

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ  
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

---

На правах рукописи



ГРИГОРЬЕВА Наталия Вадимовна

**ОСОБЕННОСТИ СИНХРОНИЗАЦИИ И ПОДАВЛЕНИЯ  
ПАРАЗИТНЫХ КОЛЕБАНИЙ В ГИРОТРОНЕ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ  
ВНЕШНЕГО ГАРМОНИЧЕСКОГО СИГНАЛА**

1.3.4. — «Радиофизика»

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
доктор физико-математических наук,  
профессор Рыскин Н.М.

Саратов – 2024

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	4
Глава 1. Исследование синхронизации одномодовой модели гиротрона внешним гармоническим сигналом .....	16
1.1. Основные уравнения.....	16
1.2. Уравнения резонансных кривых и условия устойчивости .....	22
1.3. Анализ синхронизации гиротрона при изменении параметров внешнего воздействия .....	26
1.3.1. Картина резонансных кривых и языков синхронизации .....	26
1.3.2. Особенности динамики гиротрона в режиме регенеративного усиления.....	34
1.3.3. Анализ динамики синхронных режимов на фазовой плоскости.....	36
1.4. Анализ режимов синхронизации при изменении расстройки циклотронного резонанса.....	48
1.5. Выводы.....	58
Глава 2. Влияние внешнего сигнала на динамику многомодового гиротрона.	61
2.1. Основные уравнения многомодовой теории гиротрона .....	62
2.2. Методика анализа устойчивости одномодового режима генерации .....	63
2.3. Структура зоны устойчивости автономного гиротрона .....	69
2.4. Анализ устойчивости синхронизованных колебаний рабочей моды многомодового гиротрона.....	80
2.4.1. Двухмодовое взаимодействие .....	80
2.4.2. Многомодовое взаимодействие с эквидистантным спектром мод ...	87
2.5. Выводы.....	95
Глава 3. Подавление возбуждения паразитных мод на фронте импульса ускоряющего напряжения при воздействии внешнего сигнала.....	98
3.1. Зона устойчивости рабочей моды автономного гиротрона.....	99
3.2. Воздействие внешним сигналом на многомодовый гиротрон диапазона 250 ГГц.....	103
3.2.1. Структура зоны устойчивости неавтономного гиротрона .....	103

3.2.2. Подавление паразитных колебаний при выбросе на фронте импульса ускоряющего напряжения.....	110
3.3. Выводы.....	114
Заключение .....	116
Список используемых источников.....	120

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы.** В настоящее время среди электровакуумных источников когерентного электромагнитного излучения несомненное лидерство по совокупности параметров в миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах длин волн занимают гирорезонансные приборы, в первую очередь гиротроны [1-4]. Гиротрон представляет собой разновидность мазера на циклотронном резонансе [5]. Активной средой в гиротроне является винтовой электронный пучок, движущийся в однородном магнитном поле. Он взаимодействует с полем собственного колебания открытого волноводного резонатора, причем критическая частота рабочей моды  $TE_{m,n}$  близка к циклотронной частоте или к ее гармонике. В настоящее время гиротроны используются для микроволнового нагрева различных материалов [6], как источник терагерцевого излучения в установках для спектроскопических измерений [7,8], для диагностики плазмы по коллективному томсоновскому рассеянию, в биомедицинских исследованиях и в ряде других областей науки и техники [9-11].

Одной из наиболее важных областей применения гиротронов является электронно-циклотронный нагрев плазмы в установках управляемого термоядерного синтеза (УТС) [4,12-14]. В частности, для международного проекта термоядерного реактора ITER разработаны гиротроны, работающие на частоте 170 ГГц с большой длительностью импульса порядка 500 с и выходной мощностью порядка одного мегаватта [14]. Следующий за ITER проект демонстрационной термоядерной электростанции DEMO с более высокой плотностью плазмы подразумевает использование гиротронов со значительно большей частотой 230-250 ГГц, мощностью 1.5-2.0 МВт и длительностью работы порядка несколько суток [15,16].

Следует отметить, что в установках УТС используются комплексы из большого числа гиротронов, поэтому обеспечение их когерентной работы является крайне важным фактором. В частности, в последнее время привлекла внимание идея синхронизации мощного гиротрона сигналом гиротрона-

драйвера со стабилизированной частотой [17]. Это классический радиофизический подход, который широко освещался в литературе [18-21].

Исследования в области синхронизации гиротрона внешним сигналом были начаты еще в 1970-1980-х годах [22-26]. В последние годы появилось большое число работ, в которых влияние внешнего сигнала на режимы генерации мощного гиротрона исследуется как при помощи компьютерного моделирования [17,27-32], так и экспериментально [33,34]. В России данное направление развивается главным образом в ИПФ РАН (г. Нижний Новгород). В первую очередь, интерес к этому вопросу связан с развитием гиротронных комплексов для УТС. Для решения этой задачи был разработан новый тип встроенного квазиоптического преобразователя [35], который позволяет одновременно осуществить ввод внешнего сигнала в резонатор гиротрона и вывод излучения мегаваттного уровня мощности через одно и то же вакуумное окно. Однако ситуация осложняется тем, что для синхронизации мегаваттного гиротрона необходимо иметь стабилизированный по частоте источник входного сигнала с мощностью в несколько десятков киловатт. Поэтому вначале были проведены демонстрационные эксперименты в более низкочастотном диапазоне 35 ГГц [33,34], где в качестве источника использовался импульсный магнетрон. В самое последнее время в ИПФ РАН был разработан стабилизированный гиротрон-драйвер с необходимым уровнем мощности [36] и с его помощью осуществлен эксперимент по синхронизации мощного гиротрона с частотой 170 ГГц [37]. Исследуются возможности продвижения в области более высоких мощностей и частот для проекта DEMO [38].

Следует отметить, что задача о синхронизации гиротрона внешним сигналом имеет ряд особенностей по сравнению с другими радиофизическими и электронными генераторами. Прежде всего, максимальный КПД в гиротроне, как правило, достигается в режиме жесткого возбуждения [1]. В ряде работ (см., например, [39-42]) была развита теория синхронизации обобщенных моделей генератора с жестким возбуждением и был обнаружен ряд важных отличий от

классической картины синхронизации генератора с мягким возбуждением. В [42] также было проведено сопоставление с численным моделированием для гиротрона с фиксированной гауссовой структурой высокочастотного (ВЧ) поля. Однако остались неизученными многие важные с практической точки зрения вопросы, например, как внешний сигнал влияет на выходную мощность и КПД генератора, при каких условиях достигается максимальная ширина полосы синхронизации и т.д.

Воздействие внешнего сигнала позволяет не только стабилизировать частоту и фазу рабочей моды, но и помогает обеспечить подавление паразитных мод [28-31,43-48]. Поскольку при продвижении в область более высоких частот и больших мощностей в гиротроне переходят к работе на модах более высокого порядка, проблема конкуренции мод обостряется. В частности, при плотности спектра мод, соответствующей современным гиротронам для УТС, режим с максимальным КПД оказывается неустойчивым относительно возбуждения паразитных мод с соседними азимутальными индексами [43-48]. Это вынуждает снижать рабочий ток генератора; соответственно, снижается и выходная мощность. В работе [17] на примере гиротрона диапазона 170 ГГц с рабочей модой  $TE_{28,12}$  показано, что при синхронизации внешним сигналом можно повысить электронный КПД с 53% до 68%. В работе [31] аналогичное исследование проведено для гиротрона диапазона 345 ГГц с рабочей модой  $TE_{56,24}$ . При этом максимально достижимый КПД удается повысить с 46% до 61%, а выходную мощность — с 0.68 МВт до 1.27 МВт. Оговоримся, что в этих работах речь идет о компьютерных экспериментах.

Наконец, еще одно возможное применение внешнего воздействия связано с подавлением возбуждения паразитных мод на фронте импульса тока и напряжения в процессе установления колебаний. Поскольку, как уже отмечалось, в мощном гиротроне рабочая мода, как правило, находится в режиме жесткого возбуждения, важным является вопрос о сценарии включения (т.е. о подборе зависимости тока и напряжения от времени в процессе включения) [49-51]. Однако на практике может произойти выброс тока и(или)

напряжения на переднем фронте импульса, что может вызвать срыв генерации рабочей моды и, соответственно, возбуждение паразитной моды, для которой выполняются условия мягкого возбуждения [50,51]. Ожидается, что воздействие внешним сигналом в ходе переходного процесса позволит стабилизировать колебания рабочей моды.

В связи с вышесказанным, изучение динамики гиротрона под внешним воздействием, включая процессы синхронизации и подавления паразитных мод, представляет очевидный интерес для современной радиофизики и сверхвысокочастотной электроники.

**Целью** данной работы является теоретическое исследование фундаментальных особенностей синхронизации и подавления паразитных колебаний в гиротроне под воздействием внешнего сигнала при помощи методов теории колебаний и нелинейной динамики. Для достижения этой цели необходимо решить следующие **задачи**:

- провести детальный бифуркационный анализ одномодовой модели гиротрона под воздействием внешнего сигнала и выявить основные механизмы перехода в режим синхронизации;
- развить модель теоретического анализа устойчивости рабочей моды в многомодовом гиротроне и определить условия подавления паразитных мод внешним сигналом;
- изучить возможности подавления паразитных мод в процессе установления колебаний при выбросе импульса на фронте напряжения.

**Достоверность научных выводов** работы подтверждается использованием хорошо апробированных аналитических и численных методов, соответствием результатов бифуркационного анализа и численного моделирования. Достоверность также подтверждается воспроизведением результатов, известных из литературы.

**Методы и объект исследования.** В ходе выполнения диссертационной работы были использованы различные методы и подходы теории колебаний и СВЧ электроники. Численное моделирование проводилось на основе хорошо

известных уравнений одномодовой и многомодовой теории гиротрона с фиксированной структурой ВЧ поля. Теоретический анализ режимов синхронизации проводился с использованием упрощенной модели, в рамках которой электронная восприимчивость, определяющая мощность взаимодействия пучка с полем резонатора, предварительно рассчитывалась численно при различных значениях амплитуды поля и расстройки циклотронного резонанса, а затем с помощью интерполяции рассчитанных зависимостей выражалась как функция этих двух величин. Построение зоны устойчивой генерации рабочей моды в многомодовом гиротроне проводилось на основе известной методики анализа автомодуляционной неустойчивости, которая в рамках диссертации была адаптирована на случай неавтономного гиротрона. Колебательные режимы исследовались с помощью методов анализа устойчивости особых точек, построения карт динамических режимов, фазовых портретов.

**Научная новизна.** Все результаты, включенные в диссертационную работу, являются новыми и получены впервые, в частности:

- Развита упрощенная одномодовая модель гиротрона с фиксированной структурой ВЧ поля под воздействием внешнего сигнала, в которой функция электронной восприимчивости, выражена как функция амплитуды поля и расстройки циклотронного резонанса. Данная модель позволяет получить основные результаты аналитически, не прибегая к численному решению уравнений, описывающих динамику системы. В результате была построена детальная картина синхронизации внешним гармоническим сигналом для гиротрона в режиме жесткого возбуждения.
- Методика анализа автомодуляционной неустойчивости адаптирована на случай гиротрона под воздействием внешнего сигнала. На ее основе впервые проведен теоретический анализ структуры области синхронизации рабочей моды многомодового гиротрона с эквидистантным спектром мод. Найдены условия подавления паразитных мод внешним сигналом.



- На примере мощного гиротрона диапазона 250 ГГц с рабочей модой  $TE_{19,8}$  продемонстрирована возможность использования внешнего сигнала для подавления паразитных мод, возбуждающихся на фронте импульса при скачке ускоряющего напряжения.

**Научная и практическая значимость** работы состоит в том, что результаты диссертации развивают и дополняют теоретические представления об особенностях динамики гиротронов и других автоколебательных систем с жестким возбуждением под воздействием внешнего сигнала. Результаты диссертации могут быть использованы для улучшения ряда характеристик (повышение стабильности частоты, подавление паразитных колебаний, повышение мощности и КПД генерации) гиротронов, которые находят широкое практическое применение.

**Личный вклад соискателя.** Все основные результаты, включенные в диссертацию, получены лично соискателем. Соискателем выполнен теоретический анализ исследуемых математических моделей, бифуркационный анализ режимов синхронизации, разработаны программы компьютерного моделирования, проведены численные эксперименты. Постановка задачи, обсуждение и интерпретация результатов осуществлялись совместно с научным руководителем, а также с соавторами опубликованных работ.

**Основные положения, выносимые на защиту:**

1. При воздействии внешнего сигнала на гиротрон в режиме жесткого возбуждения имеет место бистабильность стационарных одночастотных режимов. В зависимости от начальных условий реализуется либо режим синхронизации с высоким КПД, либо режим вынужденных колебаний с малой амплитудой и низким КПД. При частоте внешнего сигнала, близкой к собственной частоте автономного гиротрона, с увеличением амплитуды сигнала структура бассейнов притяжения трансформируется таким образом, что в определенном диапазоне начальной разности фаз колебаний гиротрона и внешнего сигнала фазовая траектория всегда стремится к особой точке,

соответствующей режиму вынужденных колебаний, независимо от того, какова была начальная амплитуда.

2. Воздействие внешнего сигнала с мощностью, не превышающей 10% мощности генерации, на гиротрон, рабочий ток которого значительно (в 2-3 раза) ниже того, при котором в автономном гиротроне достигается максимальный КПД, позволяет получить режимы синхронизации с КПД, близкими к оптимальному. Синхронизация имеет место при изменении расстройки циклотронного резонанса в диапазоне, сопоставимом с шириной зоны генерации автономного гиротрона. При этом режимы с наиболее высоким КПД наблюдаются в области регенеративного усиления, где в автономном гиротроне возбуждение колебаний вообще отсутствует.

3. В гиротроне с эквидистантным спектром мод при значениях параметра плотности спектра мод, характерных для современных мощных гиротронов, используемых для нагрева и диагностики плазмы, зона устойчивости рабочей моды имеет сложную конфигурацию и образуется границами распадной неустойчивости для различных пар сателлитов. При воздействии внешним сигналом режимы синхронизации с высоким КПД являются устойчивыми относительно параметрического распада.

4. Воздействие внешним сигналом на начальной стадии переходного процесса в гиротроне с эквидистантным спектром мод позволяет расширить область расстроек циклотронного резонанса, в которой рабочая мода является устойчивой, и полностью подавить паразитные колебания при выбросе на фронте импульса напряжения.

**Апробация и публикации.** Результаты, представленные в диссертации, докладывались на следующих школах, семинарах и конференциях:

- The 24th International Vacuum Electronics Conference (IVEC 2023), Chengdu, China, 2023;
- 44th International Conference on Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves (IRMMW-THz 2019), Paris, France, 2019;

- The 14th UK, Europe, China Millimeter Waves and Terahertz Technology Workshop (UCMMT 2021), Landcaster University, UK, 2021;
- The 4-th International Conference Terahertz and Microwave Radiation: Generation, Detection and Applications (TERA 2020), Томск, 2020;
- The 5-th International Conference Terahertz and Microwave Radiation: Generation, Detection and Applications (TERA 2023), Москва, 2023;
- XXIV–XXVII Международные школы для студентов и молодых ученых по оптике, лазерной физике и биофизике Saratov Fall Meeting. International Symposium “Optics and Biophotonics”, Саратов, 2020-2023;
- XIII–XVII Всероссийские конференции молодых ученых «Нанoeлектроника, нанoфотоника и нелинейная физика», Саратов, 2018-2023;
- Международная научно-техническая конференция «Актуальные проблемы электронного приборостроения» (АПЭП), Саратов, 2018;
- Школы-конференции «Нелинейные дни в Саратове для молодых», Саратов, 2018-2021;
- Школы для молодых ученых «Актуальные проблемы мощной вакуумной электроники СВЧ: источники и приложения», Нижний Новгород, 2019, 2023;
- XII Международная школа-конференция «Хаотические автоколебания и образование структур», Саратов, 2019 г.;
- XIX и XX научные школы «Нелинейные волны», Нижний Новгород, 2020 г., 2022 г.;
- XII Всероссийский семинар по радиофизике миллиметровых и субмиллиметровых волн, Нижний Новгород, 2022 г.;
- XX Всероссийская конференция «Диагностика высокотемпературной плазмы», Сочи, 2023.

Результаты диссертации использованы при выполнении НИР, поддержанных грантами РФФИ № 18-02-00839, РНФ № 19-79-00307 и № 22-22-00603.

По результатам диссертации опубликовано 25 работ, из них 6 статей в реферируемых научных журналах, рекомендованных ВАК при Минобрнауки России для опубликования основных научных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук и индексируемых в международных реферативных базах данных и системах цитирования Web of Science и/или Scopus [71-76], 6 работ в трудах конференций, индексируемых в базах данных и системах цитирования Web of Science и/или Scopus [77-81], 13 работ в сборниках трудов всероссийских конференций [83-95].

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из Введения, трёх глав, Заключения и Списка литературы. Общий объем диссертации составляет 130 страниц, включая 48 рисунков. Список литературы состоит из 95 наименований на 11 страницах.

#### **Краткое содержание работы**

Во **Введении** обоснована актуальность темы диссертации, указаны её цели, научная новизна, практическая значимость и сформулированы положения, выносимые на защиту.

В **первой главе** изучаются особенности синхронизации одномодовой модели гиротрона с фиксированной структурой ВЧ поля. В разделе 1.1 приведены основные уравнения нестационарной одномодовой теории гиротрона с фиксированной структурой поля. Развита упрощенная модель гиротрона, в которой функция электронной восприимчивости, определяющая мгновенную мощность взаимодействия пучка с полем резонатора, предварительно рассчитывается при различных значениях амплитуды поля и расстройке циклотронного резонанса, а затем с помощью интерполяции полученных зависимостей выражается в виде функции этих двух параметров. Такой подход позволяет свести описание задачи к динамической системе с одной степенью свободы (раздел 1.2), причем полученные результаты полностью согласуются с результатами численного моделирования по теории гиротрона с фиксированной структурой поля.

В разделе 1.3. построена подробная картина синхронизации данной системы. Основное внимание уделяется ситуации, когда автономный гиротрон находится в режиме жесткого возбуждения, поскольку в этом случае достигается максимальный КПД. Построены резонансные кривые, языки синхронизации на плоскости параметров амплитуда – частота внешнего сигнала, фазовые портреты, иллюстрирующие сценарии перехода в режим синхронизации. Исследованы особенности мультистабильности синхронных режимов. Также обсуждаются особенности работы гиротрона в режиме регенеративного усиления внешнего сигнала. Определены параметры внешнего сигнала, при которых реализуется КПД, близкий к максимально возможному.

Традиционно режимы колебаний гиротрона анализируют в зависимости от расстройки циклотронного резонанса  $\Delta_H$  и безразмерного параметра тока  $I_0$ . В разделе 1.4 проведен анализ режимов синхронизации при изменении этих параметров. Показано, что наиболее благоприятной с точки зрения синхронизации является ситуация, когда ток пучка снижен в 2-3 раза по сравнению со значением, при котором в автономном гиротроне достигается максимальный КПД. При этом воздействие внешним сигналом позволяет получить режимы синхронизации с КПД, близким к оптимальному, причем на плоскости параметров область режимов с высоким КПД располагается вне области мультистабильности.

Во **второй главе** обсуждается влияние паразитных мод на картину синхронизации. В разделе 2.1 приведены уравнения многомодовой теории гиротрона с фиксированной структурой поля. Рассматривается ситуация, когда спектр собственных мод близок к эквидистантному, что характерно для гиротронов со сверхразмерными резонаторами, где рабочими являются моды «шепчущей галереи». Для анализа устойчивости режима колебаний рабочей моды используется методика, предложенная Г.С. Нусиновичем и соавторами, которая в диссертации адаптирована с учетом влияния внешнего сигнала. В разделе 2.3 построены зоны устойчивости рабочей моды на плоскости параметров  $\Delta_H, I_0$  в автономном гиротроне при плотности спектра мод,

характерной для современных гиротронов, используемых для нагрева плазмы. Рассматриваются случаи двухмодового несинхронного взаимодействия и взаимодействия трех мод с эквидистантным спектром, когда возникает распадная параметрическая неустойчивость. Показано, что область устойчивости рабочей моды имеет сложную конфигурацию и образуется границами возбуждения различных пар сателлитов, причем в зависимости от параметра плотности спектра мод необходимо учитывать до четырех пар сателлитов. При типичных значениях параметра плотности спектра мод режим с максимальным КПД является неустойчивым.

В разделе 2.4 исследуется структура зоны устойчивости в неавтономном случае при различных значениях амплитуды внешнего сигнала. Внешнее воздействие позволяет стабилизировать режим с максимальным КПД. Определены значения параметров, при которых режимы с высоким КПД реализуются в широкой полосе синхронизации по параметру  $\Delta_H$ , а возбуждение паразитных мод не оказывает существенного влияния на область устойчивости. Приведены результаты численного моделирования на основе многомодовой нестационарной теории гиротрона, которые полностью согласуются с результатами теоретического анализа.

Проведенный в главе 2 анализ позволяет уточнить структуру зоны устойчивости и значительно облегчает интерпретацию численных результатов, что в случае большого числа взаимодействующих мод является непростой задачей, в особенности в области, где имеет место мультистабильность и длительность переходных процессов велика.

В **третьей главе** рассматривается задача о подавлении паразитных мод, возбуждающихся на фронте импульса ускоряющего напряжения, при помощи внешнего сигнала. В качестве конкретного примера рассматривается мощный гиротрон диапазона 250 ГГц, разрабатываемый в ИПФ РАН. С помощью методики, развитой в главе 2, проанализированы зоны устойчивости рабочей моды на плоскости параметров  $\Delta_H, I_0$  в автономном и неавтономном случаях. В данном случае режим с максимальным КПД является устойчивым, однако

при соответствующих параметрах имеет место бистабильность: помимо генерации рабочей моды устойчивым является многомодовый режим, в котором максимальную амплитуду имеет паразитная мода. Выброс ускоряющего напряжения в ходе переходного процесса, который часто имеет место на практике, может привести к тому, что происходит срыв генерации рабочей моды. В результате, после того, как ускоряющее напряжение (и, соответственно, расстройка циклотронного резонанса) возвращается к номинальному значению, устанавливается трехмодовый режим с доминированием паразитной моды. Воздействие внешним сигналом с достаточно большой мощностью (порядка 10% выходной мощности) позволяет существенно расширить зону устойчивости рабочей моды в область более высоких значений расстройки циклотронного резонанса. В результате выброс ускоряющего напряжения не приводит к выходу за границу зоны устойчивости, и после окончания переходного процесса и выключения внешнего сигнала устанавливается стационарный режим с максимальным КПД. Представлены результаты численного моделирования процессов конкуренции мод с учетом медленного изменения расстройки циклотронного резонанса, подтверждающие работоспособность предложенного метода подавления паразитных колебаний.

В **Заключении** приведены основные результаты, полученные в диссертации.

# ГЛАВА 1. ИССЛЕДОВАНИЕ СИНХРОНИЗАЦИИ ОДНОМОДОВОЙ МОДЕЛИ ГИРОТРОНА ВНЕШНИМ ГАРМОНИЧЕСКИМ СИГНАЛОМ

## 1.1. Основные уравнения

Рассмотрим вначале взаимодействие электронного пучка с одной собственной модой резонатора. Будем исходить из хорошо известных уравнений нестационарной теории гиротрона с фиксированной структурой ВЧ поля (см., например, [1,17,28-32,43,51,53]). В этом случае поле в резонаторе можно представить в виде произведения амплитуды  $A$ , медленно меняющейся по сравнению с собственной частотой, и функции  $f_0(\zeta)$ , которая описывает распределение поля в резонаторе. Ограничимся случаем взаимодействия на основной циклотронной гармонике. Тогда уравнение движения электронов и граничные условия имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{dp}{d\zeta} + i(\Delta_H + |p|^2 - 1)p &= iAf_0(\zeta), \\ p(\zeta = 0) &= e^{i\varphi_0}. \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь  $p = p_{\perp}/p_{\perp 0}$  — безразмерный поперечный импульс,  $p_{\perp 0} = |p_{\perp}(\zeta = 0)|$ ,

$$\zeta = \frac{\beta_{\perp}^2 \omega_0 z}{2\beta_{\parallel} c} \quad (1.2)$$

— безразмерная продольная координата,  $\beta_{\parallel} = v_{\parallel 0}/c$ ,  $\beta_{\perp} = v_{\perp 0}/c$ ,  $v_{\parallel 0}$  и  $v_{\perp 0}$  — продольная и поперечная компонента скорости электрона в начале пространства взаимодействия (при  $\zeta = 0$ ),  $c$  — скорость света,

$$\Delta_H = \frac{2(\omega_0 - \omega_H)}{\beta_{\perp}^2 \omega_0} \quad (1.3)$$

— расстройка циклотронного резонанса,  $\omega_H$  — циклотронная частота,  $\omega_0$  — собственная частота рабочей моды. Уравнение (1.1) записано в предположении, что время пролета электронов много меньше, чем характерное время установления колебаний, т.е.  $L/v_{\parallel 0} \ll Q_0/\omega_0$ , где  $L$  — длина пространства взаимодействия,  $Q_0$  — добротность резонатора.



