	123.72	
Полином Лежандра	$\lambda_{calc}$	125.89	125.56	125.26	124.50	123.72
	$\epsilon$ %	0	0	0.04	0	0
Правило Колрауша	$\lambda_{calc}$	126.42	125.59	125.24	124.56	123.78
	$\epsilon$ %	0.42	0.02	0.02	0.05	0.05

Данные Таблицы 4 создают ложное впечатление, что небольшое завышение величины  $\lambda_0$  является единственным недостатком правила Колрауша, потому что остальные значения  $\lambda_{calc}$  в обоих методах практически одинаковы, но это не так.

Как было сказано выше, для теории электролитов очень важно знать, как влияют соседние ионы. Для этого необходимо определить эквивалентную электропроводность при

бесконечном разбавлении  $\lambda_0$ , т. е. при отсутствии влияния соседних ионов, тогда  $\Delta_\lambda$  разность между  $\lambda$  и  $\lambda_0$ ,  $\Delta_\lambda = \lambda - \lambda_0$ , будет определять воздействие соседних ионов на данный ион. Очевидно, что чем меньше концентрация, т. е. чем дальше находятся ионы друг от друга, тем их влияние меньше. В Таблице 5 сопоставляются оба способа с учетом  $\Delta\lambda$

**Таблица 5.** Реальные  $\epsilon(\Delta_\lambda)$  и мнимые  $\epsilon(\lambda_{calc})$  погрешности при использовании правила Колрауша.

c	Лагранж		Колрауш		$\epsilon(\lambda_{calc})$ %	$\epsilon(\Delta_{\lambda K})$ %
	$\lambda_{calc}$	$\Delta_{\lambda L}$	$\lambda_{calc}$	$\Delta_{\lambda K}$		
0	125.8900	0.0000	126.4200	0.0000	0.42	0
1.00E-05	125.8564	-0.0336	126.1565	-0.2635	0.24	683.30
2.00E-05	125.8230	-0.0670	126.0473	-0.3727	0.18	455.87
5.00E-05	125.7242	-0.1658	125.8307	-0.5893	0.08	255.42
1.00E-04	125.5644	-0.3256	125.5866	-0.8334	0.02	155.99
2.00E-04	125.2632	-0.5269	125.2424	-1.1786	-0.02	88.02
5.00E-04	124.5044	-1.3856	124.5565	-1.86.25	0.04	34.50
1.00E-03	123.7244	-2.1656	123.7846	-2.6354	0.05	22.70

Из Таблицы 5 следует, что при определении  $\lambda_{calc}$  с помощью полинома Лагранжа, величина  $\Delta_{\lambda L}$  равна нулю, при нулевой концентрации и плавно растет с ростом концентрации, как и следует по законам физики. Поэтому значение  $\Delta_{\lambda L}$  может войти в формулу, определяющую влияние соседних ионов. Совсем иначе ведет себя  $\Delta_{\lambda K}$ , ее величина при низкой концентрации в несколько раз больше, чем  $\Delta_{\lambda L}$ , и уменьшается с ростом концентрации, что противоречит физике процесса взаимодействия ионов. Таблица 5 подтверждает вышеизложенное, погрешность  $\epsilon(\Delta_{\lambda K})$  может быть и более 700 %, и именно эта погрешность является реальной погрешностью правила Колрауша в отличие от  $\epsilon(\lambda_{calc})$ , которую следует назвать ложной.

По всей вероятности, ложная погрешность  $\epsilon(\lambda_{calc})$ , которая существует благодаря тому, что  $\lambda_0 \gg \Delta_{\lambda K} \sim \Delta_{\lambda L}$  была принята за реальную, и способствовала распространению правила Колрауша. Полагаю, что необходимо отказаться от правила Колрауша и нельзя рекомендовать этот метод даже для определения  $\lambda_0$ , потому что при одноразовом определении  $\lambda_0$  с помощью полинома Лагранжа получаем значение  $\lambda_0$  с погрешностью  $\epsilon \leq 0,10$  % в 4 раза точнее, чем по правилу Колрауша.

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Подводя итог представленной статьи, следует признать, что ни гипотеза Массона, ни правило Колрауша не могут быть использованы как зависимости для определения величины кажущегося

## ДИСКУССИЯ

молярного объема  $\Phi_2$ , и эквивалентной электропроводности  $\lambda$  при бесконечном растворении. В действительности получаемые значения  $\Phi_{20}$  и  $\lambda_0$  таким способом завышены. Однако, главный недостаток этого способа заключается в том, что зависимость от концентрации важного параметра электролита, характеризующая влияние соседних ионов  $\Delta_{FM}$  и  $\Delta_{LK}$  нарушает все каноны физики. Этот парадокс объясняется тем, что ни одна характеристика электролита не может изменяться с концентрацией пропорционально  $\sqrt{c}$ , потому что производная этой функции стремится к бесконечности при нуле концентрации. Это значит, что ускорение процессов связанных с влиянием соседних ионов должно тоже стремиться к бесконечности, в то время, как в действительности влияние соседних ионов только плавно растет с нуля.

Показано, что применение полинома Лагранжа позволяет повысить точность экстраполяции во всех случаях, когда неизвестна теоретически обоснованная зависимость искомого параметра от концентрации. Полином Лагранжа позволяет получить значение  $\lambda_0$  в зависимости от величины не теоретических, а экспериментальных данных, которые отличаются от теоретических только погрешностями измерения. Поэтому этот метод можно назвать квазитеоретическим. Также, как и в измерительной технике для повышения точности можно рекомендовать провести несколько расчетов и усреднить результат.

