

На правах рукописи

*Хорошев*

Хорошев Денис Владимирович

**БИОМЕХАНИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИПЕРРЕЦЕПЦИИ  
В КАПСУЛЕ ФАСЕТОЧНОГО СУСТАВА  
ПОЗВОНОЧНО-ДВИГАТЕЛЬНОГО СЕГМЕНТА L4–L5**

Специальность 1.1.10. – «Биомеханика и биоинженерия»

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Пермь – 2024

Работа выполнена в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Пермский национальный исследовательский политехнический университет»

Научный руководитель: **Ильялов Олег Рустамович**, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры вычислительной математики, механики и биомеханики ФГАОУ ВО «Пермский национальный исследовательский политехнический университет»

Официальные оппоненты: **Ватульян Александр Ованесович**, заслуженный деятель науки РФ, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой теории упругости ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет»

**Маслов Леонид Борисович**, доктор физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой теоретической и прикладной механики ФГБОУ ВО «Ивановский государственный энергетический университет им. В.И. Ленина»

Ведущая организация: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Защита состоится 25 ноября 2024 г. в 15-30 часов на заседании диссертационного совета 24.2.392.09 на базе ФГБОУ ВО «Саратовского государственного университета им. Н.Г. Чернышевского» по адресу: 410012, г. Саратов, ул. Астраханская, 83, 9-й учебный корпус, ауд. 18.

С диссертацией можно ознакомиться в Зональной научной библиотеке им. В.А. Артисевич ФГБОУ ВО «Саратовского государственного университета им. Н.Г. Чернышевского» и на сайте: <http://sgu.ru>. Автореферат разослан «\_\_» \_\_\_\_\_ 2024 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета

24.2.392.09, канд. физ.-мат. наук, доцент



Крылова Екатерина Юрьевна

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Проблема боли в спине занимает актуальное и значительное положение в области здравоохранения, на решение которой тратится много денежных средств. Среди всего населения планеты почти 80 % (Левин, 2018) испытывает боль в спине. Ежегодные мировые расходы на ее лечение достигают 100 млрд. долларов (Devo, 2006; Левин, 2018). Согласно проекту «Изучение глобального бремени болезней» (Chen, 2022) за 2019 г., проводимого под эгидой Всемирной организации здравоохранения, боль в спине стабильно занимает существенное место среди причин нетрудоспособности. Результаты исследований (Парфенов, 2016; Chen, 2022) показывают, что боль в пояснице напрямую влияет на качество жизни и работоспособность населения планеты.

Врачебная клиническая практика в «ГКБ им. С.Н. Гринберга» (г. Пермь) показала, что одной из множества причин появления боли в пояснице является фасеточный синдром и его морфологическая основа – подвывих фасеточных суставов на уровне сегмента позвоночника  $L4-L5$ . В более 70 % случаев при обращении пациентов с поясничной болью диагностируется подвывих суставов. Из литературы известно, что при подвывихе фасеточных суставов в капсулах возникает гиперрецепция (Михайлов, 2001; Zarei, 2018). Под гиперрецепцией понимается повышенная возбудимость рецепторов и проводников.

На позвоночник действуют разнообразные виды нагружения – сжимающие и растягивающие нагрузки, сгибающие и крутящие моменты, комбинированные виды нагружения. В настоящем исследовании рассматриваются только те виды нагружения, которые характерны для профессий, при которых позвоночник в основном подвержен влиянию осевой нагрузки. Например, профессии водителя или тракториста. Исследование (Kelsey, 1975) показало, что в большинстве случаев появление грыжи межпозвонкового диска  $L4-L5$  у водителей транспорта связано с их трудовой деятельностью. Также серьезные осевые нагрузки испытывают спортсмены: штангисты, гиревики и т.д. Определение причины/источника гиперрецепции на уровне сегмента позвоночника  $L4-L5$  в клинической практике является достаточно трудной задачей, поскольку далеко не каждый специалист способен определить эту патологию, так как грыжа межпозвонкового диска и фасеточный сустав близко расположены.

**Объектом исследования** в работе является фасеточный сустав позвоночно-двигательного сегмента  $L4-L5$ . **Предмет исследования** – биомеханическая модель фасеточных суставов позвоночно-двигательного сегмента  $L4-L5$ .

**Цель работы** – разработка способа диагностики состояния подвывиха фасеточного сустава позвоночно-двигательного сегмента  $L4-L5$  на основе методов биомеханического моделирования для повышения эффективности лечения гиперрецепции на поясничном уровне.

### **Задачи исследования:**

1. Установить значения физиологической нормы геометрических параметров фасеточных суставов позвоночно-двигательного сегмента  $L4-L5$  на снимках компьютерной томографии при отсутствии патологий в капсулах суставов.

2. Построить биомеханическую модель капсулы фасеточного сустава с учетом критерия возникновения гиперрецепции. Разработать биомеханическую модель позвоночно-двигательного сегмента  $L4-L5$  с учетом подвижных фасеточных суставов и критерия возникновения гиперрецепции.
3. Оценить изменения биомеханических параметров в позвоночно-двигательном сегменте  $L4-L5$  с учетом дегенеративных (возрастных) аспектов в заднем опорном комплексе: с учетом изменения геометрии и механических свойств сегмента.

#### **Научная новизна.**

1. Впервые определены значения физиологической нормы геометрических параметров фасеточных суставов позвоночно-двигательного сегмента  $L4-L5$  на снимках компьютерной томографии при отсутствии патологий в капсулах суставов для трех возрастных групп (п. 4 паспорта специальности 1.1.10.).
2. Представлена новая биомеханическая модель позвоночно-двигательного сегмента  $L4-L5$  с учетом подвижности фасеточных суставов, синовиальной жидкости и критерия появления гиперрецепции (п. 4 паспорта специальности 1.1.10.).
3. Представлена физиологически ориентированная постановка биомеханической задачи определения напряженно-деформированного состояния в позвоночно-двигательном сегменте  $L4-L5$  с учетом подвижных фасеточных суставов и критерия появления гиперрецепции (п. 2 паспорта специальности 1.1.10.).
4. Впервые проведено биомеханическое моделирование позвоночно-двигательного сегмента  $L4-L5$  с учетом двигательной активности фасеточных суставов, которые в совокупности приводят к поясничной гиперрецепции (п. 1 паспорта специальности 1.1.10.).
5. Впервые разработан «Способ диагностики состояния фасеточных суставов поясницы человека на уровне сегмента  $L4-L5$ » для объективизации практического опыта специалистов из области медицины (п. 6 паспорта специальности 1.1.10.).

**Теоретическая и практическая значимость.** Диапазон базовых значений геометрических параметров фасеточных суставов для каждой возрастной группы, предложенный в «Способе диагностики состояния фасеточных суставов поясницы человека на уровне сегмента  $L4-L5$ », является дополнительным критерием количественной оценки подвывиха фасеточных суставов (п. 4, 6 паспорта специальности 1.1.10.). Построенная биомеханическая трехмерная модель позвоночно-двигательного сегмента  $L4-L5$ , учитывающая подвижность фасеточных суставов и синовиальную жидкость, позволяет прогнозировать возникновение гиперрецепции в пояснице и описывает поведение фасеточных суставов в норме и в патологии с учетом дегенеративных (возрастных) аспектов в заднем опорном комплексе (п. 1, 2 паспорта специальности 1.1.10.). Это, в свою очередь, позволило сформулировать дифференцированную тактику ведения пациентов с дегенеративными заболеваниями на поясничном уровне, что может улучшить их качество жизни.

Диссертационное исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-31-90055 «Персонализированное биомеханическое моделирование поведения сегментов поясничного отдела

позвоночника». Результаты диссертационной работы внедрены в практическую деятельность нейрохирургического отделения ГБУЗ ПК «ГКБ им. С.Н. Гринберга». (г. Пермь) (акт внедрения от 08.02.2024) и в учебную деятельность кафедры «Нормальной, топографической и клинической анатомии, оперативной хирургии» Пермского государственного медицинского университета имени академика Е.А. Вагнера (г. Пермь) (акт внедрения от 25.01.2024).