Выберем распределение поля в резонаторе в виде гауссовой функции

$$f_0(\zeta) = \exp \left[ -3 \left( \frac{2\zeta}{\zeta_L} - 1 \right)^2 \right], \quad (1.4)$$

где

$$\zeta_L = \frac{\beta_{\perp}^2 \omega_0 L}{2\beta_{\parallel} c} \quad (1.5)$$

— безразмерная длина резонатора.

Динамика амплитуды колебаний описывается уравнением возбуждения резонатора

$$\frac{dA}{d\tau} + A = iI_0 \int_0^{\zeta_L} \langle p(\zeta, \tau) \rangle f_0^*(\zeta) d\zeta. \quad (1.6)$$

Символ «\*» обозначает комплексное сопряжение. Здесь

$$\tau = \frac{\omega_0 t}{2Q_0} \quad (1.7)$$

— безразмерное время,

$$I_0 = \left( \frac{e\mu_0}{\pi m_e c} \right) \frac{Q_0 G_{ml} I_b}{\beta_{\perp}^2 \beta_{\parallel} \gamma_0 N}, \quad (1.8)$$

— безразмерный параметр тока, где  $I_b$  — постоянный ток электронного пучка,  $e$  и  $m_e$  — элементарный заряд и масса покоя электрона соответственно,

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  Гн/м — магнитная постоянная,  $\gamma_0 = (1 - \beta_{\parallel}^2 - \beta_{\perp}^2)^{-1/2}$  — релятивистский масс-фактор в начале пространства взаимодействия,

$$N = \int_0^{\zeta_L} |f_0(\zeta)|^2 d\zeta \approx \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2(2\zeta/\mu)^2} d\zeta = \frac{\mu}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \quad (1.9)$$

— норма колебания,

$$G_{ml} = \frac{J_{m-1}^2 \left( \frac{v_{ml} R_b}{R_g} \right)}{J_m^2(v_{ml}) (v_{ml}^2 - m^2)} \quad (1.10)$$

— фактор связи пучка с рабочей модой  $TE_{ml}$ ,  $m$  и  $l$  — азимутальный и радиальный индексы рабочей моды,  $J_m$  — функция Бесселя 1-го рода порядка  $m$ ,  $v_{ml}$  —  $l$ -й положительный корень уравнения  $J'_m(v) = 0$ ,  $R_b$  и  $R_g$  — радиусы электронного пучка и волновода соответственно. Символом  $\langle \dots \rangle$  в (1.6) обозначено усреднение по начальным фазам:

$$\langle p \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} p d\varphi_0,$$

где  $\varphi_0$  — начальные фазы электронов, которые равномерно распределены по промежутку  $\varphi_0 \in [0; 2\pi)$ .

Перепишем уравнение возбуждения (1.6) как

$$\frac{dA}{d\tau} + A = I_0 \Phi_0(|A|, \Delta_H) \cdot A, \quad (1.11)$$

где

$$\Phi_0 = \frac{i}{A} \int_0^{\zeta_L} \langle p(\zeta, \tau) \rangle f_0^*(\zeta) d\zeta \quad (1.12)$$

— комплексная электронная восприимчивость, которая определяет мощность взаимодействия пучка с полем резонатора.

Существует подход, который позволяет существенно упростить анализ автоколебаний в гиротроне с фиксированной структурой высокочастотного (ВЧ) поля. Для этого необходимо выразить восприимчивость, как функцию амплитуды поля. Рассмотрим режим стационарных одночастотных колебаний основной моды, когда  $A = a_0 \exp(i(\Omega_0 \tau + \varphi_0))$ . Здесь  $a_0$  и  $\varphi_0$  — вещественные амплитуда и фаза колебаний,

$$\Omega_0 = 2Q_0 \cdot \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \quad (1.13)$$

— безразмерная отстройка частоты генерации от собственной частоты резонатора. Если выполнить серию расчетов по уравнениям (1.1) при различных значениях расстройки циклотронного резонанса  $\Delta_H$  и амплитуды  $a_0$  (от фазы поля результаты, очевидно, не зависят), а затем провести

интерполяцию рассчитанных зависимостей, можно получить восприимчивость как функцию двух переменных:  $\Phi_0 = \Phi_0(a_0, \Delta_H)$ . На рис. 1.1 представлены вещественная (активная) и мнимая (реактивная) части электронной восприимчивости, рассчитанные при  $\mu = 15.0$ , где  $\mu = \zeta_L / \sqrt{3}$  — безразмерный параметр длины резонатора, определяющий ширину распределения ВЧ поля по уровню  $e^{-1}$ .

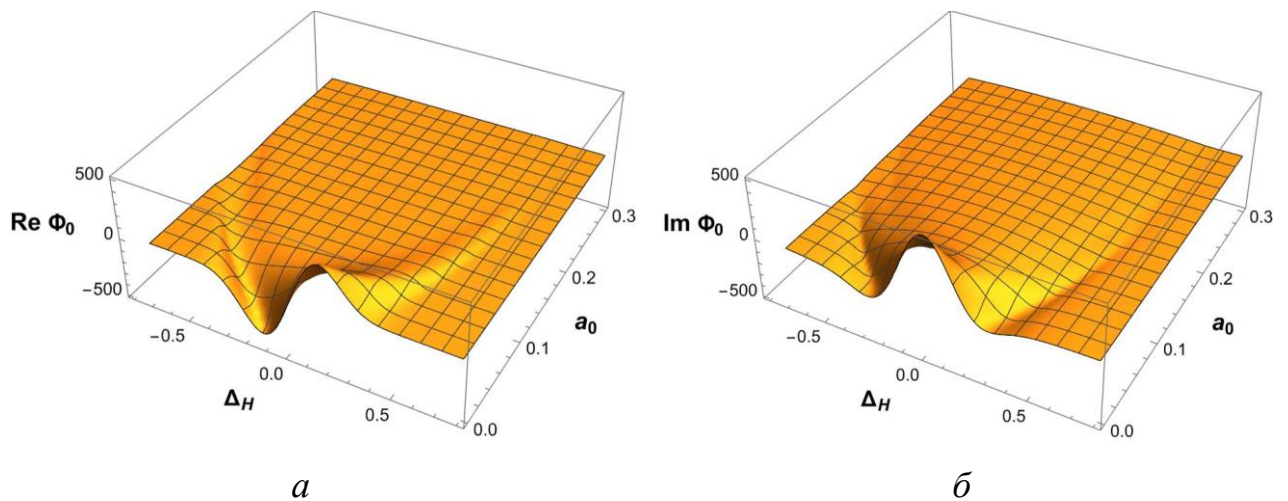


Рис. 1.1. Зависимости активной (а) и реактивной (б) электронной восприимчивости от амплитуды колебаний  $a_0$  и расстройки циклотронного резонанса  $\Delta_H$  при  $\mu = 15.0$ .

Отметим, что в режиме стационарных колебаний из (1.11) следуют уравнения

$$I_0 \operatorname{Re} \Phi_0(a_0, \Delta_H) = 1, \quad (1.14)$$

$$\Omega_0 = I_0 \operatorname{Im} \Phi_0(a_0, \Delta_H) = \frac{\operatorname{Im} \Phi_0(a_0, \Delta_H)}{\operatorname{Re} \Phi_0(a_0, \Delta_H)}. \quad (1.15)$$

Введя в (1.11) вещественные амплитуду и фазу  $A = a \exp(i\varphi)$ , получим систему из двух вещественных уравнений

$$\begin{aligned} \dot{a} + a &= I_0 \operatorname{Re} \Phi_0(a, \Delta_H) a, \\ \dot{\varphi} &= I_0 \operatorname{Im} \Phi_0(a, \Delta_H). \end{aligned} \quad (1.16)$$

Уравнения (1.16) определяют динамическую систему с одной степенью свободы, которую можно исследовать методами теории колебаний. Более того,

первое уравнение системы (1.16) не зависит от фазы и полностью определяет динамику амплитуды колебаний. В частности, нетрудно выполнить анализ устойчивости стационарных решений. Положим  $a = a_0 + \tilde{a}(\tau)$ , где  $\tilde{a}(\tau)$  — малое возмущение, подставим в первое уравнение системы (1.16) и линеаризуем с учетом (1.14). Получим

$$\dot{\tilde{a}} = I_0 \frac{\partial \operatorname{Re} \Phi_0(a_0, \Delta_H)}{\partial a_0} \tilde{a}. \quad (1.17)$$

Из (1.17), очевидно, следует, что решения, для которых  $\partial \operatorname{Re} \Phi_0(a_0, \Delta_H) / \partial a_0 > 0$  неустойчивы, тогда как решения, для которых  $\partial \operatorname{Re} \Phi_0(a_0, \Delta_H) / \partial a_0 < 0$ , устойчивы.

На рис. 1.2 приведены графики  $\operatorname{Re} \Phi_0(a_0, \Delta_H)$  и  $\operatorname{Im} \Phi_0(a_0, \Delta_H)$  при различных значениях расстройки циклотронного резонанса. Сплошными и пунктирными линиями показаны устойчивые и неустойчивые состояния соответственно. Также (1.16) имеет тривиальное решение  $a = 0$ , которое отвечает отсутствию колебаний. Оно, очевидно, устойчиво при  $\partial \operatorname{Re} \Phi_0(0, \Delta_H) / \partial a_0 < 0$  и неустойчиво при  $\partial \operatorname{Re} \Phi_0(0, \Delta_H) / \partial a_0 > 0$ .

Таким образом, как видно из рис. 1.2, при фиксированных значениях параметров  $\Delta_H$  и  $I_0$  уравнение (1.14) может иметь либо единственное устойчивое решение, либо два решения, одно из которых (с большей амплитудой) устойчиво, а другое — неустойчиво. Первая ситуация соответствует мягкому возбуждению автоколебаний, а вторая — жесткому. При жестком возбуждении нулевое состояние остается устойчивым, а генерация колебаний начинается при достаточно большом начальном значении амплитуды, превышающем амплитуду неустойчивого состояния. Жесткое возбуждение возможно при  $\Delta_H \geq \Delta_c \approx 0.25$ . При значениях  $\Delta_H < \Delta_c$  колебания в генераторе возбуждаются мягко.

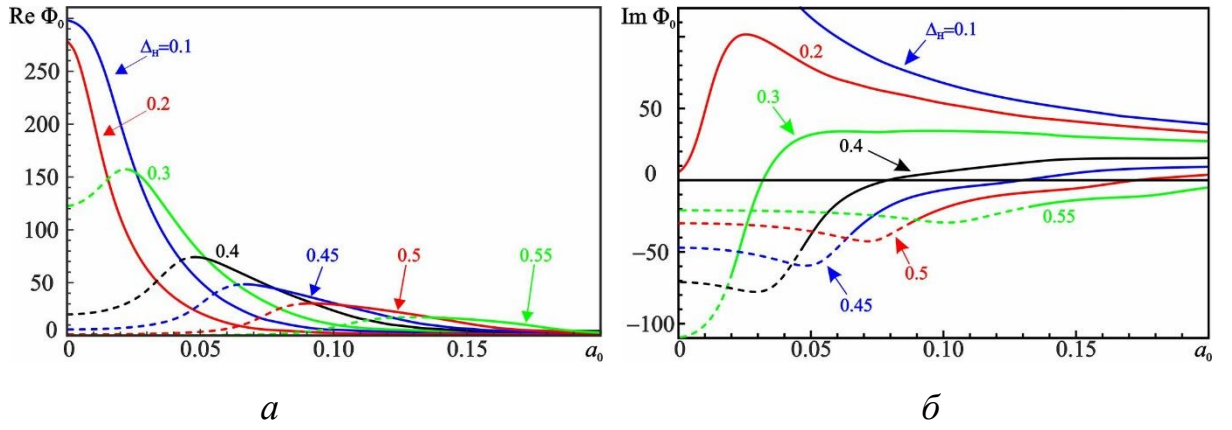


Рис. 1.2. Зависимости активной ( $a$ ) и реактивной ( $b$ ) частей электронной функции восприимчивости от амплитуды при  $\mu=15.0$  и различных значениях параметра циклотронной расстройки  $\Delta_H$ .

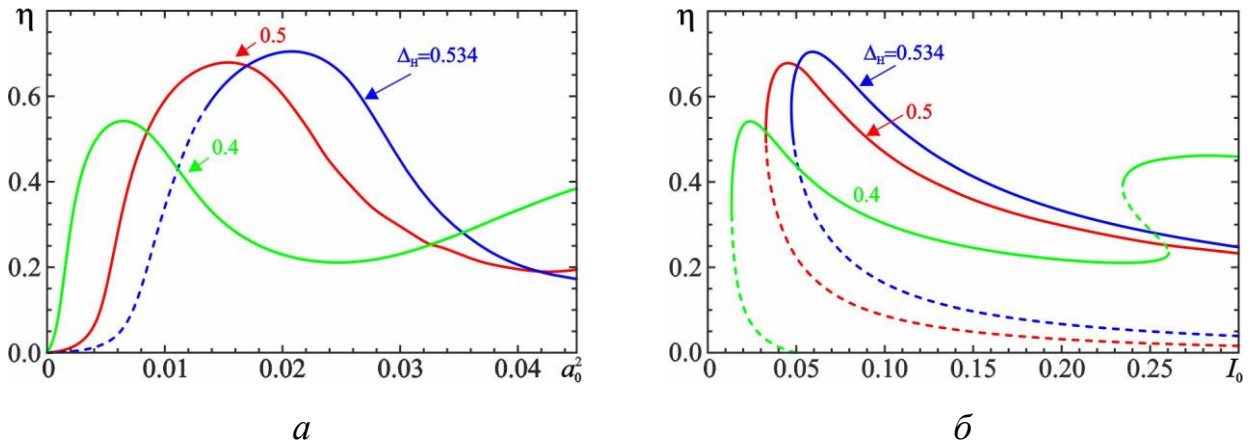


Рис. 1.3. Зависимости поперечного КПД от амплитуды стационарных колебаний ( $a$ ) и от нормированного тока ( $b$ ) при  $\mu = 15.0$  и различных значениях  $\Delta_H$ .

Важной характеристикой является поперечный электронный КПД (т.е. доля вращательной энергии, отдаваемой электронами полю):

$$\eta = 1 - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |p(\zeta_L)|^2 d\phi_0. \quad (1.18)$$

Как известно (см., например, [1,52,53]), в стационарном режиме КПД связан с активной восприимчивостью соотношением

$$\eta = 2 \operatorname{Re} \Phi_0(a_0, \Delta_H) a_0^2 \quad (1.19)$$

На рис. 1.3а показаны зависимости КПД от амплитуды колебаний, рассчитанные согласно формуле (1.19) при трех различных значениях  $\Delta_H$ , а на рис. 1.3б — соответствующие зависимости КПД от параметра тока  $I_0$ .

Зависимости  $\eta(I_0)$  при  $\Delta_H > \Delta_c$  являются неоднозначными, что свидетельствует о жестком характере возбуждения колебаний генератора. Отметим, что условие устойчивости  $\partial \text{Re}\Phi_0(a_0, \Delta_H)/\partial a_0 < 0$  эквивалентно условию  $\partial I_0/\partial a_0 > 0$ , т.е. с увеличением тока амплитуда колебаний нарастает. Для неустойчивого состояния, наоборот,  $\partial I_0/\partial a_0 < 0$ .

Отметим, что, когда амплитуда существенно превышает оптимальное значение, при котором КПД достигает максимума, зависимость  $\eta(I_0)$  может носить достаточно сложный характер, когда появляются новые устойчивые стационарные состояния, т.е. возникает мультистабильность (см., например, кривую для  $\Delta_H = 0.4$  на рис. 1.3б). Подобное поведение (так называемое сложно-жесткое возбуждение) анализировалось, например, в [53]. Однако вопрос о том, насколько физичны эти состояния, остается открытым, и мы ограничимся значениями параметров, при которых они не возникают.

Развитая модель позволяет получить результаты, которые полностью согласуются с результатами расчетов по уравнениям нестационарной теории гиротрона с фиксированной структурой поля (1.1) и (1.6). В работах [54-56] аналогичная модель была использована для анализа взаимной синхронизации в системе двух связанных гиротронов. Однако в [54,55] активная и реактивная восприимчивости выражались как функции амплитуды колебаний при фиксированном значении  $\Delta_H$  с помощью аппроксимаций рациональными функциями. В настоящей диссертации (см. также [56]) восприимчивости определяются при помощи интерполяции рассчитанных зависимостей, что позволяет выразить  $\text{Re}\Phi_0$  и  $\text{Im}\Phi_0$  как функции двух переменных — амплитуды и расстройки циклотронного резонанса.

## 1.2. Уравнения резонансных кривых и условия устойчивости

Описанную выше теоретическую модель нетрудно обобщить на случай, когда гиротрон находится под воздействием внешнего сигнала. С учетом

влияния внешнего сигнала уравнение (1.11) можно записать в виде (см., например, [22,24,28-30,42]):

$$\frac{dA}{d\tau} + A = I_0 \Phi_0(|A|, \Delta_H) A + 2F e^{i\Omega\tau}. \quad (1.20)$$

Здесь  $F$  — амплитуда внешнего сигнала, а

$$\Omega = 2Q_0 \cdot \frac{\omega_{in} - \omega_0}{\omega_0}$$

— безразмерная расстройка между частотой внешнего сигнала  $\omega_{in}$  и опорной частотой  $\omega_0$  (ср. (1.13)). При выбранной нормировке амплитуды внешнего сигнала  $F/|A| \approx \sqrt{P_{in}/P_{out}}$ , где  $P_{in}$  — мощность внешнего сигнала,  $P_{out}$  — выходная мощность гиротрона [22,24].

Сделаем замену  $A \rightarrow A \exp(i\Omega\tau)$ , которая позволяет исключить явную зависимость от времени, и перепишем (1.20) в виде двух уравнений для вещественных амплитуды и фазы:

$$\begin{aligned} \frac{da}{d\tau} + a &= I_0 \operatorname{Re} \Phi_0(a, \Delta_H) a + 2F \cos \varphi, \\ \frac{d\varphi}{d\tau} + \Omega &= I_0 \operatorname{Im} \Phi_0(a, \Delta_H) - \frac{2F}{a} \sin \varphi. \end{aligned} \quad (1.21)$$

Это автономная система с одной степенью свободы, которую можно анализировать на фазовой плоскости, точнее, на фазовом цилиндре ( $\varphi \bmod 2\pi; a$ ). Модель (1.21) позволяет не только провести подробное аналитическое исследование синхронизации и выявить основные бифуркационные механизмы, приводящие к установлению синхронных режимов, но и определить значения важных с практической точки зрения количественных параметров, таких как КПД, ширина полосы синхронизации и т.д.

Для анализа режимов синхронизации рассмотрим особые точки (состояния равновесия) системы (1.21)  $a = a_0$ ,  $\varphi = \varphi_0$ .<sup>1</sup> Для них нетрудно получить соотношение, позволяющее определить амплитуду колебаний как функцию амплитуды и расстройки между частотой внешнего сигнала и опорной частотой, т.е. уравнение резонансных кривых:

$$\left[ \left( 1 - I_0 \operatorname{Re} \Phi_0(a_0, \Delta_H) \right)^2 + \left( \Omega - I_0 \operatorname{Im} \Phi_0(a_0, \Delta_H) \right)^2 \right] a_0^2 = 4F^2 \quad (1.22)$$

Как показано в работах [22,24,40-42], в случае жесткого возбуждения система (1.21) может иметь до пяти особых точек. При малой амплитуде внешнего воздействия  $F$  на базе двух стационарных состояний автономной системы возникают два предельных цикла — устойчивый и неустойчивый. При увеличении  $F$  в результате седлоузловых бифуркаций могут возникать пары особых точек: седло и устойчивый узел на устойчивом цикле и седло и неустойчивый узел — на неустойчивом. Также имеется особая точка, в которую превращается тривиальное состояние равновесия автономной системы. Поскольку в случае жесткого возбуждения нулевое решение автономной системы (1.14) устойчиво, соответствующая неподвижная точка неавтономной системы (1.21) также является устойчивой, по крайней мере при малых амплитудах внешнего воздействия. Амплитуда колебаний в этом режиме мала по сравнению с амплитудой колебаний автономного гиротрона, поэтому будем называть его режимом вынужденных колебаний с малой амплитудой. Более подробное описание динамики системы на фазовой плоскости представлено в разделе 1.3.

Найдем условия устойчивости особых точек. Задавая малые возмущения амплитуды и фазы  $a = a_0 + \tilde{a}$ ,  $\varphi = \varphi_0 + \tilde{\varphi}$  и полагая, что  $\tilde{a}$ ,  $\tilde{\varphi}$  зависят от времени как  $\exp(p\tau)$ , после стандартной процедуры линеаризации придем к характеристическому уравнению:

---

<sup>1</sup> Поскольку при переходе к укороченным уравнениям размерность фазового пространства системы понижается на единицу, особые точки системы (1.21) отвечают режимам периодических колебаний на частоте внешнего воздействия  $\Omega$ , а предельные циклы — двухчастотным квазипериодическим режимам (биениям).



$$\begin{aligned}
& \left( p + 1 - I_0 \operatorname{Re} \Phi_0(a_0, \Delta_H) - I_0 \frac{\partial \operatorname{Re} \Phi_0(a_0, \Delta_H)}{\partial a_0} a_0^2 \right)^2 + \\
& + \left( \Omega - I_0 \operatorname{Im} \Phi_0(a_0, \Delta_H) - I_0 \frac{\partial \operatorname{Im} \Phi_0(a_0, \Delta_H)}{\partial a_0} a_0^2 \right)^2 = \\
& = I_0^2 a_0^4 \left[ \left( \frac{\partial \operatorname{Re} \Phi_0(a_0, \Delta_H)}{\partial a_0} \right)^2 + \left( \frac{\partial \operatorname{Im} \Phi_0(a_0, \Delta_H)}{\partial a_0} \right)^2 \right].
\end{aligned}$$

Ему можно придать вид

$$p^2 + 2kp + q = 0, \quad (1.23)$$

где введены обозначения

$$k = 1 - I_0 \operatorname{Re} \Phi_0(a_0, \Delta_H) - I_0 \frac{\partial \operatorname{Re} \Phi_0(a_0, \Delta_H)}{\partial a_0} a_0^2, \quad (1.24)$$

$$\begin{aligned}
q = & \left[ 1 - I_0 \operatorname{Re} \Phi_0(a_0, \Delta_H) - I_0 \frac{\partial \operatorname{Re} \Phi_0(a_0, \Delta_H)}{\partial a_0} a_0^2 \right]^2 + \\
& + \left[ \Omega - I_0 \operatorname{Im} \Phi_0(a_0, \Delta_H) - I_0 \frac{\partial \operatorname{Im} \Phi_0(a_0, \Delta_H)}{\partial a_0} a_0^2 \right]^2 - \\
& - I_0^2 \left[ \left( \frac{\partial \operatorname{Re} \Phi_0(a_0, \Delta_H)}{\partial a_0} \right)^2 + \left( \frac{\partial \operatorname{Im} \Phi_0(a_0, \Delta_H)}{\partial a_0} \right)^2 \right] a_0^4.
\end{aligned} \quad (1.25)$$

Аналогичные соотношения были получены ранее в [22,24]. Граница, на которой узлы превращаются в фокусы, задается соотношением  $k^2 = q$ .

Согласно критерию Рауса–Гурвица (см., например, [19-21]), условия устойчивости особой точки в случае характеристического уравнения (1.23) имеют вид

$$k > 0, \quad q > 0. \quad (1.26)$$

Первое из этих условий дает границу бифуркации Андронова–Хопфа, т.е. бифуркацию рождения предельного цикла из состояния равновесия. Очевидно, что на плоскости  $(\Omega, a_0)$  данная граница представляет собой горизонтальную прямую. Второе условие дает границу седлоузловой бифуркации. В контексте задачи о синхронизации генератора внешним гармоническим сигналом эти

бифуркации соответствуют известным механизмам подавления (гашения) и захвата частоты [19,20].

С помощью соотношения (1.22) можно построить семейство резонансных кривых при различных значениях амплитуды внешнего сигнала  $F$ , а также нанести на них границы устойчивости согласно (1.24)-(1.26). Также можно построить границы устойчивости на плоскости  $(\Omega, F)$ , т.е. языки синхронизации. Картина резонансных кривых и языков синхронизации обсуждается в следующих разделах. Подчеркнем, что для этого нет необходимости проводить численное моделирование системы (1.21) как таковой. Все необходимые результаты могут быть получены автоматически при помощи современных пакетов компьютерной математики. В данной работе для этой цели используется пакет Wolfram Mathematica.