В статье предложенный способ опробован на электролите  $NaCl$ . По данным, приведенным в работе [10], были определены значения  $\lambda_0$  у 16 вариантов с отличающимся друг от друга опорными точками. Полученные значения  $\lambda_0$  изменялись в узком пределе  $\lambda_0 = 125,98^{+0,032\%}_{-0,071\%}$ . Разброс данных определяется точностью измерений. При точности, свойственной работе [10], можно сделать вывод: если удовлетвориться точностью в 0.1%, то достаточно сделать один расчет при произвольно выбранных экспериментальных точках. Однако среднее значение 16 вариантов  $\lambda_0 = 125,98$ , может быть принято за оптимальное потому, что в этом случае наблюдается значительно меньшая разница между расчетными значениями  $\lambda_{calc}$  и экспериментальными  $\lambda_{ex}$ .

Показано, что в некоторых случаях удается избежать экстраполяции, заменив ее интерполяцией, и получить за счет этого более точные результаты.

Основные выводы данной работы можно распространить и на другие характеристики электролитов, потому что характеристики электролитов не могут изменяться с концентрацией пропорционально  $\sqrt{c}$  и иметь производную от концентрации, стремящуюся к бесконечности при  $c = 0$ . Реальные характеристики электролитов только плавно изменяются при росте концентрации. Полином Лагранжа также пригоден для определения значения любого параметра при бесконечном разбавлении.

### Библиографический список

1. Masson D. O. // Phil. Mag. 1929. V. 8. P. 218.
2. Baht L. W. Jung K. A. // Can. J. Chem., 1976. V. 54. P. 824
3. Geffcken W. // Z. physic. Chem. A 1931. V. 155. P. 1 .
4. Redlich O. // J. Phys. Chem. 1940. V. 44. 5. P.619-629.
5. Rosen J. S. // J. Phys. Chem. 1956. V. 60. P. 7.
6. Bodanszky A., Keuzmann W. // J. Phys. Chem. 1962. V66. P.177
7. Ledus P. A., Desnoyers J. E. // Can. J. Chem. 1973. V. 51. P.2993.
8. Millero F. j. // J. Phys. Chem. 1970. V. 74. P. 356.
9. Jones G., Bikford Gh. F. // J. Amer. Chem. Soc. 1934. V56. P.602.
10. Shedlovsky T. // J. Amer. Chem. Soc. 1932. V. 54. P. 1411.

## ABOUT THE EXTRAPOLATION IN DEFINING THE PARAMETERS OF ELECTROLYTES

I.Yu. Klugman

Determination of various characteristics of electrolytes at infinite dilution can be obtained only by extrapolating the dependence of the sought parameter  $P$  on the concentration  $c$  with  $P = f(c)$  to the point with  $c = 0$ . To improve the accuracy of this operation, it is necessary to know the actual dependence  $P = f(c)$ . In practice, the hypothesis that  $P \equiv \sqrt{c}$  is widely spread. The purpose of this article is to prove the inconsistency of such a hypothesis and to propose the correct way of extrapolation using the example of the apparent molar volume  $\Phi_2$  and the equivalent electrical conductivity  $\lambda$ .

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРВИЧНЫХ ПАРАМЕТРОВ ОДНОПРОВОДНОЙ ЛИНИИ

В.Г. Андрианов, В.Ю. Шигаев, В.В. Тимофеев,  
А.Е. Хохлов, Г.Н. Колесов

Саратовский государственный университет

*Андрианов Виталий Геннадьевич*, инженер, зав. учебной лаборатории электрорадиотехники КРЭД

*Шигаев Виталий Юрьевич*, к.г.-м.н., доцент кафедры геофизики, геологического факультета СГУ

*Тимофеев Виктор Витальевич*, ведущий инженер учебной лаборатории комплексных проблем геофизики и инженерной геологии геологического факультета СГУ

*Хохлов Алексей Евгеньевич*, инженер-гидрогеолог, ст. преподаватель кафедры гидрогеологии и инженерной геологии, геологического факультета СГУ

*Колесов Герман Николаевич*, инженер учебной лаборатории электрорадиотехники КРЭД

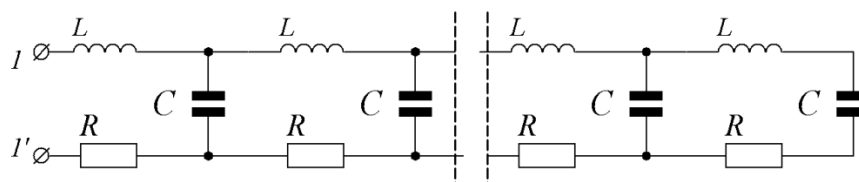
В работе изложена проблематика исследования первичных параметров однопроводной длинной линии относительно её формирующих свойств. Представлен расчет диэлектрической проницаемости линии относительно результатов проделанных экспериментов.

В окрестности Кумысной поляны (Саратовская обл.) совместно с сотрудниками геологического факультета СГУ 31.08.19г. были проведены эксперименты по определению формирующих свойств однопроводной длинной линии с целью дальнейшей интерпретации полученных результатов, согласно которым можно определить состав почвы относительно найденных первичных параметров линии. На рис.1. представлено

оборудование для определения формирующих свойств однопроводной линии. Линия была расположена над почвой, состав которой резко меняется в направлении линии (на этом участке наблюдается переход глинистой породы на песчаную). Протяженность однопроводной линии составляет 100 метров, а высота линии над почвой - 1 метр.