**Положения, выносимые на защиту:**

1. Способ диагностики состояния подвывиха фасеточного сустава позвоночно-двигательного сегмента *L4–L5* на основе методов биомеханического моделирования.
2. Способ определения напряженно-деформированного состояния в позвоночно-двигательном сегменте *L4–L5* с учетом капсул фасеточных суставов, учитывающий критерий появления гиперрецепции при травматическом осевом нагружении.
3. Биомеханическая модель позвоночно-двигательного сегмента *L4–L5*, учитывающая подвижность капсул фасеточных суставов и синовиальную жидкость.
4. «Способ диагностики состояния фасеточных суставов поясницы человека на уровне сегмента *L4–L5*» позволяет определить подвывих фасеточных суставов на уровне сегмента *L4–L5* у человека.

**Достоверность результатов.** В диссертационном исследовании достоверность результатов обусловлена корректной математической постановкой задачи, сравнением результатов с экспериментальными исследованиями и результатами численного моделирования других авторов.

**Апробация работы.** Результаты диссертационного исследования были доложены на конференциях международного и всероссийского уровней: Всероссийский симпозиум «Биомеханика – 2024» (Москва, 2024); Всероссийская конференция молодых ученых с международным участием «Фундаментальная и прикладная медицина “*Biomeeting*”» (Саратов, 2022); XVI Всероссийская школа «Математическое моделирование и биомеханика в современном университете» (пос. Дивноморское, 2022; 2023; 2024); XXI Международная конференция «Современные проблемы механики сплошной среды» (Ростов-на-Дону, 2023); XXV, XXVI, XXVII Российские научно-практические конференции с международным участием «Медицина боли: от понимания к действию» (Казань, 2019; Владивосток, 2020; 2021); Всероссийские научно-практические конференции молодых ученых с международным участием «Математика и междисциплинарные исследования» (Пермь, 2019; 2020; 2021); XXVII, XXX, XXXII Всероссийские школы-конференции молодых ученых и студентов «Математическое моделирование в естественных науках» (Пермь, 2018; 2021; 2023); Международная конференция «Функциональные материалы: прогнозирование свойств и технологии изготовления» (*ICFM-2019*) (Пермь, 2019); VIII съезд Научного медицинского общества анатомов, гистологов и эмбриологов (Воронеж, 2019); XXVIII Всероссийская научно-практическая конференция «Поленовские чтения» (Санкт-Петербург, 2019); XII, XIII Всероссийские съезды

по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Уфа, 2019; Санкт-Петербург, 2023); Международный Евро-Азиатский Конгресс по вопросам биоэтики, молекулярной и персонализированной медицины «*Biomedinn-2019*» (Пермь, 2019); XIV Всероссийская конференция с международным участием «Биомеханика-2020» (Пермь, 2020); IX Всероссийский съезд нейрохирургов (Москва, 2021); *International Symposium Non-Equilibrium Processes in Continuous Media* (Пермь, 2021).

Диссертационное исследование неоднократно обсуждалось на семинарах кафедры «Вычислительная математика, механика и биомеханика» Пермского национального исследовательского политехнического университета (рук. – д.т.н., проф. Ю.И. Няшин). Также работа обсуждалась на всероссийском онлайн семинаре по биомеханике (рук. – д.ф.-м.н., доц. А.Г. Кучумов). Результаты диссертационной работы докладывались на семинаре кафедры математической теории упругости и биомеханики Саратовского государственного университета им. Н.Г. Чернышевского (рук. – д.ф.-м.н., проф. Л.Ю. Коссович). Работа регулярно обсуждалась с доктором медицинских наук, практикующим врачом-нейрохирургом, доцентом Н.Е. Устюжанцевым.

**Публикации по теме диссертации.** Основные положения работы отражены в 25 печатных работах, 4 из них в списке ВАК.

**Диссертация соответствует** паспорту специальности 1.1.10 Биомеханика и биоинженерия по пунктам 1, 2, 4, 6:

1. Изучение физико-механических свойств и структуры биологических макромолекул, клеток, биологических жидкостей, мягких и твердых тканей, отдельных органов и систем;

2. Изучение закономерностей движения биологических жидкостей, тепло- и массопереноса, напряжений и деформаций в клетках, тканях и органах;

4. Изучение механики и характеристик движения опорно-двигательной системы, плавания, полета и наземного движения животных, механики целенаправленных движений человека, движения совокупностей живых организмов, двигательной активности растений;

6. Разработка на основе методов механики средств для исследования свойств и явлений в живых системах, для направленного воздействия на них и их защиты от влияния внешних факторов.

**Личный вклад автора.** Автором лично построены все конечно-элементные модели для решения вышеупомянутых задач, лично разработана математическая постановка задачи с критерием возникновения гиперрецепции и проведена численная реализация модели. Автором диссертации:

1) выполнен литературный обзор конечно-элементных моделей позвоночно-двигательных сегментов;

2) проведено измерение и статистическая обработка геометрических параметров для цифровой модели позвоночно-двигательного сегмента  $L4-L5$  на анонимизированных данных компьютерной томографии пациентов;

3) разработана «Методика оцифровки персонализированных данных компьютерной томографии поясничного отдела в конечно-элементную геометрическую модель позвоночно-двигательного сегмента *L4–L5*»;

4) выполнено построение объемной геометрической модели позвоночно-двигательного сегмента *L4–L5*;

5) предложена биомеханическая модель сегмента *L4–L5* без патологий и с учетом дегенеративных (возрастных) аспектов в заднем опорном комплексе;

6) решены задачи по биомеханическому моделированию позвоночно-двигательного сегмента *L4–L5* без патологий и с учетом дегенеративных (возрастных) аспектов в заднем опорном комплексе;

7) разработан «Способ диагностики состояния фасеточных суставов поясницы человека на уровне сегмента *L4–L5*».

В статьях [2, 3, 5] большая часть текста обзоров принадлежит автору. Численная реализация моделей и решение задач представлены в статьях [6–11, 15, 16, 18, 19, 21–25]. В статьях [4, 12, 13, 17, 20] разработка методики, измерение и статистическая обработка геометрических параметров для цифровой модели позвоночно-двигательного сегмента *L4–L5* выполнены автором. Лично автором написаны статьи [1, 14].

**Структура и объем диссертации.** Диссертация включает в себя введение, четыре главы, заключение, два приложения и список литературы. Общий объем работы составляет 122 страницы, включая 49 рисунков, 4 таблицы и 21 страницу библиографии, содержащей 157 наименований.

**Введение** содержит общую характеристику диссертационного исследования: обоснована актуальность работы, сформулирована цель, поставлены задачи исследования, представлена структура диссертации, изложены научная новизна и практическая значимость полученных результатов.

В **первой главе** представлено анатомическое строение сегмента поясницы человека. Также рассмотрена физиология составляющих сегмента: поясничный позвонок, межпозвонковый диск (пульпозное ядро, фиброзное кольцо (коллагеновые волокна, матрикс), хрящевая замыкательная пластинка), фасеточный сустав (суставные отростки, суставной хрящ, суставная капсула, см. рис. 1). Анатомо-физиологические данные использованы при дальнейшем моделировании поясничного сегмента.

Перечислены заболевания поясницы (грыжи, листез, фасеточный синдром и др.), которые могут быть причиной боли. Введен термин «гиперрецепция» (повышенная возбудимость рецепторов и проводников), который объединяет ноцицептивный и нейропатический типы боли, что делает данный термин удобным в дальнейшем применении в работе.

