70 к.

Издательство
Саратовского
университета

ВОПРОСЫ ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКИ

ВОПРОСЫ ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКИ

Флуктуационные и диссипативные системы

Межвузовский научный сборник

В ы п у с к I

Издательство Саратовского университета

1989

УДК 519.95:536.7

В 748 ВОПРОСЫ ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКИ. Флуктуационные и диссипативные системы. Межвуз. науч. сб. Изд-во Сарат. ун-та. 1989. Вып. I. 80 с.

Рассмотрены флуктуационные и диссипативные процессы в разнообразных физических системах. На основе введенных физико-статистических моделей определены вероятностные характеристики радиофизических и оптических объектов. Приводятся расчеты процессов тепло- и массопереноса, термоактивационного разрушения. Представлены результаты теоретических и экспериментальных исследований.

Для специалистов в области флуктуационных и диссипативных процессов, а также для аспирантов и студентов-физиков старших курсов.

В $\frac{2004040000 - 766}{176(02) - 89}$ 46 - 89

ISBN 5-292-00768-4

УДК 538.56-535

В.М.Аникин, А.Ф.Голубенцев

О СТАТИСТИЧЕСКОМ ОПИСАНИИ РЕЛЬЕФОВ КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКИХ РАДИОФИЗИЧЕСКИХ И ОПТИЧЕСКИХ СТРУКТУР

Периодические структуры - широко распространенные элементы приборов и устройств радиофизики, оптики, электроники (в том числе квантовой), оптоэлектроники, рентгенооптики, ядерной физики. В качестве примеров можно назвать оптические дифракционные решетки с заданными законами амплитудной и фазовой модуляции, находящие многофункциональные применения периодически возмущенные волноводные системы интегральной оптики, тонкопленочные многослойные интерференционных покрытий рентгеновских и нейтронных зеркал, электронно-фокусирующие и замедляющие системы приборов СВЧ с длительным электронно-волновым взаимодействием, ускоряющие структуры мощных линейных ускорителей ионов и т.д. Природа периодического возмущения в перечисленных структурах может быть различной - рельеф, геометрическая модульность (секционность), модуляция показателя преломления, поглощения, усиления.

Признаком идеальности (качества) структуры является ее строгая периодичность. Однако на практике по технологическим причинам соседние ячейки периодических структур не являются абсолютно строго идентичными и испытывают вероятностный разброс своих геометрических и физических характеристик. Тем или иным дестабилизирующим факторам подвержена любая технология.

Рельефные структуры оптического диапазона изготовляются путем механической нарезки, травления или напыления в вакууме через маску, а также голографическими способами. Качество гравированных оптических решеток определяется степенью постоянства чертящего острия и стабильностью параметров работы делительной машины [1]. На воспроизводимость параметров голографических решеток влияют случайные дестабилизирующие явления, возникающие в процессе синтеза слоя светочувствительного покрытия на оптической заготовке, его экспонирования и проявления (например, отклонения от стационарности интерференционной картины и равномерности освещенности рабочей зоны, наличие отражений света во время регистрации голограмм внутрь светочувствительного слоя, отклонения от оптимальных времен экспонирования и последующей технологической обработки, появление локальных оптических неоднородностей), а также несовершенство оптической заготовки (ее шероховатость и пористость) [2,3].

Для записи рельефных голографических решеток в тонкопленочных регистрационных средах на основе теплового механизма регистрации (с испарением пленки с поверхности подложки) необходима соответствующая оптимизация оптического импульсного воздействия, периода интерференционной картины, плотности энергии световых пучков, характеристик тонкопленочной системы [4]. Хотя существуют отработанные экспериментальные методики травления поверхности волноводной пленки и подложки через предварительно подготовленную фоторезистивную маску, воспроизводимость рельефа гофрированной структуры не является стабильной: имеют место заметные вариации глубины гофра вдоль одного штриха, при переходе от одного штриха к другому, от одной решетки к другой [5]. Строгая регулярность распределения показателя преломления в термостимулированных решетках [6] и решетках, образованных в результате диффузии [7], определяется, очевидно, качеством эквидистантности базовых элементов резистов и полосок диффузанта этих структур.

Несмотря на достигнутые успехи в изготовлении многослойных тонкопленочных структур, реально обеспечивающих пространственную модуляцию физических характеристик твердого тела с периодом в несколько десятков или сотен ангстрем, их параметры (коэффициенты отражения W–C рентгеновских зеркал) еще далеки от теоретического предела. Технологические несовершенства могут проявляться в случайном разбросе толщин слоев, образовании межплоскостных шероховатостей со статистическими свойствами, взаимном проникновении материалов за счет имплантации атомов при нанесении слоев, а также во взаимной диффузии материалов слоев и их химического взаимодействия [8].

Магнитная неоднородность материала в транспортирующих системах приборов СВЧ, дефекты изготовления полюсных наконечников

и магнитных ячеек, а также сборки приводят к нарушению симметрии распределения индукции магнитного поля вдоль оси электронной линзы [9,10]. Из-за несовершенства геометрии замедляющих систем возникают флуктуации их электродинамических характеристик при переходе от одной ячейки к другой [11]. Случайные отклонения при изготовлении ускоряющих модулей и установке собранных из них секций в высокоэнергетической части линейных ускорителей ионов могут негативно повлиять на динамику ускоряемого пучка [12].

В работах, учитывающих несовершенство "периодических" структур, вместо терминов "периодическая" и "период" как экспликации (уточнения) используются соответственно понятия "квазипериодическая" и "квазипериод". Статистика "квазипериода" в рамках одной из статистических моделей подробно рассмотрена в [11,13].

Под категорию квазипериодических структур можно, очевидно, подвести не только целенаправленно формируемые структуры как функциональные компоненты различных устройств, но и те, которые возникают неконтролируемо в результате случайных нестабильностей технологических режимов изготовления регулярных (в идеале) объектов. Так, флуктуации температуры и скорости вытяжки приводят к экспериментально наблюдаемым нежелательным вариациям диаметра и распределения показателя преломления волоконных световодов [14,15]. Квазипериодические микрорельефы могут возникать при обработке оптических поверхностей (их полировании, напылении покрытий [16]). Периодические структуры на поверхности металлов, полупроводников и диэлектриков, возникающие под действием мощного оптического излучения [17], фотоиндуцированные решетки, образующиеся при действии поляризованного когерентного излучения на тонкие фоточувствительные слои [18], также могут найти свое рассмотрение как квазипериодические планарные структуры.

Учет фактора отсутствия строгой периодичности в реальных структурах приводит к естественной постановке ряда взаимосвязанных задач:

анализа влияния случайного разброса физико-геометрических параметров квазипериодических структур на протекание в них физических процессов;

оптимизации профиля структуры или сборки периодической системы из отдельных секций с целью максимального устранения влия-

ния квазипериодичности; установления связи между статистиками
"первичных" (атрибутов квазипериодических систем) и "выходных"
(относящихся к отдельному узлу или устройству в целом) характе-
ристик;

построения теории воспроизводимости параметров функциональ-
ных элементов и прибора в целом при массовом производстве;

установления обоснованных допусков на отклонения "первич-
ных" параметров различных функциональных элементов;

прогнозирования процента выхода годных конструкций (серий-
носпособности) и их надежности (немаловажных показателей для
экономики);

диагностирования отдельных функциональных элементов с
целью определения степени их отклонения от "эталона" (причем,
на возможно более ранней стадии их создания).

Для решения очерченного круга физико-статистических задач
логически первоочередной выступает проблема построения статисти-
ческой модели рассматриваемой квазипериодической структуры. Не-
смотря на очевидную разноплановость по компонентам и назначению
названных выше объектов, профили квазипериодического возмущения
многих из них могут анализироваться с точки зрения единых мо-
дельных представлений. Введем аппроксимирующие функции одной пе-
ременной, которые могут описывать профили отражательных гравиро-
ванных и голографических дифракционных решеток с гладкой формой
штриха [19]; законы амплитудной и фазовой модуляции одномерных
оптических транспарантов; профили гофрированных оптических вол-
новодов с различной формой штриха (в том числе, используемых в
качестве спектрально-селективных элементов в приборах квантовой
электроники [20-23]); распределение диэлектрической проницае-
мости по сечению многослойного интерференционного покрытия; рас-
пределение электродинамических характеристик вдоль СВЧ замедля-
ющей системы; квазипериодический рельеф на оптической поверхнос-
ти, возникающей в результате ее полировки (нанесения покрытия);
пространственную модуляцию энерговыделения на поверхности кон-
денсированной среды под действием мощного оптического излуче -
ния и т.д.

Итак, рассмотрим одномерную структуру с профилем $Z(x)$. В
зависимости от изучаемой структуры $Z(x)$ может изображать се-
чение дифракционной решетки или гофрированного волновода, закон
модуляции и т.д. Точки x_k отмечают границы отдельных ячеек,
композиция которых образует данную квазипериодическую структуру.

Точки x'_k внутри отдельных ячеек отделяют области положитель-
ных и отрицательных значений $Z(x)$. Выбор подобного "среднего"
уровня для отсчета $Z(x)$ позволяет учитывать флуктуации геомет-
рии как "выступов", так и "впадин". При отсутствии флуктуаций
уровней "впадин" можно рассматривать сугубо положительный про-
цесс $Z(x)$. Величины $d'_k = x'_k - x_{k-1}$ и $d''_k = x_k - x'_k$ обозначают
величины соответствующих "полупериодов", так что длина k-й
ячейки $d_k = d'_k + d''_k$.

С учетом технологических погрешностей формирования струк-
туры функцию $Z(x)$ следует рассматривать как случайную, что пре-
допределяет случайный характер местоположения точек x_k, x'_k;
случайный характер величин d'_k, d''_k; случайную геометрию
профиля на отдельных ячейках структуры.

С целью конкретизации вероятностного поведения выделенных
выше случайных параметров предположим вероятностную идентич-
ность и в то же время независимость условий формирования от-
дельных ячеек квазипериодической системы. Это позволяет описы-
вать случайные характеристики отдельной ячейки функциями и за-
конами распределения, не зависящими от номера ячейки. Так, в
предположении статистической независимости случайных величин
d'_k и d''_k величины $d_k = d'_k + d''_k$ и $x_k = \sum_{i=1}^{k} d_i$ имеют смысл
сумм независимых случайных величин и описываются соответствую-
щими композиционными распределениями вероятностей. Далее, фор-
му "выступов" и "впадин" можно описать единообразно с помощью
соответствующих случайных функций. Деформацию профиля будем
учитывать следующим образом. Положим, что заданный профиль
ячейки сохраняется на протяжении всей системы, но его геометри-
ческие параметры случайным образом варьируются в пределах каж-
дой ячейки: "растяжение" или "сжатие" импульса, задающего про-
филь, определяется случайным характером величин d'_k и d''_k,
а за флуктуации его амплитуды ответственны некоторые вспомога-
тельные параметры-сомножители - a_k и b_k.

В этих предположениях профиль структуры $Z(x)$ может быть
описан случайной функцией:

$$\tilde{Z}(x) = \sum_k \left[a_k V_1\left(\frac{x - x_k}{d'_{k+1}}\right) - b_k V_2\left(\frac{x - x_k - d'_{k+1}}{d''_{k+1}}\right)\right], \qquad (1)$$

которая может трактоваться как непрерывная последовательность
импульсов, следующих друг за другом. Здесь V_1 и V_2 - детерми-
нированные функции, задающие соответственно форму положительной

и отрицательной частей импульса и, по определению, отличные от нуля лишь в пределах своих полупериодов, то есть $V_1(t) = V_2(t) = 0$ для $t<0$ и $t>1$; a_k и b_k – "амплитуды" положительной и отрицательной частей k-го импульса. В общем случае несимметрии положительной и отрицательной частей импульса их формы описываются различными функциями V_1 и V_2 . При наличии такой симметрии для задания формы обеих частей импульса может использоваться одна функция-фиксатор – V :

$$Z(x)=\sum_k\left[a_k V\left(\frac{x-x_k}{d'_k}\right)-b_k V\left(\frac{x-x_k-d'_{k+1}}{d''_{k+1}}\right)\right].$$

Проведем расчет статистических характеристик случайной функции $Z(x)$. "Расщепляя" в (I) переменные d'_k , d''_k и x_k , получим:

$$Z(x)=\int_{-\infty}^{\infty}dt\sum_k\left[a_k V_1\left(\frac{t}{d'_{k+1}}\right)-b_k V_2\left(\frac{t-d'_{k+1}}{d''_{k+1}}\right)\right]\delta(t-x-x_k).$$

Учитывая, что

$$M[\delta(x_k-x+t)]=f_k(x-t)$$

– плотность вероятности случайной величины x_k (для начальной фиксированной точки x_0 имеем $f_0(x-t)=\delta(x_0-x+t)$,

$$h(x-t)=\sum_{k=1}^{\infty}f_k(x-t)$$

– "плотность восстановления",

$$\lim_{x\to\infty}\int_0^x Q(u)\,h(x-u)\,du=\frac{1}{d}\int_0^{\infty}Q(u)\,du$$

– предел, определяемый узловой теоремой восстановления [24] (d – среднее значение случайной величины d_k), запишем выражения для статистических характеристик $Z(x)$ в асимптотическом приближении [II]. Математическое ожидание

$$M[Z(x)]=\frac{1}{d}\int_0^{\infty}M\left[aV_1\left(\frac{x}{\xi}\right)-bV_2\left(\frac{x-\xi}{\zeta}\right)\right]dx, \tag{2}$$

где случайные величины a, b , ξ и ζ имеют законы распределения, совпадающие с вероятностными законами соответственно величин a_k , b_k , d'_k , d''_k .

Автокорреляционная функция определится как

$$\rho_Z(\tau)=\frac{1}{d}\int_0^{\infty}M\left\{\left[aV_1\left(\frac{\tau+x}{\xi}\right)-bV_2\left(\frac{\tau+x-\xi}{\zeta}\right)\right]\times\left[aV_1(x/\xi)-bV_2\left(\frac{x-\xi}{\zeta}\right)\right]\right\}dx. \tag{3}$$

Винеровский спектр $Z(x)$ определяется обратным преобразованием Фурье от (3).

Будем рассматривать симметричные профили, когда

$$V_1(x)=V_2(x)=V(x),\; M[a]=M[b]=\bar{a},\; M[\xi]=M[\zeta]=d/2,$$

считая одинаково распределенными a_k и b_k , а также d'_k и d''_k . Вводя в рассмотрение $\tilde{V}(\omega)$ (преобразование Фурье функции $V(x)$), для винеровского спектра профиля квазипериодической структуры получим:

$$\frac{\pi d}{\bar{a}^2}S_Z(\omega)=(1+\gamma_a^2)M[\xi^2|\tilde{V}(\omega\xi)|^2]+$$
$$+\begin{vmatrix} M[\xi\,\mathrm{Im}\,\tilde{V}(\omega\xi)] & M[\xi\,\mathrm{Re}\,\tilde{V}(\omega\xi)] \\ M[\xi\,\mathrm{Re}\,e^{i\omega\xi}\tilde{V}(-\omega\xi)] & M[\xi\,\mathrm{Im}\,e^{i\omega\xi}\tilde{V}(-\omega\xi)] \end{vmatrix}, \tag{4}$$

где $\gamma_a=\sigma_a/\bar{a}$ – коэффициент вариации "амплитуды" гофра, а усреднение ведется по случайной величине ξ (полупериоду структуры).

Формула (4) записана для произвольного дифференциального закона $f(\xi)$ распределения величины полупериода структуры и произвольной функции-фиксатора $V(x)$ профиля. Если конкретизовать $f(\xi)$ и $V(x)$, выражение для спектра будет в явном виде содержать информацию о статистических характеристиках разброса параметров (полупериода и амплитуды), определяющих профиль структуры. В таблице приводятся функции $V(x)$, определенные на "стандартном" интервале (0,I), и их преобразования Фурье $\tilde{V}(\omega)$ для некоторых характерных профилей квазипериодических структур – синусоидального, прямоугольного, симметричного треугольного и симметричного трапецеидального (α – угол наклона боковой стороны, $x_1=\mathrm{ctg}\,\alpha$, $x_2=1-\mathrm{ctg}\,\alpha$). При записи $V(x)$ использована функция

$$\mathrm{rect}\left(\frac{u}{d}\right)=\begin{cases}1 \text{ для } 0\le u\le d,\\ 0 \text{ для других значений } u.\end{cases}$$

При переходе к $\tilde{V}(\omega\xi)$ в выражениях для $\tilde{V}(\omega)$ достаточно заменить ω на $\omega\xi$.

Таким образом, дано общее модельное представление для различных типов одномерных квазипериодических структур со случайными вариациями параметров и рассчитаны основные флуктуационные характеристики профилей таких структур – корреляционная функция и винеровский спектр.

Характеристики профилей

Форма гофра	Спектр $\tilde{V}(\omega)$.
Синусоидальная, $V(x)=(\sin \pi x)\,rect(x)$	$\frac{2}{\pi}\frac{\cos(\omega/2)}{1-(\omega/\pi)^2}e^{-j\omega/2}$
Прямоугольная, $V(x)=rect(x)$	$\frac{j}{\omega}(e^{-j\omega}-1)$
Треугольная, $V(x)=2x\,rect(2x)+(2-2x)\,rect(2x-1)$	$-\frac{2}{\omega^2}(e^{-j\omega/2}-1)^2$
Трапецеидальная, $V(x)=x\,tg\alpha\,rect(x/x_1)+rect((x-x_1)/(x_2-x_1))+(1-x)\,tg\alpha\,rect((x-x_2)/(1-x_2))$	$\frac{tg\alpha}{\omega^2}(e^{-j\omega x_1}+e^{-j\omega x_2}-e^{-j\omega}-1)$

Прикладная направленность полученных соотношений (2)-(4) может быть связана с решением задачи диагностирования качества структуры с периодически возмущенными характеристиками (геометрии, распределения показателя преломления или диэлектрической проницаемости и пр.).

Литература

1. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М., 1970.

2. Селезнев В.А., Афанасьева В.Л., Аутко О.А. Голографические дифракционные решетки с частотой штрихов 3600 мм$^{-1}$ // Оптико-механическая промышленность. 1982. № 6. С.60.

3. Топунова М.К., Васильева Н.А., Курсакова А.М., Парамонова Т.М., Шарова Л.В. Особенности голограмм, записанных в слое задубленной бихромированной желатины, проявленных буферными растворами // Оптико-механическая промышленность. 1987. № 8. С.39-41.

4. Гродзинская И.Д., Пешко И.И., Сальнова Е.Н., Хижняк А.И. Запись рельефных голографических решеток в тонких пленках пространственно-неоднородными пучками // ЖТФ. 1987. Т.57. № 11. С.2227-2231.

5. Спихальский А.А. Стабилизация характеристик распреде-

ленных брегговских зеркал // ЖТФ. 1987. Т.57. № 8.С.1665-1668.

6. Андрушко Л.М., Вознесенский В.А., Фелинский Г.С. Дифракция поверхностных оптических волн на термостимулированной фазовой решетке в титан-диффузных волноводах в ниобате лития //ЖТФ. 1987. Т.57. № 1. С.176-177.

7. Войтенко И.Г., Редько В.П., Томов А.В. Исследование дифракционных решеток в ниобате лития, полученных диффузией титана и железа // ЖТФ. 1987. Т.57. № 1. С.139-141.

8. Платонов Ю.Я., Полушкин Н.И., Салащенко Н.Н., Фраерман А.А. Рентгенооптические исследования характеристик многослойных структур // ЖТФ. 1987. Т.57. № 11. С.2192-2199.

9. Голубенцев А.Ф., Глейзер В.В., Минкин Л.М. Деформация электронного пучка в квазипериодическом магнитном поле // Вопросы электроники СВЧ: Межвуз. науч.сб. Саратов, 1977. Вып.10.

10. Васичев Б.Н. Особенности формирования фокусирующего магнитного поля в многощелевой линзе // Оптико-механическая промышленность. 1982. № 10. С.19-21.

11. Голубенцев А.Ф., Аникин В.М., Денисов Ю.И. Статистические характеристики замедляющей системы со случайными нарушениями периодичности структуры // Изв.вузов. Радиофизика. 1982.Т.25. № 3. С.322-327.

12. Сеничев Ю.В., Шапошникова Е.Н. Особенности равновесного движения в линейном ускорителе со ступенчатым изменением фазовой скорости // ЖТФ. 1987. Т.57. № 6. С.1092-1100.

13. Голубенцев А.Ф., Аникин В.М., Денисов Ю.И. О модуляции "периода" замедляющей системы, вызванной производственными дефектами изготовления / Саратов, 1982. Деп. в ЦНИИ "Электроника". Рег. № 7807/82.

14. Мидвинтер Дж.Э. Волоконные световоды для передачи информации. М., 1983.

15. Голубенцев А.Ф., Аникин В.М., Денисов Ю.И. О статистическом описании оптических волокон со случайными флуктуациями параметров распределения показателя преломления // Оптика и спектроскопия. 1984. Т.56. № 5. С.974-975.

16. Вахитов Ф.Х., Зимин В.М., Тагиров В.Б. Сравнительные исследования оптических свойств медных зеркал, полученных различными способами // Оптико-механическая промышленность. 1987. № 9. С.36-39.

17. Ахманов С.А., Емельянов В.И., Коротеев Н.И., Семиногов В.В. Воздействие мощного лазерного излучения на поверхность по-

лупроводников и металлов: нелинейно-оптические эффекты и нелинейно-оптическая диагностика // УФН. 1985. Т.147. № 4. С.675-745.

18. Агеев Л.А., Милославский В.К. Дифракционная решетка, индуцированная поляризованным светом в тонких пленках Ag-AgCl // Оптика и спектроскопия.1984.Т.57. № 5. С.916-920.

19. Дмитриева Л.А., Голубенко И.В., Савицкий Г.М. Дифракционная эффективность голографических решеток симметричных профилей // Оптико-механическая промышленность. 1985. № 1. С.4-6.

20. Аврущкий И.А., Голубенко Г.А., Сычугов В.А., Тищенко А.В. Спектральные и лазерные характеристики зеркала с гофрированным волноводом на его поверхности // Квантовая электроника. 1986. Т.13. № 8. С.1629.

21. Аврущкий И.А., Сычугов В.А. Отражение света от поверхности двусторонне гофрированного волновода и особенности распространения света в нем // Квантовая электроника. 1987. Т.14.№6. С.1140.

22. Спихальский А.А. Асимметричные распределенные брэгговские зеркала // Квантовая электроника. 1986. Т.13. № 11.С.2322.

23. Спихальский А.А. Улучшение характеристик волноводного решетчатого поляризатора // Квантовая электроника. 1987. Т.14. № 7. С.1415-1419.

24. Кокс Д., Смит В. Теория восстановления. М., 1967.

УДК 621.3

А.А.Скапцов

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕРМОАКТИВАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ РАЗРУШЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИМ НАГРУЖЕНИЕМ

При прогнозировании длительной прочности электровакуумных материалов необходимо знание параметров разрушения. В [1] описан способ определения постоянной времени τ_0, энергии U_0 и объема γ активации процесса разрушения в условиях ползучести материалов. Однако этот метод требует больших затрат времени на испытания. Существуют два пути сокращения времени испытаний: использование установок с одновременным испытанием большого количества образцов и проведение испытаний в динамических режимах нагружения. В данной работе описан способ определения параметров разрушения по результатам испытаний на долговечность при

одноосном растяжении образцов силой, увеличивающейся во времени по линейному закону.

Время до разрушения при одноосном растяжении по закону $\sigma(t)=\dot{\sigma}(t)$ можно найти, используя интегральный критерий Бейли:

$$\int_0^{t_p} \frac{dt}{\tau(\sigma(t),T)} = 1 , \qquad (1)$$

где t_p – время до разрушения, $\sigma(t)$ – напряжение при растяжении в момент времени t, T – температура образца, $\tau(\sigma,T)$ – долговечность образца при ползучести.

Соотношение (1) связывает время до разрушения при динамических испытаниях с параметрами разрушения, входящими в уравнение для долговечности при ползучести:

$$\tau=\tau_0 \exp\left(\frac{U_0-\gamma\sigma}{RT}\right) . \qquad (2)$$

Уравнение (1) может быть представлено в виде

$$F(\dot{\sigma}, T, \sigma_B(T), \tau_0, \gamma, U_0)=0, \qquad (3)$$

где $\sigma_B(T)$ – предел прочности образца, однозначно связанный с t_p соотношением $\sigma_B(T)=\dot{\sigma}t_p$.