**Рис.1.** Проведение эксперимента по определению формирующих свойств однопроводной длинной линии.



**Рис.2.** Эквивалентная схема однопроводной длинной линии.

Проблематика определения первичных параметров однопроводной длинной линии относительно ее формирующих свойств связана с ограниченным объемом информации, получаемым в

ходе эксперимента. На рис.2 представлена эквивалентная схема однопроводной линии. Эта схема была написана с учетом таких условий, что активное сопротивление почвы во много раз

## ДИСКУССИЯ

превышает сопротивление провода, выступающего в роли однопроводной линии, а проводимость утечки между проводом и землей мала и ей можно пренебречь. Поэтому можно считать, что активным сопротивлением обладает только почва, над которой расположена однопроводная линия [1]. Первичные параметры исследуемой однопроводной линии зависят от среды, над которой расположена линия [2]. Форма импульса, создаваемого линией, зависит от параметров погонного сопротивления, погонных значений емкости и индуктивности, выраженных через параметры диэлектрической и магнитной проницаемостей, значения которых зависят от координаты линии:

$$\begin{cases} R = R(x) \\ \varepsilon = \varepsilon(x) \\ \mu = \mu(x) \end{cases} \quad (1)$$

Исходя из этого, определение одного из перечисленных параметров относительно импульса, формируемого линией, представляет собой

сложность, поскольку форма импульса зависит от всех параметров системы (1).

В работе сделана попытка определения диэлектрической проницаемости однопроводной линии относительно ее формирующих свойств с помощью закона, связывающего амплитуду выброса на вершине импульса, формируемого длинной линией с неоднородностью относительной диэлектрической проницаемости участка линии, вызывающей этот выброс:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{2\sqrt{\varepsilon_2}}{\sqrt{\varepsilon_2+1}}, \quad (2)$$

где  $\varepsilon_1$  – диэлектрическая проницаемость однородной линии,  $\varepsilon_2$  – диэлектрическая проницаемость неоднородностей линии,  $U_1$  – амплитуда импульса, формируемого однородным участком линии,  $U_2$  – амплитуда выброса, создаваемого неоднородностью участка длинной линии [5].

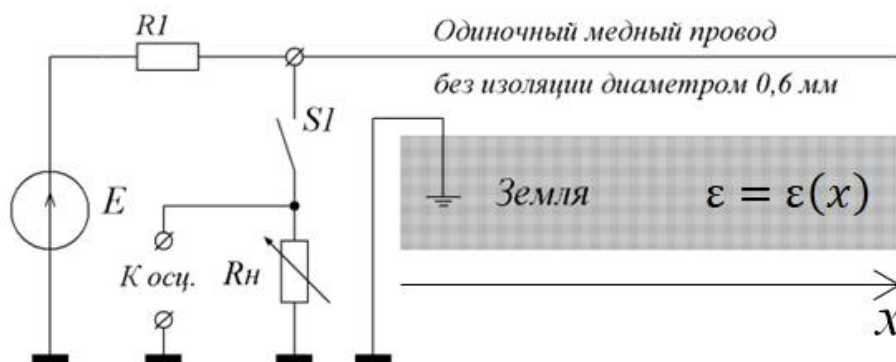


Рис.3. Схема разряда однопроводной длинной линии. В качестве ключа  $SI$  используется полевой MOSFET-транзистор.

Результатами эксперимента по снятию разрядных характеристик однопроводной длинной линии являются: импульс, формируемый при разряде однопроводной линии в режиме согласованной нагрузки, и значение сопротивления нагрузки без учета сопротивления заземляющей системы. На рис.3 представлена эквивалентная схема разряда однопроводной длинной линии [6]. В исходном состоянии однопроводная линия заряжается от источника напряжения  $E$  через токоограничивающее сопротивление  $RI$  до напряжения, равного напряжению самого источника. При замыкании ключа  $SI$  происходит разряд линии на сопротивлении нагрузки  $Rn$ . Это сопротивление определяется эмпирическим способом: его значение подбирается так, чтобы на осциллограмме отображался одиночный импульс, а переотражения после импульса были минимальными. В связи с неоднородностью почвы, находящейся под однопроводной линией, вершина формируемого импульса имеет выбросы.

Центральной задачей по определению первичных параметров однопроводной линии

является определение значения диэлектрической проницаемости в каждой ее точке по всей длине линии. Для решения поставленной задачи необходимо рассмотреть ряд вопросов, связанных с определением параметров, независимых от координаты линии [4]. Поскольку однопроводная линия является неоднородной (в каждой координате линии ее волновое сопротивление различно), то ее согласование при разряде является условным.

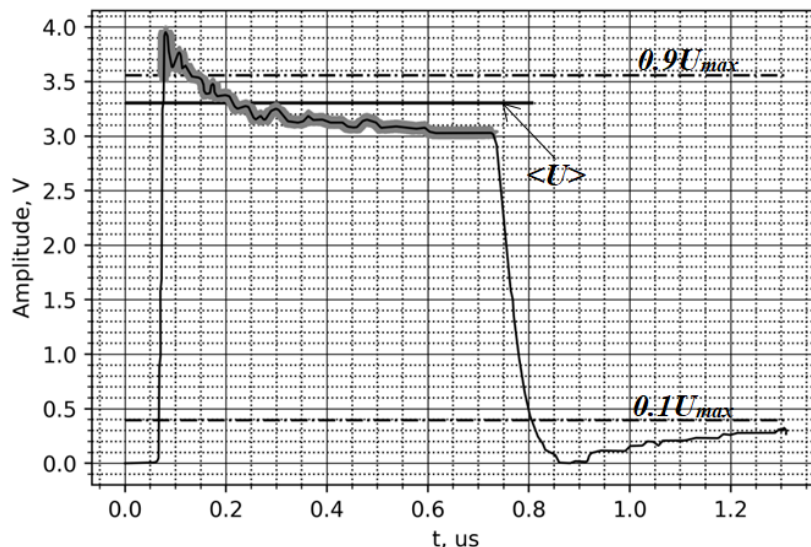
Для определения значения диэлектрической проницаемости в каждой точке линии необходимо принять волновое сопротивление линии, найденное эмпирическим путем, за среднее значение волнового сопротивления всей линии  $\langle \rho \rangle$ .