### **1.3. Анализ синхронизации гиротрона при изменении параметров внешнего воздействия**

#### **1.3.1. Картина резонансных кривых и языков синхронизации**

В теории колебаний принято анализировать процессы перехода в режим синхронизации при изменении параметров внешнего сигнала, т.е. его амплитуды и частоты [18-21]. Остальные параметры выберем следующим образом. Выражение (1.19) определяет КПД как функцию расстройки циклотронного резонанса и амплитуды колебаний:  $\eta = \eta(a_0, \Delta_H)$ . Определим значения параметров, при которых достигается максимум КПД. Для этого необходимо одновременное обращение в нуль частных производных  $\partial\eta/\partial a_0 = 0$  и  $\partial\eta/\partial \Delta_H = 0$ . Расчет показывает, что при  $\mu = 15.0$  эти условия выполняются при  $\Delta_H = \Delta_{\max} \approx 0.534$  и  $a_0 = a_{\max} \approx 0.144$ . При этом КПД достигает максимального значения  $\eta_{\max} \approx 0.706$ . Отметим, что при наличии внешнего сигнала значения  $a_{\max}$  и  $\Delta_{\max}$  не изменятся. Однако в системе (1.21) управляющим параметром является не амплитуда колебаний, а безразмерный параметр тока  $I_0$ . Из соотношения (1.14) найдем, что в автономном гиротроне

амплитуда колебаний принимает значение  $a_{\max}$  при  $I_0 = 1/\text{Re}\Phi_0(a_{\max}, \Delta_{\max}) \approx 0.059$ .

Итак, исследуем режимы синхронизации модели (1.21) в случае, когда в автономном генераторе КПД достигает максимума, т.е.  $\Delta_H = 0.534$ ,  $I_0 = 0.059$ . На рис. 1.4а показаны резонансные кривые, т.е. зависимости амплитуды колебания от частоты при различных значениях  $F$ . При  $F = 0$  резонансные кривые вырождаются в две точки, которые соответствуют устойчивому и неустойчивому предельным циклам автономной системы. На рис. 1.4а они показаны черными кружками. При малых  $F$  резонансные кривые состоят из трех ветвей: две верхние ветви охватывают точки, соответствующие автономным колебаниям, третья ветвь располагается вблизи горизонтальной оси. При увеличении  $F$  вначале соединяются две верхние ветви, затем они соединяются с нижней ветвью. На рис. 1.4а также нанесена так называемая скелетная кривая  $\Omega = I_0 \text{Im}\Phi_0(a_0, \Delta_H)$ , которая задает зависимость собственной частоты автономной генерации от амплитуды (см. (1.15)). Она показана оранжевой штриховой линией. На этой кривой лежат максимумы резонансных кривых, а также точки смыкания ветвей резонансных кривых, которые показаны белыми кружками.

Значения  $F = F_c$ , при которых происходит смыкание ветвей резонансных кривых, можно определить следующим образом. Поскольку эти точки лежат на скелетной кривой, из уравнения (1.22) имеем

$$F = -\frac{1}{2}(1 - I_0 \text{Re}\Phi_0(a_0, \Delta_H))a_0 \quad (1.27)$$

Нули этой функции дают значения точек, которые соответствуют устойчивому и неустойчивому предельным циклам автономной системы, а локальные экстремумы задают значения  $F_c(a_0)$  [42]. Из соотношения

$$\frac{dF}{da_0} = -\frac{1}{2}(1 - I_0 \text{Re}\Phi_0(a_0, \Delta_H)) + \frac{I_0}{2} \frac{\partial \text{Re}\Phi_0}{\partial a_0} a_0 = 0 \quad (1.28)$$

можно найти значения  $a_0$  и, подставив в (1.27), определить соответствующие значения  $F_c$ . При выбранных значениях параметров  $F_{c1} \approx 0.074$  и  $F_{c2} \approx 0.126$ .

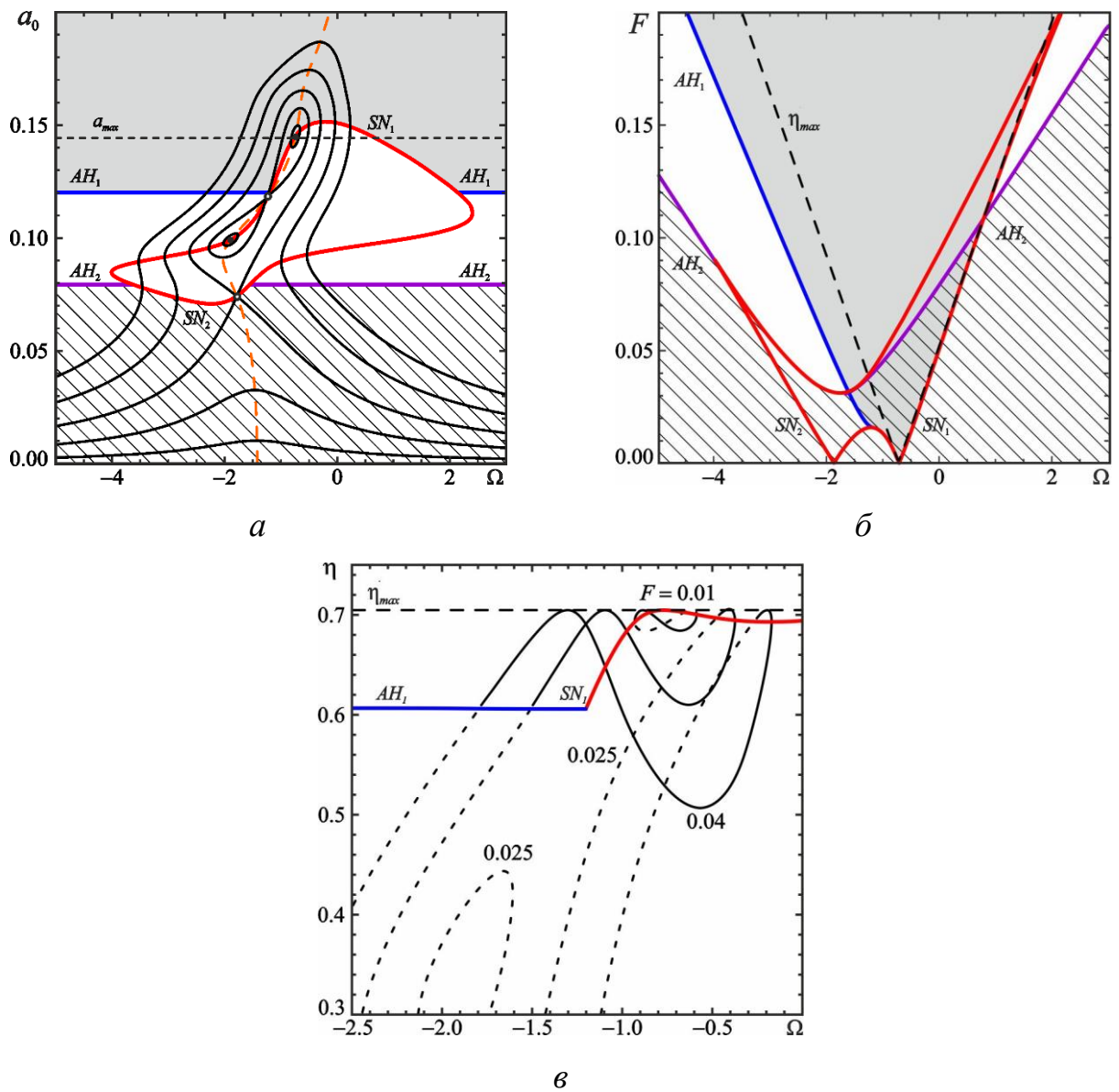


Рис. 1.4. Резонансные кривые (а), границы областей синхронизации (б) и зависимости  $\eta(\Omega)$  (в) при  $\mu = 15.0$ ,  $\Delta_H = 0.534$  и  $I_0 = 0.059$ , когда в автономном генераторе реализуется максимальное значение КПД.

Также на рис. 1.4а нанесены границы устойчивости, т.е. кривые, на которых выполняются условия седлоузловой бифуркации и бифуркации Андронова-Хопфа ( $q = 0$  и  $k = 0$ , где  $k$  и  $q$  определяются соотношениями (1.24) и (1.25) соответственно). Первая из них представляет собой замкнутую кривую, которая проходит через точки, соответствующие автономным колебаниям, и

точки смыкания ветвей резонансных кривых. Она, очевидно, пересекает резонансные кривые в тех точках, где касательная к ним вертикальна. Граница бифуркации Андронова–Хопфа представляет собой две горизонтальные прямые.

Как видно из рис. 1.4а, имеются две области устойчивых стационарных состояний. Верхняя, закрашенная серым, область соответствует режимам синхронизации, а нижняя заштрихованная область — режимам вынужденных колебаний с малой амплитудой (подробнее см. [42]). Действительно, в автономной системе тривиальное состояние с нулевой амплитудой является устойчивым. При подаче в резонатор внешнего сигнала оно эволюционирует в режим вынужденных колебаний с малой амплитудой.

Соотношения (1.24), (1.25) совместно с уравнением резонансных кривых (1.22) задают в параметрическом виде границы областей синхронизации на плоскости  $(\Omega, F)$ , которые представлены на рис. 1.4б. Как и на рис. 1.4а, область синхронизации закрашена серым, область вынужденных колебаний заштрихована. Из рис. 1.4б видно, что линия седлоузловой бифуркации образует два «языка»: правый ( $SN_1$ ) опирается на горизонтальную ось в точке, соответствующей частоте движения по устойчивому предельному циклу (т.е. частоте колебаний автономного гиротрона), левый ( $SN_2$ ) — в точке, отвечающей частоте движения по неустойчивому циклу. При движении снизу вверх по плоскости  $\Omega, F$  пересечение линии  $SN_1$  соответствует рождению седла и устойчивого узла на устойчивом цикле (синхронизация посредством захвата частоты), а при пересечении линии  $SN_2$  происходит рождение седла и неустойчивого узла на неустойчивом цикле.

При увеличении  $F$  два отдельных языка сливаются в один. Как показано в работах [40–42], такое поведение характерно для синхронизации автоколебательной системы с жестким возбуждением в случае большой неизохронности. При слабой неизохронности языки отделены друг от друга, т.е. линия седлоузловой бифуркации состоит из двух отдельных частей. При

выбранном значении параметра  $I_0$  слияние языков начинается при  $\Delta_H \approx 0.505$ . Бифуркационный сценарий такого слияния подробно обсуждался в [40,41].

Таким образом, область синхронизации на рис. 1.4б ограничивается линиями  $SN_1$  и  $AH_1$ , она соответствует границе верхней устойчивой области на рис. 1.4а. Область вынужденных колебаний с малой амплитудой ограничена линией седлоузловой бифуркации, а также линией  $AH_2$ , которая является линией обратной бифуркации Андронова-Хопфа. При ее пересечении неустойчивый предельный цикл стягивается в точку, которая отвечает режиму вынужденных колебаний, в результате чего последняя теряет устойчивость.

На рис. 1.4а горизонтальная штриховая линия задает значение амплитуды  $a_{\max} \approx 0.144$ , при котором реализуется максимум КПД  $\eta_{\max} \approx 0.706$ . Полезно также нанести аналогичную линию на рис. 1.4б, что можно сделать, подставив  $a_0 = a_{\max}$  в уравнение резонансных кривых (1.22). Как видно из рис. 1.4а, линия  $a_0 = a_{\max}$  в данном случае проходит через точку, соответствующую автономным колебаниям. При подаче внешнего сигнала значение амплитуды изменяется, поэтому КПД в режиме синхронизации уменьшается.

Полезно также перестроить резонансные кривые в виде зависимостей КПД от частотной расстройки, что представляется более интересным с практической точки зрения. На рис. 1.4в эти зависимости показаны при различных значениях амплитуды внешнего воздействия. КПД определялся по формуле (1.19). Устойчивые состояния показаны сплошными линиями, неустойчивые — штриховыми. Также на этот рисунок нанесены линии седлоузловой бифуркации и бифуркации Андронова-Хопфа. Поскольку выбрано такое значение параметра  $I_0$ , при котором в автономной системе достигается максимум КПД, в режиме синхронизации КПД в целом уменьшается. При малых значениях  $F$  зависимость  $\eta(\Omega)$  имеет вид лемнискаты. Имеются две точки, в которых она касается прямой  $\eta = \eta_{\max}$  (они соответствуют точкам пересечения резонансной кривой с горизонтальной штриховой линией на рис. 1.4а). При увеличении амплитуды внешнего

воздействия полоса синхронизации расширяется, т.е. увеличивается область частот, в которой режим синхронизации устойчив. Однако на зависимости  $\eta(\Omega)$  начинает образовываться все более глубокий провал, хотя по-прежнему имеются точки, в которых КПД достигает значения  $\eta_{\max}$ . В целом представляется, что данная ситуация далека от оптимальной. Отметим, что похожий характер зависимостей  $\eta(\Omega)$  отмечался в [42], а также в [26], где исследование синхронизации гиротрона проводилось на основе теории с нефиксированной структурой поля.

Рассмотрим, как изменяется картина резонансных кривых и языков синхронизации при увеличении или уменьшении параметра тока. На рис. 1.5 построены аналогичные зависимости при  $I_0 = 0.05$ . Как видно из рис. 1.5а, б, качественно резонансные кривые и языки синхронизации не меняются. Зависимости  $\eta(\Omega)$  становятся более однородными (см. рис. 1.5в). Поскольку рассматриваемый случай соответствует меньшему значению КПД в автономной системе, то, пока амплитуда внешнего сигнала невелика, амплитуда колебаний меньше  $a_{\max}$ . С ростом  $F$  амплитуда колебаний увеличивается и, соответственно, увеличиваются значения КПД. При  $F \approx 0.01$  в центре полосы синхронизации амплитуда колебаний близка к  $a_{\max}$ . Зависимость  $\eta(\Omega)$  имеет в этой области плоский участок, на котором КПД близок к максимально возможному. При дальнейшем увеличении  $F$  в центре полосы синхронизации появляется провал, т.е. зависимости  $\eta(\Omega)$  приобретают такой же вид, как на рис. 1.5в.

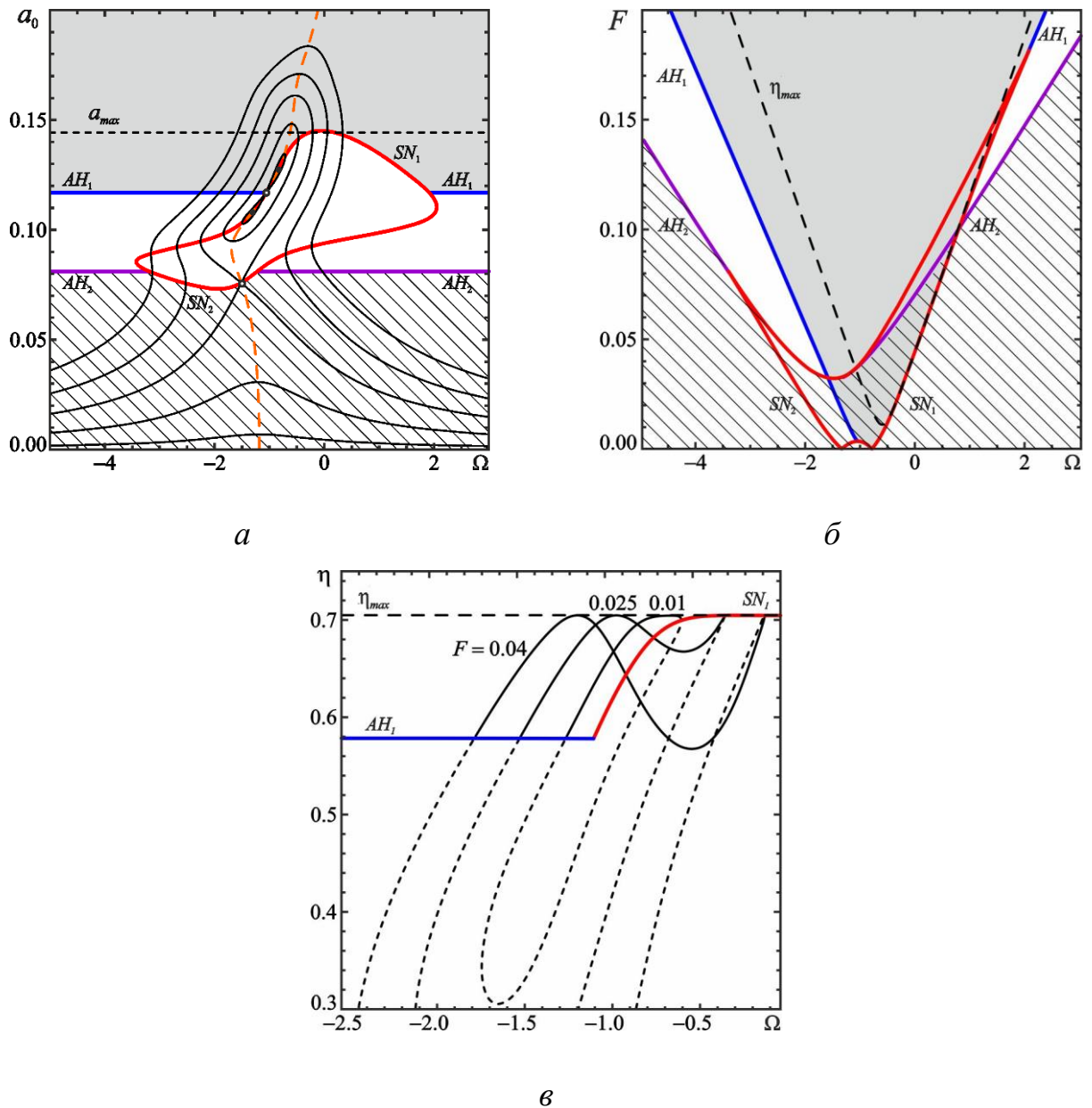


Рис. 1.5. Резонансные кривые (*a*), границы областей синхронизации (*б*), зависимость  $\eta(\Omega)$  (*в*) при  $I_0 = 0.05$ . Остальные параметры те же, что на рис. 1.4.

Далее рассмотрим ситуацию, когда значение параметра тока  $I_0 = 0.07$ , что превышает оптимальное для автономного гиротрона. При таком значении  $I_0$  КПД в автономном режиме незначительно (примерно на 2%, см. рис. 1.3б) меньше максимального. На рис. 1.6 представлены зависимости, аналогичные рис. 1.4, 1.5. Картина резонансных кривых (рис. 1.6а) и структура областей синхронизации (рис. 1.6б) принципиально не изменились. Однако характер зависимостей КПД от расстройки (рис. 1.6в) изменился довольно сильно.



Теперь устойчивые состояния лежат ниже, а неустойчивые — выше линии седлоузловой бифуркации. Хотя вблизи левой границы полосы синхронизации КПД приближается к максимальному значению 0.706, зависимости  $\eta(\Omega)$  являются сильно неравномерными, с большими перепадами, и в целом КПД снижается по сравнению с предыдущим случаем, т.е. данная ситуация неблагоприятна для синхронизации.

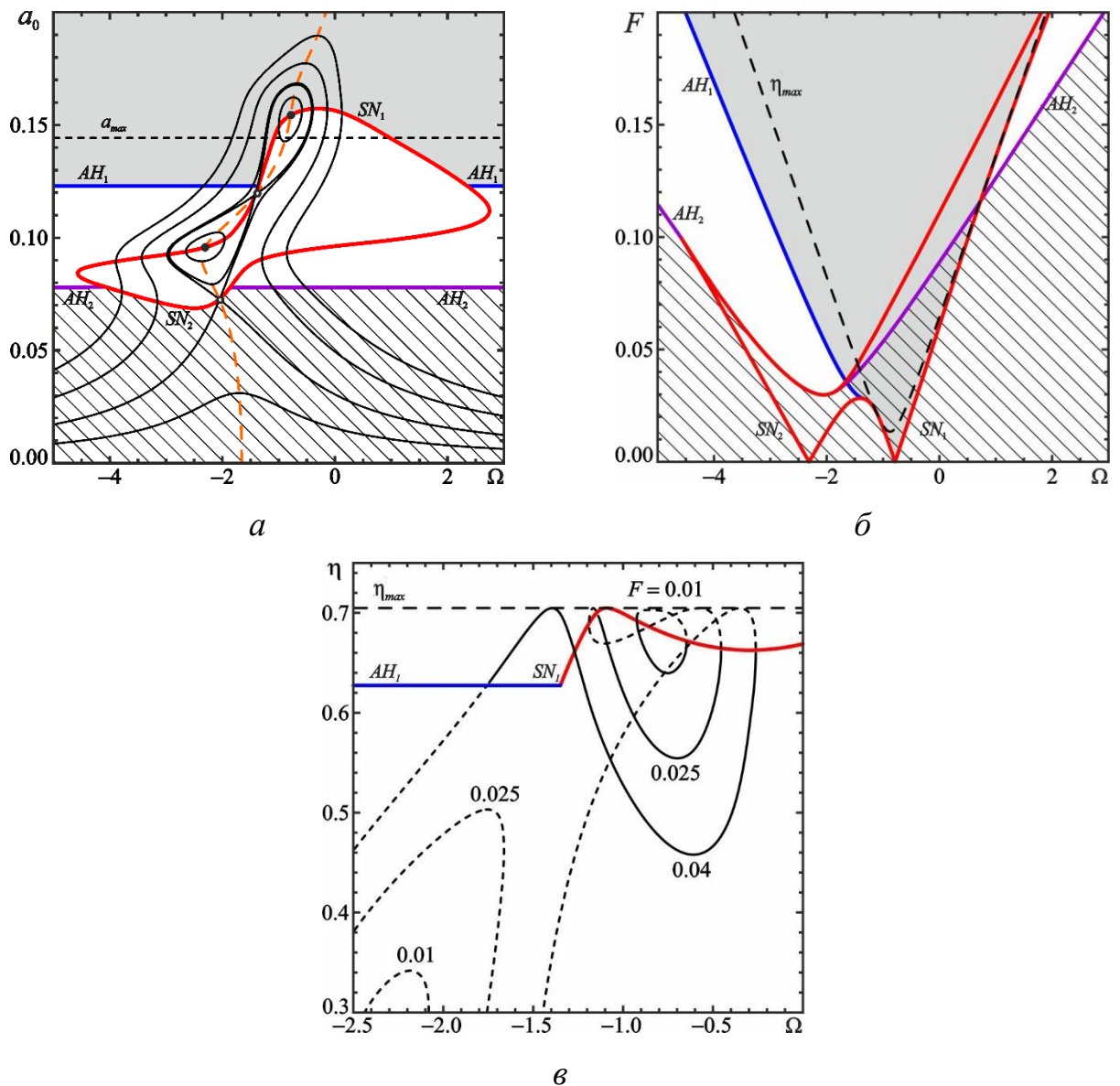


Рис. 1.6. Резонансные кривые (*a*), границы областей синхронизации (*б*), зависимость  $\eta(\Omega)$  (*в*) при  $I_0 = 0.07$ . Остальные параметры те же, что на рис. 1.4.

### 1.3.2. Особенности динамики гиротрона в режиме регенеративного усиления

Интерес представляет случай, когда ток находится ниже порога жесткого возбуждения,

$$\hat{I}_0 = \frac{1}{\operatorname{Re} \Phi_{\max}(\Delta_H)} \quad (1.29)$$

где  $\operatorname{Re} \Phi_{\max}$  — максимальное значение действительной части функции восприимчивости при фиксированном значении расстройки циклотронного резонанса  $\Delta_H$  (см. рис. 1.3б), т.е. в автономной системе колебания невозможны. При выбранном значении расстройки  $\Delta_H = 0.534$  нетрудно найти, что  $\hat{I}_0 \approx 0.047$ . Однако при воздействии внешнего сигнала возможно возбуждение колебаний, амплитуда которых почти так же велика, как и в режиме жесткого возбуждения. Следуя работе [42], будем называть такой режим режимом регенеративного усиления.

В качестве примера рассмотрим случай  $I_0 = 0.04$ . Соответствующие резонансные кривые и области устойчивости представлены на рис. 1.7. Вид резонансных кривых на рис. 1.7а больше похож на случай мягкого возбуждения. Однако по-прежнему имеются области устойчивых колебаний с малой и большой амплитудой. Границами областей устойчивости служат линии седлоузловой бифуркации и бифуркации Андронова-Хопфа, которые качественно имеют тот же вид, что и на рис. 1.4а, 1.5а и 1.6а.

На рис. 1.7б представлены области устойчивости на плоскости параметров внешнего сигнала. Видно, что линия седлоузловой бифуркации отрывается от горизонтальной оси, образуя характерную для теории катастроф особенность «губы» [57]. Подобное поведение отмечалось ранее в [40-42]. Таким образом, возникновение колебаний с большой амплитудой возможно лишь, когда амплитуда внешнего сигнала превышает некоторый порог.