Зависимость (3) позволяет экспериментально вычислить параметры разрушения τ_0, γ, U_0. С этой целью по данным температурной зависимости предела прочности, взятым из [2-4], в соответствии с уравнением (3) строились семейства кривых $\gamma=F(U_0,T)$ для различных значений τ_0, причем параметром семейства являлась температура испытаний T. Величина τ_0 варьировалась в пределах 10^{-8} – 10^{-16} с. При определенном значении τ_0 кривые γ пересекаются в одной точке, координаты которой определяют значения искомых параметров.

В качестве примера на рис.1 показано семейство кривых γ, полученное для вольфрама при $\dot{\sigma}$ = 20 кг/мм^2.с и $\tau_0=10^{-13}$ с. Пересечение кривых в одной точке характерно и для других электровакуумных материалов.

Существует критическая температура $T_{кр}$, относительно которой семейство кривых γ можно разделить на два подсемейства. В отличие от кривых γ при $T<T_{кр}$, которые пересекаются при $\sigma=0$, кривые γ второго подсемейства пересекаются при $\gamma = 0$, что отражает переход от термофлуктуационного разрушения к диффузионному механизму. Существование температурной границы показано на рис.2, где представлена зависимость γ вольфрама от температуры испытаний назначенных τ_0 и U_0, соответствующих

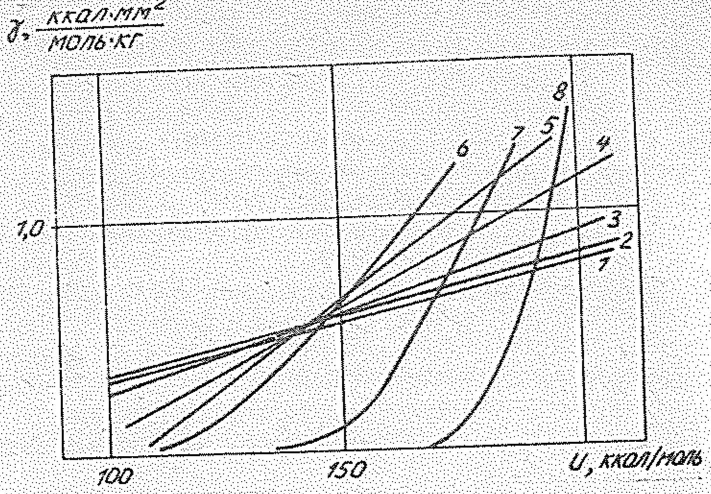


Рис.I. Семейство кривых γ для вольфрама при температуре (по Кельвину): I – 293, 2 – 473, 3 – 673, 4 – I073, 5 – I273, 6 – I473, 7 – I773, 8 – 2073

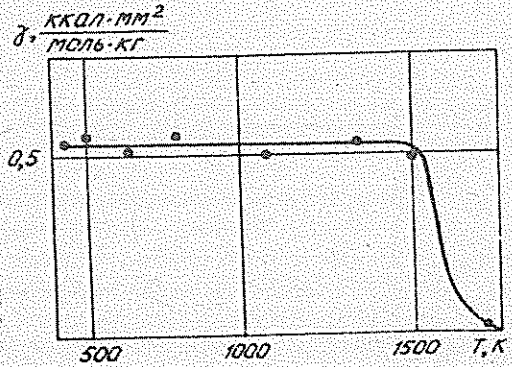


Рис.2. Зависимость объема активации γ вольфрама от температуры

точке пересечения кривых γ на рис.I. При $T_{кр}$ = I550 °С величина γ резко падает, что соответствует переходу к диффузионному механизму разрушения. В соответствии с описанным методом были найдены параметры разрушения для цинка, меди, алюминия, никеля и вольфрама. Величина скорости погружения $\dot{\sigma}$ = 20 кг/мм^2.с. Зависимость $\sigma_b(T)$ обрабатывалась согласно (3) для случая, когда соотношение (2) представлялось в виде

$$\tau = \tau_0 \left[\exp\left(-\frac{U-\gamma\sigma}{kT}\right) - \exp\left(-\frac{U+\gamma\sigma}{kT}\right)\right]^{-1}, \qquad (4)$$

который отличается дополнительным членом, учитывающим восстановление термически разорванных связей при высокой температуре. Зависимость U от температуры учитывалась по формуле $U = U_0 - \bar{C}_p T$, где $\bar{C}_p$ – средняя теплоемкость при постоянном давлении. Результаты расчетов по (4) приведены в таблице.

Термоактивационные параметры разрушения

Материал	γ, ккал.мм^2/моль.кг	U_0, ккал/моль	$T_{кр}$, К	$\lg \tau_0$, с формула (4)	$\lg \tau_0$, с формула (6)
Цинк	I,5	35	450	–I4	–I2
Алюминий	2,5	48	625	–I6	–I3
Медь	2,5	73	840	–I6	–I4
Никель	I,9	93	I200	–I5	–I2
Вольфрам	0,55	I43	I550	–I6	–I3

Значения τ_0 не совпадают с периодом тепловых колебаний атомов [I]. Это несоответствие исчезает при учете в (4) трехмерности тепловых колебаний атомов в узлах кристаллической решетки.

Наиболее просто это можно сделать, выбрав в качестве модели твердого тела систему связанных гармонических осцилляторов [5]. В рамках этой модели число степеней свободы $2S$ однозначно определяет теплоемкость твердого тела при постоянном объеме: $C_v = SR$. С учетом этого вероятность флуктуации полной энергии осциллятора E при $E > kT$ будет равна [5]:

$$W = \frac{(E/kT)^{C_v/k-1}}{\Gamma(C_v/k)} \exp\left(-\frac{E}{kT}\right), \qquad (5)$$

где $\Gamma(x)$ – полная гамма-функция. При одномерном характере колебаний, когда $C_v = k$, (5) принимает вид (2):

$$\tau = \Gamma\left(\frac{C_v}{R}\right)\left(\frac{u-\gamma\sigma}{RT}\right)^{-\left(\frac{C_v}{R}-1\right)} \tau_0 \left[\exp\left(\frac{U-\gamma\sigma}{RT}\right) - \exp\left(\frac{u+\gamma\sigma}{RT}\right)\right]^{-1}. \qquad (6)$$

Соотношение (6) отличается от (2) сомножителем при τ_0. Оно было использовано при расчете термоактивационных параметров аналогично (4). В таблице приведены значения τ_0, которые оказываются соизмеримыми с периодом тепловых колебаний атомов в узлах решетки.

Изложенный метод может быть использован для ускоренного определения термоактивационных параметров разрушения, заменив в ряде случаев традиционный метод испытаний на ползучесть при высоких температурах.

Л и т е р а т у р а

1. Регель В.Р., Слуцкер А.И., Томашевский Э.Е. Кинетическая природа прочности твердых тел. М., 1974.

2. Лебединский М.А. Электровакуумные материалы. М., Л., 1966.

3. Свойства элементов. Ч. 1. Физические свойства: Справочник. М., 1976.

4. Уикс К.Е., Блок Ф.Е. Термические свойства 65 элементов, их окислов, галогенидов, карбонидов и нитридов. М., 1965.

5. Мелвин-Хьюз Э.А. Физическая химия. Кн. I. М., 1962.

УДК 621.391.822

А.С.Шаповалов

К ВОПРОСУ ОБ УСТАНОВЛЕНИИ СТАЦИОНАРНОГО РЕЖИМА ДИФФУЗИИ ГАЗА В ТВЕРДОМ ТЕЛЕ

Развитие современной радиоэлектронной техники (радиолокационной, навигационной, измерительной и т.д.) требует создания СВЧ генераторов, обладающих высокими энергетическими, диапазонными, шумовыми характеристиками, а также высокой надежностью, вибростойкостью, малой массой и габаритами [1-10]. Большинству указанных требований удовлетворяют СВЧ генераторы на основе полупроводниковых диодов с отрицательным сопротивлением (ЛПД, диодов Ганна, ТД). Однако проблема создания генератора, удовлетворяющего высоким требованиям по комплексу параметров (в том чис-

ле по уровню флуктуаций генерируемого сигнала), в полной мере еще не решена.

Одним из эффективных средств снижения шумов выходного сигнала является синхронизация генератора внешним малошумящим источником СВЧ колебаний. Теория шумов синхронизированных твердотельных генераторов довольно детально разработана и описана в литературе, в том числе в работах Курокавы [11-13], но в ней имеются вопросы, требующие дополнительного исследования, например, выяснение степени влияния на шумы синхронизированного твердотельного генератора прочности предельного цикла, неизохронности генератора и корреляции квадратурных компонент собственных шумов полупроводниковых диодов, получение выражения для взаимной спектральной плотности амплитудно-фазовых флуктуаций сигнала.

Именно эти задачи поставлены в данной работе. Результаты анализа носят общий характер и справедливы для твердотельных генераторов, использующих различные типы диодов.

Эквивалентная схема простейшей модели твердотельного генератора, рассмотренная в [11] и принимаемая в качестве анализируемой схемы в данной работе, представляет собой замкнутый контур, который содержит последовательно включенные элементы: отрицательное сопротивление полупроводникового диода - R, внутреннее сопротивление R_i, сопротивление нагрузки $R_н$, которая обычно представляет импеданс волновода или коаксиальной линии, индуктивность L, емкость C контура, ЭДС $e(t)$ и $E(t)$, описывающие соответственно шумы и синхронизирующий сигнал. Уравнение Кирхгофа для данной схемы имеет вид

$$L\frac{di}{dt} + (R_i + R_н - R)i + \frac{1}{C}\int i\,dt = e(t) + E(t). \qquad (1)$$

Пренебрегая высшими гармониками, выражение для тока можно представить в виде колебания с медленно меняющимися амплитудой $A(t)$ и фазой $\varphi(t)$:

$$i(t) = A(t)\cos(\omega t + \varphi(t)).$$

Используем в (1) правила дифференцирования и интегрирования функций, описывающих колебания с медленно меняющимися амплитудой и фазой [11]; умножим указанное выражение сначала на $\sin(\omega t + \varphi)$, а затем на $\cos(\omega t + \varphi)$ и, наконец, усредним получающиеся выражения за период колебаний при наличии текущего времени. Получим

$$\left(-\omega L + \frac{1}{\omega C}\right) + \left(L + \frac{1}{\omega^2 C}\right)\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{e_s(t) + E_s(t)}{A}, \qquad (2)$$

$$\left(L+\frac{1}{\omega^2 C}\right)\frac{dA}{dt}+\left(R_c+R_0-\bar{R}\right)A=e_c(t)+E_c(t), \qquad (3)$$

где $e_c(t)$, $e_s(t)$ – квадратурные компоненты шума; $E_c(t)$, $E_s(t)$ – квадратурные компоненты синхросигнала;

$$e_c=\frac{2}{T}\int_{t-T}^{t}e(t)\cos(\omega t+\Phi)dt, \quad T=\frac{2\pi}{\omega},$$

$$e_s=-\frac{2}{T}\int_{t-T}^{t}e(t)\sin(\omega t+\Phi)dt,$$

$$E_c=\frac{2}{T}\int_{t-T}^{t}E(t)\cos(\omega t+\Phi)dt, \qquad (4)$$

$$E_s=-\frac{2}{T}\int_{t-T}^{t}E(t)\sin(\omega t+\Phi)dt, \qquad (5)$$

$$\bar{R}=\frac{2}{AT}\int_{t-T}^{t}RA\cos^2(\omega t+\Phi)dt$$

– среднее за период значение модуля отрицательного сопротивления диода.

Проанализируем и преобразуем уравнение (3). Модуль отрицательного сопротивления зависит от амплитуды колебаний. Если оно флуктуирует, величину $\bar{R}$ можно разложить в ряд в окрестности среднего значения A_0. Тогда коэффициент при A в уравнении (3) примет вид

$$R_c+R_0-\bar{R}(A)=R_c+R_0-\bar{R}(A_0)-\left(\frac{\partial\bar{R}}{\partial A}\right)_0 dA. \qquad (6)$$

Если на генератор не воздействуют ни шумовой, ни синхронизирующий сигнал, $E(t)=0$, $e(t)=0$, то, как следует из (3), стационарная амплитуда колебаний $A=A_0=const$ наблюдается, если

$$R_c+R_0-\bar{R}(A_0)=0. \qquad (7)$$

Таким образом, величина A_0 определяется выражением (7). С учетом (7) в режиме колебаний с установившейся амплитудой соотношение (6) упрощается:

$$R_c+R_0-\bar{R}(A)=-\left(\frac{\partial\bar{R}}{\partial A}\right)_0 dA. \qquad (8)$$

Уравнение (3) принимает следующий вид:

$$\left(L+\frac{1}{\omega^2 C}\right)\frac{dA}{dt}-A\left(\frac{\partial\bar{R}}{\partial A}\right)_0 dA=e_c(t)+E_c(t). \qquad (9)$$

Введем в рассмотрение относительные флуктуации амплитуды $\alpha=\frac{dA}{A_0}$. Согласно (9), уравнение для α имеет вид

$$\frac{d\alpha}{dt}+A_0\left(-\frac{\partial\bar{R}}{\partial A}\right)_0\frac{1}{L+\frac{1}{\omega^2 C}}\alpha=\frac{e_c(t)+E_c(t)}{A_0\left(L+\frac{1}{\omega^2 C}\right)}. \qquad (10)$$

Коэффициент при α, равный

$$P_\alpha=-A_0\left(\frac{\partial R}{\partial A}\right)_0\Big/\left(L+\frac{1}{\omega^2 C}\right), \qquad (11)$$

по определению представляет собой прочность предельного цикла. С использованием этого параметра уравнение (10) запишется как

$$\frac{d\alpha}{dt}+P_\alpha\alpha=\frac{e_c(t)+E_c(t)}{A_0\left(L+\frac{1}{\omega^2 C}\right)}. \qquad (12)$$

Пусть $e_c(t)=0$, $E_c(t)=0$. Тогда из (12) следует, что начальная флуктуация амплитуды α_0 изменяется во времени по закону

$$\alpha(t)=\alpha_0 e^{-P_\alpha t}.$$

Если $P_\alpha<0$, то $\alpha(t)$ безгранично нарастает и стабильный режим работы не устанавливается. Если же $P_\alpha>0$, то $\alpha(t)$, экспоненциально убывая, стремится к нулю. Устанавливается постоянная амплитуда. Параметр P_α, таким образом, характеризует скорость спадания любых возмущений амплитуды от ее стационарного значения A_0.

Теперь проанализируем уравнение (2). Подставим в него

$$A=A_0+dA=A_0(1+\alpha)$$

и, сохранив лишь члены первого порядка малости, получим:

$$\frac{d\Phi}{dt}+\frac{\omega L-\frac{1}{\omega C}}{L+\frac{1}{\omega^2 C}}\alpha=\frac{e_s(t)+E_s(t)}{A_0\left(L+\frac{1}{\omega^2 C}\right)}+\frac{\frac{1}{\omega C}-\omega L}{L+\frac{1}{\omega^2 C}}. \qquad (13)$$

Видно, что неизохронность генератора равна

$$q=\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)\Big/\left(L+\frac{1}{\omega^2 C}\right). \qquad (14)$$

При $e_s(t)=0$, $E_s(t)=0$ стационарные колебания, когда частота постоянна, а $\frac{d\Phi}{dt}=0$, устанавливаются в случае выполнения условия

$$\omega L-\frac{1}{\omega C}=0. \qquad (15)$$

Выражение (15) определяет частоту стационарных колебаний $\omega=\omega_0=1/\sqrt{LC}$. Подставляя (15) в (14), приходим к заключению, что на частоте генерации $\omega=\omega_0$ коэффициент неизохронности рассмотренной модели генератора равен нулю, то есть исследуемый генератор несинхронный. С учетом этого факта уравнение (13) примет вид

$$\frac{d\Phi}{dt}=\frac{1}{2LA_0}\left[e_s(t)+E_s(t)\right], \qquad (16)$$

а флуктуационное уравнение для амплитуды окончательно запишется как

$$\frac{d\alpha}{dt}+P_\alpha\alpha=\frac{1}{2LA_0}\left[e_c(t)+E_c(t)\right], \qquad (17)$$

где P_α определяется выражением (11) и при $\omega=\omega_0$ равно

$$P_\alpha=-\frac{A_0}{2L}(\partial\bar{R}/\partial A)_0.$$

Приняв в (16), (17) величину $E(t)$, равную нулю, и проводя спектральный анализ полученных уравнений, нетрудно найти выражения для спектральных плотностей флуктуаций амплитуды и фазы генерируемого сигнала в автономном режиме работы анализируемой модели:

$$S_a(\Omega)=\frac{1}{4L^2A_0^2}\,\frac{S_{ec}(\Omega)}{P_a^2+\Omega^2}, \tag{18}$$

$$S_\Phi(\Omega)=\frac{1}{4L^2A_0^2\Omega^2}\,S_{ec}(\Omega), \tag{19}$$

где $S_{ec}(\Omega)$ и $S_{es}(\Omega)$ – спектральные плотности квадратурных компонент шума; Ω – эквивалентная круговая частота модуляции амплитуды и фазы сигнала. Как известно [14,15],

$$S_{ec}(\Omega)=S_{es}(\Omega)=S_n(\Omega)=S_e(\omega_0+\Omega)+S_e(\omega_0-\Omega),$$

где $S_e(\omega)$ – спектральная плотность флуктуаций напряжения источника шумов. Флуктуации частоты $\nu(t)$, связанные с флуктуациями фазы $\Phi(t)$ соотношением $\nu(t)=d\Phi(t)/dt$, характеризуются спектральной плотностью $S_\nu(\Omega)=\Omega^2 S_\Phi(\Omega)$.

Рассмотрим работу генератора в режиме синхронизации в отсутствие шумов. Предположим, что $e(t)=0$, а $E(t)=a_0\cos\omega_s t$ представляет собой синхронизирующий сигнал, амплитуда которого a_0 мала. Если генератор синхронизирован, то его частота колебаний равна частоте синхронизирующего сигнала: $\omega=\omega_s$. В случае, когда амплитуда синхронизирующего сигнала a_0 мала, амплитуда колебания, генерируемого в режиме синхронизации, будет мало отличаться от амплитуды A_0 в режиме свободных колебаний. При этих условиях интеграл, стоящий в правой части уравнения (5), будет равен

$$\frac{2}{T}\int_{t-T}^{t} a_0\cos\omega_s t\,\sin(\omega t+\Phi)\,dt=a_0\sin\Phi. \tag{20}$$

Учитывая (20), проанализируем уравнение (2) в установившемся режиме, когда $\frac{d\Phi}{dt}=0$, $\Phi=\Phi_0$, $A=A_0$, $\omega_s=\omega_0+\Delta\omega_0$. Получим:

$$\Delta\omega_0=-a_0\sin\Phi_0/(2LA_0). \tag{21}$$

Величина $\Delta\omega_0$ дает связь частотной расстройки синхронизирующего сигнала ω_s и собственной частоты синхронизируемого генератора ω_0 с фазой Φ_0 колебаний, устанавливающихся в режиме синхронизации. Если в (21) положить $\sin\Phi_0=1$, найдем абсолютную величину максимально возможной расстройки, то есть полуширину полосы синхронизации

$$\delta=|\Delta\omega_0|_{max}=\frac{a_0}{2LA_0}.$$

В общем же случае различие собственной частоты генератора и частоты синхросигнала удовлетворяет условию $\Delta\omega_0\le|\Delta\omega_0|_{max}$.

Предположим, что по каким-то причинам (например, за счет флуктуаций) сдвиг фаз сигналов Φ изменился от уровня Φ_0 на небольшую величину $\Delta\Phi$. Подставим $\Phi=\Phi_0+\Delta\Phi$ в уравнение (2) и проанализируем зависимость от времени для $\Delta\Phi$:

$$\frac{d(\Delta\Phi)}{dt}+\frac{a_0\cos\Phi_0}{2LA_0}\Delta\Phi=0.$$

Отсюда следует, что $\Delta\Phi$ будет уменьшаться и захват будет стабильным, если

$$P_\varphi=\frac{a_0\cos\Phi_0}{2LA_0}>0. \tag{22}$$

Синхронизирующий сигнал при этом действует на величину $\Delta\Phi$ подобно некоторой восстанавливающей силе, а величина P_φ играет роль фазовой прочности предельного цикла.

Теперь обратимся к уравнению (3) в режиме стабильной синхронизации, когда $e_c(t)=0$ и $\frac{dA}{dt}=0$. Пусть $A=A_0+\Delta A_0$, тогда согласно (4), (8) и (9),

$$\Delta A_0=\frac{a_0\cos\Phi_0}{A_0\left(-\frac{\partial\bar{z}}{\partial A}\right)_0}.$$

Ранее было показано, что стабильные режимы соответствуют случаям, когда $P_a>0$, $\left(-\frac{\partial\bar{z}}{\partial A}\right)_0>0$, $\cos\Phi_0>0$. Следовательно, в режиме синхронизации амплитуда колебаний выше, чем в режиме свободных колебаний, и зависит от величины Φ_0, определяемой расстройкой собственной частоты генератора и частоты синхросигнала.

Рассмотрим шумовые свойства генератора в режиме синхронизации. В автономном режиме работы величина Φ может быть любой, но в режиме синхронизации она должна находиться вблизи некоторого значения Φ. В уравнениях (2), (3) положим

$$\begin{aligned}&\Phi=\Phi_0+\varphi, && \omega=\omega_s=\omega_0+\Delta\omega_0,\\ &A=A_0(1+\alpha)+\Delta A_0, && e(t)\ne 0,\\ &E(t)=a_0\cos\omega_s t.\end{aligned} \tag{23}$$

Синхросигнал, как следует из (23), представляется идеальным монохроматическим колебанием, не содержащим шумов. Правые части уравнений (4) и (5) примут вид

$$E_c=a_0\cos\Phi_0-a_0\sin\Phi_0\cdot\varphi, \tag{24}$$

$$E_s=-a_0\sin\Phi_0-a_0\cos\Phi_0\cdot\varphi. \tag{25}$$

Подставим соотношения (23)-(25) в (2) и (9). С учетом (11) и (22) получим следующие уравнения для флуктуаций амплитуды и фазы сигнала в режиме синхронизации:

$$\frac{d\varphi}{dt}+P_\varphi\varphi=-\frac{e_s}{2LA_0}, \tag{26}$$

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2}+(P_\alpha+P_\varphi)\frac{d\alpha}{dt}+P_\alpha P_\varphi\alpha=\frac{e_c'}{2LA_0}+\frac{P_\alpha e_c}{2LA_0}+\frac{a_0\sin\varphi_0}{(2LA_0)^2}e_s\,. \tag{27}$$

Спектральный анализ уравнения (26) приводит к следующему выражению для спектральной плотности флуктуаций фазы:

$$S_\varphi(\Omega)=\frac{1}{(2LA_0)^2}\,\frac{S_{e_s}(\Omega)}{P_\varphi^2+\Omega^2}\,, \tag{28}$$

где P_φ играет роль "восстанавливающей силы". Для $\Omega \ll P_\varphi$ наблюдается существенное подавление фазовых шумов.

Из выражения (28) следует, что спектральная плотность флуктуации фазы сигнала синхронизирующего генератора, найденная без учета шумов синхросигнала, не зависит от амплитудной прочности предельного цикла генератора и корреляции квадратурных компонент его собственных источников шумов. Существенное влияние на величину $S_\varphi(\Omega)$ оказывает величина P_φ, характеризующая воздействие на фазовые шумы генератора синхронизирующего сигнала.

Спектральная плотность флуктуаций частоты в режиме синхронизации определяется выражением

$$S_\nu(\Omega)=\frac{1}{(2LA_0)^2}\,\frac{\Omega^2}{P_\varphi^2+\Omega^2}\,S_{e_s}(\Omega)$$

и также не зависит от P_α и корреляции квадратурных компонент шума диодов.