Чтобы определить какому значению среднего волнового сопротивления соответствуют значения точек вершины импульса необходимо определить среднее значение амплитуд выбросов вершины импульса. Для определения среднего значения амплитуд выбросов были взяты точки в диапазоне от 0,9 уровня амплитуды импульса до конца вершины импульса (на рис.4 взятые точки вершины импульса выделены серым цветом). Тогда среднее



значение напряжения всех точек вершины импульса, формируемого линией, будет определять среднее значение волнового сопротивления линии. На рис.4 представлена осциллограмма импульса, формируемого неоднородной однопроводной линией, разряд которой происходит на согласованную нагрузку. Значения напряжения некоторых точек вершины импульса будут

совпадать со значением прямой 1, взятой на уровне, равном среднему значению от напряжений в точках вершины импульса. Таким образом, среднее значение волнового сопротивления линии будет определено пересечением точек вершины импульса с прямой уровня среднего значения напряжения  $\langle U \rangle$  от точек вершины импульса.



**Рис.4.** Осциллограмма импульса, формируемого при разряде однопроводной линии на согласованную нагрузку  $R_n=300$  Ом.

Приняв эмпирически найденное значение сопротивления нагрузки за среднее волновое сопротивление  $\langle \rho \rangle$ , можно найти среднюю диэлектрическую проницаемость  $\langle \epsilon \rangle$  однопроводной линии. Значение средней диэлектрической проницаемости можно выразить из формулы волнового сопротивления:

$$\rho = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu}{\epsilon_0 \epsilon}}, \quad (3)$$

Относительная магнитная проницаемость  $\mu$  большинства пород не превышает 1 [3], поэтому среднее значение диэлектрической проницаемости можно определить согласно выражению:

$$\langle \epsilon \rangle = \frac{\mu_0}{\epsilon_0 \langle \rho \rangle^2}, \quad (4)$$

Для определения диэлектрической проницаемости в каждой точке однопроводной линии относительно точек вершины импульса применяется следующее выражение, которое получено из закона (2):

$$\frac{\epsilon}{\langle \epsilon \rangle} = \frac{U/\langle U \rangle}{2-U/\langle U \rangle}, \quad (5)$$

где  $\langle U \rangle$  - среднее значение амплитуды выбросов вершины импульса. Выражая формулу (5) через (4) и заменяя среднее значение волнового сопротивления линии  $\langle \rho \rangle$  на сопротивление

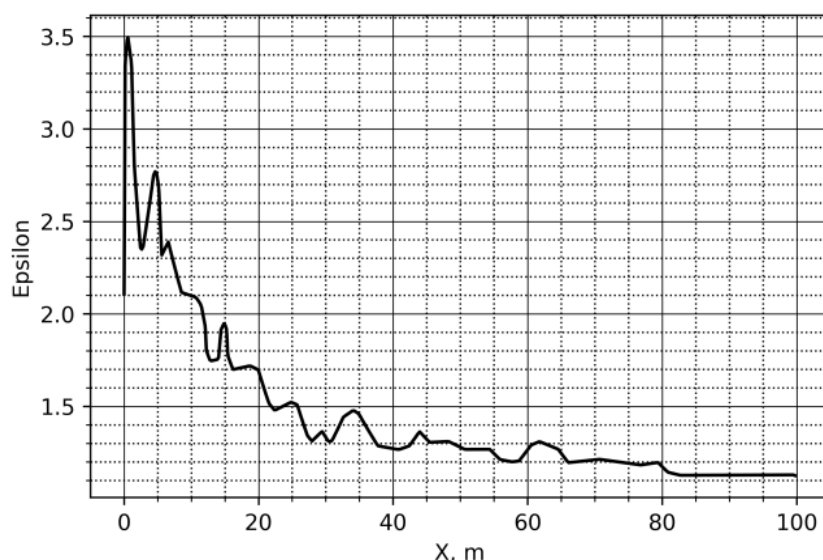
нагрузки  $R_n$ , можно получить следующее выражение:

$$\epsilon = \frac{U/\langle U \rangle}{2-U/\langle U \rangle} \frac{\mu_0}{\epsilon_0 R_n^2}, \quad (6)$$

Относительно амплитуд выбросов вершины импульса и значения среднего волнового сопротивления можно определить зависимость относительной диэлектрической проницаемости, аргументом которой является время  $t$ . Для представления зависимости относительной диэлектрической проницаемости от координаты однопроводной линии построим график в значениях оси абсцисс  $tV$  согласно закону, который определяет скорость распространения электромагнитной волны при разряде линии:

$$V = \frac{2S}{\tau_u}, \quad (7)$$

где  $\tau_u$  - длительность импульса, формируемого линией. Поскольку линия является неоднородной, то распространение в ней электромагнитной волны происходит с разной скоростью, поэтому, выражение (7) будет определять среднее значение скорости распространения электромагнитной волны в однопроводной линии. На рис.5. представлена зависимость относительной диэлектрической проницаемости среды от координаты линии.