На рис. 1.7в приведены примеры зависимостей КПД от расстройки частот. При малых  $F$  эти зависимости являются выпуклыми. При  $F = 0.025$  имеется плоский горизонтальный участок, на котором КПД достигает

максимума. При увеличении  $F$  полоса синхронизации расширяется, однако на зависимости  $\eta(\Omega)$  начинает образовываться провал.

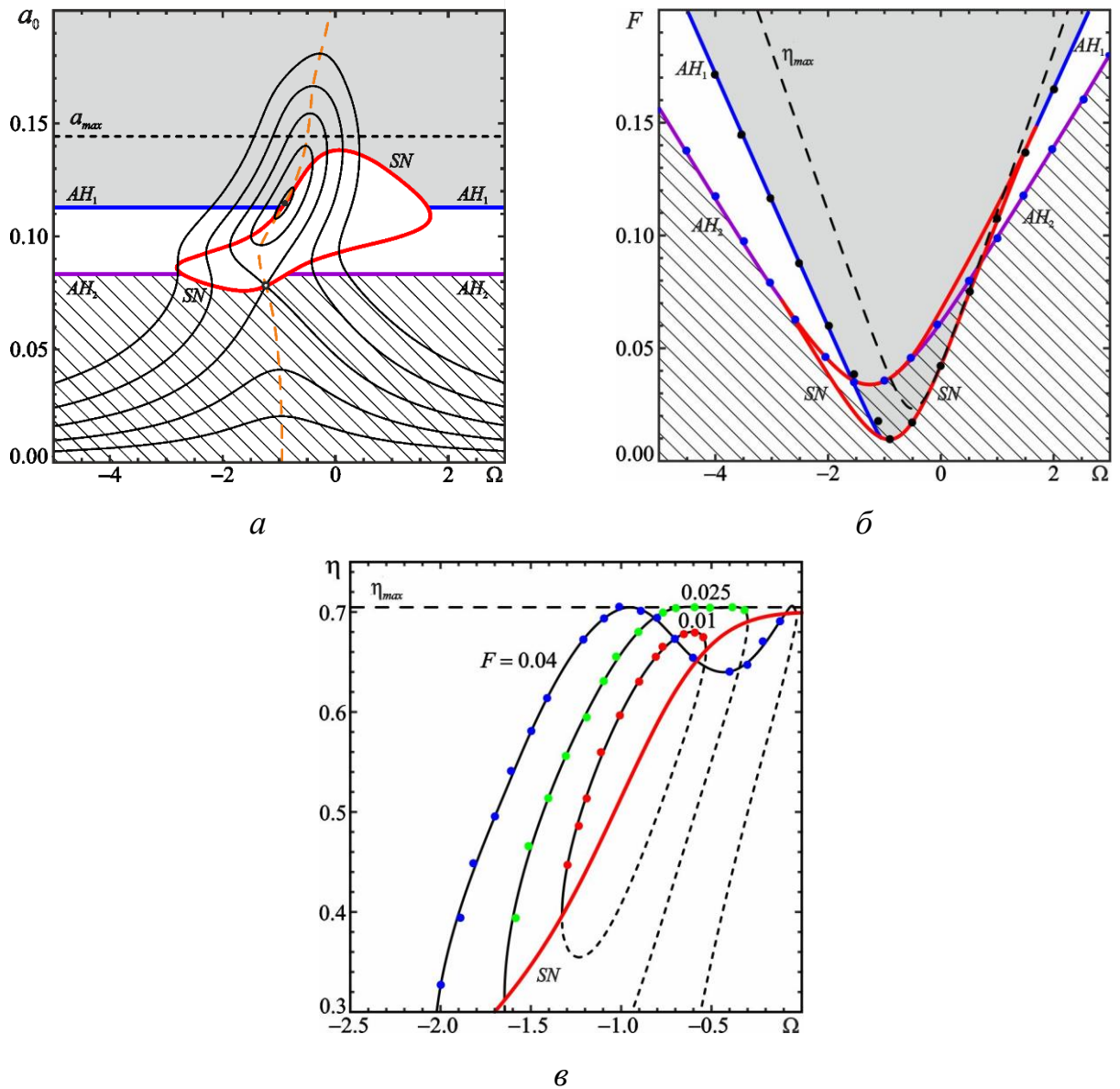


Рис. 1.7. Резонансные кривые (а), границы областей синхронизации (б), зависимость  $\eta(\Omega)$  (в) при  $I_0 = 0.04$ , когда реализуется режим регенеративного усиления. Кружками показаны результаты численного моделирования. Остальные параметры те же, что и на рис. 1.4.

Отметим, что, в отличие от рассмотренных в разделе 1.3.1 случаев, линия максимального значения КПД полностью лежит в области устойчивости синхронного режима, что хорошо видно на рис. 1.7а. Таким образом, если одновременно изменять и частоту, и мощность внешнего сигнала, двигаясь вдоль пунктирной линии на рис. 1.7б, можно реализовать режим с

максимальным значением КПД  $\eta_{\max}$  и перестройкой частоты в пределах всей полосы синхронизации. Возможности перестройки частоты ограничиваются только мощностью входного сигнала.

Отметим, что теоретические результаты полностью согласуются с результатам численного моделирования на основе нестационарной теории гиротрона с фиксированной структурой поля (уравнения (1.1), (1.4), (1.12), (1.20)). На рис. 1.7б, в численные результаты показаны кружками.

### 1.3.3. Анализ динамики синхронных режимов на фазовой плоскости

Проведенный в разделе 1.2 анализ устойчивости особых точек показал, что синхронизация возникает либо в результате седлоузловой бифуркации, либо в результате бифуркации Андронова–Хопфа, которые соответствуют известным механизмам синхронизации посредством захвата и подавления [18-21]. Однако приведенная выше картина резонансных кривых и языков синхронизации показывает, что при изменении параметров внешнего сигнала должны наблюдаться достаточно сложные и нетривиальные последовательности бифуркаций. В особенности это относится к области, в которой имеет место мультстабильность, т.е. там, где перекрываются закрашенная серым и заштрихованная области на рис. 1.4б-1.7б. Для более детального анализа бифуркационных сценариев перехода в режим синхронизации построим фазовые портреты при различных параметрах внешнего сигнала. Их удобно строить на фазовом цилиндре в координатах  $(\varphi \bmod 2\pi; a)$ . Выберем те же параметры, что и на рис. 1.4: расстройка циклотронного резонанса  $\Delta_H = 0.534$ , безразмерный параметр тока  $I_0 = 0.059$ . На рис. 1.8а нанесены линии различных бифуркаций на плоскости параметров  $\Omega, F$  (ср. рис. 1.4б), на рис. 1.8б показан увеличенный фрагмент этого рисунка. Также на рис. 1.8а отмечены точки, для которых были построены фазовые портреты, представленные на рис. 1.9-1.13.

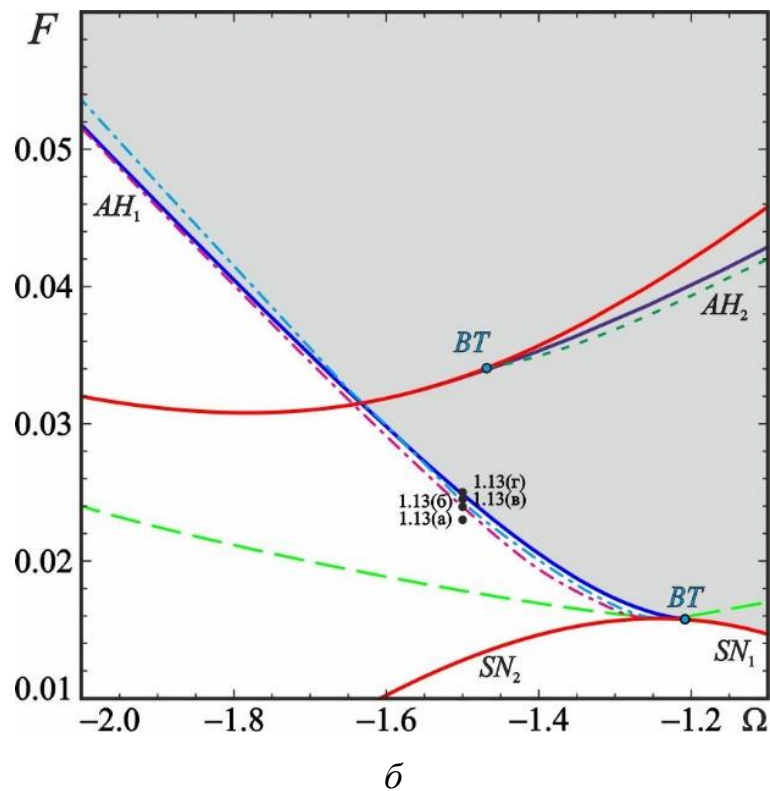
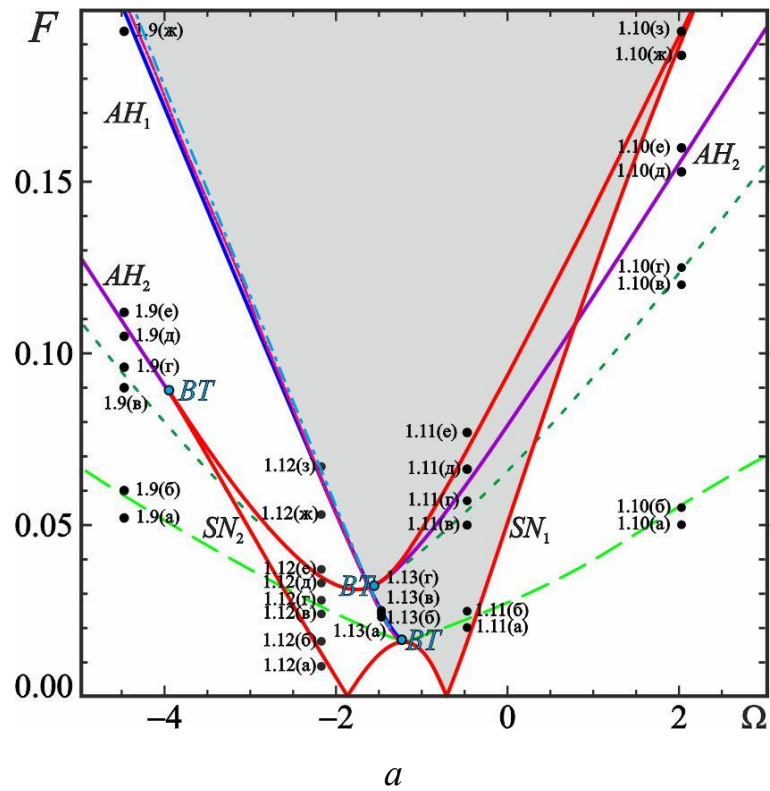


Рис. 1.8. Границы областей синхронизации с нанесенными линиями нелокальных бифуркаций и отмеченными точками, в которых строились фазовые портреты, представленные на рис. 1.9-1.13 при  $\Delta_H = 0.534$ ,  $I_0 = 0.059$ . *BT* — точки Богданова–Тakensа.

Рассмотрим вначале случай большой расстройки  $\Omega = -4.5$ . Согласно рис. 1.4б, при увеличении  $F$  должны наблюдаться обратная и прямая

бифуркации Андронова–Хопфа. Однако в действительности наблюдается сложная последовательность бифуркаций, включая нелокальные бифуркации предельных циклов. Соответствующие фазовые портреты представлены на рис. 1.9. Если амплитуда внешнего воздействия мала, на фазовой плоскости существуют устойчивый и неустойчивый предельные циклы, охватывающие фазовый цилиндр (т.е. фаза колебаний демонстрирует бесконечный дрейф). Такие циклы называют нестягиваемыми. На рис. 1.9а они показаны красным и синим цветом соответственно.

Устойчивый цикл соответствует режиму биений.<sup>2</sup> Также имеется устойчивая точка  $O$ , показанная красным цветом и соответствующая режиму вынужденных колебаний. Неустойчивый цикл разделяет бассейны притяжения двух имеющихся аттракторов. Отметим, что на фазовой плоскости также имеется негрубая фазовая траектория, которая стремится в точку  $a = 0$ ,  $\varphi = \pi$ . Она показана на фазовых портретах пунктирной линией.

При увеличении амплитуды внешнего сигнала происходят две нелокальные бифуркации предельных циклов. На рис. 1.8а, б они показаны штриховой и пунктирной линиями. При первой нелокальной бифуркации происходит столкновение устойчивого и неустойчивого циклов, в результате чего они исчезают. Единственным аттрактором остается точка  $O$  типа устойчивый фокус (рис. 1.9 б, в). Затем происходит рождение новой пары циклов — устойчивого и неустойчивого — из сгущения фазовых траекторий (рис. 1.9г). Неустойчивый цикл становится стягиваемым (т.е. фаза колебаний меняется в конечных пределах) и постепенно уменьшается в размерах (рис. 1.9д). При пересечении границы обратной бифуркации Андронова–Хопфа неустойчивый предельный цикл стягивается в точку  $O$ , которая становится неустойчивой (рис. 1.9е).

---

<sup>2</sup> Напомним, что мы анализируем систему укороченных уравнений, в которой периодическим колебаниям соответствуют особые точки, а квазипериодическим — предельные циклы, см. примечание 1.

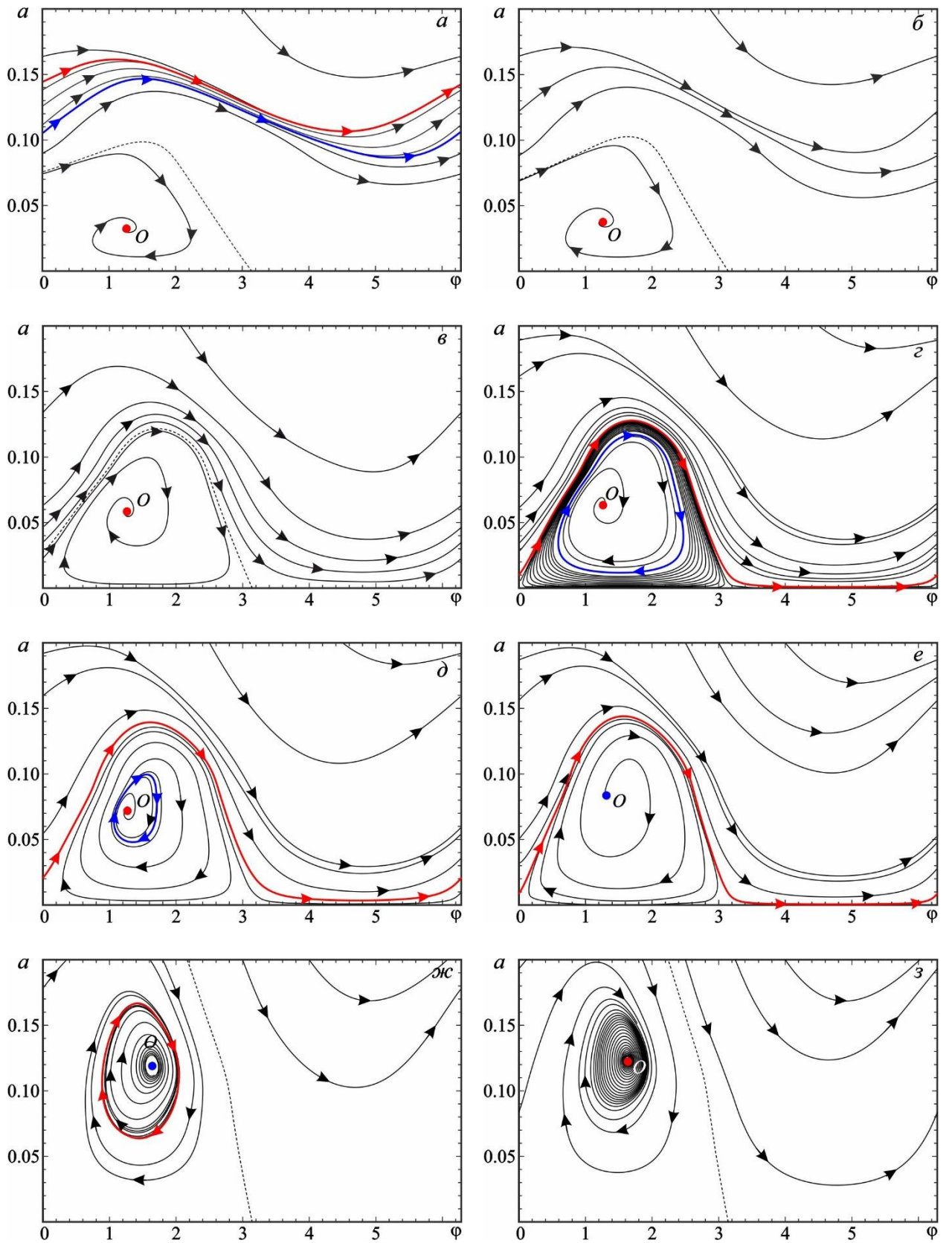


Рис. 1.9. Фазовые портреты, иллюстрирующие переход к синхронизации при больших отрицательных значениях расстройки:  $\Delta_H = 0.534$ ,  $I_0 = 0.059$ ,  $\Omega = -4.5$ ,  $F = 0.052$  (*a*), 0.06 (*б*), 0.09 (*в*), 0.096 (*г*), 0.105 (*д*), 0.112 (*е*), 0.196 (*ж*), 0.209 (*з*). Соответствующие значения параметров внешнего сигнала показаны на рис. 1.8 точками.

Дальнейшее поведение системы напоминает традиционный сценарий подавления (гашения) собственных колебаний [18-21]. При приближении к линии прямой бифуркации Андронова–Хопфа  $AH_1$  устойчивый предельный цикл становится стягиваемым. Теперь он лежит на боку фазового цилиндра, окружая особую точку (рис. 1.9ж). Поскольку фаза  $\varphi$  не дрейфует, а колеблется в конечном интервале, такое поведение иногда называют квазисинхронизацией [58]. Затем цикл стягивается в точку  $O$ , после чего на фазовом портрете остается только одна устойчивая точка (рис. 1.9з).

Аналогичные трансформации претерпевает система при увеличении амплитуды внешнего сигнала при больших положительных значениях расстройки (рис. 1.10). При увеличении  $F$  вначале происходит исчезновение устойчивого и неустойчивого циклов (рис. 1.10а, б), затем рождение новой пары циклов из сгущения фазовых траекторий (рис. 1.10в, г) и обратная бифуркация Андронова–Хопфа (рис. 1.10д, е). Однако ситуация отличается от предыдущего случая тем, что в этой области (при  $\Omega < 2.4$ ) переходу в режим синхронизации предшествует седлоузловая бифуркация.

Как видно из рис. 1.10ж, при приближении к границе седлоузловой бифуркации точка  $O$  из неустойчивого фокуса превращается в неустойчивый узел. Далее происходит седлоузловая бифуркация, когда на устойчивом цикле рождаются седло  $S$  и устойчивый узел  $N_s$ , что соответствует переходу в режим синхронизации посредством захвата частоты. Зеленым цветом показаны устойчивые многообразия седла. При дальнейшем увеличении  $F$  происходит еще одна седлоузловая бифуркация: седло  $S$  и неустойчивый узел  $O$  сливаются и исчезают. После этого на фазовой плоскости остается единственное состояние равновесия — устойчивый узел  $N_s$ .



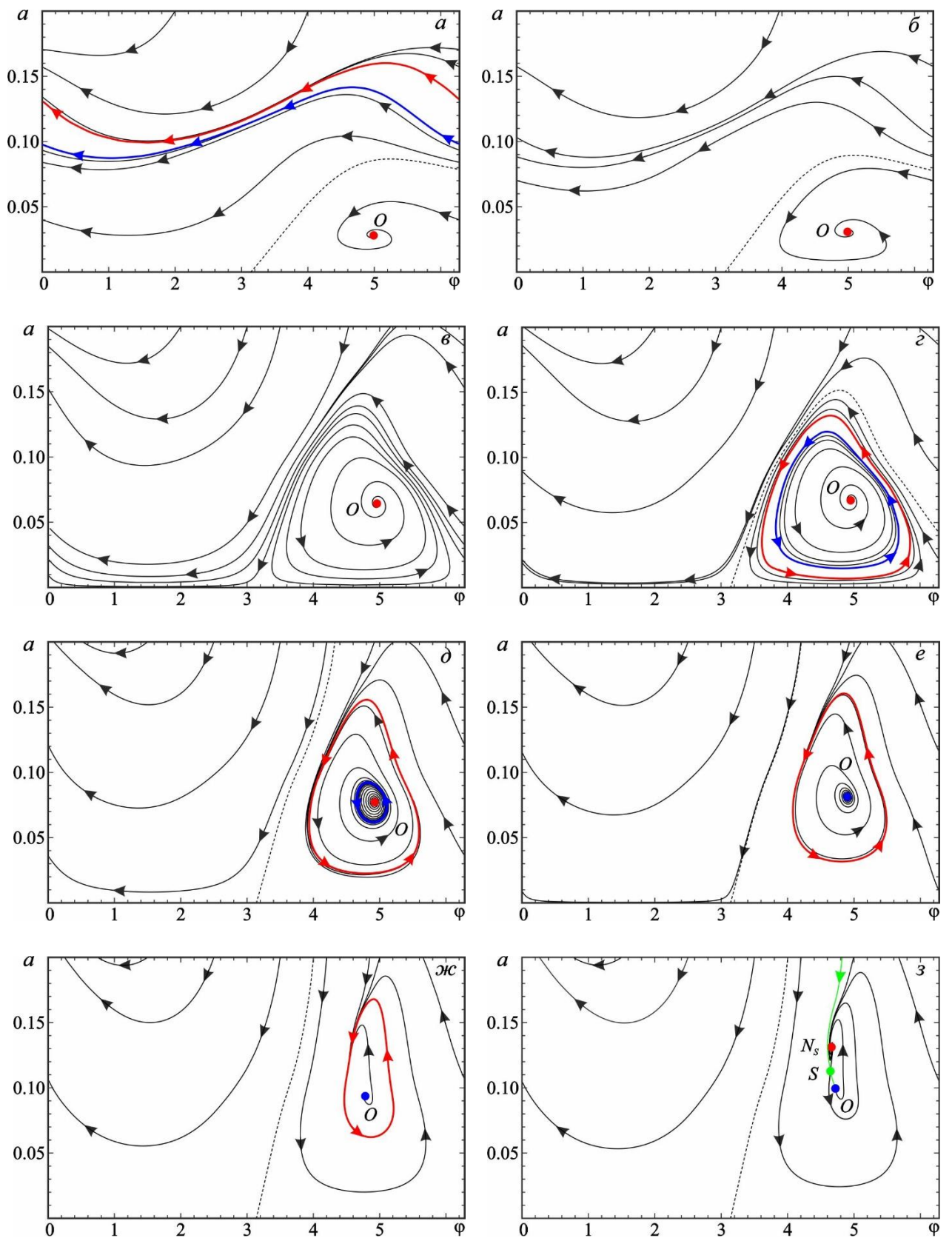


Рис. 1.10. Фазовые портреты, иллюстрирующие переход к синхронизации при больших положительных значениях расстройки:  $\Delta_H = 0.534$ ,  $I_0 = 0.059$ ,  $\Omega = 2.0$ ,  $F = 0.05$  (a), 0.055 (б), 0.12 (в), 0.126 (г), 0.15 (д), 0.16 (е), 0.187 (ж), 0.1924 (з). Соответствующие значения параметров внешнего сигнала показаны на рис. 1.8 точками.

Далее рассмотрим случай  $\Omega = -0.5$ , что близко к основанию языка синхронизации на рис. 1.8а. В этом случае наблюдается механизм захвата частоты. Когда мы пересекаем снизу вверх линию  $SN_1$ , что происходит уже при достаточно малой амплитуде внешнего воздействия, на устойчивом цикле появляются седло  $S$  и устойчивый узел  $N_s$  (рис. 1.11а). Он соответствует режиму синхронизации. Кроме того, устойчивой является точка  $O$ , которая соответствует режиму вынужденных колебаний с малой амплитудой. Неустойчивый предельный цикл разграничивает бассейны притяжения двух аттракторов. Бассейн притяжения устойчивого узла  $N_s$  показан серым цветом. Таким образом, для того чтобы попасть в режим синхронизации, начальная амплитуда колебаний должна быть достаточно велика.

При увеличении  $F$  происходит нелокальная бифуркация, в результате которой неустойчивый предельный цикл касается неустойчивого многообразия седла и разрушается. В результате этой бифуркации изменяется конфигурация бассейнов притяжения: при сколь угодно больших амплитудах имеется область начальных фаз, в которой фазовые траектории стремятся к точке  $O$  независимо от начальной амплитуды (рис. 1.11б). Теперь бассейн притяжения устойчивого узла  $N_s$  ограничен устойчивыми многообразиями седла  $S$ . Подобная ситуация с «прорывом» бассейна притяжения была описана в [42]. С точки зрения синхронизации она, очевидно, неблагоприятна, так как вместо синхронизации может происходить срыв в режим колебаний с малой амплитудой.

