

ISSN 0868-6238

К 110-ЛЕТИЮ
ИМПЕРАТОРСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
В САРАТОВЕ

ВОПРОСЫ ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКИ



ИЗДАТЕЛЬСТВО
САРАТОВСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА



Выпуск 26

2019

САРАТОВСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ В ЗЕРКАЛЕ ЮБИЛЕЕВ

В. М. Аникин

Саратовский национальный исследовательский государственный университет
имени Н. Г. Чернышевского

Аникин Валерий Михайлович, д.ф.-м.н., профессор, декан физического факультета

О научных и образовательных мероприятиях в Саратовском государственном университете имени Н. Г. Чернышевского, посвященных юбилеям вуза различных лет.

Празднование общественно значимых юбилеев издавна вошло в жизнь и представляет устоявшуюся традицию. Социальное значение юбилейных мероприятий велико, поскольку они являются позитивной формой сохранения исторической памяти. Не является исключением и традиционное празднование памятных дат в Саратовском национальном исследовательском государственном университете имени Н. Г. Чернышевского. Его 110-летию (19 декабря 2019 г.) предшествовал настоящий юбилейный «марафон»: 100-летие Физического института (2014) и 70-летие физического факультета (2015/2016) [1–5], 100-летие гуманитарного образования в Саратовском университете (2017/2018), 100-летие физико-математического образования в Саратовском университете (2017/2018) [6–11], 150-летие со дня рождения архитектора-строителя университета К. Л. Мюфке (2018) и 100-летие высшего педагогического образования в Саратовском университете (2018/2019) [12].

Вошло в традицию издавать к круглым датам памятные альбомы, отражающие как колорит университетской истории, так и современное состояние университетской жизни, проводить в рамках празднования юбилеев разнообразные научно-образовательные мероприятия.

В настоящих заметках в качестве исторического экскурса мы обратимся к празднованию четвертьвекового юбилея Саратовского университета (1909–1934), главные события которого развернулись в начале апреля 1935 г. К этой дате была издана скромная брошюра «1909 – 1934. Саратовский государственный университет. Сборник материалов по истории СГУ и его кафедр» [13].

Специальная глава брошюры посвящена кафедре физики, ровеснице университета. На 5 страницах рассказывается об учебной и научной работе сотрудников кафедры, называется ее замечательный состав: заведующий кафедрой П. В. Голубков, доценты В. И. Калинин, В. П. Жузе, Г. А. Остроумов, В. Н. Немов, ассистенты П. А. Семенов и С. А. Сулов, лаборант В. Я. Красильников и С. В. Соломонов, старший механик Ф. Ф. Троицкий. Большинство из них посвятили университету всю свою жизнь и вошли в историю физического образования в Саратове. Пётр Васильевич Голубков, выпускник университета, – будущий декан физического факультета и ректор университета, организатор научных исследований в СГУ. Венедикт Иванович Калинин – основатель кафедры радиофизики

Саратовского университета. Владимир Пантелеймонович Жузе – зачинатель образовательного и научного направления по физике полупроводников в СГУ. Владимир Яковлевич Красильников – будущий заведующий кафедрой электро- и радиотехники. Сергей Варламович Соломонов – будущий легендарный декан физического факультета.



Обложка юбилейного издания 1935 г.

Материал о Саратовском университете вошел также в переизданную в 1935 г. в столице книгу «Государственные университеты и научные учреждения» [14]. В предисловии к ней имеются такие строки: «Прошло два года с тех пор, как высшая школа СССР получила ряд важнейших директивных указаний партии и правительства о дальнейшей своей работе. Сейчас можно уже подвести некоторые итоги выполнения этих указаний далеко еще не реализованных. Этим итогам посвящен настоящий сборник кратких характеристик состояния университетов и научно-исследовательских учреждений Наркомпроса РСФСР к концу 1934 года».

Благодаря Венедикту Ивановичу Калинин, серьезно занимавшемуся фотографией, сохранились уникальные снимки того времени. Особую историческую ценность представляют фотографии, сделанные во время праздничного митинга, который проходил на территории университета в апреле 1935 г. На этих фото мы

видим первого заведующего кафедрой физики и первого декана физико-математического факультета Владимира Дмитриевича Зёрнова [15, 16], приехавшего на юбилей из Москвы, директора СГУ Дмитрия Александровича Рамзаева, преподавателей физико-математического факультета Иосифа Федоровича Полака, Георгия Николаевича Свешникова, Ивана Ивановича Привалова...

Фотографии снимались с различных ракурсов. На одной из них представлена более широкая панорама. За митингующими видна простенькая деревянная ограда университета и сохранившаяся до настоящего времени (в одном из скверов Саратова) скульптурная композиция «Первая учительница», первоначально (в 1911–1918 гг.) установленная вблизи памятника Александру II в Саратове и олицетворявшая его реформы в области народного образования.



Апрель 1935 г. Митинг, посвященный 25-летию учреждения университета в Саратове

На фотографиях, сделанных В. И. Калининым в 1935 г., запечатлен также третий корпус университета, задрапированный транспарантами и портретом Н. Г. Чернышевского. И здесь университетский двор был огорожен деревянным забором. На фотографии видно, что к этому времени несколько пострадали надписи «ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТЪ» на фронтоне здания и дата начала строительства здания «1911». К празднованию 100-летия СГУ, отмечавшемуся в декабре 2009 г., третий корпус был капитально отремонтирован, и его внешний и внутренний вид были приближены к оригинальному состоянию.



Третий корпус СГУ в дни празднования
25-й годовщины со дня учреждения университета

Празднование 25-летия Саратовского университета носило грандиозный характер [17, с. 152–155; 18], хотя еще за четыре года до этого судьба университетского образования в стране «висела на волоске» [17, с. 133–139]. Вот что писал 12 апреля 1935 г. очевидец тех дней профессор С. И. Спасокукоцкий первому ректору Саратовского университета В. И. Разумовскому [18]:

«Празднику был придан всесоюзный и политический размах. Достаточно сказать, что Саратов[ский] краевой исполком ассигновал на проведение его 200000 рублей. Накануне

были мобилизованы 200 грузовиков и 1000 лошадей, и город был в один день вычищен, вывезен мусор, улицы и обочины посыпаны песком. На вокзале встречали 3 десятка легковых машин, к[оторы]е все дни были в распоряжении делегатов, отвели для помещения гостиницу „Асторию“, организовали прекрасное питание, одним словом, окружили самым большим вниманием. Банкет [в первый день] был организован на 400 человек с выписанной из Москвы посудой, официантами, шампанским» [18, с. 81, 82].

Празднование юбилея длилось в течение 5 дней, с 6 по 10 апреля (собственно в день юбилея 19 декабря 1934 г. торжества не состоялись в связи с убийством С. М. Кирова 1 декабря). На торжественном заседании в Театре им. Н. Г. Чернышевского наркомом здравоохранения Г. Н. Каминским (юбилей отмечался совместно с тому времени выделившимся из состава СГУ медицинским институтом) было оглашено приветствие от СНК СССР и ЦК ВКП(б), в котором отмечались заслуги университета и медицинского института в развитии науки и образования [17, с. 155]. В приветствии академик Н. И. Вавилова, в частности, говорилось: «Горячо приветствую профессуру и студенчество дорого мне университета, с которым был связан работой ряд лет <...>. Да процветает Саратовский университет!» [17, с. 155].

В. Д. Зёрнов вспоминал:

«Весной 1935 года праздновалось двадцатипятилетие Саратовского университета, и я в числе других учёных, ранее работавших в его стенах, в качестве гостя был приглашён на это знаменательное торжество. Тогда же я доложил на научной конференции о «Старой и новой акустике». Челинцев, председательствовавший на этом заседании, которое происходило в большой физической аудитории, горячо приветствовал меня как первого профессора физики Саратовского университета и строителя здания, в котором проходила конференция. Под шумные аплодисменты всей аудитории мы по русскому обычаю троекратно расцеловались» [19, с. 185].

Университетский двор неоднократно менял свой вид, его пространство со временем было замкнуто красивой чугунной изгородью. А к 110-летию СГУ он обрел черты настоящего университетского кампуса.

В 2019 г. в число крупных юбилейных мероприятий на физическом факультете вошли выставка фотографий, посвященная В. Д. Зёрнову в Большой физической аудитории третьего корпуса СГУ, научно-методическая конференция с международным участием «Инновационное профессиональное образование: проблемы, поиски, решения» (март 2019г.), XXIII Международная школа для молодых ученых и студентов по оптике, лазерной физике и биофотонике, VII Международный симпозиум «Оптика и биофотоника» (сентябрь 2019 г.).

К 110-летнему юбилею Саратовского национального исследовательского государственного университета имени Н. Г.

Чернышевского коллективом авторов подготовлен первый выпуск «Очерков истории физико-математического образования в Саратовском университете».

Первый очерк – «Рождение физико-математического факультета» посвящен истории учреждения в 1917 г. в Саратовском университете в дополнение к существовавшему с 1909 г. медицинскому факультету, обладавшему разветвленной естественнонаучной образовательной структурой, физико-математического факультета. Очерк «Первый декан физмата» отдает должное одному из профессоров-основателей университета, первому заведующему кафедрой физики и Физическим институтом, первому декану физико-математического факультета Владимиру Дмитриевичу Зёрнову (1878– 1946), успешно решившему многокомпонентную задачу создания Физического института и нового факультета [13, 14]. Вместе с В. Д. Зёрновым в Саратов приехали из Московского университета 5 представителей научной школы великого русского физика-экспериментатора Петра Николаевича Лебедева. Его советами и зарубежными научными связями в полной мере воспользовался его ученик «первой волны» В. Д. Зёрнов в процессе проектирования, строительства и оснащения Физического института кадрами, приборами, учебной и научной литературой. В этом очерке рассказывается о первых преподавателях, которых пригласил на работу на физико-математический факультет В. Д. Зёрнов.

Следующие очерки книги рассказывают о выдающихся преподавателях физико-математического факультета и выделенных из его состава в 1945 г. физического и механико-математического факультетов. Помещены материалы о профессорах В. В. Вагнере, С. Ф. Фальковиче, В. И. Калинин, В. Н. Шевчике, З. И. Кирьяшкиной, В. С. Стальмахове. Специальный материал посвящен характеристике роли ленинградских физиков В. П. Жузе и Е. Ф. Гросса в становлении в университете научного направления по физике полупроводников.

Один из очерков раскрывает историю фотографии выпускников физико-математического факультета 1941 г. Очерк «Экстремальная тональность жизни» рассказывает о выпускнике 1956 г. физического факультета – II (радиофизического факультета) О. П. Коломийцеве, ученом, полярнике, космонавте АН СССР.

Книга включает также материалы об отдельных структурных подразделениях университета – о кафедре радиотехники и электродинамики,

кафедре физики и методико-информационных механики и физики СГУ.
технологий, отделе оптики и спектроскопии НИИ

Библиографический список

1. *Аникин В. М.* «Приобретать умение делать физические измерения и исследования»: к 100-летию физического образования и физической науки в Саратове // Изв. Сарат. ун-та. Нов. Сер. Сер. Физика. 2014. Т. 14. Вып. 1. С. 53–58.
2. *Аникин В.М.* Физический факультет в XXI веке // Изв. Сарат. ун-та. Нов. Сер. Сер. Физика. 2014. Т. 14, вып. 2. С. 65–71.
3. *Аникин В.М.* Физика в Саратовском университете. К 100-летию физического института и 70-летию физического факультета // Гетеромагнитная микроэлектроника. Саратов : Изд-во Сарат. ун-та, 2014. Вып. 16. С. 78–84.
4. *Аникин В.М.* Физический факультет СГУ: памятные даты // Вопросы прикладной физики: межвуз. науч. сб. Саратов : Изд-во Сарат. ун-та, 2015. С. 3–7.
5. *Аникин В.М.* Послесловие к юбилею физического факультета СГУ // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия Физика. 2016. Т. 16, вып. 4. С. 248-252. DOI: 10.18500/1817-3020-2016-16-4-248-252.
6. *Аникин В. М.* «Бифуркационная летопись» физико-математического факультета Саратовского университета. 1917–1945 // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2018 Т. 26, вып. 6. С.5–19. DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-6-5-19
7. *Аникин В. М.* Физико-математический факультет Саратовского университета (1917–1945) // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Физика. 2018. Т. 18, вып. 1. С. 64–79. DOI: 10.18500/1817-3020-2018-18-1-64-79
8. *Аникин В. М.* «Ввести в действие до обнародования Правительствующим Сенатом» (К истории учреждения физико-математического факультета Саратовского университета) // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Физика. 2018. Т. 18, вып. 2. С. 149–157. DOI: 10.18500/1817-3020-2018-18-2-149-157.
9. *Аникин В. М.* У истоков физической науки и высшего физического образования в Саратове // Вопросы прикладной физики : межвуз. науч. сб. Саратов : изд-во Сарат. ун-та, 2017. Вып. 24. С. 3–4.
10. *Аникин В.М.* Физико-математический факультет Саратовского университета (1917–1945): годы и люди // Взаимодействие сверхвысокочастотного терагерцового и оптического излучения с полупроводниковыми микро- и наноструктурами, метаматериалами и биообъектами: Сб. статей Пятой Всероссийской научной школы-семинара / под ред. проф. Д. А. Усанова. Саратов : Саратовский источник, 2018. С. 9–16.
11. *Усанов Д.А., Аникин В.М.* Саратовские научные и педагогические школы по физике (к 80-летию образования Саратовской области) // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия Физика. 2016. Т. 16, вып. 3. С. 178–190. DOI: 10.18500/1817-3020-2016-3-178-190.
12. *Аникин В. М., Пойзнер Б. Н., Соснин Э. А.* Целевое обучение как целенаправленная система деятельности // Высшее образование в России. 2019. Т. 28, № 3. С. 35–49. DOI: <https://doi.org/10.31992/0869-3617-2019-28-3-35-49>.
13. Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского, 1909-1934 : сборник материалов по истории СГУ и его кафедр. Юбилейный выпуск / отв. ред. Д. А. Рамзаев. Саратов : Тип. № 2 "Красный Печатник" (г. Вольск), 1935. 95 с. URL : <http://elibrary.sgu.ru/Djvu/s.html#1>
14. Саратовский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского // Государственные университеты и научные учреждения. 2-е изд. М.; Л., 1935. С.444-452.
15. *Аникин В.М.* «Фабрика молодых физиков» П.Н. Лебедева и Саратовский университет // УФН. 2016. Т. 186, вып. 2. С. 169-173. DOI: 10.3367/UFN.0186.201602e.0169
16. *Аникин В. М., Игнатьев А. А.* Организатор физико-математического образования в Саратовском университете Владимир Дмитриевич Зёрнов (К 140-летию со дня рождения) // Гетеромагнитная микроэлектроника. 2018. Вып. 24. С. 68–86.
17. Аврус А. И., Гапоненков А. А., Данилов В. Н. История Саратовского университета. 11909 – 2009 : в 2 т. Т. 1 1900 – 1945. Саратов : Изд-во Сарат. ун-та, 2009. 296 с.
18. «Празднику был придан всесоюзный и политический размах» (проф. С.И. Спасокукоцкий о праздновании 25-летия Саратовского университета и медицинского института) / Вступ. статья, коммент. и подготовка текста к публикации В. А. Соломонова // Отечественные архивы. 1995. № 6. С. 80–84.
19. Зёрнов В. Д. Записки русского интеллигента / Публ., вступ. статья, коммент. и указ. имён В. А. Соломонова; под ред. А. Е. Иванова. М. : Индрик, 2005. 400 с.

SARATOV UNIVERSITY IN THE MIRROR OF ANNIVERSARIES

V.M. Anikin

Saratov State University

On scientific and educational events in the Saratov State University named after N. G. Chernyshevsky, dedicated to the jubilees of the University of various years.

ОЦЕНОЧНЫЕ СООТНОШЕНИЯ КЛАУЗИУСА В КУРСЕ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКИ

А.С. Шаповалов, С.А. Шаповалов

Саратовский национальный исследовательский государственный университет
имени Н.Г. Чернышевского*Шаповалов Александр Степанович*, д.ф.-м.н., профессор кафедры компьютерной физики и
метаматериалов

КРЭТ, АО «АП Восход», г. Москва

Шаповалов Степан Александрович, начальник группы ОВК

Обсуждается роль оценочных соотношений в курсе молекулярной физики. Предлагается простой способ коррекции соотношений Клаузиуса с целью приближения их к точным выражениям.

Как справедливо указывает автор учебного пособия по общему курсу физики для студентов физических специальностей [1], «задачи, которые приходится ставить и решать в кинетической теории газов, очень сложны. Поэтому очень большое значение приобретают соотношения оценочного характера. При их выводе вводятся упрощающие предположения, сильно облегчающие вычисления и в то же время не затрагивающие существенные черты явлений». От точных выражений они отличаются несущественно - как правило, множителями порядка единицы. В связи с этим в лекционных курсах метод оценок находит широкое применение. В данной работе предлагается простой приём, применение которого приводит к совпадению оценочных соотношений Клаузиуса с точными выражениями.

Получение оценочных соотношений представляет значительный методический интерес, так как соответствующие расчёты, в частности вероятностные выкладки, проводятся по упрощённым схемам, доступным студентам младших курсов. Это позволяет развивать у учащихся навыки статистического анализа физических явлений постепенно, переходя от достаточно простых к более сложным задачам, которые им предстоит решать в будущей научной работе. Как показывает опыт, такой подход к подготовке выпускников к научно-исследовательской деятельности полностью себя оправдывает [2-14].

К оценочным соотношениям Клаузиуса [1] относится, прежде всего, связь средних значений абсолютной \bar{v} и относительной $\bar{v}_{\text{отн}}$ скоростей молекул. В дальнейшем эта связь используется при вычислении среднего числа столкновений в единицу времени z и средней длины свободного пробега λ молекул.

Как известно [1], на первом этапе расчёта z и λ , по существу, определяется условное математическое ожидание z' числа столкновений молекулы в единицу времени при условии, что она движется, а остальные частицы покоятся,

$$z' = \pi d^2 n \bar{v}. \quad (1)$$

Здесь d – эффективный диаметр молекулы, \bar{v} – средняя абсолютная скорость молекулы (относительно стенок сосуда), n – концентрация

молекул. Затем результат (1) уточняется. Учитывается, что движутся все молекулы, и величина \bar{v} в соотношении (1) заменяется средней относительной скоростью $\bar{v}_{\text{отн}}$ (скоростью молекул по отношению друг к другу).

Строгое выражение, связывающее средние значения абсолютной и относительной скоростей и учитывающее распределение молекул по скорости, было получено Максвеллом. Оно имеет простой вид

$$\bar{v}_{\text{отн}} = \sqrt{2} \bar{v}. \quad (2)$$

Замена величины \bar{v} в равенстве (1) соотношением (2) приводит к известным строгим выражениям для z и $\lambda = \bar{v} / z$, которые приводятся во всех учебниках:

$$z = \sqrt{2} \pi d^2 n \bar{v}, \quad (3)$$

$$\lambda = \frac{\bar{v}}{z} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n}. \quad (4)$$

Основное достоинство расчёта Максвелла заключается в его строгости. Однако вывод выражения (2) представляет собой довольно сложную и трудоёмкую задачу и в учебных пособиях обычно не приводится. В большинстве пособий это выражение даётся без вывода и сопровождается небольшими комментариями.

Так в учебном пособии [15] содержится математическая постановка задачи, но соответствующие выкладки опущены. В пособии [16] конечный результат (2) следует из утверждения, что «средние квадратичные скорости пропорциональны средним арифметическим». Это утверждение требует дополнительного пояснения. Оно очевидно, если в левой и правой частях обсуждаемого равенства стоят скорости одинакового характера - или абсолютные, или относительные. Если же в левой части равенства стоит относительная скорость, а в правой – абсолютная, то использованное утверждение перестаёт быть очевидным и требует специального доказательства.

Исключение представляет пособие [1], в котором приведён подробный оригинальный вывод выражения (2). Однако и здесь основные рассуждения сложны и, кроме того, требуют качественного обоснования. Достаточно сказать,

что использованный в [1] метод расчёта требует доказательства того, что относительная скорость молекул распределена по закону Максвелла, в котором масса молекул заменяется приведённой массой.

Вышесказанное свидетельствует о целесообразности использования в учебном процессе оценочных соотношений, получаемых простыми и наглядными методами. При этом особую роль играют оценочные соотношения, которые при небольшой коррекции приводят к данным, совпадающим с результатами строгого расчёта. Такими качествами, в частности, обладают оценочные соотношения, полученные Клаузиусом.

При вычислении связи средних значений абсолютной и относительной скоростей молекул Клаузиус предположил, что модули скоростей всех молекул одинаковы. Фактически это означает, что модули абсолютных скоростей всех молекул заменяются их средними значениями \bar{v} . Такой способ учёта случайного характера физической величины, когда она заменяется её средним значением, используется часто и является наиболее простым, но приближённым.

Распределение молекул по направлению движения Клаузиус принимает изотропным. В этом случае «треугольник скоростей», сторонами которого являются модули абсолютной скорости 1-й и 2-й молекулы и модуль их относительной скорости, является равнобедренным, а связь указанных модулей имеет вид [1]

$$v_{\text{отн}} = 2v \sin \frac{\theta}{2}, \quad (5)$$

где θ – угол между направлениями движения молекул ($0 \leq \theta \leq \pi$). При изотропном распределении молекул по направлению движения плотность вероятности $f(\theta)$ угла θ имеет вид

$$f(\theta) = \begin{cases} \frac{1}{2} \sin \theta & \text{при } 0 \leq \theta \leq \pi, \\ 0 & \text{при } \theta < 0, \theta > \pi. \end{cases} \quad (6)$$

Простой и наглядный вывод этого закона распределения содержится в работе [1]. Его рассмотрение, очевидно, будет полезным для закрепления учащимися основных статистических понятий.

Усреднение выражения (5) по плотности распределения (6) приводит к оценочному результату для $v_{\text{отн}}$ в следующем виде [1]:

$$\bar{v}_{\text{отн}} = \frac{4}{3} \bar{v}. \quad (7)$$

Подстановка (7) в (1) приводит к оценочным соотношениям для z и λ

$$z = \frac{4}{3} \pi d^2 n \bar{v}, \quad (8)$$

$$\lambda = \frac{\bar{v}}{z} = \frac{3}{4} \frac{1}{\pi d^2 n}. \quad (9)$$

Оценочные соотношения (7)-(9), полученные Клаузиусом, привлекают простотой и наглядностью их вывода. При этом приближенное значение коэффициента связи средних значений относительной и абсолютной скоростей, равное $4/3$, оказывается весьма близким к точному значению – $\sqrt{2}$. Однако имеется ещё одно достоинство метода Клаузиуса, на которое следует обратить внимание. Дело в том, что численное значение конечного выражения (7) нетрудно откорректировать с целью его приближения к точному результату. Для этого достаточно ввести небольшую поправку к выводу и сделать его более последовательным.

Действительно, как уже говорилось, при записи выражения (5) учёт случайного характера модуля скорости произведён путём его замены средним значением \bar{v} . Естественно, что при учёте случайного характера величины θ логично использовать аналогичный приём, то есть заменить её средним значением $\bar{\theta}$. Тогда выражение (5) примет вид

$$v_{\text{отн}} = 2\bar{v} \sin \frac{\bar{\theta}}{2}. \quad (10)$$

Среднее значение угла $\bar{\theta}$ при распределении (6) составляет

$$\bar{\theta} = \int_0^\pi \frac{\theta}{2} \sin \theta d\theta = \frac{\pi}{2},$$

а

$$\sin \frac{\bar{\theta}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}. \quad (11)$$

Подстановка (11) в (10) приводит к точным выражениям (2)-(4).

Отметим, что точно такие конечные выражения для обсуждаемых оценочных соотношений можно получить, воспользовавшись вместо точного выражения для плотности распределения (6) её приближённой оценкой в виде равномерного закона

$$f(\theta) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} & \text{при } 0 \leq \theta \leq \pi, \\ 0 & \text{при } \theta < 0, \theta > \pi. \end{cases}$$

Это объясняется тем, что в этом случае, как и в предыдущем, среднее значение угла $\bar{\theta}$

$$\bar{\theta} = \int_0^\pi \frac{\theta}{\pi} d\theta = \frac{\pi}{2}$$

оказывается тем же самым.

В заключение подчеркнём, что основной целью представленной работы является освоение учащимися методики статистических расчётов. Эффективный конечный результат, полученный при этом, служит важным средством стимулирования интереса к подобным вычислениям.

Библиографический список

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. 2. Термодинамика и молекулярная физика. М.: «Наука», 1975. 552 с.
2. Голубенцев А.Ф., Шаповалов А.С. К вопросу об уровне дробового шума термокатода // ЖТФ. – 1974. – Т. 44, № 10. – С. 2174–2177.
3. Голубенцев А.Ф., Шаповалов А.С. К вопросу о спектральной плотности флуктуаций тока эмиссии термокатода // Изв. вузов. Радиофизика. – 1974. – Т. 17, № 12. – С. 1885-1890.
4. Шаповалов А.С., Денисов Ю.И. Статистический механизм возникновения аномальных дробовых шумов в потоках носителей заряда // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1985. – Т. 28, № 5. – С. 88.
5. Шаповалов А.С., Инкин М.Г., Мироненко К.В. Аномальный дробовой шум на неоднородном потенциальном барьере // Гетеромагнитная микроэлектроника: Сб. науч. тр. / Под ред. проф. А.В. Ляшенко. – Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, - 2016. – Вып. 20. – С. 41-46.
6. Мироненко К.В., Инкин М.Г., Минкин Л.М., Шаповалов А.С. Энергетические характеристики аномального дробового шума для трёхуровневой симметричной модели неоднородного эмиттера. // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2015. – В. 22. – С. 52-53.
7. Инкин М.Г., Мироненко К.В., Минкин Л.М., Шаповалов А.С. Частотные характеристики аномального дробового шума для трёхуровневой симметричной модели неоднородного эмиттера. // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2015. – В. 22. – С. 48-51.
8. Инкин М.Г., Мироненко К.В., Шаповалов А.С. Многоуровневая дискретная модель неоднородного эмиттера и максимальный уровень аномального дробового шума // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2016. – В. 23. – С. 39-41.
9. Инкин М.Г., Мироненко К.В., Шаповалов А.С. Частотные характеристики аномального дробового шума для многоуровневой дискретной модели неоднородного эмиттера // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2016. – В. 23. – С. 42-44.
10. Minkin L. Shapovalov A.S. Indoor Radon Entry: 30 Years Later. // Iranian Journal of Radiation Research. – Summer 2008. – V. 6, № 1. P. 159-164.
11. Minkin L.M., Shapovalov A.S. Thermo-diffusional radon waves in soils // Science of the Total Environment / Volume 565, 15 september 2016, Pages 1-7.
12. Minkin L., Shapovalov A.S. Heat of Transport of Air in Clay. // Radiation Protection Dosimetry. - 2007.- V. 123, № 2, - P. 221-225.
13. Никитин А.А., Шаповалов А.С. Экспериментальное исследование многодиодных генераторов на многоструктурных ЛПД // Электронная техника. Серия 1. СВЧ-техника. - 1999. - В. 2. - С. 7-9.
14. Шаповалов А.С. Корреляция и взаимный спектр флуктуаций электронного пучка на неоднородном эмиттере. // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 1997. – В. 3. – С. 9-19.
15. Матвеев А.Н. Молекулярная физика. М.: «Высшая школа», 1981. 400 с.
16. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. 1. Механика. Молекулярная физика. М. «Наука», 1977. 416 с.

**CLAUSIUS ESTIMATED RATIOS
IN THE COURSE OF MOLECULAR PHYSICS**

¹A.S. Shapovalov, ²S.A. Shapovalov

¹Saratov State University

²"AP Voskhod", Moscow

The role of the estimated ratios in the course of molecular physics is discussed. A simple method is proposed for correcting the Clausius ratios in order to approach it to an exact expressions.

**УНИВЕРСАЛЬНАЯ СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ
НЕОДНОРОДНОГО ПОТЕНЦИАЛЬНОГО БАРЬЕРА
В РЕЖИМЕ ГЕНЕРАЦИИ АНОМАЛЬНОГО ДРОБОВОГО ШУМА**

А.С. Шаповалов, С.А. Шаповалов

Саратовский национальный исследовательский государственный университет
имени Н.Г. Чернышевского

Шаповалов Александр Степанович,

д.ф.-м.н., профессор кафедры компьютерной физики и метаматериалов

КРЭТ, АО «АП Восход», г. Москва

Шаповалов Степан Александрович, начальник группы ОВК

Описывается универсальная статистическая модель неоднородного потенциального барьера, генерирующего аномальный дробовой шум. Модель применима при различных законах распределения параметра интенсивности переходов зарядов через барьер.

Теоретические исследования характеристик аномального дробового шума представляют широкий круг задач, способствующих развитию навыков статистических расчётов, необходимых для продуктивной научно-исследовательской работы учащихся в будущем [1-3]. Данная работа посвящена описанию и обсуждению универсальной статистической модели неоднородного потенциального барьера, которая может быть использована для решения многих задач в области шумов и флуктуаций в различных физических системах, в том числе в вакуумных и твёрдотельных электронных приборах [4-6]. Для определённости рассматривается потенциальный барьер на поверхности термоэлектронного эмиттера, а для облегчения понимания физической сущности модели приводятся некоторые элементы теории аномальной компоненты дробового шума.

Достаточно подробно аналитическая теория возникновения аномальной компоненты дробового шума представлена в работах [1,3,7-9]. Согласно этой теории указанная компонента возникает вследствие того, что реальный эмиттер имеет множество эмиссионных состояний, которые непрерывно сменяют друг друга. Каждому эмиссионному состоянию соответствует некоторое случайное значение параметра интенсивности λ прохождения зарядов через потенциальный барьер. Применительно к рассматриваемой системе величина λ играет роль параметра интенсивности эмиссии. Его случайный характер обусловлен совокупностью физико-химических процессов, протекающих на поверхности и внутри эмиссионного покрытия. Под численным значением параметра интенсивности λ_i , которое соответствует состоянию с порядковым номером i , понимается условное математическое ожидание числа электронов, испускаемых за единичный интервал времени при условии, что эмиттер находится в указанном состоянии. В каждом состоянии условная плотность распределения интервала времени τ между двумя последовательными актами испускания электронов считается экспоненциальной, то есть имеет тот же вид, который принимается при классическом выводе формулы Шоттки для однородного катода,

$$f(\tau | \lambda_i) = \lambda_i \exp(-\lambda_i \tau).$$

Если параметр интенсивности имеет дискретный характер, число состояний равно N , а вероятность i -го состояния составляет p_i , то безусловная плотность распределения интервала $f(\tau)$ опишется гиперэкспоненциальным законом

$$f(\tau) = \sum_{i=1}^N p_i \lambda_i \exp(-\lambda_i \tau). \quad (1)$$

Если параметр интенсивности λ является непрерывной случайной величиной, то безусловная плотность вероятности интервала τ определится интегралом

$$f(\tau) = \int_0^{\infty} \psi(\lambda) \lambda \exp(-\lambda \tau) d\lambda, \quad (2)$$

где $\psi(\lambda)$ – плотность распределения параметра λ .

Основным результатом теории аномального дробового шума является выражение для спектральной плотности $S_i(\omega)$ полного дробового шума, содержащее не зависящую от частоты ω классическую компоненту дробового шума, определяемую формулой Шоттки, и аномальную компоненту, которая зависит от частоты [3,7,8],

$$S_i(\omega) = \frac{eI_0}{2\pi} + [\gamma(\omega) - 1] \frac{eI_0}{2\pi}. \quad (3)$$

Здесь

$$\gamma(\omega) - 1 = 2\text{Re} \frac{M\{\exp(j\omega\tau)\}}{1 - M\{\exp(j\omega\tau)\}}, \quad (4)$$

$$I_0 = \frac{e}{\tau}, \quad \tau = M\{\tau\}, \quad j = \sqrt{-1},$$

e – абсолютная величина заряда электрона, M – символ взятия математического ожидания, I_0 – постоянная составляющая тока эмиссии. Величина $\gamma(\omega)$ является коэффициентом увеличения полного уровня дробового шума по сравнению с уровнем Шоттки, величина $\gamma(\omega) - 1$ характеризует вклад в этот коэффициент дополнительной – аномальной компоненты.

Выражения (1)-(4) отвечают общему случаю, то есть произвольному закону распределения λ . Для получения численных значений коэффициентов $\gamma(\omega)$ и $\gamma(\omega) - 1$ необходимо задать конкретные законы распределения параметра интенсивности эмиссии. После их подстановки в выражения (1) и (2) указанные соотношения будут соответствовать определённой частной модели неоднородного

эмиттера. Таким способом ранее были построены серии дискретных [10-13] и непрерывных [3] частных моделей. Практическое применение этих моделей показало, что расчёт уровня дробового шума при непрерывном распределении $\psi(\lambda)$ параметра интенсивности эмиссии в ряде случаев носит довольно сложный характер. Математические трудности связаны в основном с вычислением интеграла (2) и математического ожидания $M\{\exp(j\omega\tau)\}$. В принципе, интеграл (2) может и не выражаться элементарными функциями. В то же время при дискретном распределении λ указанные трудности не возникают. В связи с этим возникла идея упростить расчёты, отвечающие непрерывным моделям, путём дискретизации этих моделей.

Действительно, непрерывное распределение $\psi(\lambda)$ можно приближённо представить практически эквивалентным дискретным распределением, если вместо непрерывного спектра возможных значений λ ввести в рассмотрение достаточно большое число N дискретных значений λ_i ($i=1,2,3,\dots,N$) и выполнить требование, чтобы различие соседних значений $(\lambda_{i+1}-\lambda_i)$ этого параметра было достаточно малым. Очевидно, что в этом случае вероятность i -го состояния p_i следует считать пропорциональной величине $\psi(\lambda_i)$, а коэффициент пропорциональности определять из условия нормировки. Тогда величина p_i определится выражением

$$p_i = \frac{\psi(\lambda_i)}{\sum_{i=1}^N \psi(\lambda_i)}, \quad (5)$$

а огибающая многоугольника эквивалентного распределения параметра λ_i будет иметь вид

$$M\{\exp(j\omega\tau)\} = \int_0^{\infty} \left[\sum_{i=1}^N p_i \lambda_i e^{-\lambda_i \tau} \right] e^{j\omega\tau} d\tau = \sum_{i=1}^N p_i \lambda_i \frac{\lambda_i + j\omega}{\lambda_i^2 + \omega^2}. \quad (6)$$

Тогда вещественная часть отношения $M\{\exp(j\omega\tau)\}/1 - M\{\exp(j\omega\tau)\}$ опишется соотношением

$$\text{Re} \frac{M\{\exp(j\omega\tau)\}}{1 - M\{\exp(j\omega\tau)\}} = \left\{ \sum_{i=1}^N p_i \frac{\lambda_i^2}{\lambda_i^2 + \omega^2} \sum_{i=1}^N p_i \frac{\omega^2}{\lambda_i^2 + \omega^2} - \left[\sum_{i=1}^N p_i \frac{\lambda_i \omega}{\lambda_i^2 + \omega^2} \right]^2 \right\} \times \left\{ \left[\sum_{i=1}^N p_i \frac{\omega^2}{\lambda_i^2 + \omega^2} \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^N p_i \frac{\lambda_i \omega}{\lambda_i^2 + \omega^2} \right]^2 \right\}^{-1}. \quad (7)$$

Подстановка соотношения (7) в равенство (4) приводит к конечному выражению, определяющему уровень аномальной компоненты

$$\gamma(\omega) - 1 = 2 \frac{A(\omega)C(\omega) - B^2(\omega)}{\omega^2 C^2(\omega) + B^2(\omega)}, \quad (8)$$

где

$$A(\omega) = \sum_{i=1}^N p_i \frac{\lambda_i^2}{\lambda_i^2 + \omega^2}, \quad (9)$$

$$B(\omega) = \sum_{i=1}^N p_i \frac{\lambda_i}{\lambda_i^2 + \omega^2}, \quad (10)$$

кривой $\psi(\lambda)$. Таким образом, использование выражения (5) позволяет заменить исходную непрерывную модель неоднородного эмиттера эквивалентной дискретной моделью.

Как показали дальнейшие расчёты спектра дробового шума [12,13], начиная с $N \approx 50-100$ численные данные, полученные при такой замене, несущественно отличаются от результатов, отвечающих исходной непрерывной модели. С учётом возможности использования равенства (5) соотношения (1),(3) и (4) можно рассматривать как математическую основу универсальной модели, пригодной для анализа спектра флуктуаций как при дискретном, так и непрерывном распределении параметра интенсивности λ . Применение универсальной модели существенно упрощает расчёт спектров флуктуаций при непрерывном распределении λ . При любом характере распределения схема расчёта оказывается одной и той же. Результаты интегрирования описываются элементарными функциями. Конечные результаты расчёта можно представить в одинаковой форме. Кроме того, модель позволяет оценить влияние дискретизации спектра возможных значений λ на уровень дробового шума.

Перечисленные достоинства универсальной модели наглядно иллюстрирует расчёт коэффициентов $\gamma(\omega)$ и $\gamma(\omega)-1$, характеризующих уровни соответственно полного дробового шума и его аномальной компоненты.

Принимая в качестве плотности распределения интервала τ гиперэкспоненциальный закон (1), математическое ожидание $M\{\exp(j\omega\tau)\}$ нетрудно представить так:

$$C(\omega) = \sum_{i=1}^N p_i \frac{1}{\lambda_i^2 + \omega^2}. \quad (11)$$

При практическом использовании выражений (8)-(11) целесообразно ввести в рассмотрение параметр, характеризующий степень неоднородности эмиссионных состояний эмиттера, и приведённую частоту флуктуаций. В качестве параметра неоднородности эмиссионных состояний q можно принять относительную полуширину области, для которой задаётся закон распределения λ . Для непрерывных моделей это область определения функции $\psi(\lambda)$ [14]. Если

границы указанной области обозначить соответственно λ_1 и λ_N ($\lambda_N > \lambda_1$), то параметр неоднородности q определится выражением $q = (\lambda_N - \lambda_1)2/\lambda_0$, где $\lambda_0 = (\lambda_N + \lambda_1)/2$ - центральное значение параметра интенсивности, соответствующее средней (центральной) точке области определения. В этом случае значение параметра интенсивности λ_i , отвечающее состоянию с порядковым номером i , запишется так [14]:

$$\lambda_i = \lambda_0 \left[1 + q \cdot \left(2 \frac{i-1}{N-1} - 1 \right) \right] \quad (12)$$

Приведённую (безразмерную) частоту флуктуаций Ω можно определить отношением $\Omega = \omega/\lambda_0$

В заключение отметим, что описанная методика может быть использована при построении и таких частных статистических

моделей неоднородного эмиттера, в рамках которых спектр возможных значений параметра λ содержит и непрерывную, и дискретную составляющие.

Приведённые соотношения пригодны также для описания аномального дробового эффекта на неоднородных потенциальных барьерах в полупроводниковых приборах. В этом случае роль параметра интенсивности эмиссии будет играть параметр интенсивности прохождения зарядов через потенциальный барьер. Использованный метод моделирования непрерывных функций (в том числе плотности распределения) может быть применен при разработке статистических и регулярных моделей в различных областях физики [15-18].

Библиографический список

1. Шаповалов А.С., Инкин М.Г., Мироненко К.В. Аномальный дробовой шум на неоднородном потенциальном барьере // Гетеромагнитная микроэлектроника: Сб. науч. тр. / Под ред. проф. А.В. Ляшенко. – Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, - 2016. – Вып. 20. – С. 41-46.
2. Шаповалов А.С. Вероятностные расчёты в физике. Саратов.: Издательство «Саратовский источник», 2015, - 72 с.
3. Шаповалов А.С., Голубенцев А.Ф., Денисов Ю.И. Эмиссионные и шумовые свойства неоднородных эмиттеров.- Саратов.: Издательство Саратовского университета, 1983, - 90 с.
4. Игнатьев А.А., Куликов М.Н., Стальмахов В.С., Шаповалов А.С. Шумовые свойства ламп обратной волны со скрещенными полями.- Саратов.: Издательство Саратовского университета, 1983, - 96 с.
5. Шаповалов А.С. Исследование флуктуаций сигнала полупроводникового СВЧ генератора // Вопросы электроники СВЧ.: Межвуз. науч. сб. Саратов. : Изд-во СГУ. – 1985. - В. 14. - С.15-22.
6. Никитин А.А., Шаповалов А.С. Экспериментальное исследование многодиодных генераторов на многоструктурных ЛПД // Электронная техника. Серия 1. СВЧ-техника. - 1999. - В. 2. - С. 7-9.
7. Голубенцев А.Ф., Шаповалов А.С. К вопросу об уровне дробового шума термокатода // ЖТФ. – 1974. – Т. 44, № 10. – С. 2174–2177.
8. Голубенцев А.Ф., Шаповалов А.С. К вопросу о спектральной плотности флуктуаций тока эмиссии термокатода // Изв. вузов. Радиофизика. – 1974. – Т. 17, № 12. – С. 1885-1890.
9. Шаповалов А.С., Денисов Ю.И. Статистический механизм возникновения аномальных дробовых шумов в потоках носителей заряда. // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1985. – Т. 28, № 5. – С. 88.
10. Мироненко К.В., Инкин М.Г., Минкин Л.М., Шаповалов А.С. Энергетические характеристики аномального дробового шума для трёхуровневой симметричной модели неоднородного эмиттера. // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2015. – В. 22. – С. 52-53.
11. Инкин М.Г., Мироненко К.В., Минкин Л.М., Шаповалов А.С. Частотные характеристики аномального дробового шума для трёхуровневой симметричной модели неоднородного эмиттера. // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2015. – В. 22. – С. 48-51.
12. Инкин М.Г., Мироненко К.В., Шаповалов А.С. Многоуровневая дискретная модель неоднородного эмиттера и максимальный уровень аномального дробового шума // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2016. – В. 23. – С. 39-41.
13. Инкин М.Г., Мироненко К.В., Шаповалов А.С. Частотные характеристики аномального дробового шума для многоуровневой дискретной модели неоднородного эмиттера // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2016. – В. 23. – С. 42-44.
14. Инкин М.Г., Шаповалов А.С., Ляшенко А.В. Сравнительный анализ характеристик аномального дробового шума на неоднородных потенциальных барьерах различного типа // Гетеромагнитная микроэлектроника: Сб. науч. тр. / Под ред. проф. А.В. Ляшенко. – Саратов: Изд-во ОАО «Институт критических технологий», - 2018. – Вып. 25. – С. 19-24.

15. Minkin L. Shapovalov A.S. Indoor Radon Entry: 30 Years Later. // Iranian Journal of Radiation Research. – Summer 2008. – V. 6, № 1. P. 159-164.
16. Minkin L.M., Shapovalov A.S. Thermo-diffusional radon waves in soils // Science of the Total Environment / Volume 565, 15 september 2016, Pages 1-7.
17. Minkin L., Shapovalov A.S. Heat of Transport of Air in Clay. // Radiation Protection Dosimetry. - 2007.- V. 123, № 2, - P. 221-225.
18. Шаповалов А.С. Корреляция и взаимный спектр флуктуаций электронного пучка на неоднородном эмиттере. // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 1997. – В. 3. – С. 9-19.

THE UNIVERSAL STATISTICAL MODEL OF THE INHOMOGENEOUS POTENTIAL BARRIER IN GENERATION MODE OF THE ANOMALOUS SHOT NOISE

¹A.S. Shapovalov, ²S.A. Shapovalov

¹Saratov State University

²"AP Voskhod", Moscow

The universal statistical model of the inhomogeneous potential barrier generating anomalous shot noise is described. The model is applicable for various laws of the distribution of the parameter of the intensity of charge transitions across the barrier.

ДК 53.043

ПОСТРОЕНИЕ ПЕРВОЙ ЗОНЫ БРИЛЛЮЭНА ГРАФЕНА

О.Е. Глухова, М.М. Слепченков, П.В. Барков

Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского

Глухова Ольга Евгеньевна, д.ф.-м.н., заведующий кафедрой радиотехники и электродинамики

Слепченков Михаил Михайлович, к.ф.-м.н., доцент кафедры радиотехники и электродинамики

Барков Павел Валерьевич, инженер кафедры радиотехники и электродинамики

В работе описываются основные этапы процедуры построения первой зоны Бриллюэна графена. Описанный алгоритм может быть применен для построения первой зоны Бриллюэна других 2D-материалов, подобных графену.

Понятие зоны Бриллюэна является одним из центральных понятий курса лекций «Теория конденсированного состояния», читаемого бакалаврам и магистрантам физического факультета. Как известно, первая зона Бриллюэна, часто называемая просто зоной Бриллюэна, представляет собой ячейку Вигнера-Зейтца в обратном пространстве волновых векторов. Под ячейкой Вигнера-Зейтца понимается примитивная ячейка, обладающей полной симметрией решетки Бравэ [1]. Зона Бриллюэна играет важную роль при анализе энергетических зон в кристаллах, а также при рассмотрении движения частиц в кристалле. В связи с появлением новых наноматериалов, прежде всего графена и графеноподобных материалов, и интенсивным изучением их электронных и электрофизических свойств [2-5], в программу курса «Теория конденсированного состояния» добавляются новые главы, посвя-

щенные изучению особенностей электронного строения графена и его аналогов. Важным шагом на пути изучения электронного строения графена является построение первой зонной Бриллюэна.

Опишем основные этапы построения первой зоны Бриллюэна графена. Как известно, кристаллическая решетка графена – это плоскость, состоящая из шестиугольных ячеек. Элементарная ячейка кристалла представляет собой два атома. При сдвиге каждого из этих атомов на вектора трансляций образуется подрешетка из эквивалентных ему атомов. Обозначим вектора трансляции \vec{e}_1 и \vec{e}_2 с постоянной решетки $a = 0.246$ нм и выберем начало координат векторов \vec{e}_1 и \vec{e}_2 в одном из узлов кристаллической решетки. Введем двухмерную декартову систему координат в плоскости графена с осью ординат, направленной вниз, и осью абсцисс, направленной по отрезку, соединяющему соседние узлы решетки (рис. 1).

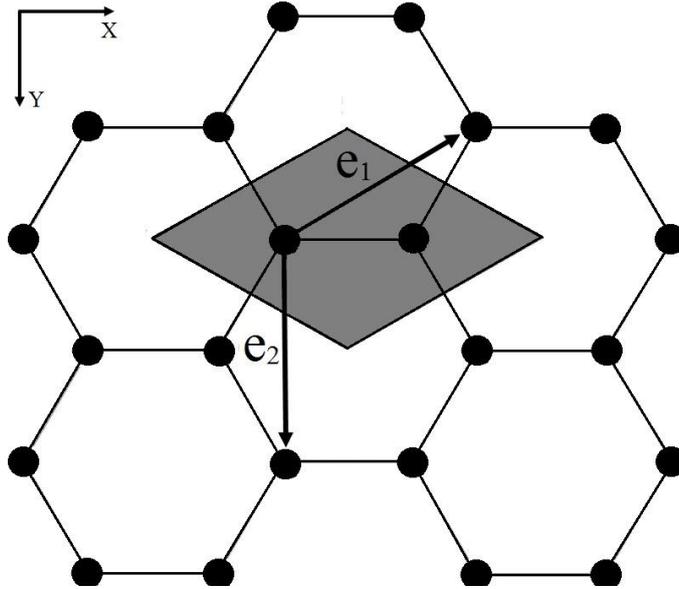


Рис. 1. Изображение гексагональной решетки графена с указанием векторов трансляции \vec{e}_1 и \vec{e}_2 .

Тогда координаты концов векторов трансляций \vec{e}_1 и \vec{e}_2 запишутся в виде:

$$\vec{e}_1 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}a; -\frac{a}{2} \right), \quad (1)$$

$$\vec{e}_2 = (0; a).$$

Для нахождения примитивных векторов обратной решетки воспользуемся следующими формулами:

$$\vec{g}_1 = 2\pi \frac{\vec{e}_2 \times \vec{n}}{|\vec{e}_1 * \vec{e}_2|}, \quad (2)$$

$$\vec{g}_2 = 2\pi \frac{\vec{n} \times \vec{e}_1}{|\vec{e}_1 * \vec{e}_2|}$$

где $\vec{n}(0,0,1)$ – нормаль к плоскости решетки.