Проводя спектральный анализ уравнения (27), нетрудно получить выражение для спектральной плотности флуктуаций амплитуды:

$$S_\alpha(\Omega)=\frac{1}{(2LA_0)^2}\,\frac{S_n(\Omega)}{P_\alpha^2+\Omega^2}+\frac{a_0\sin\varphi_0}{(2LA_0)^3}\times$$

$$\times\frac{\frac{a_0\sin\varphi_0}{2LA_0}S_n(\Omega)+2\Omega\, Im\, S_{e_se_c}(\Omega)}{(P_\alpha^2+\Omega^2)(P_\varphi^2+\Omega^2)}\,, \tag{29}$$

где $S_{e_ce_s}(\Omega)$ – взаимная спектральная плотность квадратурных компонент шума диодов, определяемая формулой [I5]

$$S_{e_ce_s}(\Omega)=-j[S_e(\omega_0+\Omega)-S_e(\omega_0-\Omega)].$$

Преобразуем (29), вводя в рассмотрение полуширину полосы синхронизации B и частоту расстройки синхронизируемого и синхронизирующего генератора $\Delta\omega_0=\omega_s-\omega_0=-a_0\sin\varphi_0/(2LA_0)$. Используя эти обозначения, можно получить два варианта записи конечного результата:

$$S_\alpha(\Omega)=\frac{1}{(2LA_0)^2}\,\frac{S_n(\Omega)}{P_\alpha^2+\Omega^2}+\left(\frac{\Delta\omega_0}{2LA_0}\right)^2\frac{S_n(\Omega)}{(P_\alpha^2+\Omega^2)(P_\varphi^2+\Omega^2)}-$$

$$-\frac{1}{(2LA_0)^2}\,\frac{2\Omega\Delta\omega_0\, Im\, S_{e_ce_s}(\Omega)}{(P_\alpha^2+\Omega^2)(P_\varphi^2+\Omega^2)}\,; \tag{30}$$

$$S_\alpha(\Omega)=\frac{1}{(2LA_0)^2}\,\frac{(B^2+\Omega^2)S_n(\Omega)}{(P_\alpha^2+\Omega^2)(P_\varphi^2+\Omega^2)}-$$

$$-\frac{1}{(2LA_0)^2}\,\frac{2\Omega\Delta\omega_0\, Im\, S_{e_ce_s}(\Omega)}{(P_\alpha^2+\Omega^2)(P_\varphi^2+\Omega^2)}\,. \tag{31}$$

Как следует из выражений (30) и (31), в общем случае, когда расстройка $\Delta\omega_0$ частот синхросигнала и синхронизируемого генератора отлична от нуля, уровень амплитудных шумов синхронизированного генератора выше аналогичной величины в режиме свободных колебаний. Дополнительный амплитудный шум, возникающий в генераторе в режиме синхронизации, обусловливается как спектральной плотностью квадратурных компонент шума, так и взаимной спектральной плотностью квадратурных компонент. Увеличение амплитудных шумов в режиме синхронизации объясняется тем, что амплитуда колебаний синхронизированного генератора зависит от соотношения частот ω_s и ω_0 (от частотной расстройки). По этой причине флуктуации частоты (фазы) генератора трансформируются во флуктуации амплитуды.

Полученные соотношения показывают, что вклад спектральной плотности квадратурных компонент в полный уровень амплитудного шума всегда положителен. Вклад взаимной спектральной плотности квадратурных компонент в результирующий уровень амплитудных шумов может быть как положительным, так и отрицательным. Положительный знак третьего слагаемого в (30), то есть дополнительное увеличение шумов за счет корреляции квадратурных компонент, наблюдается тогда, когда частота расстройки $\Delta\omega_0$ и мнимая часть взаимной спектральной плотности $Im\, S_{e_ce_s}(\Omega)$ имеют разные знаки. В противном случае корреляция квадратурных компонент приводит к уменьшению шумов. В частности, эффект уменьшения шумов будет наблюдаться, если

$$\omega_s>\omega_0, \Delta\omega_0>0 \quad \text{и} \quad Im\, S_{e_ce_s}(\Omega)>0,\ S_e(\omega_0+\Omega)<S_e(\omega_0-\Omega),$$

или

$$\omega_s<\omega_0, \Delta\omega_0<0 \quad \text{и} \quad Im\, S_{e_ce_s}(\Omega)<0,\ S_e(\omega_0+\Omega)>S_e(\omega_0-\Omega).$$

Таким образом, в отличие от $S_n(\Omega)$ вклад $S_{e_c e_s}(\Omega)$ в дополнительные амплитудные шумы, появляющиеся при синхронизации, является неоднозначным.

Из выражений для $S_\alpha(\Omega)$ следует также, что влияние прочности предельного цикла генератора на амплитудные шумы как в режиме свободных колебаний, так и в режиме синхронизации является одинаковым. С ростом ρ_α в одинаковой степени подавляются и шумы, наблюдавшиеся в автономном режиме, и дополнительные амплитудные шумы, возникающие в режиме синхронизации. Характерно, что при частотной расстройке $\Delta\omega_0=0$ шумы синхронизированного генератора точно совпадают с его шумами в автономном режиме, то есть увеличения амплитудных шумов генератора за счет синхронизации не происходит.

Предыдущие расчеты были проведены без учета шумов синхронизирующего сигнала. Теперь предположим, что синхронизирующий сигнал $E(t)$ сам содержит флуктуации амплитуды и фазы, и его можно представить в виде

$$E(t)=[a_0+\Delta a(t)]\cos[\omega_s t+\psi(t)], \tag{32}$$

где $\Delta a(t)$ – флуктуации амплитуды синхросигнала; $\psi(t)$ – флуктуации фазы синхросигнала.

Подставим выражение (32) в соотношения (4) и (5):

$$E_c(t)=(a_0+\Delta a)\cos(\varphi-\psi), \tag{33}$$

$$E_s(t)=(a_0+\Delta a)\sin(\varphi-\psi). \tag{34}$$

Обозначим флуктуации фазы выходного сигнала, генерируемого в условиях одновременного воздействия на генератор собственных шумов и шумов синхросигнала, величиной γ. Подставим в (2) и (9) выражения (33), (34) и следующие соотношения:

$$\omega=\omega_s=\omega_0+\Delta\omega_0,\quad A=A_0(1+\alpha)+\Delta A_0,\quad \omega_0^2=1/LC,$$

$$\Delta\omega_0=-\frac{a_0\sin\varphi_0}{2LA_0},\quad \Delta A_0=\frac{a_0\cos\varphi_0}{A_0\left(\frac{\partial R}{\partial A}\right)_0},\quad \varphi=\varphi_0+\gamma.$$

Пренебрегая величинами второго и выше порядков малости, получим:

$$\frac{d\gamma}{dt}+\rho_\varphi\gamma=\frac{e_s}{2LA_0}+\rho_\varphi\psi, \tag{35}$$

$$\frac{d\alpha}{dt}+\rho_\alpha\alpha+\frac{a_0\sin\varphi_0}{2LA_0}\gamma=\frac{e_c}{2LA_0}-\frac{a_0\sin\varphi_0}{2LA_0}\psi+\rho_\alpha\beta, \tag{36}$$

где $\beta=\Delta a/a_0$.

Используя стандартные методы расчета спектра флуктуаций, из (35) найдем следующее выражение для спектральной плотности флуктуаций фазы:

$$S_\gamma(\Omega)=\frac{1}{4L^2A_0^2}\,\frac{S_n(\Omega)+(a_0\cos\varphi_0)^2S_\psi(\Omega)}{\rho_\varphi^2+\Omega^2}, \tag{37}$$

где $S_\psi(\Omega)$ – спектральная плотность флуктуаций фазы синхронизирующего сигнала. Как следует из (37), величина $S_\gamma(\Omega)$ не зависит от ρ_α и $S_{e_c e_s}(\Omega)$. При $\Omega\ll\rho_\varphi$ уровень фазовых флуктуаций генерируемого сигнала $S_\gamma(\Omega)$ практически совпадает с уровнем фазовых флуктуаций синхросигнала. Действительно, в соответствии с (19) $S_\psi(\Omega)\sim\frac{1}{\Omega^2}$, и первым слагаемым в числителе равенства (37) в этом случае можно пренебречь.

При $\Omega\gg\rho_\varphi$ в числителе (37) можно пренебречь вторым слагаемым, что приведет к совпадению (37) с выражением (26), определяющим спектральную плотность фазовых флуктуаций сигнала генератора, синхронизированного идеальным монохроматическим колебанием. Наибольшее влияние шумов синхросигнала наблюдается при $\cos\varphi_0=1$, то есть при наибольшем ρ_φ и наименьшем $\Delta\omega_0$.

При $\psi=0$ из (37) следует выражение (28), а при $\psi=0$, $a_0=0$ – выражение (19).

Для определения уровня амплитудных флуктуаций в рассматриваемом случае из уравнения (36) для α исключим фазовые флуктуации γ, использовав для этого равенство (35). Пренебрегая амплитудными шумами синхросигнала, получим:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2}+(\rho_\alpha+\rho_\varphi)\frac{d\alpha}{dt}+\rho_\alpha\rho_\varphi\alpha=\frac{\rho}{2LA_0}e_c+$$

$$+\frac{1}{2LA_0}e_c'+\frac{\Delta\omega_0}{2LA_0}e_s-\Delta\omega_0\psi'. \tag{38}$$

Спектральная плотность флуктуаций амплитуды сигнала, рассчитанная на основе (38), имеет вид:

$$S_\alpha(\Omega)=\frac{S_n(\Omega)}{(2LA_0)^2(\rho_\alpha^2+\Omega^2)}+$$

$$+\frac{\Delta\omega_0^2}{(2LA_0)^2}\,\frac{S_n(\Omega)}{(\rho_\alpha^2+\Omega^2)(\rho_\varphi^2+\Omega^2)}-$$

$$-\frac{2\Omega\Delta\omega_0\,\mathrm{Im}\,S_{e_c e_s}(\Omega)}{(2LA_0)^2(\rho_\alpha^2+\Omega^2)(\rho_\varphi^2+\Omega^2)}+\frac{\Omega^2\Delta\omega_0^2S_\psi(\Omega)}{(\rho_\alpha^2+\Omega^2)(\rho_\varphi^2+\Omega^2)}. \tag{39}$$

Если объединить два первых слагаемых в правой части (39), величину $S_\alpha(\Omega)$ можно выразить через полуширину полосы синхронизации:

$$S_\alpha(\Omega)=\frac{(B^2+\Omega^2)S_n(\Omega)}{(2LA_0)^2(P_\alpha^2+\Omega^2)(P_\varphi^2+\Omega^2)}-$$

$$-\frac{2\Omega\Delta\omega_0 Im S_{e_c e_s}(\Omega)}{(2LA_0)^2(P_\alpha^2+\Omega^2)(P_\varphi^2+\Omega^2)}-\frac{\Omega^2\Delta\omega_0^2 S_\psi(\Omega)}{(P_\alpha^2+\Omega^2)(P_\varphi^2+\Omega^2)} . \tag{40}$$

Из выражений (39), (40) следует, что фазовый шум синхросигнала при частотной расстройке $\Delta\omega_0\neq 0$ приводит к увеличению уровня шума выходного сигнала синхронизированного генератора. В указанном случае к амплитудным шумам автономного генератора (см. первое слагаемое выражения (39)) добавляются шумы синхронизации трех видов: шумы, вызванные синхронизацией и определяемые уровнем квадратурных компонент шума диода (второе слагаемое в (39)); шумы, вызванные синхронизацией и определяемые уровнем взаимной спектральной плотности квадратурных компонент шума диода (третье слагаемое в (39)); шумы, вызванные синхронизацией и определяемые уровнем фазовых флуктуаций синхросигнала (четвертое слагаемое в (39)). Особенность слагаемого, обусловленного корреляцией квадратурных компонент шума, состоит в том, что это единственное слагаемое, которое может менять знак и приводить как к увеличению, так и к уменьшению амплитудных шумов выходного сигнала. Все остальные виды шумов синхронизации могут приводить только к увеличению амплитудного шума. Анализ абсолютной величины третьего слагаемого в выражении (39) показывает, что при $\Delta\omega_0\neq 0$ и достаточно высоких частотах отстройки Ω от несущей корреляция квадратурных компонент источников шума может оказывать существенное влияние на уровень амплитудных флуктуаций.

Прочность предельного цикла P_α действует на все виды дополнительных шумов, вызываемых эффектом синхронизации, в той же степени, что и на амплитудные шумы автономного генератора.

При $\Delta\omega_0=0$ дополнительные шумы, вызываемые синхронизацией, отсутствуют. При $\Delta\omega_0\neq 0$, но при $\psi=0$ из (39), (40) следуют соотношения (30), (31), а при $\psi=0$, $a_0=0$ – выражение (18).

Совместный спектральный анализ флуктуационных уравнений

(35) и (36) дает возможность определить взаимную спектральную плотность амплитудно-фазовых флуктуаций сигнала генератора, синхронизированного колебанием, содержащим шумы:

$$S_{\alpha\varphi}(\Omega)=\frac{1}{(2LA_0)^2(P_\alpha^2+P_\varphi^2)(P_\varphi^2+\Omega^2)}\Big\{\Delta\omega_0\big[P_\alpha S_n(\Omega)-$$

$$-(2LA_0)^2P_\varphi\Omega^2S_\psi(\Omega)\big]+\Omega(P_\alpha+P_\varphi)Im S_{e_c e_s}(\Omega)-$$

$$-j\big\{\Delta\omega_0\Omega\big[S_n(\Omega)+(2LA_0)^2P_\alpha P_\varphi S_\psi(\Omega)\big]-(P_\alpha P_\varphi-\Omega^2)Im S_{e_c e_s}(\Omega)\big\}\Big\}. \tag{41}$$

В общем случае вклад во взаимную спектральную плотность вносят шумы, пропорциональные спектральной плотности квадратурных компонент, взаимной спектральной плотности квадратурных компонент внутренних источников шумов генератора, спектральной плотности флуктуаций фазы синхросигнала. Увеличение прочности предельного цикла P_α приводит к уменьшению всех компонент, входящих в $S_{\alpha\varphi}=0$, но в разной степени.

При $\Delta\omega_0=0$ корреляция α и φ обусловливается только корреляцией квадратурных компонент шумов диодов, а выражение для $S_{\alpha\varphi}(\Omega)$ имеет вид

$$S_{\alpha\varphi}(\Omega)=\frac{(P_\alpha+P_\varphi)\Omega+j(P_\alpha P_\varphi-\Omega^2)}{(2LA_0)^2(P_\alpha^2+P_\varphi^2)(P_\varphi^2+\Omega^2)}Im S_{e_c e_s}(\Omega).$$

Отметим, что из выражения (41) можно получить взаимную спектральную плотность амплитудно-фазовых флуктуаций сигнала генератора во всех режимах, рассмотренных ранее. Взаимная спектральная плотность $S_{\alpha\varphi}(\Omega)$ в автономном режиме работы получается из (41) при $a_0=\Delta\omega_0=P_\varphi=S_\psi(\Omega)=0$

$$S_{\alpha\varphi}(\Omega)=\frac{(P_\alpha-j\Omega)Im S_{e_c e_s}(\Omega)}{\Omega(2LA_0)^2(P_\alpha^2+\Omega^2)} .$$

При $S_\psi(\Omega)=0$ из (41) вытекает взаимная спектральная плотность амплитудно-фазовых флуктуаций в режиме синхронизации генератора идеальным монохроматическим синхросигналом.

Таким образом, проведено уточнение рассчитанных ранее Курокавой шумовых параметров синхронизированного генератора, которое достигнуто за счет учета корреляции квадратурных компонент собственных источников шумов генератора. Получено выражение для взаимной спектральной плотности амплитудно-частотных флуктуаций. Определено влияние на шумовые параметры синхронизированного генератора прочности предельного цикла. Вследствие изохронности использованной модели остается не выясненным вопрос о влиянии на шумовые характеристики синхронизированного генератора его неизохронности. Для его решения необходимо использование более сложной модели твердотельного генератора.

Литература

1. Малахов А.Н. Флуктуации в автоколебательных системах. М., 1968.

2. Голант М.Б., Бобровский Ю.Л. Генераторы СВЧ малой мощности: Вопросы оптимизации параметров. М., 1977.

3. Корнилов С.А., Савшинский В.А., Уман С.Д. Шумы клистронных генераторов малой мощности. М., 1972.

4. Тагер А.С., Вальд-Перлов В.М. Лавинно-пролетные диоды и их применение в технике СВЧ. М., 1968.

5. Давыдов Н.С., Данюшевский Ю.З. Диодные генераторы и усилители СВЧ. М., 1986.

6. Биберман Л.И. Широкодиапазонные генераторы на негатронах. М., 1982.

7. Величковский И.А. Состояние и тенденции развития зарубежных полупроводниковых СВЧ приборов. Ч. 2. Обзоры по электронной технике. Сер. I. Электроника СВЧ. М., 1978. Вып. 17 (587).

8. Пляцок З.Я. Состояние разработок и динамика развития зарубежных СВЧ-приборов на междолинно-переходных диодах в 1974-1978 гг. Обзоры по электронной технике. Сер. I. Электроника СВЧ. М., 1979. Вып. 12 (644).

9. Шустова О.Ф. Зарубежные перестраиваемые и стабилизированные генераторы на ЛПД. Обзоры по электронной технике. Сер.I. Электроника СВЧ. М., 1976. Вып. 12.

10. Фомин Н.Н. Синхронизация диодных генераторов СВЧ. М., 1974.

11. Kurokawa K. Noise in Syhchronized oscillators. IEEE Trans. on MTT. 1968. V. MTT - 16. №4. P. 234-240.

12. Курокава К. Стабильность генераторов с внешней синхронизацией.// ТИИЭР. 1972. Т.60. № 7. С. 185-187.

13. Курокава К. Принудительная синхронизация твердотельных СВЧ генераторов // ТИИЭР. 1973. Т.61. № 10. С.12-40.

14. Thaler H. J., Ulrich G., Weidmann G. Noise in TRAPATT diode amplifiers and oscillators. IEEE Trans. on MTT, 1971. V. MTT - 19. №8. P. 692-705.

15. Жалуд В., Кулешов В. Шумы в полупроводниковых устройствах. М., 1977.

УДК 621.373.826

С.Ю.Гольдман, Ю.И.Денисов, Л.М.Минкин

ОБ УСТАНОВЛЕНИИ СТАЦИОНАРНОГО РЕЖИМА ДИФФУЗИИ ГАЗА В ТВЕРДОМ ТЕЛЕ

В работе рассмотрены некоторые аспекты диффузионного переноса газов в твердых телах в условиях однородного температурного поля. Вопросам газодиффузии, в силу их безусловной практической значимости, посвящено множество исследований и накоплен весьма большой фактический и теоретический материал. Однако представляется, что вопрос, относящийся к процессу установления стационарного режима газотечения через твердые тела, в некоторой степени остается недостаточно конкретизирован.

Кинетика установления стационарного массопотока в твердом образце, контактирующем с газовой фазой, играет существенную роль в работе целого ряда электро- и газоразрядных приборов, функционирования мембран и фильтров, процессах газообмена в почве и т.д. Переходный процесс является важной характеристикой газодиффузии, поэтому его тщательный анализ необходим при рассмотрении всего комплекса задач газопереноса в твердых материалах.

Поставленная задача решается на основе общих феноменологических представлений, не вскрывающих структурных и статистических свойств твердого тела, что позволяет распространить полученные результаты и сделанные выводы на довольно широкий класс твердых материалов и газов. Причём в качестве твердого тела может подразумеваться и капиллярно-пористая структура, например, почво-грунты или плазменно-напыленные покрытия. В этом случае под коэффициентом диффузии понимается его эффективное значение.

Рассмотрим диффузию газов через некоторое твердое тело, контактирующее с одной стороны с газосодержащим объемом, а с другой - с вакуумным баллоном (или с этой стороны данного газа не имеется).

Пусть тело представляет собой плоскопараллельную пластинку, бесконечную в направлении декартовых координат Y и Z, так что краевыми эффектами можно пренебречь, а рассматриваемая задача становится одномерной. Массоперенос газов через пластинку описывается уравнением концентрационной диффузии Фика

$$\partial \rho(x,t)/\partial t = \mathcal{D}\,\partial^2 \rho(x,t)/\partial x^2, \qquad (1)$$

где $\rho(x,t)$ – плотность газа в образце, а t – время. Ось X перпендикулярна плоскости образца.

Считая, что газосодержащие и вакуумные объемы достаточно велики, определим краевые условия как

$$\rho(0,t)=\rho_1, \quad \rho(x,0)=\begin{cases} 0, & 0 \le x \le d, \\ \rho_1, & x=d, \end{cases}$$
$$\rho(d,t)=0, \qquad (2)$$

где ρ_1 – плотность газа на поверхности образца, контактирующей с газосодержащим объемом; d – толщина пластинки. Плотность газа на указанной поверхности терпит разрыв первого рода: плотность газа в газовой фазе ρ_0 не равна плотности газа на этой границе. Скачок плотности определяет параметр растворимости (p_0 – давление в газовой фазе) [I].

Решение уравнения (I) при краевых условиях первого рода в форме (2) [I]:

$$\rho(x,t)=\rho_1-\rho_1\frac{x}{d}-\frac{2}{\pi}\rho_1\left[\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\sin\frac{\pi n x}{d}\exp\left(-\frac{\pi^2 n^2 D t}{d^2}\right)\right]. \qquad (3)$$

Уравнение (3) позволяет определить поток и массу газа, переносимую через единичную площадку внутренней ($x = 0$) и внешней ($x=d$) границ плоскопараллельной пластинки, обозначаемые соответственно как j_1, m_1, j_2, m_2. Масса газа, находящегося в образце, определится как $m_3=m_1-m_2$, а изменение массы газа в нем в единицу времени – как $j_3=j_1-j_2$.

Таким образом,

$$j_1=-D\left(\frac{\partial\rho}{\partial x}\right)_{x=0}=\frac{D\rho_1}{d}\left[1+2\sum_{n=1}^{\infty}\exp\left(-\frac{\pi^2 n^2 D t}{d^2}\right)\right], \qquad (4)$$

$$j_2=-D\left(\frac{\partial\rho}{\partial x}\right)_{x=d}=\frac{D\rho_1}{d}\left[1+2\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\exp\left(-\frac{\pi^2 n^2 D t}{d^2}\right)\right] \qquad (5)$$

и, следовательно,

$$j_3=\frac{4D\rho_1}{d}\left\{\sum_{n=1}^{\infty}\exp\left[-\frac{\pi^2(2n-1)^2 D t}{d^2}\right]\right\}. \qquad (6)$$

Поскольку $m=\int_0^t j\,dt$, то

$$m_1=\frac{D\rho_1}{d}\left\{t-\frac{2d^2}{\pi^2 D}\left[\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}\left(\exp\left(-\frac{\pi^2 n^2 D t}{d^2}\right)-1\right)\right]\right\}, \qquad (7)$$

$$m_2=\frac{D\rho_1}{d}\left\{t-\frac{2d^2}{\pi^2 D}\left[\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{n^2}\left(\exp\left(-\frac{\pi^2 n^2 D t}{d^2}\right)-1\right)\right]\right\} \qquad (8)$$

и, соответственно,

$$m_3=\frac{d\rho_1}{2}\left\{1-\frac{8}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^2}\exp\left[-\frac{\pi^2(2n-1)^2 D t}{d^2}\right]\right\}. \qquad (9)$$

В начальный момент времени в условии нестационарного потока массоперенос газов через внутреннюю границу пластинки равен переносу газов через полубесконечную пластину [I]:

$$m_1'(t)=2\sqrt{\frac{Dt}{\pi}}\,\rho_1. \qquad (10)$$

При большом t (в условии стационарного газопотока) соотношение (7) преобразуется к виду

$$m_1''(t)=\frac{D\rho_1}{d}\left(t+\frac{2d^2}{\pi^2 D}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}\right).$$

Учитывая, что $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}=\frac{\pi^2}{6}$, получим:

$$m_1''(t)=D\rho_1 t/d+d\rho_1/3. \qquad (11)$$

Соответственно в этом случае

$$m_2''(t)=\frac{D\rho_1}{d}\left(t+\frac{2d^2}{\pi^2 D}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{n^2}\right),$$

и так как $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{n^2}=-\frac{\pi^2}{12}$, то

$$m_2''(t)=\frac{D\rho_1}{d}t-\frac{d\rho_1}{6}, \qquad (12)$$

а потому

$$m_3''(t)=m_1''(t)-m_2''(t)=\frac{d\rho_1}{2},$$

что, кстати, следует и из соотношения (9) при $t\to\infty$.

Соотношения (10) и (11) позволяют определить момент времени t_{cm}, до которого (при расчете $m_1(t)$) вполне можно пользоваться выражением (10), а после которого – соотношением (11). Указанное время можно интерпретировать как "время установления" стационарного газопотока через границу твердое тело – газовая фаза. Приравняв правые части (10) и (11), получим квадратное уравнение относительно $\sqrt{t}$, приближенное решение которого определяет

$$t_{cm}=\frac{d^2}{\pi D}. \qquad (13)$$

С точностью до постоянного множителя соотношение (13) может быть получено методом теории размерности; кроме того, известно, что постоянная времени переходных диффузионных процессов пропорциональна d^2/D [2].