Описанная выше чувствительность к начальной фазе сохраняется до тех пор, пока мы не пересечем еще одну линию нелокальной бифуркации, которая показана на рис. 1.8 пунктиром. Однако в отличие от предыдущих случаев (см. рис. 1.9, 1.10), когда при пересечении этой линии происходило рождение двух циклов из сгущения фазовых траекторий, в данном случае неустойчивое многообразие седла касается устойчивого, в результате чего образуется гомоклиническая сепаратриса седла, охватывающая устойчивый узел  $O$ . Затем она превращается в неустойчивый предельный цикл (рис. 1.11г). Бассейн притяжения точки  $O$  теперь ограничен этим циклом.

При увеличении  $F$ , когда мы пересекаем линию обратной бифуркации Андронова-Хопфа, неустойчивый цикл сжимается в особую точку  $O$  и исчезает. Точка  $O$  теряет устойчивость, после чего единственным аттрактором остаётся устойчивая точка  $N_s$  (рис. 1.11д). Наконец, происходит еще одна седлоузловая бифуркация, при которой сливаются и исчезают седло  $S$  и неустойчивый узел  $O$  (рис. 1.11е).

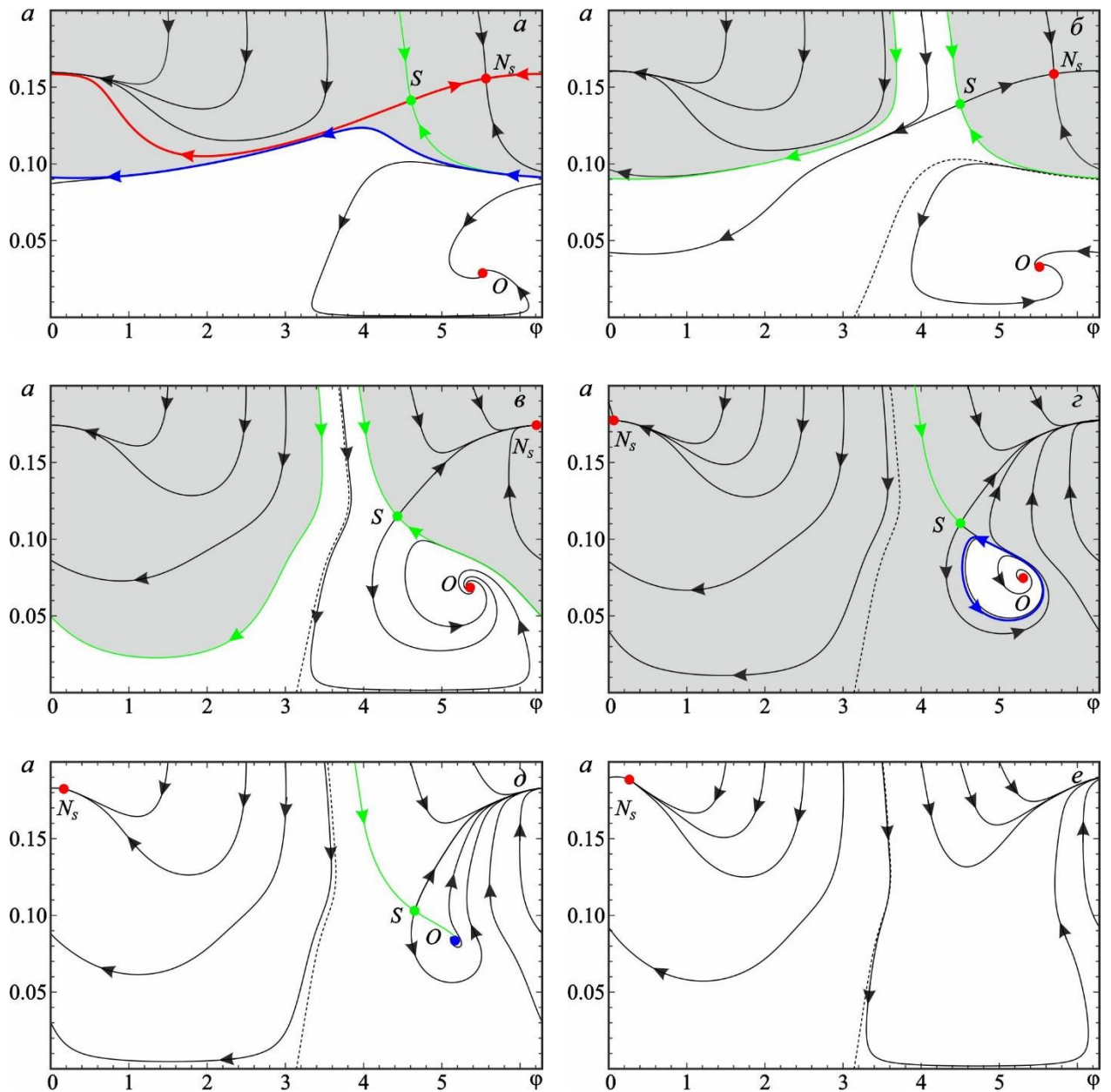


Рис. 1.11. Фазовые портреты, иллюстрирующие сценарий сценарий перехода в режим синхронизации:  $\Delta_H = 0.534$ ,  $I_0 = 0.059$ ,  $\Omega = -0.5$ ,  $F = 0.0195$  (а), 0.022 (б), 0.05 (в), 0.057 (г), 0.065 (д), 0.07 (е). Соответствующие значения параметров внешнего сигнала показаны на рис. 1.8 точками.

Рассмотрим бифуркационный сценарий при  $\Omega = -2.2$ , что близко к основанию второго «языка» на границе седлоузловой бифуркации. Его иллюстрируют фазовые портреты, представленные на рис. 1.12. При пересечении границы седлоузловой бифуркации на неустойчивом цикле рождаются седло  $S$  и неустойчивый узел  $N_U$  (см. рис. 1.12а, б). Далее происходит нелокальная бифуркация касания устойчивого многообразия седла и устойчивого цикла, после чего цикл разрушается и исчезает (рис. 1.12в). Теперь оба неустойчивых многообразия седла  $S$  ведут в устойчивую точку  $O$ , образуя гетероклинический контур.

При дальнейшем увеличении  $F$  точки  $S$  и  $O$  приближаются друг к другу (рис. 1.12г). При переходе через верхнюю границу седлоузловой бифуркации эти точки сливаются, а на фазовой плоскости появляется устойчивый предельный цикл, охватывающий неустойчивую точку  $N_U$  (рис. 1.12д). Он является единственным аттрактором. С ростом амплитуды внешнего воздействия этот цикл постепенно уменьшается в размерах. Точка  $N_U$  из узла становится фокусом  $F_U$  (рис. 1.12е).

Затем в окрестности линии нормальной бифуркации Андронова–Хопфа  $AN_2$  происходят еще две нелокальные бифуркации (см. рис. 1.8б, где они показаны розовой и голубой штрихпунктирными линиями, которые на плоскости параметров отходят от точки Богданова–Такенса). Первая из них соответствует рождению пары циклов из сгущения фазовых траекторий (при данном значении расстройки частот  $\Omega$  это происходит при  $F \approx 0.0632$ ), а вторая — «влипанию» предельного цикла в петлю сепаратрисы. Похожее поведение вблизи точки Богданова–Такенса было описано в работе [59] для более простой модели осциллятора с кубической нелинейностью.

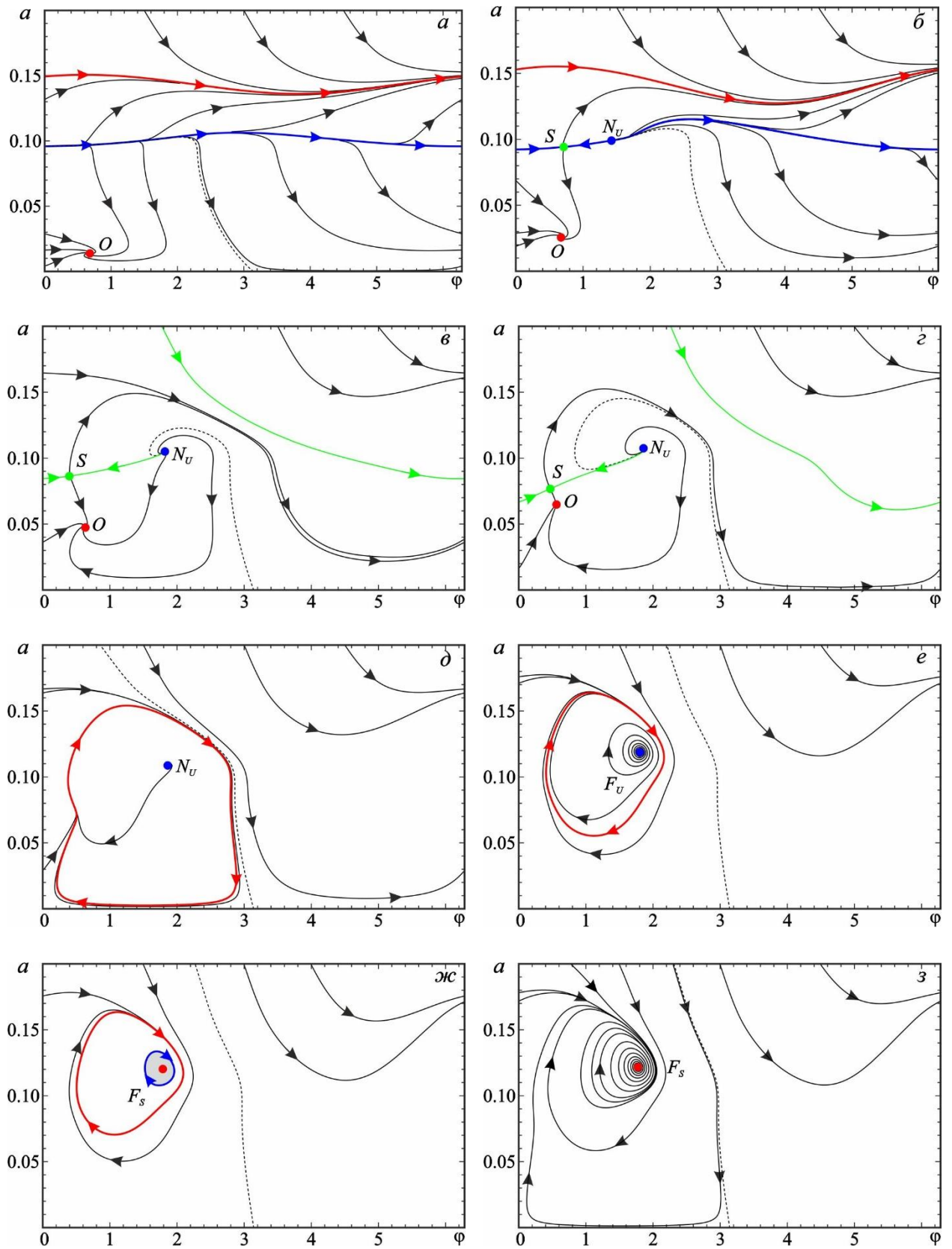


Рис. 1.12. Фазовые портреты, иллюстрирующие сценарий перехода в режим синхронизации:  $\Delta_H = 0.534$ ,  $I_0 = 0.059$ ,  $\Omega = -2.2$ ,  $F = 0.0087$  (а), 0.016 (б), 0.028 (в), 0.035 (г), 0.037 (д), 0.06 (е), 0.064 (ж), 0.067 (з). Соответствующие значения параметров внешнего сигнала показаны на рис. 1.8 точками.

Эти циклы охватывают неустойчивую точку и расположены очень близко к ней, причем внутренний цикл является устойчивым, а внешний — неустойчивым. При пересечении линии нормальной бифуркации Андронова–Хопфа  $AH_2$  внутренний (устойчивый) цикл стягивается в точку  $F_U$ , которая становится устойчивой (на рис. 1.12ж она обозначена как  $F_S$ ). Внешний (неустойчивый) предельный цикл ограничивает ее бассейн притяжения, а остальная часть фазовой плоскости является бассейном притяжения устойчивого цикла.

Далее неустойчивый цикл увеличивается в размерах, а затем сталкивается с устойчивым циклом и исчезает. Единственным аттрактором в системе остается устойчивый фокус  $F_S$  (рис. 1.12з).

Наконец, обсудим, случай  $\Omega = -1.5$  (рис. 1.13). При малых значениях амплитуды внешнего воздействия картина бифуркаций аналогична представленной на рис. 1.12а-в: вначале на неустойчивом цикле рождаются седло  $S$  и неустойчивый узел, а затем происходит нелокальная бифуркация, в результате которой устойчивый цикл разрушается.

Эту ситуацию иллюстрирует рис. 1.13а. Видно, что единственным аттрактором является точка  $O$ . Неустойчивые многообразия седла замыкаются на эту точку, образуя гетероклинический контур. Одно из устойчивых многообразий седла выходит из неустойчивой точки, которая стала неустойчивым фокусом  $F_U$ . В отличие от ситуации, которую иллюстрирует рис. 1.12, образование устойчивого цикла из гетероклинического контура не происходит. При  $F \approx 0.02395$  происходит рождение двух предельных циклов из сгущения фазовых траекторий (рис. 1.13б). Устойчивый цикл расположен очень близко к неустойчивой точке  $F_U$ . Неустойчивый цикл постепенно увеличивается в размерах, сталкивается с неустойчивым многообразием седла и исчезает (рис. 1.13в). Гетероклинический контур при этом также разрушается. Затем происходит прямая бифуркация Андронова-Хопфа, в результате которой точка  $F_U$  становится устойчивой (точка  $F_S$  на рис. 1.13г). Теперь на фазовой

плоскости имеются два аттрактора, бассейны притяжения которых устроены так, как показано на рис. 1.13г. Далее при пересечении линии седлоузловой бифуркации в результате пересечения верхней границы языка синхронизации точка  $O$  и  $S$  сливаются и исчезают, после чего точка  $F_s$  остается единственным аттрактором.

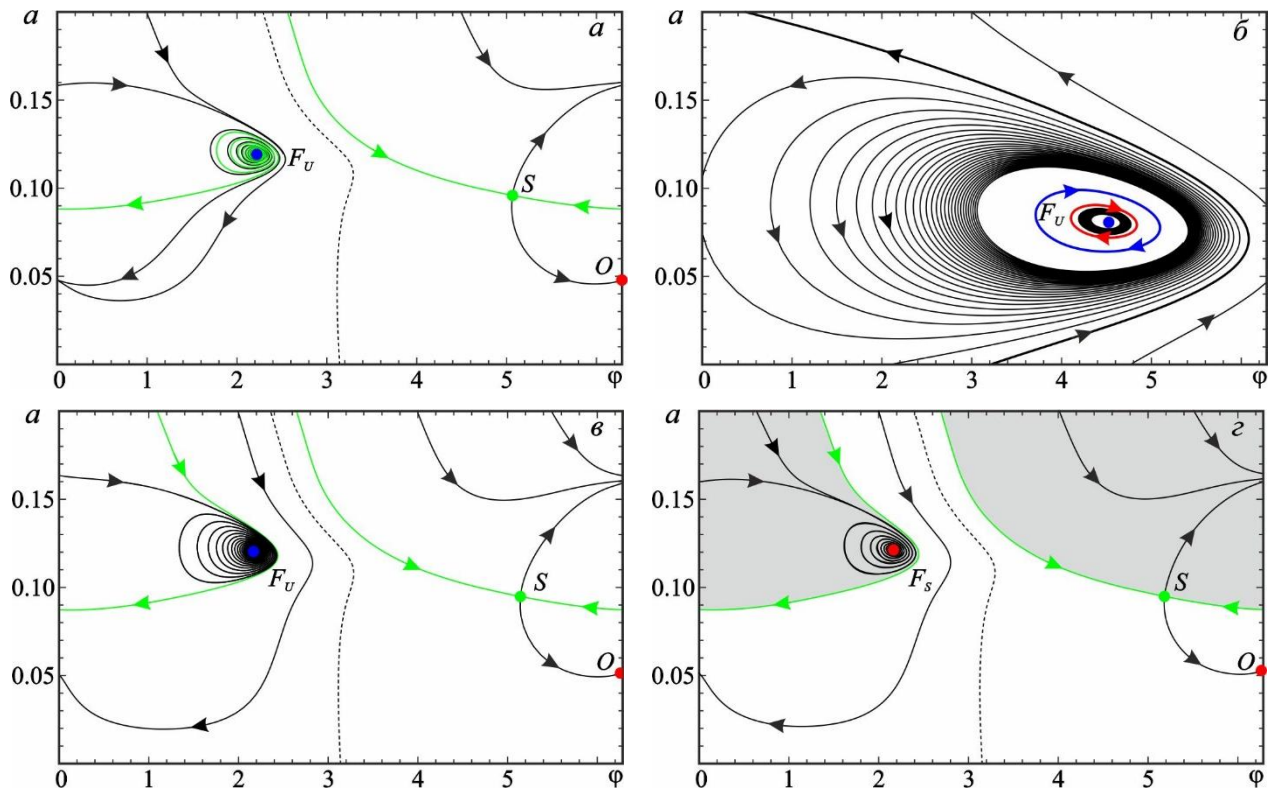


Рис. 1.13. Фазовые портреты, иллюстрирующие сценарий сценарий перехода в режим синхронизации:  $\Delta_H = 0.534$ ,  $I_0 = 0.059$ ,  $\Omega = -1.5$ ,  $F = 0.023$  (а), 0.02395 (б), 0.0245 (в), 0.025 (г). Соответствующие значения параметров внешнего сигнала показаны на рис. 1.8 точками.

Таким образом, в рассмотренной системе помимо классических механизмов захвата и подавления частоты наблюдаются сложные, нетривиальные последовательности бифуркаций, приводящие к установлению режима синхронизации. Такая картина хорошо согласуется с представленной в [40,41] для более простой модели осциллятора с полиномиальной нелинейностью. В частности, на плоскости параметров (рис. 1.8) имеются несколько линий нелокальных бифуркаций. Две из них отвечают столкновению и исчезновению устойчивого и неустойчивого циклов (или цикла и

многообразий седла). Две другие линии, которые отходят от точек Богданова–Такенса, отвечают либо рождению пары циклов из сгущения фазовых траекторий, либо рождению цикла из сепаратрисы седла. В том числе, имеется область параметров внешнего сигнала, в которой существует устойчивая особая точка, отвечающая режиму синхронизации, но бассейн притяжения этой точки либо имеет малые размеры, в случае если он ограничен неустойчивым циклом, либо устроен так, что имеется неблагоприятная область начальных фаз, из которой все траектории стремятся в точку  $O$ .

#### **1.4. Анализ режимов синхронизации при изменении расстройки циклотронного резонанса**

В разделе 1.3 исследовалась картина резонансных кривых, т.е. зависимостей амплитуды колебаний от расстройки частоты внешнего сигнала  $\Omega$ , и структура областей синхронизации на плоскости параметров  $\Omega, F$ . Такой подход традиционно используется в теории колебаний [18-21]. Однако в теории гиротрона принято анализировать режимы колебаний в зависимости от расстройки циклотронного резонанса  $\Delta_H$  [23,28-30,43,44]. Такой анализ нетрудно провести с помощью развитого подхода.

Рассмотрим вначале автономный гиротрон. На рис. 1.14 представлены зависимости амплитуды колебаний (рис. 1.14а) и поперечного электронного КПД (рис. 1.14б) от расстройки циклотронного резонанса при различных значениях параметра  $I_0$ . Видно, что с увеличением параметра тока максимум КПД смещается в область бóльших расстроек. Также из рис. 1.14 можно заметить, что при больших расстройках зависимости становятся неоднозначными. Как уже было показано в разделе 1.1, состояние с бóльшим значением амплитуды является устойчивым, с меньшим — неустойчивым, и, кроме того, устойчивым является нулевое решение. Такая ситуация отвечает жесткому возбуждению колебаний. Как видно из рис. 1.14б, максимально возможный КПД достигается в режиме жесткого возбуждения.



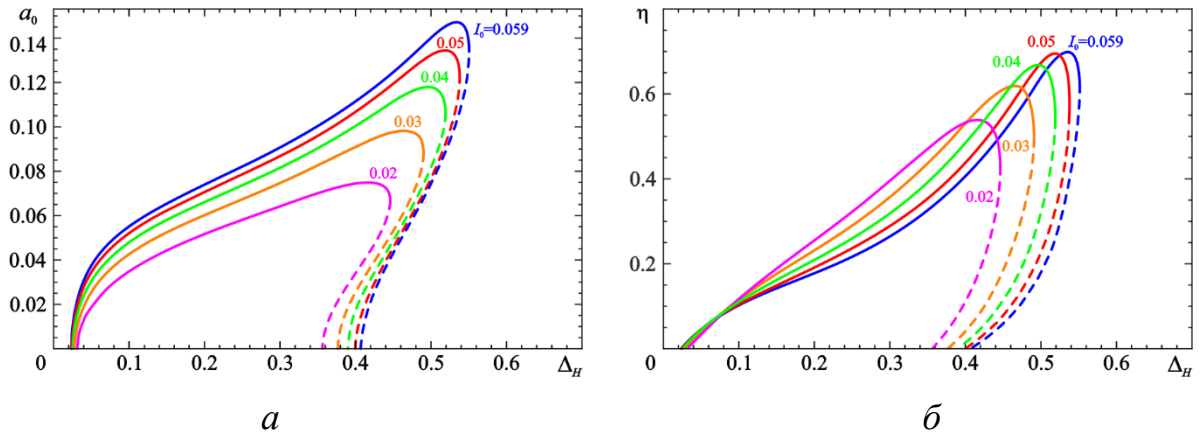


Рис. 1.14. Зависимости амплитуды ( $a$ ) и поперечного КПД ( $b$ ) от расстройки циклотронного резонанса автономного гиротрона при различных значениях тока. Устойчивые состояния показаны сплошными линиями, неустойчивые – пунктирными.

Рассмотрим режимы синхронизации при различных значениях амплитуды внешнего сигнала. Из уравнения (1.15) можно определить «горячую» собственную частоту, т.е. частоту генерации автономного гиротрона. В точке максимального КПД  $a_{\max} = 1.144$ ,  $\Delta_{\max} = 0.534$  имеем  $\Omega_0(a_{\max}, \Delta_{\max}) \approx -0.75$ . Поэтому далее выберем значение расстройки частоты внешнего сигнала  $\Omega = -0.75$ .

На рис. 1.15а приведены зависимости амплитуды колебаний от  $\Delta_H$  при значении нормированного тока  $I_0 = 0.02$ , т.е. примерно в три раза ниже того, при котором в автономном гиротроне достигается максимальный КПД. Качественно они аналогичны картине резонансных кривых автоколебательного осциллятора Ван дер Поля – Дуффинга под внешним воздействием, которая детально описана в литературе (см., например, [1,18-21]). Отметим, что зависимости  $a_0(\Delta_H)$  имеют более простую и понятную структуру, чем зависимости  $a_0(\Omega)$  для случая жесткого возбуждения, представленные в разделе 1.3.1. При малых  $F$  резонансные кривые состоят из двух ветвей. Нижняя ветвь отвечает режиму вынужденных колебаний с малой амплитудой и располагается вблизи горизонтальной оси. Верхняя ветвь отвечает режиму захвата. Она охватывает точку, в которую вырождаются резонансные кривые (1.22) при  $F = 0$ . При  $F = 0.0132$  происходит соединение нижней ветви с

верхней. Очевидно, что такая ситуация наиболее благоприятна с практической точки зрения, поскольку режим синхронизации устойчив в достаточно широком диапазоне изменения расстройки циклотронного резонанса. Также на рис. 1.15 на зависимости  $a_0(\Delta_H)$  нанесены границы устойчивости, т.е. кривые, на которых выполняются условия седлоузловой бифуркации ( $SN$ ) и бифуркации Андронова-Хопфа ( $AH$ ). Как и на рис. 1.4а-1.7а, линия  $SN$  представляет собой замкнутую кривую, которая пересекает зависимости  $a_0(\Delta_H)$  в тех точках, где касательная к ним вертикальна. Линии  $AH$ , в отличие от рис. 1.4б-1.7а, не являются горизонтальными прямыми. Действительно, из формулы (1.24) видно, что величина  $k$  не зависит от  $\Omega$ , но зависит от  $\Delta_H$ .

При движении по резонансной кривой по мере увеличения  $\Delta_H$  амплитуда колебаний увеличивается, достигает максимального значения, затем начинает уменьшаться и достигает точки седлоузловой бифуркации. В этой точке происходит скачкообразное уменьшение амплитуды. При движении в обратном направлении по параметру переход с нижней ветви резонансной кривой на верхнюю происходит при меньшем значении  $\Delta_H$ , т.е. имеет место гистерезис. При дальнейшем уменьшении расстройки будет происходить бифуркация Андронова-Хопфа. В этой области неустойчивость связана с мягким возникновением биений, т.е. квазипериодических колебаний (см. [42]).