Врачебная клиническая практика в «ГКБ им. С.Н. Гринберга» (г. Пермь) показала, что одной из множества причин появления гиперрецепции в пояснице является фасеточный синдром и его морфологическая основа – подвывих фасеточных суставов на уровне сегмента *L4–L5*. В более 70 % случаев при обращении пациентов с поясничной гиперрецепцией диагностируется подвывих суставов. Из литературы известно, что при подвывихе фасеточных суставов в

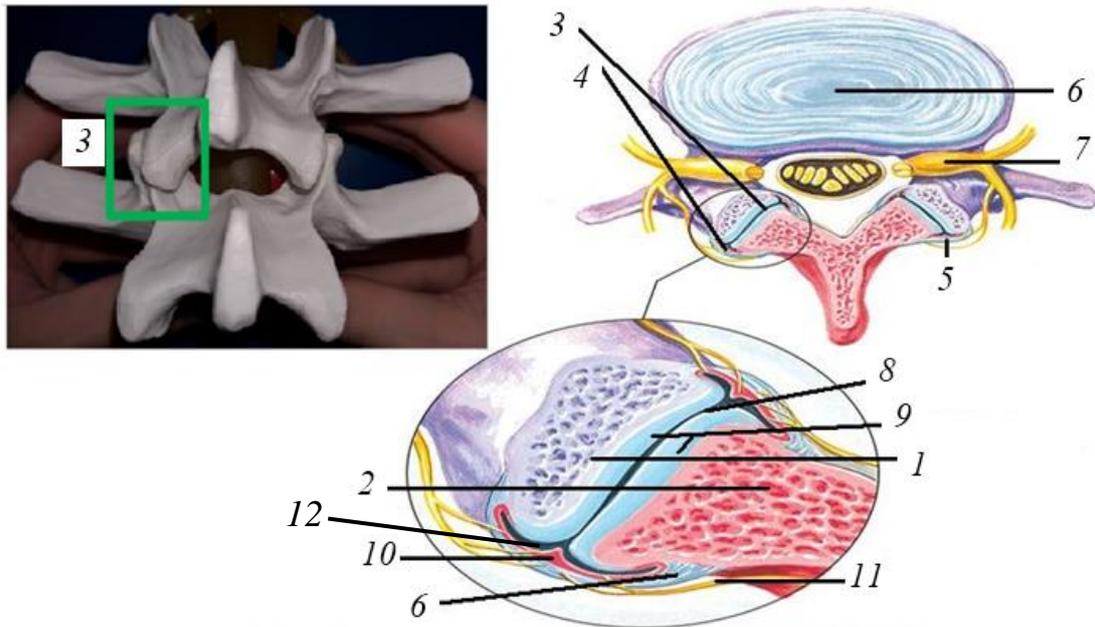


Рис. 1. Строение фасеточного сустава на уровне поясничного сегмента.

1 – верхний суставной отросток нижележащего позвонка, 2 – нижний суставной отросток вышележащего позвонка, 3 – фасеточный сустав, 4 – суставная капсула, 5 – двухуровневая иннервация синовиальной мембраны и капсулы фасеточного сустава, 6 – межпозвоночный диск, 7 – корешок спинного мозга, 8 – суставной зазор, 9 – суставной хрящ, 10 – синовиальная мембрана, 11 – иннервация синовиальной мембраны и капсулы фасеточного сустава  
12 – синовиальная жидкость (Lu, 2013)

капсулах суставов возникает гиперрецепция (Михайлов, 2001; Zarei, 2018). Подвывих суставов тесно связан с изменением пятна контакта в области суставных отростков. В силу анатомических особенностей пятно контакта представляет собой сложную поверхность.

Механизм появления подвывиха фасеточных суставов выглядит следующим образом: при чрезмерной нагрузке на сегмент изменяется пятно контакта в области суставных отростков, что приводит к растяжению капсулы сустава и возникает гиперрецепция в капсуле (близлежащие барорецепторы (отвечают за ощущение давления на кость) или афферентные рецепторы (чувствительные), которые иннервированы в синовиальную мембрану и суставную капсулу, подают сигнал о наличии гиперрецепции в пояснице), затем организм реагирует на этот сигнал миотонической реакцией (мышечный спазм глубоких мышц, скованность сегмента) и при снятии нагрузки мышечный спазм сохраняется, что только усугубляет ситуацию и приводит к нарастанию подвывиха фасеточных суставов.

Для борьбы с этим недугом предлагается способ диагностики состояния подвывиха фасеточного сустава позвоночно-двигательного сегмента L4–L5 на основе методов биомеханического моделирования, состоящий из:

1. скорой диагностики подвывиха фасеточного сустава «Способа диагностики состояния фасеточных суставов поясницы человека на уровне сегмента L4–L5»;
2. способа определения напряженно-деформированного состояния в позвоночно-двигательном сегменте L4–L5 с учетом капсул фасеточных суставов в рамках

критерия образования гиперрецепции. Он заключается в построении биомеханической модели позвоночно-двигательного сегмента *L4–L5* (построение индивидуальной геометрии сегмента, задании физических характеристик, применении критерия гиперрецепции, постановке задачи определения напряженно-деформированного состояния) и анализе результатов расчета напряженно-деформированного состояния модели позвоночно-двигательного сегмента *L4–L5*.

Во **второй** главе в качестве морфофункционального (топографо-анатомического) обоснования существования подвывиха фасеточных суставов проведена статистическая обработка геометрических данных для цифровой модели позвоночно-двигательного сегмента *L4–L5*.

В исследовании приняло участие 75 человек (37 мужчин и 38 женщин), которые были анонимизированы врачом. Было применено разделение на три группы по возрасту по 25 человек, так как каждая возрастная группа определяет свои собственные физиологические стандарты. В юношеской группе (19–25 лет) средний возраст 21 год, в молодой (26–44 лет) – 33 года и в зрелой (45–76 лет) – 53 года. Компьютерную томографию (КТ) осуществляли на мультиспиральном томографе *GE Optima CT660* фирмы *General Electric* (США). Получены трехмерные конечно-элементные модели позвонков *L4* и *L5* в *Mimics Materialise* и *3-matic*. Геометрические параметры модели сегмента *L4–L5* также измерены по снимкам КТ. Оценка нормальности распределения геометрических данных для цифровой модели сегмента *L4–L5* тестом Колмогорова-Смирнова показала, что для статистической обработки КТ снимков необходимо использовать непараметрический метод. Для каждой группы получены геометрические параметры фасеточных суставов на уровне сегмента *L4–L5* (левого и правого), тел позвонков *L4* и *L5*, среднесагиттальный и среднегоризонтальный диаметры позвоночного канала, высоты среднефронтальных (слева, справа, в середине) и среднесагиттальных (спереди, сзади) размеров межпозвонкового диска *L4–L5* для позвоночно-двигательного сегмента без патологий. Измеренные параметры межпозвонкового диска и позвонков *L4* и *L5* хорошо согласуются с результатами работ (Анисимова, 2015; *Alam*, 2014; *Tall*, 2018). Геометрические параметры фасеточных суставов на уровне сегмента *L4–L5* (левого и правого, на рис. 2) получены впервые и в литературе отсутствуют, что подчеркивает новизну работы.

Выполнена оценка значимости различий геометрических параметров *FLC* и *FRC* между тремя группами (рис. 2) тестом Манна-Уитни, что показало отсутствие отличий между «Юношеской» и «Молодой» группами. Визуальный анализ КТ снимков показал, что геометрические параметры *FLC* и *FRC* (рис. 2) характеризуют площадь пятна контакта в фасеточном суставе, что говорит о существовании диапазона базовых значений до появления подвывиха фасеточного сустава для каждой из возрастных групп (рис. 3), так как при взрослении человека параметры изменяются. Однако при диагностике рентгенолог видит плоское изображение пятна контакта (как показано на рис. 4), поэтому пятно контакта оценивается косвенно по наличию ямки в суставе. Ямка показана зеленой стрелкой на рис. 4, *a* сверху. Для быстрой диагностики подвывиха фасеточного

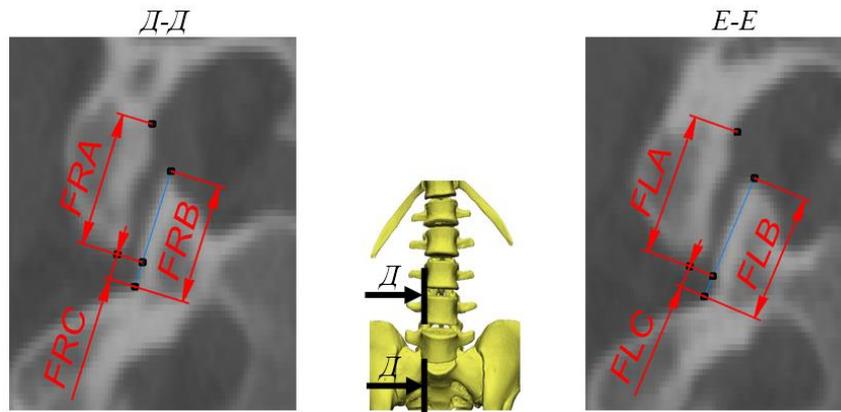


Рис. 2. Слева – КТ срез правого фасеточного сустава, вид справа; по центру – вид на поясницу спереди; справа – КТ срез левого фасеточного сустава, вид справа