Подставив в выражение (2) координаты векторов \vec{e}_1 и \vec{e}_2 из выражения (1), получим координаты примитивных векторов обратной решетки \vec{g}_1 и \vec{g}_2 :

$$\vec{g}_1 = \left(\frac{2}{\sqrt{3}a}; 0 \right), \quad (3)$$

$$\vec{g}_2 = \left(\frac{1}{\sqrt{3}a}; \frac{1}{a} \right).$$

Далее с помощью полученных векторов обратной решетки найдем первую зону Бриллюэна. Известно, что волновые векторы, лежащие на границе зон Бриллюэна, удовлетворяют следующему соотношению [1]:

$$\vec{k} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}|\vec{b}|^2 \quad (4)$$

где $\vec{b} = \vec{g}_1 n_1 + \vec{g}_2 n_2$ – вектор обратной решетки (n_1 и n_2 – произвольные целые числа), \vec{k} – волновой вектор.

Подставляя вектор обратной решетки в выражение (4), имеем:

$$\vec{k}(\vec{g}_1 n_1 + \vec{g}_2 n_2) = \frac{1}{2}|\vec{g}_1 n_1 + \vec{g}_2 n_2|^2 \quad (5)$$

Разложим вектора \vec{k} и \vec{b} по проекциям на оси x и y . Тогда выражение (5) может быть записано в следующем виде:

$$k_x g_{1x} n_1 + k_y g_{1y} n_1 + k_x g_{2x} n_2 + k_y g_{2y} n_2 = (g_{1x} n_1 + g_{2x} n_2)^2 + (g_{1y} n_1 + g_{2y} n_2)^2 \quad (6)$$

Далее подставим значения координат векторов обратной решетки из выражения (3) в выражение (6):

$$\left(\left(k_x \frac{2}{\sqrt{3}a} n_1 \right) + \left(k_x \frac{1}{\sqrt{3}a} n_2 + k_y \frac{1}{a} n_2 \right) \right) 2\pi = \left(\left(\frac{2}{\sqrt{3}a} n_1 + \frac{1}{\sqrt{3}a} n_2 \right)^2 + \left(\frac{1}{a} n_2 \right)^2 \right) (2\pi)^2 \quad (7)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\left(\frac{2}{\sqrt{3}a} n_1 + \frac{1}{\sqrt{3}a} n_2 \right)^2 + \left(\frac{1}{a} n_2 \right)^2 \right) (2\pi)^2$$

Путем простейших преобразований получим:

$$(k_x 2n_1 + k_x n_2 + k_y \sqrt{3}n_2) \frac{2\pi}{\sqrt{3}a} = \frac{1}{2} \left((2n_1 + n_2)^2 + (\sqrt{3}n_2)^2 \right) \left(\frac{2\pi}{\sqrt{3}a} \right)^2 \quad (8)$$

Введя в рассмотрение новую переменную $c = \frac{\pi}{\sqrt{3}a}$, получаем конечный вид выражения (5) после всех преобразований:

$$k_x (2n_1 + n_2) + k_y \sqrt{3}n_2 = ((2n_1 + n_2)^2 + 3n_2^2). \quad (9)$$

Для получения уравнений, определяющих границы первой зоны Бриллюэна, необходимо перебрать целые числа n_1 и n_2 в диапазоне от -1 до 1:

- 1) $n_1 = \pm 1, n_2 = 0 \Rightarrow k_x = \pm 2c,$
- 2) $n_1 = 1, n_2 = -1 \Rightarrow k_y = \frac{-4c+k_x}{\sqrt{3}},$
- 3) $n_1 = -1, n_2 = 1 \Rightarrow k_y = \frac{4c+k_x}{\sqrt{3}},$
- 4) $n_1 = 0, n_2 = 1 \Rightarrow k_y = \frac{4c-k_x}{\sqrt{3}},$
- 5) $n_1 = 0, n_2 = -1 \Rightarrow k_y = \frac{-4c-k_x}{\sqrt{3}}.$

С помощью полученных уравнений построим в обратном пространстве границы зоны Бриллюэна при $k_y \in [-2; 2]$ и $k_x \in [-2; 2]$. Результаты построений приведены на рис. 2.

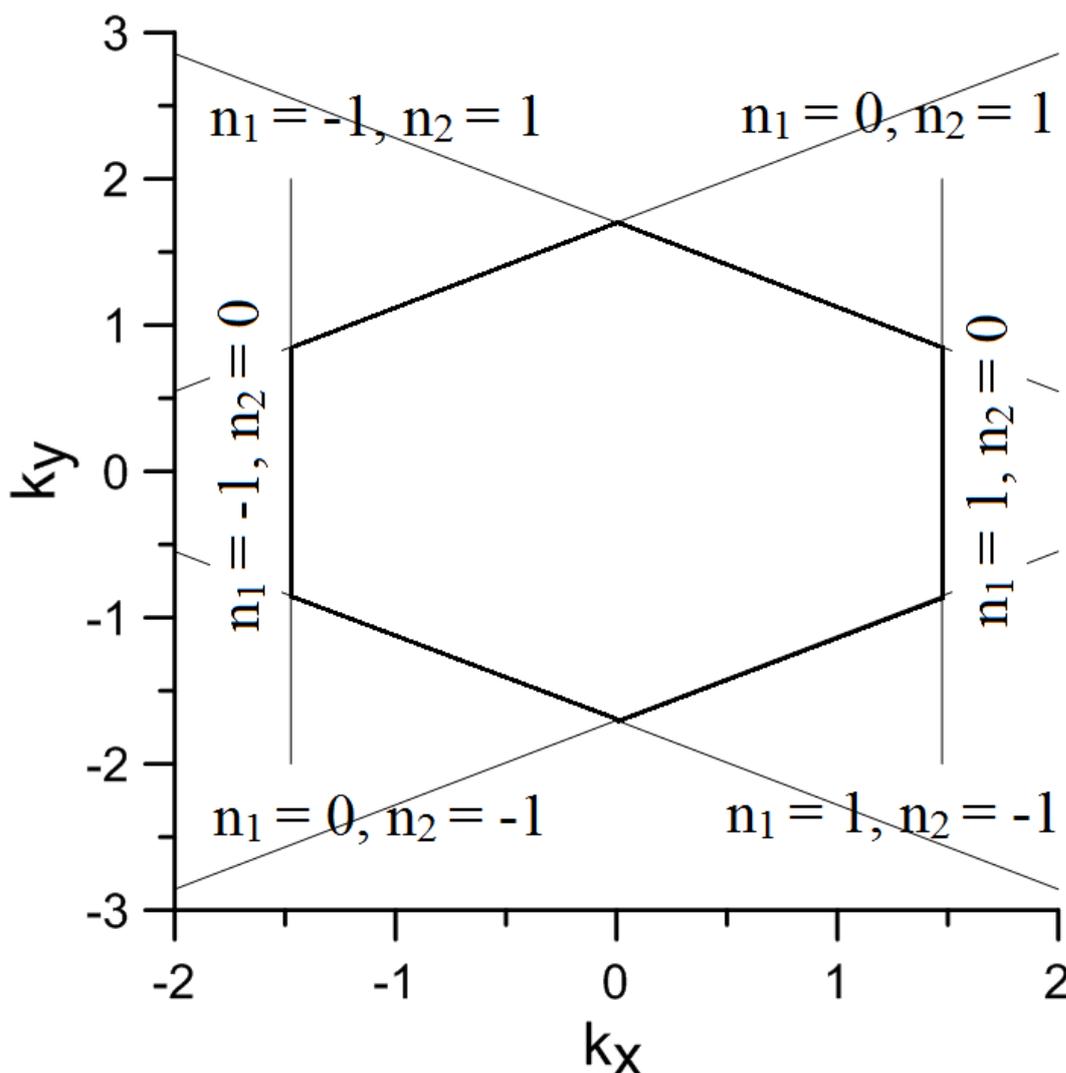


Рис. 2. Первая зона Бриллюэна графена.

Таким образом, в статье описана методика построения первой зоны Бриллюэна графена и 2D графеноподобных материалов. Зная первую зону Бриллюэна и задав траекторию её обхода, можно

рассчитать зонную структуру материала и определить такие его электронно-энергетические характеристики, как энергетическая щель и работа выхода.

Библиографический список

1. Киттель Ч. Введение в физику твердого тела // М.: Наука, 1978. 791 с.
2. Mas-Ballesté, R., Gómez-Navarro, C., Gómez-Herrero, J., Zamora, F. 2D materials: to graphene and beyond // *Nanoscale*. 2011. Vol. 3. P. 20-30.
3. Gupta, A., Sakthivel, T., Seal, S. Recent development in 2D materials beyond graphene // *Progress in Materials Science*. 2015. Vol. 73. P. 44-126.
4. Zhang, H., Cheng, H.M., Ye, P. 2D nanomaterials: beyond graphene and transition metal dichalcogenides // *Chem. Soc. Rev.* 2018. Vol. 47. P. 6009-6012.
5. He, J., Chai, Y., Liao, L. Focus on 2D materials beyond graphene // *Nanotechnology*. 2018. Vol. 29. P. 010202.

A CONSTRUCTION OF THE FIRST BRILLIEN ZONE FOR GRAPHENE

O.E. Glukhova, M.M. Slepchenkov, P.V. Barkov

Saratov State University

The paper describes the main stages of the procedure for constructing the first Brillouin zone of graphene. The described algorithm can be applied to construct the first Brillouin zone of other 2D materials like graphene.

ПОСТРОЕНИЕ ОДНОЭЛЕКТРОННОГО ГАМИЛЬТониАНА В РАМКАХ МОДЕЛИ СИЛЬНОЙ СВЯЗИ

О.Е. Глухова, М.М. Слепченков, П.В. Барков

Саратовский государственный университет

Глухова Ольга Евгеньевна, д.ф.-м.н., заведующий кафедрой радиотехники и электродинамики,
Слепченков Михаил Михайлович, к.ф.-м.н., доцент кафедры радиотехники и электродинамики,
Барков Павел Валерьевич, инженер кафедры радиотехники и электродинамики

В работе описываются процедура построения одноэлектронного гамильтониана в рамках полуэмпирической модели сильной связи на примере углеродных нанокластеров.

Основным разделом курса «Физические основы микро- и нанoeлектроники», читаемого бакалаврам физического факультета, является тематический раздел, посвященный изучению полуэмпирических моделей описания электронной системы различных наноструктур. В рамках полуэмпирической модели вместо вычисления некоторых интегралов межэлектронного взаимодействия подставляются их численные значения, подобранные таким образом, чтобы полуэмпирическая теория воспроизводила экспериментальные характеристики соединений, выбранных для калибровки параметров [1]. Среди рассматриваемых полуэмпирических моделей наибольшее внимание уделяется модели сильной связи, являющейся эффективным научно-методическим аппаратом для анализа атомной структуры и электронного строения нанокластеров разных топологических моделей, насчитывающих тысячу и более атомов. Модель сильной связи предполагает формирование многочастичного гамильтониана в базисе валентных или гибридованных орбиталей с использованием параметризованных матричных элементов и последующую диагонализацию гамильтониана. Опишем более подробно процедуру построения гамильтониана в рамках модели сильной связи на примере углеродных нанокластеров.

Для описания электрона в системе используется одноэлектронное приближение и формализм линейной комбинации атомных орбиталей (ЛКАО) [2]. Суть формализм ЛКАО заключается в том, что волновая функция электрона $\psi(\mathbf{r})$ строится в виде линейной комбинации волновых функций, соответствующих атомных орбиталей. При этом химическая связь в нанокластере определяется валентными электронами, которые непосредственно участвуют в формировании внешнего электронного слоя атома.

Как известно, атом углерода в возбужденном состоянии обладает четырьмя валентными электронами, находящимися в одном s - и трех p - состояниях (P_x , P_y , P_z). Тогда одноэлектронная волновая функция углеродного нанокластера S_n ,

состоящего из n атомов, может быть представлена в виде линейной комбинации волновых функций валентных электронов $|S\rangle$, $|P_x\rangle$, $|P_y\rangle$, $|P_z\rangle$ всех атомов:

$$|\psi\rangle = \sum_{i=1}^n c_i |S_i\rangle + \sum_{i=n+1}^{2n} c_i |P_{xi}\rangle + \sum_{i=2n+1}^{3n} c_i |P_{yi}\rangle + \sum_{i=3n+1}^{4n} c_i |P_{zi}\rangle, \quad (1)$$

где c_i – весовые коэффициенты.

Волновые функции атомов орбиталей $\psi(\mathbf{r})$ могут задаваться в виде гауссовой системы Слэтера-Костера [3]. Определить весовые коэффициенты c_i заранее невозможно, но их можно отыскать, решая стационарное уравнение Шредингера. При этом каждому значению E_i ставится собственный вектор гамильтониана $\psi_i(c_k)$:

$$H\psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r}). \quad (2)$$

Среднее значение энергии электрона определяется следующим образом

$$\frac{\langle\psi|H|\psi\rangle}{\langle\psi|\psi\rangle} = \frac{\sum_{i=1}^{4n} \sum_{j=1}^{4n} c_i^* c_j \langle\psi_i|H|\psi_j\rangle}{\sum_{i=1}^{4n} \sum_{j=1}^{4n} c_i^* c_j}. \quad (3)$$

Оператор Гамильтона определяется выражением вида

$$H = \sum_{i=1}^{n_e} \left[-\frac{\hbar}{2m_e} \Delta_i + \sum_{I=1}^N \frac{Z_I e^2}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r}_i - \mathbf{R}_I|} + V(\mathbf{r}_i) \right], \quad (4)$$

где N – количество ядер, Z_I – заряд ядра атома с номером I , \mathbf{R}_I – радиус-вектор ядра атома с номером I , n_e – количество электронов в системе, e – заряд электрона с номером i , \mathbf{r}_i – радиус-вектор электрона с номером i , m_e – масса электрона, \hbar – постоянная Планка, ϵ_0 – электрическая постоянная.

Минимизацией правой части выражения (3) по коэффициентам c_i^* можно получить наименьшее значение энергии, соответствующее основному состоянию нанокластера. Приравнявая к нулю частные производные этого выражения по переменным c_i^* , получаем систему уравнений

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{4n} H_{1j}c_j = E c_1, \\ \sum_{j=1}^{4n} H_{2j}c_j = E c_2, \\ \sum_{j=1}^{4n} H_{3j}c_j = E c_3, \\ \sum_{j=1}^{4n} H_{4j}c_j = E c_4, \end{cases} \quad (5)$$

где $H_{ij} = \langle \psi_i | H | \psi_j \rangle$. Матрица H называется матрицей Гамильтона или гамильтонианом, а ее

собственные значения являются энергиями состояний электрона в нанокластере. Для количественных расчетов электронного строения нанокластера необходимо знать значения матричных элементов [1]. Межатомные матричные элементы гамильтониана задаются в виде

$$V_{ij\alpha}(r) = V_{ij\alpha}^0 \left(\frac{p_3}{r}\right)^{p_1} \exp\left\{p_1 \left[-\left(\frac{r}{p_2}\right)^{p_4} + \left(\frac{p_3}{p_2}\right)^{p_4}\right]\right\}, \quad (6)$$

где r – расстояние между атомами, i, j – орбитальные моменты волновых функций, α – индекс, указывающий тип связи (σ или π). На рис. 1 показаны примеры четыре простых (частных) типа матричных элементов межатомного взаимодействия в системах, где химическая связь обеспечивается s - и p -орбиталями.

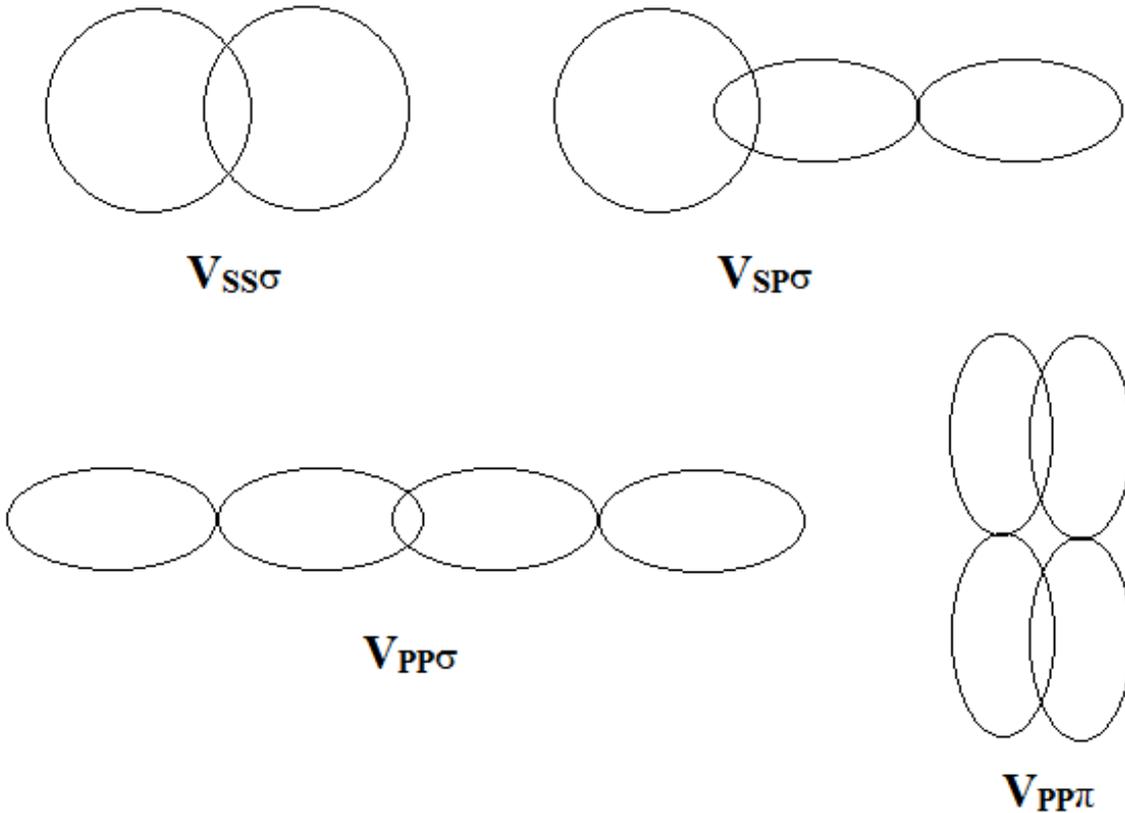


Рис. 1. Типы матричных элементов межатомного взаимодействия.

В общем случае, для того чтобы учесть геометрию атомного каркаса, p -орбиталь рассматривают как вектор и раскладывают его по двум направлениям: на ось, соединяющую ядра атомов, и перпендикулярное направление. Аналогично можно рассмотреть и энергию взаимодействия двух p -облаков. При взаимодействии двух p -электронов каждый из них рассматривается как вектор и каждый проецируется на два направления. Для расчета межатомных матричных элементов используются следующие формулы [3]:

$$V_{ss} = V_{ss\sigma}, \quad (7)$$

$$V_{sp} = V_{sp\sigma} \cos \theta, \quad (8)$$

$$V_{p_x p_x} = V_{p_x p_x \sigma} \cos^2 \alpha + V_{p_x p_x \pi} \sin^2 \alpha, \quad (9)$$

$$V_{p_x p_y} = V_{p_x p_y \sigma} \cos \alpha_x \cos \theta_y - V_{p_x p_y \pi} \cos \alpha_x \cos \theta_y = U \cos \alpha_x \cos \theta_y, \quad (10)$$

$$V_{p_x p_z} = V_{p_x p_z \sigma} \cos \alpha_x \cos \theta_z - V_{p_x p_z \pi} \cos \alpha_x \cos \theta_z = U \cos \alpha_x \cos \theta_z, \quad (11)$$

$$\text{где } U = (V_{p_x p_y \sigma} - V_{p_x p_y \pi}).$$

На рис. 3 проиллюстрировано взаимодействие s - и p -орбиталей для рассчитанных по формулам (7)-(11) матричных элементов.

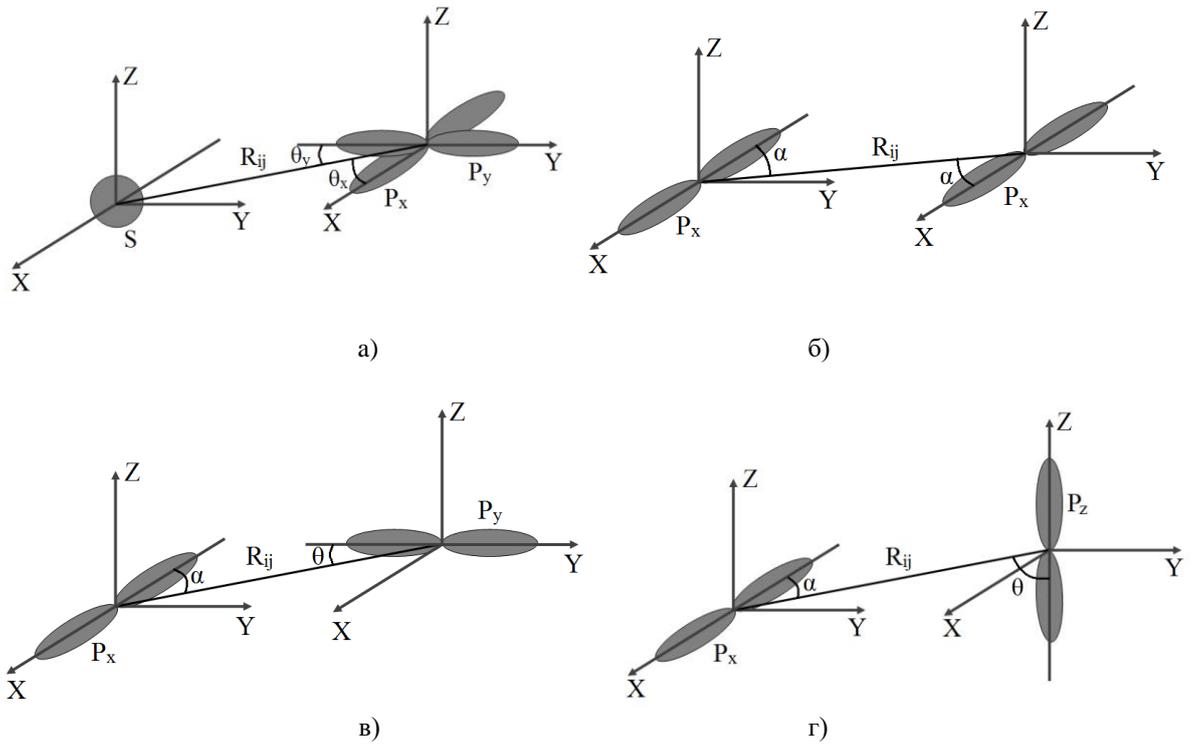


Рис. 2. Взаимодействие электронных облаков:

- а) для межатомного матричного элемента V_{SP} ; б) для межатомного матричного элемента $V_{P_x P_x}$;
- в) для межатомного матричного элемента $V_{P_x P_y}$; г) для межатомного матричного элемента $V_{P_x P_z}$.

Рассмотрим молекулу C_3 , состоящую из трех атомов углерода, образующих правильный треугольник (рис. 3). На рис. 3а изображено формирование π -связи в молекуле C_3 посредством P_z электронов. P_z электроны располагаются перпендикулярно к плоскости и образуют π -связь, незначительную по энергии. P_z электроны не взаимодействуют с σ -электронами, которые и формируют атомный каркас. На рис. 3б показано формирование σ -связи посредством P_x и P_y электронов.

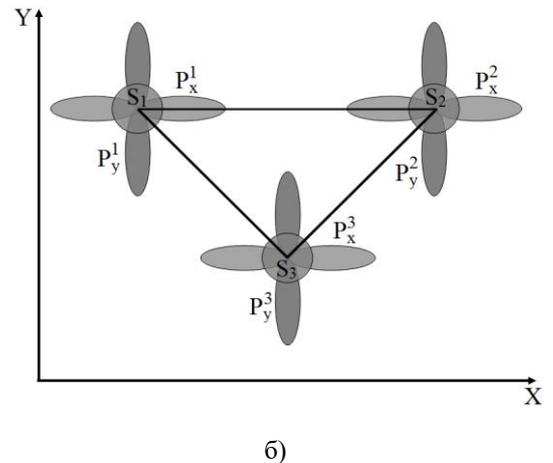
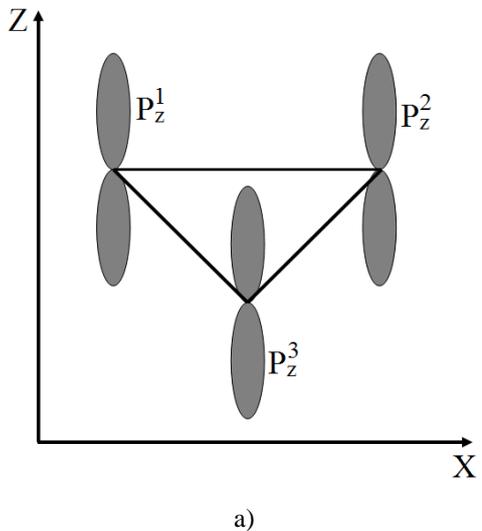


Рис. 3. Формирование π -связи (а) и σ -связи (б) в молекуле C_3 .

Поскольку π -электроны не взаимодействуют с σ -электронами, можно построить два гамильтониана для π -электронов и σ -электронов. Соответственно собственные значения одного гамильтониана дадут энергетические уровни π -электрона, а другого σ -электрона. Построим гамильтониан для π -электронов (таблица 1) и σ -электронов (таблица 2).

Таблица 1. Матричные элементы гамильтониана для π -электронов молекулы C_3 .

	P_z^1	P_z^2	P_z^3
P_z^1	ϵ_p	$V_{pp\pi}$	$V_{pp\pi}$
P_z^2	$V_{pp\pi}^*$	ϵ_p	$V_{pp\pi}$
P_z^3	$V_{pp\pi}^*$	$V_{pp\pi}^*$	ϵ_p

Таблица 2. Матричные элементы гамильтониана для σ -электронов молекулы C_3 .

	S_1	S_2	S_3	P_x^1	P_x^2	P_x^3	P_y^1	P_y^2	P_y^3
S_1	ϵ_s	$V_{ss\sigma}$	$V_{ss\sigma}$	0	$V_{sp\sigma}$	$\frac{V_{sp\sigma}}{2}$	0	0	$\frac{\sqrt{3}V_{sp\sigma}}{2}$
S_2	$V_{ss\sigma}$	ϵ_s	$V_{ss\sigma}$	$-V_{sp\sigma}$	0	$-\frac{V_{sp\sigma}}{2}$	0	0	$\frac{\sqrt{3}V_{sp\sigma}}{2}$
S_3	$V_{ss\sigma}$	$V_{ss\sigma}$	ϵ_s	$-\frac{V_{sp\sigma}}{2}$	$\frac{V_{sp\sigma}}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{3}V_{sp\sigma}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}V_{sp\sigma}}{2}$	0
P_x^1	0	$-V_{sp\sigma}$	$-\frac{V_{sp\sigma}}{2}$	ϵ_p	$V_{pp\sigma}$	$\frac{V_{pp\sigma}}{4} + \frac{3V_{pp\pi}}{4}$	0	0	$\frac{\sqrt{3}U}{4}$
P_x^2	$V_{sp\sigma}$	0	$\frac{V_{sp\sigma}}{2}$	$V_{pp\sigma}$	ϵ_p	$\frac{V_{pp\sigma}}{4} + \frac{3V_{pp\pi}}{4}$	0	0	$-\frac{\sqrt{3}U}{4}$
P_x^3	$\frac{V_{sp\sigma}}{2}$	$-\frac{V_{sp\sigma}}{2}$	0	$\frac{V_{pp\sigma}}{4} + \frac{3V_{pp\pi}}{4}$	$\frac{V_{pp\sigma}}{4} + \frac{3V_{pp\pi}}{4}$	ϵ_p	$-\frac{\sqrt{3}U}{4}$	$\frac{\sqrt{3}U}{4}$	0
P_y^1	0	0	$\frac{\sqrt{3}V_{sp\sigma}}{2}$	0	0	$-\frac{\sqrt{3}U}{4}$	ϵ_p	$V_{pp\pi}$	$\frac{3V_{pp\sigma}}{4} - \frac{V_{pp\pi}}{4}$
P_y^2	0	0	$\frac{\sqrt{3}V_{sp\sigma}}{2}$	0	0	$\frac{\sqrt{3}U}{4}$	$V_{pp\pi}$	ϵ_p	$\frac{3V_{pp\sigma}}{4} - \frac{V_{pp\pi}}{4}$
P_y^3	$\frac{\sqrt{3}V_{sp\sigma}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}V_{sp\sigma}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{3}U}{4}$	$-\frac{\sqrt{3}U}{4}$	0	$\frac{3V_{pp\sigma}}{4} - \frac{V_{pp\pi}}{4}$	$\frac{3V_{pp\sigma}}{4} - \frac{V_{pp\pi}}{4}$	ϵ_p

На главной диагонали гамильтониана находятся атомные термы ϵ_p и ϵ_s , где ϵ_p и ϵ_s – энергии свободного атома в s- и p-состояниях. $V_{ij\alpha}$ – значения равновесных интегралов перекрытия.

Модель сильной связи позволяет совершенствовать параметризацию гамильтониана

для расчета углеродных и других химических соединений. Эта модель дает хорошие результаты при расчете геометрической структуры, энергии ионизации, электронного спектра углеродных нанокластеров.

Библиографический список

1. Глухова О.Е. Метод сильной связи в моделировании приборов на квантовых эффектах: учебное пособие // Саратов: Изд-во «Саратовский источник», 2015. – 87 с.: ил.
2. Харрисон У. Электронная структура и свойства твердых тел: Физика химической связи // М.: Мир, 1983. – Т.1. – 381 с, ил.
3. Slater J. C., Koster G. F. Simplified LCAO Method for the Periodic Potential Problem // Physical Review. 1954. Vol. 94. I. 6. P. 1498-1524.

**A CONSTRUCTION OF ONE-ELECTRON HAMILTONIAN
IN THE FRAMEWORK
OF A TIGHT-BINDING MODEL**

O.E. Glukhova, M.M. Slepchenkov, P.V. Barkov
Saratov State University

This paper describes the procedure for constructing one-electron Hamiltonian in the framework of a semi-empirical tight-binding model using carbon nanoclusters as an example.

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ И ЗАПУТЫВАНИЕ СОСТОЯНИЙ

Д.В. Чурочкин, С.В. Чурочкина

Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского

Чурочкин Дмитрий Викторович, к.ф.-м.н., доцент, кафедра общей физики,
Чурочкина Светлана Викторовна, к.ф.-м.н., доцент, кафедра компьютерной физики и метаматериалов на базе института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

Приведено качественное описание понятия квантовой запутанности состояний, основанной на фундаментальном принципе суперпозиции состояний.

В последние годы очень часто возникает вопрос о методике преподавания понятия квантовой запутанности состояний для студентов физических факультетов, поскольку оно весьма нетривиально и трудно для восприятия, но крайне необходимо. Как известно, качественное понимание физики приводит к тому, что у студентов полноценно формируются профессиональные компетенции, что на сегодняшний день является основной целью всего образовательного процесса [1,2].

В данной статье предлагается один из способов качественного описания понятия квантовой запутанности состояний. Классическую двухщелевую интерференцию можно проиллюстрировать на следующем примере интерференции двух волн в воде (см. рисунок 1).

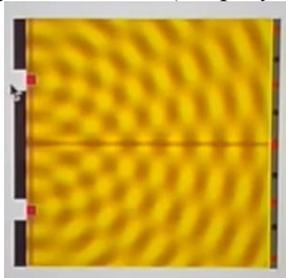


Рисунок 1. Интерференция двух волн в воде.

Если трясти воду рядом с двумя указанными на рисунке 1 щелями, то в результате образуются волны, которые при распространении складываются и образуют интерференционную картину: при измерении количества энергии, попадающей на экран справа, получается упорядоченный набор темных и светлых областей.

Если посылать пули, мячи, макроскопические (классические) частицы через две щели (см. рисунок 2), то интерференционной картины не образуется.

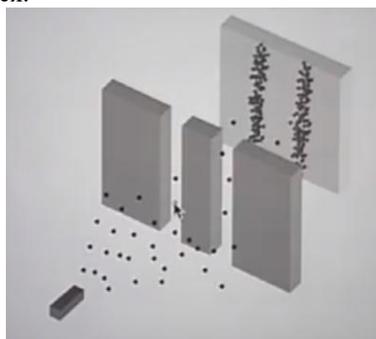


Рисунок 2. Прохождение макроскопических объектов через две щели.

Если повторить двухщелевой эксперимент с электроном, используя электронную пушку (см. рисунок 3), то получается картина близкая к интерференционной картине для волн (см. рисунок 1). Иными словами, можно заключить, что электрон – это волна. Однако, в отличие от классических волн интерференционную картину образуют прибывающие один за другим электроны, т.е. частицы.

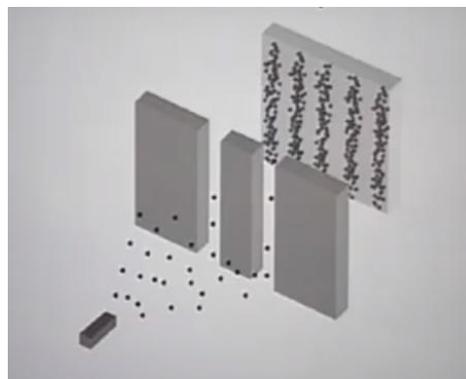


Рисунок 3 Интерференция электронов.

Если с помощью какого-нибудь устройства отслеживать перед щелями прохождение электронов через одну из них, то интерференционной картины не наблюдается (см. рисунок 4).

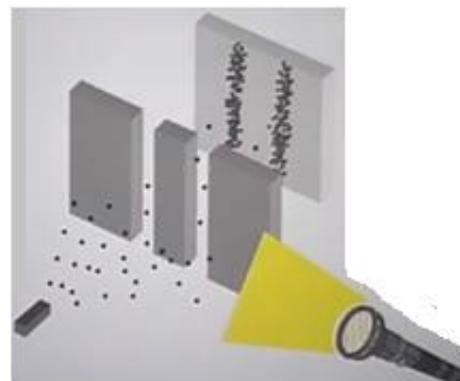


Рисунок 4. Отсутствие интерференции электронов.

Таким образом, даже если электрон прибывает индивидуально на экран, можно сделать вывод, что он проходит одновременно через обе щели. Следовательно, состояние электрона имеет несколько возможностей для реализации. Это можно описать, введя состояние электрона $|L\rangle$,

ОБРАЗОВАНИЕ

проходящего через левую щель, и состояние $|R\rangle$ для электрона, проходящего через правую щель. Тогда состояние электрона при условии, что не отслеживается прохождение электрона перед щелями, является суперпозицией состояний $|L\rangle$ и $|R\rangle$. Следовательно, состояние электрона является в некотором смысле нелокальным: электрон не находится ни в состоянии $|L\rangle$, ни в состоянии $|R\rangle$, а одновременно в обоих состояниях. Что и является физической причиной интерференционной картины, даже при условии, что электроны прибывают на экран один за другим, т.е. как отдельные частицы.

Идея квантовой запутанности является расширением принципа квантовой суперпозиции на систему частиц. В качестве иллюстрации рассмотрим электроны в молекуле водорода. Система частиц в данном случае состоит из двух электронов, каждый из которых может быть в состоянии со спином «вверх» и со спином «вниз». Более того эти электроны находятся в скоррелированном (спутанном) состоянии (см. рисунок 5), т.е. в суперпозиции состояний, аналогичной ситуации с левой и правой щелью в экспериментах по интерференции электронов. Действительно, если в последнем случае для электрона существовали состояния $|L\rangle$ и $|R\rangle$, то в случае молекулы водорода также имеется два состояния: состояние, когда спин одного из электронов «вверх», а спин другого электрона «вниз», и состояние, когда спин одного из электронов «вниз», а спин другого электрона «вверх». В случае рассматриваемой суперпозиции состояний для двух электронов можно лишь утверждать, что ни один из электронов не находится в состоянии со спином «вверх» или «вниз», но оба электрона находятся в состоянии со спином «вверх» и со спином «вниз». Однако, когда

один из электронов имеет спин «вверх», можно точно утверждать, что другой электрон имеет спин «вниз».

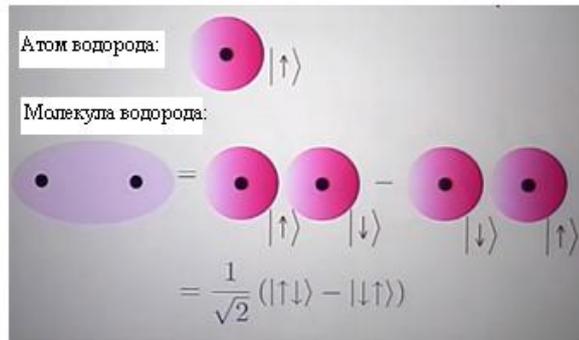


Рисунок 5. Запутывание состояний в молекуле водорода.

Представим, что имеется молекула водорода, в которой осторожно разделяются электроны так, что их спин не подвергается возмущению. Расстояние, на которое разделяются электроны, может быть макроскопическим, к примеру, один электрон может в Саратове, а другой в Новосибирске. Но, несмотря на макроскопичность расстояния, квантовая механика говорит нам, что состояния электронов будут запутанными. Иными словами, существует квантовое состояние, которое описывает оба электрона, и имеет свойство, что если один электрон имеет спин «вверх», то другой электрон имеет спин обязательно «вниз» и наоборот. Трактую ситуацию, с точки зрения локальности частицы, можно прийти к парадоксу (парадокс Эйнштейна-Подольского-Розена [3]). Действительно, если частицу в лаборатории в Саратове подвергнуть измерению и узнать направление ее спина, то можно мгновенно (передача информации быстрее скорости света) сделать заключение о направлении спина спутанной с ней частицы, находящейся в лаборатории в Новосибирске.

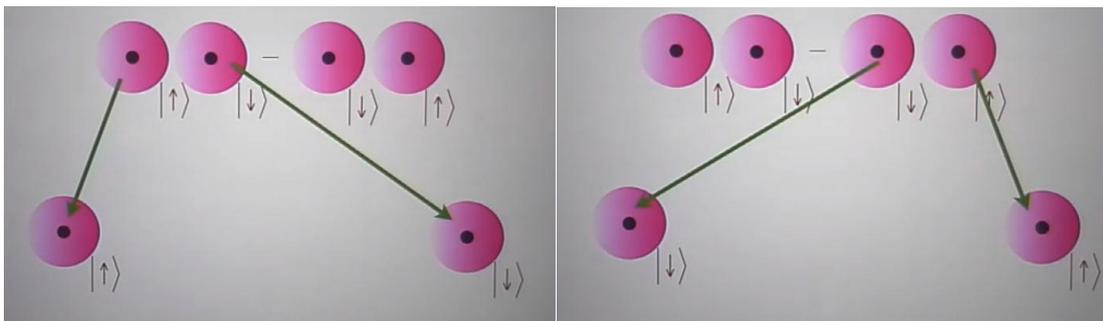


Рисунок 6. Разделение частиц по городам.

Однако, недостатком такой трактовки, ведущей к указанному парадоксу, является представление об отдельной измеримости одной из частиц, находящихся в спутанном состоянии. Правильная трактовка предполагает, что комбинированное (спутанное) состояние в данном случае двух частиц, ведет к представлению об одновременном нахождении каждой из них и в Саратове и в

Новосибирске, т.е. к концепции нелокальности частицы. Тогда нельзя говорить, что измерение в Саратове было произведено над состоянием одного из отдельных электронов, но скорее было проделано измерение над всем состоянием в целом, включая частицу в Новосибирске.

Библиографический список

1. Черкасова О.А., Чурочкина С.В. Компетентностный подход при анализе освоения образовательной программы подготовки бакалавров по направлению 03.03.02 «Физика» // Гетеромагнитная микроэлектроника. 2014. Вып. 17. С. 121-127.
2. Черкасова О.А., Чурочкина С.В. К вопросу о профессиональной подготовке магистров по направлению 03.04.02 Физика // Образование в современном мире. 2015. Вып. 10. С. 202-208.
3. Einstein A., Podolsky B., Rosen N. Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete? // Phys. Rev. 1935. Vol. 47. Iss. 10. P. 777-780.

INTERFERENCE AND ENTANGLEMENT OF STATES

D. Churochkin, S. Churochkina

Saratov State University

A qualitative description of the concept of entanglement of states, based on the fundamental principle of superposition of states, is given.

УДК 37.091.53

ПРАКТИКА СИСТЕМНОГО ПОДХОДА К РЕШЕНИЮ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

В.В. Машников, Л.М. Минкин, С.В. Скребцова

Саратовский национальный исследовательский государственный университет
имени Н.Г. Чернышевского*Машников Валерий Васильевич*, к.ф.-м.н, доцент кафедры компьютерной физики и метаматериалов

Portland State University, USA

Минкин Леонид Моисеевич, профессор

Старшая школа «Йоанна Жаботински», Израиль

Скребцова Софья Валерьевна, магистр физики

Обсуждается эффективность классического и системного подхода к решению физических задач для формирования инженерного мышления. На примере исследования простой механической системы, проведен сравнительный анализ алгоритмов действий студентов разных факультетов.

Тенденция падения престижа инженерного образования в мире общеизвестна. Обсуждению этого явления в РФ посвящено ряд публикаций [1]. [2].

Приведем мнение известных в РФ специалистов по подготовке инженеров

Андрей Николаенко, ректор МАМИ:

«Инженерное мышление – не просто знание специфических дисциплин; это особая картина мира, способ мышления. Это умение видеть мир как систему, проектировать её элементы и управлять ими».

Александр Кулешов, академик РАН, ректор Сколковского института науки и технологий:

«Все, что было просто, уже решено. А сложные задачи требуют сложных методов, и это тот элемент, которому мы не учим и который надо полностью менять в системе подготовки инженеров в РФ»

Становление инженерного мышления процесс многогранный и длительный, начало которому закладывается ещё в школе. Так советская система образования середины прошлого столетия позволила создать новую инженерную школу мирового уровня, приоритет которой в атомной энергетике и освоении космических программ признаны мировым сообществом.

Интересен в этом смысле опыт преподавателей естественных наук и математики, которые проводят периодические семинары по обмену опытом и адаптации методик преподавания в

странах западной Европы, США и республики бывшего СССР (странах исхода) к израильским условиям инженерного образования,

Авторы статьи имеют возможность сравнить собственный опыт работы в разных системах обучения и убеждены, что инженер начинается не только в процессе высшего образования, но и в образовательном процессе любого уровня. Это связано, прежде всего с формированием естественнонаучного представления об окружающем мире и практикой решения профильных задач [3].

Под системным подходом в современном естествознании понимают метод изучения окружающего мира, при котором интересующие исследователя явления составляют части или элементы (подсистемы) некоторой выделенной области материального мира.

Заметим, что классической методологии, основанной на познании целого через его части, придерживаются сегодня практически все естественные науки. Однако, определение основных свойства системы как целого, часто явно не связано со свойствами, составляющими её элементов, а проявляется как новое качество системы в целом.

В силу этого свойства, чрезвычайно важную роль при системном подходе к изучению явления играет «**информационная База**». Это постоянно меняющееся, по мере накопления знаний, собрание свойств изучаемой системы, методов её описания, параметров и уравнений состояния,

полученных как теоретически, так и экспериментально. По западной инженерной терминологии это «софтовые разработки», которые в настоящее время, составляют порядка 750 тысяч лет междисциплинарного квалифицированного человеческого труда [1].

На основании выбранных в базе данных свойств, основных параметров и закономерностей, создается модель Системы, связь с окружающей средой (открытая, закрытая и т. д) и формулируется задача исследования [4].

При выборе модели важно уметь выделить существенное, пренебречь второстепенным, правильно задать условия на границе с окружающей средой. Модель должна обладать свойством, при необходимости, вводить уточняющие параметры и условия, приближающие результат исследования к реальному. Современное состояние информационных технологий и их непрерывное развитие, значительно упрощают работу с базой данных, но она также нуждается в систематизации и разработке специальных компьютерных программ для быстрого поиска и извлечения необходимой информации и быть доступной для широкого круга пользователей.

Следующим шагом алгоритма системного исследования является создание математической модели или информационное моделирование. Физическая система, исходя из разных целей, может быть рассмотрена и описана с разных точек зрения, что выражается в выделении разных параметров, характеризующих эту систему. Иными словами, система может быть описана множеством моделей, в том числе множеством информационных моделей.

В качестве примера системного анализа взята механическая система, состоящая из тела,

Результаты измерений

t с	0	0,02	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12
x(t) м	0	0,009	0,020	0,033	0,048	0,065	0,083

Дополнительные условия: 1) не обязательно скорость тела в начальный момент фиксации была равна нулю; 2) ускорение в процессе наблюдения не обязательно является постоянным.

Данная задача, без каких-либо изменений была предложена студентам первого курса физфака (в первом семестре- по сути выпускникам российской средней школы) и студентам 2-го семестра факультета компьютерных наук и информационных технологий (КНИИТ) СГУ.

Преподаватель выступал в роли «базы данных», отвечая на вопросы и записывая на доске затребованные уравнения, соотношения и законы. К кинематическому уравнению равнопеременного движения в общем виде студенты физики пришли довольно быстро. Были попытки найти связь координат (пройденного пути), времени и ускорения. Всех ставили в тупик «Дополнительные условия» и слова «*скатывающегося по наклонной плоскости*». Как-то осталось без должного внимания условие

движущегося по наклонной плоскости в поле гравитационных сил Земли. Наклонная плоскость, наряду с маятниками, является «кладезем» самых разнообразных моделей механических систем. Подобного типа задач предлагаются в [5,6] с целью отработки перехода от математических моделей процесса к физическим и обратно. Например:

«1. Результат некоторого эксперимента даёт следующую последовательность чисел: 1,00; 4,00; 9,00; 16,00; 25,00. Предложите гипотезу, объясняющую исследуемое явления, и предскажите несколько следующих чисел последовательности.

«2. За время падения 0,1с тело проходит расстояние 0,065м. Опишите характер движения тела»

Выбранная Задача 1 является частью задания выпускного экзамена по физике для учащихся израильской старшей школы на 5 зачётных единиц (даёт право поступления в вуз). Всё задание (экзамен) содержит 5 вопросов, из которых следует ответить на три по выбору. Продолжительность: 90 минут.

Вспомогательный материал: калькулятор (включая калькулятор с графическим дисплеем); физические данные и формулы к теме (аналог информационной Базы).

Задача 1. Наблюдатель фиксирует через равные промежутки времени положение тела, скатывающегося по наклонной плоскости. Основываясь исключительно на данных наблюдения описать движение тела.

«основываясь исключительно на данных наблюдения».

Результат: за 30 минут не удалось в явном виде получить математический закон движения.

Студенты КНИИТ были верны (интуитивно или осознано) компетенции «использовать профессиональные знания для решения практических задач». По графику зависимости координаты тела от времени, с помощью стандартных программ, пытались получить аналитический закон движения тела.

Результат. Также получено уравнение движению в общем виде. Показано, что ускорение тела должно быть постоянным. Не было найдено уравнение для скорости в явном виде, что и не позволило записать явный вид зависимость координаты тела от времени.

Решение на основе системного подхода.

Методов решения столь элементарной задачи может быть несколько. Важно выбрать оптимальный алгоритм, позволяющий избежать возникновение дополнительных вопросов и разночтений.

1. Анализируемая система. Как было определено выше- «механическая система состоящая из тела, движущегося по наклонной плоскости в поле гравитационных сил». Свойства системы, параметры состояния. Изменения в системе связаны только с движением одного тела. Главные параметры механической системы тогда координата, скорость и ускорение тела. Система отсчёта-ось OX с началом в точке $t=0$, $x(0)=0$.