Характерное время установления стационарного газопотока в силикатных и конформных им материалах может быть весьма велико (рис. I), что, безусловно, должно учитываться при рассмотрении явлений, связанных с газотечением через поглощающие структуры.

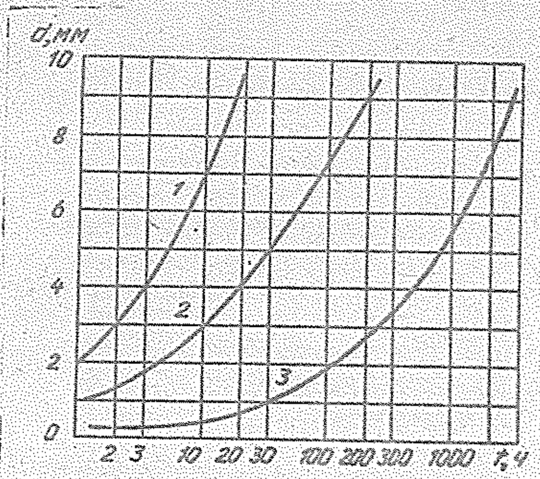


Рис. I. Зависимость t_{cm} от толщины твердого образца d при коэффициенте диффузии $\mathcal{D}$ (м^2/с): I – $3,8.10^{-12}$, 2 – $6,1.10^{-11}$, 3 – $2,5.10^{-12}$

Характер временного изменения безразмерных функций $j_i^o = j_i \frac{d}{\mathcal{D} P_1}$, $m_e^o = m_e \frac{d}{\mathcal{D} P_1}$ (i, e = 1,2,3) отражают графики на рис. 2,3. Указанный на рис. 2 параметр τ определяет время, через которое величина j_2^o достигнет 5% от предельного значения, к которому она асимптотически приближается, и может рассматриваться как характеристика времени прохождения газа от внутрен-

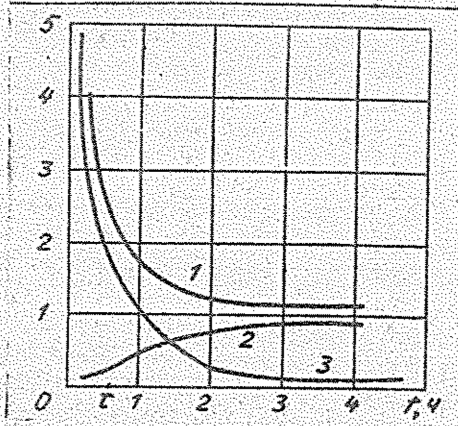


Рис.2. Безразмерные характеристики диффузии газа (d=3.10^{-3}м, $\mathcal{D}$ = $0,38.10^{-10}$ м^2/с): I – j_1^o, 2 – j_2^o, 3 – j_3^o

ней до внешней поверхности образца. На рис. 3 указан промежуток времени t_{cm}, который определен графическим методом. Этот момент характеризует переход от кривой 4 к прямой 5 при их компиляции для построения зависимости $m_1^o(t)$ и соответствует условному "переходу к стационарному состоянию" значений функции $m_3^o(t)$. Величина t_{cm}, отмеченная на рис. 3, весьма близка к значению t_{cm}, определенному по данным рис.I.

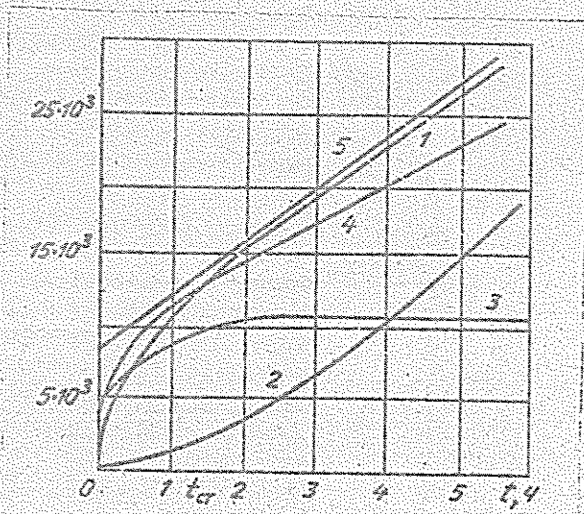


Рис.3. Безразмерные характеристики диффузии газа (d = 3.10^{-3} м, $\mathcal{D}$ = $3,8.10^{-10}$ м^2/с): I – m_1^o, 2 – m_2^o, 3 – m_3^o, 4 – $m_1' d/(\mathcal{D} P_1)$, 5 – $m_1'' d/(\mathcal{D} P_1)$

Таким образом, получены довольно простые соотношения, позволяющие определить время установления стационарного режима диффузионного газотечения через твердый материал произвольной толщины, а также найти мгновенное значение массы газа, сосредоточенной в газопроницаемом образце.

Литература

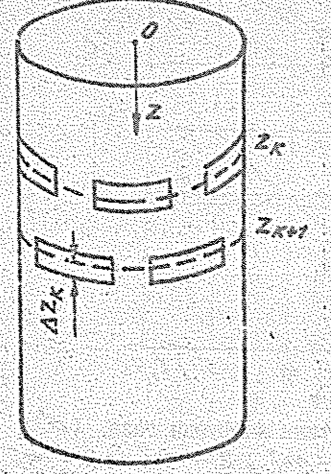
I. Бэррер Р. Диффузия в твердых телах. М., 1948.
2. Кикоин А.К., Кикоин И.К. Молекулярная физика. М.,1976.

УДК 621.385

Г.М.Цымбалов

ВЫЧИСЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОГО КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ДЛЯ ПЕРФОРИРОВАННОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

Рассмотрим тонкую цилиндрическую оболочку с перфорациями в форме щелей (рисунок), прорезанных по периметру оболочки. С точки зрения теории теплопроводности цилиндрическую оболочку с перфорациями можно рассматривать как оболочку с переменным по длине оболочки сечением $S(z)$.



Расположение перфораций на цилиндрической оболочке

Пусть оболочка имеет N рядов перфораций. В каждом ряду перфорации располагаются произвольным образом, однако их общий линейный размер по периметру оболочки одинаков для каждого ряда. Обозначим через z_i координату серединной линии перфораций в i-м ряду, а через Δz – половину ширины щели перфорации. Тогда зависимость площади поперечного сечения оболочки от z можно представить в виде такой функции:

$$S(z)=\begin{cases} S_0 & \text{для } 0\le z< z_1-\Delta z,\\ S_1 & \text{для } z_1-\Delta z\le z_1+\Delta z,\\ S_0 & \text{для } z_1+\Delta z< z_2-\Delta z,\\ S_1 & \text{для } z_2-\Delta z\le z_2+\Delta z,\\ \cdots & \\ S_0 & \text{для } z_N+\Delta z\le z\le l \end{cases}$$

Здесь $S_0=2\pi\delta R$ – площадь поперечного сечения сплошной оболочки (δ – толщина оболочки, R – радиус ее серединной поверхности); $S_1=\delta R(2\pi-\varphi_1)$, где φ_1 – суммарный угловой размер всех перфораций в одном ряду оболочки.

Одномерное стационарное дифференциальное уравнение теплопроводности, описывающее распределение температуры по длине оболочки с переменным сечением, имеет вид

$$\frac{d}{dz}\left[S(z)\frac{dT}{dz}\right]+\frac{Q_{рез}}{l\lambda}=0,$$

где $Q_{рез.}$ – полный результирующий лучистый поток, излучаемый поверхностью цилиндрической оболочки, λ – коэффициент теплопроводности материала оболочки.

Решением уравнения (I) является функция

$$T(z)=-\frac{Q_{рез}}{l\lambda}\Gamma_1(z)+C_1\Gamma_2(z)+\Gamma_1, \qquad (2)$$

где

$$\Gamma_1(z)=\int_0^z\frac{z}{S(z)}dz,\quad \Gamma_2(z)=\int_0^z\frac{dz}{S(z)}, \qquad (3)$$

$$C_1=\left[T_2-T_1+\frac{Q_{рез}}{l\lambda}\Gamma_1(l)\right]\Big/\Gamma_2(l),$$

T_1 и T_2 – граничные значения температуры оболочки в сечениях $z=0$ и $z=l$.

Используя решение (2), вычислим поток тепла теплопроводностью через поперечное сечение оболочки по формуле

$$q(z)=-\lambda\frac{dT}{dz}S(z).$$

После простых преобразований получаем выражение

$$q_1(z)=\frac{\lambda}{\Gamma_2(l)}(T_1-T_2)+Q_{рез}\left(\frac{z}{l}-\Gamma_3(l)\right), \qquad (4)$$

где

$$\Gamma_3(l)=\frac{1}{l}\,\frac{\Gamma_1(l)}{\Gamma_2(l)}.$$

Коэффициенты $\Gamma_1(l)$ и $\Gamma_2(l)$ вычисляются по формулам (3) с использованием заданной зависимости для $S(z)$. Опуская промежуточные выкладки, приведем окончательный результат:

$$\Gamma_1(l)=2(S_0-S_1)/S_0S_1\sum_{i=1}^{N}z_i\Delta z+l^2/2S_0,$$

$$\Gamma_2(l)=2(S_0-S_1)/S_0S_1N\Delta z+l/S_0.$$

Следовательно, $\Gamma_3(l)$ определяется в виде

$$\Gamma_3(l)=\frac{1}{2}\left[\frac{1+4\left(\frac{S_0}{S_1}-1\right)\sum_{i=1}^{N}z_i\Delta z/l^2}{1+2\left(\frac{S_0}{S_1}-1\right)N\Delta z/l}\right].$$

Для оболочки без перфораций тепловой поток рассчитывается по формуле

$$q_0(z)=\lambda\frac{T_1-T_2}{l}S_0+Q\left(\frac{z}{l}-\frac{1}{2}\right). \qquad (5)$$

Сопоставляя (4) и (5) и учитывая, что коэффициент мало отличается от 0,5, приходим к выводу, что для перфорированной оболочки можно ввести эффективное значение коэффициента теплопроводности

$$\lambda_{эф}=\lambda\Big/\left[1+2\left(S_0/S_1-1\right)N\Delta z/l\right],$$

который позволяет, во-первых, провести элементарный инженерный расчет эффективности перфораций, а, во-вторых, дает возможность при определении температурного поля в перфорированных оболочках рассматривать их как сплошные с коэффициентом теплопроводности $\lambda_{эф}$.

УДК 621.3

С.Б.Можейко, В.А.Дашковский

ТРЕХМЕРНАЯ НЕЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ АНАЛИЗА ТЕПЛОВОГО РЕЖИМА ВЧ ПАКЕТА СО СПИРАЛЬНОЙ ЗАМЕДЛЯЮЩЕЙ СИСТЕМОЙ

Анализу теплового режима ВЧ пакета со спиральной замедляющей системой (СЗС) посвящено большое количество публикаций. На смену одномерным математическим моделям, основанным на методе электротепловой аналогии [1], пришли более точные модели, базирующиеся на решении задач стационарной теплопроводности: двумерные линейные [2,3], нелинейные двумерные [4], трехмерные нелинейные [5]. Существенным недостатком указанных математических моделей является предположение о равномерности выделения тепловой нагрузки на СЗС, что не соответствует характеру ВЧ потерь и токооседания в ЛБВ [6]. В работе [7] это предположение было снято, однако присутствовало допущение о том, что коэффициенты теплопроводности материалов ВЧ пакета от температуры не зависят. Это предположение также может привести к существенной погрешности при определении теплорассеивающей способности конструкции [8], ввиду резко выраженной нелинейной зависимости коэффициента теплопроводности керамики от температуры [9].

В основу предлагаемого в настоящей работе метода анализа температурного поля ВЧ блока положена следующая модель: витки спирали заменяются системой колец (рис. 1), на которые по известному закону $Q(z)$ оседает тепловой поток. В дальнейшем тепловой поток распространяется по системе только за счет теплопроводности, и на внешней поверхности корпуса происходит конвективный теплообмен. Предполагается также, что зависимость коэффициента теплопроводности диэлектрических стержней от температуры выражается законом $\lambda = \lambda_0 \exp(-bt)$. Такой закон хорошо описывает указанную зависимость для опор из алмаза, окиси бериллия, окиси алюминия [10].

Решение задачи строится методом частичных областей с учетом того, что система обладает симметрией порядка П2 (П – число стержней). Для построения решений в частичных областях 1,2, / вводим кусочно-постоянные функции распределения тепловых потоков на границах сопряжения областей 1 – 2 и 2 – 3:

$$r = r_2 : q_{1i}, \quad z \in [0{,}5(I-\delta)+(i-1)I,\ 0{,}5(I+\delta)+(i-1)I], \quad \psi \in [\pi - \tfrac{\beta}{2}, \pi] \tag{1}$$

$$r = r_3 : q_{2i}, \quad z \in [(i-1)I,\ iI], \quad \psi \in [0, \tfrac{\gamma}{2}]. \tag{2}$$

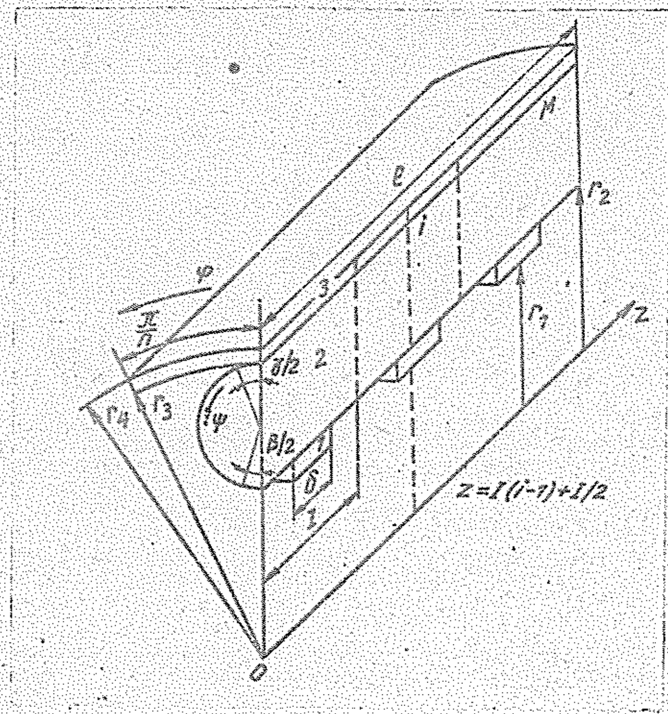


Рис. 1. ВЧ пакет со спиральной ЗС: 1 – виток, 2 – опорный стержень, 3 – баллон

В области 1 решение краевой задачи Неймана строится методом разделения переменных и имеет вид

$$\theta_{1i} = \sum_{\mu=1}^{\infty} \left(A^i_{1\mu} r^{\mu} + B_{1\mu} r^{-\mu}\right)\cos(\mu\varphi) + A^i_0 \ln r \cdot C^i_0;$$

$$A^i_{1\mu} r_1^{\mu-1} - B^i_{1\mu} r_1^{-\mu-1} = 0,$$

$$A^i_{1\mu} r_2^{\mu-1} - B^i_{1\mu} r_2^{-\mu-1} = \frac{-8 r_2 q_i \sin(\mu\varphi_1)}{\beta(r_3 - r_2)\lambda_1 \mu^2 \pi^2}; \quad A^i_0 = \frac{-q_i r_2}{\lambda_1}, \tag{3}$$

где C_0^i – неизвестная константа; $\mu = k\pi$; $\varphi_1 = \beta(r_3 - r_2)/(4r_2)$; номер витка $i = 1, 2, \ldots, M$;

$$q_i = \frac{Q_i}{2\pi r_2 \vartheta} = \frac{q_{1i}\ell(r_3 - r_2)\pi}{4\pi r_1}$$

(Q_i – тепловая нагрузка на i-й витое (Вт), являющаяся кусочно-постоянным представлением закона $Q(z)$).

Для определения температурного поля в области [2] использована подстановка, линеаризующая краевую задачу [4]. Это позволило задачу Неймана для области 2 также решить методом разделения переменных:

$$\Theta_2(R_0, \psi, z) = -\frac{1}{b}\ln\Big(\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}\big(A_{2km}\cos(m\psi) + B_{2km}\sin(m\psi)\big)\times$$

$$\times \frac{2\ell I_m\left(\frac{k\pi}{\ell}R_0\right)\cos(k\pi z/\ell)}{k\pi\left(I_{m-1}\left(\frac{k\pi}{\ell}R_0\right) + I_{m+1}\left(\frac{k\pi}{\ell}R_0\right)\right)} + \sum_{m=1}^{\infty}\frac{R_0}{m}\big(G_1\cos(m\psi) + G_2\sin(m\psi)\big) + C\Big), \tag{4}$$

где

$$A_{2km} = \frac{8}{k m \pi^2 \lambda_0 \varepsilon_m}\Big[\sum_{i=1}^{M}\Big[\sin\left(\frac{k\pi}{2M}\right)\cdot\cos\left(\frac{k\pi}{2M}(2i-1)\right)\cdot q_{2i} -$$

$$- \sin\left(\frac{k\pi}{2\ell}\vartheta\right)\cdot\cos\left(\frac{k\pi}{2M}(2i-1)\right)\cdot\sin\left(\frac{m}{2}\beta\right)\cdot(-1)^m q_{1i}\Big]\Big],$$

$$B_{2km} = \frac{8\sin\left(\frac{k\pi}{2M}\right)}{k m \pi^2 \lambda_0 b}\sum_{i=1}^{M} q_{2i}\cos\left(\frac{k\pi}{2M}(2i-1)\right)\left(\cos\left(\frac{m\pi}{2}\right) - 1\right),$$

$$B_{2k0} = 0,$$

$$A_{2k0} = \frac{-2\sin\left(\frac{k\pi}{2M}\right)}{k\pi^2\lambda_0 b}\sum_{i=1}^{M}\Big[\cos\left(\frac{k\pi}{2M}(2i-1)\right)\pi(-2q_{2i}) + \cos\left(\frac{k\pi}{2M}(2i-1)\right)\beta q_{1i}\Big],$$

$$G_1 = \frac{-4}{\pi\lambda_0 m \ell b}\sum_{i=1}^{M}\Big[I(-q_{2i})\sin\left(\frac{m\pi}{2}\right) + \sin\left(\frac{m\beta}{2}\right)(-1)^{\frac{m}{2}} q_{1i}\Big],$$

$$G_2 = \frac{-2I\left(\cos\left(\frac{m\pi}{2}\right) - 1\right)}{\pi\lambda_0 b m \ell}\sum_{i=1}^{M} q_{2i}, \quad R_0 = \frac{r_3 - r_2}{2}, \quad \varepsilon_m = \begin{cases} 2 \text{ при } m = 0, \\ 1 \text{ при } m \neq 0. \end{cases}$$

С целью построения решения в области 3 уравнение теплопроводности интегрируется по координате z; с учетом этого приходим к следующей краевой задаче:

$$-\frac{\alpha_n(\varphi, z) r_4}{\lambda_3}\Theta_3 + \frac{q_3(\varphi, z)}{\lambda_3} r_3 + \ln\left(\frac{r_4}{r_3}\right)\frac{\partial^2\Theta_3}{\partial\varphi^2} + \frac{1}{2}(r_4^2 - r_3^2)\frac{\partial^2\Theta_3}{\partial z^2} = 0,$$

$$\left.\frac{\partial\Theta_3}{\partial z}\right|_{z=0} = \left.\frac{\partial\Theta_3}{\partial z}\right|_{z=\ell} = \left.\frac{\partial\Theta_3}{\partial\varphi}\right|_{\varphi=0} = \left.\frac{\partial\Theta_3}{\partial\varphi}\right|_{\varphi=\frac{\pi}{4}} = 0,$$

где $\alpha_n(\varphi, z)$ – распределение приведенного коэффициента теплопередачи на внешней поверхности баллона:

$$q_3(z, \varphi) = \begin{cases} q_{2j}, & z \in [(j-1)I, jI], \ j = 1, 2, \ldots, M, \ \varphi \in \left[0, \frac{r_3 - r_2}{4r_3}\gamma\right] \\ 0, & z \in [0, \ell], \ \varphi \in \left[\frac{r_3 - r_2}{4r_3}\gamma, \frac{\pi}{2}\right]. \end{cases}$$

Введение функции α_n позволяет существенно приблизить расчетную модель к реальной конструкции, поскольку появляется возможность учета специфики магнитной периодической фокусирующей системы, магнитных наконечников, элементов теплоотвода. Решение для области 3 строится методом конечных разностей (рис.2):

$$\begin{aligned}
&\Theta_j - \Theta_{j+p+1} = 0, \ j = 1, 2, \ldots, p; \\
&\Theta_j - \Theta_{j+1} = 0, \ j = (i-1)p + 2i - 3 \text{ при } i = 2, 3, \ldots, p+1; \\
&\Theta_{j-1} - \Theta_j = 0, \ j = i(p+2) - 2 \text{ при } i = 2, 3, \ldots, p+1; \\
&\Theta_{j-p-1} - \Theta_j = 0, \ j = (M+1)(p+2) - 1, \ldots, Mp + 2(p+M); \\
&\tilde{\alpha}_1\Theta_{j-p-1} + \tilde{\alpha}_2\Theta_{j-1} + \tilde{\alpha}_3\Theta_j + \tilde{\alpha}_4\Theta_{j+1} + \tilde{\alpha}_5\Theta_{j+p+2} = F_1, \ j = p+2; \qquad (5) \\
&\tilde{\alpha}_1\Theta_{j-p-2} + \tilde{\alpha}_2\Theta_{j-1} + \tilde{\alpha}_3\Theta_j + \tilde{\alpha}_4\Theta_{j+1} + \tilde{\alpha}_5\Theta_{j+p+1} = F_M, \ j = M(p+2); \\
&\tilde{\alpha}_1\Theta_{j+p+2} + \tilde{\alpha}_2\Theta_{j-1} + \tilde{\alpha}_3\Theta_j + \tilde{\alpha}_4\Theta_{j+1} + \tilde{\alpha}_5\Theta_{j+p+2} = F_{i-1}, \ j = (i-1)p + 2i - 2 \text{ при } i = 3, 4, \ldots, M; \\
&\tilde{\alpha}_1\Theta_{j-p-1} + \tilde{\alpha}_2\Theta_{j-1} + \tilde{\alpha}_3\Theta_j + \tilde{\alpha}_4\Theta_{j+1} + \tilde{\alpha}_5\Theta_{j+p+2} = 0, \ j = p+3, \ldots, 2p+1; \\
&\tilde{\alpha}_1\Theta_{j-p-2} + \tilde{\alpha}_2\Theta_{j-1} + \tilde{\alpha}_3\Theta_j + \tilde{\alpha}_4\Theta_{j+1} + \tilde{\alpha}_5\Theta_{j+p+1} = 0, \ j = M(p+2) + 1, \ldots, (M+1)(p+3) - 3; \\
&\tilde{\alpha}_1\Theta_{j-p-2} + \tilde{\alpha}_2\Theta_{j-1} + \tilde{\alpha}_3\Theta_j + \tilde{\alpha}_4\Theta_{j+1} + \tilde{\alpha}_5\Theta_{j+p+2} = 0, \ j = (i-1)p + 2i - 2 + k \\
&i = 3, \ k = 1, 2, \ldots, p-1; \ i = 4, \ k = 1, 2, \ldots, p-1; \ \ldots, \ i = M, \ k = 1, 2, \ldots, p-1,
\end{aligned}$$

где

$$\tilde{\alpha}_1 = \tilde{\alpha}_5 = \frac{r_4^2 - r_3^2}{2h_1^2\ln(r_4/r_3)}; \quad \tilde{\alpha}_2 = \tilde{\alpha}_4 = \frac{1}{h_2^2}; \quad q_i^* = \frac{q_{2i}h_1 n}{\pi r^3}.$$

$$\tilde{\alpha}_3 = \left(\frac{-r_4\alpha_n}{\lambda_3\ln(r_4/r_3)} - \frac{r_4^2 - r_3^2}{h_1^2\ln(r_4/r_3)} - \frac{2}{h_2^2}\right); \quad F_i = -\frac{q_i^* r_3}{\lambda_3\ln(r_4/r_3)}.$$

Символ i относится к узлам, отмеченным на рис. 2 кружками; ℓ_1, h_1 – шаги разбиений по координатам z и φ; j = I,2,..., MP.