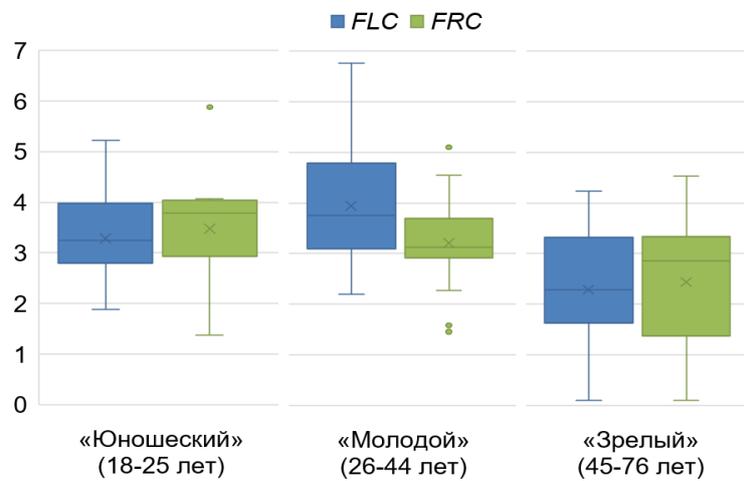


Рис. 3. Диаграмма диапазона базовых значений фасеточных суставов, значение размера в мм

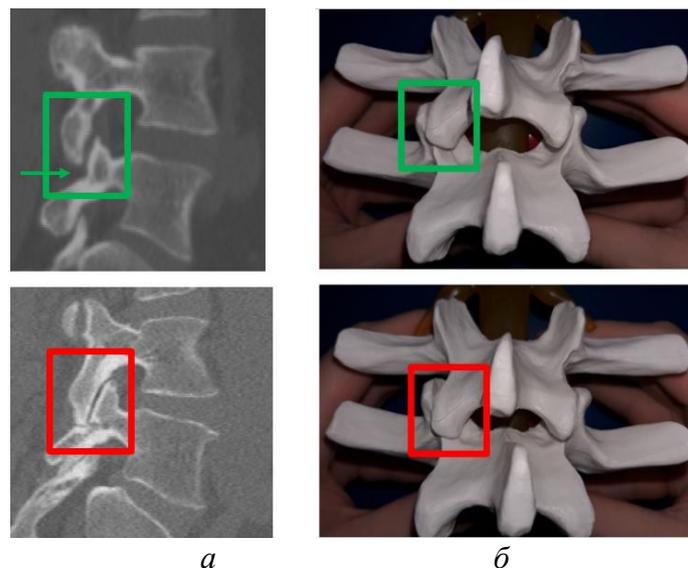


Рис. 4. Сублюксация (подвывих) фасеточного сустава – красная рамка, норма – зеленая рамка. *a* – сагиттальный снимок КТ сегмента поясницы, вид справа; *б* – макет модели позвоночно-двигательного сегмента *L4–L5*, вид сзади

сустава разработан «Способ диагностики состояния фасеточных суставов поясницы человека на уровне сегмента  $L4-L5$ » на основе снимков КТ, блок-схема которого приведена на рис. 5. В дополнение к врачебному опыту диапазон базовых значений фасеточных суставов (рис. 3) является дополнительным критерием количественной оценки подвывиха фасеточных суставов. Суть алгоритма состоит в следующем – определить соответствуют ли геометрические параметры  $FLC$  и  $FRC$  (величина ямки) диапазону базовых значений согласно возрастной группе. Если значения геометрических параметров попадают в диапазон базовых значений (между 1-ым и 3-м квартилями), то у пациента отсутствует подвывих фасеточных суставов. В противном случае обнаружен подвывих фасеточных суставов. По результатам исследования подана заявка в патентное бюро на изобретение (Заявка № 2023126533 от 17.10.2023 / Хорошев Д.В., Ильялов О.Р., Устюжанцев Н.Е.). Способ диагностики активно используется в повседневной клинической практике в «ГКБ им. С.Н. Гринберга» (г. Пермь) и в учебном процессе на кафедре «Нормальной, топографической и клинической анатомии, оперативной хирургии» лечебного факультета ФГБОУ ВО «Пермского государственного медицинского университета имени академика Е.А. Вагнера». Это подтверждено оформленными актами внедрения.

**Третья глава** посвящена построению конечно–элементной модели позвоночно–двигательного сегмента  $L4-L5$ . Для оценки текущего положения и актуальности проблемы моделирования сегмента был проведен анализ литературы (85 статей) в 36 научных журналах за 2005–2023 годы.

Выбран позвоночно–двигательный сегмент  $L4-L5$  пациента  $N$  возраста 22 года, который удовлетворяет критериям включения пациентов в исследование [4].



Рис. 5. Блок-схема «Способа диагностики состояния фасеточных суставов поясницы человека на уровне сегмента  $L4-L5$ »

Получение объемной геометрической формы модели сегмента  $L4-L5$  из набора снимков КТ выполнено при помощи *Mimics Materialise* и *3-matic*. Так как изначально данные КТ отображают только позвонки пациента (костную ткань), то по едва заметным контурам мягких тканей была достроена внешняя форма межпозвонкового диска в Компас-3Д. На рис. 6 и 7 построенная геометрическая модель сегмента  $L4-L5$  показана в сагиттальном и горизонтальном срезах.

В табл. 1 представлены механические характеристики тканей для сегмента  $L4-L5$  без патологий (вариант молодого пациента (20–25 лет)), а значения в скобках даны для сегмента с дегенеративными изменениями (вариант зрелого пациента (40–50 лет)). Сегмент с дегенеративными изменениями – сегмент, который стал жестче за счет изменения механических характеристик и претерпел проседание высоты межпозвонкового диска на 1 мм. Все механические характеристики тканей взяты из статей (*Alapan, 2014; Barthelemy, 2016; Lu, 2013; Qasim, 2013; Sharabi, 2019; Williams, 2007*). Расположение областей в модели на рис. 6 и 7 соответствует табл. 1. В качестве допущения синовиальная жидкость считается идеальной. Костные ткани и капсула – линейно-упругие. Составляющие межпозвонкового диска и суставные хрящи – пороупругие. В теории пороупругости тело рассматривается как сложная структура, состоящая из двух сред: упругого твердого скелета с поровым пространством и пороупругой жидкости, заполняющей это пространство (Маслов, 2013; Тверье, 2014). Коэффициент трения при контактном взаимодействии между суставными хрящами фасеточного сустава 0,01.

Таблица 1

**Механические характеристики тканей сегмента  $L4-L5$  без патологий  
и с дегенеративными изменениями**

	Название	$E$ , МПа	$\nu$	$b$	$M$ , Па	$k_x \cdot 10^{-15}$ , $\frac{M}{m^2 \cdot Pa \cdot c}$	$k_y \cdot 10^{-15}$ , $\frac{M}{m^2 \cdot Pa \cdot c}$	$k_z \cdot 10^{-15}$ , $\frac{M}{m^2 \cdot Pa \cdot c}$
$\Omega_1, \Omega_2$	Кортикальная кость	3500	0,3	-	-	-	-	-
$\Omega_3, \Omega_4$	Губчатая кость	100	0,2	-	-	-	-	-
$\Omega_5, \Omega_6$	Хрящевые замыкательные пластинки	20	0,40 (0,35)	1	1	10 (1)	10 (1)	10 (1)
$\Omega_k, k = \overrightarrow{13,17}$	Матрикс	2,56 (6)	0,40	1	1	1,87 (1,11)	1,87 (1,11)	1,56 (1,76)
$\Omega_k, k = \overrightarrow{8,12}$	Эластические волокна	4,20	0,40	1	1	1,68	1,68	1,64
$\Omega_7$	Пульпозное ядро	1,56 (1,20)	0,45 (0,35)	1	1	2,13 (1,59)	2,13 (1,59)	1,45 (1,49)
$\Omega_{18}, \Omega_{19}$	Суставные хрящи	10,40	0,40 (0,35)	1	1	10 (1)	10 (1)	10 (1)
$\Omega_{20}$	Синовиальная жидкость	-	-	-	-	-	-	-
$\Omega_{21}$	Суставная капсула	7,50	0,30	-	-	-	-	-

где  $E$  – модуль Юнга;  $\nu$  – коэффициент Пуассона;  $b$  – коэффициент Био;  $M$  – модуль Био;  $k$  – коэффициент гидравлической проницаемости. Значения в скобках даны для сегмента с дегенеративными изменениями.