2. Модель системы (упрощения): гравитационное поле Земли однородно, гравитационные поля других тел пренебрежимо малы; движущееся тело полагаем точечным. Это снимает вопрос - как движется тело (вращательно, поступательно) и не влияет на результаты

Результаты расчётов представлены в таблице.

t с	0	0,02	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12
v(t) м/с	v(0)	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
a(t) м/с ²	a(0)	5	5	5	5	5	5

Ускорение, полученное **исключительно из данных наблюдения**, постоянно. Движение тела равноускоренное, прямолинейное. Теперь можно найти скорость в любой момент. Выбрав промежуток времени $t=0,02$ с $t=0$: получим: $v(0,04) = v(0,02) + 5 \cdot 0,02 \rightarrow v(0,02) = 0,50$ м/с. ;

$$v(0,02) = v(0) + 5 \cdot 0,02 \rightarrow v(0) = 0,40 \text{ м/с.}$$

Все, необходимые для описания движения тела параметры, определены.

Ответ: исследуемая механическая система описывается уравнениями:

$$x(t)=0,40t+\frac{5t^2}{2}; \quad v(t)=0,40+5t; \quad a=\text{constant}=5 \text{ м/с}^2$$

Это равноускоренное прямолинейное движение с начальной скоростью.

Дополнительные исследования.

1) Проверка на корректность условия задачи.

Как неоднократно указывалось в работах доцента М.А.Старшова[8], авторы некоторых учебных пособий без должного внимания относятся к выполнению принципа Галилея, заключающегося в том, что при равноускоренном движении, пройденные телом пути за каждые равные промежутки времени относятся как 1:3:5 и т.д.

Для задачи 1. Для упрощения расчётов, найдём: а) время τ от начала движения до первого отсчёта координаты, полагая, что ускорение постоянно: $v(\tau) = a\tau = 5\tau = 0,40 \rightarrow \tau = 0,08$ с; б) пройденных телом путь $S_0 = 5\tau^2/2=0,016$ м; в) за последующие промежутки времени τ или кратные τ от начала движения: $S(2\tau)=0,064=4S_0$; $S(3\tau) = 0,144 = 9S_0$

2) Полагая силы трения равные нулю, можно определить угол наклона плоскости:

$$a=g \cdot \sin\alpha \rightarrow \sin\alpha = a/g = 0,5 \rightarrow \alpha = 30^\circ$$

3) Если задан угол наклона плоскости и масса тела, можно по тем же данным определить силу и коэффициент трения.

измерения его положения. Скорости тела-классические (нерелятивистские).

3. Параметры модели. Воспользуемся определением скорости тела: $v(t) = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ -это средняя скорость за промежуток времени Δt . Учитывая, что промежуток времени очень мал, с достаточной степенью точности можно считать эту скорость мгновенной для момента времени $\frac{t_1+t_2}{2}$.

$$\text{Например: } v(0,04) = \frac{x(0,06)-x(0,02)}{0,06-0,02} = 0,60 \text{ м/с.}$$

Скорости в моменты времени $t=0$ и $t=0,02$ находим после вычисления ускорения.

Среднее ускорение определяем соответственно как: $a(t) = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

Интересны в этом смысле «Особые указания» в оригинале задания:

Отвечайте только на заданное количество вопросов. Ответы на дополнительные вопросы не будут проверяться и оцениваться.

Задача 2. Через блок, который может вращаться относительно неподвижной горизонтальной оси, перекинута нить, на концах которой закреплены грузы m_1 и m_2 . Начальное положение: m_2 на высоте h_2 , m_1 -на полу. На какую высоту поднимется груз m_1 , после того как груз m_2 ударится о пол?

При расчётах принять: $m_2 = 2 m_1$; $h_2 = 30$ см

Главное внимание уделим оптимизации системы с использованием Базы данных.

1. Исходная система: два груза. блок, нить в гравитационном поле. Параметры системы: координаты тел, скорости, энергии кинетические и потенциальные.

Систему можно считать замкнутой, поскольку нет внешних сил.

2. Модель 1: гравитационное поле однородно; грузы считаем материальными точками; блок невесомый, вращается без трения, нить нерастяжима и невесома, сопротивлением воздуха пренебрегаем. Эта модель соответствует задаче 3-4 [7].

3. Математическая модель. Поскольку механическая система замкнута, можно использовать законы сохранения в аналитическом виде.

Решение.

Запишем закон сохранения энергии системы.

Для момента времени касания второго груза пола имеем:

$$m_2gh_2=m_1gh_1 + \frac{m_2v_2^2}{2} + \frac{m_1v_1^2}{2}$$

В левой части уравнения полная энергия системы $-m_2gh_2$, которая переходит в кинетическую и потенциальную энергию грузов в процессе движения. Не растяжимость нити позволяет записать равенства: $h_1 = h_2$, $v_2 = v_1 = v$.

Теперь легко найти скорость и кинетическую энергию первого груза. За счёт этой энергии груз продолжает подниматься после удара второго груза о пол.

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = m_1 g \Delta h = m_1 g h_2 \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \rightarrow \Delta h = \frac{1}{3} h_2 = 10 \text{ см}$$

Полная высота подъёма первого груза от пола $h = h_2 + \Delta h = 40 \text{ см}$

Полагая, что полезная работа - это подъём первого груза, легко посчитать к. п. д. установки:

$$\eta = \frac{m_1 g h}{m_2 g h_2} = 66,6\%$$

Оптимизация.

1. Как увеличить к. п. д механизма? Уменьшить потери. В данном случае уменьшить кинетическую энергию второго груза при ударе о пол. И не только. Нужно передать эту энергию первому грузу, совершающему полезную работу.

2. В системе (в модели 1) свободны два тела блок и нить.

Модель 2. Меняем блок на диск с моментом инерции I.

Решение для модели 2.

Закон сохранения энергии:

$$m_2 g h_2 = m_1 g h_2 + \frac{m_2 v_2^2}{2} + \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{I \omega^2}{2}$$

Здесь последнее слагаемое - кинетическая энергия вращения диска, при этом $\omega = v/R$ (вращение без скольжения нити).

Аналогичные преобразования приводят к результату:

$$m_1 g \Delta h = m_1 \frac{v^2}{2} + I \frac{\omega^2}{2}$$

Нетрудно заметить, что в дополнительный подъём первого груза вносит вклад и энергия вращения блока. Это легко осуществляется, пока второй груз не достиг пола. После этого натяжение нити вторым грузом прекращается (сама нить

невесомая). Начинается проскальзывание и диск вращается «вхолостую», то есть не тратит энергию на подъём первого груза. Обратимся в информационную Базу данных в поисках подходящего механизма передачи энергии тел, совершающих вращательное движение телам с поступательным движением. Находим несколько предложений. Выбираем два:

1) цепная передача-диск с зубьями и соответствующая цепочка; 2) нить, с равномерно распределёнными и прочно закреплёнными шарообразными телами и диск с углублениями соответствующего размера по периметру. Выбираем второй вариант, чтобы оставить условие невесомой нити.

Полагая момент инерции блока $I =$

$m_3 R^2$, получим:

$$\Delta h = h_2 \frac{(m_2 - m_1)(m_1 + m_3)}{(m_2 + m_1 + m_3)m_1}$$

Для случая $m_3 = m_1, m_2 = 2m_1$, найдём:

$$\Delta h = \frac{1}{2} h_2$$

Высота первого груза от пола $h = h_2 + \Delta h = 45 \text{ см}$, больше, чем в первом случае. Соответственно увеличится к. п. д: $\eta = 75\%$

Применение системного метода при проведении практических занятий по решению физических (да и любых других) задач требует существенных затрат времени преподавателя на подготовку. Подбор заданий, моделей, комплектование информационной базы и др.

Объективными и неизбежными представляются и изменения в чтении лекционного курса физики. Всё большая часть теории будет уходить в «информационную базу». Одновременно появится возможность при характеристике Системы обозначить как главные, известные состояния и параметры так и качественно новые проявления и свойства.

Библиографический список

1. URL: <https://www.skoltech.ru/2015/02/prezentatsiya-knigi-o-pereosmyslenii-inzhenernogo-obrazovaniya/>
2. Высшее техническое образование как инструмент инновационного развития: программа и сборник докладов / Под ред. В.Г. Иванова, В.В. Кондратьева. – Казань: КНИТУ, 2011. С. 39
3. Прейгерман, М. Брук, Курс современной физики. (Новые подходы к объяснению картины мира). Ленанд.сop.2016,-119 с.,ISBN 978-5-9710-2005-9
4. Машников В.В., Шаповалов А.С., Скребцов Д.П. К практике реализации ФГОС-3 по физике в вузе. Вопросы прикладной физики. Вып.23.2016
5. Мэррион Дж. Физика и физический мир. М., МИР. 1975
6. Эллиот Л., Уилкокс У., Физика, М., НАУКА, 1975
7. Сахаров Д.И. Сборник задач по физике, Изд. «Просвещение». М., 1967г.
8. Старшов М.А. Новогодняя задачка //Физика – Первое сентября, 2014, №12. С.3.

PRACTICE OF A SYSTEMATIC APPROACH TO SOLVE A PHYSICAL PROBLEM

V.V. Mashnikov, L. M. Minkin, S. V. Skrebtsova

Saratjv State University,

Portland State USA

Joana Jabotinsky high school, Israel

The effectiveness of the classical and systematic approach to solving physical problems for the formation of engineering thinking is discussed. On the example of the study of a simple mechanical system, a comparative analysis of algorithms of students of different faculties

НОВЫЕ ЗАДАНИЯ К СТАРЫМ РАБОТАМ ФИЗИЧЕСКОГО ПРАКТИКУМА

М.А. Старшов

Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского

Старшов Михаил Александрович, зав. УИЛ кафедры компьютерной физики и метаматериалов

Описывается несколько практических приёмов модернизации лабораторных работ физической учебной лабораторияи, расширяющих их возможности.

Лабораторные работы физического практикума требуют постоянного изменения и модернизации, несмотря на трудности этого процесса. Один из наиболее доступных и полезных методов совершенствования лаборатории представляется добавлением новых практических заданий на уже действующих установках. Например, едва ли не все физические учебные лаборатории имеют установку по исследованию знаменитого мостика постоянного тока, мост Уитстона. Чаще всего на этом приборе измеряются величины электрического сопротивления проводников, как по одному, так и при включении последовательно и параллельно, вплоть до сложных многокомпонентных соединений резисторов.

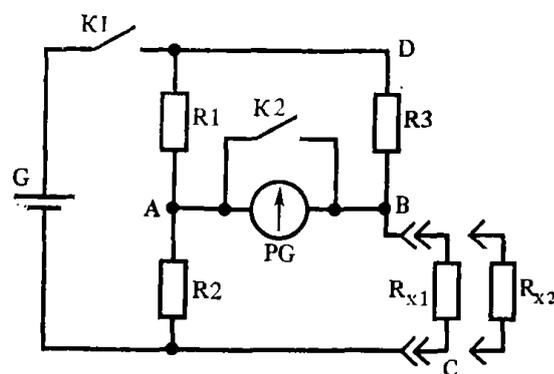
Но возможности установки существенно расширяются, если в качестве сопротивления взять обычную осветительную лампу накаливания любой мощности.

Это простое упражнение даёт в результате сопротивление спирали лампы около 80 Ом, если на колбе лампы читается величина её мощности 60 Вт при рабочем напряжении 220 В. Знакомый с элементарной физикой до закона Ома студент может заметить, что сила тока, протекающего через вольфрамовую нить накала этой лампы должен быть почти 3 ампера, а если он знаком и с законом Джоуля-Ленца, то он в уме может получить несколько удивительное значение мощности $P=IV \approx 3 \times 220$, почти на порядок больше паспортного значения для исследуемой лампы.

Возникает своего рода проблемная ситуация, а если после этого измерить силу тока лампы, включённой в нормальную сеть переменного тока с напряжением 220 В, и эта сила тока окажется равной примерно четверти ампера, как и положено для такой лампы. Обратив внимание на то, что при измерении сопротивления на мостике спираль лампы совершенно чёрная, а включённая в сеть ярко светится, студент вспоминает, что сопротивление металлических проводников зависит от температуры – для свечения спирали белым светом её температура должна быть

примерно две тысячи градусов, и это приводит к оценке температурного коэффициента металла $\alpha = 0,004 \text{ град}^{-1}$ в соответствии с законом линейной зависимости сопротивления проводника $R=R_0(1+\alpha t)$.

Для того же мостика Уитстона интересное



упражнение можно взять из пособия [1], где оценивается чувствительность этого прибора, схема которого имеет вид

Рисунок 1.

Между прочим, в описании этой работы авторы [1] делают неоправданную оговорку: отношение $R1/R2$ должно быть равно единице. Однако, если студент получил для выполнения работы два резистора, например, около $\frac{1}{2}R3$ и примерно $\frac{3}{4}R3$, он легко измерит их по одному. Но как только он соединит оба этих сопротивления, ему не удастся сбалансировать мост ни при каких значениях $R3$. И это одна из самых полезных ситуаций в работе с мостиком Уитстона. Когда-то большинство студентов-физиков сравнительно быстро находили решение, и в известное число раз изменяли одно из сопротивлений $R1$ или $R2$, догадываясь, какое именно лучше изменить.

В этом же разделе практикума «Электричество» почти повсеместно используется работа по сравнению измерительных приборов, амперметра и вольтметра с эталонными приборами. Эта простая работа легко выполняется студентами естественных факультетов, но для физиков она кажется слишком простой и даёт немного пользы в наш век сложных и умных измерительных устройств. Поэтому полезно

дополнить практическое задание измерением внутреннего сопротивления амперметра. Достаточно параллельно исследуемому амперметру подсоединить переменное сопротивление, а лучше калиброванный магазин, и подобрать его величину так, чтобы показания прибора уменьшились ровно вдвое. Тогда внутреннее сопротивление прибора равно, естественно, найденному сопротивлению магазина. Аналогично можно измерить и внутреннее сопротивление эталонного амперметра.

В разделе «Оптика» тоже есть такая простая работа по измерению фокусного расстояния линз. Обычно она не вызывает большого интереса и энтузиазма у студентов. Но при теоретическом отчёте неизменно возникают непреодолимые затруднения при построении изображения светящейся точки, находящейся на оптической оси линзы. Во многом это связано с отсутствием точного определения, что вообще называется изображением точки в геометрической оптике, и кажущейся простотой всего этого раздела физики.

Измерив одним из предложенных методом [2] фокусное расстояние собирающей линзы, продолжим рассмотрение лучей от светящейся точки, находящейся на оптической оси собирающей линзы. Если представить себе сферу с центром в светящейся точке, а радиус её равен расстоянию от точки до оптического центра линзы, что это получится, какой смысл имеет такая сфера? С точки зрения волновой оптики это поверхность, до которой одновременно доходит свет, «родившийся» в светящейся точке. Эта поверхность представляет собой волновой фронт, или поверхность постоянной фазы (об этом важнейшем понятии фазы надо бы говорить отдельно и в другом месте, многие оптики затрудняются сформулировать определение фазы колебания или волны, пользуясь им ежедневно).

Пройдя линзу, все лучи из этого участка волнового фронта пройдут через точку,

называемую изображением, только что нами построенную. Проведя циркулем дугу с центром в точке изображения и радиусом, равным расстоянию от изображения до оптического центра линзы, найдём след другой сферы – волнового фронта, созданного линзой из падающего светового пучка от источника, от светящейся точки

Таким образом, мы получили представление о преобразовании волнового фронта в случае собирающей линзы, когда предмет находится от линзы дальше фокуса её.

Если учащиеся в ходе лабораторной работы измеряют фокусное расстояние собирающей линзы, в отчёте вполне уместен рисунок в определённом масштабе, показывающий волновые фронты до и после линзы.

Более трудное задание может быть предложено самым большим любителям физики или может стать темой доклада на студенческой конференции, - это построение волновых фронтов для точки между линзой и её передним фокусом, а также для рассеивающей линзы или сферического зеркала.

В такой проектной работе учащийся осваивает построение хода лучей через оптический прибор в разных вариантах, для собирающей и рассеивающей линз, для зеркал – плоского, сферических, вогнутого и выпуклого, при различных расстояниях от предмета до оптической системы. Выбрав что-то самое интересное для себя, и о чём не говорится в учебнике, школьник оформляет не очень большой доклад или презентацию. Геометрическая оптика настолько красива, что каждый, кто хотя бы немного в ней самостоятельно поработает, естественно приобретает к ней интерес и любовь. Эта наука только ещё складывалась, а выдающийся мыслитель раннего средневековья Роджер Бэкон уже оценил её достоинства: *«Оптика – самая прекрасная из всех природных наук»*

Библиографический список

1. Лабораторный практикум по физике. Под ред. К.А. Барсукова и Ю.И. Уханова. М., – 1988. – 351 с.
2. Авдусь З.И., Архангельский М.М., Кошкин Н.И. и др. Практикум по общей физике. М., Просвещение. 1971. – 311 с.

NEW TASKS FOR OLD WORKS OF THE PHYSICAL PRACTICAL WORKSHOP

M.A. Starshov
Saratov State University

Some practical methods of modernization of the laboratory works of physical educational laboratory expanding their opportunities are described.

**ВЛИЯНИЕ КОРРЕЛЯЦИИ КВАДРАТУРНЫХ КОМПОНЕНТ
ШУМА ВНУТРЕННИХ ИСТОЧНИКОВ НА ФЛУКТУАЦИИ ФАЗЫ СИГНАЛА
МНОГОДИОДНОГО ГЕНЕРАТОРА СВЧ**

А.С. Шаповалов, Л.М. Минкин

Саратовский национальный исследовательский государственный университет
имени Н.Г. Чернышевского

Шаповалов Александр Степанович, д.ф.-м.н., профессор кафедры
компьютерной физики и метаматериалов

Portland State University, USA

Минкин Леонид Мусеевич, профессор

Определяется вклад корреляции квадратурных компонент шума активных элементов на уровень флуктуаций фазы сигнала многодиодного генератора СВЧ. Исследуется зависимость этой величины от стратегии настройки и особенностей электродинамической системы генератора.

Проблема флуктуаций сигнала многодиодного генератора – сумматора мощности представляет значительный теоретический и практический интерес [1-8]. В работе [8] определён спектр фазовых флуктуаций сигнала, обусловленных СВЧ шумами активных элементов. Однако в целях упрощения расчёта корреляцией квадратурных компонент собственных шумов диодов пренебрегалось. В то же время известно, что в режиме больших амплитуд колебаний мощных СВЧ диодов таких, как ЛПД, синфазная и ортогональная компоненты шума, как правило, коррелированы. Данная работа посвящена учёту влияния на спектр фазовых флуктуаций сигнала эффекта корреляции квадратурных компонент шума (ККШ).

В основу расчёта положено выражение для двухсторонней спектральной плотности флуктуаций частоты сигнала многодиодного генератора [9], эквивалентная схема которого методом редуцирования сведена к обобщённой эквивалентной схеме автоколебательной системы [10]. Указанное выражение содержит два слагаемых

$$S_{vhfN}(\Omega) = S_{vhfN}^{ind}(\Omega) + S_{vhfN}^{cor}(\Omega). \quad (1)$$

Здесь $S_{vhfN}(\Omega)$ - полная двухсторонняя спектральная плотность флуктуаций частоты, $S_{vhfN}^{ind}(\Omega)$ - независимая от корреляции ККШ компонента спектра, $S_{vhfN}^{cor}(\Omega)$ - зависящая от корреляции ККШ компонента спектра (корреляционная компонента спектра), Ω – круговая частота флуктуаций, индекс v означает, что спектральная плотность описывает флуктуации частоты, индексы hf означают высокочастотное происхождение флуктуаций, индексы ind означают независимость компоненты от корреляции ККШ, индексы cor означают зависимость компоненты от корреляции ККШ.

Как известно [8], на частотах флуктуаций, значительно превышающих ширину спектральной линии, флуктуации фазы условно можно считать стационарными. Предполагая в дальнейшем, что это условие выполняется, связь спектров фазовых и частотных флуктуаций можно записать так:

$$S_{\varphi}(\Omega) = \frac{1}{\Omega^2} S_v(\Omega). \quad (2)$$

Условие, указанное выше, следует учитывать при обсуждении границ применимости искомой спектральной плотности.

Согласно (1) и (2) полная двухсторонняя спектральная плотность флуктуаций фазы многодиодного генератора $S_{\varphi hfN}(\Omega)$ так же, как и $S_{vhfN}(\Omega)$, содержит две компоненты

$$S_{\varphi hfN}(\Omega) = S_{\varphi hfN}^{ind}(\Omega) + S_{\varphi hfN}^{cor}(\Omega), \quad (3)$$

где

$$S_{\varphi hfN}(\Omega) = \frac{1}{\Omega^2} S_{vhfN}(\Omega), \quad (4)$$

$$S_{\varphi hfN}^{ind}(\Omega) = \frac{1}{\Omega^2} S_{vhfN}^{ind}(\Omega), \quad (5)$$

$$S_{\varphi hfN}^{cor}(\Omega) = \frac{1}{\Omega^2} S_{vhfN}^{cor}(\Omega), \quad (6)$$

$S_{\varphi hfN}^{ind}(\Omega)$ - независимая от корреляции ККШ компонента спектра фазовых флуктуаций, $S_{\varphi hfN}^{cor}(\Omega)$ - зависящая от корреляции ККШ компонента спектра фазовых флуктуаций (корреляционная компонента). Расчет независимой компоненты $S_{\varphi hfN}^{ind}(\Omega)$ проведён в [8] и в данной работе не обсуждается. Цель данной работы – определение и анализ корреляционной компоненты $S_{\varphi hfN}^{cor}(\Omega)$.

Корректное сравнение уровней фазовых флуктуаций в однодиодном и многодиодном генераторах предполагает, что процесс увеличения числа диодов сопровождается соответствующей подстройкой генератора, которая обеспечивает неизменность нагрузки, приведенной к клеммам каждого диода. Первым способом такой подстройки условно будем считать изменение коэффициента трансформации идеального трансформатора, связывающего суммирующий резонатор с сопротивлением нагрузки (подстройку

нагрузки) [9]. В качестве второго способа подстройки примем изменение коэффициентов трансформации всех идеальных трансформаторов связи суммирующего резонатора с диодными модулями (подстройку диодных модулей). Диодные модули будем полагать идентичными. Соответствующие выражения, определяющие изменение параметров эквивалентной схемы генератора при различных способах настройки, приведены в [9].

Очевидно, что результаты расчёта зависят от стратегии настройки генератора при увеличении числа диодов

Получим выражение для корреляционной компоненты спектра $S_{\phi hfN}^{cor}(\Omega)$ фазовых флуктуаций сигнала многодиодного генератора при первом способе его настройки (подстройка нагрузки). Для этого воспользуемся равенством (6) и выражением для корреляционной компоненты спектра флуктуаций частоты при указанном способе настройки, полученным в работе [9]

$$S_{vhfN}^{cor}(\Omega) = \frac{N}{(q_{\phi} + N)^2} \frac{S_{uk1}(\Omega)}{I_1^2(X_1')^2} \frac{2q_N \Omega}{p_N^2 + \Omega^2}, \quad (7)$$

где

$$p_N = p_1 a, \quad (8)$$

$$q_N = q_1 a, \quad (9)$$

$$a = \frac{N(q_{\phi} + 1)}{q_{\phi} + N}. \quad (10)$$

В этих и последующих выражениях: N – число диодов генератора; индексы 1 и N у символов означают, что они относятся соответственно к однодиодному и N -диодному генератору; $q_{\phi} = X_p' / X_1'$ – параметр фиксирующей способности контура, равный отношению фиксирующей способности суммирующего резонатора X_p' к пересчитанной в контур суммирующего резонатора фиксирующей способности диодного модуля в однодиодном генераторе X_1' [8,9]; штрих над символами обозначает производную по частоте; X_p – мнимая часть импеданса суммирующего резонатора; X_1 – мнимая часть импеданса диодного модуля, включающая и реактивность диода, и пересчитанная в контур суммирующего резонатора; I_1 – амплитуда СВЧ тока в контуре суммирующего резонатора однодиодного генератора; $S_{uk1}(\Omega)$ – пересчитанная в контур суммирующего резонатора мнимая часть $S_u(\omega - \Omega) - S_u(\omega + \Omega)$ взаимной спектральной плотности квадратурных компонент напряжения собственных шумов диода; $S_u(\omega)$ – спектральная плотность напряжения собственных шумов диода; a – коэффициент трансформации прочности предельного цикла и неизохронности

генератора при переходе от однодиодной к многодиодной системе; p_N и q_N – соответственно прочность предельного цикла и неизохронность многодиодного генератора; p_1 и q_1 – соответственно прочность предельного цикла и неизохронность однодиодного генератора. Соответствующие выражения, связывающие p_1 и q_1 с импедансными характеристиками диодов, приведены в [9].

Используя выражения (6) и (7), корреляционную компоненту спектральной плотности флуктуаций фазы сигнала многодиодного сумматора мощности можно записать так:

$$S_{\phi hfN}^{cor}(\Omega) = \frac{N}{(q_{\phi} + N)^2} \frac{S_{uk1}(\Omega)}{I_1^2(X_1')^2} \frac{2q_N}{\Omega(p_N^2 + \Omega^2)}. \quad (11)$$

При $N=1$ из этого равенства следует выражение для корреляционной компоненты спектра флуктуаций фазы сигнала однодиодного генератора

$$S_{\phi hf1}^{cor}(\Omega) = \frac{1}{(q_{\phi} + 1)^2} \frac{S_{uk1}(\Omega)}{I_1^2(X_1')^2} \frac{2q_1}{\Omega(p_1^2 + \Omega^2)}. \quad (12)$$

Сравнение спектров флуктуаций многодиодного и однодиодного генераторов непосредственно с помощью выражений (11) и (12) не совсем удобно. Поэтому введём в рассмотрение коэффициент $G_{\phi hfN}^{cor}(\Omega)$

коллективной трансформации корреляционной компоненты спектра фазовых флуктуаций, под которым будем понимать отношение указанной компоненты для многодиодного и однодиодного генераторов

$$G_{\phi hfN}^{cor}(\Omega) = \frac{S_{\phi hfN}^{cor}(\Omega)}{S_{\phi hf1}^{cor}(\Omega)}. \quad (13)$$

Согласно выражениям (11), (12) и (13) при первом способе настройки генератора коэффициент трансформации равен

$$G_{\phi hfN}^{cor}(\Omega) = \frac{Na(q_{\phi} + 1)^2}{(q_{\phi} + N)^2} \frac{(p_1^2 + \Omega^2)}{(a^2 p_1^2 + \Omega^2)}. \quad (14)$$

В общем случае коэффициент трансформации зависит от числа диодов, частоты флуктуаций, прочности предельного цикла, параметра фиксирующей способности контура, и его подробный анализ представляет достаточно сложную задачу. Поэтому ограничимся обсуждением наиболее важных частных случаев.

Рассмотрим зависимость коэффициента коллективной трансформации от особенностей электродинамической системы генератора, которые определяют параметр фиксирующей способности q_{ϕ} колебательного контура.

Если электродинамическая система такова, что параметр фиксирующей способности контура мал и $q_{\phi} \ll 1$, то $a \approx 1$, и

$$G_{\phi hfN}^{cor}(\Omega) \approx \frac{1}{N}. \quad (15)$$

На всех частотах флуктуаций корреляционная компонента спектра фазовых флуктуаций в многодиодном генераторе в N ниже, чем в однодиодном.

Если параметр фиксирующей способности контура велик и $q_\phi \gg N$, то $a \approx N$, и

$$G_{\phi hfN}^{cor}(\Omega) = N^2 \frac{p_1^2 + \Omega^2}{N^2 p_1^2 + \Omega^2}. \quad (16)$$

В этом случае на низких частотах флуктуаций, когда $\Omega^2 \ll p_1^2$, коэффициент коллективной трансформации равен 1. Корреляционные компоненты спектров фазовых флуктуаций в многодиодном и однодиодном генераторах равны. На высоких частотах флуктуаций, когда $\Omega^2 \gg N^2 p_1^2$, коэффициент коллективной трансформации равен N^2 . Корреляционная компонента спектра фазовых флуктуаций в многодиодном генераторе в N^2 раз выше, чем в однодиодном. Таким образом, с увеличением частоты Ω коэффициент трансформации возрастает в пределах от 1 до N^2 .

Теперь обратимся к рассмотрению корреляционной компоненты спектра $S_{\phi hfN}^{cor}(\Omega)$ фазовых флуктуаций сигнала многодиодного генератора при втором способе его настройки (при подстройке диодных модулей). Воспользуемся выражением для корреляционной компоненты $S_{vhfN}^{cor}(\Omega)$ спектра флуктуаций частоты при

указанного способа настройки, полученным в работе [9],

$$S_{vhfN}^{cor}(\Omega) = \frac{1}{N} \frac{S_{ukl}(\Omega)}{I_1^2 (q_\phi + 1)^2 (X_1')^2} \frac{2q_1 \Omega}{p_1^2 + \Omega^2}. \quad (17)$$

Используя соотношения (2) и (17), выражение для $S_{\phi hfN}^{cor}(\Omega)$ можно представить таким образом:

$$S_{\phi hfN}^{cor}(\Omega) = \frac{1}{N} \frac{S_{ukl}(\Omega)}{I_1^2 (q_\phi + 1)^2 (X_1')^2} \frac{2q_1}{\Omega (p_1^2 + \Omega^2)}$$

Учитывая, что при $N=1$ это соотношение описывает корреляционную компоненту спектра фазовых флуктуаций сигнала однодиодного генератора нетрудно видеть, что при втором способе настройки связь корреляционных компонент многодиодного и однодиодного генераторов имеет вид (15). Уровень корреляционной компоненты спектра фазовых флуктуаций в многодиодном генераторе в N ниже, чем в однодиодном.

Полученные данные необходимо учитывать при исследовании флуктуационных процессов в многодиодных автоколебательных системах

В заключение отметим, что решение поставленной задачи стало возможным благодаря эффективности метода статистического моделирования, позволившего обосновать и использовать связь спектров фазовых и частотных флуктуаций. Ранее этот метод успешно применялся при решении широкого круга подобных проблем [11-20], что свидетельствует о важности проблемы выбора оптимальной методики исследования.

Библиографический список

1. Абрамов С.М., Гершензон Е.М., Левитес А.А., Плохова Л.А. Особенности работы многодиодного СВЧ-генератора в автономном режиме и режиме внешней синхронизации // Радиотехника и электроника. – 1988. – Т. 33, № 1. – С. 103-113.
2. Шаповалов А.С. Спектры флуктуаций сигнала многодиодного генератора СВЧ // Гетеромагнитная микроэлектроника. 2017. – Вып. 22. – С. 16-26.
3. Кудряшов С.А., Шаповалов А.С. Анализ энергетических и шумовых характеристик многодиодных СВЧ-генераторов при различных способах настройки // Электронная техника. Сер. 1. СВЧ-техника. – 1997. – В. 2. – С. 28-31.
4. Кудряшов С.А., Шаповалов А.С., Шаповалов С.А. Исследование многодиодных СВЧ генераторов с суммированием мощности в общем резонаторе // Вопросы прикладной физики. Межвуз. науч. сб. Саратов. Изд-во СГУ. – 1997. – В. 3. – С. 47-70.
5. Никитин А.А., Шаповалов А.С. Экспериментальное исследование многодиодных генераторов на многоструктурных ЛПД // Электронная техника. Сер. 1. СВЧ-техника. – 1999. – В. 2. – С. 7-9.
6. Кудряшов С.А., Шаповалов А.С. Способ улучшения шумовых характеристик диодных СВЧ-генераторов, содержащих линию передачи // Электронная техника. Сер. 1. СВЧ-техника. – 1997. – В. 1. – С. 32-33.
7. Шаповалов А.С., Никитин А.А., Кудряшов С.А. Многодиодный СВЧ-генератор с электрической перестройкой частоты // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. – 1991. – В. 10. – С. 19-21.
8. Шаповалов А.С., Машников В.В., Минкин Л.М. Флуктуации фазы сигнала многодиодного генератора СВЧ // Вопросы прикладной физики. Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2017. – В. 24. – С. 27-29.
9. Шаповалов А.С., Кудряшов С.А., Шаповалова И.А. Влияние корреляции квадратурных компонент шума внутренних источников на спектр флуктуаций частоты сигнала многодиодного генератора СВЧ // Вопросы прикладной физики. Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2008. – В. 15. – С. 40-43.
10. Шаповалов А.С. Исследование влияния сверхвысокочастотных и низкочастотных источников флуктуаций на шумовые параметры твердотельного генератора // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 1989. – В. 2. – С. 3-19.

11. Шаповалов А.С., Денисов Ю.И. Статистический механизм возникновения аномальных дробовых шумов в потоках носителей заряда // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1985. – Т. 28, № 5. – С. 88.
12. Инкин М.Г., Мироненко К.В., Шаповалов А.С. Многоуровневая дискретная модель неоднородного эмиттера и максимальный уровень аномального дробового шума // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2016. – В. 23. – С. 39-41.
13. Инкин М.Г., Мироненко К.В., Шаповалов А.С. Частотные характеристики аномального дробового шума для многоуровневой дискретной модели неоднородного эмиттера // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2016. – В. 23. – С. 42-44.
14. Мироненко К.В., Инкин М.Г., Минкин Л.М., Шаповалов А.С. Энергетические характеристики аномального дробового шума для трёхуровневой симметричной модели неоднородного эмиттера. // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2015. – В. 22. – С. 52-53.
15. Инкин М.Г., Мироненко К.В., Минкин Л.М., Шаповалов А.С. Частотные характеристики аномального дробового шума для трёхуровневой симметричной модели неоднородного эмиттера. // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2015. – В. 22. – С. 48-51.
16. Голубенцев А.Ф., Шаповалов А.С. К вопросу о спектральной плотности флуктуаций тока эмиссии термокатода // Изв. вузов. Радиофизика. – 1974. – Т. 17, № 12. – С. 1885-1890.
17. Шаповалов А.С. Корреляция и взаимный спектр флуктуаций электронного пучка на неоднородном эмиттере. // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 1997. – В. 3. – С. 9-19.
18. Minkin L., Shapovalov A.S. Indoor Radon Entry: 30 Years Later. // Iranian Journal of Radiation Research. – Summer 2008. – V. 6, № 1. P. 159-164.
19. Minkin L.M., Shapovalov A.S. Thermo-diffusional radon waves in soils // Science of the Total Environment / Volume 565, 15 september 2016, Pages 1-7.
20. Minkin L., Shapovalov A.S. Heat of Transport of Air in Clay. // Radiation Protection Dosimetry. - 2007.- V. 123, № 2, - P. 221-225.

THE INFLUENCE OF THE CORRELATION OF QUADRATURE NOISE COMPONENTS OF THE INTERNAL SOURCES TO THE FLUCTUATION OF SIGNAL PHASE OF THE MULTIDIODE UHF GENERATOR

¹A.S. Shapovalov, ²L.M. Minkin

¹Saratov State University

²Portland State University, USA

The contribution of the correlation of the quadrature noise components of active elements to the level of phase fluctuations of the multidiode microwave generator signal is determined. The dependence of this magnitude on the tuning strategy and the features of the electrodynamic system of the generator is investigated.

УДК 621.373.522

ВЛИЯНИЕ КОРРЕЛЯЦИИ КВАДРАТУРНЫХ КОМПОНЕНТ ШУМА ВНУТРЕННИХ ИСТОЧНИКОВ НА ВЗАИМНЫЙ СПЕКТР АМПЛИТУДНО-ФАЗОВЫХ ФЛУКТУАЦИЙ СИГНАЛА МНОГОДИОДНОГО ГЕНЕРАТОРА СВЧ

А.С. Шаповалов, Л.М. Минкин, С.А. Шаповалов

Саратовский национальный исследовательский государственный университет

Шаповалов Александр Степанович, д.ф.-м.н., профессор кафедры компьютерной физики и метаматериалов

Портландский государственный университет, США

Минкин Леонид Моисеевич, профессор

КРЭТ, АО «АП Восход», г. Москва

Шаповалов Степан Александрович, начальник группы ОВК

Вычисляется вклад корреляции квадратурных компонент шума активных элементов в уровень взаимной спектральной плотности амплитудно-фазовых флуктуаций сигнала многодиодного генератора СВЧ. Исследуется зависимость этой величины от стратегии настройки, особенностей электродинамической системы и числа диодов генератора.

Одной из важных шумовых характеристик автоколебательной системы является взаимная спектральная плотность амплитудно-фазовых флуктуаций генерируемого сигнала. Для многодиодных генераторов СВЧ – сумматоров мощности - эта характеристика до последнего времени оставалась не изученной в полной мере [1-6]. Расчет взаимного спектра амплитудно-фазовых флуктуаций сигнала такого генератора, проведенный в работе [7], не учитывает

корреляцию квадратурных компонент собственных шумов диодов. Однако в режимах большого сигнала указанная корреляция, как правило, существует [8]. В данной работе исследуется взаимный спектр амплитудно-фазовых флуктуаций сигнала многодиодного генератора с учетом корреляции квадратурных компонент шума (ККШ) внутренних источников.

В основу исследования положим результаты расчета взаимного спектра амплитудно-частотных

флуктуаций, выполненного для обобщенной схемы генераторов СВЧ на твердотельных диодах [9] и конечные данные вычисления указанного спектра для многодиодного генератора [8], эквивалентная схема которого методами редукции сводится к обобщенной схеме.

$$S_{\alpha vhf}(\Omega) = S_{\alpha vhf}^{ind}(\Omega) + \operatorname{Re} S_{\alpha vhf}^{cor}(\Omega) + j \operatorname{Im} S_{\alpha vhf}^{cor}(\Omega), \quad (1)$$

где $j = \sqrt{-1}$, $S_{\alpha vhf}(\Omega)$ - полная взаимная спектральная плотность амплитудно-частотных флуктуаций генерируемого сигнала; $S_{\alpha vhf}^{ind}(\Omega)$ - независимая от корреляции ККШ составляющая взаимного амплитудно-частотного спектра и определяемая собственными спектрами ККШ (имеет вещественный характер); $S_{\alpha vhf}^{cor}(\Omega)$ - вклад корреляции ККШ в полную взаимную спектральную плотность амплитудно-частотных флуктуаций генерируемого сигнала (имеет комплексный характер); Ω - круговая частота флуктуаций, индексы hf означают высокочастотное происхождение флуктуаций, индексы ind означают независимость от корреляции ККШ, индексы cor означают зависимость от корреляции ККШ; $\operatorname{Re} S_{\alpha vhf}^{cor}(\Omega)$ - вклад, вызванный корреляцией ККШ, в

$$S_{\alpha\phi hf}(\Omega) = \frac{j}{\Omega} S_{\alpha vhf}^{ind}(\Omega) + \frac{j}{\Omega} \operatorname{Re} S_{\alpha vhf}^{cor}(\Omega) - \frac{1}{\Omega} \operatorname{Im} S_{\alpha vhf}^{cor}(\Omega). \quad (3)$$

Согласно выражению (2) и физическому смыслу отдельные слагаемые в правой части выражения (3) обозначим следующим образом:

$$\frac{j}{\Omega} S_{\alpha vhf}^{ind}(\Omega) = S_{\alpha\phi hf}^{ind}(\Omega), \quad (4)$$

$$\frac{j}{\Omega} \operatorname{Re} S_{\alpha vhf}^{cor}(\Omega) = j \operatorname{Im} S_{\alpha\phi hf}^{cor}(\Omega), \quad (5)$$

$$-\frac{1}{\Omega} \operatorname{Im} S_{\alpha vhf}^{cor}(\Omega) = \operatorname{Re} S_{\alpha\phi hf}^{cor}(\Omega). \quad (6)$$

Тогда равенство (3) примет вид

$$S_{\alpha\phi hf}(\Omega) = S_{\alpha\phi hf}^{ind}(\Omega) + j \operatorname{Im} S_{\alpha\phi hf}^{cor}(\Omega) + \operatorname{Re} S_{\alpha\phi hf}^{cor}(\Omega). \quad (7)$$

Как следует из (7), корреляция ККШ вносит вклад и в вещественную, и в мнимую части полного взаимного амплитудно-фазового спектра сигнала.

При этом величина $\operatorname{Re} S_{\alpha\phi hf}^{cor}(\Omega)$ представляет собой вклад корреляции ККШ в действительную часть полного взаимного амплитудно-фазового спектра, а величина $\operatorname{Im} S_{\alpha\phi hf}^{cor}(\Omega)$ - вклад корреляции ККШ в его мнимую часть.

Соотношение (4) ранее [7] было использовано для определения взаимного спектра амплитудно-фазовых флуктуаций сигнала в отсутствие корреляции ККШ. В обозначениях данной работы это не зависящая от корреляции ККШ

В общем случае взаимная спектральная плотность флуктуаций амплитуды $\alpha(t)$ и флуктуаций $v(t)$ круговой частоты сигнала многодиодного генератора носит комплексный характер и имеет следующую структуру [8]:

действительную часть полного взаимного амплитудно-частотного спектра $S_{\alpha vhf}(\Omega)$; $\operatorname{Im} S_{\alpha vhf}^{cor}(\Omega)$ - вклад, вызванный корреляцией ККШ, в мнимую часть полного взаимного амплитудно-частотного спектра $S_{\alpha vhf}(\Omega)$.

При определенных условиях, которые обсуждались ранее [7], связь взаимных спектров амплитудно-частотных $S_{\alpha v}(\Omega)$ и амплитудно-фазовых $S_{\alpha\phi}(\Omega)$ флуктуаций имеет вид

$$S_{\alpha\phi}(\Omega) = \frac{j}{\Omega} S_{\alpha v}(\Omega), \quad (2)$$

где $\phi(t)$ - флуктуации фазы.

Воспользовавшись соотношением (2), полную взаимную спектральную плотность амплитудно-фазовых флуктуаций генерируемого сигнала $S_{\alpha\phi hf}(\Omega)$ можно записать так:

составляющая $S_{\alpha\phi hf}^{ind}(\Omega)$ действительной части взаимного спектра. Её обсуждение в дальнейшем проводиться не будет, так как оно уже сделано в работе [7].

Соотношения (5) и (6) следует использовать для определения составляющих $\operatorname{Re} S_{\alpha\phi hf}^{cor}(\Omega)$ и $\operatorname{Im} S_{\alpha\phi hf}^{cor}(\Omega)$ взаимного спектра, обусловленных именно корреляцией ККШ, то есть корреляционных составляющих.

Как было установлено [10], взаимный спектр амплитудно-фазовых флуктуаций сигнала многодиодного генератора зависит от стратегии его настройки в процессе увеличения числа диодов. Очевидно, что корректное сравнение спектров флуктуаций сигналов многодиодного и однодиодного генераторов предполагает, что настройка генератора при изменении количества диодов производится так, чтобы амплитуда СВЧ колебаний на каждом диоде не зависела от их числа, то есть нагрузка, приведенная к клеммам каждого диода, оставалась неизменной. Этого можно добиться двумя различными способами. Первый способ заключается в изменении связи суммирующего резонатора с нагрузкой (подстройка нагрузки). Второй способ - изменение связи каждого диодного модуля с суммирующим резонатором (подстройка диодных модулей). В дальнейшем диодные модули будем считать

идентичными, источники их шумовых напряжений – не коррелированными между собой, а трансформаторы связи – идеальными, Метод редуцирования эквивалентной схемы генератора, способы настройки и формулы пересчёта параметров диодных модулей в контур суммирующего резонатора приведены в работе [10].

Определим корреляционные составляющие взаимного амплитудно-фазового спектра сигнала многодиодного генератора при первом способе его настройки. С этой целью воспользуемся полученными в [8] выражениями для корреляционных составляющих взаимного амплитудно-частотного спектра сигнала подобного генератора

$$\text{Re } S_{\alpha v h f}^{cor}(\Omega) = -\frac{N}{(q_{\phi} + N)^2} \frac{S_{u\kappa 1}(\Omega)}{I_1^2(X_1')^2} \frac{\Omega}{a^2 p_1^2 + \Omega^2}, \quad (8)$$

$$\text{Im } S_{\alpha v h f}^{cor}(\Omega) = \frac{N^2(q_{\phi} + 1)}{(q_{\phi} + N)^3} \frac{S_{u\kappa 1}(\Omega)}{I_1^2(X_1')^2} \frac{p_1}{a^2 p_1^2 + \Omega^2}, \quad (9)$$

где

$$a = \frac{N(q_{\phi} + 1)}{q_{\phi} + N}.$$

В этих выражениях: N – число диодов; a – коэффициент трансформации прочности предельного цикла и неизохронности генератора при переходе от однодиодной к многодиодной системе; индексы 1 и N у символов означают, что

$$\text{Re } S_{\alpha \phi h f N}^{cor}(\Omega) = -\frac{N^2(q_{\phi} + 1)}{(q_{\phi} + N)^3} \frac{S_{u\kappa 1}(\Omega)}{I_1^2(X_1')^2} \frac{p_1}{\Omega(a^2 p_1^2 + \Omega^2)}, \quad (10)$$

$$\text{Im } S_{\alpha \phi h f N}^{cor}(\Omega) = -\frac{N}{(q_{\phi} + N)^2} \frac{S_{u\kappa 1}(\Omega)}{I_1^2(X_1')^2} \frac{1}{a^2 p_1^2 + \Omega^2}. \quad (11)$$

При $N=1$ выражения (10),(11) описывают корреляционные составляющие взаимного амплитудно-фазового спектра сигнала однодиодного генератора. Таким образом на их основе можно провести сравнение указанных составляющих для одно- и многодиодного генераторов. В общем случае их соотношение зависит от числа диодов, частоты флукутаций, прочности предельного цикла, параметра фиксирующей способности контура, и его анализ затруднителен. Поэтому ограничимся обсуждением отдельных предельных случаев.

Предположим, что параметр фиксирующей способности контура достаточно мал и $q_{\phi} \ll 1$. Тогда $a \approx 1$, и из выражений (10),(11) следует, что

$$\text{Re } S_{\alpha \phi h f N}^{cor}(\Omega) = \frac{1}{N} \text{Re } S_{\alpha \phi h f 1}^{cor}(\Omega), \quad (12)$$

$$\text{Im } S_{\alpha \phi h f N}^{cor}(\Omega) = \frac{1}{N} \text{Im } S_{\alpha \phi h f 1}^{cor}(\Omega). \quad (13)$$

На всех частотах флукутаций вклад корреляции ККШ во взаимный амплитудно-фазовый спектр сигнала многодиодного генератора в N раз меньше аналогичной величины для однодиодной системы. Выражения (12),(13), очевидно, можно

они относятся соответственно к однодиодному и N -диодному генератору; $q_{\phi} = X_p' / X_1'$ – параметр фиксирующей способности контура, равный отношению фиксирующей способности суммирующего резонатора X_p' к пересчитанной в контур суммирующего резонатора (внесенной) фиксирующей способности диодного модуля X_1' в однодиодном генераторе; штрих над символами обозначает производную по частоте; $S_{u\kappa 1}(\Omega)$ – пересчитанная в контур суммирующего резонатора мнимая часть $S_u(\omega - \Omega) - S_u(\omega + \Omega)$ взаимной спектральной плотности квадратурных компонент напряжения собственных шумов диода; $S_u(\omega)$ – спектральная плотность напряжения собственных шумов диода; I_1 – амплитуда СВЧ тока в контуре суммирующего резонатора однодиодного генератора; p_1 – прочность предельного цикла однодиодного генератора [8]; формулы связи p_1 с импедансными характеристиками диодов приведены в [8].

Подстановка (8) и (9) в (5) и (6) приводит к следующим выражениям для корреляционных составляющих взаимного амплитудно-фазового спектра сигнала многодиодного генератора при первом способе его настройки

рассматривать как формулы преобразования корреляционных составляющих действительной и мнимой части взаимного спектра при переходе от однодиодной системы к многодиодной. В данном случае они имеют одинаковый вид. В других частных случаях они могут отличаться. Для иллюстрации этого обстоятельства в дальнейшем указанные формулы преобразования действительных и мнимых частей взаимного спектра будем приводить одновременно.

Рассмотрим следующий частный случай. Предположим, что параметр фиксирующей способности контура достаточно велик и $q_{\phi} \gg N$. Тогда $a \approx N$, и из выражений (10),(11) следуют, что

$$\text{Re } S_{\alpha \phi h f N}^{cor}(\Omega) = -\frac{N^2}{q_{\phi}^2} \frac{S_{u\kappa 1}(\Omega)}{I_1^2(X_1')^2} \frac{p_1}{\Omega(N^2 p_1^2 + \Omega^2)}, \quad (14)$$

$$\text{Im } S_{\alpha \phi h f N}^{cor}(\Omega) = -\frac{N}{q_{\phi}^2} \frac{S_{u\kappa 1}(\Omega)}{I_1^2(X_1')^2} \frac{1}{N^2 p_1^2 + \Omega^2}. \quad (15)$$

Соотношение вкладов корреляции ККШ во взаимный амплитудно-фазовый спектр сигнала многодиодного и однодиодного генераторов зависит от частоты флукутаций Ω .