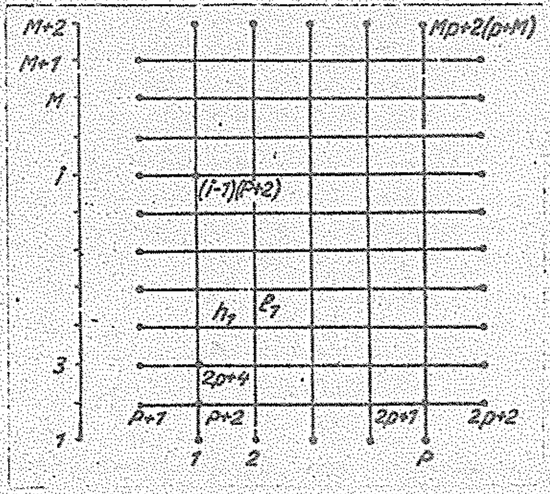


Рис. 2. Сеточная аппроксимация, использованная для расчета температурного поля корпуса ВЧ пакета

Для определения неизвестных граничных условий (2) рассмотрим i-й узел сшивания частных решений для областей 2 и 3. Температура стержня в этой точке может быть определена по формуле

$$\theta_2\left(r=R_0,\ z=I(i-2)+\frac{I}{2},\ \psi=0\right)=\theta_{(i-1)p+2i-2}+\tau_{T2}\,q_{2,i-1},\ i=2,\ldots,M+1, \qquad (6)$$

где τ_{T2} – удельное термическое сопротивление контакта стержень–корпус.

В соответствии с (6) формулируется задача минимизации функции многих переменных [10]. Необходимо найти такой набор q_{2i}, C, который позволяет получить минимум функции

$$F=\sum_{i=2}^{M+1}\left|\theta_2\left(r=R_0,\ z=I(i-2)+\frac{I}{2},\ \psi=0\right)-\theta_{(i-1)p+2i-2}-\tau_{T2}\,q_{2,i-1}\right|+$$
$$+\sigma\exp\left(\left|\sum_{i=1}^{M}q_{2i}-\frac{2}{\pi(r_3-r_2)I_n}\sum_{i=1}^{M}Q_i\right|\right) \qquad (7)$$

в (M+I)-мерном параллелепипеде $[q_{2j}^{н}, q_{2j}^{в}],\ 1\le j\le M,\ \wedge[C^{н}, C^{в}]$, где σ = 0, если выполняется необходимое условие существования второй краевой задачи (интеграл по замкнутому контуру от теплового потока равен нулю); σ = I, если условие не выполняется ($q_{2j}^{н}$, $C^{н}$ – нижние границы варьируемых параметров q_{2i}, C;

$q_{2j}^{в}$, $C^{в}$ – верхние границы варьируемых параметров q_{2j}, C). Подстановка найденных величин q_{2j} и C в соотношения (4), (5) позволяет определить температурные поля в областях 2 и 3.

Для определения температурного поля витков ЗС используется условие сопряжения областей I и 2:

$$\theta_{1i}(\varphi=0,\ r=r_2)=\theta_2\left(r=R_0,\ z=I(i-1)+\frac{I}{2};\ \psi=\pi\right)+q_{1i}\cdot\tau_{T1},$$

где τ_{T1} – удельное термическое сопротивление контакта витков СЗС со стержнями (i = I,2, ... , M). Из этого условия находятся неизвестные константы C_0^i:

$$C_0^i=\theta_2\left(r=R_0,\ z=I(i-1)+\frac{I}{2};\ \psi=\pi\right)+q_{1i}\cdot\tau_{T1}-\sum_{k=1}^{\infty}\left(A_{1k}^i r_2^{k}+B_{1k}r_2^{-k}\right)-A_0^i\ln r_2.$$

Знание констант C_0^i позволяет по формуле (3) определить распределение температуры по виткам ЗС.

В соответствии с описанной методикой была составлена фортран-программа, ориентированная на ЭВМ БЭСМ-6. Сопоставление численных результатов анализа температурного поля ЛБВО по предложенной модели и по модели, описанной в работе [7], показало, что пренебрежение нелинейной зависимостью коэффициента теплопроводности керамики от температуры приводит к 15–25 %-ной погрешности в определении максимальной температуры спирали.

Л и т е р а т у р а

1. Lucken J.A. Some aspects of circuit dissipation in high power CW helix TWT. Part I: General theory. IEEE Trans. 1969. Vol. ED-16. № 9. 86.

2. Хрустачев К.И. Расчет температуры в "гладкой" замедляющей системе, к внутренней поверхности которой подводится поток тепла // Электронная техника. Сер. I. Электроника СВЧ. 1970. № 12. С. 86–96.

3. Хрустачев К.И. Расчет температуры в круглых диэлектрических стержнях в линейном приближении // Электронная техника. Сер. I. Электроника СВЧ. 1971. № 3. С. 70–75.

4. Хрустачев К.И. Нелинейный тепловой режим секториальных и круглых диэлектрических опор // Электронная техника. Сер. I. Электроника СВЧ. 1972. № 7. С. 18–22.

5. Борисенко В.Д., Рапопорт Г.Н. Расчет температурного режима спирали в ЛБВ с круглыми опорными стержнями // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1979. Т. 22. № 10. С. 99–104.

6. Кац А.М., Ильина Е.М., Манькин И.А. Нелинейные явления в СВЧ приборах О-типа с длительным взаимодействием. М., 1975.

7. Дацковский В.А. Модель расчета температурного поля ВЧ пакета со спиральной замедляющей системой // Электронная техника. Сер. I. Электроника СВЧ. 1980 № 7 (319). С. 7.

8. Espinosa R.J. Improved TWTs for broadbang jarming // Microwaves, 1969. Vol. 8. № II. P. 52-58.

9. Кржижановский Р.Е., Штерн З.Ю. Теплофизические свойства неметаллических материалов. Л., 1973.

10. Митрофанов В.Б. Об одном алгоритме многомерного случайного поиска. Препринт ИПМ АН СССР. М., 1974.

УДК 621.3.032.21

А.С.Шаповалов

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ И ОБОБЩЕННАЯ МОДЕЛЬ НЕОДНОРОДНОГО ЭМИТТЕРА

Анализ основных тенденций развития электронной техники показывает [1-17], что многие вакуумные приборы СВЧ в обозримом будущем не будут заменены твердотельными приборами. В частности, это относится к ЛБВ, используемым в передатчиках космической связи [1-4]. По этой причине представляют существенный практический интерес дальнейшие теоретические и экспериментальные исследования таких важных элементов вакуумных электронных приборов, как эмиттеры электронов. Применение находят эмиттеры различных типов и принципов действия: термокатоды, холодные катоды [12,16,17], фотокатоды [18], вторично-электронные катоды [12] и др. Так, является перспективным использование металлопористых термокатодов в новых типах электронных приборов – в вакуумных интегральных схемах [1]. Оксидный катод находит широкое применение в люминесцентных дисплеях [15], холодный катод – в квантовых приборах тлеющего разряда [12] и т.д.

Одной из важнейших особенностей современных эффективных термокатодов является их неоднородность, то есть пространственные и временные изменения их физико-химических свойств. Рассмотрим некоторые экспериментальные результаты исследований термокатодов, которые показывают существование нескольких видов неоднородностей, оценим возможность их математического описания в рамках обобщенной модели неоднородного эмиттера, определим степень их влияния на выходные параметры электронных приборов. Хотя рассматриваемые эмиттеры для определенности и будут считаться термокатодами, многие выводы из экспериментальных результатов, а также черты обобщенной модели эмиттера будут, видимо, справедливы и для других видов катодов.

Многочисленные экспериментальные исследования термокатодов обнаружили неоднородность их эмиссионной способности (плотности тока эмиссии) вдоль поверхности катода [19-30]. Так, в [24] торцевой оксидный катод диаметром 3,2 мм с толщиной оксидного покрытия 65 мкм исследовался методом эмиссионной микроскопии. Эмиссионные микрофотографии показывают, что его эмиттирующая поверхность пятнистая. При этом размеры эмиттирующих зерен лежат в пределах от 1,5 до 5 мкм. Аналогичные экспериментальные результаты по эмиссионной неоднородности поверхности катода получены в работах [19], [25-27] для оксидного катода, а в работах [19], [23,28] - для L-катода.

В 29 неоднородность эмиссии оксидного L-катода и импрегнированного катода исследовалась методом сканирующего отверстия. В этих экспериментах фиксировался ток, поступающий на коллектор через небольшое отверстие в аноде. Диаметр отверстия составлял 10 мкм. Для сканирования катод перемещался параллельно аноду. Полученные кривые, характеризующие зависимость плотности тока эмиссии от положения сканирующего отверстия, имеют пульсирующий характер. Типичный перепад плотности тока для оксидного катода составляет примерно 1,5-2, а для L-катода - 3-6.

В работах [31-33] производилось экспериментальное исследование распределения работы выхода вдоль поверхности оксидного катода. Для характеристики соответствующей неоднородности катода авторы вводят в рассмотрение плотность распределения $\beta(\varphi)$ площади поверхности катода по работе выхода φ [31]. Соответствующие кривые определялись при помощи двукратного графического дифференцирования кривых задержки. Экспериментальные кривые $\beta(\varphi)$ имеют колоколообразную форму. При температуре катода $T = 1230$ К кривая лежит между точками $\varphi = 2,5$ эВ и $\varphi = 3,5$ эВ, то есть ширина ее основания составляет примерно 1 эВ. С уменьшением температуры T кривые $\beta(\varphi)$ смещаются в область более низких значений работы выхода и сужаются. При $T = 740$ К кривая располагается между точками $\varphi = 1,75$ эВ и $\varphi = 2,25$ эВ. Полученные данные свидетельствуют о существенной неоднородности поверхности катода по работе выхода. В [33] распределение работы выхода по поверхности оксидного катода исследовалось путем сканирования поверхности катода тонким световым лучом диаметра 50 мкм и измерения фототока с освещенной поверхности. Зафиксированный разброс значений работы выхода составил 0,13 эВ.

Экспериментально исследовалось и распределение скоростей

эмиттированных электронов [20,22,34-36]. Изучение тангенциальных скоростей электронов, эмиттированных реальным оксидным катодом, показало, что величина разброса этих скоростей может существенно превышать соответствующую величину для идеального однородного катода, то есть величину теплового разброса скоростей. Так, в [34] для определения тангенциальных скоростей электронов в аноде экспериментальной лампы было сделано отверстие диаметром 40 мкм, а на расстоянии 7,5 см от анода расположен флуоресцирующий экран. О величине тангенциальной составляющей кинетической энергии электронов можно было судить по размерам светящегося пятна на экране. Эксперименты показали, что для оксидного катода, полученного путем напыления, тангенциальные составляющие кинетической энергии электронов могут достигать 10 эВ. За счет механического оглаживания поверхности покрытия, а также за счет использования покрытия, полученного катафорезом, эту величину можно существенно уменьшить, например, до 0,5 эВ.

Экспериментальные исследования нормальных составляющих скоростей электронов, эмиттированных оксидным катодом, проведенные методом задерживающего потенциала, показывают [20,35], что эффективная электронная температура, характеризующая величину продольных скоростей электронов, может достигать 11000 К, а ширина кривой распределения электронов по энергии - 2,5-5 эВ. Характерно, что кривая распределения в этом случае имеет довольно широкую плоскую центральную часть. Аналогичные исследования проводились другим методом - на основе использования спектрометра энергии заряженных частиц [36]. Ширина основания кривой распределения составляет примерно 0,5 эВ. Для отдельных оксидных катодов здесь была получена эквивалентная электронная температура, вдвое более высокая, чем температура, найденная пирометрированием.

Экспериментальные исследования дробовых шумов эффективных термокатодов показывают, что в ряде случаев они могут быть аномально высоки и на 1-2 порядка превышать теоретические значения, определяемые формулой Шоттки [37-40]. Это обстоятельство, по-видимому, свидетельствует о том, что помимо пространственной неоднородности эмиссии в указанных случаях может иметь место и временная неоднородность, то есть дополнительные непрерывные флуктуации эмиссионной способности катода, вызванные такими процессами, как колебания потенциального барьера, адсорбция атомов остаточных газов, отравление оксидного слоя, восстановление окиси бария металлами керна, образование избыточного бария и его диффузия на поверхность. Эмиссия катода определяется динамическими эмиссионными центрами, а изменение эмиссии при токоотборе объясняется разрушением эмиссионных центров при электронной бомбардировке эмиттера [41,42]. Физические последствия всех этих процессов можно трактовать как непрерывную смену эмиссионных состояний эмиттера.

Неоднородности и нерегулярности, обнаруженные экспериментами, влияют на эмиссионные и шумовые свойства термокатодов и приборов, созданных на их основе. Пятнистый характер эмиссии вызывает дисперсию (разброс) тока эмиссии, а также изменяет спектральную плотность флуктуаций центра тяжести электронного пучка или спектральную плотность флуктуаций поперечного тока электронного луча. Последняя характеристика влияет на шумовые параметры ряда СВЧ приборов, в частности, на шумовые характеристики электронно-лучевых приборов М-типа.

Неоднородность эмиссионных состояний термокатода ведет к возрастанию такого важного шумового параметра катода, как спектральная плотность флуктуаций продольного тока луча, определяющую шумовые свойства ряда СВЧ приборов О и М типов.

Повышение дисперсии тангенциальных и нормальных скоростей электронов, как правило, объясняется неэквипотенциальностью эмиттирующей поверхности, геометрической нерегулярностью поверхности, существованием микрорельефа и поперечного падения напряжения на катодном покрытии, изменениями работы выхода вдоль поверхности катода. Увеличение дисперсии электронных скоростей влечет за собой увеличение спектральной плотности флуктуаций продольной и поперечной скоростей электронного пучка, формируемого электронной пушкой с данным катодом.

В реальном катоде все перечисленные виды неоднородностей присутствуют одновременно. В связи с этим возникает необходимость в создании такой обобщенной модели неоднородного эмиттера, которая позволила бы осуществить одновременный учет влияния отмеченных неоднородностей на все основные шумовые и эмиссионные параметры катода. К ним относятся спектральные плотности флуктуаций продольной и поперечной составляющих тока и скорости электронного пучка, а также среднее значение и дисперсия тока эмиссии. В работах [44-46] содержится целый ряд моделей, позволяющих оценить дисперсию тока и спектральные плотности флуктуаций продольных составляющих тока и скорости электронного пучка, эмиттированного неоднородным катодом. Однако в них не отражены модели, позволяющие оценить спектральные плотности

флуктуаций поперечных составляющих тока и скорости пучка. Без этих величин рассмотрение флуктуационных параметров катодов носит незаконченный характер. Кроме того, в указанных работах содержится множество моделей, соответствующих различным режимам работы многих типов термокатодов. Очевидно, есть смысл выделить наиболее типичные и удобные математические и физические модели и, заставив действовать одновременно, объединить их в одну обобщенную модель неоднородного эмиттера, позволяющую учесть все основные виды неоднородностей. Рассмотрим одну из возможных реализаций решения этой задачи.

Для описания эмиссионных и шумовых свойств неоднородного катода сформулируем основные черты его обобщенной модели. Будем считать, что эмиттирующая поверхность катода представляет собой совокупность круглых перекрывающихся зерен различных типов. Обозначим через $P(r)$ функцию распределения зерен по величине их радиуса. Плотность тока эмиссии зерен является случайной величиной, распределенной по некоторому закону. С физической точки зрения эмиттирующее зерно может представлять собой выходное сечение поры шероховатого катода или плоский эмиссионный центр (элемент) гладкого катода. При заданных геометрических размерах катода число и площадь активных и пассивных центров от образца к образцу будет меняться и вызывать дисперсию тока эмиссии. Кроме того, вследствие пятнистого характера эмиттирующей поверхности токи эмиссии отдельных полос, на которые может быть разбит, например, ленточный катод, будут различны. Следовательно, плотность распределения поперечной координаты точки вылета электрона описывается не равномерным законом (как обычно предполагается), а ступенчатой функцией, состоящей и П-образных импульсов разной высоты, число которых равно числу эмиттирующих полос, на которые разбивается катод. Описанная "деформация" закона распределения координаты точки эмиссии электрона сказывается на величине спектральной плотности флуктуаций центра тяжести (или поперечного тока) электронного пучка.

Будем также считать, что описываемая модель катода характеризуется множеством эмиссионных состояний, параметр интенсивности которых λ является случайной величиной [44]. Придание случайного характера параметру интенсивности дает возможность описать неоднородность эмиссионных состояний катода и учесть влияние смены эмиссионных состояний на величину спектральной плотности флуктуаций продольной составляющей тока электронного луча.

Согласно модели эмиттирующая поверхность катода предполагается неэквипотенциальной, вследствие чего происходит ускорение электронов в порах шероховатого катода или в приповерхностной области катода со сглаженным (слабо выраженным) рельефом. Отмеченное ускорение электронов определяется случайным потенциалом и приводит к изменению спектральной плотности флуктуаций как продольной, так и поперечной составляющих скорости электронного пучка. Для упрощения расчетов будем предполагать, что микрорельеф эмиттирующей поверхности представляет собой совокупность выпуклостей и впадин, состоящих из элементарных площадок, ориентированных относительно отсчетной плоскости [44] (касательной к эмиттирующей поверхности) двояким образом: или параллельно (горизонтально), или перпендикулярно (вертикально). Выходом в отсчетную плоскость тех электронов, которые эмиттированы вертикальными элементами поверхности, будем пренебрегать. Таким образом, в соответствии с моделью все электроны, поступающие в отсчетную плоскость, эмиттированы горизонтальными элементами, находящимися на различной глубине от отсчетной плоскости. Поэтому плотности распределения нормальных и тангенциальных (относительно отсчетной плоскости) составляющих начальных скоростей электронов на любом эмиттирующем элементе катодного покрытия будут такими же, как и на идеальном катоде. Продольные составляющие будем считать распределенными по закону Рэлея, тангенциальные – по закону Гаусса [22,23].

Для облегчения рассуждений будем полагать, что изменение продольных и поперечных скоростей электронов при ускорении их перед попаданием в отсчетную плоскость можно описать введением эквивалентных продольного φ_n и поперечного φ_t потенциалов, которые носят случайный характер.

Значения параметров λ, φ_n и φ_t положительны и определяются многими факторами. Поэтому наиболее обоснованным с математической точки зрения законом распределения для них является, по-видимому, усеченный нормальный закон. Однако при расчетах использование этого закона часто ведет к математическим трудностям и громоздким выражениям. Поэтому вместо усеченного нормального распределения целесообразно взять близкое к нему по виду кривой гамма-распределение или его частный случай – закон Эрланга. В дальнейшем будет предполагаться, что плотность вероятности параметра λ описывается гамма-распределением, а величины φ_n и φ_t распределены по закону Эрланга [47].

Основные положения, характеризующие обобщенную модель неоднородного эмиттера, позволяют оценить все ее эмиссионные и шумовые параметры. Средние значение и дисперсия тока эмиссии неоднородного эмиттера [44]:

$$\bar{I}=S\pi d_0\overline{r^2}\bar{j}, \qquad (1)$$

$$\mathcal{D}[I]=4d_0\bar{j}^2\iiiint\limits_{(S)\,(S)}\Big\{\int\limits_{\frac{\ell}{2}}^{\infty}[1-F(r)]\Big(\arccos\frac{\ell}{2r}\Big)r\,dr\Big\}dS_1dS_2, \qquad (2)$$

где $\ell=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$, $dS_1=dx_1dy_1$, $dS_2=dx_2dy_2$, d_0 – полная концентрация зерен, S – площадь эмиттера, $\overline{r^2}$ – средний квадрат радиуса зерна, $\bar{j}$ и $\overline{j^2}$ – среднее значение и средний квадрат плотности тока.

Рассчитаем спектральную плотность флуктуаций центра тяжести электронного пучка (поперечного тока) на неоднородном катоде. Если тангенциальную относительно поверхности катода координату центра тяжести электронного пучка $\tilde{Y}$ ввести методом мгновенного усреднения поперечных координат y точек вылета отдельных электронов [48], то, проведя рассуждения, аналогичные приведенным в [49], нетрудно получить следующую связь спектральной плотности флуктуаций $\tilde{Y}$ с дисперсией электронных координат $\mathcal{D}\{y\}$:

$$S_{\tilde{Y}}(\omega)=e\mathcal{D}\{y\}/(2\pi I_0), \qquad (3)$$

где ω – круговая частота, e – абсолютная величина заряда электрона, I_0 – постоянная составляющая тока эмиссии.

Для равномерного закона распределения величины y, характерного для однородного катода, $\mathcal{D}\{y\}=\ell^2/12$, где ℓ – интервал определения случайной величины (поперечный размер катода). Соответственно спектральная плотность

$$S_{\tilde{Y}}(\omega)=e\ell^2/(24\pi I_0). \qquad (4)$$

Соотношение (4) совпадает с аналогичным выражением для $S_{\tilde{Y}}(\omega)$, полученным в [50] другим способом.

Поперечные смещения положения луча приводят к возникновению случайного поперечного тока. Для нахождения его спектральной плотности можно воспользоваться связью переменных составляющих координат $\tilde{Y}$ и тока $\tilde{i}_\tau$ пучка, полученной в теории электронно-лучевых приборов М-типа на основе модели тонкого электронного луча [51]: $\tilde{i}_\tau=j\beta_e I_0\tilde{Y}$, где $\beta_e=\omega/v_0$, v_0 – постоянная составляющая скорости электронного потока. Тогда

$$S_{\tilde{i}_\tau}(\omega)=\beta_e^2 I_0^2 S_{\tilde{Y}}(\omega). \qquad (5)$$

В случае неоднородного катода плотность распределения $f(y)$ не описывается законом равномерной плотности, а может быть аппроксимирована ступенчатой кривой. Разобьем мысленно ленточный катод, поперечные границы которого проходят через точки $y=\pm\frac{\ell}{2}$, на три полосы, перпендикулярные оси y, и предположим, что в пределах каждой полосы величина $f(y)$ не изменяется, то есть плотность вероятности описывается соотношением:

$$f(y)=\begin{cases} C_1 & \text{при } L/2 \le y \le \ell/2, \\ C_2 & \text{при } |y| < L/2, \\ C_1 & \text{при } -\ell/2 \le y \le -L/2, \end{cases}$$

где $|L| \le \ell$; C_1 и C_2 – постоянные величины.

Введем в рассмотрение два параметра, характеризующих неоднородный катод: $g=\frac{C_1}{C_2}$ – параметр неоднородности эмиссионной способности катода и $G=\frac{\ell-L}{\ell}$ – параметр неоднородности поверхности. Величина g характеризует перепад эмиссионной способности эмиттера вдоль его поверхности. Величина G дает отношение площади периферийной области катода, имеющей аномальную эмиссионную способность, ко всей площади катода.

Используя условия нормировки, найдем:

$$C_1=\frac{1}{\ell}\,\frac{g}{1+G(g-1)}\,,\quad C_2=\frac{1}{\ell}\cdot\frac{1}{1+G(g-1)}\,.$$

Расчет дисперсии координаты y точки вылета электрона и спектральной плотности флуктуаций центра тяжести $\bar{Y}$ электронного пучка приводит к следующим выражениям:

$$D\{y\}=\frac{\ell^2}{12}\varkappa\,,\quad S_{\bar{Y}}(\omega)=\frac{e\ell^2}{24\pi I_0}\varkappa\,, \qquad (6)$$

где $\varkappa=[g-(1-G)^3(g-1)]/[1+G(g-1)]$ – коэффициент, характеризующий изменение спектральной плотности флуктуаций центра тяжести электронного луча по сравнению с аналогичной величиной для однородного эмиттера. Подставляя (6) в (5), получим спектральную плотность флуктуаций поперечного тока. От выражения для однородного катода она отличается множителем $\varkappa$.

Кривые зависимости коэффициента $\varkappa$ от параметра эмиссионной неоднородности g для различных значений параметра неоднородности G показаны на рис. I. Увеличение шумов наблюдается лишь при $g>1$. Реальные значения $\varkappa$ в этом случае могут достигать значений I,5 – 2. При $g<1$ катод имеет меньшие эквивалентные поперечные размеры, поэтому значения $\varkappa$ оказываются меньше единицы.