Представлена постановка задачи определения напряженно-деформированного состояния позвоночно-двигательного сегмента  $L4-L5$  в смешанной форме (сочетание упругой, пороупругой задач и задачи об идеальной жидкости). Постановка задачи моделирует травматичное осевое нагружение сегмента, при котором появляются подвывих фасеточных суставов. Все ткани считаются изотропными. В фасеточном суставе синовиальная мембрана и суставная капсула являются единым телом. Взаимодействие идеальной жидкости и жидкости пороупругого тела отсутствует. На границе взаимодействия твердых тел и жидкости задано равенство сил. Нижняя поверхность тела позвонка  $S_4$  жестко закреплена, а на поверхность  $S_1$  действует давление  $P_1 = 0,7$  МПа, что соответствует 120 кг, где 40 кг – вес пациента, а 80 кг – дополнительная нагрузка. На поверхности пульпозного ядра  $S_6$  приложено внутридисковое давление  $P_2 = 330$  кПа (Жарнов А.М., 2013). Внешние боковые поверхности свободны. Все твердые тела склеены между собой. (например: упругие ткани ( $u_i^{\Omega_1}|_{S_{cont}} = u_i^{\Omega_3}|_{S_{cont}}$ ,  $\sigma_{ij}^{\Omega_1} \cdot n_i|_{S_{cont}} = \sigma_{ij}^{\Omega_3} \cdot n_i|_{S_{cont}}$ ), пороупругие ткани ( $u_i^{\Omega_6}|_{S_6} = u_i^{\Omega_7}|_{S_6}$ ,  $\sigma_{ij}^{\Omega_6} \cdot n_i|_{S_6} = \sigma_{ij}^{\Omega_7} \cdot n_i|_{S_6}$ ), сочетание тканей ( $u_i^{\Omega_1}|_{S_8} = u_i^{\Omega_{18}}|_{S_8}$ ,  $\sigma_{ij}^{\Omega_1} \cdot n_i|_{S_8} = \sigma_{ij}^{\Omega_{18}} \cdot n_i|_{S_8}$ )).

Постановка задачи выглядит следующим образом:

уравнения равновесия для пороупругого тела

$$\sigma_{ij,j}^{pe} = 0, \vec{x} \in \Omega_k, k = \overline{5,19}, \quad (1)$$

уравнения равновесия для упругого тела

$$\sigma_{ij,j}^{el} = 0, \vec{x} \in \Omega_k, k = \overline{1,2,3,4,21}, \quad (2)$$

физические уравнения для пороупругого тела

$$\sigma_{ij}^{pe} = 2\mu\varepsilon_{ij} + \lambda\varepsilon_0\delta_{ij} - bp^{pe}\delta_{ij}, \vec{x} \in \Omega_k, k = \overline{5,19}, \quad (3)$$

физические уравнения для упругого тела

$$\sigma_{ij}^{el} = 2\mu\varepsilon_{ij} + \lambda I_1(\varepsilon_{ij})\delta_{ij}, \vec{x} \in \Omega_k, k = \overline{1,2,3,4,21}, \quad (4)$$

где  $p^{pe}$  – гидравлическое давление жидкости внутри пороупругого тела;

$\sigma_{ij}^{pe}$  – тензор напряжений в твердом скелете пороупругого тела;  $b$  – коэффициент Био ( $b = [0, 1]$ ,  $b = 1$  в случае несжимаемости тела),  $b = 1 - K/K_S$ ;  $K$  – объемный модуль пороупругого тела (Маслов, 2013; Тверье, 2014) ( $K = K_S + M(1 - 2\nu)/2G/(1 - \nu)$ );  $K_S$  – объемный модуль твердого скелета ( $K_S = E/3/(1 - 2\nu)$ ).

Объемная деформация твердого скелета

$$\varepsilon_0 = u_{i,i}, \vec{x} \in \Omega_k, k = \overline{5,19}, \quad (5)$$

геометрические соотношения

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}), \vec{x} \in \Omega_k, k = \overline{1,2,3,4,21}, \quad (6)$$

увеличение содержания жидкости

$$\theta = -w_{i,i}, \vec{x} \in \Omega_k, k = \overline{5,19}, \quad (7)$$

$$M\theta = bM\varepsilon_0 + p^{pe}, \vec{x} \in \Omega_k, k = \overline{5,19}, \quad (8)$$

$$M = \frac{2G(v_u - v)}{b^2(1 - 2v_u)(1 - 2v)} - \text{модуль Био, } M = [0, \infty]; v_u = \frac{3K - 2G}{2(3K + G)} - \text{коэффициент}$$

Пуассона поропругого тела, полностью насыщенного жидкостью ( $G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$ ).

Закон фильтрации жидкостей и газов в пористой среде

$$\frac{\partial w_i}{\partial t} = -k \cdot p_i^{pe}, \quad \vec{x} \in \Omega_k, \quad k = \overline{5, 19}, \quad (9)$$

уравнения неразрывности жидкости

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \left( \frac{\partial w_i}{\partial t} \right)_i = 0, \quad \vec{x} \in \Omega_k, \quad k = \overline{5, 19}, \quad (10)$$

уравнения гидростатики

$$\sigma_{ij}^f = -p^f \delta_{ij}, \quad \vec{x} \in \Omega_{20}, \quad (11)$$

уравнения неразрывности жидкости

$$v_{i,i}^f = 0, \quad \vec{x} \in \Omega_{20}, \quad (12)$$

где  $w_i$  – относительные перемещения жидкости в пористом теле;  $k$  – коэффициент гидравлической проницаемости,  $\sigma_{ij}^f$  – тензор напряжений жидкости;  $p^f$  – гидростатическое давление;  $v_i^f$  – вектор скорости жидкости.

Граничные условия:

$$u_i = 0, \quad \vec{x} \in S_4, \quad (13)$$

$$\sigma_{ij}^f \cdot n_i = \sigma_{ij}^{pe} \cdot n_i, \quad \vec{x} \in S_k, \quad k = \overline{9, 10}, \quad (14)$$

$$\sigma_{ij}^f \cdot n_i = \sigma_{ij}^{el} \cdot n_i, \quad \vec{x} \in S_{12}, \quad (15)$$

$$\sigma_{ij}^{el} \cdot n_i = P_{1j}, \quad \vec{x} \in S_1, \quad (16)$$

$$\sigma_{ij}^{pe} \cdot n_i = P_{2j}, \quad \vec{x} \in S_6, \quad (17)$$

$$\sigma_{ij}^{el} \cdot n_i = 0, \quad \vec{x} \in S_k, \quad k = \overline{2, 3, 7}, \quad (18)$$

$$n_i \cdot \frac{\partial w_i}{\partial t} = 0, \quad \vec{x} \in S_k, \quad k = \overline{3, 5, 8, 9, 10, 11}, \quad (19)$$

Критерий возникновения гиперрецепции:

$$|\varepsilon_k| \geq |\varepsilon_k^*|, \quad k = \overline{1, 3}, \quad \vec{x} \in \Omega_{21}, \quad (20)$$

$$\varepsilon_k^* = [0, 4; 0, 4; 0, 4]. \quad (21)$$

В постановке задачи в качестве критерия возникновения гиперрецепции (формулы 20 и 21) был выбран критерий, предложенный *Zarei* в 2018 году. Формулировка критерия: если хоть одно значение диагональной компоненты тензора деформаций по модулю превышает 40 %, то возникает гиперрецепция в поясничной капсуле фасеточного сустава. Поставленная задача решена при помощи *ANSYS Mechanical 18.0 (ANSYS Inc., США)*. Идеальная жидкость задана с использованием расширения *Hydrostatic Fluid (Application Customization Toolkit)*.