**Рис.5.** Зависимость относительной диэлектрической проницаемости от координаты однопроводной линии.

Найденные значения диэлектрической проницаемости необходимо рассматривать с учетом влажности почвы, находящейся под линией. Поэтому однозначно определить параметры однопроводной линии пока не удастся. Вопросы

выбора диапазона данных (значений точек вершины импульса), а также способа определения первичных параметров линии остаются открытыми. Работы по определению первичных параметров однопроводной линии продолжаются.

#### Библиографический список

1. Коровкин Н. В., Шишигин С. Л. Расчетные методы в теории заземления // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2013. №1 (166). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/raschetnye-metody-v-teorii-zazemleniya> (дата обращения: 05.06.2020).
2. Токарев С. Ю. Влияние конечной проводимости земли на многопроводные линии электропередачи // Вестник ИГЭУ. 2012. №2. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/vliyanie-konechnoy-provodimosti-zemli-na-mnogoprovodnye-linii-elektroperedachi> (дата обращения: 05.06.2020).
3. Крапивский Е. И., Яблчанский П. А. Алгоритм расчета электромагнитного влияния линии электропередачи переменного тока на подземный трубопровод // ГИАБ. 2013. №2. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/algorithm-rascheta-elektromagnitnogo-vliyaniya-linii-elektroperedachi-peremennogo-toka-na-podzemnyy-truboprovod> (дата обращения: 05.06.2020).
4. Бессолицын А. В., Новоселова О. А., Попов М. Г. Разработка методики численного расчета продольных параметров воздушной линии на основе трехмерной краевой задачи // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2010. №2-2 (100). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/razrabotka-metodiki-chislennogo-rascheta-prodolnyh-parametrov-vozdushnoy-linii-na-osnove-trehmerno-y-kraevoy-zadachi> (дата обращения: 05.06.2020).
5. Зевеке Г.В. Основы теории цепей./ 4-е изд. М. «Энергия», 1975. – 752с.
6. Иццоки Я. С., Овчинников Н. И. Импульсные и цифровые устройства./ Под ред. проф. Я.С. Иццоки. - Москва : Сов. радио, 1972. - 591 с.

#### PROBLEM OF PRIMARY SINGLE-CONDUCTOR LINE PARAMETERS DETERMINATION REGARDING ITS PULSE FORMING CHARACTERISTICS

V.G. Andrianov, V.U. Shigaev, V.V. Timofeev,  
A.E. Hohlov, H.N. Kolesov

The article contains information about determination problem of primary single-conductor line parameters research. The permittivity account with regard to experimental pulse forming characteristics of single-conductor line is presented.

## ВОЛНЫ ФИЗИЧЕСКОГО ЗНАНИЯ

Лекции – библиотека – лаборатория – необходимые условия для становления Физика. А самое главное – общение с настоящим учёным. Так стала развиваться мировая наука лет двести-двести пятьдесят назад. Где-то там начинаются многие цепочки, ведущие к Нобелевским наградам. Это можно увидеть на примере выдающегося московского физика Петра Николаевича Лебедева. Высшее образование Лебедев получил у Кундта,

Гельмгольца, Ф. Кольрауша, а после такой школы получил место ассистента при А.Г. Столетове в Москве. Кстати, было бы чрезвычайно любопытно узнать, какими аргументами убедил Александр Григорьевич Петра Николаевича вернуться в Москву, в крохотную «лабораторию» в так называемом ректорском домике на Моховой.



Этот дом пережил пожар 1812 года, а к концу века превратился в колыбель русской школы физиков. Именно здесь начал свои знаменитые опыты Лебедев, и здесь к концу века у него появилось почти три десятка преданных и талантливых учеников, в точности, как у великого Э. Резерфорда в Манчестере в те же годы.

Два ученика этой школы, один из первых В.Д. Зёрнов и К.А. Леонтьев, один из последних, потом работали некоторое время в молодом Саратовском университете, где среди первого набора физико-математического факультета у них учился будущий создатель и первый декан факультета физического – Пётр Васильевич Голубков.

Его научные интересы зародились в сотрудничестве с Леонтьевым и долгие годы оставались центральным направлением исследований факультета, По его инициативе созданы многие кафедры на факультете, в его ректорство по его идее началось строительство прекрасного здания научной библиотеки, возникли проблемные лаборатории, а затем НИИ механики и физики, тесно связанный с промышленностью города.

Но, возможно, самое главное в его жизни – это обучение и воспитание новых физиков, как продолжение дела лебедевской школы..

Преподавая с молодых лет, он поработал во многих учебных заведениях города и оставил громадный след. Лекции по общей физике Петра Васильевича были оригинальны, глубоки и артистичны, именно то, что необходимо для

начинающих физиков. Его ученик Б.С. Дмитриев принял от него чтение лекций по важнейшему для факультета курсу общей физики, когда здоровье Петра Васильевича лишило его любимого вида работы, и оставался почти полвека кумиром первокурсников, оставшись в памяти многих поколений саратовских физиков и после кончины 1 декабря 2019 года.





Вот как Борис Дмитриев говорил о своём наставнике: «Для сотен выпускников физического факультета СГУ Пётр Васильевич запомнился именно как прекрасный лектор, стремительно врывающийся в белом халате в «Горьковскую» аудиторию (как и при Зёрнове, ныне это Большая физическая аудитория), и через несколько минут уже завораживающий совсем молодых слушателей. Студенческая аудитория для него почётна и любима. Голос негромкий, но прекрасная акустика аудитории и абсолютная тишина во время лекции, ясность содержания каждой фразы дают возможность воспринимать этот голос и в последних рядах слушателей. К лекции он готовился, приходил в кабинет задолго до звонка, просматривая исписанные карандашом узенькие листочки из обычной тетради, сложенные пополам».