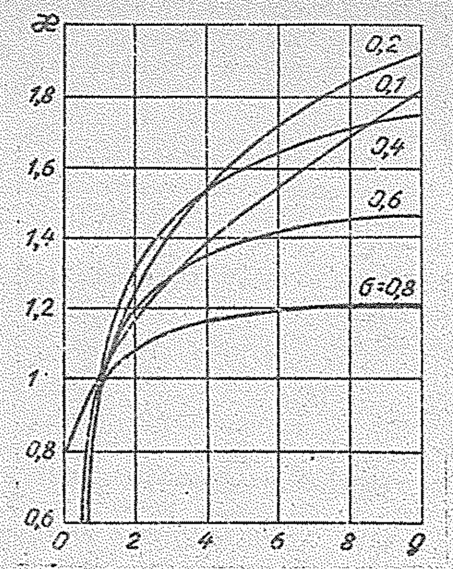


Рис. I. Зависимость коэффициента $\varkappa$ от параметра эмиссионной неоднородности эмиттера g (G = 0,I; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8)

Согласно [43], в синхронном режиме работы ЛБВМ-усилителя основной вклад в коэффициент шума вносят флуктуации смещений электронного пучка. Вклад этих величин в избыточный коэффициент шума на несколько порядков превышает аналогичную величину, обусловленную флуктуациями продольной и поперечной скоростей электронного луча. При $\varkappa$ = I,5 – 2 вклад флуктуаций поперечных смещений в избыточный коэффициент шума усилителя с неоднородным катодом увеличивается также в I,5 – 2 раза, то есть на 2 – 3 дБ по сравнению с соответствующей величиной для ЛБВМ с однородным катодом.

Рассмотрим флуктуации продольного тока (смещений) на неоднородном катоде, характеризующимся непрерывным набором следующих друг за другом эмиссионных состояний. Если условную плотность вероятности интервала времени τ между последовательными моментами вылета электронов принять экспоненциальной, а параметр λ этого распределения считать случайной величиной, распределенной по гамма-закону, безусловная плотность вероятности интервала τ примет вид [45]

$$F(\tau)=\begin{cases}\lambda_0 c(c-1)^c(\lambda_0\tau+c-1)^{c+1} & \text{при } \tau\geq 0,\\ 0 & \text{при } \tau<0,\end{cases} \qquad (7)$$

где λ_0 - мода распределения λ, c - параметр формы.

Спектральная плотность флуктуаций продольного тока в режиме смены эмиссионных состояний определится выражением [44]

$$S_{i_n}(\omega)=\frac{eI_0}{2\pi}\nu_\tau^2, \qquad (8)$$

где ν_τ^2 - квадрат коэффициента вариации интервала.

Для плотности распределения (7) величина ν_τ определяется коэффициентом вариации ν_λ параметра λ:

$$\nu_\tau^2=\begin{cases}(1-2\nu_\lambda^2)^{-1} & \text{при } \nu_\lambda^2<0{,}5,\\ 0 & \text{при } \nu_\lambda^2\geq 0{,}5,\end{cases} \qquad (9)$$

причем $\nu_\lambda=1/\sqrt{c}$. Из выражения (9) вытекает, что с ростом ν_λ коэффициент ν_τ^2 увеличения дробовых шумов непрерывно возрастает. Для реальных значений ν_λ величина ν_τ^2 может достигать 10 и более единиц. Это означает, что рассмотренный тип неоднородности катода может на порядок увеличивать вклад флуктуаций продольной составляющей тока в избыточный коэффициент шума ЛБВМ [43].

Минимальный коэффициент шума ЛБВ-усилителя типа 0, как известно, равен

$$F_{min}=1+\frac{2\pi}{kT}(S-\Pi), \qquad (10)$$

где S и Π - шумовые инварианты пучка, T - температура входной цепи. В отсутствие корреляции флуктуаций тока и скорости на катоде

$$S=\sqrt{S_{i_n}(\omega)S_{v_n}(\omega)}, \quad \Pi=0,$$

где $S_{v_n}(\omega)$ - спектральная плотность флуктуаций кинетического потенциала. При увеличении $S_{i_n}(\omega)$ на порядок минимальное значение избыточного коэффициента шума ЛБВО, как следует из (10), возрастает примерно в 3 раза, то есть на 5 дБ.

Следующим важным шумовым параметром эмиттера является спектральная плотность флуктуаций нормальной по отношению к отсчетной плоскости (назовем ее продольной) составляющей скорости электронного пучка. Если продольная скорость пучка V_n определяется методом "мгновенного усреднения" продольных скоростей u_n электронов, то использование методики, изложенной в [49], приводит к следующему выражению для спектральной плотности:

$$S_{v_n}(\omega)=eD\{V_n\}/(2\pi I_0), \qquad (11)$$

где $D\{u_n\}$ - дисперсия продольной скорости электронов. Для релеевского закона распределения скоростей u_n из выражения (11) следует формула Рэкка [48].

Продольная скорость электрона в отсчетной плоскости неоднородного катода связана с его начальной скоростью в точке эмиссии u_{on} и эквивалентным продольным ускоряющим потенциалом φ_n соотношением

$$u_n^2=\sqrt{u_{on}^2+2\eta\varphi_n}, \qquad (12)$$

где $\eta=\frac{e}{m}$, m - масса электрона. Принимая в качестве законов распределения u_{on} и φ_n плотности распределения Рэлея $Q(u_{on})$ и Эрланга $\theta(\varphi_n)$, функцию распределения $F(u_n)$, плотность распределения $f(u_n)$ и дисперсию $D\{u_n\}$ скорости электрона в отсчетной плоскости можно рассчитать с помощью соотношений:

$$F(u_n)=\int_0^{u_n^2/2\eta}d\varphi_n\int_0^{\sqrt{u_n^2-2\eta\varphi_n}}Q(u_{on})Q(\varphi_n)\,du_{on}, \quad f(u_n)=\frac{dF(u_n)}{du_n};$$

$$D\{u_n\}=\overline{u_n^2}-\overline{u}_n^2; \qquad (13)$$

$$\overline{u}_n=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\sqrt{u_{on}^2+2\eta\varphi_n}\,Q(u_{on})\Theta(\varphi_n)\,du_{on}\,d\varphi_n, \qquad (14)$$

$$\overline{u_n^2}=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}(u_{on}^2+2\eta\varphi_n)Q(u_{on})\Theta(\varphi_n)\,du_{on}\,d\varphi_n, \qquad (15)$$

$$\Theta(u_{on})=\begin{cases}\frac{u_{on}}{\sigma^2}e^{-\frac{u_{on}^2}{2\sigma^2}} & \text{при } u_{on}\geq 0,\\ 0 & \text{при } u_{on}<0,\end{cases} \qquad (16)$$

$$\theta(\varphi_n)=\begin{cases}4\frac{\varphi_n}{\overline{\varphi}_n}e^{-2\frac{\varphi_n}{\overline{\varphi}_n}} & \text{при } \varphi_n\geq 0,\\ 0 & \text{при } \varphi_n<0,\end{cases} \qquad (17)$$

$\sigma^2=kT_k/m$, k - постоянная Больцмана, T_k - абсолютная температура катода, $\overline{\varphi}_n$ - среднее значение продольного ускоряющего потенциала.

Расчет $F(u_n)$, $f(u_n)$ представляет интерес в том случае, когда предполагается сопоставление этих функций с аналогичными функциями для однородного эмиттера или статистическое моделирование "скоростного" шума на ЭВМ. Перед данной работой такая задача не ставилась; ограничимся расчетом числовых характеристик.

Вычисление (I3) ведет к интегралам, не выражающимся в элементарных функциях. В связи с этим разложим (I2), входящее в (I4), в ряд по степеням $u_{on}-\bar{u}_{on}$ и $\varphi_n-\bar{\varphi}_n$ и ограничимся первыми тремя членами разложения [52]:

$$U_n=\sqrt{\bar{u}_{on}^2+2\eta\bar{\varphi}_n}+\frac{\bar{u}_{on}(u_{on}-\bar{u}_{on})+\eta(\varphi_n-\bar{\varphi}_n)}{\sqrt{\bar{u}_{on}^2+2\eta\bar{\varphi}_n}}+$$

$$+\frac{2\eta\bar{\varphi}_n(u_{on}-\bar{u}_{on})^2-\eta^2(\varphi_n-\bar{\varphi}_n)^2}{2(\bar{u}_{on}^2+2\eta\bar{\varphi}_n)^{3/2}}. \qquad (I8)$$

Подставляя (I6)-(I8) в (I4) и проводя соответствующие вычисления, находим:

$$\bar{u}_n=\sqrt{\frac{\pi}{2}}\,\sigma\lambda_n, \qquad (I9)$$

где $\lambda_n=[\pi^2+(6\pi+8)\bar{g}_n+15\bar{g}_n^2]/[\sqrt{\pi}(\pi+4\bar{g}_n)]$ – коэффициент, показывающий увеличение средней скорости электронов вследствие неэквипотенциальности эмиттирующей поверхности; $\bar{g}_n=e\bar{\varphi}_n/(kT_k)$ – параметр неэквипотенциальности эмиттера. Зависимость коэффициента λ_n от параметра неэквипотенциальности $\bar{g}_n$ графически изображена на рис. 2 (кривая I). С изменением $\bar{g}_n$ от 0 до I0 параметр λ_n возрастает от I до 3.

Подстановка в (I3) соотношения (I9), а также результата расчета $\bar{u}_n^2$, выполненного на основе (I5), дает следующую величину дисперсии продольной скорости электронов на неоднородном катоде:

$$\mathcal{D}\{u_n\}=\frac{4-\pi}{2}\sigma^2\gamma_n,$$

где $\gamma_n=\frac{2}{4-\pi}\left[2(1+\bar{g}_n)-\frac{\pi}{2}\lambda_n^2\right]$ – коэффициент, характеризующий увеличение дисперсии скорости электронов на неоднородном катоде по сравнению с аналогичной величиной для однородного катода. Зависимость γ_n от $\bar{g}_n$ показана на рис. 2 (кривая 2). Для реальных значений $\bar{g}_n$, когда $\bar{\varphi}_n\approx$ I В, параметр увеличения дисперсии скорости может достигать 4-5 единиц.

Согласно (II), спектральная плотность флуктуаций продольной скорости электронного пучка на неоднородном катоде в γ_n раз превышает уровень, определяемый формулой Рэкка для однородного катода:

$$S_{v_n}(\omega)=\frac{ekT_k}{mI_0}\,\frac{4-\pi}{4\pi}\gamma_n. \qquad (20)$$

Величина γ_n показывает, во сколько раз увеличивается за счет неоднородности катода вклад флуктуаций продольной скорости пучка в избыточный коэффициент шума ЛБВ М-типа [43,51]. Приведенные данные можно использовать также для оценки влияния неэквипотенциальности эмиттера на минимальное значение избыточного коэффициента шума электронно-лучевых усилителей типа О, например, ЛБВО. Увеличение минимального избыточного коэффициента шума прибора с неоднородным катодом по сравнению с аналогичной величиной усилителя с однородным катодом равно $\sqrt{\gamma_n}\lambda_n$ [44]. Зависимость величины $\sqrt{\gamma_n}\lambda_n$ от $\bar{g}_n$ иллюстрируется кривой 3 на рис.2. Для реальных значений $\bar{g}_n$ величина $\sqrt{\gamma_n}\lambda_n$ может достигать 3-5 ед., т.е. 5-7 дБ.

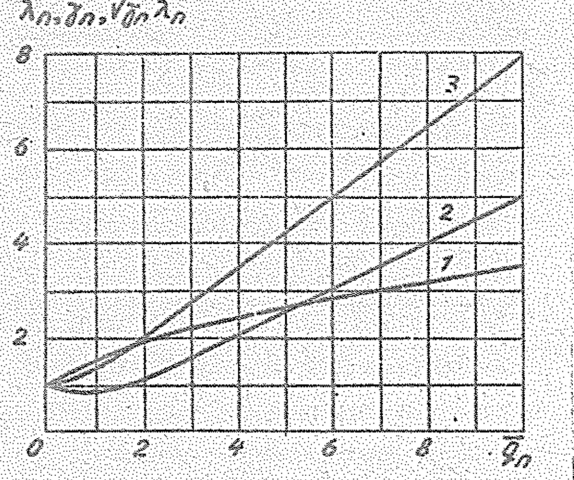


Рис. 2. Коэффициенты увеличения: I – средней скорости, 2 – дисперсии скорости электронов, 3 – минимального избыточного коэффициента шума ЛБВО

Последним шумовым параметром, который необходимо обсудить на основе обобщенной модели неоднородного катода, является спектральная плотность $S_{v_\tau}(\omega)$ флуктуаций поперечной составляющей скорости v_τ электронного пучка. Она определяется дисперсией $\mathcal{D}\{u_\tau\}$ поперечной скорости электронов u_τ и описывается выражением [49], аналогичным (I0):

$$S_{v_\tau}(\omega)=e\mathcal{D}\{u_\tau\}/(2\pi I_0). \qquad (2I)$$

Обычно предполагается [22], что тангенциальные (поперечные) составляющие начальной скорости электронов в точке эмиссии распределены по нормальному закону:

$$Q(U_{o\tau}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{U_{o\tau}^2}{2\sigma^2}}. \qquad (22)$$

Выражение (22) справедливо именно для проекций $U_{o\tau} = U_{oy}$, $U_{o\tau} = U_{oz}$ начальной скорости, а не для абсолютной величины $\sqrt{U_{oy}^2 + U_{oz}^2}$ поперечной скорости электронов. Модуль поперечной скорости распределен по закону Релея [53,54]. Таким образом, индекс τ фактически обозначает направление одной из поперечных осей координат y или z.

Для расчета дисперсии поперечной проекции скорости электронов выражение (I2) мало пригодно. Оно не учитывает различия ориентаций горизонтальных компонентов начальной скорости и вектора напряженности электрического поля, существующего вблизи эмиттирующей поверхности и обусловленного неэквипотенциальностью катода, поперечная проекция скорости электронов изменяется. Однако в отличие от предыдущего случая этот эффект зависит от направления поля и может приводить как к ускорению, так и к торможению электронов в поперечном направлении. Чтобы получить возможность учитывать распределение вектора напряженности по направлению, определим эквивалентный поперечный потенциал φ_τ

$$\varphi_\tau = U_{доп}^2 / (2\eta),$$

где $U_{доп}$ – абсолютная величина дополнительной поперечной компоненты скорости, возникающей под действием электрического поля в процессе движения электрона от точки эмиссии до отсчетной плоскости.

Результирующее значение поперечной проекции скорости электронов в отсчетной плоскости может быть записано так:

$$U_\tau = U_{o\tau} + \sqrt{2\eta\varphi_\tau}\,\cos\psi, \qquad (23)$$

где ψ – угол между осью τ и направлением поперечной компоненты электрического поля. Угол ψ является случайной величиной. Если распределение поперечного электрического поля изотропное, величина ψ, очевидно, будет распределена с равномерной плотностью в интервале $(0, \pi)$:

$$W(\psi) = \begin{cases} 1/\pi & \text{при } 0 \le \psi \le \pi, \\ 0 & \text{при } \psi < 0,\ \psi > \pi. \end{cases} \qquad (24)$$

С учетом того, что величина φ_τ распределена по закону Эрланга (I7), найдем:

$$D\{U_\tau\} = \overline{U_\tau^2} = \sigma^2 \gamma_\tau, \qquad (25)$$

где $\gamma_\tau = 1 + \bar{q}_\tau$, $\bar{q}_\tau = \frac{\eta\bar{\varphi}_\tau}{\sigma^2}$, ($\bar{\varphi}_\tau$ – среднее значение эквивалентного поперечного ускоряющего потенциала). Параметр $\bar{q}_\tau$ в этих выражениях характеризует поперечную неэквипотенциальность катода, а коэффициент γ_τ – увеличение дисперсии поперечной скорости электронов за счет неоднородности эмиттера.

Подставляя (25) в (2I), получим выражение для спектральной плотности флуктуаций поперечной скорости электронного луча на катоде:

$$S_{v\tau}(\omega) = \frac{e k T_k}{2\pi m I_0}\gamma_\tau. \qquad (27)$$

Для иллюстрации влияния описанного эффекта на шумовые свойства приборов отметим, что увеличение спектральной плотности $S_{v\tau}(\omega)$ в γ_τ раз приводит к увеличению вклада флуктуаций поперечной скорости в избыточный коэффициент шума ЛБВМ-усилителя также в γ_τ раз. Из выражения (26) следует, что для $\bar{\varphi}_\tau \approx 1$ В и $\bar{q}_\tau = 10$ увеличение $S_{v\tau}(\omega)$ и вклада в избыточный коэффициент усилителя достигает I0 единиц.

Проведенные расчеты показали возможность описания и учета основных видов неоднородности современных катодов на основе введенной обобщенной модели неоднородного эмиттера. Соответствующие эмиссионные и шумовые параметры неоднородных эмиттеров могут быть определены с помощью соотношений (I), (2), (6), (8), (20) и (27).

Литература

I. Козлов В.И. Технология и свойства металлопористых катодов для СВЧ приборов. Обзоры по электронной технике. Сер. I. Электроника СВЧ. М., I980. Вып. 6(709).

2. Козлов В.И. Эмиссионные свойства и долговечность металлопористых катодов для СВЧ приборов. Обзоры по электронной технике. Сер. I. Электроника СВЧ. М., I983. Вып. 8(94I).

3. Страусс Р., Бреттинг И., Метивье Р. Лампы бегущей волны для спутниковой связи // ТИИЭР. I977. Т.65. № 3. С.I23-I39.

4. Bretting T. Stand der Technik und Einsatz von Satelliten-Wanderfeldrohren fur neue Nachrichten - Sattelliten - Systeme // Ferumelde - Prax. 1980. T. 57, N 4. P. 127-138.

5. Тесленко Л.Ф., Маштакова А.И. Катоды. Ч.I. Оксидные катоды. Обзоры по электронной технике. Сер. I. Электроника СВЧ. М., I985. Вып. I4(II54).

6. Губарева Е.Г., Кузнецова О.Ф. Катоды. Ч. II. Металлопористые катоды. Обзоры по электронной технике. Сер. I. Электроника СВЧ. М.,I986. Вып. I2 (I20I).

7. Иванова А.В., Светликина И.А., Кузнецова О.Ф. Катоды. Ч. III. Холодные и боридные катоды. Обзоры по электронной технике. Сер. I. Электроника СВЧ. М., 1986. Вы. 14(1210).

8. Лебединская А.Д., Маштакова А.И., Иванова А.В. Катоды. Ч. IУ. Подогреватели. Обзоры по электронной технике. Сер. I. Электроника СВЧ. М., 1986. Вып. 15(1211).

9. Глухова В.В., Иванова А.В., Тесленко Л.Ф., Кузнецова О.Ф. Катоды. Ч. У. Торцевые катодные узлы. Обзоры по электронной технике. Сер. I. Электроника СВЧ. М., 1986. Вып.18 (1223).

10. Тесленко Л.Ф., Глухова В.В., Кузнецова О.Ф., Писаренко В.В. Катоды. Ч. УI. Катодные узлы с цилиндрической поверхностью катода. Способы изготовления катодных узлов. Обзоры по электронной технике. Сер. I. Электроника СВЧ. М., 1986. Вып. 19(1225).

11. Ашкинази Л.А., Коржавый А.П. Термоэлектронные и вторично-электронные катоды для ЭВП. Обзоры по электронной технике. Сер. I. Электроника СВЧ. М., 1986. Вып. 8 (1234).

12. Коржавый А.П., Рожков А.М., Прозоров А.Н. Некоторые вопросы ионно-электронной эмиссии твердых тел и разработки холодных катодов квантовых приборов. Обзоры по электронной технике. Сер. 6. Материалы. М., 1986. Вып. 4 (1194).

13. Коржавый А.П., Редега К.П. Материалы для катодов с низкими значениями первого критического потенциала. Обзоры по электронной технике. Сер. 6. Материалы. М., 1987. Вып. 2 (1269).

14. Cronin T.L. Aspects of modern dispenser cathodes. Microwave Journal, 1979. V. 22. №9. P. 57-62.

15. Itok S., Yokoyama M., Morimoto K. Poisonous gas effects on the emission of oxide - coated cathodes //J. Vac. Sci. and Technol., 1987. V. A5. №6. P. 3430-3450.

16. Бондаренко Б.В., Рыбаков Ю.А., Шешин Е.П., Щука А.А. Автоэлектронные катоды и приборы на их основе. Обзоры по электронной технике. Сер. 4. Электровакуумные и газоразрядные приборы. М., 1981. Вып. 4 (814).

17. Бондаренко Б.В. Состояние и некоторые пути дальнейшего развития автоэмиссионной электроники // Радиотехника и электроника. 1983. Т.28. № 12. С. 2305-2312.

18. Соболева Н.А., Меламид А.Е. Фотоэлектронные приборы. М., 1974.

19. Дружинин А.В., Кондрашенков Ю.А., Некрасов В.И. Эмиссионная неоднородность эффективных термокатодов // Изв. АН СССР. Сер. физическая. 1969. Т.33. № 5. С.411-420.

20. Мойжес Б.Я. Физические процессы в оксидном катоде. М., 1968.

21. Красинькова М.В., Мойжес Б.Я. Об эмиссионной однородности оксидного катода // ЖТФ. 1968. Т.38. № 12. С.2096-2100.

22. Добрецов Л.Н., Гомоюнова М.В. Эмиссионная электроника. М., 1966.

23. Шумы в электронных приборах / Под ред. Л.Д.Смуллина и Г.А.Хауса. М.,Л., 1964.

24. Sandor A. Emission mechanism of oxide-cathode in the thermionic emission microscope // Internat J. Electronics. 1965. First series. V. XVIII. №4. P. 349-368.

25. Шишкин Б.В., Дубинина Е.М., Мичурина К.А. Электронно-оптические исследования оксидных катодов // Радиотехника и электроника. 1965. Т. 10. № 7. С. 1295-1209.

26. Шишкин Б.В., Дубинина Е.М., Мичурина К.А. Электронно-оптические исследования оксидных катодов // Изв. АН СССР. Сер. физическая. 1966. Т.30. № 5. С.873-876.

27. Спивак Г.В., Дубинина Е.М., Сбитникова И.С., Прямкова И.А., Виноградов Д.П. Развитие методов электронной микроскопии для наблюдения микрогеометрии и центров эмиссии термокатодов // Радиотехника и электроника. 1958. Т. 3. № 8. С.1077-1083.

28. Дружинин А.В. Методика определения работы выхода микроучастков поверхности термокатодов // Изв. АН СССР. Сер. физическая. 1961. Т.25. № 6. С.730-734.

29. Jansen C. G. T., Venema A., Weekers Th. H. Nonuniform emission of thermionic cathodes // J. Appl. Phys., 1966. V. 37. №6. P. 2234-2245.

30. Richter K., Schmidtmann R. Der Einfluß der Oberflachenrauhigkeit von Kathoden auf Emissionseigenschaften // Wiss. Z. Hochschule Electrotechn. Ilmenau. 1962. 8. №1. P. 75-79.

31. Булыгинский Д.Г., Добрецов Л.Н. Исследование распределения работы выхода по поверхности оксидного катода // ЖТФ. 1956. Т. 26. № 6. С. 1141-1149.

32. Stanier B.T., Mee C. H. B. Work function patches on oxide - coated cathodes // T. Electron and Control. First series. 1964. V. XVI. №5. P. 545-555.

33. Stanier B.T., Mee C. H. B. Work function patches on oxide - coated cathodes. II. Observation by a photoelectric emission technique // Internat. T. Electron, 1965. V. 18. №5. P. 401-404.

34. Moss H. A note on anomalous radial velocity spectra from rough thermionic emitters // J. Electron and Control. First series, 1961. V. II. №4. P. 289-295.

35. Кресинькова М.В., Мойжес Б.Я. Распределение электронов по энергиям при отборе тока с оксидного катода // ЖТФ. 1968. Т.38. № II. С.1975-1978.

36. Козлов И.Г., Терпигорьев В.Г., Шаповалов А.С., Виненко Л.В. К исследованию распределения энергии электронов вдоль эмиттирующей поверхности оксидного катода // ЖТФ. 1968. Т. 38.

37. Dalke W., Dlonhy F. A cathode test itilizing noise measurements // Proc. IRE. 1958. V. 46. №9. P. 1639-1645.

38. Набоков Ю.И., Авдеев В.Е. Об аномальном дробовом эффекте в приборах с оксидным катодом // Изв. АН СССР. Сер. физическая. 1969. Т. 33. № 3. С. 452-457.

39. Попов А.И., Колпаков Д.Е. О возможном механизме аномально высоких дробовых шумов в ПУЛ // Электронная техника. Сер. 5. Приемно-усилительные лампы. 1971. № 1. С.35-42.

40. Taczanowski A., Dorko H., Zbikowski A. Badania szumow katod thermoelectronowych. Prace Przemysl. inst. electron. 1960. V.1. №1. P. 20-34.

41. Zhang En - Qin. Electron emission from practical thermionic cathodes // Acta Electron. Sin. 1985. V. 13. №5. P.25-31.