В четвертой главе изложены результаты расчета напряженно-деформированного состояния модели позвоночно-двигательного сегмента  $L4-L5$ . При помощи анализа сходимости пяти вариантов конечно-элементных сеток получена оптимальная сетка модели сегмента. Проверка на адекватность модели показала, что предложенная уточненная модель сегмента  $L4-L5$  хорошо соответствует как натурным экспериментам, так и численным моделями других авторов. В главе представлен анализ результатов для двух вариантов моделирования сегмента  $L4-L5$  с синовиальной жидкостью в фасеточном суставе: сегмента без патологий (вариант молодого пациента (20–25 лет)) и с дегенеративными изменениями (вариант зрелого пациента (40–50 лет)). Получены распределения перемещений (рис. 8, *в*) и деформаций (рис. 8, *г* и 9 *в*, *г*).

На рис. 8, *в* показано поле суммарных перемещений в капсулах фасеточных суставов в модели сегмента  $L4-L5$  без патологий. Наибольшие значения перемещений (красный цвет) расположены в точках верхней части капсул, где крепятся отростки позвонка  $L4$ . Для точки с максимальным значением суммарного перемещения (узел № 95597, рис. 8, *в*) был построен график давление-суммарные перемещения, который соответствует двум разным моделям (рис. 8, *а*). Анализ

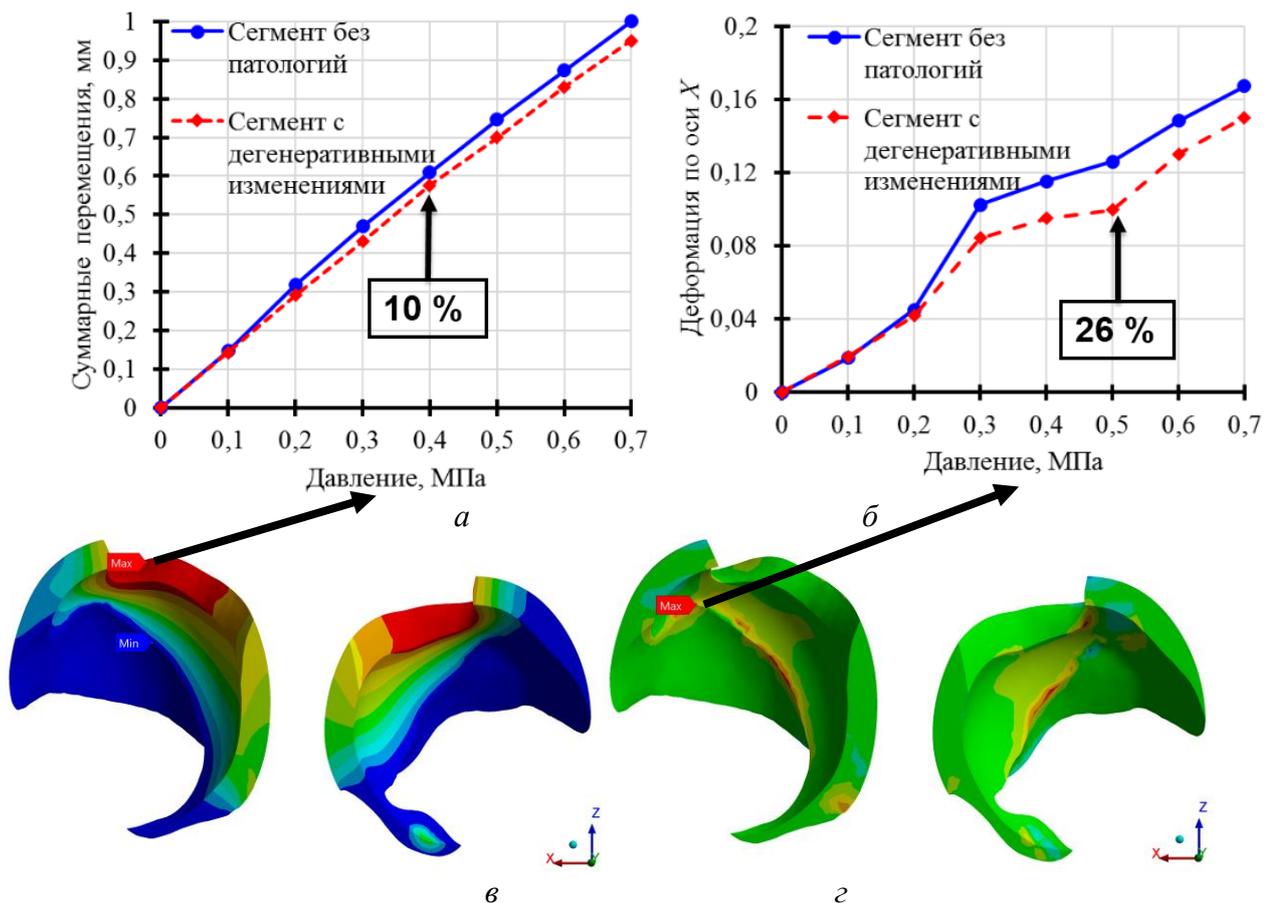


Рис. 8. *а* – график давление-суммарные перемещения в точке капсулы (узел № 95597); *б* – график давление-деформация по оси  $X$  в точке капсулы (узел № 135069); *в* – поле суммарных перемещений капсул фасеточных суставов с разрезом для сегмента без патологий в мм, вид сзади; *г* – поле упругих деформаций по оси  $X$  капсул фасеточных суставов с разрезом для сегмента без патологий, вид сзади

графика давление-суммарные перемещения (рис. 8, *а*) показывает, что наличие дегенеративных изменений в сегменте приводит к уменьшению максимальных перемещений в точках фасеточной капсулы на 10 %. Это объясняется снижением способности патологически измененного сегмента сопротивляться приложенному давлению.

Получено распределение упругих деформаций капсул фасеточных суставов для сегмента без патологий (рис. 8, *з* и 9 *в*, *з*). На рис. 8, *з* представлено поле упругих деформаций по оси *X* в капсулах фасеточных суставов для сегмента без патологий, где отсутствует превышение критического значения  $|0,4|$  для сжимающих и растягивающих деформаций. В точке с максимальным значением упругой деформации по оси *X* (узел № 135069, рис. 8, *з*) был получен график давление-деформации, который соответствует двум разным моделям (рис. 8, *б*). На рис. 8, *б* значения упругой деформации по оси *X* различаются на 26 %, что объясняется геометрией и механическими свойствами сегмента.

На рис. 9, *в* показано поле упругих деформаций по оси *Y* в капсулах фасеточных суставов для сегмента без патологий. Максимальное и минимальное значения деформаций сосредоточены одинаково в правой капсуле сустава снизу в