Если неравенство $q_\phi \gg N$ выполняется, а частота Ω настолько мала, что $\Omega \ll Np_1$, то из (14) и (15) следует

$$\operatorname{Re} S_{\alpha\phi hfN}^{cor}(\Omega) = \operatorname{Re} S_{\alpha\phi hf1}^{cor}(\Omega), \quad (16)$$

$$\operatorname{Im} S_{\alpha\phi hfN}^{cor}(\Omega) = \frac{1}{N} \operatorname{Im} S_{\alpha\phi hf1}^{cor}(\Omega). \quad (17)$$

Формулы преобразования действительной и мнимой частей корреляционной составляющей взаимного спектра имеют разный вид. Вклады корреляции ККШ в действительную часть взаимного спектра сигнала многодиодного и однодиодного генераторов равны. Вклад корреляции ККШ в мнимую часть взаимного спектра флуктуаций сигнала многодиодного генератора в N ниже, чем в однодиодном генераторе.

Если же при выполнении неравенства $q_\phi \gg N$ частота флуктуаций Ω настолько велика, что $\Omega \gg Np_1$, то из (14) и (15) вытекают соотношения

$$\operatorname{Re} S_{\alpha\phi hfN}^{cor}(\Omega) = N^2 \operatorname{Re} S_{\alpha\phi hf1}^{cor}(\Omega), \quad (18)$$

$$\operatorname{Im} S_{\alpha\phi hfN}^{cor}(\Omega) = N \operatorname{Im} S_{\alpha\phi hf1}^{cor}(\Omega). \quad (19)$$

Вклад корреляционного эффекта в действительную часть взаимного спектра в многодиодном генераторе в N^2 раз выше, чем в однодиодной системе. Вклад корреляционного эффекта в мнимую часть взаимного спектра в многодиодном генераторе в N раз выше, чем в однодиодном.

Все рассмотренные случаи отвечают первому способу настройки многодиодного генератора. Теперь перейдём к определению корреляционных составляющих взаимного спектра амплитудно-фазовых флуктуаций при втором способе настройки, то есть при подстройке диодных модулей.

Если настройка генератора в процессе увеличения числа диодов осуществляется изменением связи диодных модулей с суммирующим резонатором, то, как показано в [8], действительную и мнимую части корреляционных составляющих взаимного спектра амплитудно-частотных флуктуаций сигнала многодиодного генератора можно записать так:

$$\operatorname{Re} S_{\alpha\phi hfN}^{cor}(\Omega) = -\frac{1}{N(q_\phi + 1)^2} \frac{S_{uk1}(\Omega)}{I_1^2(X_1')^2} \frac{\Omega}{p_1^2 + \Omega^2}, \quad (20)$$

$$\operatorname{Im} S_{\alpha\phi hfN}^{cor}(\Omega) = -\frac{1}{N(q_\phi + 1)^2} \frac{S_{uk1}(\Omega)}{I_1^2(X_1')^2} \frac{p_1}{p_1^2 + \Omega^2}. \quad (21)$$

Подстановка этих выражений в соотношения (5) и (6) приводит к следующему виду действительной и мнимой части корреляционной составляющей взаимного спектра амплитудно-фазовых флуктуаций сигнала многодиодного генератора

$$\operatorname{Re} S_{\alpha\phi hfN}^{cor}(\Omega) = \frac{1}{N(q_\phi + 1)^2} \frac{S_{uk1}(\Omega)}{I_1^2(X_1')^2} \frac{p_1}{\Omega(p_1^2 + \Omega^2)}, \quad (22)$$

$$\operatorname{Im} S_{\alpha\phi hfN}^{cor}(\Omega) = -\frac{1}{N(q_\phi + 1)^2} \frac{S_{uk1}(\Omega)}{I_1^2(X_1')^2} \frac{1}{(p_1^2 + \Omega^2)}. \quad (23)$$

Учитывая, что при $N=1$, эти выражения описывают соответствующие величины для однодиодного генератора, нетрудно видеть, что формулы преобразования действительных и мнимых частей корреляционных составляющих взаимного спектра флуктуаций сигнала многодиодного и однодиодного генераторов имеют одинаковый вид

$$\operatorname{Re} S_{\alpha\phi hfN}^{cor}(\Omega) = \frac{1}{N} \operatorname{Re} S_{\alpha\phi hf1}^{cor}(\Omega), \quad (24)$$

$$\operatorname{Im} S_{\alpha\phi hfN}^{cor}(\Omega) = \frac{1}{N} \operatorname{Im} S_{\alpha\phi hf1}^{cor}(\Omega). \quad (25)$$

При втором способе настройки на любой частоте флуктуаций вклад корреляции ККШ во взаимный амплитудно-фазовый спектр сигнала многодиодного генератора в N раз меньше аналогичной величины для однодиодной системы. Формулы преобразования взаимных спектров оказываются такими же, как и при первом способе настройки при условии, что $q_\phi \ll 1$.

Таким образом, в зависимости от стратегии настройки и особенностей электродинамической системы многодиодного генератора вклад корреляции ККШ в уровень взаимного спектра амплитудно-фазовых флуктуаций может быть и выше, и ниже, чем в однодиодном генераторе. Это обстоятельство необходимо принимать во внимание при разработке подобных генераторов и объяснении результатов экспериментов.

В заключение отметим, что постановка задачи данного исследования преследовала две цели. Одна из них чисто научная. Вторая цель – учебно-методическая. Опыт педагогической деятельности показывает, что проведение столь детального и подробного анализа структуры взаимного спектра амплитудно-фазовых флуктуаций сигнала так же, как и подобные исследования в других направлениях физики [11-20], стимулирует участие в них студенческой молодёжи и способствует развитию у неё навыков, необходимых для плодотворной практической деятельности в будущем.

Библиографический список

1. Шаповалов А.С. Спектры флуктуаций сигнала многодиодного генератора СВЧ // Гетеромагнитная микроэлектроника. 2017. – Вып. 22. – С. 16-26.
2. Кудряшов С.А., Шаповалов А.С. Анализ энергетических и шумовых характеристик многодиодных СВЧ-генераторов при различных способах настройки // Электронная техника. Сер. 1. СВЧ-техника. - 1997. - В. 2. - С. 28-31.
3. Кудряшов С.А., Шаповалов А.С., Шаповалов С.А. Исследование многодиодных СВЧ генераторов с суммированием мощности в общем резонаторе // Вопросы прикладной физики. Межвуз. науч. сб. Саратов. Изд-во СГУ. – 1997. – В. 3. – С. 47-70.

4. Никитин А.А., Шаповалов А.С. Экспериментальное исследование многодиодных генераторов на многоструктурных ЛПД // Электронная техника. Сер. 1. СВЧ-техника. - 1999. - В. 2. - С. 7-9.
5. Кудряшов С.А., Шаповалов А.С. Способ улучшения шумовых характеристик диодных СВЧ-генераторов, содержащих линию передачи // Электронная техника. Сер. 1. СВЧ-техника. - 1997. - В. 1. - С. 32-33.
6. Шаповалов А.С., Никитин А.А., Кудряшов С.А. Многодиодный СВЧ-генератор с электрической перестройкой частоты // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. - 1991. - В. 10. - С. 19-21.
7. Шаповалов А.С., Минкин Л.М. Взаимный спектр флуктуаций амплитуды и фазы сигнала многодиодного генератора СВЧ // Вопросы прикладной физики. Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. - 2017. - В. 24. - С. 30-32.
8. Шаповалов А.С., Минкин Л.М., Шаповалов С.А. Влияние корреляции квадратурных компонент шума внутренних источников на взаимный спектр амплитудно-частотных флуктуаций сигнала многодиодного генератора СВЧ // Вопросы прикладной физики. Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. - 2008. - В. 15. - С. 37-40.
9. Шаповалов А.С. Исследование влияния сверхвысокочастотных и низкочастотных источников флуктуаций на шумовые параметры твёрдотельного генератора // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. - 1989. - В. 2. - С. 3-19.
10. Кудряшов С.А., Шаповалов А.С., Шаповалов С.А. Исследование многодиодных СВЧ генераторов с суммированием мощности в общем резонаторе // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. - 1997. - В. 3. - С. 67-70.
11. Minkin L. Shapovalov A.S. Indoor Radon Entry: 30 Years Later. // Iranian Journal of Radiation Research. - Summer 2008. - V. 6, № 1. P. 159-164.
12. Minkin L.M., Shapovalov A.S. Thermo-diffusional radon waves in soils // Science of the Total Environment / Volume 565, 15 september 2016, Pages 1-7.
13. Minkin L., Shapovalov A.S. Heat of Transport of Air in Clay. // Radiation Protection Dosimetry. - 2007.- V. 123, № 2, - P. 221-225.
14. Шаповалов А.С., Денисов Ю.И. Статистический механизм возникновения аномальных дробовых шумов в потоках носителей заряда // Изв. вузов. Радиоэлектроника. - 1985. - Т. 28, № 5. - С. 88.
15. Инкин М.Г., Мироненко К.В., Шаповалов А.С. Многоуровневая дискретная модель неоднородного эмиттера и максимальный уровень аномального дробового шума // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. - 2016. - В. 23. - С. 39-41.
16. Инкин М.Г., Мироненко К.В., Шаповалов А.С. Частотные характеристики аномального дробового шума для многоуровневой дискретной модели неоднородного эмиттера // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. - 2016. - В. 23. - С. 42-44.
17. Мироненко К.В., Инкин М.Г., Минкин Л.М., Шаповалов А.С. Энергетические характеристики аномального дробового шума для трёхуровневой симметричной модели неоднородного эмиттера. // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. - 2015. - В. 22. - С. 52-53.
18. Инкин М.Г., Мироненко К.В., Минкин Л.М., Шаповалов А.С. Частотные характеристики аномального дробового шума для трёхуровневой симметричной модели неоднородного эмиттера. // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. - 2015. - В. 22. - С. 48-51.
19. Голубенцев А.Ф., Шаповалов А.С. К вопросу о спектральной плотности флуктуаций тока эмиссии термокатода // Изв. вузов. Радиофизика. - 1974. - Т. 17, № 12. - С. 1885-1890.
20. Шаповалов А.С. Корреляция и взаимный спектр флуктуаций электронного пучка на неоднородном эмиттере. // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. - 1997. - В. 3. - С. 9-19.

INFLUENCE OF A CORRELATION OF THE QUADRATURE NOISE COMPONENTS OF INTERNAL SOURCES TO THE MUTUAL SPECTRUM OF THE AMPLITUDE-PHASE SIGNAL FLUCTUATIONS OF THE MULTIDIODE MICROWAVE GENERATOR

¹A.S. Shapovalov, ²L.M Minkin, ³S.A. Shapovalov

¹Saratov State University

²Portland State University, USA

³"AP Voskhod", Moscow

The contribution of the correlation of the quadrature noise components of the active elements to the level of the mutual spectral density of the amplitude-phase fluctuations of the signal of the multi-diode microwave generator is calculated. The dependence of this quantity on the tuning strategy, the characteristics of the electrodynamic system and the number of generator diodes is investigated.

**УРОВЕНЬ ДРОБОВОГО ШУМА
НА НЕОДНОРОДНОМ ПОТЕНЦИАЛЬНОМ БАРЬЕРЕ РЕЛЕЕВСКОГО ТИПА**

А.С. Шаповалов, М.Г. Инкин

Саратовский национальный исследовательский государственный университет
имени Н.Г. Чернышевского

Шаповалов Александр Степанович, д.ф.-м.н., профессор кафедры компьютерной физики и метаматериалов

Инкин Максим Глебович, аспирант физического факультета

На примере эмиттера электронов определяется уровень дробового шума для неоднородного потенциального барьера. Предполагается, что параметр интенсивности прохождения зарядов через барьер распределён по закону Релея или его дискретному аналогу.

Одним из распространённых подходов к теоретическому исследованию дробовых шумов неоднородных потенциальных барьеров является метод статистического моделирования подобных систем [1-3]. При этом статистический тип их неоднородности задаётся законом распределения параметра интенсивности λ прохождения зарядов через потенциальный барьер. В данной работе для определённости предполагается, что объект исследования представляет собой потенциальный барьер на поверхности электронного эмиттера, а параметр λ распределён по усечённому закону Релея или его дискретному аналогу.

По своему физическому смыслу величина λ является параметром, характеризующим интенсивность эмиссии. С точки зрения статистического смысла она представляет собой условное математическое ожидание числа электронов, эмитируемых в единицу времени при условии, что эмиттер находится в данном эмиссионном состоянии. Если моду неусечённого распределения Релея обозначить λ_0 , то соответствующую плотность распределения $\Psi_0(\lambda)$ можно записать так [4]:

$$\Psi_0(\lambda) = \begin{cases} \frac{\lambda}{\lambda_0^2} \exp\left(-\frac{\lambda^2}{2\lambda_0^2}\right) & \text{при } \lambda > 0, \\ 0 & \text{при } \lambda \leq 0. \end{cases} \quad (1)$$

В целях упрощения дальнейших расчётов и обеспечения возможности дискретизации спектра возможных значений λ воспользуемся основным методом построения универсальной (многоуровневой) модели неоднородного эмиттера [2,3]. Введём в рассмотрение усечённую плотность распределения Релея, отличную от нуля только в области $\lambda_p \leq \lambda \leq \lambda_a$ и равную нулю вне этой области. Границы λ_p и λ_a этой области расположим симметрично относительно точки $\lambda = \lambda_0$. Непрерывный спектр возможных значений параметра интенсивности в указанной области заменим дискретным, содержащим N дозволённых значений λ_i ($i=1,2,\dots,N$). Если принять спектр эквидистантным, и положить $\lambda_1 = \lambda_p$ и $\lambda_N = \lambda_a$, то λ_i опишется выражением

$$\lambda_i = \lambda_0 \left[1 + q \left(2 \frac{i-1}{N-1} - 1 \right) \right], \quad (2)$$

где $q = (\lambda_a - \lambda_p) / (\lambda_a + \lambda_p)$ – относительная полуширина спектра возможных значений λ , которую в дальнейшем будем рассматривать как параметр эмиссионной неоднородности катода [2,3].

Для того, чтобы закон распределения случайного параметра λ_i можно было рассматривать как дискретный аналог усечённого распределения Релея, будем считать, что вероятность p_i значения $\lambda = \lambda_i$ пропорциональна $\Psi_0(\lambda_i)$. В этом случае вид огибающей многоугольника распределения величины λ_i будет совпадать с кривой Релея, а выражение для p_i , полученное с учётом условия нормировки, примет вид

$$p_i = \frac{\frac{\lambda_i}{\lambda_0} \exp\left(-\frac{\lambda_i^2}{2\lambda_0^2}\right)}{\sum_{i=1}^N \frac{\lambda_i}{\lambda_0} \exp\left(-\frac{\lambda_i^2}{2\lambda_0^2}\right)}. \quad (3)$$

Конечные результаты расчёта, содержащие данные об уровне дробового шума, определяются безусловной плотностью распределения $f(\tau)$ интервала времени τ между двумя последовательными актами испускания электронов [5-7]. В рамках универсальной модели эмиттера условная плотность распределения интервала $f(\tau|\lambda)$ в любом эмиссионном состоянии принимается экспоненциальной, а безусловный закон распределения имеет гиперэкспоненциальный характер

$$f(\tau) = \sum_{i=1}^N p_i \lambda_i \exp(-\lambda_i \tau). \quad (4)$$

В общем случае коэффициент $\gamma(\omega)$ повышения полного уровня дробового шума относительно уровня Шоттки $eI_0/2\pi$ (e – модуль заряда электрона, I_0 – постоянная составляющая тока эмиссии) монотонно уменьшается с увеличением круговой частоты флукуаций ω [7]. Однако на частотах $\omega \ll (I_0/e)$ спектральная плотность флукуаций тока практически не зависит от частоты, и коэффициент $\gamma(\omega \rightarrow 0)$ равен предельно высокому значению $\gamma(\omega \rightarrow 0) \approx \gamma_0$, наблюдающемуся при вариации частоты. Естественно, что величина γ_0 при этом зависит от степени неоднородности эмиттера.

Если основная задача исследования, как и в данной работе, заключается в определении предельно высоких значений коэффициента γ , то рассчитывать весь частотный спектр флуктуаций необходимости нет. Достаточно воспользоваться приближённым соотношением для γ_0 , которое даёт общая теория аномального дробового шума неоднородного катода [8-10] на частотах, удовлетворяющих приведённому выше неравенству. На достаточно низких частотах величина $\gamma(\omega) \approx \gamma_0$ равна квадрату коэффициента вариации интервала τ . Нетрудно показать, что при гиперэкспоненциальном распределении интервала (4) квадрат коэффициента вариации, а следовательно и γ_0 , определяются выражением

$$\gamma_0 = \frac{2 \sum_{i=1}^N \frac{p_i}{\lambda_i^2}}{\left[\sum_{i=1}^N \frac{p_i}{\lambda_i} \right]^2} - 1 \quad (5)$$

В равенстве (5) вероятности i -го эмиссионного состояния p_i определяется выражением (3), а значение параметра интенсивности эмиссии λ_i - соотношением (2). Таким образом, выражения (2),(3),(5) образуют систему основных формул, позволяющих рассчитать коэффициент повышения уровня дробового шума при заданном параметре эмиссионной неоднородности катод q .

В целях более краткой записи этих выражений и удобства их использования введём в рассмотрение приведённый параметр интенсивности эмиссии

$$\Lambda_i = \frac{\lambda_i}{\lambda_0} = 1 + q \left(2 \frac{i-1}{N-1} - 1 \right) \quad (6)$$

Тогда выражения для p_i , p_i/λ_i и p_i/λ_i^2 запишутся так:

$$p_i = \frac{\Lambda_i \exp\left(-\frac{\Lambda_i^2}{2}\right)}{\sum_{i=1}^N \Lambda_i \exp\left(-\frac{\Lambda_i^2}{2}\right)} \quad (7)$$

$$\frac{p_i}{\lambda_i} = \frac{1}{\lambda_0} \frac{\exp\left(-\frac{\Lambda_i^2}{2}\right)}{\sum_{i=1}^N \Lambda_i \exp\left(-\frac{\Lambda_i^2}{2}\right)} \quad (8)$$

$$\frac{p_i}{\lambda_i^2} = \frac{1}{\lambda_0^2} \frac{\exp\left(-\frac{\Lambda_i^2}{2}\right)}{\sum_{i=1}^N \Lambda_i \exp\left(-\frac{\Lambda_i^2}{2}\right)} \quad (9)$$

Подставив (7),(8),(9) в (5) получим окончательное выражение для γ_0 в следующем виде:

$$\gamma_0 = \frac{2 \left[\sum_{i=1}^N \frac{1}{\Lambda_i} \exp\left(-\frac{\Lambda_i^2}{2}\right) \right] \left[\sum_{i=1}^N \Lambda_i \exp\left(-\frac{\Lambda_i^2}{2}\right) \right]}{\left[\sum_{i=1}^N \exp\left(-\frac{\Lambda_i^2}{2}\right) \right]^2} - 1 \quad (10)$$

Порядок расчёта коэффициента повышения полного уровня дробового шума γ_0 заключается в следующем. Задаётся число N спектральных линий параметра интенсивности эмиссии и конкретные значения параметра эмиссионной неоднородности катода q . С помощью выражения (6) определяется текущее приведённое значение Λ_i параметра интенсивности эмиссии, которое фигурирует в основной расчётной формуле (10) для γ_0 . Порядок расчёта относительного уровня аномальной компоненты дробового шума, равного γ_0-1 , очевидно не отличается от указанного выше.

Результаты расчёта коэффициентов повышения уровня дробового шума приведены на рисунках ниже. Кривая рис. 1 иллюстрирует зависимость уровня аномальной компоненты дробового шума γ_0-1 от величины параметра эмиссионной неоднородности q при $N=300$. При столь значительном N она практически соответствует непрерывному распределению λ по усечённому закону Релея.

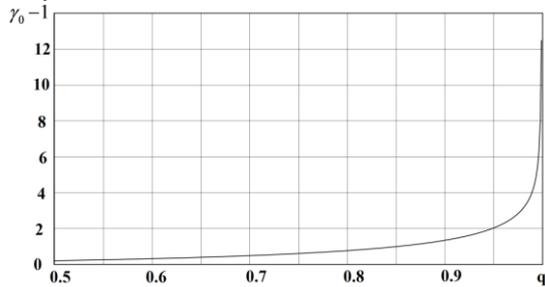


Рис. 1.

Вид кривой аналогичен виду подобных кривых для других типов неоднородности эмиттера, в частности для неоднородности нормального типа, когда параметр интенсивности эмиссии распределён по нормальному закону [11]. С увеличением параметра неоднородности q коэффициент γ_0 монотонно возрастает. Наиболее резкий рост γ_0 и γ_0-1 наблюдается при $q > 0,9$. Однако численные значения γ_0 , соответствующие различным законам распределения λ существенно отличается. Так для нормального распределения λ при $q=0,95$ величина $\gamma_0 \approx 2$ [11,12]. При Релеевском распределении λ , как видно из кривой рис.1, величина γ_0 при $q=0,95$ значительно выше: $\gamma_0 \approx 3$.

По кривой рис.1 нетрудно определить и зависимость от q полного уровня γ_0 дробового шума. (Уровень классической компоненты дробового шума, определяемый формулой Шоттки, в принятой системе обозначений равен 1.)

Практическое использование кривой рис. 1 в области резкого нарастания γ_0 бывает затруднительным вследствие её высокой крутизны. В таких случаях в качестве характеристики неоднородности катода вместо относительной полуширины q спектра возможных значений λ целесообразно использовать параметр перепада η интенсивности эмиссии

$$\eta = \frac{\lambda_a}{\lambda_p} = \frac{1+q}{1-q}$$

который изменяется в значительно более широких пределах: $1 < \eta < \infty$. Кривая зависимости γ_0^{-1} от η при $N=300$ представлена на рис.2.

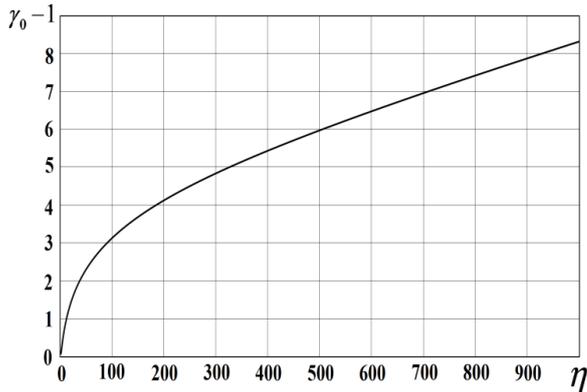


Рис.2.

Из рис. 2 следует, что при высокой степени неоднородности эмиттера, когда $\eta > 150-200$, зависимость γ_0^{-1} от η близка к линейной. Очевидно, что в указанной области также близка к линейной и зависимость от η полного уровня дробового шума γ_0 .

Используемая методика расчёта уровня дробовых шумов неоднородного эмиттера позволяет оценить влияние на этот уровень эффекта дискретизации спектра возможных значений λ . Для оценки этого эффекта была рассчитана зависимость уровня γ_0 от числа спектральных линий N дискретной модели эмиттера при различных значениях параметра неоднородности q . При любом q кривые зависимости $\gamma_0 = \gamma_0(q)$ имеют максимумы в точке $N=3$. Максимальные значения $\gamma_0(N=3)$ тем выше, чем выше q . В области $N > 3$ кривые имеют спадающий характер и асимптотически стремятся к значениям $\gamma_0(N \rightarrow \infty)$, отвечающим непрерывному закону распределения λ . Результаты расчёта кривых при $N \geq 3$ и $q=0,5; 0,7; 0,8; 0,9$ представлены на рис. 3.

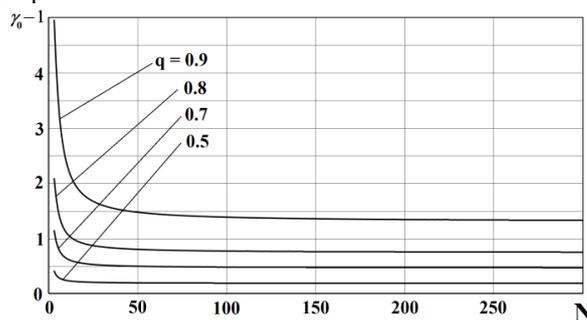


Рис. 3.

Указанные кривые носят условный характер, так как величина N дискретна, и физический смысл имеют только те значения γ_0 , которые отвечают целым значениям N . Аналогичная кривая при значительной степени неоднородности, когда $q=0,99$ и $N=300$, показана на рис. 4.

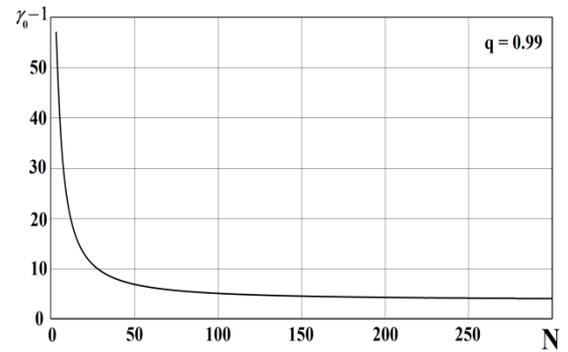


Рис. 4.

Анализ кривых рис 3 и 4 подтверждает вывод, сделанный ранее для эмиттеров с другим типом неоднородности. В целом дискретизация спектра возможных значений параметра интенсивности эмиссии λ ведёт к увеличению уровня дробовых шумов. Естественно, что это относится к области $N > 3$. С уменьшением N величина γ_0 возрастает. Наиболее резкий рост γ_0 наблюдается в области значений N , составляющих несколько единиц. Максимальное значение относительного уровня шумов γ_{0max} , наблюдающееся при изменении N , существенно зависит от типа неоднородности. Для иллюстрации этого факта целесообразно провести сравнение полученных данных с аналогичными величинами, соответствующими нормальной модели эмиттера [11]. Так, для рассматриваемого (Релеевского) типа неоднородности при $q=0,9$ величина $\gamma_{0max} \approx 6$, в то время как для нормального типа неоднородности той же величины $\gamma_{0max} \approx 2,5$ [11,12]. При $q=0,99$ Релеевский тип неоднородности характеризуется величиной $\gamma_{0max} \approx 60$, а нормальный – величиной $\gamma_{0max} \approx 50$. Релеевский тип неоднородности является более «шумящим», чем нормальный.

В заключение отметим, что использованная модель неоднородного эмиттера универсальна в том смысле, что может применяться и при дискретном, и при непрерывном распределении параметра λ . Действительно, при $N > 50-100$ конечные результаты расчёта практически перестают зависеть от N и отвечают непрерывному распределению параметра интенсивности эмиссии.

Полученные результаты следует учитывать при разработке и исследовании вакуумных и полупроводниковых электронных приборов [13-15]. Приведённые данные о влиянии фактора неоднородности потенциальных барьеров на их шумовые свойства свидетельствуют о необходимости продолжения теоретических и экспериментальных исследований в этом направлении. Описанная методика моделирования законов распределения случайных величин показала свою эффективность и может быть использована при статистическом анализе устройств и систем различной физической природы [16-18].

Библиографический список

1. Шаповалов А.С., Инкин М.Г., Мироненко К.В. Аномальный дробовой шум на неоднородном потенциальном барьере // Гетеромагнитная микроэлектроника: Сб. науч. тр. / Под ред. проф. А.В. Ляшенко. – Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, - 2016. – Вып. 20. – С. 41-46.

2. Инкин М.Г., Мироненко К.В., Шаповалов А.С. Многоуровневая дискретная модель неоднородного эмиттера и максимальный уровень аномального дробового шума // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2016. – В. 23. – С. 39-41.
3. Инкин М.Г., Мироненко К.В., Шаповалов А.С. Частотные характеристики аномального дробового шума для многоуровневой дискретной модели неоднородного эмиттера // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2016. – В. 23. – С. 42-44.
4. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М. Изд-во «Наука», 1964, - 576 с.
5. Шаповалов А.С. Вероятностные расчёты в физике. Саратов.: Издательство «Саратовский источник», 2015, - 72 с.
6. Мироненко К.В., Инкин М.Г., Минкин Л.М., Шаповалов А.С. Энергетические характеристики аномального дробового шума для трёхуровневой симметричной модели неоднородного эмиттера. // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2015. – В. 22. – С. 52-53.
7. Инкин М.Г., Мироненко К.В., Минкин Л.М., Шаповалов А.С. Частотные характеристики аномального дробового шума для трёхуровневой симметричной модели неоднородного эмиттера. // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2015. – В. 22. – С. 48-51.
8. Голубенцев А.Ф., Шаповалов А.С. К вопросу об уровне дробового шума термокатода // ЖТФ. – 1974. – Т. 44, № 10. – С. 2174–2177.
9. Голубенцев А.Ф., Шаповалов А.С. К вопросу о спектральной плотности флуктуаций тока эмиссии термокатода // Изв. вузов. Радиофизика. – 1974. – Т. 17, № 12. – С. 1885-1890.
10. Шаповалов А.С., Денисов Ю.И. Статистический механизм возникновения аномальных дробовых шумов в потоках носителей заряда // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1985. – Т. 28, № 5. – С. 88.
11. Инкин М.Г., Шаповалов А.С. Уровень дробового шума для дискретной модели нормального распределения параметра интенсивности эмиссии неоднородного катода. // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2018. – В. 25. – С. 45-48.
12. Инкин М.Г., Шаповалов А.С. Частотные характеристики дробового шума для дискретной модели нормального распределения параметра интенсивности эмиссии // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2018. – В. 25. – С. 49-52.
13. Шаповалов А.С. Исследование флуктуаций сигнала полупроводникового СВЧ генератора // Вопросы электроники СВЧ.: Межвуз. науч. сб. Саратов. : Изд-во СГУ. – 1985. - В. 14. - С.15-22.
14. Никитин А.А., Шаповалов А.С. Экспериментальное исследование многодиодных генераторов на многоструктурных ЛПД // Электронная техника. Серия 1. СВЧ-техника. - 1999. - В. 2. - С. 7-9.
15. Шаповалов А.С. Корреляция и взаимный спектр флуктуаций электронного пучка на неоднородном эмиттере. // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 1997. – В. 3. – С. 9-19.
16. Minkin L. Shapovalov A.S. Indoor Radon Entry: 30 Years Later. // Iranian Journal of Radiation Research. – Summer 2008. – V. 6, № 1. P. 159-164.
17. Minkin L.M., Shapovalov A.S. Thermo-diffusional radon waves in soils // Science of the Total Environment / Volume 565, 15 september 2016, Pages 1-7.
18. Minkin L., Shapovalov A.S. Heat of Transport of Air in Clay. // Radiation Protection Dosimetry. - 2007.- V. 123, № 2, - P. 221-225.

THE SHOT NOISE LEVEL AT THE INHOMOGENEOUS
POTENTIAL BARRIER OF THE RAYLEIGH TYPE

A.S. Shapovalov, M.G. Inkin
Saratov State University

Using the example of an electron emitter, the level of shot noise for an inhomogeneous potential barrier is determined. It is assumed that the intensity parameter of the passage of charges through the barrier is distributed according to the Rayleigh law or its discrete analogue.

СПЕКТР ДРОБОВОГО ШУМА НА НЕОДНОРОДНОМ ПОТЕНЦИАЛЬНОМ БАРЬЕРЕ РЕЛЕЕВСКОГО ТИПА

А.С. Шаповалов, М.Г. Инкин

Саратовский национальный исследовательский государственный университет
имени Н.Г. Чернышевского

Шаповалов Александр Степанович, д.ф.-м.н., профессор кафедры компьютерной физики и
метаматериалов

Инкин Максим Глебович, аспирант физического факультета

На примере эмиттера электронов исследуется частотный спектр дробового шума для неоднородного потенциального барьера. Предполагается, что параметр интенсивности прохождения зарядов через барьер распределён по закону Релея или его дискретному аналогу.

Один из основных выводов общей теории дробового шума на неоднородном потенциальном барьере, в том числе на неоднородном эмиттере электронов, заключается в том, что в указанных системах наряду с классической появляется дополнительная (аномальная) компонента шума [1-4]. При пренебрежении пролётным эффектом спектральная плотность классической компоненты не зависит от частоты и определяется формулой Шоттки. В этих же условиях спектральная плотность аномальной компоненты зависит от частоты и имеет ограниченный спектр. В результате уровень спектральной плотности полного дробового шума увеличивается и становится зависящим от частоты. В данной работе исследуются частотные характеристики аномальной компоненты дробового шума. Для определённости рассматривается потенциальный барьер на поверхности эмиттера электронов, имеющего множество эмиссионных состояний, которые непрерывно сменяют друг друга. Исследование проводится методами статистического моделирования. В качестве модели неоднородного эмиттера принимается многоуровневая (универсальная) модель [5,6] отличающаяся от уже известных [5-11] Релеевским типом неоднородности, когда параметр интенсивности λ перехода зарядов через барьер распределён по закону Релея или его дискретному аналогу.

Применительно к эмиттеру электронов параметр интенсивности переходов λ является параметром интенсивности эмиссии, так как под ним понимается условное математическое ожидание числа электронов, эмитируемых катодом в единицу времени при условии, что эмиттер находится в данном эмиссионном состоянии. В рамках используемой модели спектр возможных значений параметра интенсивности λ дискретный и эквидистантный. Число дозволённых значений λ_i равно N . Диапазон изменения λ располагается симметрично относительно моды λ_0 распределения Релея, и огибающая многоугольника распределения λ по форме совпадает с кривой Релея. В этом случае значение λ_i , соответствующее i -му эмиссионному состоянию, и вероятность p_i этого состояния записываются так [10,11]:

$$\lambda_i = \lambda_0 \left[1 + q \left(2 \frac{i-1}{N-1} - 1 \right) \right], \quad (1)$$

$$p_i = \frac{\lambda_i \exp \left\{ -\frac{\lambda_i^2}{2\lambda_0^2} \right\}}{\sum_{i=1}^N \lambda_i \exp \left\{ -\frac{\lambda_i^2}{2\lambda_0^2} \right\}}, \quad (2)$$

где $q = (\lambda_N - \lambda_1) / (\lambda_N + \lambda_1)$ – относительная полуширина возможных значений λ , которая рассматривается в дальнейшем как параметр эмиссионной неоднородности эмиттера. Будем считать, что в каждом эмиссионном состоянии условная плотность распределения $f(\tau|\lambda)$ интервала времени τ между двумя последовательными актами испускания электронов описывается экспоненциальным законом. Тогда безусловная плотность вероятности интервала $f(\tau)$ примет вид гиперэкспоненциального распределения

$$f(\tau) = \frac{\sum_{i=1}^N \lambda_i^2 \exp \left\{ -\left(\frac{\lambda_i^2}{2\lambda_0^2} + \lambda_i \tau \right) \right\}}{\sum_{i=1}^N \lambda_i \exp \left\{ -\frac{\lambda_i^2}{2\lambda_0^2} \right\}}, \quad (3)$$

Выражения (1) и (3) составляют статистическую основу для расчёта спектральной плотности флуктуаций тока на любой круговой частоте ω флуктуаций.

Для характеристики полного уровня полного дробового шума введём в рассмотрение безразмерную величину $\gamma(\omega)$, равную отношению исследуемой двухсторонней спектральной плотности к спектральной плотности, определяемой формулой Шоттки. Величина $\gamma(\omega)$ показывает относительный уровень полного дробового шума и по своему физическому смыслу является коэффициентом повышения интенсивности флуктуаций тока эмиссии на неоднородном катоде по сравнению с однородным. Очевидно, что разность $\gamma(\omega) - 1$ даёт относительный уровень аномальной компоненты шума. Как показано в работах [1-4], в общем случае

$$\gamma(\omega) = 1 + 2 \operatorname{Re} \frac{M \{ \exp j\omega \tau \}}{1 - M \{ \exp j\omega \tau \}}, \quad (4)$$

где $j = \sqrt{-1}$, M – символ взятия математического ожидания.

Для рассматриваемого типа неоднородности эмиттера, когда плотность распределения

интервала τ описывается выражением (3), вычисление правой части равенства (4) приводит к следующей зависимости коэффициента γ от приведённой частоты $\Omega = \omega/\lambda_0$ флуктуаций и параметра q неоднородности эмиттера

$$\gamma(\Omega, q) = 1 + 2 \frac{AC - B^2}{\Omega^2 C^2 + B^2}, \quad (5)$$

где

$$A(\Omega, q) = \sum_{i=1}^N \frac{p_i \Lambda_i^2}{\Lambda_i^2 + \Omega^2}, \quad (6)$$

$$B(\Omega, q) = \sum_{i=1}^N \frac{p_i \Lambda_i}{\Lambda_i^2 + \Omega^2}, \quad (7)$$

$$C(\Omega, q) = \sum_{i=1}^N \frac{p_i}{\Lambda_i^2 + \Omega^2}, \quad (8)$$

$$\Lambda_i = \frac{\lambda_i}{\lambda_0} = 1 + q \left(2 \frac{i-1}{N-1} - 1 \right), \quad (9)$$

Λ_i - нормированное текущее значение параметра интенсивности эмиссии. Согласно равенству (2) вероятность p_i в соотношениях (6)-(9) выражается через Λ_i следующим образом:

$$p_i = \frac{\Lambda_i \exp\left\{-\frac{\Lambda_i^2}{2}\right\}}{\sum_{i=1}^N \Lambda_i \exp\left\{-\frac{\Lambda_i^2}{2}\right\}}. \quad (10)$$

Совокупность выражений (5)-(10) представляет сводку основных формул для расчёта частотных характеристик полного дробового шума $\gamma(\Omega)$ и его аномальной компоненты $\gamma(\Omega)-1$ при заданной степени неоднородности эмиттера q . Для удобства расчёта и использования получаемых численных данных указанные выражения содержат только безразмерные величины.

Типичные кривые зависимости уровня аномальной компоненты дробового шума $\gamma(\Omega)-1$ от приведённой частоты флуктуаций Ω при $q=0,5; 0,7; 0,8; 0,9; 0,99$ и $N=300$ приведены на рис. 1. Строго говоря, указанные кривые соответствуют дискретному спектру возможных значений параметра интенсивности λ . Однако, как показывает анализ [5,6], при столь высоких значениях N и одинаковых прочих условиях зависимость $\gamma-1$ от N становится настолько незначительной, что указанные кривые для дискретной модели эмиттера практически совпадают с аналогичными кривыми для непрерывного распределения λ .

Как следует из рисунка 1, уровень аномальной компоненты дробового шума $\gamma-1$ монотонно уменьшается с увеличением частоты флуктуаций Ω и асимптотически приближается к 0. Уровень $\gamma(\Omega)$ полного дробового шума при этом стремится к 1, то есть к уровню Шоттки. Таким образом, ширина спектра аномальной компоненты конечна.

С уменьшением частоты Ω спектральная плотность дробовых флуктуаций, возрастая по величине, постепенно приобретает равномерный характер. Уровень аномальной компоненты флуктуаций $\gamma(\Omega)-1$ перестаёт зависеть от частоты и стремится к предельно высокому значению $\gamma_0-1 = \gamma(\Omega \rightarrow 0)-1$, которое определяется величиной q . Заметим, что использованный при построении рис. 1 масштаб вдоль оси Ω «маскирует» протяжённость равномерной части спектра. Учитывая, что $\lambda_0 \gg 1$, а $\omega = \Omega \lambda_0$, ширина этой части спектра в размерных единицах частоты (в герцах) достаточно велика.

Следует также отметить, что ординаты кривых в точке $\Omega=0$ иллюстрируют рост максимального значения уровня шумов γ_0 по мере увеличения параметра неоднородности.

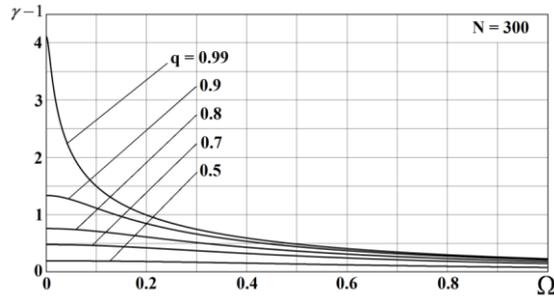


Рис. 1.

С целью корректного определения ширины спектра аномальной компоненты дробового шума численные данные, иллюстрируемые кривыми рис.1, были использованы для определения зависимости от частоты отношения уровня $\gamma(\Omega)-1$ аномальной компоненты на частоте Ω к его максимальному значению γ_0-1 при $\Omega \rightarrow 0$. Соответствующие кривые показаны на рис. 2.

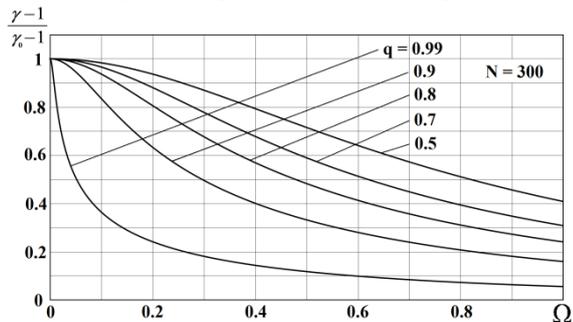


Рис. 2.

Как и ранее, указанные кривые отвечают постоянным значениям q , равным соответственно 0,5; 0,7; 0,8; 0,9; 0,99. Из кривых рис. 2 следует, что с ростом параметра неоднородности эмиттера q частота среза спектра Ω_c , определяющая его ширину, уменьшается.

Ширина спектра $\Delta\Omega = \Omega_c$ аномальной компоненты дробового шума находилась из условия: $[\gamma(\Omega_c)-1]/[\gamma_0-1]=1/2$.

Кривая зависимости ширины спектра $\Delta\Omega$ от параметра неоднородности эмиттера q показана на рис. 3.

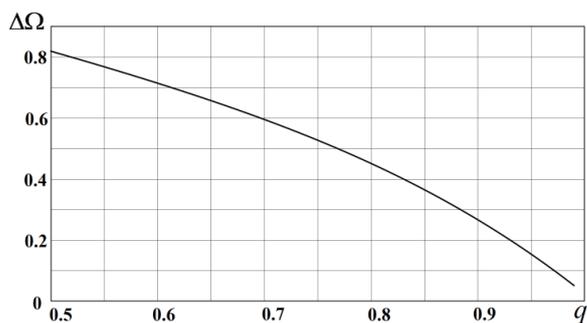


Рис. 3.

При увеличении q в пределах $0,5 \leq q \leq 0,9$ уменьшение ширины спектра $\Delta\Omega$ происходит по закону, близкому к линейному, а её изменение составляет примерно 2,7 раза. При этом максимальный уровень аномальной компоненты γ_0 -1 возрастает в 6,5 раза (см. рис. 1). Если же q увеличивается в более широких пределах, например от 0,5 до 0,99, то ширина спектра уменьшается в 16,5 раза, а максимальный уровень аномальной компоненты возрастает в 20 раз.

Для оценки влияния на спектр флуктуаций типа неоднородности проведём сравнение приведённых числовых характеристик спектра с аналогичными данными для нормального типа неоднородности эмиттера [10,11]. При увеличении

параметра q неоднородности указанного типа в пределах от 0,5 до 0,99 ширина спектра уменьшается в 15 раз, а максимальный уровень аномальной компоненты флуктуаций γ_0 -1 увеличивается в 40 раз.

Аналогичным образом можно исследовать частотные характеристики аномальной компоненты при любом N .

В заключение отметим, что проведённое исследование подтверждает основной вывод, полученный ранее для аналогичных моделей эмиттера с другими типами неоднородности эмиттера ведёт к росту спектральной плотности и снижению ширины спектра аномальной компоненты дробового шума. Тип неоднородности заметно влияет на числовые характеристики спектра.

Очевидно, что разработанная методика статистического моделирования может быть использована для исследования систем и процессов различной физической природы [12-14], в том числе для исследования шумов и флуктуаций в вакуумных и полупроводниковых электронных приборах [15-17].

Библиографический список

1. Шаповалов А.С. Вероятностные расчёты в физике. Саратов.: Издательство «Саратовский источник», 2015, - 72 с.
2. Голубенцев А.Ф., Шаповалов А.С. К вопросу об уровне дробового шума термокатода // ЖТФ. – 1974. – Т. 44, № 10. – С. 2174–2177.
3. Голубенцев А.Ф., Шаповалов А.С. К вопросу о спектральной плотности флуктуаций тока эмиссии термокатода // Изв. вузов. Радиофизика. – 1974. – Т. 17, № 12. – С. 1885-1890.
4. Шаповалов А.С., Денисов Ю.И. Статистический механизм возникновения аномальных дробовых шумов в потоках носителей заряда // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1985. – Т. 28, № 5. – С. 88.
5. Инкин М.Г., Мироненко К.В., Шаповалов А.С. Многоуровневая дискретная модель неоднородного эмиттера и максимальный уровень аномального дробового шума // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2016. – В. 23. – С. 39-41.
6. Инкин М.Г., Мироненко К.В., Шаповалов А.С. Частотные характеристики аномального дробового шума для многоуровневой дискретной модели неоднородного эмиттера // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2016. – В. 23. – С. 42-44.
7. Мироненко К.В., Инкин М.Г., Минкин Л.М., Шаповалов А.С. Энергетические характеристики аномального дробового шума для трёхуровневой симметричной модели неоднородного эмиттера. // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2015. – В. 22. – С. 52-53.
8. Инкин М.Г., Мироненко К.В., Минкин Л.М., Шаповалов А.С. Частотные характеристики аномального дробового шума для трёхуровневой симметричной модели неоднородного эмиттера. // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2015. – В. 22. – С. 48-51.

9. Шаповалов А.С., Инкин М.Г., Мироненко К.В. Аномальный дробовой шум на неоднородном потенциальном барьере // Гетеромагнитная микроэлектроника: Сб. науч. тр. / Под ред. проф. А.В. Ляшенко. – Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, - 2016. – Вып. 20. – С. 41-46.
10. Инкин М.Г., Шаповалов А.С. Уровень дробового шума для дискретной модели нормального распределения параметра интенсивности эмиссии неоднородного катода. // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2018. – В. 25. – С. 45-48.
11. Инкин М.Г., Шаповалов А.С. Частотные характеристики дробового шума для дискретной модели нормального распределения параметра интенсивности эмиссии // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 2018. – В. 25. – С. 49-52.
12. Minkin L. Shapovalov A.S. Indoor Radon Entry: 30 Years Later. // Iranian Journal of Radiation Research. – Summer 2008. – V. 6, № 1. P. 159-164.
13. Minkin L.M., Shapovalov A.S. Thermo-diffusional radon waves in soils // Science of the Total Environment / Volume 565, 15 september 2016, Pages 1-7.
14. Minkin L., Shapovalov A.S. Heat of Transport of Air in Clay. // Radiation Protection Dosimetry. - 2007.- V. 123, № 2, - P. 221-225.
15. Никитин А.А., Шаповалов А.С. Экспериментальное исследование многодиодных генераторов на многоструктурных ЛПД // Электронная техника. Серия 1. СВЧ-техника. - 1999. - В. 2. - С. 7-9.
16. Кудряшов С.А., Шаповалов А.С. Анализ энергетических и шумовых характеристик многодиодных СВЧ-генераторов при различных способах настройки // Электронная техника. Серия 1. СВЧ-техника. - 1997. - В. 2. - С. 28-31.
17. Шаповалов А.С. Корреляция и взаимный спектр флуктуаций электронного пучка на неоднородном эмиттере. // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. – 1997. – В. 3. – С. 9-19.

THE SPECTRUM OF A SHOT NOISE AT THE INHOMOGENEOUS
POTENTIAL BARRIER OF RAYLEIGH TYPE

A.S. Shapovalov, M.G. Inkin
Saratov State University

Using the example of an electron emitter, the frequency spectrum of shot noise for an inhomogeneous potential barrier is investigated. It is assumed that the parameter of the intensity of the passage of charges through the barrier is distributed according to the Rayleigh law or its discrete analogue.