42. Zhang En - Qin. Instabilities of thermionic emission in oxide cathodes // Int. J. Electron., 1984. V. 56. №4. P. 457-465.

43. Трубецков Д.И., Шараевский Ю.П., Шевчик В.Н. Шумовые явления в лучевых усилителях магнетронного типа. Обзоры по электронной технике. Сер. 1. Электроника СВЧ. М., 1970. Вып. 10 (204).

44. Шаповалов А.С., Голубенцев А.Ф., Денисов Ю.И. Эмиссионные и шумовые свойства неоднородных эмиттеров. Саратов,1983.

45. Шаповалов А.С., Денисов Ю.И., Голубенцев А.Ф., Малоземов Ю.А., Минкин Л.М. О спектре дробового шума потоков носителей заряда //Вопросы электроники СВЧ: Межвуз. науч.сб. Саратов, 1985. Вып. 16. С.15-18.

46. Аникин В.М. Статистический анализ автоэмиссии многострийного катода с учетом микрошероховатостей эмиттирующей поверхности // Вопросы электроники СВЧ : Межвуз. науч. сб. Саратов. 1985. Вып. 16. С.10-14.

47. Хастингс Н., Пикок Дж. Справочник по статистическим распределениям. М., 1980.

48. Rack A.J. Effect of space charge and transit time on the shot noise in diodes // Bell System techn. J. 1938. V.17. №10. P. 592-619.

49. Голубенцев А.Ф. О спектральной плотности флуктуаций скорости электронов на катоде электронной пушки // Вопросы электронной техники. Саратов, 1971. Вып. 2. С.83-103.

50. Van Duzer T. Noise-figure calculation for crossed-field forward-wave amplifiers // IEEE trans., 1963. V. ED-10. №6. P. 370-378.

51. Шевчик В.Н., Трубецков Д.И. Аналитические методы расчета в электронике СВЧ. М., 1970.

52. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М., 1964.

53. Давенпорт В.Б., Рут В.Л. Введение в теорию случайных сигналов и шумов. М., 1960.

54. Абергауз Г.Г., Тронь А.П., Копенкин Ю.Н., Коровина И.А. Справочник по вероятностным расчетам. М., 1970.

УДК 621.373.826

С.А.Гольдман, В.П.Макаров, Л.М.Минкин, Н.Г.Мясников

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МИКРОСТРУКТУРНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПОРИСТОГО ТЕЛА, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЕГО ДИФФУЗИОННУЮ ГАЗОПРОНИЦАЕМОСТЬ

Определение газопроницаемости капиллярно-пористых материалов является одной из важных задач, встречающихся в широкой практике их использования. Характер массопереноса через пористую среду зависит от режима газотечения. Так, когда число Кнудсена K_n, определяемое как отношение длины свободного пробега молекул газа к радиусу поры, значительно больше единицы, то в такой поре имеет место молекулярный газоперенос (эффузия). Его спецификой является своеобразное условие равновесия между различными частями газа в замкнутом объеме. Если в двух сосудах с газом, соединенных микроканалом ($K_n \gg 1$), первоначальные давления были равны ($P_1(0)=P_2(0)$), а разность температур поддерживается постоянной ($\Delta T=T_2-T_1$), то в результате массопереноса установится стационарное состояние, для которого (1-3)

$$P_1\sqrt{T_2}=P_2\sqrt{T_1}. \quad (1)$$

Эффузионный (кнудсеновский) газопоток пропорционален разности $P_1(t)/\sqrt{T_1}-P_2(t)/\sqrt{T_2}$, а его направление в рассматриваемом случае совпадает с вектором термоградиента, так что массоперенос осуществляется в газосодержащий объем (сосуд), находящийся при большей температуре (тепловая эффузия).

Рассмотрим газоперенос через плоскопараллельную капиллярно-пористую пластинку толщины ℓ и площадью поверхности S, представляющую собой твердую скелетную матрицу, пронизанную сквозными цилиндрическими микрокапиллярами эффективного радиуса , перпендикулярными поверхности образца. Поместим эту пластинку между двумя газосодержащими объемами V_1 и V_2. Первоначальными макропараметрами в объеме V_1 являются $P_1(0)$ и T_1, а в объеме V_2 – $P_2(0)$ и T_2; причем, для определенности положим, что $T_2 > T_1$. В такой системе возникает кнудсеновский газопоток $j_k(t)$ из объема V_1 в V_2, определяемый формулой (1,2)

$$j_k(t) = \frac{8}{3} S \sqrt{\frac{\pi \mu}{2R}} \frac{\alpha r^3}{\ell} \left[\frac{P_1(t)}{\sqrt{T_1}} - \frac{P_2(t)}{\sqrt{T_2}} \right]. \qquad (2)$$

где μ – молекулярная масса газа, R – универсальная газовая постоянная, α – число микропор на единичной поверхности.

Введем обозначения:

$$A = \frac{8}{3} S \sqrt{\pi \mu / (2R)}; \quad \Gamma = \alpha r^3 / \ell .$$

Параметр Γ определяется только геометрическими (структурными) характеристиками капиллярно-пористого образца и, по существу, в рамках данной модели пористого тела определяет газотранспортную систему капиллярно-пористого материала. В связи с этим, видимо, целесообразно дать ему специальное название – интегральный параметр микропроницаемости. Очевидно, что измерение данного параметра представляет интерес для экспериментального и теоретического исследования различных типов капиллярно-пористых структур.

Использование формулы (2) для измерения интегрального параметра микропроницаемости требует определения величины плотности газопотока $j_k(t)$, что в целом ряде случаев представляется довольно затруднительным, а подчас и невозможным. Напротив, измерение давления газа, особенно в стационарном состоянии, не представляет особой трудности, и способы его определения разработаны достаточно хорошо. Это послужило основанием для создания метода определения Γ, базирующегося на контроле макропараметров (давления и температуры) системы. С этой целью можно использовать описанную выше систему, в которой упомянутые объемы V_1 и V_2 соединены искусственным макроканалом $(R_0 \ll \ell)$ известного радиуса R_0 и длины ℓ. Причем, если име-

ется возможность, то макрокапилляр можно создать в самом пористом образце. В этом случае поток газа через искусственный макроканал (отверстие) является не молекулярным, а вязким (газодинамическим) (4), и соответствующий поток $j_p(t)$ описывается в приближении вязкого газотечения формулой Пуазейля (1,2):

$$j_p(t) = \frac{R_0^2}{\ell} B [P_2^2(t) - P_1^2(t)], \qquad (3)$$

где $B = \pi R_0^4 S / (8 \eta R (T_1 + T_2))$ (η – вязкость газа).

Направление пуазейлевского массопотока противоположно j_k, так как он обусловлен наличием градиента давления в искусственном макроканале. Последний же возбужден эффузионным натеканием газа по микропорам образца из объема V_1 в объем V_2, так что по макроотверстию газ вытесняется в противоположную сторону – из объема V_2 в V_1. Таким образом в данной системе создается постоянная газоциркуляция.

Суммарный газопоток $j(t)$ в контрольном объеме V_2 равен разности кнудсеновского и пуазейлевского:

$$j(t) = j_k - j_p(t).$$

В стационарном состоянии массоперенос в рассматриваемой системе отсутствует, то есть $j_{st} = 0$, что соответствует равенству величин эффузионного и пуазейлевского газопотоков:

$$j_{kst} = j_{pst}. \qquad (4)$$

Подставляя (4) в соотношения (2) и (3), получим:

$$\Gamma A \left(\frac{P_{1st}}{\sqrt{T_1}} - \frac{P_{2st}}{\sqrt{T_2}} \right) = \frac{R_0^2}{\ell} B (P_{2st}^2 - P_{1st}^2), \qquad (5)$$

где P_{1st} и P_{2st} – значения установившихся давлений в первом и втором объемах. (5) позволяет определить искомый параметр Γ:

$$\Gamma = R_0^2 B (P_{2st}^2 - P_{1st}^2) / (\ell A (P_{1st}/\sqrt{T_1} - P_{2st}/\sqrt{T_2})). \qquad (6)$$

Таким образом, измеряя давления в газосодержащих объемах в стационарном состоянии, можно довольно легко определить интегральный параметр микропроницаемости, который содержит весьма существенную информацию о микроструктуре материала.

Для определения параметра Γ достаточно использовать однокамерную систему, если объем V_1 бесконечно велик (одна поверхность пористого образца контактирует с атмосферой).

Для экспериментальной апробации принципа определения интегрального параметра микропроницаемости была собрана простая установка, соответствующая описанной выше методике для случая с одной камерой. В качестве пористого образца использовалась пластинка толщиной 0,01 м, изготовленная из мелкоструктурированной необожженной глины типа ВГО-2.

Во время проведения опыта внешние и внутренние макропараметры этой системы были следующими: T_1 = 313 К, P_1 = 101325 Н/м^2, T_2 = 333 К, P_2/P_1 (температура контролировалась термопарными датчиками).

Градиент температуры, создаваемый с помощью электронагревателя, помещенного в газосодержащую камеру, обусловливал возникновение эффузионного газопотока из атмосферы в контрольный замкнутый объем, отделяемый от нее пористым материалом. Возникающее избыточное давление в объеме контролировалось водяным манометром.

В стационарном состоянии избыточное (максимальное) давление в камере достигало P_{st} = 104046 Н/м^2 (ΔP_{st} = 274 мм вод. ст.), так что условие Кнудсена (1) выполнялось довольно точно. Это свидетельствует о том, что в порах данного глиняного образца выполнялось неравенство $K_n > 1$.

Затем в образце был сделан макроканал, перпендикулярный его поверхности, радиусом R_0 = 0,25.10^{-3} м, после чего давление в камере упало до P_{st} = 102719 Н/м^2 (ΔP_{st} =138 мм вод.ст.).

Использование соотношения (6) позволило вычислить параметр Γ, который оказался равным 6,8.10^{-7}. В расчетах принималось μ = 29.10^{-3} кг/моль, а η = 1,8.10^{-5} Н/м^2.с.

Литература

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т.2. Термодинамика и молекулярная физика. М., 1975.

2. Кикоин И.К., Кикоин А.К. Молекулярная физика. М.,1976.

3. Поль Р.В. Механика, акустика и учение о теплоте. М., 1971.

4. Розанов Л.Н. Вакуумная техника. М., 1982.

УДК 533.082.74

Б.А.Малоземов, Е.С.Гангнус, В.Н.Артемьев

ДИАГНОСТИКА ПЛАЗМЫ С ПОМОЩЬЮ ОТКРЫТОГО СЕКЦИОНИРОВАННОГО РЕЗОНАТОРА

Сверхвысокочастотная (СВЧ) диагностика дает возможность исследовать плазму без ее возмущения и загрязнения, может применяться в широком диапазоне температур и плотностей и дает достаточно надежные результаты [1-8]. Одним из вариантов СВЧ диагностики является метод, основанный на измерении сдвига собственных частот резонатора при введении в него плазмы. Резонаторный метод характеризуется высокой чувствительностью и может применяться в широком диапазоне отношений диаметра плазмы $2r_p$ к рабочей длине волны λ [8]. Проанализируем некоторые особенности использования резонаторов для изучения плазменных пучков с концентрацией в диапазоне n = 10^8 - 10^{15} см$^{-3}$.

<u>Проблема расширения динамического диапазона</u>. Важнейшим параметром, определяющим возможности использования того или иного резонатора для диагностики плазмы, является плотность спектра его собственных частот, задаваемая отношением числа резонансов ΔN к содержащему их частотному интервалу ΔW. Обратная величина $\Delta W = \Delta W/\Delta N$ определяет среднее расстояние между соседними резонансами.

Согласно (9), для закрытых резонаторов

$$\Delta W/W = \lambda^3/(4\pi V_z), \qquad (2)$$

для резонаторов, открытых в одном измерении,

$$\Delta W/W = \lambda^2/(4\pi S_z), \qquad (2)$$

для резонаторов, открытых в двух измерениях,

$$\Delta W/W = \lambda/(2\ell_z), \qquad (3)$$

где V_z - объем резонатора, S_z - поперечное сечение резонатора в экваториальной плоскости, ℓ_z - расстояние между зеркалами.

Полуширина резонансной кривой ΔW_z связана с соответствующей добротностью Q_z: $1/Q_z = \Delta W_z/W_z$. Спектр резонансных колебаний оказывается сплошным при условии $\Delta W/W \leq W_z/\Delta W_z$. Значит, резонансный метод диагностики может применяться, когда

$$\lambda \gg \lambda_{min} = \begin{cases} (\pi V_z Q_z)^{1/3} & \text{для (1)}, \\ (\pi S_z Q_z)^{1/2} & \text{для (2)}, \\ 2\ell_z/Q_z & \text{для (3)}. \end{cases} \qquad (4)$$

Рассмотрим теперь резонаторы, нагруженные плазмой. В первом приближении теории возмущений сдвиг собственных частот резонатора ΔW_S определяется как (5)

$$\frac{\Delta W_S}{W_S} = \frac{1}{8\pi}\,\frac{\int \Delta\varepsilon(x,y,z)E_S^2(x,y,z)\,dV}{\int E_S^2(x,y,z)\,dV}, \qquad (5)$$

где $n_c = m\omega_s^2/(4\pi e^2)$ – критическая концентрация электронов в плазме, E_s – напряженность электрического поля в резонаторе; $n(x,y,z)$ – распределение концентрации электронов в плазме; V_p – объем плазмы, заключенной в резонатор; V_z – объем резонатора (e и m – заряд и масса электрона).

Соотношение (5) применимо в том случае, когда средние концентрации $\bar{n} = \int n(x,y,z)dV/V_p$ значительно меньше критических. Следовательно, можно связать рабочую длину волны и среднюю концентрацию неравенством

$$\lambda \ll \lambda_{max} = (\pi m c^2/(\bar{n} e^2))^{1/2}. \qquad (6)$$

Условия (4) и (6) определяют для каждого резонатора рабочий диапазон длин волн, зависящий также от средних измеряемых концентраций. Ограничивает использование (5) и требование неперекрывания соседних резонансов при сдвиге собственной частоты резонатора, нагруженного плазмой. Такое ограничение, представляемое в форме

$$\Delta W_s/W_s \leq \Delta W/W - \Delta W_z/W_z \qquad (7)$$

исключает возможность взаимодействия различных мод и сохраняет линейность соотношения (5).

Представим (5) в виде

$$\frac{\Delta W_s}{W_s} = \frac{\bar{n}}{2n_c}\,\frac{V_p}{V_z}\,C_{iv}, \qquad (8)$$

где коэффициенты C_v определяются через заданное распределение электрического поля в резонаторе $E_s(x,y,z)$ и функцию распределения концентрации $n(x,y,z)$. Подставляя (8) в (7), находим ограничения на среднюю концентрацию электронов, доступную измерению с помощью конкретного резонатора на заданной рабочей частоте.

Анализ показывает, что переход к более коротким длинам волн отвечает переходу к более высоким средним концентрациям, но приводит к уменьшению среднего расстояния между резонансами. Для закрытых резонаторов (ЗР) спектр резонансных колебаний становится сплошным уже для сантиметровых волн. При $V_z \cong 10^3$ см^3, $Q \cong 10^4$ условие (4) нарушается и их использование для СВЧ диагностики плазмы в последнее время считается нецелесообразным. Применение открытых цилиндрических или бочкообразных резонаторов (ОЦР и ОБР) дало возможность продвинуться в область больших отношений $2r_p/\lambda$. Однако попытки значительного уменьшения рабочей длины волны с целью более точного определения функции распределения концентрации приводят к тому, что спектры ОЦР и ОБР становятся слишком плотными. Из (2) видно, что уменьшение длины волны на порядок приводит к уплотнению спектра в 100 раз.

Интересные возможности продвижения в область изучения более высоких концентраций при одновременном увеличении отношения $2r_p/\lambda$ предложены для ОЦР и ОБР в работах [10,11]. Селективно возбуждать вполне определенные резонансные колебания из области почти сплошного спектра позволяет система распределенной связи подводящего волновода с резонатором [10]. Отдельные моды могут быть выделены также с помощью тонких поглощающих колец, помещенных в нули электрического поля этих мод [11]. В обоих случаях плотность спектра оказывается того же порядка, что и для резонаторов, открытых в двух измерениях, что существенно расширяет динамический диапазон для ОЦР и ОБР при одновременном переходе к более коротким длинам волн.

Тот же результат может быть достигнут [12] применением двухзеркальных резонаторов (типа Фабри-Перо, конфокальных или софокусных). В этом случае введение плазмы в резонатор оказывается достаточно простым из-за открытости резонатора в двух пространственных измерениях. Однако просвечивание плазмы в одном направлении дает недостаточную информацию о распределении электронов в плазме. Возможность использования резонаторов, обладающих плотностью спектра (3) и дающих многохордовое излучение плазменного пучка, обсуждалась в работе [13].

Открытый секционированный резонатор (ОСР). Рассмотрим совокупность P пар конфокальных зеркал, имеющих одинаковый радиус кривизны и симметрично расположенных относительно общего геометрического центра (рис. 1). Каждая пара зеркал p дает возможность исследовать распределение плазмы в направлении, параллельном ее оси. Такая информация необходима при отсутствии аксиальной симметрии для функции распределения концентрации $n(x,y,z)$ в поперечном сечении пучка плазмы (ось пучка параллельна оси Z).

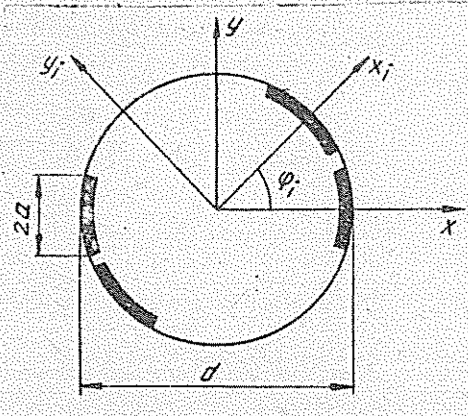


Рис. I. Система конфокальных зеркал

Возникает вопрос о плотности спектра колебаний, возбуждаемых в системе.

Среднее расстояние между резонансами будет вида (3), если между соседними парами зеркал будет отсутствовать связь. Задавая расстояние между зеркалами d в интервале 200 – 400 мм, будем варьировать число пар P и их апертуру $2a$. Число пар P будем определять, исходя из условия отсутствия связи между зеркалами. Оно определяется значением числа Френеля $N = a^2/(\lambda d)$, где для конфокальных резонаторов $d = R_i$; $d = \frac{a}{2}\sin\frac{\pi}{2P}$.

Потери мощности за один проход электромагнитной волны между сферическими зеркалами конфокального резонатора для колебаний типа TEM_{00}, дается формулой [14]

$$\delta = 8\pi C_0 e^{-2C_0}\,100\% ,\quad C_0 = 2\pi N . \qquad (9)$$

Дифракционные потери определяют дифракционную добротность резонатора $Q = Re\,W/Im\,W$, где действительная часть является круговой частотой ($Re\,W = 2\pi c/\lambda$), а мнимая часть определяется через потери мощности за один проход волны от зеркала к зеркалу за время $\tau = d/c$: $Im\,W = \delta/(2d/c)$ (изменение мощности представляется в виде $\delta = 1 - exp(-2Im\,w\tau)$). Поэтому

$$Q_д = d e^{4\pi N}/(4\pi\lambda N).$$

Приближенная оценка добротности, связанной с затуханием энергии при ее поглощении металлом зеркал, дается формулой

$$Q_{пр} = 2\pi d/(\lambda(1-r)).$$

Ограничиваясь учетом потерь в проводящих стенках и потерь на дифракцию, получим:

$$Q = Q_д Q_{пр}/(Q_д + Q_{пр}).$$

Проведем расчет значений апертуры, числа Френеля, добротностей для λ = 8 мм и заданных значений радиуса кривизны конфокальных зеркал при различном числе пар зеркал (таблица).

Данные для расчета параметров конфокального резонатора

d	P	$2a$	N	$Q_д$	$Q_{пр}$	Q
21,651	3	12,500	2,255	$9,7 \cdot 10^{11}$	17000	17000
23,097	4	9,567	1,238	$5,3 \cdot 10^{7}$	18100	18000
2[illegible],776	5	7,725	0,785	28800	18700	11300
24,148	6	6,470	0,542	2000	19000	1800
34,641	3	20,000	3,608	$2,3 \cdot 10^{19}$	27200	27200
36,955	4	15,307	1,982	$6,0 \cdot 10^{10}$	29000	29000
38,042	5	12,361	1,255	$1,1 \cdot 10^{7}$	29900	29800
38,637	6	10,353	0,867	$1,2 \cdot 10^{5}$	30300	24200
38,997	7	8,901	0,035	8900	30600	6900
39,231	8	7,804	0,485	1800	30800	1700

При N = 1 дифракционные потери составляют меньше 0,1 % и резко уменьшаются с ростом N. При этом связь между соседними секциями практически отсутствует. С другой стороны, точность определения плотности плазмы пропорциональна числу пар зеркал. Учитывая эти замечания и пользуясь данными таблицы, можно выбрать оптимальные параметры ОСР. Например, чтобы добротность оставалась на уровне 10^4, для рабочей длины волны 0,8 см следует использовать в нем при d = 25 см пять пар зеркал, а при $d \approx$ 40 см – семь пар зеркал.

Отметим предпочтительность использования нечетного числа пар зеркал. ОСР в случае четного числа P обладает симметрией относительно X – (–X) и У – (–У). При нечетных P только одновременная замена X – (–X), У – (–У) оставляет ОСР инвариантным (см. рис.1). Следовательно, снятие вырождения в последнем случае может быть достигнуто более простым способом (например, дополнительной парой зеркал, позволяющих отличить X от (–X) или У от (–У)). В случае несовпадения центров резонаторных секций проблема вырождения задачи не встает.

Анализ перемещения плазменного пучка с помощью ОСР. В качестве иллюстрации возможностей диагностики плазмы с помощью ОСР рассмотрим случай перемещения плазменного шнура радиуса r_p по направлению, составляющему угол φ с осью x_i (рис.2) отдельно взятой пары зеркал.

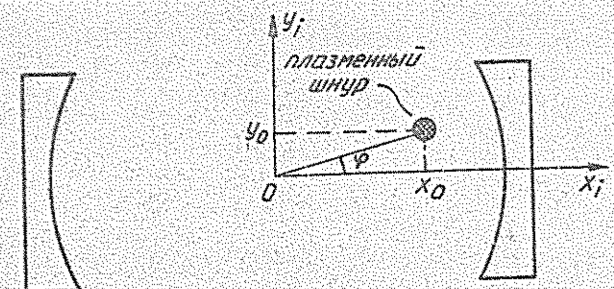


Рис. 2. Схема диагностики положения плазменного пучка

Для каждой пары зеркал распределение поля может быть записано в виде [15]

$$E_i = E_0 H_m H_n exp\left\{-ikx_i - \Phi_i + \frac{ikr^2}{2R_i} - \frac{r^2}{2W_i^2} - \ln\frac{W_i}{W_0}\right\}, \qquad (10)$$

где H_m, H_n – полиномы Эрмита, $r_i = y_i^2 + z^2$, $k = 2\pi/\lambda$,

$$\Phi_i = (m+n-1)\,\mathrm{arctg}\left[\frac{\lambda}{\pi W_0^2}x_i\right],$$

– набег фазы по сравнению с плоской волной;

$$R_i = x_i\left[1+\left(\frac{\pi W_0^2}{\lambda x_i}\right)^2\right]$$

– радиус кривизны волноводного фронта;

$$W_i = W_0\left[1+\left(\frac{\lambda x_i}{\pi W_0^2}\right)^2\right]^{1/2}$$

– радиус каустики (m и n – индексы мод).

В большинстве экспериментов линии эквиплотности хотя бы приближенно известны. Предположим, что они представляют собой концентрические окружности с центром в точке с координатами x_0, y_0. Обозначим через n_j среднюю плотность плазмы между j-й и (j+ 1)-й линиями эквиплотности. Для каждой секции резонатора соотношение (5) представим в виде

$$2 r_e N_s \Delta W_i / W_i = F_i,$$

где $N_s = \int_{V_i} E_i^2(x,y,z)\,dV$, а формфактор F_i зависит от типа вынужденных колебаний, конфигурации плазмы и числа колец ℓ, на которые разбивается плазменный столб:

$$F_i = n_0 F_{i0} + \sum_{j=1}^{\ell} n_j \left(F_{ij} - F_{i(j-1)}\right). \qquad \text{(II)}$$

Соотношения (II) представляют собой ℓ линейных уравнений по отношению к концентрации n_j. В случае $\ell = p$ система может быть решена однозначно.