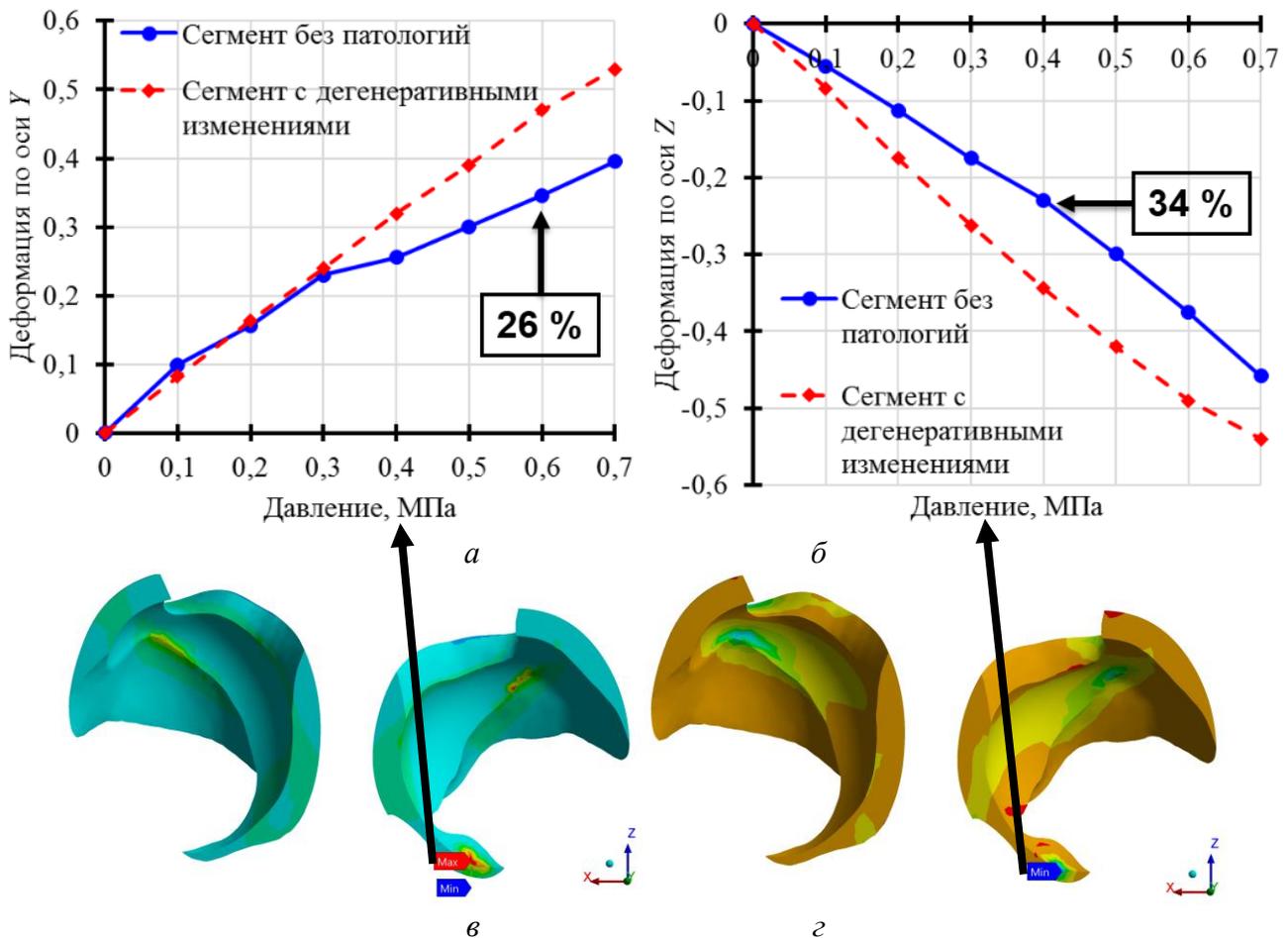


Рис. 9. *а* – график давление-деформация по оси *Y* в точке капсулы (узел № 90370); *б* – график давление-деформация по оси *Z* в точке капсулы (узел № 90744); *в* – поле упругих деформаций по оси *Y* капсул фасеточных суставов с разрезом для поропругой модели диска, вид сзади; *з* – поле упругих деформаций по оси *Z* капсул фасеточных суставов с разрезом для поропругой модели диска, вид сзади

месте сжатия нижним суставным отростком позвонка *L4*. Значения в точке максимума (узел № 90370, рис. 9, *в*) нанесены на график давление-деформации, который соответствует двум разным моделям и изображен на рис. 9, *а*. На рис. 9, *а* представленная кривая модели без патологий преимущественно имеет меньшие значения деформаций, что подчеркивает более мягкий отклик сегмента.

Существенное расхождение значений результатов расчетов между моделями по деформациям по оси *Y* в фасеточной капсуле наблюдается, начиная с давления 0,3 МПа. На рис. 9, *г* изображено поле упругих деформаций по оси *Z* в капсулах фасеточных суставов для сегмента без патологий.

Превышение критического значения деформации  $|0,4|$  наблюдается в деформациях сжатия. Локализация критических значений аналогично отмечается в правой капсуле сустава снизу в месте сжатия нижним суставным отростком позвонка *L4*. Для точки с минимальным значением упругой деформации по оси *Z* (узел № 90744, рис. 9, *з*) получен график давление-деформации, который соответствует двум разным моделям и представлен на рис. 9, *б*. В то же время график деформаций по оси *Z* на рис. 9, *б* демонстрирует явное различие биомеханического поведения моделей с самого начала процесса деформирования. Анализ графика на рис. 9, *б* показал, что существенное различие в поведении моделей достигает 34 % при давлении 0,4 МПа. Таким образом, влияние дегенеративных (возрастных) аспектов в заднем опорном комплексе сегмента привело к раннему появлению подвывиха фасеточных суставов, что подтверждается клинической врачебной практикой.

В итоге, результаты, представленные на рис. 9 *з*, показывают появление подвывиха фасеточного сустава в нижней части правой капсулы, так как в ней наблюдается превышение критического значения деформации  $|0,4|$  (срабатывает критерий гиперрецепции). Для левой капсулы сустава подобное не наблюдается. Анализ графиков на рис. 8 и 9 показывает, что параметр  $\varepsilon_z$  определяет появление гиперрецепции в капсуле сустава в зависимости от величины нагружения. На основе построенной модели сегмента проведены расчеты для пациента 22 лет. Результаты показали, что подвывих суставов может возникнуть при нагрузке 0,7 МПа или 120 кг, что существенно выше рекомендованной по норме охраны труда. Расчеты по предложенной биомеханической модели сегмента не подтвердили наличие подвывиха у пациента. Все результаты справедливы в отношении конкретного пациента.

**В заключении** формулируются основные научные результаты и выводы диссертационной работы:

1. Разработан способ диагностики состояния подвывиха фасеточного сустава позвоночно-двигательного сегмента *L4–L5* на основе методов биомеханического моделирования для повышения эффективности лечения гиперрецепции на поясничном уровне.

2. Разработана биомеханическая модель позвоночно-двигательного сегмента *L4–L5* с учетом капсул фасеточных суставов.

3. Сформулирован «Способ диагностики состояния фасеточных суставов поясницы человека на уровне сегмента  $L4-L5$ », который позволяет по данным КТ диагностировать подвывих фасеточных суставов. Подана заявка на патент (Заявка № 2023126533 от 17.10.2023 / Хорошев Д.В., Ильялов О.Р., Устюжанцев Н.Е.). Изобретение применяется в ГБУЗ ПК «ГКБ им. С.Н. Гринберга» (г. Пермь).

4. Разработан способ определения напряженно-деформированного состояния в позвоночно-двигательном сегменте  $L4-L5$  с учетом капсул фасеточных суставов в рамках критерия образования гиперрецепции, который позволяет методами биомеханического моделирования диагностировать подвывих фасеточных суставов.

5. Исследовано напряженно-деформированное состояние позвоночно-двигательного сегмента  $L4-L5$ , которое в совокупности приводит к поясничной гиперрецепции.

6. Установлены значения физиологической нормы геометрических параметров фасеточных суставов позвоночно-двигательного сегмента на снимках КТ при отсутствии патологий в капсулах суставов для трех возрастных групп.

**Благодарности.** Автор выражает искреннюю благодарность Ю.И. Няшину за помощь в реализации работы, сотрудникам кафедры вычислительной математики, механики и биомеханики Пермского национального исследовательского политехнического университета (отдельная благодарность О.Р. Ильялову, А.Г. Кучумову) и Н.Е. Устюжанцеву (Пермский государственный медицинский университет им. академика Е.А. Вагнера).

**Публикации автора по теме диссертационного исследования:**

*Публикации в изданиях, рекомендованных ВАК РФ:*

1. Хорошев, Д.В. Влияние фасеточных суставов на биомеханическое поведение позвоночно-двигательного сегмента  $L4-L5$ : трехмерная модель межпозвоночного диска с идеальной жидкостью / Д.В. Хорошев // *Российский журнал биомеханики*. – 2024. – Т. 28, № 2. – С. 145–156. (ВАК, 1.1.10)

2. Хорошев, Д.В. Моделирование поясничного позвоночно-двигательного сегмента человека: анализ научных исследований / Д.В. Хорошев, Н.Е. Устюжанцев, О.Р. Ильялов, Ю.И. Няшин // *Российский журнал биомеханики*. – 2021. – Т. 25, № 1. – С. 32–47. (ВАК, 1.1.10)

3. Khoroshev, D.V. Biomechanical modelling of the intervertebral disc of the human lumbar spine – the problem current state / D.V. Khoroshev, O.R. Pyalov, N.E. Ustuyzhantsev, Y.I. Nyashin // *Russian Journal of Biomechanics*. – 2019. – Vol. 23, № 3. – P. 351–361. (Scopus, Q3)

4. Khoroshev, D.V. Personalized geometry digitization technique of the vertebromotor segment  $L4-L5$  in vivo / D.V. Khoroshev, O.R. Pyalov, N.E. Ustuyzhantsev, Y.I. Nyashin // *Russian Journal of Biomechanics*. – 2019. – Vol. 23, № 4. – P. 547–554. (Scopus, Q4)

*Публикации цитируются в наукометрических системах Scopus:*

5. Khoroshev, D.V. Biomechanical modelling of the vertebromotor segment of the human lumbar spine the problem current state / D.V. Khoroshev, O.R. Pyalov, N.E. Ustuyzhantsev, Y.I. Nyashin // *Series on Biomechanics*. – 2021. – Vol. 35, № 1. – P. 31–44. (Scopus, Q4)

*Публикации в сборниках трудов и тезисы конференций:*

6. Хорошев, Д.В. Биомеханическое моделирование поясничного позвоночно-двигательного сегмента человека: фасеточный сустав / Д.В. Хорошев, О.Р. Ильялов, Н.Е. Устюжанцев // *Математика и междисциплинарные исследования – 2021: Материалы всерос. научно-практич. конф. молодых ученых с междунар. уч., 18–20 октября 2021.* – Пермь, 2021. – С. 110–113.