ОДНОМЕРНАЯ ЗАДАЧА КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ О ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЯМЕ

Н.Е. Ньюнко, К.В. Санков

Саратовский государственный университет

Ньюнко Николай Евгеньевич, к.ф.-м.н., доцент, инженер кафедры компьютерной физики,

Межрайонная ИФНС России №12 по Саратовской области

Санков Константин Викторович, начальник отдела по ИТ технологиям

В помощь студентам рассмотрена техника решения стационарного уравнения Шредингера для одномерной потенциальной ямы.

В настоящей работе, носящей в основном методический характер, рассматривается одномерное стационарное уравнение Шредингера для связанной частицы в потенциальной яме [1, 2]

$$-(\hbar^2/2m)\psi''(x) + V\psi(x) = E\psi(x) \Rightarrow \psi''(x) - K^2\psi(x) = 0$$

$$2mV/\hbar^2 = V, 2mE/\hbar^2 = E = k^2 \quad K^2 = V - E, V > E$$

В дальнейшем для компактности используем следующие нестандартные обозначения:

$$\exp(x) = \underline{E}(x), \exp(ix) = \underline{I}(x) \quad k_{\pm} = k \pm iK, k_+/k = K_+$$

Потенциал задан соотношением $V=0$ для $x \in [-$

константы A в функции $\psi_1(x) = A\underline{E}(Kx)$ (частного решения в области 1) и аналогичного случая в области 3 и реализуется связанное состояние частицы с дискретной энергией, соответствующей выражению

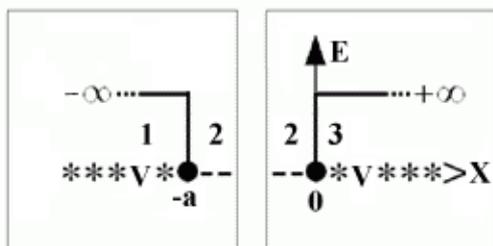
$$\underline{I}(2ka) = (K_+)^2 = \text{Cos}(2ka) + i\text{Sin}(2ka) = \text{Re}(K_+)^2 + i\text{Im}(K_+)^2 \quad (3)$$

В данной работе нас интересует пока только волновая функция для ямы с равновысокими границами, случай с разной высотой стенок связан лишь с аккуратным слежением за параметром K_1 из области 1, содержащим V_1 , и K_2 , содержащим V_2 в первоначальном решении (1) для областей 2 и 3.

Выбирая из (2) понравившееся выражение для V , получаем, например, для волновой функции задачи следующий результат

Область 1 - $\psi_1(x) = A\underline{E}(Kx)$
 Область 2 - $\psi_2(x) = A(k/2k)\underline{E}(-Ka)\underline{I}(ka)[\underline{I}(kx) + K_+\underline{I}(-kx)] \quad (4)$
 Область 3 - $\psi_3(x) = A(k/2k)\underline{E}(-Ka)\underline{I}(ka)(2k/k_+)\underline{E}(-Kx)$

Отметим, что хотя рассмотренная задача и считается относительно простой, самостоятельное получение студентом полного решения, как правило, серьёзно затруднено. В учебниках и задачниках по разному, например, выбирается



а, 0] и $V = \text{const}$ для остальной части оси Ox .

Рис.1

В соответствии с приемом, предложенным в (3), интерпретируем яму как совокупность двух бесконечных полубарьеров (Рис.1). Решение в областях 2 и 3 известно

$$\psi_2(x) = B[\underline{I}(kx) + K_+\underline{I}(-kx)] \quad \psi_3(x) = B(2k/k_+)\underline{E}(-Kx) \quad (1)$$

Остаётся лишь связать в левом полубарьере функцию $\psi_1(x) = A\underline{E}(Kx)$ и $\psi_2(x)$, выразив произвольные комплексные константы B и A друг через друга. Проще использовать соотношения $k\psi_1(-a) = k\psi_2(-a)$ и $-i\psi_1'(-a) = -i\psi_2'(-a)$, что даёт

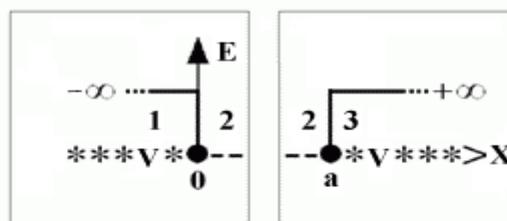
$$kA\underline{E}(-Ka) = kB[\underline{I}(-ka) + K_+\underline{I}(ka)]$$

$$-iKA\underline{E}(-Ka) = kB[\underline{I}(-ka) - K_+\underline{I}(ka)] \Rightarrow$$

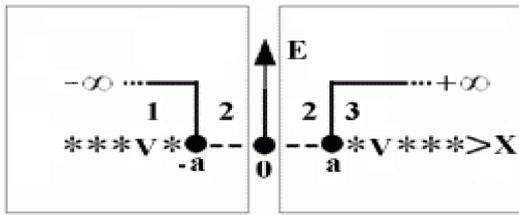
$$A(k/2k)\underline{E}(-Ka)\underline{I}(ka) = B = A(k_+/2k)K_+\underline{E}(-Ka)\underline{I}(-ka) \Rightarrow$$

$$k\underline{I}(ka) = k_+K_+\underline{I}(-ka) \quad (2)$$

Обратим внимание на типичную ситуацию – именно из-за единственной произвольной



начало системы координат (рис. 2):
а)



б)

Рис. 2.

Конечно, решения принципиально одинаковы, но показать это для двух приведённых рисунков достаточно тяжело для среднего студента. Непросто даже проверить, например, что полученное решение (3) действительно непрерывно на числовой оси вместе с производной, особенно если упустить из виду замечательное соотношение (2).

Мы специально выбрали с нашей точки зрения оптимальное расположение начала координат на стыке области 2 и области 3, чтобы показать без особых сложностей, что кажущаяся разница у $\psi_2(x)$ и $\psi_3(x)$ в (1) и в (3) на самом деле легко убирается, и вид волновой функции максимально упрощается

$$\begin{aligned} \psi_2(x) &= B[\underline{I}(kx) + K_+ \underline{I}(-kx)] & \psi_3(x) &= B(2k/k_+) \underline{E}(-Kx) \\ \psi_2(x) &= A(k/2k) \underline{E}(-Ka) \underline{I}(ka) [\underline{I}(kx) + K_+ \underline{I}(-kx)] \\ \psi_3(x) &= A(k/2k) \underline{E}(-Ka) \underline{I}(ka) (2k/k_+) \underline{E}(-Kx) \end{aligned}$$

Выражение $(k/2k) \underline{E}(-Ka) \underline{I}(ka)$ - общий комплексный множитель в $\psi_2(x)$ и $\psi_3(x)$ из (4) - не что иное, как константа, сформированная из трёх параметров задачи - E, V и a . Общий же множитель A есть произвольная комплексная константа из тех, что возникают при нахождении общего решения дифференциального уравнения, и

Библиографический список

1. Л. Шифф. Квантовая механика. Изд-во ИЛ, М., 1959
2. Э.Флюгге. Задачи по квантовой механике, т.1, Изд-во Мир, М., 1974.
3. Н.Е. Ньюнко, К.В.Санков. Одномерные задачи квантовой механики о двойном прямоугольном барьере. // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. - 2018. - В.25. – С. 64-65.

**ONE-DIMENSIONAL QUANTUM-MECHANICAL PROBLEM
IN THE CASE OF THE FINITE POTENTIAL WELL**

¹N.E. Nyun`co, ²K.V. Sankov

¹Saratov state University

²Saratov region IFNS RUSSIA №12

Examines the methodic of solving one-dimensional problems of quantum mechanics in the case of the finite potential well when the energy of the particle is smaller then the value of the potential.

определенная с точностью до комплексного множителя. Поэтому имеем право переобозначить $A(k/2k) \underline{E}(-Ka) \underline{I}(ka) = A$. В результате $\psi_2(x)$ и $\psi_3(x)$ принимают вид (1), а вид волновой функции $\psi_1(x) = A \underline{E}(Kx)$ в области 1 изменяется

$$\psi_1(x) = A(2k/k_+) \underline{I}(-ka) \underline{E}[K(x+a)]$$

$$\psi_2(x) = A[\underline{I}(kx) + K_+ \underline{I}(-kx)]$$

$$\psi_3(x) = A(2k/k_+) \underline{E}(-Kx) \tag{5}$$

Проверка на непрерывность волновой функции (5) и её производной выполняется тривиально, поскольку части $\psi_2(x)$ и $\psi_3(x)$ - решение задачи о полубесконечном барьере - обладают этим свойством, и остаётся увидеть выполнение этого требования для частей $\psi_1(x)$ и $\psi_2(x)$, что легко достигается с использованием соотношения (2) - $K_+ \underline{I}(ka) = K_+ \underline{I}(-ka)$. Покажем это на примере равенства $\psi_1(x)$ и $\psi_2(x)$ в точке $x = -a$:

$$\psi_1(-a) = A(2k/k_+) \underline{I}(-ka)$$

$$\begin{aligned} \psi_2(-a) &= A[\underline{I}(-ka) + K_+ \underline{I}(ka)] = A(1 + K_+) \underline{I}(-ka) = A \underline{I}(-ka) (2k/k_+) = \psi_1(-a) \end{aligned}$$

Отметим, что в данной задаче существуют особые значения потенциала $V = nE$, одно из которых, а именно $V = 2E$, мы здесь рассмотрим. При этом

$$K^2 = V - E = E = k^2 \Rightarrow k_+ = k(1 \pm i) \Rightarrow K_+ = i$$

и в решении задачи (5) надо положить $K = k$.

Выражение (3) принимает вид

$$\underline{I}(2ka) = -1 = \text{Cos}(2ka) + i \text{Sin}(2ka) = \text{Re}(K_+)^2 + i \text{Im}(K_+)^2$$

$$\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{Cos}(2ka) = \text{Re}(K_+)^2 = -1 \quad \text{Sin}(2ka) = \text{Im}(K_+)^2 = 0$$

$$\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2ka = \pi(2n-1) \Rightarrow k = \sqrt{E} = \pi(n-1/2)/a$$

**НЕКОТОРЫЕ ДВУМЕРНЫЕ ЗАДАЧИ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ
ДЛЯ ОБЛАСТЕЙ, ОГРАНИЧЕННЫХ ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ БЕСКОНЕЧНЫМИ СТЕНКАМИ**

Н.Е. Нюнько, К.В Санков

Саратовский государственный университет

Нюнько Николай Евгеньевич, к.ф.-м.н., доцент, инженер кафедры компьютерной физики,

Межрайонная ИФНС России №12 по Саратовской области

Санков Константин Викторович, Начальник отдела по ИТ технологиям.

Рассмотрены некоторые двумерные задачи квантовой механики для частицы, ограниченной параллельными бесконечными стенками.

Двумерное уравнение Шредингера [1, 2]

имеет вид:

$$[-(\hbar^2/2m)(\partial_x^2 + \partial_y^2) + V]\psi(x,y) = E\psi(x,y) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (\partial_x^2 + \partial_y^2)\psi(x,y) = (\mathbf{V} - \mathbf{E})\psi(x,y)$$

Далее потенциал V - постоянный, $\mathbf{V} - \mathbf{E} = (2m/\hbar^2)(V - E)$, и, следовательно, волновая функция (ВФ далее) факторизуется - $\psi(x,y) = \varphi(x)\chi(y)$. Нас интересует случай $\mathbf{V} - \mathbf{E} > 0$, и мы используем нестандартные обозначения

$$\exp(x) = \underline{E}(x), \exp(ix) = \underline{I}(x)$$

В случае отсутствия потенциала ($\mathbf{V} = 0$) уравнение описывает свободную двумерную частицу, и разделить переменные можно просто, записывая полную энергию частицы в виде суммы $\mathbf{E} = \mathbf{E}_x + \mathbf{E}_y$, где \mathbf{E}_x и \mathbf{E}_y - составляющие полной энергии, которые обеспечены соответствующими компонентами волнового вектора $\mathbf{k}(k_x, k_y)$, пропорционального импульсу свободной частицы. В результате имеем общее решение двумерного уравнения в виде произведения двух общих решений, каждое из которых есть сумма двух линейно-независимых частных решений соответствующих одномерных уравнений

$$(\partial_x^2 + \partial_y^2)\psi(x,y) = -\mathbf{E}\psi(x,y) \Rightarrow \psi(x,y) = \varphi(x)\chi(y) \Rightarrow$$

$$\varphi''(x)/\varphi(x) + \chi''(y)/\chi(y) = -\mathbf{E} = \mathbf{E}_x + \mathbf{E}_y \Rightarrow$$

$$\varphi''(x) + \mathbf{E}_x\varphi(x) = 0 \Rightarrow \varphi_I(k_x x) = A_1 \underline{I}(k_x x) + A_2 \underline{I}(-k_x x)$$

$$k_x = \sqrt{(\mathbf{E}_x)}$$

$$\chi''(y) + \mathbf{E}_y\chi(y) = 0 \Rightarrow \chi_I(k_y y) = A_3 \underline{I}(k_y y) + A_4 \underline{I}(-k_y y)$$

$$k_y = \sqrt{(\mathbf{E}_y)}$$

Соответственно для свободной частицы в общем случае имеем линейную комбинацию четырёх линейно-независимых решений, в полном соответствии с наличием в координатной плоскости четырёх квадрантов

$$\psi(x,y) = \varphi_I(k_x x)\chi_I(k_y y) = [A_1 \underline{I}(k_x x) + A_2 \underline{I}(-k_x x)][A_3 \underline{I}(k_y y) + A_4 \underline{I}(-k_y y)] \quad (1)$$

Для решения уравнения с несвободной частицей [3] ($\mathbf{V} \neq 0$)

$$(\partial_x^2 + \partial_y^2)\psi(x,y) = (\mathbf{V} - \mathbf{E})\psi(x,y) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varphi''(x)/\varphi(x) + \chi''(y)/\chi(y) = \mathbf{V} - \mathbf{E}$$

представим $\mathbf{V} - \mathbf{E}$ в виде

$$\mathbf{V} - \mathbf{E}_x - \mathbf{E}_y = \alpha_x \mathbf{V} - \mathbf{E}_x + \alpha_y \mathbf{V} - \mathbf{E}_y, \text{ где } \alpha_x \mathbf{V} - \mathbf{E}_x = \pm K_x^2, \alpha_y \mathbf{V} - \mathbf{E}_y = \pm K_y^2, \alpha_1 + \alpha_2 = 1$$

так, чтобы $K_x^2 + K_y^2 > 0$, или $-K_x^2 + K_y^2 > 0$, или $K_x^2 - K_y^2 > 0$. При этом возможны три варианта ВФ:

$$\psi_1(x,y) = \varphi_{\underline{E}}(K_x x)\varphi_{\underline{E}}(K_y y) = [A_1 \underline{E}(K_x x) + A_2 \underline{E}(-K_x x)][A_3 \underline{E}(K_y y) + A_4 \underline{E}(-K_y y)]$$

$$\psi_2(x,y) = \varphi_{\underline{I}}(K_x x)\varphi_{\underline{E}}(K_y y)$$

$$\psi_3(x,y) = \varphi_{\underline{E}}(K_x x)\varphi_{\underline{I}}(K_y y) \quad (2)$$

В основном, в научно-учебной литературе приводится [1, 2] (в качестве иллюстрации двумерной задачи) задача о частице в бесконечной потенциальной яме (Рис.1)

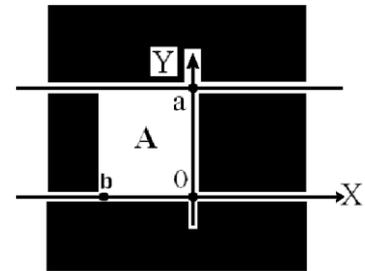


Рис. 1

Везде, кроме области $A \{b \leq x \leq 0, 0 \leq y \leq a\}$, ВФ тождественно равна нулю: $\psi(x,y) = 0$. В области A при отсутствии потенциала ВФ соответствует случаю свободной частицы (1)

$$\psi(x,y) = \varphi_I(k_x x)\chi_I(k_y y) = [A_1 \underline{I}(k_x x) + A_2 \underline{I}(-k_x x)][A_3 \underline{I}(k_y y) + A_4 \underline{I}(-k_y y)]$$

На границах $y=0$, $y=a$ и при $x=0$, $x=b$ ВФ $\psi(x,y)$ должна быть непрерывной, обращаясь в 0. Отсюда следует

$$\psi(x,0) = 0 \Rightarrow \chi_I(0) = 0 \Rightarrow [A_3 + A_4] = 0 \Rightarrow A_4 = -A_3$$

$$\psi(x,a) = 0 \Rightarrow \chi_I(a) = 0 \Rightarrow A_3 [\underline{I}(k_y a) - \underline{I}(-k_y a)] = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{I}(k_y a) - \underline{I}(-k_y a) = 2i \sin(k_y a) = 0 \Rightarrow k_y = n\pi/a \quad (n=1,2,\dots)$$

$$\psi(x,y) = 2i A_3 \varphi_I(k_x x) \sin(n\pi y/a)$$

Условия непрерывности $\psi(x,y)$ по x

$$\psi(0,y) = 0 = \psi(b,y) \Rightarrow \varphi_I(0) = 0 = \varphi_I(k_x b)$$

приводят к $A_2 = -A_1$ в $\varphi_I(k_x x)$ и к дискретности компоненты k_x волнового вектора

$$k_x = m\pi/b \quad (m=1,2,\dots)$$

Таким образом в результате решения известной задачи получили связанную частицу с дискретным набором ВФ и с дискретным спектром энергии

$$\psi(x,y) = A \sin(\pi x/b) \sin(n\pi y/a) \quad (3)$$

Для небольшого усложнения предыдущей задачи одну стенку камеры в которой заперта частица можно отодвинуть в $-\infty$ по x (Рис. 2):

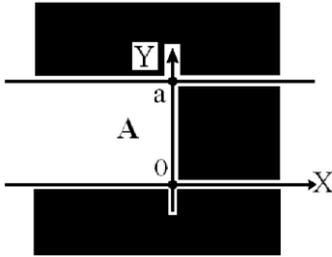


Рис. 2

По-прежнему в области А имеем общее решение $\psi(x,y) = \varphi_I(k_x x) \chi_I(k_y y)$ (1). Требуя выполнения на границах $y=0$ и $y=a$ для $x \in [b, 0]$ соотношений $\chi_I(0) = -\chi_I(k_y a) = 0$, получаем, как и в предыдущем случае, аналогичный результат

$$\chi_I(k_y y) = 2iA_3 \sin(n\pi y/a)$$

но открытость ямы слева приводит не к дискретному набору функций $\sin(\pi x/b)$ для $\varphi_I(k_x x)$, а к непрерывной функции $\sin(k_x x)$.

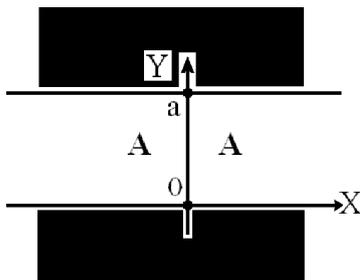
Полагая $\varphi_I(k_x x)|_{x=0} = 0$ на единственной границе $x=0$ для $y \in [0, a]$, имеем

$$\varphi_I(k_x x) = A_1 [\underline{I}(k_x x) - \underline{I}(-k_x x)] = 2iA_1 \sin(k_x x)$$

и, соответственно, для ВФ получим

$$\psi(x,y) = A \sin(k_x x) \sin(n\pi y/a) \quad (4)$$

Далее рассмотрим задачу для свободной частице в бесконечной полосе $-\infty < x < +\infty$, ограниченной бесконечными стенками $y=0$ и $y=a$



(Рис.3)

Рис. 3

Как и в предыдущей задаче, условия ограниченности ВФ $\psi(x,y) = \varphi_I(x) \chi_I(y)$ бесконечными стенками дают $\chi_I(k_y y) = 2iA_3 \sin(n\pi y/a)$. По переменной x здесь существует, в силу открытости канала слева и справа, запрет на отражение из $-\infty$ или $+\infty$ (выбор направления распространения частицы - дело вкуса). Пусть отсутствует отражение из $+\infty$ по x ,

что требует зануления коэффициента A_2 в полученной функции $\psi(x,y) = 2iA_3 [A_1 \underline{I}(k_x x) + A_2 \underline{I}(-k_x x)] \sin(n\pi y/a)$:

$$\psi(x,y) = A \underline{I}(k_x x) \sin(n\pi y/a) \quad (5)$$

В этом случае вместо стоячей волны-частицы появляется (с учётом зависимости от временной части уравнения Шредингера) волна, распространяющаяся в $+\infty$.

Далее рассмотрим задачи, где в ограниченном канале существует стационарный потенциал, превосходящий энергию частицы. Сначала рассмотрим неограниченный справа потенциальный барьер (Рис.4):

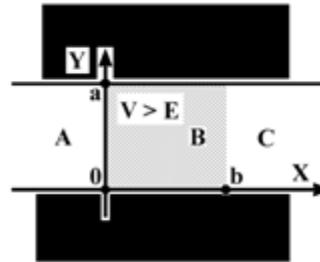


Рис. 4

В области А ВФ соответствует свободной частице - $\psi_A(x,y) = \varphi_I(k_x x) \chi_I(k_y y)$. Как и прежде, бесконечные стенки $y=0$ и $y=a$ дают для решения

$$\psi_A(x,y) = \varphi_I(k_x x) \sin(n\pi y/a)$$

В области В, в соответствии с (2) мы должны рассмотреть три случая

$$\begin{aligned} \psi_{B1}(x,y) &= \varphi_E(K_x x) \chi_E(K_y y) & \psi_{B2}(x,y) &= \varphi_I(K_x x) \chi_E(K_y y) \\ \psi_{B3}(x,y) &= \varphi_E(K_x x) \chi_I(K_y y) \end{aligned}$$

ВФ $\psi_1(x,y)$ и $\psi_2(x,y)$ рассматривать здесь не будем, поскольку они, зануляясь на бесконечных границах канала, приводят к неинтересному пока случаю с $K_y = 0$:

$$\chi_E(K_y y)|_{y=0} = 0 \Rightarrow B_4 = -B_3 \Rightarrow \chi_E(K_y y) = B_3 [\underline{E}(K_y y) - \underline{E}(-K_y y)]$$

$$\chi_E(K_y y)|_{y=a} = B_3 [\underline{E}(K_y a) - \underline{E}(-K_y a)] = 0 \Rightarrow K_y = 0,$$

что даёт для функций отсутствие y -компонент:

$$\psi_{B1}(x,y) = \varphi_E(K_x x), \quad \psi_{B2}(x,y) = \varphi_I(K_x x)$$

Таким образом далее рассматриваем только третью ВФ

$$\psi_B(x,y) = \varphi_E(K_x x) \chi_I(K_y y) = [B_1 \underline{E}(K_x x) + B_2 \underline{E}(-K_x x)] [B_3 \underline{I}(K_y y) + B_4 \underline{I}(-K_y y)]$$

Функция $\chi_I(K_y y)$ в области В, зануляясь на границах $y=0$ и $y=a$, ведет себя, как и в предыдущих случаях, только дискретным становится параметр K_y , что само по себе интересно, поскольку в K_y связана часть потенциала с энергетической компонентой E_y :

$$\chi_I(K_y y)|_{y=0} = \chi_I(K_y a) = 0 \Rightarrow K_y = n\pi/a \quad n=1,2,\dots$$

$$\psi_B(x,y) = \varphi_E(K_x x) \sin(n\pi y/a)$$

Из требования конечности $\varphi_{\underline{E}}(K_x x) = B_1 \underline{E}(K_x x) + B_2 \underline{E}(-K_x x)$ при $x \Rightarrow +\infty$, коэффициент B_1 полагаем равным нулю:

$$\varphi_{\underline{E}}(K_x x) = B \underline{E}(K_x x)$$

и для ВФ в области **В** имеем

$$\psi_B(x, y) = B \underline{E}(K_x x) \sin(n\pi y/a)$$

Остаётся потребовать для

$\psi_A(x, y) = \varphi_{\underline{I}}(k_x x) \sin(n\pi y/a)$ и $\psi_B(x, y)$

непрерывности на границе областей **А** и **В** ($x=0$)

$$\psi_A(x, y)|_{x=0} = \psi_B(x, y)|_{x=0} \Rightarrow A_1 + A_2 = B$$

$$\psi_A'(x, y)|_{x=0} = \psi_B'(x, y)|_{x=0} \Rightarrow ik_x [A_1 - A_2] = -K_x B$$

$$\psi_A''(x, y)|_{x=0} = \psi_B''(x, y)|_{x=0} \Rightarrow [A_1 + A_2](n\pi/a) \cos(n\pi y/a) = B(n\pi/a) \cos(n\pi y/a) \Rightarrow A_1 + A_2 = B$$

Сшивание производных по y при $x=0$ просто дублирует информацию, а сшивание на этой линии функций и производных по x воспроизводит соответствующие соотношения для одномерного полубесконечного барьера:

$$\psi_1(x)|_{x=0} = \psi_2(x)|_{x=0} \Rightarrow (A_1 + A_2) = B, \quad \psi_1'(x)|_{x=0} = \psi_2'(x)|_{x=0} \Rightarrow ik(A_1 - A_2) = -KB$$

Таким образом, волновая функция задачи есть произведение волновой функции одномерного полубесконечного потенциального барьера на функцию $\sin(n\pi y/a)$.

Теперь рассмотрим конечный потенциальный барьер в канале (Рис.5)

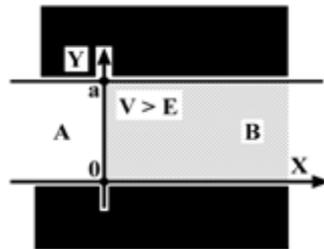


Рис.5

По аналогии с предыдущими результатами имеем для ВФ

$$\text{В области А} \quad \psi_A(x, y) = \varphi_{A\underline{I}}(k_x x) \chi_{A\underline{I}}(k_y y) = \varphi_{A\underline{I}}(k_x x) \sin(n\pi y/a)$$

В области **В**

$$\psi_B(x, y) = \varphi_{B\underline{E}}(K_x x) \chi_{B\underline{E}}(K_y y) = \varphi_{B\underline{E}}(K_x x) \sin(n\pi y/a)$$

В области **С**

$$\psi_C(x, y) = \varphi_{C\underline{I}}(k_x x) \chi_{C\underline{I}}(k_y y) = \varphi_{C\underline{I}}(k_x x) \sin(n\pi y/a) = C \underline{I}(k_x x) \sin(n\pi y/a)$$

В $\psi_C(x, y)$ мы положили равной нулю произвольную константу при $\underline{I}(-k_x x)$ в силу отсутствия отражений из $+\infty$ по оси x . При наличии у всех трёх ВФ одинакового множителя $\sin(n\pi y/a)$, сшивание полученных ВФ и их производных, сводится к сшиванию функций, зависящих только от x , при $x=0$ и $x=b$

$$\varphi_{A\underline{I}}(k_x x)|_{x=0} = \varphi_{B\underline{E}}(K_x x)|_{x=0} \Rightarrow A_1 + A_2 = B_1 + B_2$$

$$\varphi_{A\underline{I}}'(k_x x)|_{x=0} = \varphi_{B\underline{E}}'(K_x x)|_{x=0} \Rightarrow ik_x (A_1 - A_2) = K_x (B_1 - B_2)$$

$$\varphi_{B\underline{E}}(K_x x)|_{x=b} = \varphi_{C\underline{I}}(k_x x)|_{x=b} \Rightarrow [B_1 \underline{E}(K_x b) + B_2 \underline{E}(-K_x b)] = C \underline{I}(k_x b)$$

$$\varphi_{B\underline{E}}'(K_x x)|_{x=b} = \varphi_{C\underline{I}}'(k_x x)|_{x=b} \Rightarrow K_x [B_1 \underline{E}(K_x b) - B_2 \underline{E}(-K_x b)] = ik_x C \underline{I}(k_x b)$$

Сшивание производных по y , как и в предыдущей задаче, дублирует полученную информацию о произвольных постоянных A_n , B_n и C . А полученные соотношения между ними полностью соответствуют одномерной задаче о конечном потенциальном барьере. Так что ВФ этой задачи есть произведение трёх частей ВФ для конечного потенциального барьера на дискретизирующий множитель $\sin(n\pi y/a)$. Это и есть одинаковый для рассмотренных задач результат, реализующийся при первоначальном наложении на общее решение ограничения бесконечными параллельными стенками.

Библиографический список

1. Л. Шифф. Квантовая механика. Изд-во ИЛ, М., 1959
2. Э.Флюгге. Задачи по квантовой механике, т.1, Изд-во Мир, М., 1974.
3. Н.Е. Нюнько, К.В.Санков. Особенности постановки задач при решении уравнения Шредингера в случае двумерного постоянного потенциала. // Вопросы прикладной физики.: Межвуз. науч. сб. Саратов.: Изд-во СГУ. - 2016. - В.23. – С. 59-62.

SOME TWO-DIMENSIONAL PROBLEMS OF QUANTUM MECHANICS FOR AREAS LIMITED BY PARALLEL INFINITE WALLS

¹N.E. Nyun`co, ²K.V. Sankov

¹Saratov state University

²Saratov region IFNS RUSSIA №12

Examines some two-dimensional problems of quantum mechanics for areas limited by parallel infinite walls.

**О ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ ПО КОНСТАНТЕ ТОНКОЙ СТРУКТУРЫ
И ПО ОТНОШЕНИЮ МАСС ЧАСТИЦ
ВКЛАДАХ В ТОНКИЙ СДВИГ S-УРОВНЕЙ ЭНЕРГИИ ВОДОРОДОПОДОБНЫХ АТОМОВ**

С.В. Чурочкина

Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского

Чурочкина Светлана Викторовна, к.ф.-м.н., доцент,
кафедра компьютерной физики и метаматериалов на базе института радиотехники и электроники
им. В.А. Котельникова РАН

Рассматриваются вопросы, связанные с вычислением логарифмических по константе тонкой структуры и по отношению масс частиц поправок в тонкий сдвиг уровней энергии в квазипотенциальном подходе. Обсуждаются и систематизируются полученные к настоящему времени поправки, зависящие от параметра отношения масс частиц.

Новые вклады, пропорциональные $\ln \alpha^{-1}$ (α – константа тонкой структуры) и $\ln \beta^{-1}$ ($\beta = m_1/m_2$ – параметр отношения масс частиц, составляющих водородоподобный атом, m_1 и m_2 – массы легкой и тяжелой частиц соответственно), появляются при исследованиях связанных состояний системы двух элементарных частиц любыми известными методами [1-7]. Квазипотенциальный метод [3,8,9]

не является в этом смысле исключением.

В таблице VIII работы [10] перечислены поправки отдачи, рассчитанные к моменту составления обзора. Исчерпывающий перечень соответствующих данных содержит только один логарифмический по параметру β вклад, полученный еще в работе [2] 1954 года

$$\Delta E = \frac{1}{\pi} \frac{(Z\alpha)^5 \mu^3}{m_1 m_2} \frac{1}{n^3} \left\{ \frac{2}{3} \delta_{l0} \ln \alpha^{-1} - \frac{8}{3} \ln[k_0(n)] - \frac{1}{9} \delta_{l0} - \frac{7}{3} a_n + \frac{2}{m_2^2 - m_1^2} \delta_{l0} \left(m_1^2 \ln \frac{m_2}{\mu} - m_2^2 \ln \frac{m_1}{\mu} \right) \right\}, \quad (1)$$

где Z – номер элемента в таблице Менделеева, μ – приведенная масса водородоподобного атома, n – главное квантовое число, l – орбитальное квантовое число, $\ln[k_0(n)]$ – логарифм Бете; δ_{l0} – символ Кронекера,

$$a_n = -2 \left[\ln \frac{2}{n} + \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} \right) + 1 - \frac{1}{2n} \right] \delta_{l0} + \frac{1 - \delta_{l0}}{l(l+1)(2l+1)}.$$

Вопрос о других подобных вкладах был впервые поставлен и частично решен почти пятьдесят лет спустя в работе [11].

Возвращаясь к результату (1), зададимся вопросами:

- 1) Поправка, пропорциональная $\frac{\alpha^5 \mu^3}{m_1 m_2} \beta^2 \ln \beta^{-1}$,

единственна или нет? Существуют ли другие вклады?

- 2) Есть ли более значительные по величине логарифмические по отношению масс частиц поправки?

Одна из таких поправок, пропорциональных

$\frac{\alpha^6 \mu^3}{m_1 m_2} \beta \ln^2 \beta^{-1}$, была впервые вычислена от диаграммы обмена одним поперечным фотоном в работе [11].

Остановимся сначала на логарифмических по отношению масс частиц поправках в пятом порядке по константе тонкой структуры.

1) Интересующий нас вклад в тонкий сдвиг 1S-уровня энергии от фейнмановской диаграммы обмена одним поперечным фотоном, полученный с использованием квазипотенциального подхода [12-14], может быть записан в виде

$$\Delta E_T = \frac{1}{\pi^4} \alpha^6 \mu^5 \int \frac{d^3 p \Omega_p N_p}{(p^2 + \alpha^2 \mu^2)^2} \int \frac{d^3 q \Omega_q N_q}{(q^2 + \alpha^2 \mu^2)^2} \left\{ - \frac{4(\bar{p}\bar{q})}{(\bar{p} - \bar{q})^2} \left(\frac{1}{M_{1q} M_{2q}} + \frac{1}{M_{1q} M_{2p}} \right) + \frac{1}{M_{1q} M_{2q}} \left(-1 + \frac{(p^2 - q^2)^2}{(\bar{p} - \bar{q})^4} \frac{p^4}{(\varepsilon_{1p} + \varepsilon_{1q})(\varepsilon_{2p} + \varepsilon_{2q}) M_{1p} M_{2p}} \right) - \frac{1}{M_{1q} M_{2p}} + \frac{(p^2 - q^2)^2}{(\bar{p} - \bar{q})^4} \left(2 + 2q^2 \left(\frac{1}{M_{1p} M_{1q}} + \frac{1}{M_{2p} M_{2q}} \right) + \frac{p^2 q^2}{M_{1p} M_{1q} M_{2p} M_{2q}} \right) \times \frac{1}{(\varepsilon_{1p} + \varepsilon_{1q})(\varepsilon_{2p} + \varepsilon_{2q})} \right\}, \quad (2)$$

где $N_p = \sqrt{M_{1p}M_{2p}/(4\varepsilon_{1p}\varepsilon_{2p})}$, $\Omega_p = M_{1p}M_{2p}/(2\mu(M_{1p} + M_{2p}))$, $M_{ip} = \varepsilon_{ip} + m_i$,
 $\varepsilon_{ip} = \sqrt{p^2 + m_i^2}$, $i = 1, 2$.

Поправки, пропорциональные пятому порядку по константе тонкой структуры и зависящие от $\ln \beta^{-1}$, возникающие при прецизионном расчете выражения (2), представлены в таблице 1 (в Таблица 1.

каждом столбце даны результаты расчета каждого из слагаемых (2) по отдельности в той очередности, в какой они записаны в (2)):

	ΔE_T						Σ
$\frac{\alpha^5 \mu^3}{m_1 m_2} \ln \beta^{-1}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$	0	$\frac{2}{\sqrt{2\pi}}$	0	0
$\frac{\alpha^5 \mu^3}{m_1 m_2} \beta \ln \beta^{-1}$	0	$\frac{9}{4\sqrt{2\pi}}$	$\frac{9}{4\sqrt{2\pi}}$	$-\frac{4}{\sqrt{2\pi}}$	$-\frac{1}{2\sqrt{2\pi}}$	0	0
$\frac{\alpha^5 \mu^3}{m_1 m_2} \beta^2 \ln \beta^{-1}$	0	$-\frac{145}{64\sqrt{2\pi}}$	$-\frac{145}{64\sqrt{2\pi}}$	$\frac{4}{\sqrt{2\pi}}$	$\frac{1}{32\sqrt{2\pi}}$	$\frac{1}{2\sqrt{2\pi}}$	0

В совокупности же, как видно из таблицы 1, в пятом порядке по константе тонкой структуры поправки, зависящие от $\ln \beta^{-1}$, отсутствуют.

кулоновским фотоном, полученный с использованием квазипотенциального подхода в [14], дается выражением

2) Вклад в тонкий сдвиг 1S-уровня энергии от фейнмановской диаграммы обмена одним

$$\Delta E_C = -\frac{4}{\pi^4} \alpha^6 \mu^5 \int \frac{d^3 p}{(p^2 + \alpha^2 \mu^2)^2} \int \frac{d^3 q}{(q^2 + \alpha^2 \mu^2)^2} \frac{1}{(\vec{p} - \vec{q})^2} \left[N_p N_q \left(1 + \frac{\vec{p}\vec{q}}{M_{1p}M_{1q}} + \frac{\vec{p}\vec{q}}{M_{2p}M_{2q}} + \frac{(\vec{p}\vec{q})^2}{M_{1p}M_{1q}M_{2p}M_{2q}} \right) - 1 \right]. \quad (3)$$

Новый логарифмический по отношению масс частиц вклад от обмена одним кулоновским фотоном, полученный при расчете выражения (3),

Вклад от фейнмановской диаграммы с параллельными фотонными линиями, отвечающей обмену одним кулоновским и одним поперечным фотонами, может быть представлен в виде

равен $\Delta E_{1C} = -\frac{11}{8\sqrt{2\pi}} \frac{\alpha^5 \mu^3}{m_1 m_2} \frac{\beta^3}{1 + \beta} \ln \beta^{-1}. \quad (4)$

$$\Delta E_{par}^{++} = -\frac{\alpha^7 \mu^5}{\pi^6} \int \frac{d^3 p \Omega_p N_p}{(p^2 + \alpha^2 \mu^2)^2} \int \frac{d^3 q \Omega_q N_q}{(q^2 + \alpha^2 \mu^2)^2} \int \frac{d^3 k}{(k^2 + \alpha^2 \mu^2)} \frac{1}{(\vec{p} - \vec{k})^2} \frac{1}{(\vec{k} - \vec{q})^2} \times$$

$$\times \frac{1}{\varepsilon_{1k} \varepsilon_{2k}} \frac{M_{1k} M_{2k}}{M_{1k} + M_{2k}} \left\{ k^2 - \frac{(k^2 - q^2)^2}{(\vec{k} - \vec{q})^2} \frac{M_{1k} M_{2k}}{(\varepsilon_{1k} + \varepsilon_{1q})(\varepsilon_{2k} + \varepsilon_{2q})} + q^2 \frac{M_{1k}}{M_{1q}} \frac{M_{2k}}{M_{2q}} + \right.$$

$$\left. + (\vec{k}\vec{q}) \left[\frac{M_{1k}}{M_{1q}} + \frac{M_{2k}}{M_{2q}} - \frac{(k^2 - q^2)^2}{(\vec{k} - \vec{q})^2} \frac{M_{1k}}{M_{2q}} \frac{1}{(\varepsilon_{1k} + \varepsilon_{1q})(\varepsilon_{2k} + \varepsilon_{2q})} - \frac{(k^2 - q^2)^2}{(\vec{k} - \vec{q})^2} \frac{M_{2k}}{M_{1q}} \frac{1}{(\varepsilon_{1k} + \varepsilon_{1q})(\varepsilon_{2k} + \varepsilon_{2q})} \right] + \Re \right\}. \quad (5)$$

Интегрирование величины $\Re = (\vec{p}\vec{k}) \left(\frac{k^2}{M_{1p}M_{1k}} + \frac{k^2}{M_{2p}M_{2k}} - \frac{(k^2 - q^2)^2}{(\vec{k} - \vec{q})^2} \frac{1}{(\varepsilon_{1k} + \varepsilon_{1q})(\varepsilon_{2k} + \varepsilon_{2q})} \left(\frac{M_{1k}}{M_{2p}} + \frac{M_{2k}}{M_{1p}} \right) \right) + \frac{p^2 k^4}{M_{1p}M_{2p}M_{1k}M_{2k}}$

к появлению искомым логарифмических вкладов не приводит.

В таблице 2 приводятся поправки от процесса последовательного обмена кулоновским и поперечным фотонами в обобщенном виде.

Отличные от нуля в δ -приближении волновых функций вклады в таблице 2 помечены звездочкой.

Таблица 2.

Диаграмма	$\Delta E_{\text{par}}^{++}$							Σ
$\frac{\alpha^5 \mu^3}{m_1 m_2} \beta \ln \beta^{-1}$	$\frac{2^*}{\pi}$	$-\frac{2^*}{\pi} - \frac{2\sqrt{2}}{\pi}$	$\frac{2\sqrt{2}}{\pi}$	0	0	0	0	0
$\frac{\alpha^5 \mu^3}{m_1 m_2} \beta^2 \ln \beta^{-1}$	$-\frac{1^*}{\pi}$	$\frac{1^*}{\pi} + \frac{7\sqrt{2}}{4\pi}$	$-\frac{7\sqrt{2}}{4\pi}$	$-\frac{\sqrt{2}}{8\pi}$	$-\frac{\sqrt{2}}{8\pi}$	0	0	$-\frac{\sqrt{2}}{4\pi}$

4) **Фейнмановская диаграмма с перекрестными фотонными линиями, отвечающая обмену одним кулоновским и одним поперечным фотонами, новых логарифмических** по массовому коэффициенту вкладов в пятый порядок по константе тонкой структуры не вносит и имеет вид

$$\Delta E_{\text{cr}}^{++} = -\frac{\alpha^7 \mu^5}{\pi^6} \int \frac{d^3 p \Omega_p N_p}{(p^2 + \alpha^2 \mu^2)^2} \int \frac{d^3 q \Omega_q N_q}{(q^2 + \alpha^2 \mu^2)^2} \int \frac{d^3 k}{\varepsilon_{1k} \varepsilon_{2kpq}} \frac{1}{(\vec{p} - \vec{k})^2} \frac{1}{|\vec{k} - \vec{q}|} \times$$

$$\frac{1}{(|\vec{k} - \vec{q}| + \varepsilon_{1k} - E_1 + \varepsilon_{2q} - E_2)(|\vec{k} - \vec{q}| + \varepsilon_{1p} - E_1 + \varepsilon_{2kpq} - E_2)} \times$$

$$\times \left\{ 4 \left(\vec{p}\vec{q} - \frac{\vec{p}(\vec{k} - \vec{q})\vec{q}(\vec{k} - \vec{q})}{(\vec{k} - \vec{q})^2} \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{[\vec{k}\vec{q}]^2}{M_{2q}(\varepsilon_{2kpq} + \varepsilon_{2p})} \left(1 + \frac{M_{1k}}{M_{1q}} \right) + \frac{[\vec{p}\vec{k}]^2}{M_{1p}M_{1k}} \left(1 + \frac{\varepsilon_{2kpq} + m_2}{M_{2p}} \right) \right\} \quad (6)$$

Вклады $\frac{\alpha^6 \mu^3}{m_1 m_2} \beta \ln^2 \beta^{-1}$, $\frac{\alpha^6 \mu^3}{m_1 m_2} \ln \beta^{-1}$, слагаемые, пропорциональные α^6 и выше, сделаем допущение

$$\frac{1}{|\vec{k} - \vec{q}| + a} \rightarrow \frac{1}{|\vec{k} - \vec{q}|}$$

полученные при расчете диаграммы обмена одним поперечным фотоном, вычислены в работах [11,12]. Покажем, что это наиболее значительные логарифмические по массовому коэффициенту поправки в шестом порядке по константе тонкой структуры. Для этого обратимся к работам [2] и [15].

и в получившемся выражении перейдем к новой переменной $\vec{k}' = \vec{k} - \vec{q}$.

В этом случае квазипотенциал, соответствующий обмену одним кулоновским и одним поперечным фотонами, в высокочастотной области имеет вид

Объединим формулы (5) и (6). После этого вычтем соответствующую итерацию, опустим

$$V_{\text{CT}}^>(\vec{p}, \vec{q}) = \frac{(Z\alpha)^2}{\pi m_1 m_2} \int_{k>\lambda} \frac{d^3 k}{k^3 (\vec{k} - \vec{p} + \vec{q})^2} \left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right) (p - q)^i (p - q)^j. \quad (7)$$

Анализ выражения (7) приводит к следующим выводам:

1) При вычислении (7) возникают интегралы типа

$$-\frac{8}{\sqrt{2\pi^2}} \frac{\alpha^6 \mu^4}{mM} \beta \int \frac{dp}{(p^2 + M^2) \varepsilon_{1p}} \ln \frac{\alpha \mu}{p} \approx -\frac{8}{\sqrt{2\pi^2}} \frac{\alpha^6 \mu^3}{mM} \beta^2 \ln \alpha^{-1} \ln \beta^{-1}. \quad (8)$$

2) В интервале, в котором возникают поправки $\beta \leq p \leq 1$, возникают следующие вклады логарифмические по массовому параметру

$$-\frac{16}{\sqrt{2\pi^2}} \frac{\alpha^6 \mu^3}{m_1 m_2} \beta \int_{\beta}^1 \frac{dp}{p^2} \ln \frac{\gamma}{p} \approx -\frac{16}{\sqrt{2\pi^2}} \frac{\alpha^6 \mu^3}{m_1 m_2} \beta \left\{ \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right) \ln \alpha^{-1} - \ln \beta^{-1} \right\}. \quad (9)$$

Обсудим теперь некоторые тонкие моменты, касающиеся вкладов $\alpha^6 \ln \alpha^{-1}$, которые, как нам кажется, которые могли быть упущены в ходе дискуссии в работах [16-18].

В [18] констатируется получение различных вкладов относительного порядка $\alpha^6 \ln \alpha^{-1}$ для уровней энергии позитрония. Между тем, как отмечалось выше в работе [16] речь шла об атоме мюония, а в работе [17] об атоме позитрония.

Наиболее просто сравнить результаты для

прямого канала, приравняв массы $m_1 = m_2$.

Однако, в поправках (8) и (9) существенна зависимость от массового коэффициента β . При $m_1 = m_2$ поправка (8) зануляется, но она существует при $m_1 \neq m_2$. Поправка (9) содержит величину $\ln \alpha^{-1}$ с коэффициентом $\left(\frac{1}{\beta} - 1 \right)$. При $\beta = 1$ она

обращается в нуль, а при $m_1 \neq m_2$ существуют поправки совершенно различной величины, пропорциональные $\ln \alpha^{-1}$ и $\beta \ln \alpha^{-1}$.

Что касается поправок типа (8), то они существенно отличают спектр атомов мюония и позитрония. Но, возможно, при дискуссии они не учитывались из-за малости (коэффициент β^2).

Поправки типа (9) $\frac{\alpha^6 \mu^3}{m_1 m_2} \ln \alpha^{-1}$ и $\frac{\alpha^6 \mu^3}{m_1 m_2} \beta \ln \alpha^{-1}$ надо считать отдельно, непосредственный

переход к спектру позитрония не оправдан. Мы не можем сказать однозначно, принимали ли это во внимание участники дискуссии.

В заключение запишем обобщенную формулу Фултона и Мартина (1) с учетом новых данных [11-14,19-25] в виде

$$\Delta \tilde{E} = \frac{(Z\alpha)^5 \mu^3}{\pi m_1 m_2 n^3} \left\{ \frac{2}{3} \delta_{l_0} \ln(Z\alpha)^{-1} - \frac{8}{3} \ln[k_0(n)] - \frac{1}{9} \delta_{l_0} - \frac{7}{3} a_n + \beta \ln \beta^{-1} [\beta C_\beta + \beta^2 C_{\beta^2} + \frac{\alpha}{\beta} C_{\alpha/\beta} + \alpha C_\alpha + \alpha C_{\alpha\beta} \ln \beta^{-1}] + \alpha \sqrt{\beta} C_{\sqrt{\beta}} + \alpha \beta \sqrt{\beta} C_{\beta\sqrt{\beta}} \right\} \quad (10)$$

где

$$C_\beta = 2 - \frac{\sqrt{2}}{4} \approx 1.646,$$

$$C_{\beta^2} = -\frac{11}{8\sqrt{2}} \approx -0.972,$$

$$C_{\alpha/\beta} = -\frac{2\sqrt{2}}{\pi} [\ln(1 + \sqrt{2}) - \sqrt{2}] \approx 0.480,$$

$$C_\alpha = \frac{1}{\pi} \left[\frac{17}{9} + \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{3}{2} (1 + 2\sqrt{2}) \ln(1 + \sqrt{2}) + 6 \ln 2 \right] \approx 0.539,$$

$$C_{\alpha\beta} = \frac{1}{\pi} - \frac{2}{\pi^2} \approx 0.116,$$

$$C_{\sqrt{\beta}} = \frac{\pi}{4} \approx 0.785,$$

$$C_{\beta\sqrt{\beta}} = -\frac{3}{16} \approx 0.187.$$

Также необходимо отметить, что квазипотенциальный подход является исключительно эффективным методом описания связанных состояний в квантовой электродинамике. Он совмещает простоту и наглядность трехмерного формализма нерелятивистской квантовой меха-

ники с ковариантным аппаратом квантовой теории поля. Этот подход открывает новые возможности для повышения точности расчета величины тонкого сдвига уровней энергии водородо-подобных атомов.