Предположим, что в каждой секции возбуждается основная мода TEM$_{00q}$. Подставляя упрощенное значение (I0) в выражение для формфактора, после проведения интегрирования по z и ряда преобразований получим:

$$F_{ij} = E_0^2\frac{W_0^2}{2}\Big[\int_{x_1}^{x_2}\frac{W}{W_0^2}\cos(kx-\Phi)\,e^{-2\ln\frac{W}{W_0}}dx\int_{y_1}^{y_2}e^{-\frac{y^2}{W^2}}dy +$$

$$+\int_{x_1}^{x_2}\frac{W}{W_0^2}\cos(kx-\Phi)\,e^{-2\ln\frac{W}{W_0}}\,b\cos c\,dx\int_{y_1}^{y_2}\exp\left(-\frac{y^2}{W^2}\right)\cos\frac{ky^2}{R}dy -$$

$$-\int_{x_1}^{x_2}\frac{W}{W_0}\cos(kx-\Phi)\,e^{-2\ln\frac{W}{W_0}}\,b\sin c\,dx\int_{y_1}^{y_2}\exp\left(-\frac{y^2}{W^2}\sin\frac{ky^2}{R}\right)dy\Big],$$

где $x_{1,2} = x_{0i} \pm R_j$, $R_j = jR$, $y_{1,2} = y_0 \pm \sqrt{R_j^2 - (x - x_{0i})^2}$,

$$b = \frac{1}{2}\,\mathrm{arctg}\,\frac{kW^2}{R}, \quad C = \left(1+\frac{k^2W^4}{R^2}\right)^{1/4};$$

ρ – радиус центрального пятна.

Будем считать r_p достаточно малым для того, чтобы можно было взять $n(x,y,z) = n_0 = const$. Тогда можно обойтись без разбиения плазменного пучка на коаксиальные цилиндры (ℓ = I). Результаты, полученные для пучка, перемещающегося под углами 0 и /5, для λ = 0,8 см, d = 20 см и P=5 приведены на рис. 3.

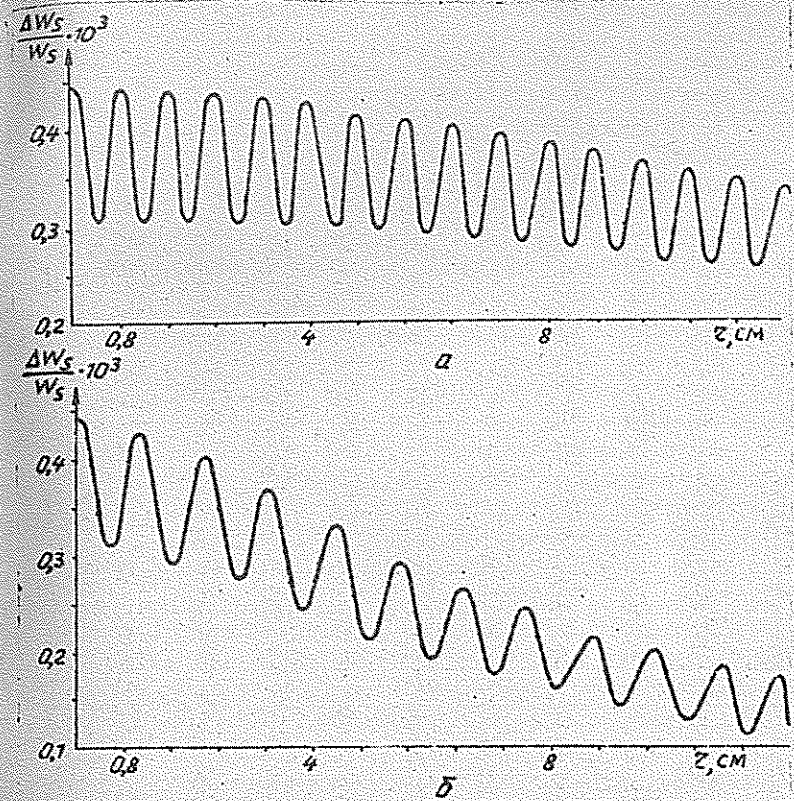


Рис. 3. Относительное смещение собственной частоты при перемещении плазменного шнура под углами (рад.): а – 0, б – π/5

Анализ подобных графиков позволяет по скорости убывания максимумов (или минимумов) при удалении пучка от центра резонатора определить угол между направлением перемещения пучка и осью резонаторной секции. По отношению главного максимума к некоторому произвольному можно определить расстояние от пучка до центра с точностью до $\lambda/2$.

Расчет проводился для $r_p = W_0/20 \approx 0{,}088$ см, то есть для $r_p \sim 0{,}1\lambda$. При увеличении радиуса пучка положение максимумов и минимумов кривых меняться не должно, но расстояние между ними будет уменьшаться, пока r_p не достигнет половины λ. Полученные кривые дают возможность графического определения координат центра пучка по экспериментально полученному сдвигу собственных частот.

Литература

1. Русанов В.Д. Современные методы исследования плазмы. М., 1962.
2. Чернетский А.В., Зиновьев О.А., Козлов О.В. Аппаратура и методы плазменных исследований. М., 1965.
3. Диагностика плазмы / Под ред. Р.Хаддлетоуна и С.Леонарда. М., 1967.
4. Хилд М., Чортон С. Микроволновая диагностика плазмы. М., 1968.
5. Голант В.Е. Сверхвысокочастотные методы исследования плазмы. М., 1968.
6. Методы исследования плазмы / Под ред. В.Лохте-Хольтгревена. М., 1971.
7. Кузнецов Э.И., Щеглов Д.А. Методы диагностики высокотемпературной плазмы. М., 1980.
8. Москалев И.Н., Стефановский А.М. Диагностика плазмы с помощью открытых цилиндрических резонаторов. М., 1985.
9. Вайнштейн Л.А. Открытые резонаторы для квантовых генераторов света // ЖЭТФ. 1963. Т.44. № 3. С.1050-1067.
10. Москалев И.Н., Стефановский А.М. О распределенном возбуждении открытого бочкообразного резонатора // ЖТФ. 1971. Т.41. № 10. С.211-2120.
11. Москалев И.Н. Разрежение спектра бочкообразного резонатора с помощью тонких поглощающих колец // ЖТФ. 1976. Т.46. № 1. С.101-112.
12. Вайнштейн Л.А. Открытые резонаторы и открытые волноводы. М., 1966.
13. Артемьев В.Н., Ганичус Ю.С. О возможностях использования открытых секционированных резонаторов // Вопросы теоретической и ядерной физики. Саратов, 1986. С. 51-61.
14. Валитов Р.А. Техника субмиллиметровых волн. М., 1969.
15. Когельник Д., Ли Т. Резонаторы и световые пучки лазеров // Зарубежная радиоэлектроника. 1967. № 3. С.102-133.

УДК 537.533

В.М.Аникин, А.Ф.Голубенцев

О СПЕКТРЕ ФЛУКТУАЦИЙ АВТОЭМИССИОННОГО ТОКА

Особенностью низкочастотных шумов автоэлектронной эмиссии полупроводниковых катодов является зависимость интенсивности шума от структурных особенностей поверхности автоэмиттера и участка вольт-амперной характеристики (ВАХ), на котором проводятся измерения [1]. Представляет в связи с этим интерес построение статистических моделей автоэмиттеров с целью установления связей вероятностных характеристик структурных параметров эмиттирующей поверхности со спектральными характеристиками флуктуаций автоэмиссионного тока. Наличие подобных моделей делает небесперспективной постановку обратных задач по оценке структурных и надежностных параметров автокатодов, по выявлению роли различных дестабилизирующих эмиссию факторов на основе измерений флуктуаций автоэмиссионного тока [2].

На стабильность автоэмиссионного тока влияют различные процессы, происходящие ее автоэмиссионной поверхности [3-4]: десорбция и адсорбция газов и паров, миграция и диффузия атомов, ионная бомбардировка и так далее, в результате которых видоизменяется микрогеометрия эмиттирующей поверхности, а также возникают эффекты, инициирующие или тормозящие эмиссию. Так, наличие на катоде адсорбированного газа может приводить к эффекту, эквивалентному усилению в 2-3 раза электрического поля (это связано с ионизацией десорбированного газа при наличии большой плотности автоэмиссионного тока [5]). В [6] отмечается явление самопроизвольных "отключений" и "включений" графитовых острий при взрывной эмиссии, а в качестве причины рассматривается термоадсорбция с поверхности острий при работе электронной пушки. Флуктуирующий характер числа центров эмиссии присущ также и автоэмиссионным режимам [1,3,7].

Введем для обозначения числа центров автоэмиссии (ЦАЭ), действующих в данный момент времени t, случайную функцию $\nu(t)$. Для задания ее статистических свойств воспользуемся марковской моделью процесса рождения и гибели. Пусть λ и μ – интенсивности процессов "рождения" и "гибели" ЦАЭ. Постулаты классического разрывного марковского процесса рождения и гибели [8] в нашем случае получат следующую интерпретацию:

а) вероятность восстановления эмиссионной способности одного ЦАЭ на бесконечно малом интервале времени $(t, t+\Delta t)$ является функцией состояния эмиттирующей поверхности и равна $\lambda N\Delta t + o(\Delta t)$;

б) вероятность "отключения" одного ЦАЭ в малом интервале $(t, t+\Delta t)$ равна $\mu N\Delta t + o(\Delta t)$;

в) вероятность "резкого" (более, чем на один ЦАЭ) изменения числа функционирующих ЦАЭ на интервале $(t, t+\Delta t)$ есть $o(\Delta t)$ $(\lim_{\Delta t\to 0} o(\Delta t)/\Delta t = 0)$;

г) вероятность сохранения постоянного числа ЦАЭ на интервале $(t, t+\Delta t)$ равна $1-(\lambda+\mu)N\Delta t + o(\Delta t)$;

д) развитие эмиссии прекращается при $N(t) = 0$.

Пусть $P_N(t)$ – вероятность существования N ЦАЭ в момент t. Система перечисленных условий приводит к следующей системе уравнений Колмогорова относительно $P_N(t)$ [8]

$$dP_N(t)/dt = \lambda(N-1)P_{N-1}(t) - (\lambda+\mu)NP_N(t) + \mu(N+1)P_{N+1}(t),$$
$$N = 1, 2, \ldots, \qquad (1)$$

$(dP_0(t)/dt = \mu P_1(t))$. Предположим, что в начальный момент

$$P_N(0) = \delta_{N,N_0} = \begin{cases} 1 \text{ при } N = N_0 \\ 0 \text{ при } N \neq N_0, \end{cases} \qquad (2)$$

то есть с единичной вероятностью функционируют N_0 ЦАЭ.

Решение системы (1) с начальными условиями (2) может быть найдено методом производящей функции. В результате применения стандартной процедуры умножения каждого из уравнений системы (1) на S^N и суммирования по N полученных соотношений получается уравнение для производящей функции $F(S,t) = \sum_{N=0}^{\infty} P_N(t) S^N$:

$$\partial F(S,t)/\partial t = [\lambda S^2 - (\lambda+\mu)S + \mu]\,\partial F(S,t)/\partial S. \qquad (3)$$

Общее решение (3) дается формулой [8]

$$F(S,t) = \mathcal{V}\left(\frac{\mu - \lambda S}{1-S}\exp(-(\lambda-\mu)t)\right), \qquad (4)$$

где $\mathcal{V}$ – произвольная функция. Вид $\mathcal{V}$ конкретизирует начальное условие для производящей функции, получаемое на основании (2):

$$F(S,0) = \mathcal{V}\left(\frac{\mu-\lambda S}{1-S}\right) \equiv P_{N_0}(0)S^{N_0}, \qquad (5)$$

так что

$$\mathcal{V}(\xi) = \left(\frac{\mu-\xi}{\lambda-\xi}\right)^{N_0}, \quad \xi = \frac{\mu-\lambda S}{1-S}. \qquad (6)$$

Согласно (4) окончательно получаем для условий (2):

$$F(S,t) = \{[\alpha(t) + \gamma(t)S]/(1-\beta(t)S)\}^{N_0}, \qquad (7)$$

$$\alpha(t) = \mu(e^{(\lambda-\mu)t}-1)/(\lambda e^{(\lambda-\mu)t}-\mu); \quad \beta(t) = \lambda\alpha(t)/\mu;$$
$$\gamma(t) = 1-\alpha(t)-\beta(t). \qquad (8)$$

Для $|\beta(t)S| < 1$ знаменатель (7) представим в виде ряда

$$[1-\beta(t)S]^{-N_0} = \sum_{\ell=0}^{\infty} C^{\ell}_{N_0+\ell-1}[\beta(t)]^{\ell} S^{\ell},$$

так что

$$F(S,t) = \sum_{k=0}^{N_0}\sum_{\ell=0}^{\infty} C^{k}_{N_0} C^{\ell}_{N_0+\ell-1}\alpha(t)^{N_0-k}\beta(t)^{\ell}\gamma(t)^{k}S^{k+\ell} \qquad (9)$$

$([\alpha(t)+\gamma(t)S]^{N_0} = \sum_{k=0}^{N_0} C^{k}_{N_0}\alpha(t)^{N_0-k}\gamma(t)^{k}S^{k})$. Следовательно, искомые вероятности

$$P_{k+\ell}(t) = C^{k}_{N_0} C^{\ell}_{N_0+\ell-1}\alpha(t)^{N_0-k}\beta(t)^{\ell}\gamma(t)^{k} \qquad (10)$$

$(k = 0, 1, \ldots, N_0;\ \ell = 0, 1, 2, \ldots)$.

По существу, в силу (2) формула (10) дает условные вероятности

$$P_{N_2}(t) = P\{N(t) = N_2 / N(0) = N_0\}. \qquad (11)$$

Очевидно, что условные вероятности, относящиеся к произвольным моментам t_1 и t_2, выражаются через вероятности (10)-(11):

$$P\{N(t_2) = N_2 / N(t_1) = N_1\} \equiv P_{N_2}(t_2 - t_1). \qquad (12)$$

На основании (8), (10)-(12) могут быть определены статистические характеристики случайного числа ЦАЭ. Математическое ожидание

$$\bar{N}(t) = M[N(t)/N(0) = N_0] = N_0\exp((\lambda-\mu)t), \qquad (13)$$

дисперсия

$$\sigma^2_N(t) = M[(N(t)-\bar{N}(t))^2/N(0) = N_0] =$$
$$= N_0\frac{\lambda+\mu}{\lambda-\mu}e^{(\lambda-\mu)t}(e^{(\lambda-\mu)t}-1); \qquad (14)$$

момент второго порядка

$$M[N(t_1)N(t_2)] = \sum_{N_1=0}^{\infty} M[N(t_1)N(t_2)/N(t_1) = N_1]P[N(t_1) =$$
$$= N_1] = e^{(\mu-\lambda)(t_2-t_1)}M[N^2(t_1)] = e^{(\mu-\lambda)(t_2-t_1)}[\sigma^2_N(t_1) + \bar{N}(t_1)^2]; \qquad (15)$$

автокорреляционная функция

$$R_N(t_1,t_2) = M[N(t_1)N(t_2)] - \bar{N}(t_1)\bar{N}(t_2) =$$
$$= e^{(\lambda-\mu)(t_2-t_1)}[N_0\frac{\lambda+\mu}{\lambda-\mu}e^{(\lambda-\mu)t_1}(e^{(\lambda-\mu)t_1}-1) +$$
$$+ N_0^2 e^{2(\lambda-\mu)t_1}] - N_0^2 e^{(\lambda-\mu)(t_1+t_2)}. \qquad (16)$$

Для дальнейшего преобразования (I6) удобнее воспользоваться переменными [9] $t=(t_1+t_2)/2, \tau=t_2-t_1$. В новых переменных получим

$$R_N\left(t-\frac{\tau}{2}, t+\frac{\tau}{2}\right)=N_0\frac{\lambda+\mu}{\lambda-\mu}e^{(\lambda-\mu)t}\{e^{(\lambda-\mu)t}-e^{(\lambda-\mu)\tau/2}\}. \qquad (I7)$$

Нестационарный спектр флуктуаций числа ЦАЭ $S_N(\omega,t)$ находится однократным преобразованием Фурье соотношения (I7) τ [I0]:

$$S_N(\omega,t)=-N_0\frac{\lambda+\mu}{\lambda-\mu}\frac{1}{\pi}\sum_{m=1}^{\infty}(-1)^m\left(\frac{\lambda-\mu}{2}\right)^{2m-1}\Gamma(2m)/\omega^{2m}. \qquad (I8)$$

Намеренно оставляя в стороне дробовые флуктуации и флуктуации, вызванные невоспроизводимостью геометрии ЦАЭ, соотнесем, следуя [II], с каждым ЦАЭ усредненное значение плотности тока автоэмиссии

$$j_0=\iint_{(g,\varphi)} j_a(g,\varphi)f_2(g,\varphi)\,dg\,d\varphi$$

и типичную площадь ЦАЭ

$$S_0=\iint_{(S)} S f_1(S)\,dS,$$

где $j_a(g,\varphi)$ – плотность тока автоэмиссии, даваемая формулой Фаулера-Нордгейма [3–4]; $f_2(g,\varphi)$ – дифференциальный закон, описывающий вероятностное распределение коэффициента усиления напряженности электрического поля g и работы выхода электронов φ на поверхности автоэмиттера; $f(S)$ – плотность распределения площади ЦАЭ.

Выражение для тока автоэмиссии будет аппроксимироваться выражением

$$\mathcal{J}(t)=j_0 S_0 N(t). \qquad (I9)$$

Случайная функция (I9) характеризуется автокорреляционной функцией, отражающей статистическую независимость ЦАЭ,

$$R_{\mathcal{J}}\left(t-\frac{\tau}{2}, t+\frac{\tau}{2}\right)=j_0^2 S_0^2 R_N\left(t-\frac{\tau}{2}, t+\frac{\tau}{2}\right) \qquad (20)$$

и спектральной плотностью

$$S_{\mathcal{J}}(\omega,t)=j_0^2 S_0^2 S_N(\omega,t). \qquad (2I)$$

Для статистически "равновесного" процесса "мерцания" ЦАЭ ($\mu=\lambda$) в разложениях, присутствующих в (I8) и (2I), сохраняется единственный член – первый, а спектр флуктуаций тока становится стационарным с частотной зависимостью $1/\omega^2$:

$$S_{\mathcal{J}}=\frac{\mathcal{J}_0^2}{N_0}\frac{\lambda}{\pi\omega^2}, \quad \omega\neq 0, \qquad (22)$$

где $\mathcal{J}_0=j_0 S_0 N_0$ – среднее значение тока всего автоэмиттера.

Таким образом, мощность флуктуаций автоэмиссионного тока "мерцающего" катода пропорциональна квадрату среднего тока $\mathcal{J}_0^2$ (что согласуется с представлениями [I2]), интенсивности "мерцания" ЦАЭ λ и обратно пропорциональна среднему числу ЦАЭ N_0 (это отвечает [I]). В эксперименте зависимость $S_{\mathcal{J}}(\omega)\sim 1/\omega^2$ отвечает переходному (к области насыщения) участку ВАХ фоточувствительных автокатодов [I].

Обратимся теперь к рассмотрению импульсно-периодического режима функционирования автоэлектронного катода. Основное модельное предположение: будем считать импульсную реализацию автоэмиссионного тока $\mathcal{J}_{имп}(t)$ как полученную посредством "вырезания" гипотетического непрерывного стационарного процесса $\mathcal{J}(t)$ автоэмиссии. Параметрами импульсов являются их постоянные длительности τ и период повторения d_0 ($d_0 > \tau_0$), а также случайные амплитуды $A_\tau=\mathcal{J}(t_1)$, где t_τ – момент начала τ -го импульса. Если аппроксимировать форму импульса детерминированной функцией $f(t,t_0)$, то согласно результатам [I3], полученным при рассмотрении амплитудно-импульсных модулированных процессов, спектр тока автоэмиссии в импульсном периодическом режиме выразится соотношением

$$S(\omega)=S_1(\omega)\sum_{m=-\infty}^{\infty}\delta(\omega-2\pi m/d_0)+S_2(\omega), \qquad (23)$$

где в нашем случае

$$S_1(\omega)=\mathcal{J}_0^2|F_1(\omega,\tau_0)|^2/d_0^2 \qquad (24)$$

– интенсивность дискретных спектральных линий на частотах $\omega=2\pi m/d_0$,

$$S_2(\omega)=\frac{|F_1(\omega,\tau_0)|^2}{d_0^2}\sum_{m=-\infty}^{\infty}S_{\mathcal{J}}(\omega-2\pi m/d_0)=$$

$$=\frac{|F_1(\omega,\tau_0)|^2}{d_0^2}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\frac{\mathcal{J}_0^2}{N_0}\lambda\frac{1}{\pi(\omega-2\pi m/d_0)^2} \qquad (25)$$

– непрерывная часть спектральной плотности. В выражениях (23)–(25) присутствует $F_1(\omega,\tau_0)$ – преобразование Фурье для $f(t,\tau_0)$.

В результате проведенного моделирования процесса автоэмиссии в рамках марковской схемы "рождения" и "гибели" ЦАЭ определена связь статистических характеристик тока с микропараметрами аппроксимирующего процесса. Последние могут быть связаны с надежностными характеристиками катода [I4] – временем жизни эмиттера, временем существования определенного числа ЦАЭ.

Приближения введенной статистической структурно-эмиссионной модели катода приводят к фликкерному спектру флуктуаций автоэмиссионного тока с зависимостью от частоты $1/\omega^2$.

Литература

I. Бахтизин Р.З., Гоц С.С. Фликкер-шум в полупроводниковых автокатодах // Изв.вузов. Радиофизика. 1981. Т.24. № 10. С.1276-1281.

2. Бахтизин Р.З., Гоц С.С., Ильясов Р.Г. Исследование чистых и покрытых кислородом поверхностей монокристалла германия методом фликкер-шума // 18-я Всес. конф. по эмиссионной электронике. М., 1981. С.290.

3. Kasper E. Field electron emission system // Advances in optical and electron microscopy. London, 1982. V.8. P. 201-260.

4. Бондаренко Б.В. Состояние и некоторые пути дальнейшего развития автоэмиссионной электроники // Радиотехника и электроника. 1983. Т.28. № 12. С.2305-2312.

5. Литвинов Е.А., Месяц Г.А., Проскуровский Д.И. Автоэмиссионные и взрывоэмиссионные процессы при вакуумных разрядах // УФН. 1983. Т.139. № 2. С.265-302.

6. Василевская Ю.В., Василевский М.А., Ройфе И.М., Энгелько В.И., Яковлев С.П., Янкин Е.Г. Исследование многоострийного катода с эмиттерами из графитовых волокон в длительных импульсно-периодических режимах // ЖТФ. 1984. Т.54. № 7. С.1315-1319.

7. Swanson L.W. Current fluctuations from various crystal faces of clean tungsten field emitter // Surface Sci. 1978. V.70. P.165-180.

8. Баруча-Рид А.Т. Элементы теории марковских процессов и их приложения. М., 1969.

9. Рытов С.М. Введение в статистическую радиофизику. М., 1976. Ч. I.

10. Малахов А.Н. Флуктуации в автоколебательных системах. М., 1968.

11. Козырев А.В., Королев Ю.Д., Месяц Г.А. Автоэмиссионные процессы и переход от тлеющего разряда к дуговому // ЖТФ. 1987. Т. 57. № I. С.58-64.

12. Ван дер Зил. Шумы при измерениях. М., 1979.

13. Горяинов В.Т., Журавлев А.Г., Тихонов В.И. Примеры и задачи по статистической радиотехнике. М., 1970.

14. Голубенцев А.Ф., Сироткин О.Л., Денисов Ю.И. Марковская модель фликкерного эффекта // ЖТФ. 1983. Т.53. № 7.С.1420-1422.

СОДЕРЖАНИЕ

Теоретические исследования

Экспериментальные исследования

ВОПРОСЫ ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКИ

Флуктуационные и диссипативные системы

Межвузовский научный сборник

Выпуск I

Редактор И.В.Дараева
Технический редактор Н.И.Добровольская
Корректор Л.В.Володина

Н/К

Подписано к печати 14.08.89. НГ 43344.
Формат 60 x 84 1/16. Бумага типографская № 2. Печать офсетная.
Усл.печ.л. 4,65 (5).Уч.-изд.л.4,5. Тираж 300 экз.
Заказ 3550 Цена 70к.

Издательство Саратовского университета.
410601, Саратов,Университетская,42
ООП Управление статистики. 410830. Саратов,Сакко и Ванцетти, 54/60.