На рис. 1.15б приведены соответствующие зависимости для КПД. Поскольку отображение зависимостей  $a_0(\Delta_H)$  в  $\eta(\Delta_H)$  не является однозначным, на рис. 1.15б, г, е, з линии  $SN$  и  $AH$  не нанесены. Видно, что с увеличением амплитуды воздействия максимальный КПД возрастает. Так, при  $F = 0.05$  и  $\Delta_H \approx 0.53$  имеем  $\eta = 0.69$ , что близко к максимально возможному значению  $\eta_{\max}$  и значительно больше, чем в автономном гиротроне при  $I_0 = 0.02$ , где  $\eta \leq 0.54$ . Отметим, что при  $F = 0.05$  мощность внешнего сигнала составляет примерно 10% от мощности генерации автономного гиротрона.

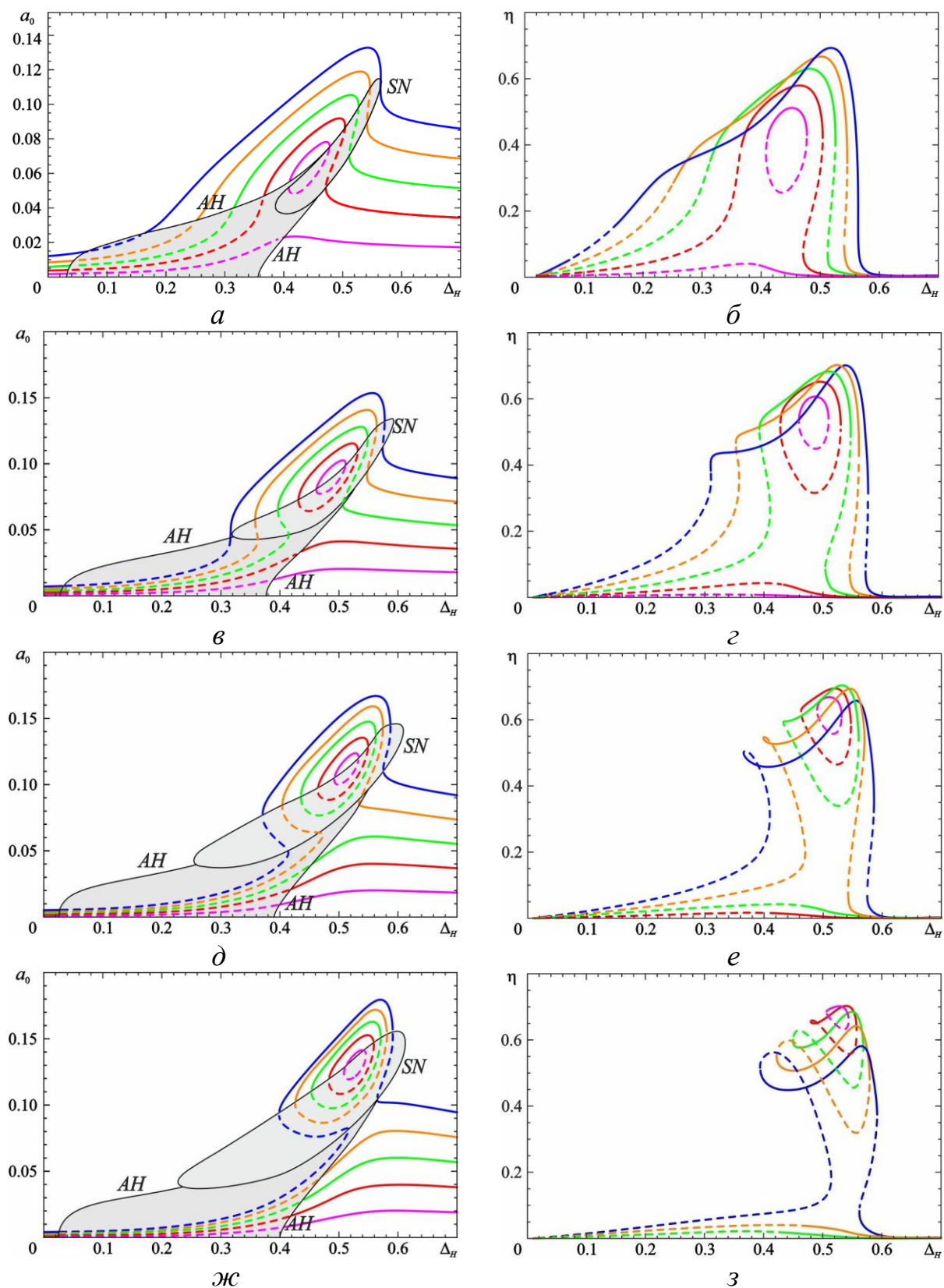


Рис. 1.15. Зависимости амплитуды (слева) и поперечного КПД (справа) от расстройки циклотронного резонанса для неавтономного гиротрона при  $\Omega = -0.75$ ,  $I_0 = 0.02$  (*а,б*),  $I_0 = 0.03$  (*в,г*),  $I_0 = 0.04$  (*д,е*),  $I_0 = 0.05$  (*ж,з*) и различных значениях  $F$ : фиолетовая кривая –  $F = 0.01$ , красная –  $0.02$ , зеленая –  $0.03$ , оранжевая –  $0.04$ , синяя –  $0.05$ . Устойчивые состояния показаны сплошными линиями, неустойчивые – пунктирными. На рис. *а,в,д,ж* неустойчивые области закрашены серым.

На рис. 1.15в-1.15з приведены аналогичные зависимости, построенные при других значениях параметра  $I_0$ . Видно, что, с увеличением тока уменьшается мощность внешнего сигнала, при которой достигается максимальный КПД. Однако при этом полоса синхронизации становится уже. Более того, зависимости для КПД усложняются, на них появляются провалы. При токах, близких к значениям, при которых в автономном гиротроне достигаются оптимальные значения КПД, резонансные кривые приобретают форму лемнискаты (рис. 1.15з). Похожий вид имеют и зависимости  $\eta(\Omega)$  при больших токах, см. рис. 1.6в. Аналогичная структура резонансных кривых наблюдается также в случае синхронизации гиротрона путем предварительной модуляции электронного пучка [1,23].

Также следует отметить, что с ростом  $F$  область расстроек, при которых достигаются высокие значения КПД, сдвигается вправо и находится вне зоны генерации автономного гиротрона. В этом случае мы по сути имеем дело не с синхронизацией, а с режимом регенеративного усиления, который был описан выше в разделе 1.3.2.

Полезно также проанализировать зависимости амплитуды колебаний и КПД от нормированного тока пучка. Выберем фиксированное значение расстройки циклотронного резонанса  $\Delta_H = \Delta_{\max} \approx 0.534$ . На рис. 1.16а построена картина зависимостей  $a_0(I_0)$ . Также нанесены границы бифуркации Андронова-Хопфа и седлоузловой бифуркации. Зависимости  $a_0(I_0)$  состоят из двух ветвей. При малой амплитуде внешнего воздействия верхняя ветвь замкнута. При  $F \approx 0.036$  структура резонансных кривых меняется: происходит пере замыкание ветвей. Отметим, что в определенном диапазоне изменения параметра тока имеет место мультистабильность: одному значению  $I_0$  соответствуют сразу три значения амплитуды колебаний, два из которых устойчивы. Состояние с большей амплитудой отвечает режиму синхронизации, с меньшей — режиму вынужденных колебаний с малой амплитудой.

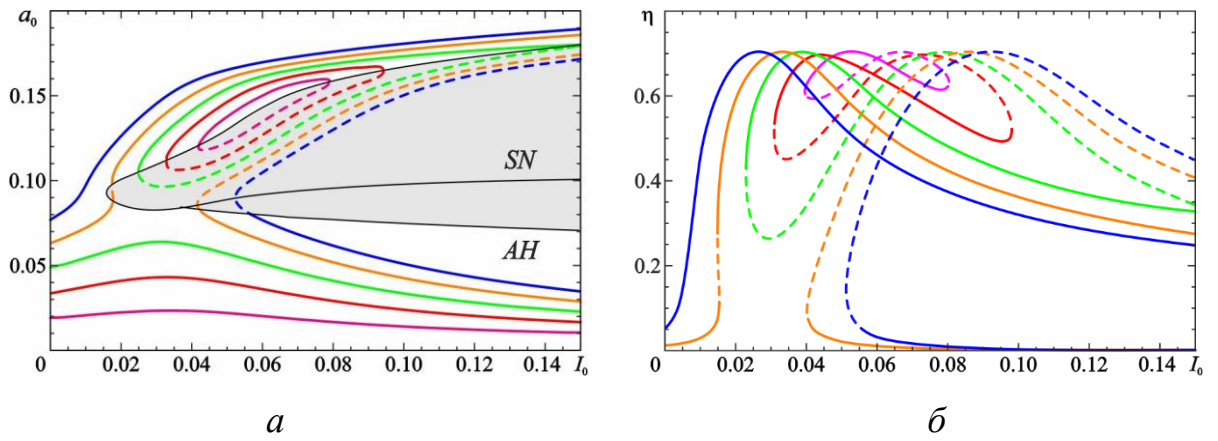


Рис. 1.16. Зависимости амплитуды ( $a$ ) и поперечного КПД ( $b$ ) от нормированного тока при  $\Delta_H = 0.534$ ,  $\Omega = -0.75$  и различных значениях амплитуды внешнего сигнала (выбраны те же значения  $F$ , что и на рис. 1.14, 1.15). Устойчивые состояния показаны сплошными линиями, неустойчивые – пунктирными.

На рис. 1.16б показаны аналогичные зависимости для КПД. При малых значениях  $F$  зависимости  $\eta(I_0)$  имеют форму лемнискаты. Также имеются нижние ветви, соответствующие вынужденным колебаниям с малой амплитудой, однако для них КПД не превышает 0.01 и на рис. 1.16б они не показаны. Из рисунка видно, что при любой амплитуде внешнего сигнала достигается предельное значение КПД  $\eta_{\max}$ , причем, чем меньше  $F$ , тем больше соответствующее значение тока.

Общую картину помогают представить зависимости  $a_0(\Delta_H, I_0)$  и  $\eta(\Delta_H, I_0)$ , построенные в виде поверхностей в трехмерном пространстве. Пример таких поверхностей при  $\Omega = -0.75$ ,  $F = 0.05$  показан на рис. 1.17. В области расстроек  $\Delta_H \approx 0.45 \div 0.55$  от этой поверхности отделяется «рукав», ширина которого задает ширину области синхронизации на плоскости параметров  $(\Delta_H, I_0)$ . Однако только верхняя часть поверхности этого «рукава» соответствует устойчивым состояниям, которые отвечают режимам синхронизации (ср. рис. 1.16а). Для зависимости  $\eta(\Delta_H, I_0)$  «рукав» перекручивается, теперь устойчивые состояния находятся на нижней стороне «рукава» (ср. рис. 1.16б).

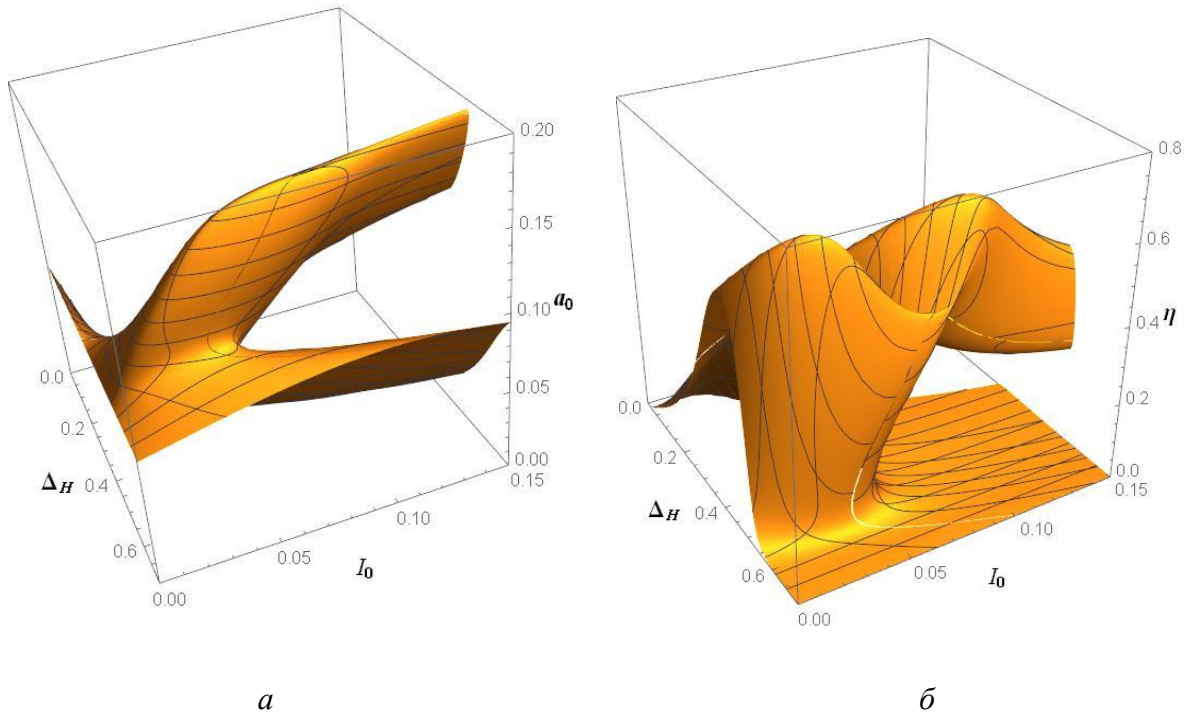


Рис. 1.17. Зависимости  $a_0(\Delta_H, I_0)$  (а) и  $\eta(\Delta_H, I_0)$  (б) при  $\Omega = -0.75$  и  $F = 0.05$ .

Рассмотрим структуру области синхронизации на плоскости  $\Delta_H, I_0$  при безразмерной длине резонатора  $\mu = 15.0$  (рис. 1.18). На этой плоскости нанесены границы зоны мягкого и жесткого возбуждения для автономного гиротрона.

Границу мягкого возбуждения можно построить, полагая в уравнении (1.14)  $a_0 \rightarrow 0$ , что приводит к соотношению

$$I_{st} = \frac{1}{\operatorname{Re} \Phi_0(0, \Delta_H)}. \quad (1.30)$$

Также стартовый ток можно вычислить аналитически по известной методике (см., например, [1]), основанной на линеаризации уравнений движения (1.1), что приводит к формуле

$$I'_{st} = - \frac{2}{\left( 1 + \frac{\partial}{\partial \Delta_H} \right) \left| \int_0^{\zeta_k} f_s(\zeta) e^{i\Delta_H \zeta} d\zeta \right|^2}. \quad (1.31)$$

Для гауссова распределения поля в резонаторе (1.4) отсюда получаем

$$I'_{st} \approx -\frac{8}{\pi\mu^2} \cdot \frac{e^{\mu^2\Delta_H^2/8}}{(1-\mu^2\Delta_H/4)}. \quad (1.32)$$

Отметим, что граница мягкого самовозбуждения, полученная в результате численного моделирования, практически полностью совпадает с теоретической.

Граница жесткого возбуждения была построена по формуле (1.29), см. раздел 1.3.2.

Также на рис. 1.18 нанесены линии бифуркации Андронова-Хопфа и седлоузловой бифуркации, показанные синим и красным цветом соответственно.

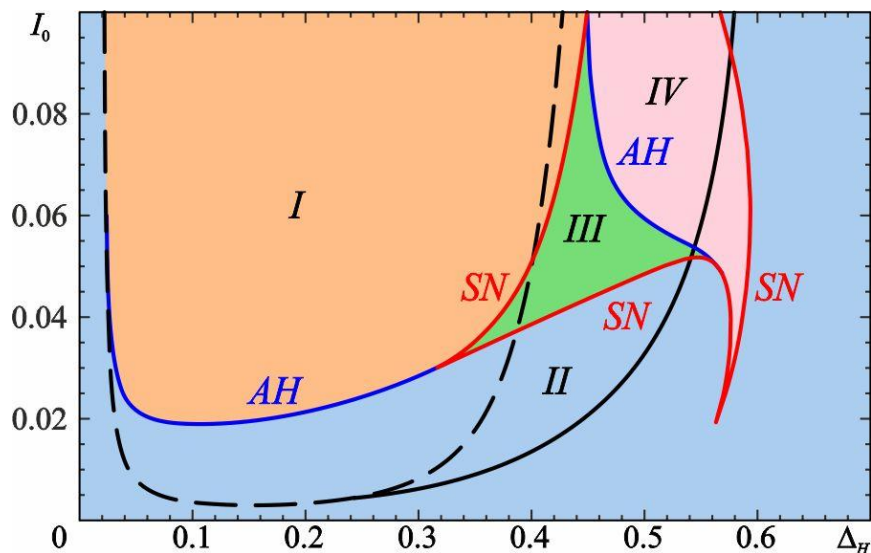


Рис. 1.18. Разбиение плоскости параметров  $\Delta_H$ ,  $I_0$  для неавтономного гиротрона при  $F = 0.05$ ,  $\Omega = -0.75$  на области различных режимов (соответствующие фазовые портреты приведены на рис. 1.19).  $SN$  — границы седлоузловой бифуркации,  $AH$  — границы бифуркации Андронова-Хопфа. Граница мягкого возбуждения показана черной штриховой линией, жесткого — сплошной.

Таким образом, получили разбиение плоскости  $\Delta_H - I_0$  на области с различными режимами. На рис. 1.18 они показаны различными цветами и римскими цифрами. На рис. 1.19 представлены соответствующие фазовые портреты. Можно выделить четыре типа режимов. Наиболее сложная ситуация имеет место в области IV, где существует устойчивая точка  $N_S$ , соответствующая режиму синхронизации, а также седло  $S$  и устойчивая точка  $O$ , отвечающая вынужденным колебаниям с малой амплитудой. Эту ситуацию

иллюстрирует рис. 1.19а. Отметим, что бассейн притяжения точки  $N_S$  имеет структуру, аналогичную обсуждавшейся выше (см. рис. 1.11б, в), т.е. имеется область начальных фаз, из которой все траектории попадают в точку  $O$ .

На правой границе области IV происходит слияние точек  $N_S$  и  $S$ , и остается одна особая устойчивая точка  $O$ , т.е. амплитуда колебаний скачкообразно уменьшается. Подобная ситуация обсуждалась выше при описании резонансных кривых, см. рис. 1.15.

При переходе из области IV в область III точка  $O$  теряет устойчивость в результате бифуркации Андронова–Хопфа. Тем не менее, в области III по-прежнему существует режим синхронизации (устойчивая точка  $N_S$ ). В области III вблизи линии  $AH$  вокруг точки  $O$  в результате нелокальной бифуркации из сгущения фазовых траекторий рождается пара циклов: устойчивый и неустойчивый, причем устойчивый цикл лежит внутри неустойчивого. Линия рождения этих циклов пролегает очень близко к линии  $AH$ , поэтому на рис. 1.18 она не показана. При приближении к линии  $AH$  неустойчивый цикл увеличивается в размерах, сталкивается с неустойчивым многообразием седла и исчезает. Устойчивый цикл стягивается в точку  $O$  на линии  $AH$ . Похожая ситуация была описана на рис. 1.15а-г.

Таким образом, в основной части области III (за исключением узкой полосы, примыкающей к линии  $AH$ , в которой существуют предельные циклы), имеются три особые точки, из которых только точка  $N_S$  является устойчивой. Типичный фазовый портрет представлен на рис. 1.19б. Мультистабильность в данном случае отсутствует. Такая ситуация наиболее благоприятна с точки зрения синхронизации, так как при любых начальных условиях (в том числе, при малой начальной амплитуде колебаний) устанавливается режим синхронизации.



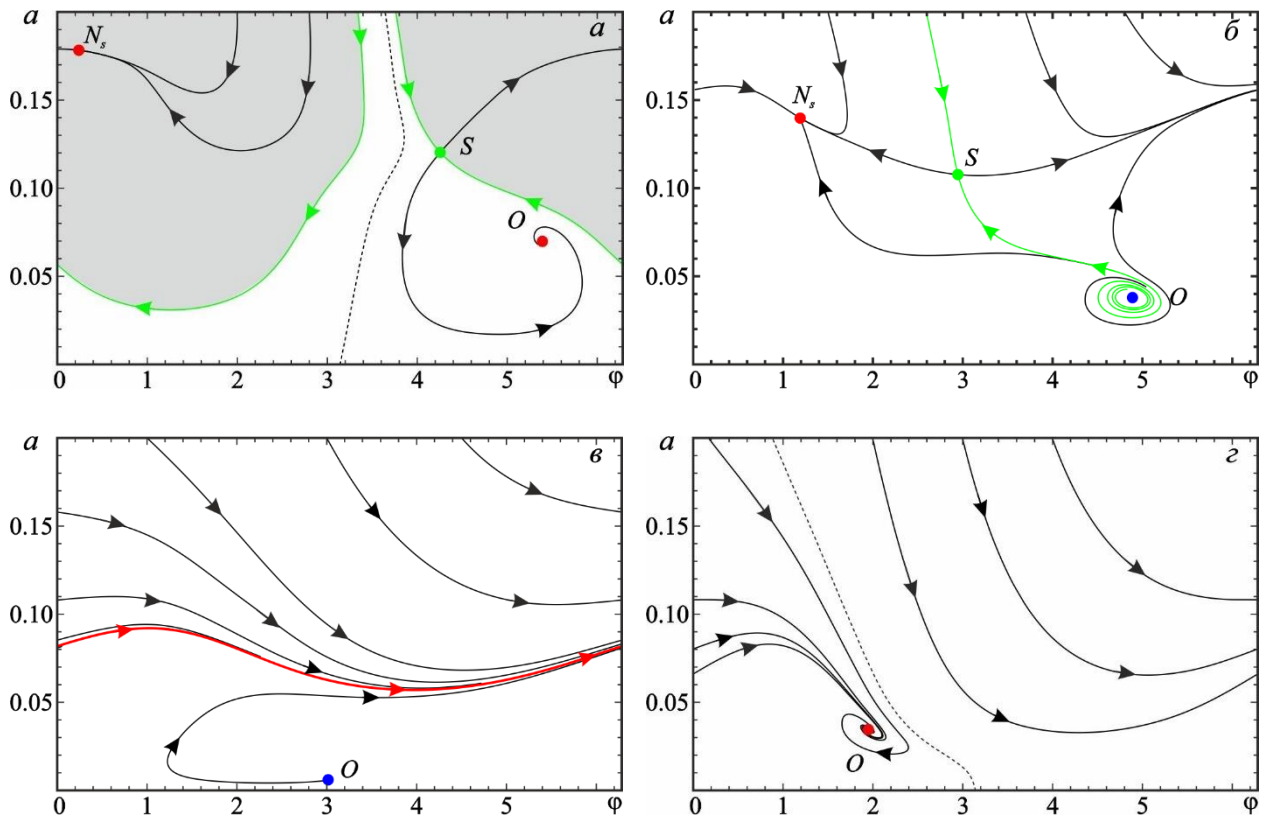


Рис. 1.19. Фазовые портреты при параметрах внешнего сигнала  $F = 0.05$ ,  $\Omega = -0.75$ :  $a$  —  $I_0 = 0.07$ ,  $\Delta_H = 0.54$ ;  $б$  —  $I_0 = 0.07$ ,  $\Delta_H = 0.465$ ;  $в$  —  $I_0 = 0.06$ ,  $\Delta_H = 0.2$ ;  $г$  —  $I_0 = 0.02$ ,  $\Delta_H = 0.2$ .

При выходе из области III в область I через линию  $SN$  происходит седлоузловая бифуркация, в результате которой седло  $S$  и устойчивый узел  $N_S$  сливаются и исчезают. При этом на фазовой плоскости появляется устойчивый предельный цикл, охватывающий фазовый цилиндр. Также имеется неустойчивая особая точка. Соответствующий фазовый портрет представлен на рис. 1.19в. Таким образом, в области I реализуется режим биений, т.е. квазипериодических колебаний (ср. [42]).

Если, находясь в области I, двигаться по плоскости рис. 1.18 вниз, пересекая линию  $AN$ , цикл стянется в точку, которая станет устойчивой. В области II имеется единственный аттрактор — устойчивая особая точка (рис. 1.19г). В основном в этой области амплитуда колебаний и КПД малы. Однако, если, находясь в области II, двигаться по плоскости вверх, приближаясь к линии  $SN$ , точка  $O$  постепенно смещается в область все больших значений амплитуды.

На рис. 1.20 построены линии равного КПД, где устойчивые состояния показаны сплошными линиями, а неустойчивые — пунктирными. Как видно из рисунка, устойчивые режимы с наиболее высокими значениями  $\eta$  располагаются ниже линии седлоузловой бифуркации, т.е. в области II на рис. 1.18 (ср. рис. 1.176). В этой области мультистабильность отсутствует, что является положительным фактором с точки зрения синхронизации. В частности, КПД 70% и выше, что близко к максимально возможному для автономного гиротрона, достигается в области параметров  $0.023 < I_0 < 0.032$ ,  $0.525 < \Delta_H < 0.542$ . Более того, интересующая нас область располагается в основном ниже границы жесткого возбуждения (фиолетовая линия на рис. 1.20), т.е. в области регенеративного усиления, что согласуется с выводами, сделанными в разделе 1.3.2.