Библиографический список

1. Bethe H.A., Salpeter E.E. A Relativistic Equation for Bound-State Problems // Physical Review. 1951. Vol. 84. P. 1232-1242.
2. Fulton T., Martin P.C. Two-Body System in Quantum Electrodynamics. Energy Levels of Positronium // Physical Review. 1954. Vol. 95. P. 811-822.
3. Logunov A.A., Tavkhelidse A.N. Quasi-Optical Approach in Quantum Field Theory // Nuovo Cimento. 1963. Vol. 29. P. 380-399.
4. Kadyshevsky V.G. Quasipotential Type Equation for the Relativistic Scattering Amplitude // Nuclear Physics B. 1968. Vol. 6. P. 125-148.
5. Grotch H., Yennie D.R. Effective Potential Model for Calculating Nuclear Corrections to the Energy Levels of Hydrogen // Reviews of Modern Physics. 1969. Vol. 41. P. 350-374.
6. Gross F. Three-Dimensional Covariant Integral Equations for Low-Energy Systems // Physical Review. 1969. Vol. 186. P. 1448-1462.
7. Дульян Л.С., Фаустов Р.Н. Модифицированное уравнение Дирака в квантовой теории поля // Теоретическая и математическая физика. 1975. Т. 22, № 3. С. 314-322.
8. Фаустов Р.Н. Квазипотенциальный метод в задаче о связанном состоянии двух частиц: Сообщение –

- P2-1911. ОИЯИ, 1964. – 11 с.
9. Тюхтяев Ю.Н. Новый метод учёта кулоновского взаимодействия в квазипотенциальном подходе Логунова-Тавхелидзе // Теоретическая и математическая физика. 1982. Т. 53, № 3. С. 419-428.
 10. Eides M., Grotch H., Shelyuto V.A. Theory of Light Hydrogenlike Atoms // Physics Reports. 2001. Vol. 342. P. 63-261.
 11. Бойкова Н.А., Тюхтяев Ю.Н., Фаустов Р.Н. О вкладах порядка $\alpha^6 \ln(m_1/m_2)$ в тонкий сдвиг S-уровней энергии мюония // Ядерная физика. 1998. Т. 61, № 5. С. 866-870.
 12. Бойкова Н.А., Клещевская С.В., Тюхтяев Ю.Н., Фаустов Р.Н. Логарифмические по m_1/m_2 поправки к величине тонкого сдвига S-уровней энергии в атоме мюония // Ядерная физика. 2001. Т. 64, № 8. С. 1437-1441.
 13. Бойкова Н.А., Клещевская С.В., Тюхтяев Ю.Н., Фаустов Р.Н. Применение кулоновской калибровки фотонного пропагатора для построения квазипотенциала двухчастичной системы // Теоретическая физика. 2004. Т.5. С. 132-139.
 14. Бойкова Н.А., Клещевская С.В., Тюхтяев Ю.Н., Фаустов Р.Н. К вопросу о логарифмических по отношению масс частиц вкладах в тонкий сдвиг S уровней энергии водородоподобных атомов в пятом порядке по константе тонкой структуры // Ядерная физика. 2004. Т. 67, №3. С. 548-555.
 15. Ньюнко Н.Е., Тюхтяев Ю.Н., Фаустов Р.Н. Влияние движения ядра на тонкую структуру водорода: Сообщение – P2-7493. ОИЯИ, 1973. – 16 с.
 16. Khriplovich I.B., Milstein A.I., Yelkhovsky A.S. Corrections of $O(\alpha^6 \log \alpha)$ in the Two-Body QED Problem // Physical Letters B. 1992. Vol. 282. P. 237-242.
 17. Fell R.N. Order $\alpha^4 \ln \alpha^{-1} f_{\text{RYD}}$ Corrections to the $n = 1$ and $n = 2$ Energy Levels of Positronium // Physical Review Letters. 1992. Vol. 68. P. 25-28.
 18. Fell R.N., Khriplovich I.B., Milstein A.I., Yelkhovsky A.S. On the Recoil Corrections in Hydrogen // Physical Letters. 1993. Vol. A181. P. 172-174.
 19. Бойкова Н.А., Клещевская С.В., Тюхтяев Ю.Н., Фаустов Р.Н. К вопросу о влиянии движения ядра на тонкую структуру водородоподобного атома с различными массами частиц // Теоретическая и математическая физика. 2006. Т. 149, № 3. С. 325-338.
 20. Бойкова Н.А., Бойкова О.А., Клещевская С.В., Тюхтяев Ю.Н. К вопросу о новых вкладах в тонкий сдвиг уровней энергии водородоподобных атомов с точностью до шестого порядка по константе тонкой структуры // Теоретическая физика. 2007. № 8. С. 124-129.
 21. Voikova O.A., Voikova N.A., Kleshchevskaya S.V., Tyukhtyaev Yu.N. On the possibility of precise calculations of the contribution to the fine energy shifts of hydrogen-like atoms due to the motion of the nucleus // Proceedings of SPIE. 2007. Vol. 6537. P. 65370K.
 22. Бойкова Н.А., Бойкова О.А., Клещевская С.В., Тюхтяев Ю.Н. Исследование поправок к тонкому сдвигу уровней энергии в водородоподобных атомах // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2008. Т. 8, № 2. С. 42-46.
 23. Бойкова Н.А., Клещевская С.В., Тюхтяев Ю.Н., Фаустов Р.Н. К решению задачи о влиянии движения ядра на тонкую структуру водородоподобного атома квазипотенциальным методом // Ядерная физика. 2009. Т. 72, № 2. С. 300-306.
 24. Бойкова О.А., Клещевская С.В., Тюхтяев Ю.Н., Фаустов Р.Н. Особенности квазипотенциального подхода к исследованию высших по константе тонкой структуры поправок к тонким сдвигам уровней энергии водорода // Ядерная физика. 2010. Т. 73, № 6. С. 1024-1032.
 25. Чурочкина С.В. О проблеме сходимости ряда теории возмущений в квазипотенциальном методе // Гетеромагнитная микроэлектроника. 2014. Вып. 17. С. 23-36.

ON A FINE STRUCTURE CONSTANT AND PARTICLES' MASS RATIO LOGARITHMIC CONTRIBUTIONS TO A FINE SHIFT OF S ENERGY LEVELS OF HYDROGEN-LIKE ATOMS

S. Churochkina

Saratov State University

Problems related to calculation of a fine structure constant and particles mass ratio logarithmic corrections to a fine shift of energy levels are considered in the quasipotential approach. Corrections, depending on a particles mass ratio parameter, which are presently obtained, are discussed and systematized.

ГИДРАТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРОЛИТА.

Клугман И. Ю.

Клугман Илья Юльевич, к. т. н.

Гидратация коренным образом изменяет параметры ионов, поэтому реальная модель электролита должна отражать изменения параметров ионов в результате гидратации. На примере водного электролита типа 1-1 показывается возможность создания модели, где каждый ион определяется двумя параметрами, связанными с первичной и вторичной гидратациями. Первичная гидратация характеризуется радиусом гидратированного иона r_{ih} , а вторичная - толщиной буферной зоны b_{i2} , расположенной между гидратированным ионом и водой.

Показано, что этих двух параметров достаточно для определения ряда характеристик электролита с концентрацией $c \leq 0.2$ моль/л. В качестве примера определяются эквивалентная электропроводность λ , коэффициент диффузии D и вязкость η .

ВВЕДЕНИЕ

В дисперсных системах часто происходит взаимодействие между дисперсными частицами и жидкой средой. Как показал Б. В. Дерягин [1] на примере адсорбции, это явление сопровождается нарушением закона Архимеда из-за того, что молекулы жидкости при присоединении к дисперсной частице уменьшают свой объем. В электролитах при гидратации нарушение закона Архимеда вызывается не только уменьшением объема молекулы воды при первичной гидратации, но и увеличением её объема за счет появления буферной зоны, вызванной вторичной гидратацией. Для упрощения изучения процесса взаимодействия иона с водной средой был предложен параметр, названный индикатором нарушения закона Архимеда [2], указывающий не только на факт нарушения закона Архимеда, но и позволяющий определять объем, в котором этот закон нарушается. Использование такого индикатора, с учетом того, что число гидратации определяется энергией самого иона, позволило определить для каждого иона два параметра, отражающие изменения, вызванные гидратацией. Модель электролита, где каждый ион характеризуется двумя параметрами, позволяет определять различные характеристики электролитов. В данной статье это иллюстрируется примером определения эквивалентной электропроводности, коэффициента диффузии и вязкости.

1. ОБОСНОВАНИЕ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРОЛИТА.

1-1 Индикатор нарушения закона Архимеда – ключ к расчёту гидратации.

1-1.1 Преобразование кажущегося молярного объёма в индикатор нарушения закона Архимеда. Кажущийся молярный объём электролита Φ был введен в качестве вспомогательной характеристики для определения парциального молярного объёма. Но он имеет физическую трактовку, на которую не было обращено должного внимания. Величину Φ (в см³/моль) можно определить по формуле:

Посвящается памяти Зои Яковлевны Быковой. Она была моей преданной спутницей в течение 63 лет, женой и другом, неизменной советчицей, и редактором всех моих работ, основательницей и хранительницей нашего домашнего очага.

$$\Phi = \frac{1000}{cd_0}(d_0 - d) + \frac{M_2}{d_0}, \quad (1)$$

где d и d_0 - плотности электролита и воды (в г/см³) соответственно, M_2 - молярная масса соли (в г), c - концентрация электролита (в моль/л).

Если обозначить через V_w объём воды в одном литре электролита, выражение (1) можно преобразовать

$$\Phi = \frac{[(1000 - V_w)d_0 - M_2c] + M_2c}{cd_0} = \frac{1000 - V_w}{c}$$

Следовательно, Φ - это изменение объёма воды в электролите при $c=1$ моль/л, происходящее, в первую очередь, из-за наличия объёма ионов в электролите V_i (в см³/моль).

$$V_i = \frac{4\pi}{3} N_A (r_a^3 + r_c^3) = 2.523 \cdot 10^{-3} (r_a^3 + r_c^3),$$

где r_a и r_c – радиусы анионов и катионов (в Å), N_A – число Авогадро.

Если в электролите не происходила бы гидратация, то имели бы место равенства: $V_w + V_i = 1000$ см³ и $\Phi = V_i/c$. Для оценки влияния гидратации был предложен новый параметр, названный индикатором нарушения закона Архимеда [2]:

$$K_{Aac} = \Phi - 2.523 \cdot 10^{-3} (r_a^3 + r_c^3). \quad (2)$$

Действительно, при отсутствии гидратации $K_{Aac} = 0$. При гидратации индикатор K_{Aac} показывает, насколько изменился объём электролита. Как будет показано ниже, величина K_{Aac} может иметь как положительное, так и отрицательное значение. Значение коэффициента K_{Aac} входит в расчетные формулы параметров предлагаемой модели, поэтому желательно иметь аналитическую зависимость $K_{Aac} = f(c)$ для электролитов типа 1-1 при $t = 25^\circ\text{C}$.

1-1.2. Численные значения Φ и K_{Aac} у электролитов. Мы ищем аналитические зависимости $\Phi = f(c)$ и $K_{Aac} = f(c)$ в виде полиномов третьей степени, обеспечивающие достаточную точность. Индикатор K_{Aac} , как и Φ , является аддитивной величиной, тогда как плотность d не аддитивна. Поэтому удобней

ДИСКУССИЯ

пользоваться аддитивной характеристикой, обратной плотности, γ :

$$\Phi = M_2\gamma_0 + \frac{1000}{c} \frac{\gamma - \gamma_0}{\gamma}, \quad (3)$$

где $\gamma = 1/d, \gamma_0 = 1/d_0$.

Если выразить γ в виде полинома:

$$\gamma = 1/d = \gamma_0 + Ac + Bc^2 + Dc^3, \quad (4)$$

то

$$\Phi = M_2\gamma_0 + 1000 \frac{A + Bc + Dc^2}{\gamma_0 + Ac + Bc^2 + Dc^3} \quad (5)$$

и

$$\Phi_0 = M_2\gamma_0 + 1000A/\gamma_0. \quad (6)$$

Для расчёта Φ были отобраны 14 работ [3] ÷ [16], где приводились значения плотности

Таблица 1. Расчёт зависимости кажущегося молярного объема Φ (в см³/моль) и индикатора нарушения закона Архимеда K_{Aac} (в см³/моль) от концентрации c (в моль/л) у электролитов типа 1-1.

NaF A=0.044363 B=0.005089 D=0.001348		NaCl A=0.041703 B=0.003867 D=0.000787		NaBr A=0.079605 B=0.0083197 D=0.001326		NaI A=0.115477 B=0.015447 D=0.002536		
c	Φ	K_{Aac}	Φ	K_{Aac}	Φ	K_{Aac}	Φ	K_{Aac}
0	-2.12	-10.17	17.03	-0.19	23.83	2.67	35.19	7.74
0.001	-2.12	-10.17	17.03	-0.19	23.83	2.67	35.19	7.74
0.005	-2.11	-10.15	17.04	-0.18	23.84	2.68	35.20	7.75
0.010	-2.09	-10.14	17.05	-0.17	23.85	2.69	35.21	7.76
0.020	-2.06	-10.11	17.07	-0.15	23.87	2.71	35.23	7.78
0.050	-1.97	-10.02	17.14	-0.08	23.93	2.77	35.30	7.85
0.100	-1.82	-9.87	17.24	0.02	24.02	2.86	35.40	7.95
0.200	-1.54	-9.59	17.43	0.21	24.21	3.05	35.60	8.15
KF A=0.050298 B=0.005561 D=0.001310		KCl A=0.047648 B=0.004536 D=0.000960		KBr A=0.085539 B=0.009503 D=0.001655		KI A=0.121422 B=0.016608 D=0.002571		
c	Φ	K_{Aac}	Φ	K_{Aac}	Φ	K_{Aac}	Φ	K_{Aac}
0	8.12	-4.31	27.27	5.67	34.07	8.53	45.43	13.60
0.001	8.12	-4.31	27.27	5.67	34.07	8.53	45.43	13.60
0.005	8.13	-4.30	27.28	5.68	34.08	8.54	45.44	13.61
0.010	8.15	-4.28	27.29	5.69	34.09	8.55	45.45	13.62
0.020	8.18	-4.25	27.32	5.72	34.11	8.57	45.47	13.64
0.050	8.27	-4.16	27.38	5.78	34.18	8.64	45.52	13.69
0.100	8.41	-4.02	27.49	5.89	34.28	8.74	45.62	13.79
0.200	8.69	-3.74	27.70	6.10	34.48	8.94	45.79	13.96
RbF A=0.091945 B=0.011137 D=0.001799		RbCl A=0.089286 B=0.010410 D=0.001662		RbBr A=0.127187 B=0.018518 D=0.003075		RbI A=0.163060 B=0.029111 D=0.005605		
c	Φ	K_{Aac}	Φ	K_{Aac}	Φ	K_{Aac}	Φ	K_{Aac}
0	13.10	-1.64	32.25	8.33	39.05	11.19	50.41	16.26
0.001	13.10	-1.64	32.25	8.33	39.05	11.19	50.41	16.26
0.005	13.11	-1.63	32.26	8.34	39.06	11.20	50.42	16.27
0.010	13.13	-1.61	32.27	8.35	39.07	11.21	50.44	16.29
0.020	13.15	-1.59	32.30	8.38	39.10	11.24	50.46	16.31
0.050	13.23	-1.51	32.37	8.45	39.17	11.31	50.54	16.39
0.100	13.36	-1.38	32.49	8.57	39.28	11.42	50.66	16.51
0.200	13.62	-1.12	32.72	8.80	39.51	11.65	50.90	16.75
CsF A=0.132293 B=0.019709 D=0.002923		CsCl A=0.129643 B=0.018835 D=0.002864		CsBr A=0.167538 B=0.029772 D=0.004620		CsI A=0.203417 B=0.043254 D=0.008332		
c	Φ	K_{Aac}	Φ	K_{Aac}	Φ	K_{Aac}	Φ	K_{Aac}
0	20.44	2.89	39.59	12.86	46.39	15.72	57.75	20.80
0.001	20.44	2.89	39.59	12.86	46.39	15.72	57.75	20.80
0.005	20.45	2.90	39.60	12.87	46.40	15.73	57.76	20.81
0.010	20.46	2.91	39.61	12.88	46.41	15.74	57.77	20.82
0.020	20.48	2.93	39.63	12.90	46.43	15.76	57.79	20.84
0.050	20.55	3.00	39.69	12.96	46.48	15.81	57.85	20.90
0.100	20.66	3.11	39.80	13.07	46.57	15.90	57.96	21.01
0.200	20.89	3.34	39.99	13.26	46.77	16.10	58.17	21.22

электролитов с точностью не менее шести десятичных разрядов. По этим данным для каждого электролита типа 1-1 определялись коэффициенты A, B, D , позволившие по формуле (5) рассчитать зависимость $\Phi=f(c)$ в диапазоне $c=0\div 0.20$ моль/л. Результаты расчётов приведены в Таблице 1.

Для проверки точности аппроксимации подсчитывались плотности $d_{cal} = \frac{1}{\gamma} = f(c)$ по коэффициентам A, B, D и сравнивались с экспериментальными значениями из [3], [4] и [5]. Средняя квадратичная погрешность аппроксимации $\sigma=0.0018\%$, максимальная $\varepsilon_{max}=0.0073\%$, что свидетельствует о достаточно высокой точности полученных значений Φ и K_{Aac} .

1-1.3. Основы процесса гидратации. Результат влияния ионов на ближайшие к ним молекулы воды принято разделять на две составляющие: первичную гидратацию, отражающую изменения, претерпеваемые самим ионом, и вторичную, отражающую изменения окружающего его пространства.

В результате первичной гидратации к иону за счёт ионно-дипольного взаимодействия присоединяется h_i дипольных молекул воды, образуя гидратированный ион, который ведет себя, как единое кинетическое тело с радиусом r_{ih} . Мерой первичной гидратации служит среднее число молекул воды, содержащихся в гидратной оболочке иона h_i .

За счёт вторичной гидратации гидратированный ион отделяется от водной среды буферной зоной, образующейся и перемещающейся совместно с ионом. Это приводит к локальному уменьшению вязкости и к увеличению объёма электролита. Мерой вторичной гидратации может служить увеличение объёма электролита в результате воздействия ионов соли ΔV_+ .

1-1.4. Связь индикатора нарушения закона Архимеда с гидратацией. Как следует из Таблицы 1, некоторые электролиты имеют положительное значение K_{Aac} , другие - отрицательное. Известно, что в электролитах происходит уменьшение объёма воды в результате первичной гидратации на величину ΔV_- , так как молекулы воды при переходе в гидратную оболочку более плотно упаковываются и поэтому занимают меньший объём, чем в воде. При вторичной гидратации все ионы отделяются от воды буферной зоной толщиной b_{i2} , что приводит к увеличению объёма на ΔV_+ . Поэтому индикатор нарушения закона Архимеда K_{Aac} , равный сумме этих противоположных изменений объёма в $\text{см}^3/\text{моль}$, может иметь любой знак. Обозначение K_{Aac} относится к формулам, где присутствуют и анионы и катионы. Индикатор отдельных ионов будем обозначать K_{Ai} для общего случая, а порознь у анионов обозначим K_{Aa} , у катионов K_{Ac} . Рассмотрим зависимости между параметрами гидратации и индикатором нарушения закона Архимеда K_{Ai} .

Объём, занимаемый молекулой H_2O в воде при $t = 25^\circ\text{C}$ с учетом того, что молярная масса воды $M_w = 18.015$ г, а плотность $d = 0,997$ г/ см^3 , равен:

$$v_{25} = \frac{M}{dN_A} = 30.0 \text{ \AA}^3.$$

Объём самой молекулы воды равен $v_w = 11.25 \text{ \AA}^3$ [17]. Следовательно, молекула в воде занимает объём, почти в три раза больше её собственного объёма. Для учета уменьшения объёма электролита можно использовать понятие коэффициента упаковки, равного отношению объёма молекулы воды v_w к объёму v_p , который она занимает в рассматриваемом случае: $K_{ph} =$

v_{ph}/v_w . Если коэффициент упаковки молекулы воды в гидратной оболочке обозначить через K_{ph} , то объём гидратированной молекулы воды будет $v_{ph} = 11.25/K_{ph}$.

Расчёты параметров модели при разных значениях K_{ph} показали, что оптимальные параметры модели получаются при $K_{ph} = 0,526$ [2]. Поэтому в дальнейшем во всех формулах будет использоваться это значение K_{ph} .

Уменьшение объёма электролита за счёт присоединения h_i молекул воды к одному иону равно в Å^3 :

$$\Delta v_{i-} = -(30.00 - 11.25/K_{ph})h_i = -8.612h_i, \quad (7)$$

а в одном моле ионов в $\text{см}^3/\text{моль}$

$$\Delta V_{i-} = -N_A \Delta v_{i-} = -5.198h_i. \quad (8)$$

Увеличение объёма электролита, характеризующее буферную зону

$$\Delta V_{i+} = K_{Ai} - \Delta V_{i-}. \quad (9)$$

Радиус гидратированного иона в Å :

$$r_{ih} = \sqrt[3]{r_i^3 + \frac{3}{4\pi} v_{w2} h_i} = \sqrt[3]{r_i^3 + 5.102h_i}, \quad (10)$$

а толщина буферного слоя в Å :

$$b_{i2} = \sqrt[3]{r_{ih}^3 + \frac{3\Delta V_{i+}}{4\pi N_A} - r_{ih}^3} = \sqrt[3]{r_{ih}^3 + 0.396\Delta V_{i+} - r_{ih}^3}. \quad (11)$$

Таким образом, использование индикатора K_{Aac} позволяет определить основные параметры гидратации.

2-2. Модель электролита при бесконечном разбавлении

2-2.1. Обоснование предлагаемой модели электролита. Из предыдущего раздела видно, что процесс первичной гидратации коренным образом изменяет параметры ионов. В результате гидратации ион малого радиуса, который должен быть наиболее подвижным, обрастает гидратной оболочкой и делается менее подвижным. С другой стороны, за счёт вторичной гидратации вокруг иона возникает локальное снижение вязкости, облегчающее перемещение гидратированного иона. Задача данной статьи - обоснование модели электролита, в которой каждый ион характеризуется двумя параметрами, отражающими воздействие первичной и вторичной гидратаций. Параметры модели должны быть выбраны так, чтобы с их помощью можно было определять различные характеристики электролитов.

В качестве параметра модели, отражающего первичную гидратацию, удобно использовать радиус гидратированного иона r_{ih} (10). Действительно, он входит во все формулы для расчёта характеристик электролитов, отражающих движение ионов или их объём. Локальное уменьшение вязкости η_l пропорционально толщине буферной зоны b_{i2} (11), может служить параметром модели, так как определяет величину

относительной локальной вязкости $\eta_l = K_l b_{i2}$, вызванную вторичной гидратацией.

Для использования предлагаемой модели в расчётах различных характеристик электролитов необходимо определить значения r_{ih} и b_{i2} у каждого иона в пределах концентрации $c = 0 \div 0.20$ моль/л. Начать следует со случая бесконечного разбавления электролита, когда отсутствует влияние на ион соседних ионов.

2-2.2. Зависимость между энергией иона и числом гидратации. Число гидратации иона h_i является статистической величиной и не является целым числом, так как у одних ионов может быть больше на одну молекулу воды, у других меньше на одну молекулу. Величина h_i определяется энергией самого иона и присоединившихся к нему молекул воды. Борн [18] доказал, что энергия иона определяется его зарядом и радиусом r_i :

$$U_i = \frac{z^2 e^2}{2 r_i} \left(1 - \frac{1}{\epsilon_w}\right), \quad (12)$$

где z - зарядное число, e - заряд электрона, ϵ_w - диэлектрическая проницаемость воды.

Борн подчеркивает, что энергия иона равна энергии создаваемого им электрического поля. Следовательно, энергия, затраченная на формирование гидратной оболочки радиусом r_{ih} , т.е. первичная зона гидратации, равна энергии участка поля, занимаемого гидратной оболочкой:

$$U_1 = \frac{z^2 e^2}{2} \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_{ih}} \right) \left(1 - \frac{1}{\epsilon_w} \right). \quad (13)$$

Остальная часть энергии иона затрачивается на формирование вторичной зоны гидратации и самого поля.

$$U_{\mu 0} = \frac{1}{8\pi} \int_{v_w}^{\infty} \frac{\mu^2 \text{Cos}^2 \varphi}{r^6} 2\pi r^2 \text{Sin} \varphi d\varphi dr = \frac{\mu^2}{4} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \text{Cos}^2 \varphi d\varphi \int_{r_w}^{\infty} \frac{dr}{r^4} = \frac{\mu^2}{18r_w^3}$$

Если учесть, что у воды $\mu = 0.6110 \cdot 10^{-29}$ Кл м, а радиус молекулы воды $r_w = 1.39 \text{ \AA}$, то энергия дипольной молекулы воды будет $U_{\mu 0} = 0.692 \cdot 10^{-20}$ Дж.

Согласно (13) энергия одновалентного иона радиусом $r_i = 1 \text{ \AA}$ равна $U_i = 1.154 \cdot 10^{-18}$ Дж. Следовательно, энергия молекулы воды составляет всего 0.6 % от энергии иона радиусом 1 \AA . Однако, если дипольная молекула попадает в электрическое поле, её энергия возрастает. Можно рассчитать энергию дипольной молекулы, совмещённой с ионом, имеющим тот же радиус r_w :

$$U_{e\mu} = \frac{1}{8\pi} \int_{v_w}^{\infty} \frac{ze\mu \text{Cos} \varphi}{r^5} dv.$$

Используя тот же прием, получим, что энергия молекулы воды, совмещённой с ионом, будет:

$$U_{e\mu} = \frac{ze\mu}{16r_w^2}.$$

Следует отметить, что сила ионно-дипольного взаимодействия значительно преобладает над силами внешнего электрического поля. Поэтому внутри гидратной оболочки отсутствует ориентационная поляризация. Следовательно,

$$U_1 = \frac{z^2 e^2}{2} \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_{ih}} \right) \left(1 - \frac{1}{\epsilon_{\infty}} \right), \quad (14)$$

где $\epsilon_{\infty} = 5.2$ - диэлектрическая проницаемость воды при отсутствии ориентационной поляризации.

При присоединении молекул воды к гидратной оболочке, их энергия, т. е. их поля добавляются к полю иона, вызывая увеличение числа гидратации.

Попробуем оценить энергию молекулы воды U_w . Когда дипольная молекула воды находится в вакууме, составляющие ее напряженности поля в декартовой системе координат

$$E_x = E_y = \mu \text{Sin} \varphi / r^3, E_z = \mu \text{Cos} \varphi / r^3,$$

(где φ - угол между осью Z и отрезком r , расположенным между началом координат и рассматриваемой точкой a).

Следовательно, энергия молекулы воды в вакууме будет:

$$U_{\mu 0} = \frac{1}{8\pi} \int_{v_w}^{\infty} E^2 dv = \frac{1}{8\pi} \int_{v_w}^{\infty} \frac{\mu^2 \text{Cos}^2 \varphi}{r^6} dv.$$

Чтобы разделить переменные φ и r , в качестве элементарного объёма следует выбрать кольцо с окружностью $2\pi r \text{Sin} \varphi$, шириной $r d\varphi$ и толщиной dr . Следовательно:

Это соответствует для молекулы воды при $r_w = 1.39 \text{ \AA}$ $U_{e\mu} = 2.843 \cdot 10^{-20}$ Дж, что составляет 2.46 % от энергии иона радиусом 1 \AA .

Когда молекула воды находится рядом с ионом, т.е. в поле с меньшей напряжённостью, её энергия уменьшается. Точный расчёт этого реального случая сложен, но энергию молекул воды, находящихся на расстоянии $r_i + r_w$ от центра иона, можно определить по приближённой формуле

$$U_w \approx \frac{ze\mu}{16r_w(r_i + r_w)}.$$

Если полагать, что в среднем молекула воды удалена от центра иона на 2.4 \AA , то ее энергию в вакууме можно считать равной $U_w = 1.646 \cdot 10^{-20}$ Дж или 1.4 % от энергии иона радиусом 1 \AA . Энергия всех частиц при внесении их из вакуума в среду с диэлектрической проницаемостью ϵ уменьшается одинаково. Поэтому каждая молекула воды в гидратной оболочке увеличивает

энергию этой оболочки на 1.4 % по сравнению с энергией иона радиусом 1 Å. Следовательно, энергия, затраченная на образование его гидратной оболочки, состоит из энергий самого иона и h молекул воды:

$$U_{\Sigma} = \frac{z^2 e^2}{2} \left[\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_{ih}} + 0.014h_i \right] (1 - 1/\epsilon_{\infty}) \quad (15)$$

Хотя выражение (15) является приближённым, можно утверждать, что это не вносит значительной погрешности, ибо коэффициент 0.014 должен быть больше, чем 0.006 от соответствующей энергии молекулы воды вне электрического поля, и меньше, чем 0.024 (при совмещении молекулы воды с ионом).

Логично предположить, что число молекул в гидратной оболочке иона пропорционально энергии, формирующей эту оболочку:

$$h_{i0} = H \left[\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_{ih0}} + 0.014h_{i0} \right], \quad (16)$$

где H - коэффициент пропорциональности.

Явление гидратации распространяется на область, непосредственно примыкающую к иону. Поэтому необходимо учитывать несимметричность расположения дипольного момента в молекуле воды, у которой положительный заряд атомов водорода находится значительно ближе к периферии, чем отрицательный заряд атома кислорода. В результате этой асимметрии сила притяжения, а следовательно, и число гидратации h у анионов будет больше, чем у катионов того же радиуса. Правильно отразить это явление можно с

Таблица 2. Радиусы ионов по данным литературы r_{iref} (в Å) и уточненные значения r_i , принятые во всех расчётах.

ион	Na^+	K^+	Rb^+	Cs^+	F^-	Cl^-	Br^-	J^-
лит	[20]	[21]	[21]	[21]	[21]	[21]	[21]	[22]
r_{iref}	0.95	1.37	1.52	1.67	1.33	1.81	1.96	2.16
r_i	0.950	1.374	1.520	1.666	1.326	1.814	1.960	1.156

Полученные значения h_{c0} являются параметрами первичной гидратации каждого катиона. Параметрами первичной гидратации модели для каждого катиона служат радиус гидратированного катиона r_{ch0} , определяемый по формуле (10), и величина ΔV_{c0-} , рассчитываемая по формуле (8).

Для определения ΔV_{i0+} по формуле (9) необходимо знать величину индикатора нарушения закона Архимеда для каждого иона K_{Ai0} . По формуле (2) можно определить только значение индикатора нарушения закона Архимеда для электролита K_{Aaco} , т. е. суммарное значение аниона K_{Aao} и катиона K_{Aco} . В Таблице 1 приведены значения K_{Aaco} . Чтобы на основании данных Таблицы 1 определить значение K_{Ai0} нужно знать, как разделить K_{Aaco} каждого электролита на ионные составляющие. В работе [2] показано, что оптимальное разделение электролита NaF

помощью разных значений коэффициента H : для катионов - H_c , а для анионов - $H_a > H_c$.

На основании (16) с учетом (10) можно составить уравнение, однозначно определяющее число гидратации катионов:

$$h_{c0} = H_c \left(\frac{1}{r_c} - \frac{1}{\sqrt[3]{r_c^3 + 5.102h_{c0}}} + 0.014h_{c0} \right)$$

В соответствии с изложенным, и учитывая, что энергия молекулы воды в гидратной оболочке анионов и катионов одинакова, число гидратации анионов можно определять уравнением:

$$h_{a0} = H_a \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{\sqrt[3]{r_a^3 + 5.102h_{a0}}} + 0.014H_c h_{a0} / H_a \right).$$

Число гидратации h_{i0} зависит только от радиуса иона и может определяться из вышеприведенных уравнений.

2-2.3. Расчёт параметров модели. В приведенных выше формулах для расчёта параметров модели участвуют два эмпирических коэффициента, значения которых можно заимствовать из [2]: $H_c = 10.57$ и $H_a = 13.85$.

Расчет следует начать с определения числа гидратации катионов h_{c0} решением уравнения:

$$h_{c0} = 10.57 \left(\frac{1}{r_c} - \frac{1}{\sqrt[3]{r_c^3 + 5.102h_{c0}}} + 0.014h_{c0} \right). \quad (17)$$

Уравнение (17) проще всего решить методом Ньютона. Радиусы ионов, применявшиеся при решении, приведены в Таблице 2.

$$K_{Aaco}(NaF) = -10.17 = -6.79(Na) - 3.38(F).$$

Следовательно, для иона натрия:

$$\Delta V_{c+}(Na) = K_{Aco}(Na) - \Delta V_{i-}$$

Для остальных катионов, учитывая аддитивность индикатора K_{Aaco} , можно воспользоваться выражением:

$$\Delta V_{c+}(X) = K_{Aaco}(XF) - K_{Aao}(F) - \Delta V_{i-}, \quad (18)$$

где X – один из катионов K, Rb, Cs .

Расчёт второго параметра модели – толщины буферной зоны b_{i2} следует проводить по формуле (12).

Расчёт анионов начинается также с определения числа гидратации h_{a0} с помощью уравнения:

$$h_{a0} = 13.85 \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{\sqrt[3]{r_a^3 + 5.102h_{a0}}} + \frac{10.57}{13.85} 0.014h_{a0} \right). \quad (19)$$

Радиус гидратированного аниона r_{ah0} определяется также по формуле (10), а величина ΔV_{Co-} , по формуле (8). Несколько изменяется для анионов формула расчёта мольного увеличения объёма:

$$\Delta V_{a+}(Y) = K_{Aac0}(NaY) - K_{Ac}(Na) - \Delta V_{i-}, \quad (20)$$

где Y – один из анионов F, Cl, Br, J .

Расчёт толщины буферной зоны b_{a20} следует проводить по той же формуле (12).

Параметры модели r_{ih0} и b_{i20} для одновалентных ионов при бесконечном разбавлении, полученные с помощью вышеприведенных формул, размещены в первой строке Таблицы 3.

2-3 Изменение параметров модели с концентрацией

2-3.1. Изменение энергии иона под влиянием соседних ионов. Для учета влияния соседних ионов необходимо знать их взаимное расположение. В электролите анионы и катионы равномерно распределены по всему объёму и чередуются друг с другом, образуя подобие гранецентрированной решётки. Френкель указывает [22], что «строение жидкости может быть названо «квази-кристаллическим» в том смысле, что оно обнаруживает некоторую степень ближнего порядка такого же типа, как и строение соответствующих кристаллов». Сказанное позволяет при расчёте взаимного влияния ионов полагать, что анионы и катионы чередуются в углах гранецентрированной решётки.

Очевидно, что вокруг катионов образуется поле с положительным потенциалом, а вокруг анионов – с отрицательным. Следовательно, между катионами и анионами образуются замкнутые поверхности с нулевым потенциалом, отделяющие ячейки с положительным потенциалом от ячеек с отрицательным потенциалом. В принятой модели для электролитов типа 1-1 все ячейки равны по величине и имеют кубическую форму. В центре кубика расположен ион. Таким образом, электролит состоит как бы, из двух типов «кирпичиков» кубической формы. В центре у одних находится анион, а у других - катион. Эти кубики тесно прижаты друг к другу и располагаются как на трехмерной шахматной доске. Поле внутри каждой ячейки достигает максимального значения около иона и уменьшается до нуля у границы ячейки.

Расстояние между соседними ионами, равное размеру грани кубической ячейки a в Å, можно определить по формуле:

$$a = \left(\frac{1}{2N_{Ac}} \right)^{1/3} = \frac{9.400}{\sqrt[3]{c}},$$

где c - концентрация электролита в моль/л.

Эквипотенциальные линии электрического поля только рядом с ионом имеют сферическую форму. По мере удаления от иона их форма искажается и становится кубической на границе ячейки модели. Поскольку искажение формы поля

происходит под действием соседних ионов, можно утверждать, что энергия катиона на границе ячейки $a/2$ равна энергии сферической ячейки с радиусом $r = a/2$, т.е.

$$U_+ = \frac{z^2 e^2}{2} \frac{1}{a/2} \left(1 - \frac{1}{\epsilon_w} \right) = \frac{z^2 e^2}{2} \frac{\sqrt[3]{c}}{4.70} \left(1 - \frac{1}{\epsilon_w} \right). \quad (28)$$

Чтобы на этой границе было нулевое значение энергии, необходимо воздействие на катион отрицательной энергии анионов, равной по величине

$$U_- = - \frac{z^2 e^2}{2} \frac{\sqrt[3]{c}}{4.70} \left(1 - \frac{1}{\epsilon_w} \right).$$

Эта энергия должна распространяться по всему объёму ячейки катиона. В рассматриваемом случае гранецентрированной решётки с чередующимися анионами и катионами силовое влияние всех анионов на центр ячейки катиона равно нулю из-за их симметричного расположения. Но при отходе от центра ячейки, появляется энергия поля с отрицательным знаком, линейно возрастающая с удалением от этого центра т.е. $U_- = -Ar$. Величину A можно определить из условия, что при $r = a/2$, энергия аниона определяется формулой (29). Следовательно, энергия отрицательного поля внутри ячейки катиона будет изменяться по закону:

$$U_- = - \frac{z^2 e^2}{2} \frac{rc^{2/3}}{4.70^2} \left(1 - \frac{1}{\epsilon_w} \right) \\ 0 \leq r \leq 4.70/\sqrt[3]{c}$$

Результирующая энергия положительного поля внутри ячейки катиона будет

$$U_+ = \frac{z^2 e^2}{2} \left(\frac{1}{r_i} - \frac{rc^{2/3}}{4.70^2} \right) \left(1 - \frac{1}{\epsilon_w} \right). \quad (30)$$

Из уравнения (30) следует, что при $r = 4.70/\sqrt[3]{c}$ (т.е. на границе ячейки) $U_+ = 0$

Такой же величины энергия отрицательного поля будет в ячейке аниона.

Таким образом, с ростом концентрации энергия поля внутри ячеек ионов уменьшается с удалением от центра иона по линейному закону, достигая нуля на границе ячейки.

2-3.2. Изменение параметров модели с ростом концентрации. Уменьшение энергии в ячейке иона с ростом концентрации приводит к изменению параметров модели. Очевидно, что расчётные коэффициенты $H_a = 13.50$ и $H_c = 10.57$ остаются постоянными при любой концентрации. Изменяется только энергия иона в соответствии с формулой (30). Отразить эти изменения можно путём уменьшения энергии в точках $1/r_i$ и $1/r_{ih}$ формулы (17) для катионов:

$$H_c = 10.57 \left(\frac{1}{r_c} - \frac{c^{2/3} r_c}{4.70^2} - \frac{1}{\sqrt[3]{r_c + 1.102 h_{co}}} + \frac{c^{2/3} \sqrt[3]{r_c + 1.102 h_{co}}}{4.70^2} \right) + 0.014 h c. \quad (31)$$

Число гидратации анионов, согласно (19) для (30):

$$h_a = 13.85 \left(\frac{1}{r_a} - \frac{c^{2/3} r_a}{4.70^2} - \frac{1}{\sqrt[3]{r_a + 1.102 h_{ao}}} + \frac{c^{2/3} \sqrt[3]{r_a + 1.102 h_{ao}}}{4.70^2} \right) + 0.014 h a o. \quad (32)$$

Остальные расчётные формулы остаются такими же, как при нулевой концентрации: r_{ih}

согласно (10) и ΔV_- согласно (8). Из Таблицы 1 видно, что величина $K_{Aac}(NaF)$ мало изменяется с концентрацией, поэтому можно определять значение величины $K_{Ai}(Na)$ по приближенной формуле:

$$K_{Ai}(Na) = K_{Aac}(NaF)6.79/10.17.$$

По значению $K_{Aac}(Na)$ и данным Таблицы 1 можно определить K_{Ai} для катионов по формуле (18), а для анионов по формуле (20). Значения ΔV_{i+}

и b_{i2} для всех ионов определяются по формулам (9) и (11).

Приведенные формулы позволили рассчитать параметры модели в пределах $c = 0 \div 0.20$ моль/л для всех рассматриваемых ионов. Результаты расчетов приведены в Таблице 3.

Далее покажем, как с помощью этих двух параметров r_{ih} и b_{i2} можно определять ряд характеристик электролитов.

Таблица 3. Значения параметров модели r_{ih} и b_{i2} (в Å) для всех рассматриваемых ионов при $c = 0 \div 0.20$ моль/л.

Катион	Параметры иона Na^+		Параметры иона K^+		Параметры иона Rb^+		Параметры иона Cs^+	
	r_{ih}	b_{i2}	r_{ih}	b_{i2}	r_{ih}	b_{i2}	r_{ih}	b_{i2}
c								
0	3.692	0.382	3.028	0.321	2.838	0.315	2.660	0.341
0.001	3.694	0.382	3.030	0.321	2.840	0.316	2.662	0.341
0.005	3.699	0.383	3.034	0.322	2.844	0.316	2.667	0.342
0.010	3.702	0.383	3.038	0.322	2.848	0.317	2.670	0.342
0.020	3.708	0.384	3.044	0.323	2.854	0.318	2.677	0.343
0.050	3.721	0.387	3.058	0.326	2.868	0.320	2.691	0.345
0.100	3.738	0.390	3.076	0.330	2.886	0.324	2.709	0.348
0.200	3.764	0.395	3.104	0.336	2.915	0.330	2.738	0.353
Анион	Параметры иона F^-		Параметры иона Cl^-		Параметры иона Br^-		Параметры иона J^-	
c	r_{ih}	b_{i2}	r_{ih}	b_{i2}	r_{ih}	b_{i2}	r_{ih}	b_{i2}
0	3.442	0.360	2.809	0.343	2.643	0.343	2.433	0.366
0.001	3.445	0.360	2.812	0.343	2.646	0.343	2.436	0.366
0.005	3.450	0.361	2.817	0.344	2.651	0.344	2.441	0.366
0.010	3.455	0.362	2.822	0.344	2.656	0.344	2.445	0.367
0.020	3.462	0.363	2.829	0.345	2.663	0.345	2.453	0.367
0.050	3.479	0.366	2.846	0.347	2.681	0.347	2.470	0.368
0.100	3.500	0.369	3.869	0.350	2.703	0.350	2.491	0.370
0.200	3.535	0.375	2.904	0.354	2.738	0.354	2.526	0.372

3. РАСЧЁТ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕКТРОЛИТОВ.

3-1. Определение эквивалентной электропроводности.

3-1.1. Реакция параметров модели на движение ионов. До сих пор рассматривался случай стационарного положения электролита, когда ионы находятся в покое и их положение определяется только их взаимным влиянием. Ряд характеристик электролитов связан с движением ионов под действием внешней силы. Поэтому необходимо исследовать реакцию ионов на внешнюю силу. Покажем, как с помощью параметров модели r_{ih} и b_{i2} можно определить скорость движения ионов электролита при постоянной напряжённости внешнего поля E .

Начнем со случая бесконечного разбавления. При этом скорость движения аниона в поле напряженности E определяется уравнением:

$$m\ddot{x} + K_f \dot{x} = eE,$$

где K_f – коэффициент трения.

Если шарик радиусом r движется в жидкости с вязкостью η , то коэффициент трения $K_f = 1/6\pi\eta r$. Но если движется не шар, а гидратированный ион с радиусом r_{ih} , а вязкость окружающей среды

снижается на величину локальной вязкости $\eta_{rl} = K_{r\eta} b_{i2}$, (где $K_{r\eta}$ постоянный коэффициент $K_{r\eta} = 1,298$ [2]), то $K_f = 1/6\pi\eta_w K_{r\eta} b_{i2} r_{ih}$.

Следовательно:

$$m\ddot{x} + \frac{\dot{x}}{6\pi\eta_w K_{r\eta} b_{i2} r_{ih}} = |z| eE$$

Согласно приведённому уравнению постоянная скорость движения иона при бесконечном разбавлении:

$$\dot{x} = v_i = \frac{|z| eE}{6\pi\eta_w K_{r\eta} b_{i2} r_{ih}}. \quad (33)$$

Как было сказано ранее, при наличии соседних ионов, каждый анион находится в центре кубической ячейки, окруженной шестью аналогичными ячейками, в центре которых находятся катионы. Ячейки отделены друг от друга плоскостями с нулевым потенциалом. При появлении внешнего электрического поля анион смещается со своего центрального положения и двигается в сторону анода. Учитывая, что скорость формирования поля значительно больше, чем скорость движения иона, ячейка перемещается со скоростью иона, смещенного от центра на величину x . За счёт такого смещения ионов возникает сила f_t , пропорциональная этому

смещению, стремящаяся вернуть ион в центр ячейки, следовательно $f_t = K_t x$. Однако, эта сила меньше силы внешнего поля eE . Поэтому она может только тормозить движение иона. Уравнение движения иона в этом случае будет:

$$m\ddot{x} + \dot{x}/6\pi\eta_W K_{r\eta} b_{i2} r_{ih} + K_t x = |z| eE,$$

а стационарная скорость иона:

$$\dot{x} = v_i = \frac{|z| eE - K_t x}{6\pi\eta_W K_{r\eta} b_{i2} r_{ih}} = \frac{|z| eE(1 - xK_t/eE)}{6\pi\eta_W K_{r\eta} b_{i2} r_{ih}}.$$

Величина x пропорциональна напряжённости внешнего электрического поля E и обратно пропорциональна размеру ячейки a , т. е. согласно (27) пропорциональна $c^{1/3}$. Следовательно, величина xK_t/eE преобразуется в $K_\lambda c^{1/3}$, где K_λ постоянный коэффициент для всех одновалентных анионов и катионов. Из сказанного следует, что за счёт смещения ионов из центров ячеек при их движении под действием внешнего электрического поля появляется дополнительная сила торможения, одинаково уменьшающая скорость анионов и катионов на величину $(1 - K_\lambda c^{1/3})$. Окончательная формула для расчёта скорости иона будет:

$$v_i = \frac{|z| eE(1 - K_\lambda c^{1/3})}{6\pi\eta_W K_{r\eta} b_{i2} r_{ih}}. \quad (34)$$

Когда известно влияние напряжённости внешнего поля на скорость ионов, можно перейти к расчёту эквивалентной электропроводности электролитов по параметрам предложенной модели.

Таблица 4. Сопоставление экспериментальных и расчётных данных эквивалентной электропроводности отдельных ионов λ_{i0} (в $\text{ом}^{-1}\text{моль}^{-1}\text{см}^2$).

ион	Na^+	K^+	Rb^+	Cs^+	F^-	Cl^-	Br^-	J^-
λ_{i0ex}	50.1	73.5	77.8	77.2	55.4	76.4	78.1	76.9
λ_{i0cal}	50.15	72.80	78.99	77.86	57.04	73.35	77.96	79.39
$\varepsilon \%$	0.09	-0.96	1.53	0.85	2.96	-3.99	-0.17	3.24

Среднеквадратичная ошибка расчёта ионной составляющей λ_{i0} равна $\sigma=2.4 \%$, а максимальная ошибка $\varepsilon_{max}=-4.0 \%$.

В учебниках для расчёта эквивалентной электропроводности, при бесконечном разбавлении приводится теоретическая формула Стокса:

$$\lambda_{i0} = \frac{10^7 |z| F^2}{6\pi N_A \eta r_i}.$$

Эта формула не учитывает гидратацию, и поэтому не пригодна для расчётов. Согласно формуле Стокса, ион с самым маленьким радиусом должен обладать наибольшим значением λ_{i0} , в то время как в действительности у него наименьшее значение λ_{i0} . Погрешность расчёта при использовании этой формулы $\varepsilon_{max} = -45 \div +85 \%$.