Конечно, стиль ученика был совсем иной, но отношение к своему главному делу и к слушателям вполне в духе Учителя. Вот только один из отзывов на сайте факультета: 23 января 2018 00:06 # Замечательный преподаватель! Всегда интересные лекции.

Длинная волна физического образования продолжается...

Однокурсник Бориса Дмитриева М. Старшов.



## СПИСОК АВТОРОВ

Агеев Василий Борисович	магистрант кафедры оптики и биофотоники физического факультета	СГУ
Андрианов Виталий Георгиевич	инженер, зав учебной лаборатории физического факультета	СГУ
Аникин Валерий Михайлович	д.ф.-м.н., профессор, заслуженный работник высшей школы РФ, декан физического факультета	СГУ
Болванов Владислав Олегович	студент физического факультета	СГУ
Глухова Ольга Евгеньевна,	д.ф.-м.н, профессор, заведующий кафедрой радиотехники и электродинамики физического факультета	СГУ
Гудова Юлия Дмитриевна	студент физического факультета	СГУ
Инкин Максим Глебович	аспирант физического факультета	СГУ
Колесов Герман Николаевич	инженер физического факультета	СГУ
Клугман Илья Юльевич	к.т.н	Израиль
Максимов Кирилл Владимирович,	студент физического факультета	СГУ
Машников Валерий Васильевич	к.ф.-м.н, доцент физического факультета	СГУ
Нюнько Николай Евгеньевич	к.ф.-м.н, доцент кафедры компьютерных наук и метаматериалов	СГУ
Петрунин Александр Алексеевич	студент физического факультета	СГУ
Санков Константин Викторович	нач. отдела по ИТ технологиям ИФНС России №12	г. Саратов
Скребцова Софья Валерьевна	магистр физики, старшая школа «Иоанна Жаботнская»	Израиль
Старшов Михаил Александрович	зав учебной лаборатории физического факультета	СГУ
Тимофеев Виктор Витальевич	ведущий инженер геологического факультета	СГУ
Федосов Иван Владиленич	к.ф.-м.н, доцент кафедры оптики и биофотоники физического факультета	СГУ
Хохлов Алексей Евгеньевич,	инженер-гидрогеолог, ст. преподаватель кафедры гидрогеологии и инженерной геологии геологического факультета	СГУ
Чурочкин Дмитрий Викторович	к.ф.-м.н, доцент физического факультета	СГУ
Чурочкина Светлана икторовна	к.ф.-м.н, доцент физического факультета	СГУ
Шаповалов Александр Степанович .	д.ф.-м.н, профессор физического факультета	СГУ
Шаповалов Александр Степанович мл.	студент физического факультета	СГУ
Шаповалов Степан Александрович	начальник группы ОВК КРЭТ, АО «АП Восход»	г. Москва
Шигаев Виталий Юрьевич	к.г.-м.н., доцент геологического факультета	СГУ