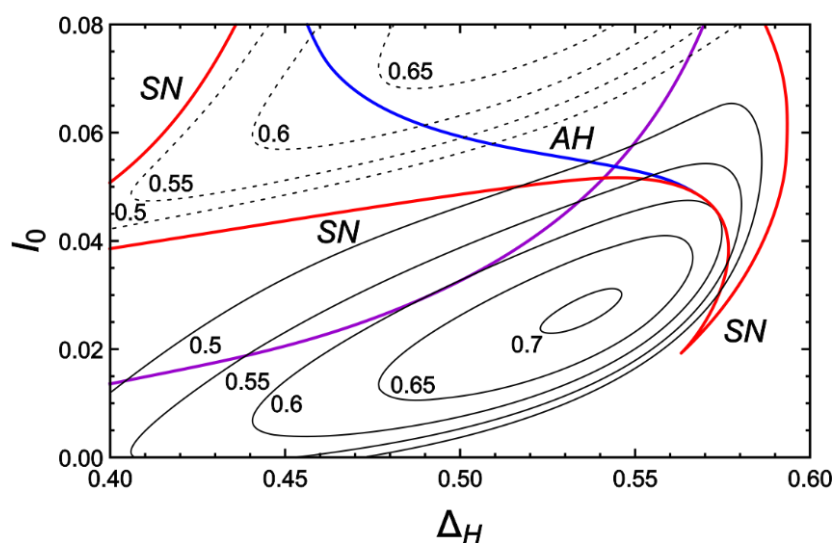


Рис. 1.20. Линии равного КПД для неавтономного гиротрона при  $F=0.05$ ,  $\Omega=-0.75$ . Устойчивые состояния показаны сплошными линиями, неустойчивые — пунктирными. Красными линиями показаны границы седлоузловой бифуркации (SN), синими — Андронова-Хопфа (AH), фиолетовой — граница жесткого возбуждения.

## 1.5. Выводы

В данной главе развита модель гиротрона, синхронизуемого внешним сигналом, использующая предварительно рассчитанные функции активной и реактивной электронной восприимчивости. Данная модель позволяет

построить границы областей устойчивости синхронных режимов и проанализировать зависимости амплитуды колебаний и КПД от параметров внешнего сигнала, а также от расстройки циклотронного резонанса и нормированного тока электронного пучка.

Изучены основные сценарии, приводящие к установлению режима синхронизации при изменении частоты и амплитуды внешнего сигнала. Рассмотрена ситуация, когда параметры автономного гиротрона близки к тем, при которых реализуется максимальный КПД, что имеет место в режиме жесткого возбуждения. Картина синхронизации качественно аналогична представленной в работе [42] для упрощенной квазилинейной модели генератора с жестким возбуждением в случае большой неизохронности. В частности, помимо классических механизмов захвата и подавления частоты, установлению режимов синхронизации предшествуют сложные нелокальные бифуркации, отвечающие столкновению устойчивого и неустойчивого предельных циклов, а также рождению пары циклов из сгущения фазовых траекторий, либо рождению цикла из сепаратрисы седла. Данные результаты хорошо согласуются с представленными в [40,41], где рассматривалась более простая модель осциллятора с полиномиальной нелинейностью.

Более наглядную картину позволяет представить изучение режимов синхронизации при изменении нормированного тока пучка  $I_0$  и расстройки циклотронного резонанса  $\Delta_H$ . Полученные результаты показывают, что предпочтительной является ситуация, когда рабочий ток гиротрона значительно (в 2-3 раза) ниже того, при котором в автономном гиротроне достигается максимальный КПД. В том числе, интерес представляет режим регенеративного усиления, когда в автономном гиротроне возбуждение колебаний вообще отсутствует, однако при воздействии внешнего сигнала возможно реализовать режим с КПД, близким к максимальному. Можно также осуществить перестройку частоты в пределах полосы синхронизации, если одновременно изменять амплитуду и частоту внешнего воздействия.

Отметим, что представленные результаты качественно согласуются с недавними экспериментами по синхронизации гиротрона вспомогательным гиротроном-драйвером со стабилизированной частотой [37]. В [37] было показано, что воздействие внешним сигналом позволяет поднять выходную мощность и расширить область магнитных полей, в которой режим генерации рабочей моды является устойчивым.

В заключение отметим, что на динамику гиротрона существенное влияние оказывают процессы конкуренции мод. Известно, что воздействие внешним сигналом способствует подавлению паразитных мод [17, 28-44]. Учет взаимодействия мод существенно усложняет анализ режимов синхронизации. Однако методику, используемую в данной работе, можно адаптировать для анализа устойчивости относительно возбуждения паразитных мод. Уточнение картины синхронизации с учетом конкуренции мод будет представлено в следующей главе.

## ГЛАВА 2. ВЛИЯНИЕ ВНЕШНЕГО СИГНАЛА НА ДИНАМИКУ МНОГОМОДОВОГО ГИРОТРОНА

Как уже отмечалось во Введении, в современных гиротронах с развитым пространством взаимодействия в полосу циклотронного резонанса обычно попадает несколько собственных мод, поэтому изучение процессов взаимодействия мод в гиротроне является важной задачей, для решения которой широко используются методы и подходы теории колебаний и нелинейной динамики [43-48,52]. В частности, в последнее время активно изучаются вопросы подавления паразитных мод и расширения зоны устойчивости рабочей моды за счет воздействия внешним сигналом [28-31] или сигналом, отраженным от удаленной нагрузки [30,61].

В случае многомодовых процессов непосредственное применение подхода, представленного в первой главе затруднительно, поскольку электронная восприимчивость зависит от амплитуд всех учитываемых мод, а также от разностей фаз между ними. Однако его можно использовать, если нас интересует лишь вопрос о зоне устойчивой генерации рабочей моды. В этом случае задача сводится к исследованию возбуждения различных паразитных мод, амплитуды которых считаются малыми, в присутствии установившихся колебаний рабочей моды. Методика такого анализа была разработана в работе [62], а затем обобщена на случай, когда имеется пара паразитных мод-спутников с частотами, примерно равноотстоящими от рабочей [63,64] (см. также [65], где рассматривается случай взаимодействия мод на разных циклотронных гармониках).

В данной главе на примере гиротрона с гауссовой структурой ВЧ поля и квазиэквидистантным спектром мод рассматривается структура зоны устойчивой генерации рабочей моды при различной плотности спектра мод. Такой подход предоставляет сравнительно простую и физически наглядную картину формирования зон устойчивости, причем обеспечивает не только качественное, но и достаточно хорошее количественное соответствие получаемых результатов с данными численного моделирования с

использованием более сложных методик и, таким образом, позволяет значительно облегчить интерпретацию результатов этого моделирования.

## 2.1. Основные уравнения многомодовой теории гиротрона

Будем исходить из хорошо известных уравнений многомодовой теории гиротрона с фиксированной продольной структурой ВЧ-поля (см., например, [1,28-32,43,51,53]). Уравнение движения электронов (1.1), записанное для взаимодействия на основной циклотронной гармонике, при наличии нескольких взаимодействующих мод модифицируется следующим образом:

$$\frac{dp}{d\zeta} + i(\Delta_H + |p|^2 - 1)p = i \sum_s A_s f_s(\zeta) \exp(i\psi_s). \quad (2.1)$$

Здесь введены комплексные амплитуды мод  $A_s$  и функции  $f_s(\zeta)$ , которые описывают продольную структуру полей в резонаторе,  $s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , причем считаем, что индекс  $s = 0$  соответствует рабочей моде. Все остальные обозначения те же, что и в разделе 1.1.

В мощных гиротронах со сверхразмерным резонатором рабочими, как правило, являются моды «шепчущей галереи»  $TE_{ml}$ , у которых азимутальный индекс  $m \gg 1$  и значительно (по крайней мере в 2-3 раза) превышает радиальный индекс  $l$ . Спектр мод «шепчущей галереи», имеющих одинаковый радиальный индекс  $l$ , но отличающихся азимутальными индексами  $m$ , является квазиэквидистантным (см., например, [43-47]), т.е.

$$\begin{aligned} m_s &= m_0 + s, \\ \omega_s &\approx \omega_0 + s\Delta\omega, \end{aligned} \quad (2.2)$$

причем

$$|\omega_{+s} + \omega_{-s} - 2\omega_0| \ll \frac{\omega_0}{Q_0}. \quad (2.3)$$

Факторы  $\psi_s$  в (2.3) можно представить в виде [44,47]

$$\psi_s = (\omega_s - \omega_0)t - (m_s - m_0)\psi,$$

что после перенормировки азимутальной координаты  $\psi$  дает

$$\Psi_s = -s\Psi. \quad (2.4)$$

Считая продольную структуру мод примерно одинаковой, положим  $f_s(\zeta) = f_0(\zeta)\exp(is\Delta_0\zeta)$ , где  $f_0(\zeta)$  — продольное распределение поля основной моды,

$$\Delta_0 = \frac{2}{\beta_{\perp}^2} \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \quad (2.5)$$

— нормированная частотная расстройка соседних мод. После этого (2.1) примет вид

$$\frac{dp}{d\zeta} + i(\Delta_H + |p|^2 - 1)p = i \sum_s A_s f_0(\zeta) \exp(is(\Delta_0\zeta - \Psi)). \quad (2.6)$$

Амплитуды  $A_s$  считаются медленно меняющимися по сравнению с  $\exp(i\omega_0 t)$ . Они подчиняются уравнениям возбуждения (ср. (1.6))

$$\frac{dA_s}{d\tau} + (\kappa_s + i\delta_s)A_s = iI_s \int_0^{\zeta_L} J_s(\zeta) f_s^*(\zeta) d\zeta, \quad (2.7)$$

где  $\kappa_s = Q_0/Q_s$  есть отношение добротностей рабочей и паразитной мод,  $\delta_s = 2Q_0(\omega_s - \omega_0 - s\Delta\omega)/\omega_0$ ,

$$J_s(\zeta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1}{2\pi} \left( \int_0^{2\pi} p(\psi, \zeta, \varphi_0) d\varphi_0 \right) e^{-i\psi_s} d\psi \equiv \left\langle \left\langle p \right\rangle_{\varphi_0} e^{-i\psi_s} \right\rangle_{\psi}, \quad (2.8)$$

— азимутальная гармоника тока.

Параметры  $I_s$  определяются аналогично (1.8), однако в эту формулу для каждой моды необходимо подставлять соответствующее значение добротности, нормы и фактора связи  $G_{ml}$ .

## 2.2. Методика анализа устойчивости одномодового режима генерации

Анализируя устойчивость рабочей моды, можно считать амплитуды паразитных мод  $A_s$ ,  $s \neq 0$  малыми и линеаризовать уравнение движения (2.6). Методика такого анализа была развита в [62-64]. Следуя этим работам, представим  $p$  в виде  $p = p_0 + \tilde{p}$ , где  $\tilde{p}$  — малое возмущение, вносимое сателлитами. При этом уравнения для возмущений, вносимых различными

парами сателлитов, разделяются, что позволяет рассматривать их независимо. Для основной моды ( $s = 0$ ), очевидно, при этом придем к уравнению (1.1).

Для паразитных мод с  $s = \pm 1$  получим<sup>3</sup>

$$\frac{d\tilde{p}}{d\zeta} + i(\Delta_H + 2|p_0|^2 - 1)\tilde{p} + ip_0^2\tilde{p}^* = if_0(\zeta)(A_+e^{i(\Delta_0\zeta-\psi)} + A_-e^{-i(\Delta_0\zeta-\psi)}). \quad (2.9)$$

Если искать решение уравнения (2.9) в виде  $\tilde{p} = p_+e^{i(\Delta_0\zeta-\psi)} + p_-e^{-i(\Delta_0\zeta-\psi)}$ , то уравнения для  $p_{\pm}$  принимают вид

$$\begin{aligned} \frac{dp_+}{d\zeta} + i(\Delta_H + \Delta_0 + 2|p_0|^2 - 1)p_+ + ip_0^2p_-^* &= if_0(\zeta)A_+, \\ \frac{dp_-}{d\zeta} + i(\Delta_H - \Delta_0 + 2|p_0|^2 - 1)p_- + ip_0^2p_+^* &= if_0(\zeta)A_-. \end{aligned} \quad (2.10)$$

В рассматриваемом случае конкуренции эквидистантных мод выражения (2.8) для гармоник тока принимают вид

$$J_0(\zeta) = \langle p_0 \rangle_{\varphi_0}, \quad J_{\pm}(\zeta) = \langle p_{\pm} \rangle_{\varphi_0} e^{\pm i\Delta_0\zeta}. \quad (2.11)$$

Удобно также выполнить перенормировку  $p_0 \rightarrow p_0 \exp(i\Omega\tau)$ ,  $p_{\pm} \rightarrow p_{\pm} \exp(i\Omega\tau)$ ,  $A_{\pm} \rightarrow A_{\pm} \exp(i\Omega\tau)$ , чтобы импульсы  $p_0$  зависели только от координаты  $\zeta$ .

Для анализа устойчивости колебаний основной моды, следуя [63,64], представим  $p_{\pm}$  в виде

$$\begin{aligned} p_+ &= u_+(\zeta)A_+ + u_-(\zeta)A_-^*, \\ p_-^* &= v_+(\zeta)A_+ + v_-(\zeta)A_-^*. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Подставив (2.12) в (2.10), в итоге для коэффициентов  $u_{\pm}$ ,  $v_{\pm}$  получаем уравнения

---

<sup>3</sup> Здесь и далее для краткости вместо нижних индексов  $\pm 1$  будем использовать обозначения «+» и «-».



$$\begin{aligned}
\frac{du_+}{d\zeta} + i(\Delta_H + \Delta_0 + 2|p_0|^2 - 1)u_+ + ip_0^2 v_+ &= if_0(\zeta), \\
\frac{du_-}{d\zeta} + i(\Delta_H + \Delta_0 + 2|p_0|^2 - 1)u_- + ip_0^2 v_- &= 0, \\
\frac{dv_-}{d\zeta} - i(\Delta_H - \Delta_0 + 2|p_0|^2 - 1)v_- - i(p_0^*)^2 u_- &= -if_0^*(\zeta), \\
\frac{dv_+}{d\zeta} - i(\Delta_H - \Delta_0 + 2|p_0|^2 - 1)v_+ - i(p_0^*)^2 u_+ &= 0.
\end{aligned} \tag{2.13}$$

Граничные условия следует выбирать нулевыми,  $u_{\pm}(\zeta=0) = 0$ ,  $v_{\pm}(\zeta=0) = 0$ .

В результате подстановки (2.12) в (2.11) и далее в уравнения возбуждения (2.7) находим

$$\begin{aligned}
\frac{dA_+}{d\tau} + (\kappa_+ + i\delta_+ + i\Omega)A_+ &= iI_+ \left( A_+ \int_0^{\zeta_L} \langle u_+ \rangle f_0^*(\zeta) d\zeta + A_-^* \int_0^{\zeta_L} \langle u_- \rangle f_0^*(\zeta) d\zeta \right), \\
\frac{dA_-}{d\tau} + (\kappa_- + i\delta_- + i\Omega)A_- &= iI_- \left( A_- \int_0^{\zeta_L} \langle v_-^* \rangle f_0^*(\zeta) d\zeta + A_+^* \int_0^{\zeta_L} \langle v_+^* \rangle f_0^*(\zeta) d\zeta \right).
\end{aligned}$$

После введения обозначений

$$\Phi_{\pm}^u = i \int_0^{\zeta_L} \langle u_{\pm} \rangle f_0^*(\zeta) d\zeta, \quad \Phi_{\pm}^v = i \int_0^{\zeta_L} \langle v_{\pm}^* \rangle f_0^*(\zeta) d\zeta \tag{2.14}$$

эти уравнения принимают вид

$$\frac{dA_+}{d\tau} + (\kappa_+ + i\delta_+ + i\Omega)A_+ = I_+ (\Phi_+^u A_+ + \Phi_-^u A_-^*), \tag{2.15}$$

$$\frac{dA_-}{d\tau} + (\kappa_- + i\delta_- + i\Omega)A_- = I_- (\Phi_-^v A_- + \Phi_+^v A_+^*). \tag{2.16}$$

В уравнениях (2.15), (2.16)  $\Phi_{\pm}^u$ ,  $\Phi_{\pm}^v$  находятся в результате решения уравнений (2.13) и вычисления интегралов (2.14). Они являются функциями амплитуды рабочей моды  $a_0$  и параметров  $\Delta_H$ ,  $\Delta_0$  и  $\zeta_L$  (или  $\mu$ ). На рис. 2.1 приведены результаты расчетов этих функций<sup>4</sup> для  $\Delta_0 = 0.2$  и  $\mu = 15.0$ .

<sup>4</sup> Расчет функций восприимчивости был проведен А.Г. Рожневым и А.Б. Адиловой.

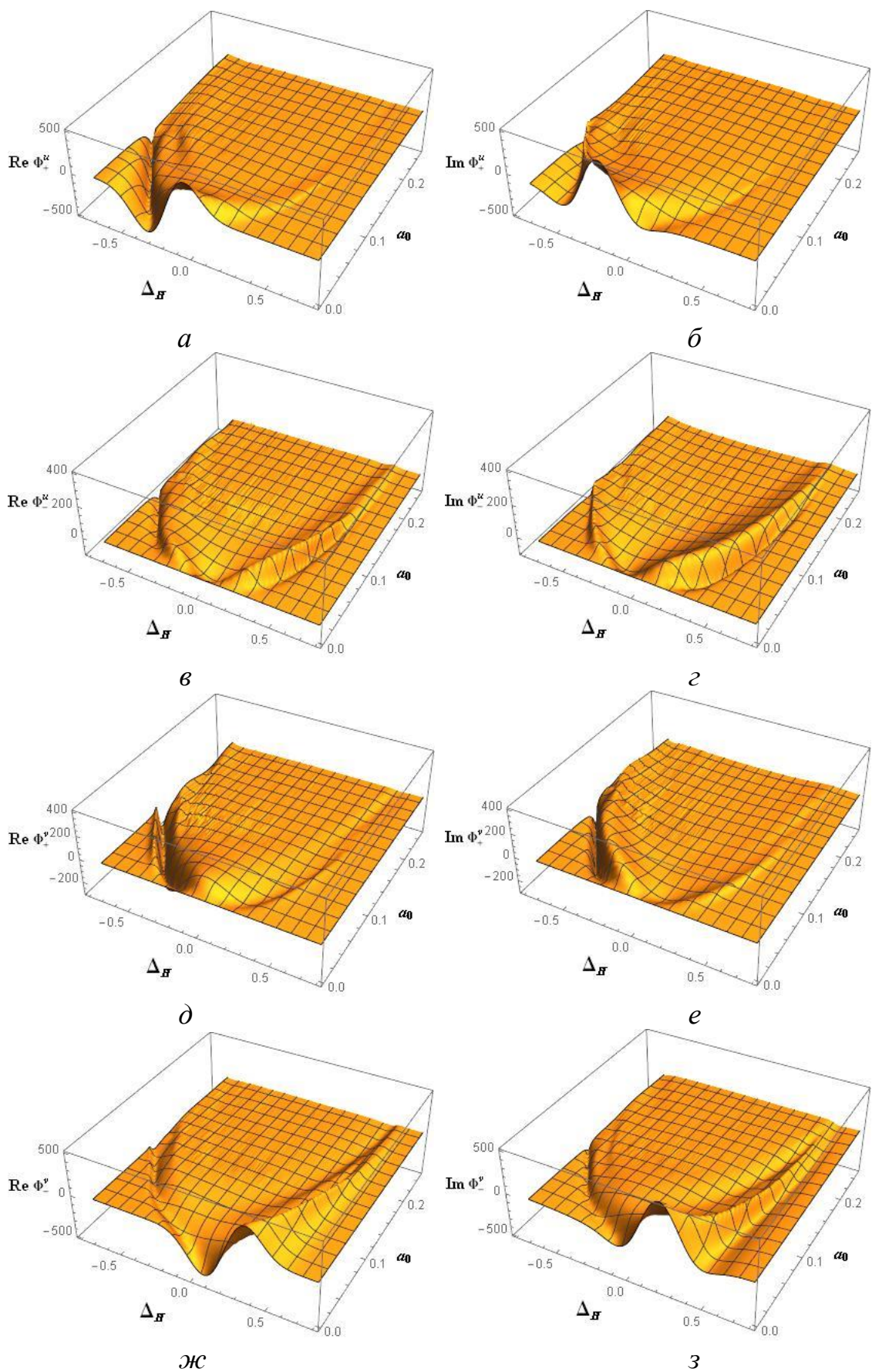


Рис. 2.1. Зависимости вещественных (*а, в, д, ж*) и мнимых (*б, г, е, з*) частей функций  $\Phi_{\pm}^u$  и  $\Phi_{\pm}^v$  от амплитуды колебаний  $a_0$  и расстройки циклотронного резонанса  $\Delta_H$  при  $\mu = 15.0$  и  $\Delta_0 = 0.2$ .

Для других пар сателлитов, очевидно, уравнения будут аналогичны (2.13) с точностью до замены  $\Delta_0 \rightarrow s\Delta_0$ .

Уравнения (2.15) и (2.16) образуют систему двух связанных линейных уравнений относительно малых возмущений  $A_{\pm}$ , из которых можно найти условия нарастания паразитных мод. Перепишем их в виде

$$\frac{dA_+}{d\tau} = (\sigma_+ - i\delta_+ + iI_+ \text{Im}\Phi_+^u - iI_0 \text{Im}\Phi_0)A_+ + I_+ \Phi_-^u A_-^*, \quad (2.17)$$

$$\frac{dA_-}{d\tau} = (\sigma_- - i\delta_- + iI_- \text{Im}\Phi_-^v - iI_0 \text{Im}\Phi_0)A_- + I_- \Phi_+^v A_+^*, \quad (2.18)$$

где

$$\begin{aligned} \sigma_+ &= I_+ \text{Re}\Phi_+^u - \kappa_+, \\ \sigma_- &= I_- \text{Re}\Phi_-^v - \kappa_-. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Удобно также сделать замену  $A_{\pm} \rightarrow A_{\pm} \exp[\pm i(I_+ \text{Im}\Phi_+^u - I_0 \text{Im}\Phi_0 - \delta_+)\tau]$ ,

после чего уравнения (2.17), (2.18) примут вид

$$\frac{dA_+}{d\tau} = \sigma_+ A_+ + I_+ \Phi_-^u A_-^*, \quad (2.20)$$

$$\frac{dA_-}{d\tau} = (\sigma_- - i\delta)A_- + I_- \Phi_+^v A_+^*, \quad (2.21)$$

где

$$\delta = 2Q_0 \frac{\omega_+ + \omega_- - 2\omega_0}{\omega_0} + 2I_0 \text{Im}\Phi_0 - I_+ \text{Im}\Phi_+^u - I_- \text{Im}\Phi_-^v. \quad (2.22)$$

Отметим, что неравенства  $\sigma_+ > 0$  и  $\sigma_- > 0$  определяют условия нарастания соответствующей паразитной моды в двухмодовой модели гиротрона с несинхронным взаимодействием мод [1,46,62].

В многомодовой модели с эквидистантным спектром возможна неустойчивость другого типа, обусловленная синхронным параметрическим взаимодействием трех мод. Действительно, частоты и азимутальные индексы мод удовлетворяют соотношениям

$$\begin{aligned} 2\omega_0 &= \omega_+ + \omega_-, \\ 2m_0 &= m_+ + m_-, \end{aligned} \quad (2.23)$$

которые на квантовом языке можно интерпретировать как законы сохранения энергии и углового момента импульса при четырёхфотонном параметрическом распаде двух квантов рабочей моды на кванты мод-сателлитов [1,29-31,43-47,61,70].

Отыскивая решение уравнений (2.20), (2.21) в виде  $A_+, A_-^* \sim \exp(\lambda t)$ , приходим к характеристическому уравнению

$$\lambda^2 - \lambda P + R = 0 \quad (2.24)$$

где

$$P = \sigma_+ + \sigma_- + i\delta,$$

$$R = \sigma_+ (\sigma_- + i\delta) - I_+ I_- \Phi_-^u (\Phi_+^v)^*.$$

Для анализа устойчивости удобно использовать подход, аналогичный известному методу D-разбиений (см., например, [60]). Поскольку на границе устойчивости характеристический показатель является чисто мнимым,  $\lambda = i\omega$ , можно разделить (2.24) на два вещественных уравнения:

$$\begin{aligned} -\omega^2 + \omega \operatorname{Im} P + \operatorname{Re} R &= 0, \\ -\omega \operatorname{Re} P + \operatorname{Im} R &= 0. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Выразив  $\omega$  из второго уравнения системы (2.25) и подставив в первое, получим выражение, задающее границу устойчивости:

$$\operatorname{Re} P \operatorname{Im} P \operatorname{Im} R + \operatorname{Re} R (\operatorname{Re} P)^2 - (\operatorname{Im} R)^2 = 0 \quad (2.26)$$

Соотношение (2.26) аналогично полученному ранее в [64,65]. Оно определяет границу устойчивости режима генерации основной моды относительно возбуждения пары сателлитов с азимутальными номерами  $m_0 \pm s$ , частоты которых удовлетворяют условию (2.3), т.е. примерно эквидистантно отстоят от основной частоты.