Как отмечалось выше, параметры модели $r_{ih}(c)$ и $b_{ih}(c)$ изменяются с концентрацией в соответствии с данными Таблицы 3.

3-1.2. Расчёт эквивалентной электропроводности. Произведение скорости движения ионов при напряженности поля $E = 1$ в/см² на число Фарадея $F = eN_A$ называется подвижностью V_{i0} . Сама подвижность иона численно равна ее эквивалентной электропроводности λ_{i0} . Следовательно, с учётом (33), получим:

$$\lambda_{i0} = V_{i0} = \frac{|z| eE(E=1)}{6\pi\eta_W K_{r\eta} b_{i20} r_{ih0}} = \frac{|z| eF^2}{6\pi\eta_W N_A K_\lambda b_{i20} r_{ih0}}.$$

В практических расчётах принято λ выражать в $\text{см}^2 \text{ом}^{-1} \text{моль}^{-1}$, вязкость η – в П, радиус иона r_i и b_{i20} - в Å. В этом случае:

$$\lambda_{i0} = \frac{10^7 |z| F^2}{6\pi N_A \eta_W K_{r\eta} b_{i20} r_{ih0}}$$

Если подставить значения всех коэффициентов и учесть, что при $t = 25 \text{ }^\circ\text{C}$ вязкость воды $\eta_W = 0,894$ сП и, $K_{r\eta} = 1,298$, то эквивалентную электропроводность ионов при бесконечном разбавлении можно определять по формуле:

$$\lambda_{i0} = \frac{70,65}{r_{ih0} b_{i20}}, \quad (35)$$

а эквивалентную электропроводность электролита по формуле:

$$\lambda_{ac0} = \frac{70,65}{r_{ah0} b_{a20}} + \frac{70,65}{r_{ch0} b_{c20}} = \lambda_{a0} + \lambda_{c0}. \quad (36)$$

По формуле (35) рассчитаны λ_{i0} . Результаты сравнения расчетных значений λ_{i0cal} с экспериментальными λ_{i0ex} приведены в Таблице 4.

Следовательно, и значения эквивалентных проводимостей ионов тоже изменяются. Эти изменения происходят в отсутствие внешнего электрического поля, и поэтому полученные значения λ_{is} можно назвать статическими:

$$\lambda_{is}(c) = \frac{70,65}{r_{ih}(c) b_{i2}(c)}. \quad (37)$$

Из формулы (34) следует, что скорость ионов в зависимости от концентрации уменьшается не только за счёт изменения $\lambda_{is}(c)$, но также на величину $1 - K_\lambda c^{1/3}$ вследствие торможения, вызванного смещением ионов от центра ячейки. Расчёты показали, что оптимальное значение $K_\lambda = 0.212$. Следовательно, эквивалентная электропроводность электролита:

$$\lambda_{ac}(c) = [\lambda_{as}(c) + \lambda_{cs}(c)](1 - 0.212\sqrt[3]{c}).$$

А окончательная формула для расчета эквивалентной электропроводности будет:

$$\lambda_{ac}(c) = \left[\frac{70,65}{r_{ah}(c) b_{a2}(c)} + \frac{70,65}{r_{ch}(c) b_{c2}(c)} \right] (1 - 0.212\sqrt[3]{c}). \quad (38)$$

Выражение (38) с помощью значений $r_{ih}(c)$ и $b_{i2}(c)$ приведенных в Таблице 3 позволяет определять значения $\lambda_{ac}(c)$ электролитов типа 1-1 в пределе концентрации $c = 0 \div 0.20$ моль/л. Для проверки точности этой формулы в Таблице 5 производится сравнение расчётных значений λ_{cal} с экспериментальными λ_{ex} и определяется погрешность расчётов.

Усреднённая точность расчёта характеризуется среднеквадратичной погрешностью $\sigma = 2,0\%$ и максимальной $\varepsilon_{max} = 3,7\%$. Следовательно, предложенная модель электролита позволяет по очень простым формулам рассчитывать его эквивалентную электропроводность с приемлемой точностью.

Таблица 5. Сопоставление экспериментальных и расчётных данных эквивалентной электропроводности электролитов λ (в $\text{ом}^{-1}\text{моль}^{-1}\text{см}^2$) при $c = 0 \div 0.20$ моль/л.

		<i>NaCl</i>			<i>NaBr</i>			<i>NaJ</i>		
<i>c</i>		λ_{cal}	$\varepsilon\%$	$\lambda_{ex}[25]$	λ_{cal}	$\varepsilon\%$	$\lambda_{ex}[26]$	λ_{cal}	$\varepsilon\%$	
0	126.5	123.50	-2.37	128.2	128.10	-0.08	127.0	129.54	2.00	
0.001	123.7	120.67	-2.45	126.2	125.18	-0.81	124.3	126.60	1.85	
0.005	120.6	118.42	-1.81	122.8	122.85	0.04	122.2	124.28	1.71	
0.010	118.5	116.91	-1.34	120.5	121.29	0.66	119.8	122.74	2.46	
0.020	115.7	114.90	-0.69	117.8	119.22	1.21	117.0	120.70	3.16	
0.050	111.1	111.16	0.05	113.2	115.38	1.92	112.8	116.91	3.64	
0.100	106.7	107.17	0.44	109.1	111.28	2.00	108.9	112.87	3.65	
0.200	101.7	101.78	0.08	104.5	105.76	1.21	104.9	107.43	2.41	
		<i>KCl</i>			<i>KBr</i>			<i>RbCl</i>		
<i>c</i>	$\lambda_{ex}[24]$	λ_{cal}	$\varepsilon\%$	$\lambda_{ex}[27]$	λ_{cal}	$\varepsilon\%$	$\lambda_{ex}[28]$	λ_{cal}	$\varepsilon\%$	
0	149.9	146.14	-2.51	151.7	150.75	-0.63	154.2	152.35	-1.20	
0.001	146.9	142.78	-2.81	148.8	147.28	-1.02	149.9	148.84	-0.71	
0.005	143.8	140.06	-2.60	146.1	144.50	-1.10	147.4	146.02	-0.94	
0.010	141.3	138.24	-2.17	143.2	142.62	-0.41	144.9	144.11	-0.55	
0.020	138.0	135.79	-1.60	140.5	140.11	-0.28		141.56		
0.050	133.4	131.20	-1.65	135.7	135.42	-0.21		136.77		
0.100	128.9	126.26	-2.05	131.4	130.37	-0.78		131.62		
0.200	124.1	119.55	-3.67	127.0	123.53	-2.74		124.61		
		<i>CsCl</i>			<i>BrCl</i>			<i>CsJ</i>		
<i>c</i>	$\lambda_{ex}[26]$	λ_{cal}	$\varepsilon\%$	$\lambda_{ex}[29]$	λ_{cal}	$\varepsilon\%$	$\lambda_{ex}[29]$	λ_{cal}	$\varepsilon\%$	
0	153.6	151.20	-1.54	155.3	155.81	-0.33	154.1	157.25	2.04	
0.001	152.0	147.74	-3.03		152.25			153.67		
0.005	147.7	144.98	-2.10	148.8	149.41	-0.41	147.7	150.84	2.13	
0.010	145.0	143.12	-1.52	146.3	147.50	0.82	145.2	148.95	2.59	
0.020	141.3	140.65	-0.63	143.0	144.97	1.38	142.1	146.45	3.06	
0.050	137.1	136.02	-0.81	137.5	140.24	1.99	136.8	141.77	3.63	
0.100	132.4	131.06	-0.94	132.5	135.18	2.02	132.0	136.77	3.61	
0.200	126.4	124.32	-1.67		128.29			129.97		

3-2. Коэффициент диффузии

3-2.1. Обоснование расчёта. В процессах диффузии и проводимости участвуют одни и те же ионы. Различие этих процессов связано с провоцирующими их внешними силами. Поэтому можно утверждать, что ионные составляющие коэффициента диффузии D_i и эквивалентной электропроводности λ_i связаны между собой жесткой зависимостью не только при $c = 0$, как предполагал Нернст [30], но и при любой концентрации. При $t = 25\text{ }^\circ\text{C}$:

$$D_{is} = \frac{RT}{F^2} \lambda_{is} = 2.662 \cdot 10^{-9} \lambda_{is},$$

где R – универсальная газовая постоянная, T – температура в градусах Кельвина. Если λ_{is}

измеряется в $\text{ом}^{-1}\text{см}^2\text{моль}^{-1}$, то D выражается в $\text{м}^2/\text{сек}$.

С учётом (37):

$$D_{is}(c) = 1.865 \cdot 10^{-7} / r_{ih}(c) b_{i2}(c). \quad (39)$$

При диффузии анионы и катионы движутся в одну и ту же сторону под действием силы f_D . Если анионы обладают большей подвижностью, чем катионы $\mu_a > \mu_c$, они покидают свое нейтральное положение, при котором отсутствует влияние соседних ионов, и вырываются вперед. При этом возникает электрическая сила f_E , тормозящая движение анионов и ускоряющая

ДИСКУССИЯ

движение катионов. Скорости анионов и катионов будут:

$$v_a = \mu_a f_D - \mu_a f_E \text{ и } v_c = \mu_c f_D + \mu_c f_E.$$

Скорость анионов и катионов равны друг другу:

$$v_a = v_c = \mu_a f_D - \mu_a f_E = \mu_c f_D + \mu_c f_E.$$

Откуда: $f_E = \frac{\mu_a - \mu_c}{\mu_a + \mu_c} f_D.$

А скорость движения анионов и катионов будет:

$$v = \frac{2\mu_a\mu_c}{\mu_a + \mu_c} = \mu f_D.$$

Нетрудно доказать, что это выражение не изменится, если подвижность катионов будет больше подвижности анионов. Учитывая, что $Di = \mu_i kT$, можно записать:

$$D_{ac} = \frac{2D_a D_c}{D_a + D_c}.$$

Одинаковая скорость анионов и катионов достигается за счет взаимного притяжения между анионами и катионами, которое вызывает смещение ионов из центра ячейки, а следовательно, и появления тормозящей силы $K_D c^{1/3}$ такого же характера как и у эквивалентной

Таблица 6. Сопоставление экспериментальных и расчётных данных коэффициента диффузии электролитов (в $10^{-9} \text{ м}^2/\text{сек}$) при $c = 0 \div 0.20$ моль/л.

c	Электролит NaCl			Электролит NaBr			Электролит NaJ			Электролит RbCl		
	$D_{ex}[24]$	D_{cal}	$\varepsilon \%$	$D_{ex}[31]$	D_{cal}	$\varepsilon \%$	$D_{ex}[32]$	D_{cal}	$\varepsilon \%$	$D_{ex}[2]$	D_{cal}	$\varepsilon \%$
0	1.610	1.586	-1.51	1.625	1.625	-0.02	1.615	1.636	0.95	2.05	2025	-1.37
0.001	1.585	1.580	-0.33		1.619			1.630		1	2.017	
0.005	1.560	1.572	0.79		1.611			1.623			2.007	
0.010	1.545	1.566	1.38		1.605			1.617		1.95	1.998	2.64
0.020		1.557			1.596			1.603		5	1.985	1.27
0.050	1.507	1.538	2.03	1.557	1.576	1.23	1.549	1.589	1.09	1.97	1.957	
0.100	1.483	1.513	2.04	1.539	1.552	0.83	1.536	1.566	-0.40	3	1.922	
0.200	1.475	1.475	0.08	1.523	1.515	-0.56	1.532	1.530	-2.04		1.868	
c	Электролит KCl			Электролит KBr			Электролит KJ			Электролит CsCl		
	$D_{ex}[24]$	D_{cal}	$\varepsilon \%$	$D_{ex}[24]$	D_{cal}	$\varepsilon \%$	$D_{ex}[32]$	D_{cal}	$\varepsilon \%$	$D_{ex}[24]$	D_{cal}	$\varepsilon \%$
0	1.993	1.945	-2.40	2.016	2.004	-0.59	1.999	2.022	1.14	2.044	2.01	-1.63
0.001	1.964	1.937	-1.35		1.996			2.014		2.013	1	-0.50
0.005	1.934	1.927	-0.34		1.986			2.004		1.978	2.00	0.77
0.010	1.917	1.919	0.12		1.978			1.996		1.958	3	1.39
0.020		1.907			1.965			1.984			1.99	
0.050	1.864	1.879	0.83	1.892	1.937	2.40	1.923	1.958	1.80		3	
0.100	1.844	1.846	0.09	1.874	1.903	1.56	1.900	1.925	1.29	1.871	1.98	
0.200	1.836	1.794	-2.29	1.870	1.851	-1.02	1.879	1.876	-0.28	1.857	5	2.30
											1.97	0.37
											3	
											1.94	
											7	
											1.91	
											4	
											1.86	
											4	

электропроводности, но меньшей величины $K_D = 0.021$. Величина D_{ac} с учетом торможения будет:

$$D_{ac}(c) = \frac{2D_{as}(c)D_{cs}(c)(1-0.021\sqrt[3]{c})}{D_{as}(c)+D_{cs}(c)}. \quad (40)$$

3-2.2. Сопоставление расчётных и экспериментальных значений коэффициента диффузии электролитов. Выражения (39) и (40) позволяют записать окончательную формулу для расчета коэффициента диффузии:

$$D_{ac}(c) = 1.865 \cdot 10^{-7} \frac{2[r_{ah}(c)b_{a2}(c)+r_{ch}(c)b_{c2}(c)](1-0.021\sqrt[3]{c})}{r_{ah}(c)b_{a2}(c)r_{ch}(c)b_{c2}(c)} \quad (41)$$

С помощью формулы (41) можно определять коэффициент диффузии электролитов в пределах концентрации $c = 0 \div 0.20$ моль/л, пользуясь значениями параметров модели электролитов, приведенными в Таблице 3.

Из Таблицы 6, где производится сравнение расчётных D_{cal} и экспериментальных D_{ex} значений коэффициента диффузии электролитов, следует, что среднеквадратичная погрешность расчёта $D_{ac}(c)$ $\sigma = 1.4 \%$, а максимальная погрешность $\varepsilon_{max} = 2.64 \%$. Погрешности имеют тот же порядок, что и при расчёте эквивалентной электропроводности.

3-3. Вязкость электролитов

3-3.1. Обобщение экспериментальных данных. Из опубликованных данных по вязкости электролитов следовало, в первую очередь, отобрать наиболее точные. Однако, и эти данные требовали переработки, поскольку не вязкость η является аддитивной характеристикой, а текучесть $\varphi = 1/\eta$.

На преимущество использования аналитической зависимости текучести $\varphi = f(c)$ перед вязкостью $\eta = f(c)$ указывают также Джонс и Форнвалд [32]. Предложенное ими аналитическое выражение для относительной вязкости пригодно только до $c = 0.1$ моль/л, а для относительной текучести до $c = 1.0$ моль/л при одинаковых погрешностях аппроксимации.

Ни относительная вязкость, ни относительная текучесть не отражают поведение ионов при бесконечном разбавлении. Такую возможность создает разность $\varphi_r - 1$, деленная на концентрации c в моль/л:

$$\Delta\varphi_r = (\varphi - 1) / c. \quad (41)$$

Её можно назвать мольным приращением относительной текучести. Она подобна индикатору нарушения закона Архимеда K_{Ai} или эквивалентной электропроводности λ_i . Величина $\Delta\varphi_r$ обладает свойством аддитивности, и имеет определенное значение при бесконечном разбавлении $\Delta\varphi_{r0}$. Поэтому величина $\Delta\varphi_{r0}$ позволяет определить роль каждого иона в формировании относительной текучести электролита при отсутствии влияния соседних ионов.

Для определения наиболее вероятных значений $\eta = f(c)$ были отобраны 33 работы, где приводились значения вязкости или относительной вязкости электролитов типа 1-1. По данным этих работ получена зависимость $\eta_r = f(c)$ и определены необходимые зависимости $\varphi_r = 1/\eta_r$ и $\Delta\varphi_r = (\varphi_r - 1) / c$.

Затем все полученные данные были разделены по соответствующим электролитам и перегруппированы в порядке возрастания концентрации. Это позволило отсеять ряд работ, у которых вязкость выпадала из общей зависимости $\varphi_r = f(c)$, и выбрать 18 наиболее точных работ, по которым построены графики $\Delta\varphi_r = f(c)$ для отобранных электролитов. Величина $\Delta\varphi_r$ была принята за

основу для определения φ_r и η_r , поскольку она имеет определенное значение при $c = 0$ и сильнее меняется с концентрацией, что позволяет гораздо точнее определять φ_r и η_r .

Поскольку разные исследователи производили измерения при разной концентрации и редко при её округлённых значениях, методом интерполяции определялись значения вязкости при $c = 0.05$, $c = 0.10$ и $c = 0.20$ моль/л. Это позволило выделить 6 наиболее точных работ: [6], [32] ÷ [36], которые использовались для определения $\Delta\varphi_r$. Полученные значения, с одной стороны, близки к экспериментальным данным, а, с другой стороны, строго подчинены закону аддитивности.

Принцип аддитивности позволил получить значения $\Delta\varphi_r$ для всех рассматриваемых электролитов в пределах концентраций $c = 0 \div 0.20$ моль/л.

Если зависимость $\varphi_r = f(c)$ представить в виде полинома:

$$\varphi_r = 1 + A + Bc + Dc^2,$$

то:

$$\Delta\varphi_r = A + Bc + Dc^2,$$

$$\Delta\varphi_{r0} = A.$$

В качестве опорных точек для расчёта коэффициентов A, B, D были приняты $c = 0, 0.05, 0.10, \text{ и } 0.20$ моль/л.

По результатам расчётов в Таблице 7 приведены значения η_{rex} и φ_{rex} для всех рассматриваемых электролитов. Эти характеристики получены путем обработки экспериментальных данных, поэтому квалифицировать их следует, как базовые экспериментальные, на что и указывают их индексы. В Таблице 7 также приведены значения используемых коэффициентов A, B, D .

Поскольку при обосновании оптимальных данных φ_{rex} и η_{rex} , значения вязкости η_{rex} несколько отличались от экспериментальных, следовало проверить, сколь велико это отличие. Проведенные сравнения по всем имеющимся экспериментальным точкам показали, что среднее квадратичное расхождение $\sigma = 0.06\%$, а максимальная ошибка $\varepsilon_{\max} = 0.19\%$. Учитывая малые величины погрешностей, предложенные значения φ_{rex} и η_{rex} можно считать пригодными для оценки результатов расчёта.

ДИСКУССИЯ

Таблица 7. Базовые экспериментальные значения относительной вязкости η_{rex} и относительной текучести φ_{rex} в пределах концентраций $c=0-0.20$ моль/л.

	<i>NaF</i> A=-0.267 B = 0.410 D = -1.400		<i>NaCl</i> A=-0.124 B = 0.400 D = -1.200		<i>NaBr</i> A=-0.0843 B = 0.260 D = -0.667		<i>NaJ</i> A=-0.0443 B = 0.210 D = -0.467	
<i>c</i>	η_{rex}	φ_{rex}	η_{rex}	φ_{rex}	η_{rex}	φ_{rex}	η_{rex}	φ_{rex}
0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
0.001	1.0005	0.9995	1.0003	0.9997	1.0002	0.9998	1.0001	0.9999
0.005	1.0013	0.9987	1.0006	0.9994	1.0004	0.9996	1.0002	0.9998
0.010	1.0026	0.9974	1.0012	0.9988	1.0008	0.9992	1.0004	0.9996
0.020	1.0052	0.9948	1.0023	0.9977	1.0016	0.9984	1.0008	0.9992
0.050	1.0127	0.9875	1.0054	0.9947	1.0037	0.9964	1.0018	0.9983
0.100	1.0246	0.9760	1.0097	0.9904	1.0065	0.9935	1.0028	0.9976
0.200	1.0487	0.9536	1.0187	0.9816	1.0119	0.9882	1.0042	0.9958
	<i>KF</i> A=-0.1707 B = 0.390 D = -1.133		<i>KCl</i> A=-0.0275 B = 0.435 D = -1.700		<i>KBr</i> A=-0.0117 B = 0.290 D = -0.867		<i>KJ</i> A=-0.0517 B = 0.410 D = -0.667	
<i>c</i>	η_{rex}	φ_{rex}	η_{rex}	φ_{rex}	η_{rex}	φ_{rex}	η_{rex}	φ_{rex}
0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
0.001	1.0003	0.9997	1.0001	0.9999	1.0000	1.0000	0.9999	1.0001
0.005	1.0008	0.9992	1.0001	0.9999	0.9999	1.0001	0.9997	1.0003
0.010	1.0017	0.9983	1.0002	0.9998	0.9999	1.0001	0.9995	1.0005
0.020	1.0033	0.9967	1.0004	0.9996	0.9997	1.0003	0.9989	1.0011
0.050	1.0078	0.9923	1.0005	0.9995	0.9988	1.0012	0.9969	1.0031
0.100	1.0145	0.9857	1.0001	0.9999	0.9968	1.0032	0.9932	1.0069
0.200	1.0284	0.9724	1.9996	1.0004	0.9931	1.0070	0.9856	1.0146
	<i>RbF</i> A=-0.142 B = 0.310 D = -0.867		<i>RbCl</i> A = 0.0003 B = 0.350 D = -1.133		<i>RbBr</i> A=-0.040 B = 0.210 D = -0.600		<i>RbJ</i> A=-0.080 B = 0.160 D = -0.400	
<i>c</i>	η_{rex}	φ_{rex}	η_{rex}	φ_{rex}	η_{rex}	φ_{rex}	η_{rex}	φ_{rex}
0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
0.001	1.0003	0.9997	1.0000	1.0000	0.9999	1.0001	0.9998	1.0002
0.005	1.0007	0.9993	1.0000	1.0000	0.9998	1.0002	0.9996	1.0004
0.010	1.0014	0.9986	1.0000	1.0000	0.9996	1.0004	0.9992	1.0008
0.020	1.0027	0.9973	0.9999	1.0001	0.9991	1.0009	0.9983	1.0017
0.050	1.0065	0.9936	0.9993	1.0007	0.9976	1.0024	0.9957	1.0043
0.100	1.0122	0.9880	0.9976	1.0024	0.9945	1.0055	0.9909	1.0092
0.200	1.0235	0.9770	0.9948	1.0052	0.9885	1.0116	0.9812	1.0192
	<i>CsF</i> A=-0.130 B = 0.310 D=-0.867		<i>CsCl</i> A=-0.0130 B = 0.370 D = -1.400		<i>CsBr</i> A=-0.0520 B = 0.210 D = -0.600		<i>CsJ</i> A=-0.0925 B = 0.152 D = -0.373	
<i>c</i>	η_{rex}	φ_{rex}	η_{rex}	φ_{rex}	η_{rex}	φ_{rex}	η_{rex}	φ_{rex}
0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
0.001	1.0003	0.9997	1.0000	1.0000	0.9999	1.0001	0.9998	1.0002
0.005	1.0006	0.9994	0.9999	1.0001	0.9997	1.0003	0.9995	1.0005
0.010	1.0013	0.9987	0.9998	1.0002	0.9995	1.0005	0.9991	1.0009
0.020	1.0025	0.9975	0.9996	1.0004	0.9989	1.0011	0.9981	1.0019
0.050	1.0059	0.9941	0.9986	1.0014	0.9970	1.0031	0.9951	1.0050
0.100	1.0109	0.9892	0.9964	1.0036	0.9933	1.0067	0.9897	1.0104
0.200	1.0210	0.9794	0.9927	1.0074	0.9862	1.0140	0.9789	1.0216

2-2.2. Связь между параметрами модели и вязкостью. Наличие в водных электролитах сферических вкраплений, т. е. гидратированных ионов радиусом r_{ih} приводит к увеличению относительной вязкости электролитов.

Гидратированные ионы окружены буферной зоной толщиной b_{i2} , перемещающейся вместе с ионом за счёт его энергии. Наличие этой зоны уменьшает вязкость электролита. Следовательно, в электролитах происходят одновременно

повышение и понижение вязкости. В зависимости от того, какая из двух тенденций преобладает, результирующая вязкость может быть больше или меньше вязкости воды.

Формулу для расчёта φ_r целесообразно представлять суммой двух членов $\varphi_r = \varphi_1 + \varphi_2$, где первый член φ_1 учитывает снижение текучести за счет наличия гидратированных ионов радиуса r_{ih} , а второй φ_2 - увеличение текучести за счет буферной зоны, толщиной b_{i2} . Относительная текучесть φ_r зависит от объемного содержания анионов и катионов W определяется формулой Форда [37], которая фактически является формулой Эйнштейна для текучести:

$$\varphi_r = 1/\eta = 1 - 2.5W.$$

Эта простая формула будет использоваться в дальнейшем.

Величина W соответствует объему гидратированных ионов, измеряемому в дм^3 , приходящемуся на литр электролита. При r_{ih} в Å :

$$W = \frac{4\pi}{3}(r_{ah}^3 + r_{ch}^3)N_A c = 0.00252(r_{ah}^3 + r_{ch}^3)c.$$

Следовательно, величина φ_1 равна:

$$\varphi_1 = 1 - 2.5W = 1 - 0.0063(r_{ah}^3 + r_{ch}^3)c.$$

Увеличение текучести φ_2 должно быть пропорционально сумме толщин буферных зон

Таблица 8. Среднеквадратичная σ и максимальная ε_{max} погрешности расчета вязкости $\eta = f(c)$ в % при $c = 0 \div 0.20$ моль/л у 16 электролитов.

Катионы	Na		K		Rb		Cs	
	σ	ε_{max}	σ	ε_{max}	σ	ε_{max}	σ	ε_{max}
F	0.12	0.24	0.19	-0.28	0.13	0.31	0.48	-0.93
Cl	0.33	0.77	0.11	0.25	0.12	0.30	0.21	0.39
Br	0.41	0.95	0.18	0.42	0.07	0.14	0.13	-0.22
J	0.42	0.96	0.19	0.44	0.24	0.41	0.12	-0.20

Из Таблицы 8 следует, что определенные среднеквадратичные погрешности измерения вязкости для отдельных электролитах изменяется от $\sigma = 0.07\%$ у $RbCl$ до $\sigma = 0.42\%$ у $CsCl$ а максимальные погрешности от $\varepsilon_{max} = 0.14\%$ до $\varepsilon_{max} = +0.96\%$. Среднеквадратичная погрешность всех 16 электролитов равна $\sigma = 0.23\%$ а $\varepsilon_{max} = \pm 0.96\%$ что можно считать хорошим результатом.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Цель настоящей статьи показать на примере электролитов типа 1-1 возможность создания модели электролита, основанной на учёте первичной и вторичной гидратаций. Предлагаемая модель, описывается всего двумя параметрами для каждого иона, отражающими первичную гидратацию r_{ih} -радиус гидратированного иона, и вторичную гидратацию b_{i2} -толщина буферной зоны. Обосновывается способ расчета этих параметров, и приводятся их значения при концентрации $c = 0 \div 0.20$ моль/л.

В данной статье рассматривались ионы, у которых молекулы воды в гидратной оболочке помещаются в один ряд. Поэтому ион лития, у которого гидратная оболочка состоит из двух

анионов и катионов $b_{a2} + b_{c2}$ и концентрации электролита c :

$$\varphi_2 = K_\varphi c(b_{a2} + b_{c2})$$

где K_φ – постоянный коэффициент для всех ионов.

Следовательно, текучесть электролита равна:

$$\varphi_r = 1 - 0.0063(r_{ah}^3 + r_{ch}^3)c + K_\varphi c(b_{a2} + b_{c2}).$$

А вязкость электролита:

$$\eta_r = 1/[1 - 0.00631c(r_{ah}^3 + r_{ch}^3) + 0.482c(b_{a2} + b_{c2})], \quad (42)$$

где $K_\varphi = 0.482$ - оптимальное значение K_φ .

Учитывая, что подавляющее большинство авторов приводят результаты измерений вязкости, а не текучести, ограничимся сравнением рассчитанных по формуле (42) η_{rcal} , с экспериментальными η_{rex} из Таблицы 7. Для того чтобы не загромождать текст большой таблицей, но дать представление о точности формулы (42), для каждого из 16 электролитов определялась погрешность расчета по всем 7 точкам концентрации $c = 0.001 \div 0.200$ моль/л. По этим точкам рассчитывалась среднеквадратическая погрешность σ и фиксировалась максимальная погрешность ε_{max} . Эти данные, которые хорошо характеризуют точность предлагаемой формулы, приведены в Таблице 8

слоев молекул воды, и, следовательно, формула для расчета числа гидратации нуждается в коррекции, не рассматривался в данной статье.

Важной особенностью предлагаемой модели является возможность расчёта различных характеристик электролитов с помощью параметров модели, что иллюстрируется на примерах расчётов эквивалентной электропроводности λ , коэффициента диффузии D и вязкости η . Хорошее совпадение расчётных и экспериментальных данных является важным аргументом в пользу предлагаемой модели, подтверждающим правильность выбора её параметров, характеризующих первичную и вторичную гидратации, и значения использованных при расчёте эмпирических коэффициентов. Однако рассмотренная модель - только первый шаг к созданию теории, которая должна охватить все ионы и значительно большее число характеристик электролитов, определяемых с помощью параметров модели. Есть надежда, что в дальнейшем ряд эмпирических коэффициентов можно будет заменить теоретическими и этим повысить точность расчётов.

ДИСКУССИЯ

Библиографический список.

1. Дерягин Б. В. // Коллоид. Жур. 1994, № 56, С. 45-46.
2. Клугман И. Ю., Вопросы прикладной физики. 2017, № 24, С. 62-64.
3. Fortier J. Ledus P. Desnoyers J. E. // J. Sol. Chem. 1974, V. № 3, P. 323-349.
4. Desnoyers J. E., Arel M., Perron G., Jolicœur C. // J. Phys. Chem. 1969, V. № 73, P. 3346-3351.
5. Jones G. Talley S. K. // J. Am. Chem. Soc. 1933, V. № 55, P. 624-642.
6. Jones G. Talley S. K. // J. Am. Chem. Soc. 1933, V. № 55, P. 4124-4125.
7. Millero F. J. // J. Phys. Chem. 1970, V. № 74, P. 356-360.
8. Ramonkiw L. A., Chan I. M. // J. Chem. Eng. Data. 1983, V. № 28, P. 300.
9. Wirth H. E. // J. Am. Chem. Soc. 1940, V. № 62, P. 1128-1133.
10. Chen Ch. T. A., Chen J. H. // J. Chem. Eng. Data. 1980, V. № 2, P. 307-310.
11. Rogers P. S., Pitzer K. S. // J. Phys. Chem. Ref. Data. 1982, V. № 11, P. 15.
12. Gates J. A., Wood R. H. // J. Chem. Eng. Data. 1985, V. № 30, P. 44-49.
13. Wirth H. E. // J. Am. Chem. Soc. 1937, V. № 59, P. 2549-2554.
14. Jones G., Ray W. A. // J. Am. Chem. Soc. 1937, V. № 59, P. 187.
15. Spedding F. H., Pikal M. J., Ayer B. O. // J. Phys. Chem. 1966, V. № 70, P. 2440.
16. Landolt-Bornstein. Physikalische-Chemische Tabellen. 5 Auflage. Bd. №2, Berlin. J. Springer. 1931.
17. Bernal J. D., Fowler R. H. // J. Chem. Phys. 1933, V. № 1, P. 515.
18. Born M. // Z. Phys. 1920, Bd. №1, S. 45.
19. Pouling L. // J. Am. Chem. Soc. 1927, V. № 49, P. 765-781.
20. CRC Handbook Chem. & Phys. Ed. Lide, 1997-1998, Ed. 78. P. 12-14.
21. Физический Энциклопедический Словарь. Т. 2. М.: Сов. Энци. 1962, С. 232.22
22. Френкель Я. И. Кинетическая теория жидкости. Л.: Наука. 1975. С. 142.
23. Robinson R. A., Stockes R. H. Electrolyte Solutions. London.: Butterworths Scientific Publications. 1959, P. 466-514
24. Stearn A. E. // J. Am. Chem. Soc. 1922, V. № 44, P. 670.
25. International Critical Tables Numerical Data Physics, Chemistry and Technology. V. № 4.
26. Renard E., Justice J. C. // J. Solution Chemistry. 1974, V. № 3, P. 633.
27. Краткий справочник физико-химических величин. Ред. Мищенко и Равдел. М.: Химия. 1957. С. 109.
28. Hsiu K. L., Fuoss J. C. // J. Solution Chemistry. 1968, V. № 90, P. 3065.
29. Nernst W. Z. // Z. Phys. Chem. 1888, Bd. № 2, S. 613.
30. Gamlin Handbuch Anorg. Chem. 21. Erg. 7.
31. Dunlop P. J., Stockes P. H. // J. Am. Chem. Soc. 1951, V. № 73, P. 56.
32. Jones G., Fornwalt H. J. // J. Am. Chem. Soc. 1934, V. № 58, P. 619-625.
33. Satoh T., Hayashi K. // Bull. Chem. Soc. Japan. 1961, V. № 34, P. 1260.
34. Kaminsky M. // Z. Phys. Chem. NF 1957, Bd. № 12, S. 206-220.
35. Desnoyers J., Perron G. // J. Solution Chemistry. 1968, V. № 1, P. 199-211.
36. Jones G., Christan Sch. M. // J. Am. Chem. Soc. 1937, V. № 52, P. 484-486.
37. Ford T. F. // J. Phys. Chem. 1960, V. № 64, P. 1168.

HYDRATION MODEL OF ELECTROLYTE.

Yu. Klugman

For electrolytes of type 1-1 we suggest a hydration model of electrolyte where each electrolyte is characterized by two parameters: the radius of hydrated ion r_{ih} , and the size of buffer zone b_{iz} around it.

Using these two parameters we define equivalent conductance λ , diffusion coefficient D and viscosity η for electrolyte concentration $c \leq 0.2$ mole/l.

ФРАГМЕНТЫ ИСТОРИИ ФИЗИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА

Из воспоминаний Ольги Борисовны Сиротининой¹

Лева Штромбергер поговорил со Стальмаховым², который был проректором по научной работе, о помощи нам, филологам. Со Стальмаховым я тоже была знакома как замдекана по научной работе. Стальмахов меня ценил, я его тоже очень ценила, другого такого проректора по научной работе не было. Он был прекрасным проректором и много сделал для университета. Его мать учила меня физике в школе, я узнала об этом случайно, как-то выяснилось в разговоре с ним. У нее фамилия Буцишко, Евгения Эрнестовна. Кто она по национальности – представления не имею. И вот благодаря этим двум людям, Лева и Стальмахову, который специально организовал встречу с ректором Лебедевым³, была оказана нам, филологам, помощь. Сначала мы проводили исследования на шлейфовом осциллографе, там, где работал Лева, в вакуумной лаборатории (зав. кафедрой – Альтшулер⁴, он занимался вакуумными процессами). Стальмахов нас всячески опекал, потом нам даже выделили и оборудовали лабораторию (из бывшего туалета на втором этаже третьего корпуса). Так у нас появилась даже собственная лаборатория при кафедре радиопизики Герштейна⁵.

На осциллографе мы с Галиной Георгиевной Полищук⁶ записывали фразы, разработанные специально для нас. В это время я занималась порядком слов, и у меня была фраза *Он купил торт*. Человек ее должен был наговаривать, а потом аудиторы слушали, и осциллограф выдавал запись. Фраза подобрана так, чтобы на стыках слов были смычные согласные, чтобы эти слова на осциллограмме разграничивать. Самое интересное, что нам помогал зав. кафедрой астрономии доцент Вьюшков⁷. Именно он подсказал некоторые вещи, не Герштейн, как ни странно, а он. Мы с ним работали просто по соседству, поэтому встречались, общались, он интересовался нашей работой, заходил к нам. Мы обратили внимание на то, что когда говорит мужчина (иногда физики-добровольцы приходили к нам и наговаривали), то всё чисто, всё хорошо, отчетливо видны все кривые. А когда женщины, то столько помех, что рисунок осциллограммы фактически за ними исчезает. Мы никак не могли понять, в чем дело. А астроном догадался. Он сказал, что, наверное, это потому, что на женщинах надето много синтетики, статическое электричество работает, а на мужчинах синтетики меньше. И тогда мы стали проверять, кто в чем одет, и требовать, чтоб на них была только либо шерстяная, либо хлопчатобумажная, но ни в коем случае не синтетическая одежда. И это сработало, оказалось, что он был прав. Мы предпочитали работать с мужскими осциллограммами, поскольку всё более отчетливо видно, сосчитать легче. Потом дали комнату под лабораторию в 6 корпусе.

В РСФСР было открыто по приказу министерства 5 филологических лабораторий, из них две (лингвистическая и фольклорная) в СГУ. Потом оборудование устарело, а на новое не было денег и лингвистическую лабораторию закрыли (это, когда филфак с ул. Радищева переехал на ул. Университетскую).

¹ Сиротинина О.Б., доктор филологических наук, профессор кафедры русского языка, речевой коммуникации и русского как иностранного, заслуженный деятель науки РФ

² Стальмахов В.С., доктор физико-математических наук, профессор, проректор по научной работе (1962-1971), заслуженный деятель науки и техники РСФСР

³ Лебедев В.Г., доктор географических наук, профессор, почетный доктор Братиславского университета, ректор СГУ (1965-1970)

⁴ Альтшулер Ю.Г., доктор физико-математических наук, профессор кафедры электронной техники

⁵ Герштейн Г.М., доктор физико-математических наук, профессор, зав. кафедрой радиопизики (1960-1988), участник Великой Отечественной войны

⁶ Полищук Г.Г., доктор филологических наук, профессор кафедры русского языка

⁷ Вьюшков П.В., доцент, первый директор станции наблюдения искусственных спутников Земли СГУ

**О ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ И МЕТОДИЧЕСКОЙ РАБОТЕ КАФЕДРЫ ОБЩЕЙ ФИЗИКИ
В ПЕРИОД С 1960-х ДО НАЧАЛА 1990-х ГОДОВ**

Н.Г. Печенюк

Печенюк Нина Георгиевна, кандидат педагогических наук

С кафедрой общей физики связана лучшая половина моей жизни. Поэтому в рассказе о ней, возможно, почувствуется некоторая пристрастность. Но факты остаются фактами, а люди и их поступки тоже не выдуманы.

Кафедра общей физики – старейшая кафедра университета. С самого начала возникновения у кафедры было две функции – наука и обучение, причём на первых порах вторая была главной. На протяжении многих десятилетий кафедрой руководили большие учёные: профессора В.Д. Зёрнов, К.А. Леонтьев, П.В. Голубков, В.С. Стальмахов. Их научные заслуги общеизвестны, о научных работах сотрудников кафедры написано немало. Хочу рассказать о другой стороне деятельности кафедры, её руководителей и сотрудников, свидетелем и участником которой я была в течение сорока лет, – о постановке учебно-методической и научно-педагогической работы, а также – об отношениях старшего поколения и молодой смены, об атмосфере доброжелательности, взаимопомощи и внимания друг к другу, которые преобладали на кафедре и в эпоху Петра Васильевича Голубкова, и в эпоху Всеволода Семёновича Стальмахова. Хочется рассказать не только о руководителях, но и о скромных людях, которые, может быть, и не оставили большой след в науке, но оставили его в сердцах своих учеников и товарищей.

Конечно, как и в каждом коллективе, на кафедре время от времени возникали трения, недовольства и недопонимания, но они носили локальный характер, не приводили к серьёзным конфликтам и скандалам и не оказывали существенного влияния на общую атмосферу доброжелательности и взаимопомощи. Те, кто не мог или не хотел вписаться в коллектив кафедры, уходили, оставались единомышленники. Мои впечатления относятся к периоду от 1960-х до 1990-х годов.

В послевоенное время в Саратове быстрыми темпами росла радиоэлектронная промышленность, строились заводы, открывались НИИ, требовались высоко квалифицированные инженеры-физики. В Саратовском университете увеличился приём на физический факультет и, как следствие, расширился штат преподавателей. В начале 1960-х годов работать на кафедру общей физики пришло молодое пополнение – выпускники конца 50-х – начала 60-х годов. Старшее поколение, среди которого были и участники Отечественной войны, встретили нас радушно. Не все они были кандидатами наук, доцентами или профессорами. Но их педагогический и человеческий опыт, отношение к людям и жизни вообще, уважительное и заинтересованное общение с молодыми сотрудниками порождало стремление работать «с душой», перенимать опыт,

учиться многому, в том числе и отношению к людям. Не сомневаюсь, что атмосфера доброжелательности, взаимовыручки и взаимного уважения, которая сохранялась и поддерживалась на кафедре её заведующими и в последующие годы, зародилась не в малой степени благодаря ветеранам, с которыми посчастливилось сотрудничать и общаться в первые годы работы в университете. Назову их поименно: Альберт Михайлович Алесковский, Лев Эммануилович Бахрах, Виталий Фёдорович Боголюбов, Павел Константинович Иванов, Иосиф Александрович Козель, Евгений Александрович Ридель, Сергей Варламович Соломонов, Сергей Афанасьевич Суслов, Лев Викторович Штромбергер.

Ещё студентами мы познакомились со старшим преподавателем кафедры общей физики Сергеем Варламовичем Соломоновым, Варламычем, как мы его ласково называли. Сергей Варламович в течение многих лет был заместителем декана по учебной работе, то есть первым человеком на факультете, к которому студенты обращались со своими проблемами: нужна стипендия – к нему, разрешение на пересдачу – к нему, негде жить – тоже к нему. Сергей Варламович был в курсе личных проблем студентов, желанным гостем на студенческих свадьбах, к нему за помощью и советом многие приходили и после окончания университета. Не даром мы называли его нашим «общим папой». Много позже в том же ключе пытался работать преемник Сергея Варламовича на посту заместителя декана – Рустам Феттяхович Мухаммедов, тоже сотрудник кафедры общей физики.



Сергей Варламович
Соломонов

Большинство ветеранов не любит рассказывать о войне. Наши старшие сотрудники не были

исключением. Но два эпизода с воспоминаниями всё-таки были и врезались в память навсегда.

Сергей Афанасьевич Суслов был секретарём партбюро университета. Как и ректор СГУ Даниил Иванович Лучинин, погибший, к сожалению, в первые дни войны, С.А. Суслов ушёл на фронт добровольцем, прошёл войну, вернулся и много лет работал на кафедре общей физики. На просьбы выступить перед студентами с рассказом о войне он отвечал, что не может, потому что ком стоит в горле при этих воспоминаниях.



С.А. Суслов

Но однажды в узком кругу он рассказал об одном эпизоде. Шли они с молодым бойцом вдоль линии фронта, и боец ему рассказывал, что мать получила похоронки на его отца и двух братьев, и ему обязательно надо выжить, потому что он остался единственной опорой матери. В это время началась бомбёжка, Сергей Афанасьевич остался на месте, а парень прыгнул в ближайшую воронку, крикнув, что два раза в одну воронку... Бомба попала в эту воронку второй раз.

Лев Эммануилович Бахрах служил в штабе и в самое опасное и тяжёлое время находился в Москве. Однажды зимой, во время командировки, мы вечером возвращались в гостиницу, и вдруг он начал вспоминать военное время и стал показывать мне те места в Москве, которые были связаны с его службой. Мы долго кружили по заснеженным улицам, Лев Эммануилович вспоминал и рассказывал, а я живо представляла эти улицы без фонарей, без рекламы и светящихся окон, ощущала то напряжение, в котором жили люди, и ответственность сотрудников штаба за всё, что происходило и должно было произойти.

Расскажу, как пестовали нас, начинающих преподавателей, наши наставники.

Моё появление на кафедре происходило дважды, и оба раза – по приглашению доцента Степана Ивановича Сорокина. Степан Иванович читал нам курс общей физики, и после удачно сданного экзамена я получила от него приглашение познакомиться с работой лаборатории молекулярной физики, которой он заведовал. Первые мои посещения были летом, перед преподавательскими отпусками. Не помню, какие поручения Степана Ивановича я выполняла, но помню рассказ о его, выпускника рабфака, пути в науку.



С.И. Сорокин

Так, со второго курса кафедра общей физики стала частью моей жизни, и я не жалела об этом никогда. Второй раз, опять по приглашению Степана Ивановича, я пришла на кафедру на следующий год после окончания университета в качестве младшего научного сотрудника под начало Ивана Фёдоровича Тайкова. Иван Фёдорович – мой дипломный руководитель, первый наставник, заложивший для меня основы в подходах к научному эксперименту, к преподаванию, и, может быть, к жизни вообще. Удивительно скромный, скрупулёзно тщательный в работе, бескомпромиссно добросовестный человек, строгий, требовательный, но тактичный учитель. Многие его высказывания запомнились на всю жизнь. Даже по таким «мелким» поводам, как например, это: «Я выхожу из дома с таким расчётом, чтобы не опоздать на занятия, даже если не будет транспорта и придётся идти пешком». У него было хорошее чувство юмора и понимание житейских проблем. Он говорил, шутя, что большую зарплату, которую человек имеет во второй половине жизни, нужно давать молодым, а то обидно: молодым многого хочется и многое надо, а денег нет, а у старых деньги есть, а одно нельзя, другое уже не хочется.

Те, кто мало общался с Иваном Фёдоровичем, представляли его ворчливым и ехидным стариком, неудачником в науке, въедливым и придиричивым. Студенты его побаивались, требовательность казалась им чрезмерной. На самом деле всё было не так. Во-первых, Ивану Фёдоровичу было всего немногим больше пятидесяти лет, а его внешность и некоторые особенности поведения определялись тяжёлой сердечной болезнью, о которой он никогда не говорил, но из-за которой безвременно ушёл из жизни. Во-вторых, Иван Фёдорович не терпел небрежности и недобросовестности в работе, и его остроумное «ехидство» было обращено как раз против этих проявлений. Да, он был очень требовательным, но прежде всего эта требовательность была обращена к самому себе. Иван Фёдорович ещё в студенческие времена учил меня постановке физического эксперимента, терпению в его подготовке, вниманию ко всем так называемым мелочам, тщательному учёту и устранению внешних влияний на результаты. Прежде, чем посчитать свои результаты достойными опубликования, Иван Фёдорович

ФРАГМЕНТЫ ИСТОРИИ ФИЗИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА

оценивал их с позиций критика, часто браковал. Возможно, что его самокритичность была избыточной, и именно это не позволяло ему продвигаться по научной лестнице.

Должность младшего научного сотрудника предполагала тогда выполнения определённого объёма педагогической нагрузки (до двухсот часов в год). С практикумом всё было понятно, а вот как Иван Фёдорович готовил меня к проведению семинаров по решению задач, хотя на первых порах их в моей нагрузке не было.

Время от времени он мне говорил: «У меня не всё получается в задаче, посмотрите, может быть, у вас получится». «Не всё получается» относилось или к некорректной формулировке, или к неоднозначному результату – словом, предполагало размышления. У меня, конечно, тоже не всё получалось, появлялись вопросы. Если они были удачными, Иван Фёдорович говорил: «Если бы у меня в группе была пара студентов, которые задавали бы такие вопросы, я бы со временем понял физику». Наконец, я, по его мнению, созрела для того, чтобы заменить его на семинаре во время командировки. Предварительно Иван Фёдорович пригласил меня на своё последнее перед отъездом занятие, а потом помог составить план, подобрать задачи, подсказал, на что обратить внимание, какие вопросы могут возникнуть у студентов и как лучше на них отвечать. Ивана Фёдоровича Тайкова я с огромной благодарностью и уважением помню всю жизнь. К сожалению, из-за скромности его не оказалось ни на одной кафедральной фотографии. Но его лицо и без фотографии стоит у меня перед глазами.

Уроки Ивана Фёдоровича пригодились мне очень скоро, после перевода на должность ассистента кафедры общей физики.

Заведующим кафедрой был тогда Пётр Васильевич Голубков, который казался мне личностью почти легендарной. Крупный учёный, прекрасный организатор, блестящий лектор и удивительный человек, он отличался кроме всего искренним интересом и вниманием к сотрудникам – от вахтёра до профессора. К сожалению, в студенческие времена мне не довелось слушать лекции Петра Васильевича, да и во время работы непосредственных контактов не было кроме одного, при приёме на должность ассистента. Тогда Пётр Васильевич поразил меня одобрительным высказыванием в адрес моих родителей (которых он, разумеется, не знал), за моё «хорошее воспитание»: после беседы у него в кабинете я отнесла на место стул, на котором сидела. Сделала я это машинально, но с тех пор стала следить за подобными мелочами в поведении и детей своих этому учила. Моим родителям было очень приятно узнать о словах Петра Васильевича. Вот так при формальной, казалось бы, беседе, одной мимолётной фразой он оставил след в трёх поколениях нашей семьи. В этом сказался неповторимый стиль его общения с людьми.