## СОДЕРЖАНИЕ

В. М. Аникин	ФИЗИЧЕСКОМУ ФАКУЛЬТЕТУ – 75 ЛЕТ	3
<b>ОБРАЗОВАНИЕ</b>		
А.С. Шаповалов, С.А. Шаповалов, А.С. Шаповалов мл	МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ АНОМАЛЬНОГО ДРОБОВОГО ШУМА И ЕЁ ПРАКТИЧЕСКОГО ПРИМЕНЕНИЯ	6
А.С. Шаповалов, С.А. Шаповалов, А.С. Шаповалов мл.	О КОРРЕКТНОСТИ СТАТИСТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ТЕОРЕТИЧЕСКИХ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ	10
В.Г. Андрианов, Г.Н. Колесов	ФОРМИРУЮЩИЕ СВОЙСТВА КОАКСИАЛЬНЫХ ВОЛНОВЕДУЩИХ СИСТЕМ	12
В.В.Машников, С.В.Скребцова, М.А. Старшов, Ю.Д. Гудова	ДИЗАЙН ЭКСПЕРИМЕНТОВ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ В ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ УСЛОВИЯХ УЧЕБНАЯ ОНЛАЙН ЛАБОРАТОРИЯ БЕЗ СИМУЛЯТОРА	18 23
М.А. Старшов	РАЗМЫШЛЕНИЯ О МЕЛОЧИ В ПЕДАГОГИКЕ	27
М.А. Старшов	ГЛУБИНА СТАРОЙ ЗАДАЧИ	29
<b>ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ</b>		
А.С. Шаповалов, С.А. Шаповалов, А.С. Шаповалов мл	КОЭФФИЦИЕНТЫ КОЛЛЕКТИВНОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ АМПЛИТУДНО-ФАЗОВЫХ ФЛУКТУАЦИЙ СИГНАЛА МНОГОДИОДНОГО ГЕНЕРАТОРА СВЧ, УЧИТЫВАЮЩИЕ ВЛИЯНИЕ КОРРЕЛЯЦИИ КВАДРАТУРНЫХ КОМПОНЕНТ ШУМА ВНУТРЕННИХ ИСТОЧНИКОВ	32
А.С. Шаповалов, М.Г. Инкин, А.С. Шаповалов мл	МАКСИМАЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ ДРОБОВОГО ШУМА ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ НЕОДНОРОДНОГО ПОТЕНЦИАЛЬНОГО БАРЬЕРА	36
А.С. Шаповалов, М.Г. Инкин, А.С. Шаповалов мл	ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ АНОМАЛЬНОГО ДРОБОВОГО ШУМА ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ НЕОДНОРОДНОГО ПОТЕНЦИАЛЬНОГО БАРЬЕРА	37
А.С. Шаповалов, В.В. Машников, А.С. Шаповалов мл	МОДИФИКАЦИЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ НЕОДНОРОДНОГО ПОТЕНЦИАЛЬНОГО БАРЬЕРА С ПОНИЖЕННЫМ УРОВНЕМ АНОМАЛЬНОГО ДРОБОВОГО ШУМА	40
В.Г. Андрианов, Г.Н. Колесов	ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ АМПЛИТУДЫ ВЫБРОСА НА ВЕРШИНЕ ИМПУЛЬСА ОТ ЕМКОСТИ НЕОДНОРОДНОСТИ В КОАКСИАЛЬНОЙ ВОЛНОВЕДУЩЕЙ СИСТЕМЕ	45
<b>ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА</b>		
О.Е. Глухова, А.А. Петрунин	ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОВОДИМОСТИ СТРУКТУРЫ КОЛОННОГО ГРАФЕНА НА ОСНОВЕ НАНОТРУБОК (20,0)	48
В. О. Болванов	ПРОПУСКНАЯ СПОСОБНОСТЬ ЧЕТЫРЕХТЕРМИНАЛЬНОГО УСТРОЙСТВА НА ОСНОВЕ Х-КОНТАКТОВ УГЛЕРОДНЫХ НАНОТРУБОК	50
Д.В. Чурочкин, С.В. Чурочкина, К.В. Максимов	ЭФФЕКТ ААРОНОВА-БОМА	55
Н.Е. Нюнько, К.В Санков	НЕКОТОРЫЕ ДВУМЕРНЫЕ ОДНОЧАСТИЧНЫЕ ЗАДАЧИ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ	62
<b>ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ</b>		
В.Б. Агеев, И.В. Федосов	АППАРАТНО-ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС УПРАВЛЕНИЯ ЛАЗЕРНЫМ СКАНИРУЮЩИМ КОНФОКАЛЬНЫМ МИКРОСКОПОМ	65
<b>ДИСКУССИЯ</b>		
И.Ю. Клугман	ОСОБЕННОСТИ ИОНА ЛИТИЯ	71
И.Ю. Клугман	О ЭКСТРАПОЛЯЦИИ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРОЛИТОВ	79
В.Г. Андрианов, В.Ю. Шигаев, В.В. Тимофеев, А.Е. Хохлов, Г.Н. Колесов	ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРВИЧНЫХ ПАРАМЕТРОВ ОДНОПРОВОДНОЙ ЛИНИИ	85
М.А.Старшов	ВОЛНЫ ФИЗИЧЕСКОГО ЗНАНИЯ	89
<b>СПИСОК АВТОРОВ</b>		
<b>СОДЕРЖАНИЕ</b>		
<b>CONTENTS</b>		



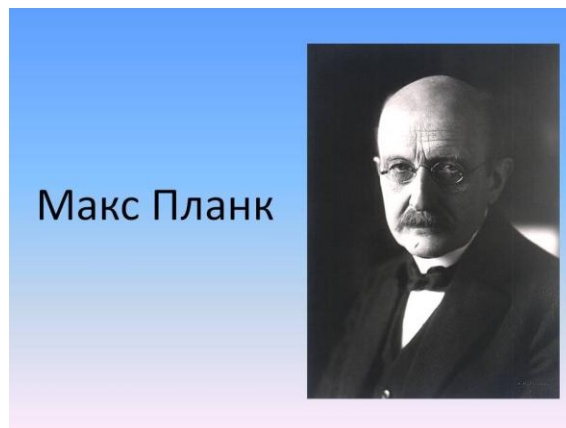
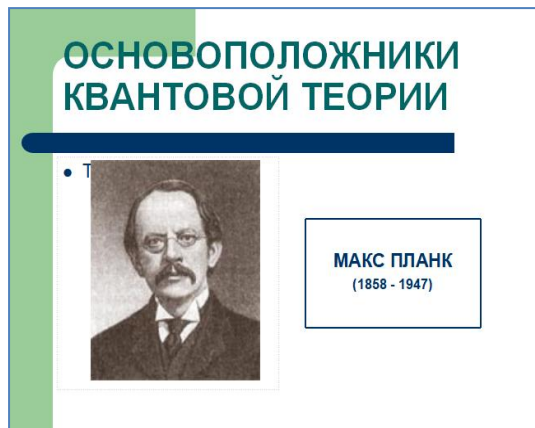
## CONTENTS