7. Хорошев, Д.В. Исследование влияния проницаемости фиброзного кольца на результаты расчета НДС межпозвоночного диска / Д.В. Хорошев, О.Р. Ильялов // *Математическое моделирование в естественных науках: Материалы XXVII всерос. школы-конф. молодых ученых и студентов, 3–6 октября 2018.* – Пермь, 2018. – Т. 1. – С. 395–398.

8. Хорошев, Д.В. Конечно-элементное моделирование позвоночно-двигательного сегмента  $L4-L5$  / Д.В. Хорошев, О.Р. Ильялов, Н.Е. Устюжанцев // *XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: сборник трудов, 19–24 августа 2019.* – Уфа, 2019. – Т. 4. – С. 224–225.

9. Хорошев, Д.В. Объемное конечно-элементное моделирование межпозвоночного диска  $L4-L5$  / Д.В. Хорошев, О.Р. Ильялов // *Математика и междисциплинарные исследования – 2019: Материалы всерос. научно-практич. конф. молодых ученых с междунар. уч., 15–18 мая 2019.* – Пермь, 2019. – С. 394–398.

10. **Khoroshev, D.V.** Finite-element modelling of a vertebromotor segment L4-L5 / D.V. Khoroshev, N.E. Ustyuzhantsev, O.R. Pyalov // Функциональные материалы: прогнозирование свойств и технологии изготовления: материалы междунар. научно-технич. конф., 15–18 апреля 2019. – Пермь: изд-во ПНИПУ, 2019. – С. 37.
11. **Khoroshev, D.V.** Modelling of a vertebromotor segment L4-L5 / D.V. Khoroshev, O.R. Pyalov, N.E. Ustyuzhantsev // International Symposium Non-Equilibrium Processes in Continuous Media: Program and book of abstracts, September, 16–18 2021. – Perm, 2021. – P. 63.
12. **Хорошев, Д.В.** Влияние возрастных дегенеративных изменений позвоночника на размеры в позвоночно-двигательном сегменте L4-L5 / Д.В. Хорошев, О.Р. Ильялов, Н.Е. Устюжанцев // XVIII Всерос. научно-практич. конф. Поленовские чтения: Сборник материалов, 15–17 апреля 2019. – Санкт-Петербург, 2019. – С. 108.
13. **Хорошев, Д.В.** Определение нестабильных размеров в позвоночно-двигательном сегменте L<sub>IV</sub>-L<sub>V</sub> поясничного отдела позвоночника / Д.В. Хорошев, Н.Е. Устюжанцев, О.Р. Ильялов // VIII Съезд научного медицинского общества анатомов, гистологов и эмбриологов: Материалы докладов, 23–26 мая 2019. – Воронеж, 2019. – С. 302–303.
14. **Хорошев, Д.В.** Моделирование поясничного позвоночно-двигательного сегмента человека: фасеточный сустав / Д.В. Хорошев // Математическое моделирование в естественных науках: Материалы XXX всерос. школы-конф., 6–9 октября 2021. – Пермь, 2021. – Т. 1. – С. 226–228.
15. **Хорошев, Д.В.** Грыжа межпозвоночного диска L4-L5 – главный источник боли в пояснице? / Д.В. Хорошев, О.Р. Ильялов, Н.Е. Устюжанцев // Медицина боли: от понимания к действию: тезисы XXV рос. научно-практич. конф. с междунар. уч., 23–25 мая 2019. – Казань, 2019. – С. 70.
16. **Хорошев, Д.В.** Конечно-элементное моделирование позвоночно-двигательного сегмента L4-L5 / Д.В. Хорошев, О.Р. Ильялов, Н.Е. Устюжанцев // XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: аннотации докладов, 19–24 августа 2019. – Уфа, 2019. – С. 322.
17. **Хорошев, Д.В.** Моделирование проявления болевого синдрома в позвоночно-двигательном сегменте поясничного отдела позвоночника / Д.В. Хорошев, О.Р. Ильялов, Н.Е. Устюжанцев // Российский журнал боли. – 2018. – Т. 56, № 2. – С. 100–101.
18. **Хорошев, Д.В.** Персонализированное биомеханическое моделирование поведения сегментов поясничного отдела позвоночника человека / Д.В. Хорошев, О.Р. Ильялов, Н.Е. Устюжанцев // Математика и междисциплинарные исследования – 2020: Материалы всерос. научно-практич. конф. молодых ученых с междунар. уч., 12–14 октября 2020. – Пермь, 2020. – С. 308–311.
19. **Хорошев, Д.В.** Персонализированное биомеханическое моделирование поведения сегментов поясничного отдела позвоночника человека / Д.В. Хорошев, О.Р. Ильялов, Н.Е. Устюжанцев, Ю.И. Няшин // Биомеханика – 2020: Материалы XIV Всерос. конф. с междунар. участием., 3–5 декабря 2020. – Пермь: изд-во ПНИПУ, 2020. – С. 258–261.
20. **Хорошев, Д.В.** Сублюксация фасеточных суставов – основная причина поясничных болей / Д.В. Хорошев, О.Р. Ильялов, Н.Е. Устюжанцев // IX Всероссийский съезд нейрохирургов: сборник тезисов, 15–18 июня 2021. – Москва, 2021. – С. 351.
21. **Хорошев, Д.В.** Биомеханическое моделирование поясничного фасеточного сустава / Д.В. Хорошев, О.Р. Ильялов, Н.Е. Устюжанцев // Математическое моделирование и биомеханика в современном университете, 28 мая – 01 июня 2023 года. – Дивноморское, 2023. – С. 115.
22. **Хорошев, Д.В.** Биомеханическое моделирование поясничного фасеточного сустава / Д.В. Хорошев, О.Р. Ильялов, Н.Е. Устюжанцев // Фундаментальная и прикладная медицина: материалы Всероссийской конференции молодых ученых, 29–30 ноября 2022. – Саратов, 2022. – С. 23–24.
23. **Хорошев, Д.В.** Биомеханическое моделирование фасеточного сустава на уровне сегмента L4-L5 / Д.В. Хорошев, О.Р. Ильялов, Н.Е. Устюжанцев // Современные проблемы механики сплошной среды, 11–13 октября 2023 г. – Ростов-на-Дону, 2023. – С. 117.
24. **Хорошев, Д.В.** Моделирование позвоночно-двигательного сегмента L4-L5 / Д.В. Хорошев, О.Р. Ильялов, Н.Е. Устюжанцев // XIII Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике, 21–25 августа 2023 г. – Санкт-Петербург, 2023. – С. 130–132.
25. **Хорошев, Д.В.** Персонализированное моделирование позвоночно-двигательного сегмента L4-L5 / Д.В. Хорошев, О.Р. Ильялов // Математическое моделирование в естественных науках: матер. XXXII Всероссийской конференции, 4–7 октября 2023 г. – Пермь, 2023. – С. 331–333.

---

Подписано в печать 20.09.2024. Тираж 100 экз.  
Усл. печ. л. 1,0. Формат 60×90/16. Заказ № 1468

---

Отпечатано с готового оригинал-макета в типографии издательства  
Пермского национального исследовательского политехнического университета.  
Адрес: 614990, г. Пермь, Комсомольский проспект, 29, к. 113.  
Тел. (342) 219-80-33.