Профессор П.В. Голубков, ст. преподаватель Л.В. Штрэмбергер и сотрудница физ. фак-та в научной лаборатории

Несмотря на отсутствие непосредственных рабочих контактов, мне были известны подробности переговоров, в которых Пётр Васильевич отстаивал честность и справедливость во всех вопросах, с которыми соприкасался. Он никогда не давал положительных отзывов на научный труд, качество или пути создания которого его не удовлетворяло, с каких бы «высот» его ни вынуждали это сделать; не брал на кафедру по протекции людей, не способных по каким-либо причинам добросовестно и плодотворно заниматься наукой и преподаванием; отстаивал интересы сотрудников, охраняя их от перегрузок, при решении учебных и кадровых вопросов. Источником моих познаний в этих вопросах был Лика Самуилович Шрайбер – ближайший помощник и своего рода «делопроизводитель» при П.В. Голубкове. Лика Самуилович был человек эмоциональный и горячий, очень переживал за дело, и ему было необходимо высказаться после каждого «боя». А я, работая тогда под его руководством, всегда находясь «под рукой», и пройдя несколько тайных проверок на отсутствие болтливости (о которых я узнала позже), была для него удобным резервуаром для сливания лишних эмоций.

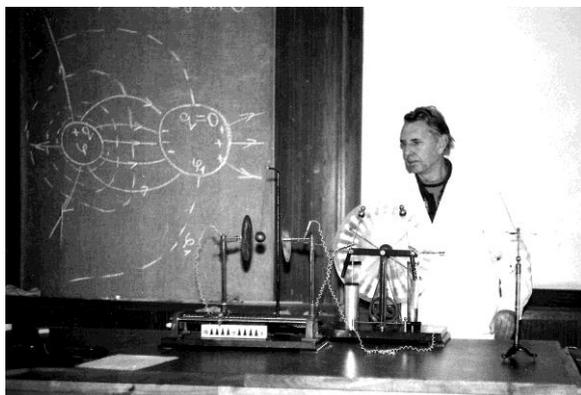


Л.С. Шрайбер

Лика Самуилович тоже был моим учителем. При всём несходстве характеров он продолжал линию Ивана Фёдоровича в постановке и выполнении эксперимента, требуя и добываясь прецизионной точности. Да и путь Лики Самуиловича в науку, упорство, с которым он

добивался возможности работать, любовь и преданность своему делу вызвали уважение. Возможно, он был излишне горяч, но справедлив и честен.

Когда Петру Васильевичу стало физически тяжело читать курс общей физики, он передал эти лекции преемнику, которого сам выбрал среди преподавателей кафедры. Молодой доцент Борис Савельевич Дмитриев сначала читал курс общей физики небольшой группе студентов – метеорологов. Послушав несколько фрагментов его лекций, Пётр Васильевич оценил высокий потенциал Бориса Савельевича, и, передав ему свой курс, стал всячески помогать готовиться к лекциям: очертил общую структуру курса, дал ему свои наброски лекций, предложив сделать собственные разработки для обсуждения. Особое внимание Пётр Васильевич уделял физическим демонстрациям, вникая в каждую мелочь, следил, чтобы ни одна эффектная демонстрация не была пропущена, и чтобы сотрудники Коллекции оказывали Борису Савельевичу всяческое содействие. В ходе совместной работы образовался материал, который планировалось напечатать в качестве учебного пособия или учебника, но из-за тяжёлой болезни и последовавшей за ней смерти Петра Васильевича этим планам не суждено было сбыться, материалы, к большому сожалению, были утеряны [1]. Однако отличный курс лекций, который выкристаллизовался из этих разработок, Борис Савельевич постоянно совершенствовал и блестяще читал студентам в течение многих лет.



Б.С. Дмитриев
на лекции по общей физике

В 1970-м году по рекомендации П.В. Голубкова заведующим кафедрой общей физики стал его ученик Всеволод Семёнович Стальмахов, работавший перед этим проректором университета по научной работе. Строгий, требовательный, порой жёсткий в общении, имеющий большие научные достижения и авторитет, Всеволод Семёнович в то же время открыто обозначил ту область деятельности, в которой ему предстояло учиться у более опытных в ней сотрудников. Такой областью было преподавание общего курса физики.



В.С. Стальмахов

Всеволод Семёнович своими руками проделал все работы физического практикума, отметил недостатки, назначил ответственными за лабораторию доцентов В.В. Мурзина и М.Н. Куликова, обсудил с ними план действий и впоследствии постоянно интересовался ходом этой работы. Затем Всеволод Семёнович ознакомился с тем, как читают курс общей физики студентам физического факультета мастера – Лев Эммануилович Бахрах и Борис Савельевич Дмитриев, побывал у них на лекциях и попросил у Бориса Савельевича его заметки для ознакомления. Позже, возвращая эти записки, Всеволод Семёнович дал им высокую оценку и публично поблагодарил Бориса Савельевича. Разработав свой курс, В.С. Стальмахов прочёл его сначала не очень многочисленному потоку физиков вечернего отделения, при этом он настоятельно предлагал своим сотрудникам, читающим курс физики на других факультетах, присутствовать на его лекциях и затем их обсуждать. Только после такой подготовки В.С. Стальмахов стал читать общий курс большому потоку студентов - физиков дневного отделения. Такое ответственное и внимательное отношение не только обеспечило высочайшее качество лекций самого Всеволода Семёновича, но и показало сотрудникам, какое значение следует придавать вопросам преподавания в их работе.

Большое значение В.С. Стальмахов придавал лекционным демонстрациям. Назначив доцента Б.С. Дмитриева ответственным за Коллекцию (кабинет лекционных демонстраций), и поручив ему усовершенствование имеющихся и разработку новых демонстраций, Всеволод Семёнович постоянно интересовался этой работой, активно участвовал в просмотре и обсуждении новых установок на разных стадиях их готовности и всячески поощрял участие сотрудников кафедры в обсуждении, изготовлении и постановке новых экспериментов. В результате под руководством

ФРАГМЕНТЫ ИСТОРИИ ФИЗИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА

Б.С. Дмитриева сложилась творческая группа, в которую входили доценты, ассистенты, инженеры: Л.Я. Майофис, А.С. Шаповалов, В.В. Мурзин, П.К. Иванов, Н.С. Галанов, и удивительно искусный механик В.П. Соколов. Силами этой группы было разработано и поставлено несколько десятков новых демонстраций, в том числе «Маятник Фуко», уникальность которого признавали не только сотрудники нашего университета, но и гости из вузов Москвы и других городов. Постановке этой демонстрации и сам В.С. Стальмахов, и Б.С. Дмитриев, и В.П. Соколов, и другие участники группы отдали много времени и творческих сил.

В 1960-е – 1970-е годы на каждом курсе физического факультета было более десяти групп студентов, разделённые на два потока. Общий курс в разные годы читали проф. В.С. Стальмахов, доценты Л.Э. Бахрах, Б.С. Дмитриев, А.С. Шаповалов, М.Н. Куликов, В.В. Гурзо – как правило, каждый вёл свой поток в течение трёх семестров. В разных группах практические занятия по решению задач вели разные преподаватели. Для сохранения единообразия лекторы согласовывали рабочие программы, доводили их до сведения ассистентов, ведущих занятия по решению задач, и несколько раз в семестр контролировали временное соответствие тематики этих занятий рабочему плану. Такие «луточки» проводились ещё при Петре Васильевиче Голубкове. Помню, как читавший с ним в очередь Степан Иванович Сорокин искренне и очень эмоционально возмущался, узнав, что один из молодых ассистентов сильно отстал от графика, ссылаясь на то, что «студенты ещё не усвоили». Этот и другие подобные случаи привели к необходимости создания на кафедре постоянно действующего методического семинара, на котором обсуждались подбор и методика решения задач по каждой теме. Руководил семинаром Лев Эммануилович Бахрах, активными участниками были ассистенты Л.С. Страхова, А.В. Соболева, Б.П. Безручко, Т.Н. Тихонова, И.Л. Соколов, Л.А. Захарова, Н.Г. Печенюк и другие преподаватели кафедры.

Лев Эммануилович Бахрах был прекрасным лектором, педагогом и методистом. Его лекции посетили, наверное, все начинающие преподаватели. В них всё было гармонично: спокойное логическое развитие мысли, темп речи, чёткое построение фраз, выделение главного, переход к демонстрационному эксперименту. Лев Эммануилович владел особым мастерством приёма экзаменов. Его беседа со студентом не продолжалась более пяти минут, но на моей памяти не было ни одного случая обиды и несогласия с оценкой со стороны студента, хотя ни

о какой «мягкости» в оценке речи не было. Лев Эммануилович говорил, что уровень подготовки студента ему был ясен по первым двум-трём фразам, а потом оставалось только показать студенту, в чём его недоработки. Делал он это лаконично, доброжелательно и без унижения ученика.



Лев Эммануилович Бахрах

Начинающим преподавателям семинар под руководством Л.Э. Бахраха дал очень много. Проходил он так. Каждый ассистент выбирал тему и разрабатывал методику её изучения на практическом занятии со студентами. Как правило, тема была связана с определённым физическим законом (или законами). Рассматривались условия и методика применения закона, особые случаи и т.п., подбирались соответствующие задачи разной степени сложности – в зависимости от уровня подготовки студентов, рассматривались особо интересные случаи, иногда парадоксальные; Лев Эммануилович подводил итоги и заострял внимание на «тонкостях» и «подводных камнях» материала. В результате вырисовывался «остов» практического занятия, и это очень облегчало подготовку и поднимало уровень работы каждого ассистента. Кроме того, каждому молодому ассистенту в любой момент готовы были помочь опытные преподаватели Сара Абрамовна Зайцева, Наталья Николаевна Серебренникова и другие. По результатам работы семинара было выпущено методическое пособие (составитель Н.Г. Печенюк).

В.С. Стальмахов всячески поддерживал и развивал научно-методическую работу на кафедре, поощрял участие в педагогических и методических конференциях и совместную работу с другими вузами и НИИ. На кафедре образовалась научно-методическая группа сотрудников под руководством доцента Л.Э. Бахраха, установились связи с кафедрой педагогики и педагогической психологии Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, Научно-исследовательским институтом высшей школы (НИИ ВШ) и ещё с

несколькими высшими учебными заведениями других городов. В содружестве с названной кафедрой МГУ и НИИ ВШ выполнялась научно-методическая тема, сотрудники участвовали в работе Всесоюзных и Республиканских конференций по педагогике, а также - координационных совещаний НИИ ВШ,



выступали с докладами в Москве, Риге, Казани, Петрозаводске, Славянске, Пензе и других городах.. Совместно с кафедрой педагогики СГУ наша научно-методическая группа подготовила Республиканскую педагогическую конференцию, которая успешно прошла в Саратовском университете 24-26 мая 1982 г.



Республиканская научно-методическая конференция

Выступает доцент СГУ Л.Я. Майофис (слева),

беседу проводит доцент МГУ З.А. РЕШЕТОВА (на правом снимке)

В местных и центральных изданиях участниками группы был сделан ряд публикаций на педагогические и методические темы, а в 1984 г. автор этих строк защитила кандидатскую диссертацию по педагогическим наукам в Совете Московского государственного университета. Материалы диссертации отдельной главой вошли в книгу под редакцией члена-корреспондента АПН СССР зав. кафедрой педагогики и педагогической психологии профессора Н.Ф. Талызиной [2].

Научно-методическая группа работала на кафедре общей физики более десяти лет. В её состав входили доценты, старшие преподаватели и ассистенты кафедры общей физики: Лев Яковлевич Майофис, Таисия Николаевна

Тихонова, Людмила Ивановна Булушева, Леонид Артурович Озолин, Михаил Александрович Старшов, преподаватель физики подготовительного факультета Ева Михайловна Чернявская и автор этих строк. Надо отметить, что и после прекращения работы группы в связи с рядом событий 1990-х годов, некоторые её участники продолжают трудиться в избранном направлении. Так, доцент М.А. Старшов на сегодняшний день имеет более двухсот публикаций в центральных журналах «Физика в школе», «Квант», «Потенциал», «Физика – 1 сентября».

Важным направлением в работе методической группы было взаимодействие с учителями физики средних школ.



Н.Б. Щербина

На физический и другие естественные факультеты поступали, как правило, далеко не самые плохие выпускники школ, среди них было много медалистов. Нельзя сказать, что у них было мало конкретных знаний, однако многие испытывали огромные трудности в учёбе из-за совершенно нового, по сравнению со школьным, подходом к изучению материала. Требовались не только новые конкретные знания, но и другое, аналитическое, а не формальное мышление, которое не во всякой школе развивалось. Перед преподавателями кафедры, которая вместе с



Е. Л. Лебедев

математическими кафедрами первой принимала вчерашних школьников, стояла задача: построить «мостик», по которому студенты могли бы с наименьшими потерями перейти от физики как школьного предмета к физике как науке, поэтому методике работы со студентами младших курсов (чтения лекций и проведения семинарских и лабораторных занятий) на кафедре всегда уделялось большое внимание. С другой стороны, школьные учителя физики, особенно работающие в школах, из которых на физический и другие естественные факультеты СГУ традиционно

ФРАГМЕНТЫ ИСТОРИИ ФИЗИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА

поступало большое количество выпускников, стремились лучше понять те требования, которые будут предъявлены к их ученикам в вузе. Поэтому силами участников научно-методической группы был организован семинар, на заседаниях которого учителя делились своим опытом и методическими находками, а преподаватели университета, участвуя в обсуждении, поддерживали элементы творчества и поиска в деятельности как учителей, так и учеников. Например, учитель СШ №36 г. Саратова Е.Л. Лебедев показал разработанные им для уроков физики оригинальные демонстрационные эксперименты, учитель СШ №37 Н.Б. Щербинина поделилась опытом проведения уроков-конференций; о своих методических находках рассказывали С.С. Поляков (СШ №42), С.Б. Мчедлов (СШ №13), Е.М. Чернявская (Подготовительный факультет СГУ) и другие. Конечной целью этих семинаров было силами учителей помочь будущим студентам подготовиться к обучению в вузе, уменьшить разрыв между школьными и вузовскими требованиями, облегчить адаптацию в вузе. С той же целью, а также для профориентации школьников несколько факультативных занятий для учащихся СШ №37 (учитель Н.Б. Щербинина) были проведены в физическом практикуме кафедры общей физики.

Подобная направленность была и в совместной работе с Кабинетом физики Саратовского Областного Института Усовершенствования Учителей. Вместе мы подготовили и провели научно-методическую конференцию «УРОК ФИЗИКИ», на которой выступали учителя из городских и сельских школ Саратовской области. Для многих учителей, особенно из отдалённых сельских школ, эта конференция не только способствовала профессиональному росту, но явилась и моральной поддержкой, свидетельством интереса и уважения к их труду.

По материалам конференции совместными усилиями Саратовского университета и ИУУ был выпущен сборник, в который вошли статьи, написанные по лучшим докладам учителей. В работе по отбору и редактированию материала активное участие принимали члены научно-методической группы кафедры общей физики; вступительная статья была написана автором этих строк в содружестве с заведующей кабинетом физики ИУУ Н.В. Карповой.



За столом президиума конференции

Важным направлением в работе научно-методической группы была подготовка студентов физического факультета к работе в качестве учителя физики. В течение довольно длительного периода всему потоку студентов-физиков (кроме инженерных специальностей) читался курс «Методика преподавания физики», проводились семинарские занятия по этому курсу и педагогическая практика. Часть студентов выполняла дипломные работы педагогической и методической направленности. Вся эта нагрузка обеспечивалась научно-методической группой при постоянном внимании со стороны заведующего кафедрой. Когда в учебном плане пятого курса появилась новая, никому неизвестная дисциплина «Методика преподавания физики в высшей школе», В.С. Стальмахов поручил доцентам Л.Я. Майофису и Н.Г. Печенюк совместно разработать этот курс, присутствовать друг у друга на лекциях с обязательным последующим обсуждением, а потом неоднократно интересовался ходом дела. Студенты пятого курса проходили педагогическую практику в школах, причём местом прохождения практики частично были вакантные места учителей физики в сельских школах. Руководители практики посетили абсолютное большинство студентов на местах их работы, ознакомились с условиями работы и быта, состоянием физического кабинета и оказали необходимую методическую помощь. В результате анализа наблюдений, сделанных во время этих посещений, в подготовку студентов были внесены некоторые коррективы, выработаны рекомендации для органов образования по обеспечению условий для практикантов (в большинстве случаев условия были удовлетворительными), написана большая статья для университетской многотиражки и сделано сообщение на заседании Учёного Совета физического факультета. Многие студенты после педагогической практики выполняли дипломные работы на методические темы. По результатам некоторых из этих работ были сделаны совместные публикации руководителем и студентом.



Руководитель практики М.А. Старшов и студентка Надежда Фёдорова в кабинете физики 8-летней Карамышской школы Татищевского района

Заведующий кафедрой профессор В.С. Стальмахов всячески поддерживал и направлял научно-методическую работу, проводившуюся на кафедре. Его доклад получил высокую оценку на межзональном совещании-семинаре заведующих кафедрами физики, а сам Всеволод Семёнович был отмечен благодарностью в приказе начальника Главного управления университетов, экономических и юридических вузов и включён в состав группы, совершившей одну из первых для работников высшей школы СССР зарубежную поездку. Об этом он рассказал на заседании кафедры, отметив вклад сотрудников не только добрыми словами, но и тем, что в приказ о благодарности за активное участие в подготовке совещания наряду с самим Всеволодом Семёновичем по его ходатайству были включены сотрудники кафедры Л.Я. Майофис и Н.Г. Печенюк.



На занятиях в практикуме
со школьниками

Преподаватели кафедры активно участвовали в работе с учителями в рамках областных и городских объединений и в шефской работе, проводившейся на факультете. Для координации этой работы был создан Совет содружества факультета и НИИМФ под председательством доцента В.Н. Шевцова. Работала школа юных физиков (Т.Н. Тихонова, В.Н. Шевцов и др.), были прочитаны лекции в Институте Усовершенствования учителей, проведены олимпиады по физике разных уровней (председатели жюри – доценты кафедры общей физики В.Н. Карцев и Ю.И. Лёвин). Доцент Л.Я. Майофис на базе СКБ СГУ организовал занятия по компьютерной технике с учащимися средней школы №13.

В заключение хочу сказать несколько слов о своём поколении сотрудников кафедры, воспитанном ветеранами войны, о нашей благодарности им и памяти о них. Доцент кафедры общей физики Лев Яковлевич Майофис по зову сердца несколько лет жизни посвятил увековечению памяти ветеранов, комплектованию тогда ещё факультетской комнаты боевой славы, установлению памятных досок; используя компьютерную связь, он принимал активное участие в этой работе даже тогда, когда тяжёлая болезнь лишила его возможности передвигаться. Лев Яковлевич внимательно следил, чтобы ни

одно имя не было пропущено, ни один ветеран не был забыт.

Доброжелательно-деловая атмосфера, которая существовала на кафедре при Петре Васильевиче Голубкове и старшем поколении сотрудников, развивалась при Всеволоде Семёновиче Стальмахове, который в течение многих лет поддерживал её и собственным отношением к людям, и тщательным подбором кадров. Требования к деловым качествам и дисциплине были высокие, не все их выдерживали, оставались единомышленники. Особую роль в создании деловой и одновременно дружеской атмосферы играл помощник Всеволода Семёновича по обеспечению учебного процесса, всеобщий любимец, тонкий психолог, всегда жизнерадостный и никогда не унывающий (несмотря на тяжёлую болезнь), «душа» кафедры наш «диспетчер» Александр Васильевич Дидусенко.



А. В. Дидусенко

Много лет он распределял нагрузку между преподавателями, которых на кафедре было не меньше тридцати. В течение семестра кто-то заболел, кто-то уезжал в командировку – требовались замены. Кафедра обеспечивала преподавание физики на всех естественных факультетах (позже часть нагрузки вместе с преподавателями перешла на вновь образованную кафедру теплофизики) – нагрузка у всех была большая, в основном, аудиторная; сделать её для каждого более или менее компактной, а потом подобрать подходящие замены – настоящее искусство, и Александр Васильевич владел им полностью. Он всегда знал, кому и что можно поручить так, что и для дела будет хорошо, и человек не сможет ни отказаться, ни обидеться.

В том же ключе работала и наш профорг Марина Александровна Дмитриева. Не могу не привести хотя бы один пример - из своей жизни. В начале 1980-х мне потребовалось курортное лечение. По ходатайству университета (не без участия профорга) Обкомом профсоюзов была предоставлена именная путёвка в санаторий, но не на январь, как просили, а на март – в самый разгар семестра, когда все перегружены. Я понимала, что заменить меня на занятиях нечем, и смирилась. И вдруг Марина Александровна предлагает мне писать заявление об отпуске, потому что замена обеспечена, и вопрос согласован. Оказалось, что,

ФРАГМЕНТЫ ИСТОРИИ ФИЗИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА

посоветовавшись с А.В. Дидусенко, она поговорила с сотрудниками, и несколько человек добровольно и безвозмездно на время моего отсутствия разделили мою нагрузку, в том числе, и лекционную (её взял на себя доцент Леонид Моисеевич Минкин). Зав. кафедрой одобрил. Это было в стиле отношений на кафедре, и такое не забывается.

После безвременного ухода из жизни Всеволода Семёновича Стальмахова обязанности заведующего кафедрой некоторое время исполнял его ученик, ближайший соратник и единомышленник, тогда ещё доцент (а немного позже профессор) Юрий Павлович Шараевский, и кафедра работала в прежнем ключе. Но обстановка в стране изменилась, как и сама страна. С пересмотром ценностей лучшие традиции кафедры общей физики постепенно оказались утерянными.

Опыт преподавания, приобретённый старшим и нашим поколением ценой многолетнего кропотливого труда, оказался не востребованным. В статье о кафедре общей физики в двухтомнике «История Саратовского университета» о многолетнем существовании на кафедре научно-педагогической группы, её работе и входивших в неё сотрудниках, не было даже упомянуто. Постепенно кафедра лишилась своих ведущих сотрудников: кто-то ушёл по естественным причинам, а кто-то перешёл на другое место работы, где его опыт оказался востребованным. Но осталась память о замечательных людях, многих из которых уже нет с нами, о былых традициях, созданных этими людьми, и нарушенных по объективным и субъективным причинам, и надежда, что когда-нибудь будущие поколения эти традиции возродят.

Библиографический список

1. Дмитриев Б. С. Пётр Васильевич Голубков: Страницы биографии в контексте истории физического факультета и университета // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия Физика. 2014. Т. 14, вып. 1. С. 69-75
2. Талызина Н.Ф., Печенюк Н.Г., Хихловский Л.Б. Пути разработки профиля специалиста. Изд. Саратовского университета. 1987.



Памятная доска в физическом практикуме имени Петра Васильевича Голубкова

**ДМИТРИЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ УСАНОВ:
УЧЕНЫЙ, ИЗОБРЕТАТЕЛЬ, ПЕДАГОГ, ВОСПИТАТЕЛЬ, ПАТРИОТ**

В. М. Аникин

Саратовский национальный исследовательский государственный университет
имени Н. Г. Чернышевского

Аникин Валерий Михайлович, д.ф.-м.н., профессор, декан физического факультета

Памяти Дмитрия Александровича Усанова

5 июня 2019 г. скоропостижно скончался Дмитрий Александрович Усанов, один из ведущих профессор-физиков Саратовского национального исследовательского университета, крупный ученый, изобретатель, деятель высшего образования, человек с мышлением государственного масштаба.

**Вехи биографии**

Дмитрий Александрович Усанов родился 24 августа 1944 г. в семье талантливого инженера и организатора производства Александра Ивановича Усанова. В 1965 г. с отличием окончил физический факультет Саратовского государственного университета имени Н. Г. Чернышевского. Трудовую карьеру начал инженером на предприятии электронной промышленности г. Саратова. Его руководителями в аспирантуре были Л. И. Баранов и З. И. Кирьяшкина. В 1972 г. защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, в 1989 г. – докторскую диссертацию. Прошел практически все ступени должностной иерархии в Саратовском университете: старший научный сотрудник, заведующий лабораторией, доцент, заместитель декана физического факультета по научной работе, профессор, заведующий кафедрой физики твердого тела (пожизненно), проректор по научной работе (1989 – 2000, 2003 – 2013).

Ученый и создатель научной школы

Д.А. Усанов – авторитетный в России и известный за рубежом ученый, активно, профессионально и креативно работавший на стыке твердотельной электроники, физической электроники, радиофизики, лазерной физики и оптики, в том числе и в их разнообразных приложениях. Главная тематика научных исследований Д.А. Усанова связана с обнаружением и изучением новых физических эффектов и закономерностей физических процессов в твердотельных структурах (электродинамические системы, кристаллы, слоистые структуры, композиты), устройствах и приборах (диоды различных типов, транзисторы, полупроводниковые генераторы и преобразователи и т.п.) под действием различных физических факторов (электромагнитных и оптических излучений различной мощности и спектрального диапазона) и в различных физических условиях (например, с учетом микро- и наносмещений); разработка на этой основе как новых бесконтактных методов измерения параметров твердотельных структур, в том числе посредством ближнеполевой СВЧ микроскопии, так и новых приборов и устройств. Приборы, созданные на основе разработок Д.А. Усанова, внедрены в промышленность, в том числе выпущены в виде серий. Предложенные им новые технологии, способы измерений, приборы и программы для ЭВМ защищены более 200 авторскими свидетельствами и патентами. Изобретательство – любимый конек Дмитрия Александровича. «Безотказные» успехи на этом поприще обусловлены, в частности, и тем, что он может оценивать свои работы с позиции внешнего эксперта.

В активе Дмитрия Александровича – фундаментальное открытие многодоменного режима функционирования диода Ганна, создание измерителей параметров наноструктур, новые конструкторские решения ближ-

IN MEMORIAM

неполевого СВЧ микроскопа, превосходящего по своим характеристикам зарубежные аналоги, эффективное решение проблемы прежде трудно лечимого заболевания глаз (нистагма), биоэкологические датчики и т.п.

Оригинальные научные результаты исследований Д.А. Усанова опубликованы в монографиях и многочисленных статьях. Полученные результаты доложены на многочисленных научных конференциях международного и общероссийского рангов. Созданные под его руководством приборы отмечены высшими наградами престижных инновационных международных выставок. Д. А. Усанов создал собственную научную школу по твердотельной электронике. Под его руководством было подготовлено свыше 60 кандидатских и 8 докторских диссертаций. Научная квалификация и научный кругозор Д.А. Усанова, неизменное стремление повысить прикладную значимость исследований позволяло ему выполнять научные работы и руководить соискателями ученых степеней как по «основному профилю», так и в областях биомедицинских исследований, решения образовательных и социальных проблем.

Руководитель диссертационного совета и редактор журнала

В 1990 г. Д. А. Усанов возглавил диссертационный совет по физико-математическим наукам при Саратовском университете. Номенклатура специальностей совета со временем менялась – защищались диссертации по радиофизике, физической электронике, физике полупроводников, твердотельной электронике, оптике. Неизменными оставались принципиальность и требовательность Д.А. Усанова к качеству представляемых к защите диссертационных работ (а они шли из различных мест Поволжского региона). Знакомясь с диссертациями, он в случае необходимости делал замечания и указывал направления «доводки» работ. Все присужденные ученые степени за тридцатилетний период, когда Дмитрий Александрович возглавлял совет, были подтверждены Высшей аттестационной комиссией. Одновременно он принимал решения, направленные на выполнение требований, которые ВАК предъявлял к диссертационным советам, ведущим организациям и официальным оппонентам.

Столь же скрупулезно Д. А. Усанов как главный редактор работал с текстами статей, поступавших в редакцию журнала «Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия Физика», организовав, в частности, их рецензирование у российских и зарубежных специалистов. Это способствовало повышению научного авторитета издания.

По его инициативе вышли специальные выпуски журнала «Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия Физика», посвященные профессорам З.И. Кирьяшкиной и Ю.А. Складарову.

Научно-образовательная административная деятельность

Д.А. Усанов много сделал для продвижения университета в верхние строчки вузовских рейтингов. Он непосредственный разработчик важных, получивших солидную государственную поддержку программ научно-образовательного развития СГУ и Саратовского региона – программ развития образования и науки в Саратовской области на 1997–2000 и 2001–2005 гг., программы инновационного развития Саратовского государственного университета на 2007–2009 гг., программы развития СГУ в статусе Национального исследовательского университета.

При его инициативном участии в СГУ еще в 1990-е годы началась подготовка магистров по направлению «Электроника и микроэлектроника», открыта подготовка специалистов по медицинской физике, инноватике. Дмитрий Александрович вел базовые курсы по квантовой теории твердого тела, физике полупроводников, твердотельной электронике, физическим принципам работы твердотельных СВЧ-устройств. Он автор 20 учебных пособий.

Руководитель ветеранской организации

Поселение годы Д. А. Усанов возглавлял организацию сотрудников-ветеранов Саратовского университета. Главное направление её деятельности он определил как воспитание студенчества в духе патриотизма, сохранения исторической памяти. Он организовывал многочисленные встречи ветеранов со студентами различных факультетов, осуществил издание книг патриотической направленности. В двух изданиях книги «Детство, опаленное войной» (2016, 2017) помещены рассказы ветеранов о перенесенных тяготах, выпавших на их долю в годы Великой Отечественной войны. В двух изданиях книги «Патриотизм как феномен современной общественной жизни» (2017, 2018) рассмотрены представления о патриотизме как о многогранном понятии. Патриотизм выпускников вузов в современных условиях Д. А. Усанов связывал с их способностью стать конкурентоспособным, инициативным специалистом, работающим на благо страны.

Полученные отличия

Главные награды Д. А. Усанова – поистине заслуженные им почетные звания «Заслуженный деятель науки Российской Федерации», «Заслуженный изобретатель Российской Федерации», а также орден Почета (2010) и медаль к ордену «За заслуги перед Отечеством» 2-й степени (2003). Трое детей Дмитрия Александровича защитили диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук.

**DMITRY ALEXANDROVICH USANOV:
SCIENTIST, INVENTOR, TEACHER, EDUCATOR, PATRIOT**

V. M. Anikin

Saratov State University

In memory of Dmitry Aleksandrovich Usanov

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Аникин Валерий Михайлович	д.ф.-м.н, профессор, зав. кафедрой, декан физического ф-та	СГУ
Барков Павел Валерьевич	инженер	СГУ
Глухова Ольга Евгеньевна,	д.ф.-м.н, профессор, зав. кафедрой	СГУ
Инкин Максим Глебович	аспирант	СГУ
Клугман Илья Юльевич	к.т.н.	Израиль
Машников Валерий Васильевич	к.ф.-м.н, доцент	СГУ
Минкин Леонид Моисеевич	к.ф.-м.н, профессор	Portland State University, USA
Нюнько Николай Евгеньевич	к.ф.-м.н, доцент	СГУ
Печенюк Нина Георгиевна	к.пед.н., доцент	СГУ
Санков Константин Викторович	начальник отдела по ИТ технологиям	Межрайонная ИФНС России №12 по Саратовской области
Сиротинина Ольга Борисовна	д.филол.н, профессор	СГУ
Скребцова Софья Валерьевна	Магистр физики	Старшая школа «Йоанна Жаботински» Израиль
Слепченков Михаил Михайлович	к.ф.-м.н, доцент	СГУ
Старшов Михаил Александрович	Зав УИЛ кафедры	СГУ
Чурочкин Дмитрий Викторович	к.ф.-м.н, доцент	СГУ
Чурочкина Светлана Викторовна	к.ф.-м.н, доцент	СГУ
Шаповалов Александр Степанович	д.ф.-м.н, профессор	СГУ
Шаповалов Степан Александрович	начальник группы ОВК	КРЭТ, АО «АП Восход», г. Москва

СОДЕРЖАНИЕ

К 110-ЛЕТИЮ САРАТОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

В.М. Аникин	СГУ В ЗЕРКАЛЕ ЮБИЛЕЕВ	3
ОБРАЗОВАНИЕ: УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ РАЗРАБОТКИ		
А.С. Шаповалов, С.А. Шаповалов	ОЦЕНОЧНЫЕ СООТНОШЕНИЯ КЛАУЗИУСА В КУРСЕ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКИ	8
А.С. Шаповалов, С.А. Шаповалов	УНИВЕРСАЛЬНАЯ СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НЕОДНОРОДНОГО ПОТЕНЦИАЛЬНОГО БАРЬЕРА В РЕЖИМЕ ГЕНЕРАЦИИ АНОМАЛЬНОГО ДРОБОВОГО ШУМА	11
О.Е. Глухова, М.М. Слепченко, П.В. Барков	ПОСТРОЕНИЕ ПЕРВОЙ ЗОНЫ БРИЛЛЮЭНА ГРАФЕНА	14
О.Е. Глухова, М.М. Слепченко, П.В. Барков	ПОСТРОЕНИЕ ОДНОЭЛЕКТРОННОГО ГАМИЛЬТониАНА В РАМКАХ МОДЕЛИ СИЛЬНОЙ СВЯЗИ	17
Д.В. Чурочкин, С.В. Чурочкина	ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ И ЗАПУТЫВАНИЕ СОСТОЯНИЙ	21
В.В. Машников, Л.М. Минкин, С.В. Скребцова	ПРАКТИКА СИСТЕМНОГО ПОДХОДА К РЕШЕНИЮ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ	23
М.А. Старшов	НОВЫЕ ЗАДАНИЯ К СТАРЫМ РАБОТАМ ФИЗИЧЕСКОГО ПРАКТИКУМА	27
ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ		
А.С. Шаповалов, Л.М. Минкин	ВЛИЯНИЕ КОРРЕЛЯЦИИ КВАДРАТУРНЫХ КОМПОНЕНТ ШУМА ВНУТРЕННИХ ИСТОЧНИКОВ НА ФЛУКТУАЦИИ ФАЗЫ СИГНАЛА	29
А.С. Шаповалов, Л.М. Минкин, С.А. Шаповалов	ВЛИЯНИЕ КОРРЕЛЯЦИИ КВАДРАТУРНЫХ КОМПОНЕНТ ШУМА ВНУТРЕННИХ ИСТОЧНИКОВ НА ВЗАИМНЫЙ СПЕКТР АМПЛИТУДНО-ФАЗОВЫХ ФЛУКТУАЦИЙ СИГНАЛА МНОГОДИОДНОГО ГЕНЕРАТОРА СВЧ	32
А.С. Шаповалов, М.Г. Инкин	УРОВЕНЬ ДРОБОВОГО ШУМА НА НЕОДНОРОДНОМ ПОТЕНЦИАЛЬНОМ БАРЬЕРЕ РЕЛЕЕВСКОГО ТИПА	37
А.С. Шаповалов, М.Г. Инкин	СПЕКТР ДРОБОВОГО ШУМА НА НЕОДНОРОДНОМ ПОТЕНЦИАЛЬНОМ БАРЬЕРЕ РЕЛЕЕВСКОГО ТИПА	41
ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА		
Н.Е. Нюнько, К.В. Санков	ОДНОМЕРНАЯ ЗАДАЧА КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ О ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЯМЕ.	45
Н.Е. Нюнько, К.В. Санков	НЕКОТОРЫЕ ДВУМЕРНЫЕ ЗАДАЧИ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ ДЛЯ ОБЛАСТЕЙ, ОГРАНИЧЕННЫХ ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ БЕСКОНЕЧНЫМИ СТЕНКАМИ.	47
С.В. Чурочкина	О ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ ПО КОНСТАНТЕ ТОНКОЙ СТРУКТУРЫ И ПО ОТНОШЕНИЮ МАСС ЧАСТИЦ ВКЛАДАХ В ТОНКИЙ СДВИГ S-УРОВНЕЙ ЭНЕРГИИ ВОДОРОДОПОДОБНЫХ АТОМОВ	50
ДИСКУССИЯ		
И.Ю. Кругман	ГИДРАТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРОЛИТА	55
ФРАГМЕНТЫ ИСТОРИИ ФИЗИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА		
О.Б. Сиротинина	ИЗ ВОСПОМИНАНИЙ ОЛЬГИ БОРИСОВНЫ СИРОТИНИНОЙ	69
Н.Г. Печенюк	О ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ И МЕТОДИЧЕСКОЙ РАБОТЕ КАФЕДРЫ ОБЩЕЙ ФИЗИКИ В ПЕРИОД С 1960-х ДО НАЧАЛА 1990-х ГОДОВ	70
В.М. Аникин	ДМИТРИЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ УСАНОВ: УЧЕНЫЙ, ИЗОБРЕТАТЕЛЬ, ПЕДАГОГ, ВОСПИТАТЕЛЬ, ПАТРИОТ	79
СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ		
ОГЛАВЛЕНИЕ		
CONTENTS		
В КОНЦЕ НОМЕРА. ИЗ КОЛЛЕКЦИИ М.А. СТАРШОВА		

CONTENTS

TO THE 110TH ANNIVERSARY OF THE SARATOV UNIVERSITY

Anikin V.M.	SARATOV UNIVERSITY IN THE MIRROR OF ANNIVERSARIES	3
EDUCATION: METHODOLOGICAL DEVELOPMENT		
A.S. Shapovalov, S.A. Shapovalov	CLAUSIUS ESTIMATED RATIOS IN THE COURSE OF MOLECULAR PHYSICS	8
A.S. Shapovalov, S.A. Shapovalov	THE UNIVERSAL STATISTICAL MODEL OF THE INHOMOGENEOUS POTENTIAL BARRIER IN GENERATION MODE OF THE ANOMALOUS SHOT NOISE	11
O.E. Glukhova, M.M. Slepchenkov, P.V. Barkov	A CONSTRUCTION OF THE FIRST BRILLIEN ZONE FOR GRAPHENE	14
O.E. Glukhova, M.M. Slepchenkov, P.V. Barkov	A CONSTRUCTION OF ONE-ELECTRON HAMILTONIAN IN THE FRAMEWORK OF A TIGHT-BINDING MODEL	17
D. Churochkin, S. Churochkina	INTERFERENCE AND ENTANGLEMENT OF STATES	21
V.V. Mashnikov, L. M. Minkin, S. V. Skrebtsova	PRACTICE OF A SYSTEMATIC APPROACH TO SOLVE A PHYSICAL PROBLEM	23
M.A. Starshov	NEW TASKS FOR OLD WORKS OF PHYSICAL PRACTICAL WORKSHOP	27
ELECTROMAGNETISM		
A.S. Shapovalov, L.M. Minkin	THE INFLUENCE OF THE CORRELATION OF QUADRATURE NOISE COMPONENTS OF THE INTERNAL SOURCES TO THE FLUCTUATION OF SIGNAL PHASE OF THE MULTIDIODE UHF GENERATOR	29
A.S. Shapovalov, L.M. Minkin, S.A. Shapovalov	INFLUENCE OF A CORRELATION OF THE QUADRATURE NOISE COMPONENTS OF INTERNAL SOURCES TO THE MUTUAL SPECTRUM OF THE AMPLITUDE-PHASE SIGNAL FLUCTUATIONS OF THE MULTIDIODE MICROWAVE GENERATOR	32
A.S. Shapovalov, M.G. Inkin	THE SHOT NOISE LEVEL AT THE INHOMOGENEOUS POTENTIAL BARRIER OF THE RAYLEIGH TYPE	37
A.S. Shapovalov, M.G. Inkin	THE SPECTRUM OF A SHOT NOISE AT THE INHOMOGENEOUS POTENTIAL BARRIER OF RAYLEIGH TYPE	41
THEORETICAL AND MATHEMATICAL PHYSICS		
N.E. Nyun`co, K.V. Sankov	ONE-DIMENSIONAL QUANTUM-MECHANICAL PROBLEM IN THE CASE OF THE FINITE POTENTIAL WELL	45
N.E. Nyun`co, K.V. Sankov	SOME TWO-DIMENSIONAL PROBLEMS OF QUANTUM MECHANICS FOR AREAS LIMITED BY PARALLEL INFINITE WALLS	47
S. Churochkina	ON A FINE STRUCTURE CONSTANT AND PARTICLES MASS RATIO LOGARITHMIC CONTRIBUTIONS TO A FINE SHIFT OF S ENERGY LEVELS OF HYDROGEN-LIKE ATOMS	50
DISCUSSION		
Yu. Klugman	HYDRATION MODEL OF ELECTROLYTE.	55
FRAGMENTS OF HISTORY OF THE FACULTY OF PHYSICS		
O.B. Sirotinina	FROM THE MEMORIES OF OLGA BORISOVNA SIROTININA	69
N.G. Pechenjuk	PEDAGOGICAL AND METHODOLOGICAL WORK OF THE DEPARTMENT OF GENERAL PHYSICS IN THE PERIOD FROM THE 1960S TO THE BEGINNING OF THE 1990S	70
V. M. Anikin	DMITRY ALEXANDROVICH USANOV: SCIENTIST, INVENTOR, TEACHER, EDUCATOR, PATRIOT	79
LIST OF THE AUTHORS		81
CONTENTS IN RUSSIAN		82
CONTENTS		83

ФЕЙК-МУЗЕЙ «ПРЕДМЕТНАЯ ФИЗИКА»

(СКУНС-КАМЕРА)



Янтарное веретено
дочери Фалеса из
Милета

Ванна Архимеда

Муха Аристотеля с
8 лапками

Лягушка Луиджи Гальвани

Яблоко Ньютона



Собрание записочек,

которыми лорд Кавендиш общался со слугами

Зола от алмаза Лавуазье

Кекс с изюмом Джи-Джи Томсона.

Почтовый конверт, на котором сделано
много разных открытий

Бутылочка с растворённой нобелевской
медалью Бора

Альф а-частица из опыта Резерфорда,
отскочившая под большим углом и прямо
в Саратов

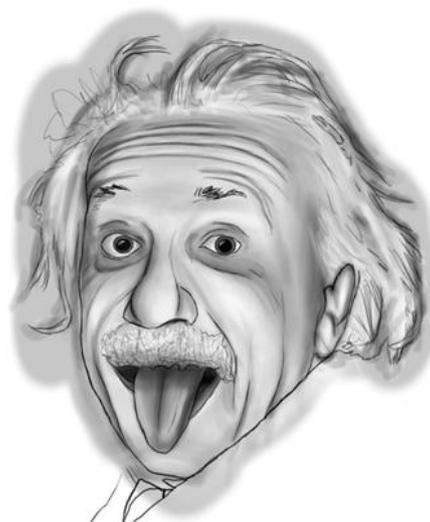
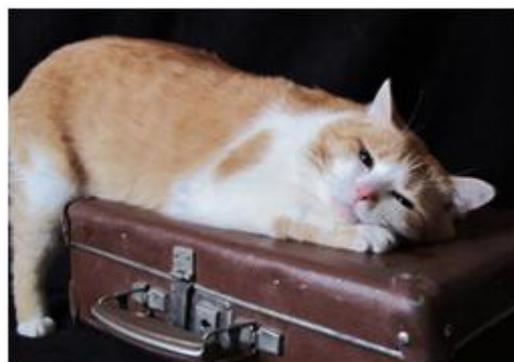
Кошка Вуда и кот Шрёдингера (в чемодане-Кот
ты жив?)

Обрывки письма Фейнмана его невесте,
прошедшие военную цензуру

Сейфы из Лос-Аламоса, которые умел
открывать без ключа Ричард Фейнман

Обломки аппаратуры лаборатории, мимо
которой проезжал Вольфганг Паули

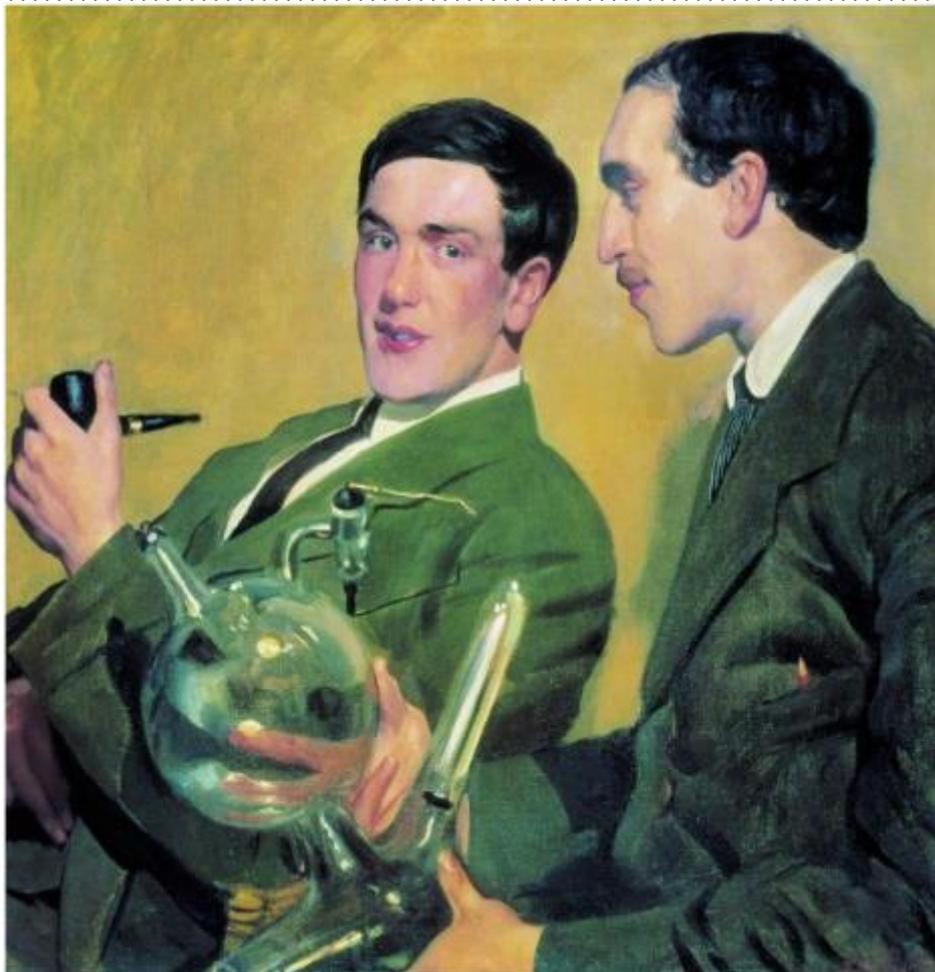
Язык Альберта Эйнштейна



Листок календаря

В 1929 году в академию наук СССР были приняты новые действительные члены: Леонид Исаакович Мандельштам, Дмитрий Сергеевич Рождественский, Николай Иванович Вавилов, Владимир Афанасевич Обручев, Сергей Алексеевич Чаплыгин, Пётр Леонидович Капица, Николай Николаевич Семёнов, иностранный член Энрико Ферми – замечательно, что три последних стали в последующем лауреатами Нобелевской премии.. Первым нобелеатом стал Ферми – в 1938 году, и не узнал, что всего через два года после него премию присудят Семёнову, а ещё пройдёт 22 года и премии, удостоят и Капицу. В том же году, т.е. ровно 90 лет назад, академиком был выбран ещё и Николай Иванович Бухарин... А вот одновременно с Бухариным избраны в том же году, кажется, ещё несколько деятелей коммунистической партии.

В этом списке выдающихся учёных особое место занимает Мандельштам. Это был замечательный теоретик, экспериментатор и лектор. А руководимый Леонидом Исааковичем научный семинар собирал всех физиков Москвы, чтобы послушать мнение Мандельштама по самым актуальным проблемам современной физики. А «наговорил он на десятилетия вперёд», по выражению Валентина Фабриканта. Но самое, вероятно, главное – в огромном моральном авторитете Л.И. Мандельштама среди физиков России. Его сравнивают в этом отношении с Ланжевеном во Франции, которого считают вдохновителем едва ли не всех серьёзных работ французских физиков того времени. Столь же вдохновляющее влияние Мандельштама испытывали настоящие физики советской России первой половины двадцатого столетия.



Б.М.Кустодиев.

Портрет будущих нобелевских лауреатов П.Л.Капицы и Н.Н.Семенова.
1921 г.