V.M. Anikin	TO THE 75TH ANNIVERSARY OF PHYSICS FACULTY OF SARATOV UNIVERSITY	3
<b>EDUCATION</b>		
A.S. Shapovalov, S.A. Shapovalov, A.S. Shapovalov Jr	METHODICAL ASPECTS OF THE GENERAL THEORY OF ANOMALOUS SHOT NOISE AND ITS PRACTICAL APPLICATION	6
A.S. Shapovalov, S.A. Shapovalov, A.S. Shapovalov Jr	ABOUT THE CORRECTNESS OF THE STATISTICAL ANALYSIS OF THEORETICAL AND EXPERIMENTAL DATA	10
V.G. Andrianov, H.N. Kolesov	PULSE FORMING IN COAXIAL WAVEGUIDE SYSTEMS	12
V.V. Mashnikov, S.V. Skrebtsova	DESIGN OF EXPERIMENTS FOR ESTIMATING THE EFFECTIVENESS OF REMOTE LEARNING IN EXTREME CONDITIONS	18
M.A. Starshov, Ju.D. Gudova	ONLINE EDUCATIONAL LABORATORY WITHOUT SIMULATOR	23
M.A. Starshov	REFLECTIONS ABOUT A TRIFLE IN PEDAGOGICS	27
M.A. Starshov	THE DEPTH OF AN OLD TASK	29
<b>ELECTROMAGNETISM</b>		
A.S. Shapovalov, S.A. Shapovalov, A.S. Shapovalov Jr	COEFFICIENTS OF COLLECTIVE TRANSFORMATION OF THE AMPLITUDE-PHASE SIGNAL FLUCTUATIONS OF THE MULTI-DIODE MICROWAVE GENERATOR TAKING INTO ACCOUNT THE INFLUENCE OF CORRELATION OF THE QUADRATURE NOISE COMPONENTS OF INTERNAL SOURCES	32
A.S. Shapovalov, M.G. Inkin, A.S. Shapovalov Jr	MAXIMUM LEVEL OF A SHOT NOISE OF THE HYPERBOLIC MODEL OF AN INHOMOGENEOUS POTENTIAL BARRIER	36
A.S. Shapovalov, M.G. Inkin, A.S. Shapovalov Jr	FREQUENCY CHARACTERISTICS OF AN ANOMALOUS SHOT NOISE OF THE HYPERBOLIC MODEL OF A INHOMOGENEOUS POTENTIAL BARRIER	37
A.S. Shapovalov, V.V. Mashnikov, A.S. Shapovalov Jr	MODIFICATION OF THE HYPERBOLIC MODEL OF AN INHOMOGENEOUS POTENTIAL BARRIER WITH REDUCED LEVEL SHOT NOISE	40
V.G. Andrianov, H.N. Kolesov	THEORETICAL DETERMINATION OF INTERDEPENDENCE BETWEEN PULSE TOP OSCILLATION AND CAPACITANCE OBSTACLE IN COAXIAL WAVEGUIDE SYSTEMS	45
<b>THEORETICAL PHYSICS</b>		
O.E. Glukhova, A.A. Petrunin V. O. Bolvanov	INVESTIGATION OF THE CONDUCTIVITY OF THE STRUCTURE PILLARED GRAPHENE BASED ON NANOTUBES (20,0) CAPACITY OF FOUR-TERMINAL DEVICES BASED ON X-CONTACTS OF CARBON NANOTUBES	48 50
D.V. Churochkin, S.V. Churochkina, K.V. Maximov	THE AHARONOV-BOHM EFFECT	55
N.E. Nyun'co, K.V. Sankov	SOME TWO-DIMENSIONAL ONE-PARTICLE PROBLEMS OF QUANTUM MECHANICS	62
<b>OPTICS AND SPECTROSCOPY</b>		
V.B. Ageev, I.V. Fedosov	HARDWARE AND SOFTWARE COMPLEX FOR CONTROLLING A LASER SCANNING CONFOCAL MICROSCOPE	65
<b>DISCUSSION</b>		
I. Yu. Klugman	PECULIARITIES OF LITHIUM ION	71
I. Yu. Klugman	ABOUT THE EXTRAPOLATION IN DEFINING THE PARAMETERS OF ELECTROLYTES	79
V.G. Andrianov, V.U. Shigaev, V.V. Timofeev, A.E. Hohlov, H.N. Kolesov	PROBLEM OF PRIMARY SINGLE-CONDUCTOR LINE PARAMETERS DETERMINATION REGARDING ITS PULSE FORMING CHARACTERISTICS	85
<b>IN MEMORIAM</b>		
M.A. Starshov	THE WAVES OF PHYSICAL KNOWLEDGE	89
<b>LIST OF THE AUTHORS</b>		
<b>CONTENTS IN RUSSIAN</b>		
<b>CONTENTS</b>		

ГЕРОЙ НЕ ТОТ

*Если на клетке слона прочтешь  
надпись «буйвол», не верь глазам  
своим*

Козьма Прутков



На левом слайде из обнаруженной в Интернете презентации изображен на самом деле Дж. Дж. Томсон. Настоящий Планк – справа

[https://docs.google.com/viewerng/viewer?url=https://nsportal.ru/sites/default/files/2013/03/30/kvantovaya\\_fizika.ppt](https://docs.google.com/viewerng/viewer?url=https://nsportal.ru/sites/default/files/2013/03/30/kvantovaya_fizika.ppt)

«...В то время как великий английский физик **лорд РЭЛЕЙ** говорил, что видит “только небольшие облачка на горизонте”, которые следует понять, 16-летний Эйнштейн задумывался над тем, что будет с его отражением в зеркале, если он будет двигаться со скоростью, превышающей скорость света»

Смолин Л.//Философия науки. 2005, №4(27). С.15.

Проверяю свою память в интернете: **Лорд Кельвин**: «Над физикой стоит ясное небо, все законы физики уже открыты, осталось только два облачка».

Оригинал речи - [http://www.ether-wind.narod.ru/Kelvin\\_1901](http://www.ether-wind.narod.ru/Kelvin_1901)

А вообще, облачков было поболее: ультрафиолетовая катастрофа, опыт Майкельсона, фотоэффект, электрон, рентген, Беккерель, эфир

В дополнение к статье М.А. Старшова в этом номере о месте учителя в классе:



Настоящему учителю геометрии доступны любые углы!