Еще раз отметим, что при использовании данной модели нет необходимости проводить численное моделирование системы (2.6), (2.7) как таковой. Все необходимые результаты могут быть получены путем численной обработки результатов интерполяции функций активной и реактивной восприимчивостей при помощи современных систем компьютерной

математики, таких, как Wolfram Mathematica, Matlab или Mathcad с очень малыми затратами времени и вычислительных средств.

Следует, однако, заметить, что данная методика хотя и является удобным инструментом для построения области устойчивости одномодовой генерации, вообще говоря, не позволяет однозначно ответить на вопрос о том, какой режим установится по окончании переходного процесса, так как в случае достаточно высокой плотности спектра мод имеет место мультистабильность, то есть, в зависимости от начальных условий реализуются несколько различных режимов генерации, которые могут быть как одномодовыми, так и многомодовыми. Попадание в область устойчивости рабочей моды, как правило, обеспечивается выбором соответствующего сценария включения гиротрона (см., например, [47,67,68]).

### 2.3. Структура зоны устойчивости автономного гиротрона

С помощью соотношений, приведенных в разделе 2.2, построим зоны устойчивости рабочей моды при различных значениях параметра  $\Delta_0$ . Для простоты ограничимся случаем чисто эквидистантного «холодного» спектра мод, а также будем считать, что добротности и параметры тока для всех мод можно считать равными, т.е. в уравнениях (2.7)  $\kappa_s = 1$ ,  $\delta_s = 0$ ,  $I_s = I_0$ , а (2.22) принимает вид  $\delta = I_0 (2 \operatorname{Im} \Phi_0 - \operatorname{Im} \Phi_+^u - \operatorname{Im} \Phi_-^v)$ .

Вначале рассмотрим границы устойчивости при двухмодовом взаимодействии (т.е. линии, на которых выполняются условия  $\sigma_{\pm} = 0$ ). На рис. 2.2 эти границы построены на плоскости  $\Delta_H, a_0$  при различных значениях параметра  $\Delta_0$ . Левые границы соответствуют возбуждению высокочастотного сателлита ( $\sigma_+ > 0$ ), правые — низкочастотного ( $\sigma_- > 0$ ).

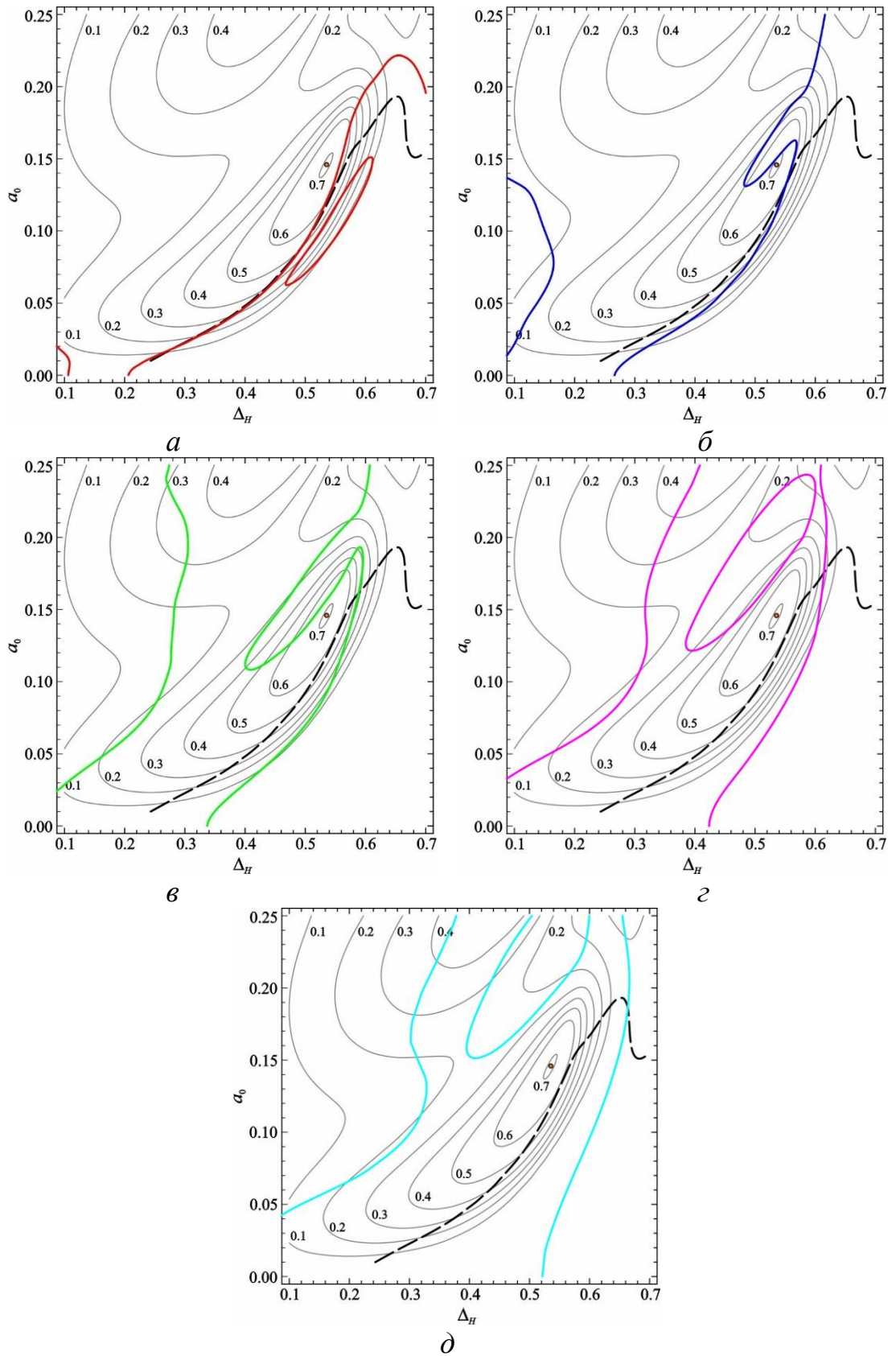


Рис. 2.2. Границы устойчивости на плоскости  $\Delta_H, a_0$  при двухмодовом взаимодействии при  $\Delta_0 = 0.1$  (*a*), 0.2 (*б*), 0.3 (*в*), 0.4 (*г*), 0.5 (*д*). Штриховая линия — граница жесткого возбуждения, серые кривые — линии равного КПД. Оранжевым кружком отмечена точка максимального КПД.

Также на этих рисунках нанесены линии равного поперечного электронного КПД, построенные согласно соотношению (1.19). В рассматриваемом случае, когда  $\mu = 15.0$ , максимальный КПД  $\eta_{\max} \approx 0.704$  достигается в точке  $\Delta_{\max} \approx 0.534$ ,  $a_{\max} \approx 0.144$ , которая отмечена оранжевым кружком. Штриховой линией показана граница жесткого возбуждения, т.е. линия, на которой функция  $\text{Re}\Phi_0(a_0, \Delta_H)$  имеет максимум (см. раздел 1.1). Стационарные состояния, расположенные ниже этой границы, неустойчивы.

Как видно из рис. 2.2, граница, на которой рабочая мода становится неустойчивой относительно возбуждения высокочастотного сателлита, с увеличением параметра расстройки  $\Delta_0$  постепенно смещается в область бóльших расстроек циклотронного резонанса. Однако, даже при  $\Delta_0 = 0.4 \div 0.5$  (рис. 2.2г, д), неустойчивыми являются режимы, КПД которых существенно меньше оптимального.

Большой интерес представляют правые границы, при пересечении которых происходит возбуждение низкочастотного сателлита, так как эти границы лежат в области высоких КПД. При  $\Delta_0 = 0.1$  эта граница практически совпадает с линией жесткого возбуждения (рис. 2.2а). Далее с увеличением  $\Delta_0$  граница начинает смещаться влево, а ее форма усложняется. В области  $a_0 \approx 0.15$  на ней появляется впадина, которая постепенно расширяется и вдаётся все глубже в область устойчивости (рис. 2.2б, в). Затем от нее обособляется замкнутая кривая, внутри которой рабочая мода неустойчива (рис. 2.2 г, д). Тем не менее, точка, где КПД максимален, всегда остается устойчивой, хотя при  $\Delta_0 = 0.2$  лежит близко к границе.

С помощью соотношения (1.14) можно перестроить границы устойчивости, показанные на рис. 2.2, на плоскости  $\Delta_H, I_0$ , на которой, как уже отмечалось выше, традиционно анализируют режимы генерации гиротрона. Эти границы показаны на рис. 2.3, где также нанесены границы зон мягкого (черная штриховая линия) и жесткого (черная сплошная линия) возбуждения.

Оранжевым кружком отмечена точка максимального КПД  $\Delta_H \approx 0.534$ ,  $I_0 \approx 0.059$ .

Как и на рис. 2.2., слева находятся границы, при пересечении которых становится положительным инкремент высокочастотной моды  $\sigma_+$ , справа — границы, правее и выше этих кривых начинает нарастать более низкочастотная паразитная мода ( $\sigma_- > 0$ ). Как уже отмечалось при анализе рис. 2.2, наиболее опасными с точки зрения возбуждения паразитной моды являются значения  $\Delta_0 \sim 0.2 - 0.3$ . При дальнейшем увеличении  $\Delta_0$  граница устойчивости смещается в область токов, существенно превышающих оптимальное значение. В целом картина, представленная на рис. 2.3, согласуется с описанной, например, в [43].

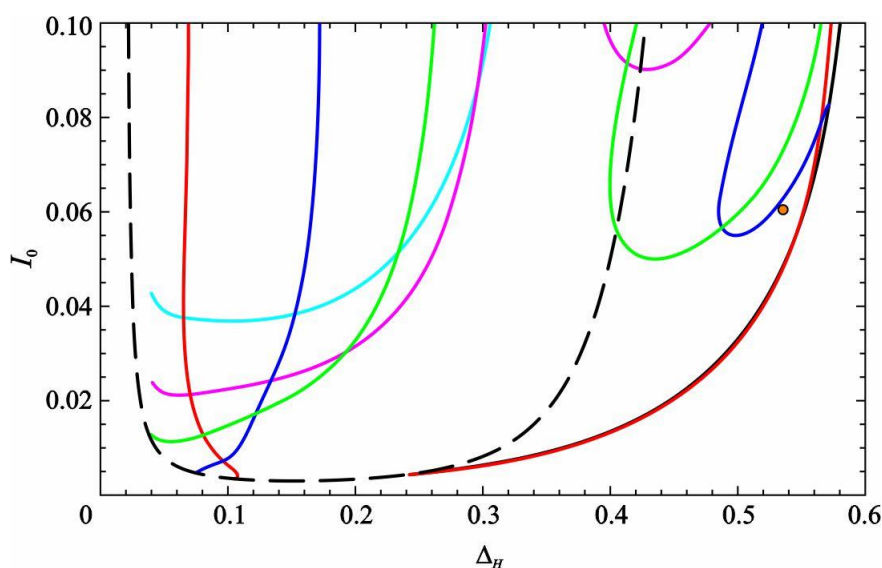


Рис. 2.3. Границы устойчивости рабочей моды на плоскости  $\Delta_H, I_0$  при двухмодовом взаимодействии:  $\Delta_0 = 0.1$  (красные кривые), 0.2 (синие), 0.3 (зеленые), 0.4 (фиолетовые) и 0.5 (голубые). Оранжевым кружком отмечена точка максимального КПД. Черной штриховой линией показана граница мягкого самовозбуждения, черной сплошной линией — жесткого.

Более интересно рассмотреть условия возникновения распаднoй параметрической неустойчивости, которые задаются соотношением (2.26). Соответствующие границы на плоскости  $\Delta_H, a_0$  представлены на рис. 2.4.



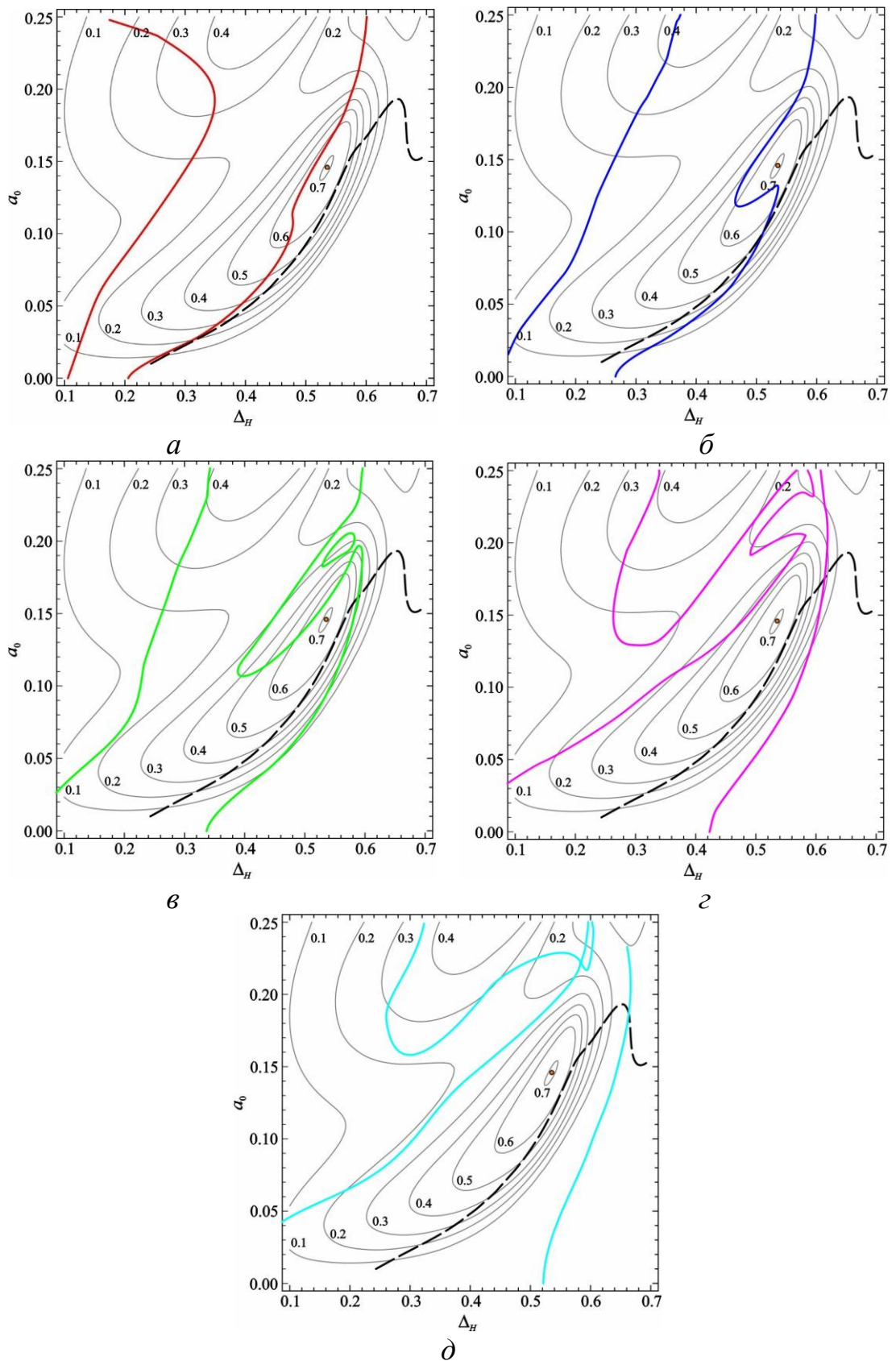


Рис. 2.4. Границы устойчивости на плоскости  $\Delta_H, a_0$  при трехмодовом взаимодействии при  $\Delta_0 = 0.1$  (*a*),  $0.2$  (*б*),  $0.3$  (*в*),  $0.4$  (*г*),  $0.5$  (*д*). Штриховая линия — граница жесткого возбуждения, серые кривые — линии равного КПД. Оранжевым кружком отмечена точка максимального КПД.

В данном случае слева и справа от представленных на рисунке кривых происходит возбуждение пары паразитных мод-сателлитов, а между этими кривыми колебания рабочей моды устойчивы. В целом границы устойчивости, показанные на рис. 2.2 и 2.4, имеют схожую структуру, однако за счет влияния распадной неустойчивости на рис. 2.4 области неустойчивости заметно расширяются.

На рис. 2.5 представлены соответствующие границы на плоскости  $\Delta_H, I_0$ . Качественно эти границы похожи на изображенные на рис. 2.3, однако, как и на плоскости  $\Delta_H, a_0$ , области устойчивости сокращаются в размерах. В частности, при  $\Delta_0 = 0.1$  и  $0.2$  точка, в которой достигается максимальный КПД, оказывается в зоне неустойчивости. При  $\Delta_0 = 0.3$  и выше граница устойчивости смещается в область более высоких токов.

Полученные нами границы верифицировались численным моделированием по уравнениям теории с фиксированной структурой поля при учете трех взаимодействующих мод с различным параметром расстройки  $\Delta_0$ . На рис. 2.5 численные результаты показаны кружками. Видно, что они хорошо согласуются с теоретическими границами.

Стоит отметить, что в работах [63] и [64] также были представлены границы распадной неустойчивости рабочей моды на плоскости  $\Delta_H, a_0$ . Однако они достаточно сильно отличаются как друг от друга, так и от полученных нами результатов. По всей видимости, причина связана с техническими трудностями, которые возникли при численном построении границ устойчивости, поскольку в те времена вычислительная техника была еще недостаточно развита и отсутствовали современные программные пакеты, такие как Wolfram Mathematica, который используется в данной работе, или его аналоги. Также отметим, что в статье [66] отмечалось, что результаты [63,64] не подтверждаются численным моделированием, правда там это расхождение приписывалось влиянию нефиксированной структуры поля.

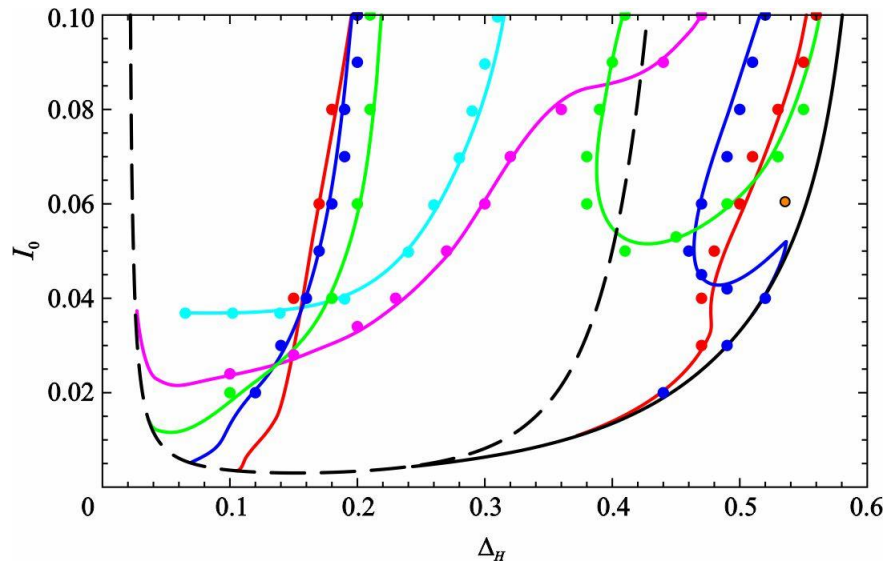


Рис. 2.5. Границы устойчивости рабочей моды на плоскости  $\Delta_H, I_0$  при трехмодовом взаимодействии:  $\Delta_0 = 0.1$  (красные кривые),  $0.2$  (синие),  $0.3$  (зеленые),  $0.4$  (фиолетовые) и  $0.5$  (голубые). Кружками показаны результаты численного моделирования. Оранжевым кружком отмечена точка максимального КПД. Черной штриховой линией показана граница мягкого самовозбуждения, черной сплошной линией — жесткого.

Представленные выше результаты позволяют установить структуру зоны устойчивости рабочей моды в гиротроне с эквидистантным спектром мод. Динамика колебаний определяется, вообще говоря, конкуренцией основной моды и различных пар сателлитов с расстройками  $\Delta_s = s\Delta_0$ ,  $s = \pm 1, \pm 2, \dots$ , где  $\Delta_0$  — нормированная расстройка между частотами основной моды и ближайших сателлитов (2.5), которую также называют параметром плотности спектра мод. Граница зоны устойчивости в этом случае образуется границами для различных пар сателлитов, динамику которых на линейной стадии можно рассматривать независимо. Рассмотрим сначала случай  $\Delta_0 = 0.2$ . Такая плотность спектра мод примерно соответствует, в частности, гиротрону диапазона 170 ГГц с рабочей модой  $TE_{28,12}$  [44]. В этом случае область устойчивости представлена на рис. 2.6. Она ограничена линиями, при пересечении которых происходит возбуждение соседней пары сателлитов (т.е.  $\Delta_s = \Delta_0 = 0.2$ ) и следующей пары  $\Delta_s = 2\Delta_0 = 0.4$ ). Также на рисунке нанесены линии равного КПД, рассчитанные по формуле (1.19). Видно, что в области, где КПД близок к максимальному,

колебания рабочей моды неустойчивы, что хорошо согласуется с данными, представленными в литературе [29-31, 44, 61].

В области высоких КПД при увеличении параметра  $\Delta_H$  при выходе из зоны устойчивости происходит возбуждение мод с  $s=\pm 1$ . При уменьшении  $\Delta_H$  выход из зоны устойчивости сопровождается в основном возбуждением мод с  $s=\pm 2$ . Остальные пары сателлитов ( $s=\pm 3, \dots$ ), частоты которых лежат вне полосы циклотронного резонанса, не влияют на конфигурацию области устойчивости.

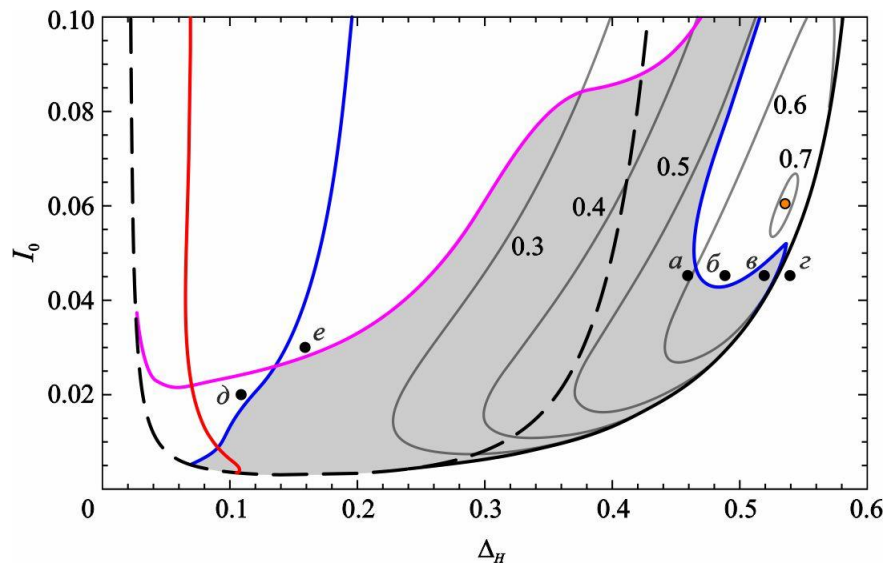


Рис. 2.6. Область устойчивости рабочей моды в многомодовом гиротроне (серый цвет) при параметре плотности спектра мод  $\Delta_0 = 0.2$ . Показаны границы возбуждения мод с  $s=\pm 1$  (синий цвет) и  $s=\pm 2$  (фиолетовый). Черными кружками  $a-e$  отмечены точки, в которых проведены расчеты процессов установления колебаний, показанные на рис. 2.9.

Более сложную структуру имеет область устойчивости для  $\Delta_0 = 0.1$  (рис. 2.7). Такая плотность спектра мод, соответствует, например, гипотетическому гиротрону с рабочей модой  $TE_{56,24}$  [44,47]. Как видно из рис. 2.7, граница области устойчивости состоит из нескольких участков, при пересечении которых происходит возбуждение тех или иных пар сателлитов: от ближайших к основной моде, до мод с  $s=\pm 4$ . Прочие сателлиты, как и в случае  $\Delta_0 = 0.2$ , не оказывают влияния на устойчивость основной моды. Размер области устойчивости уменьшается по сравнению с рис. 2.6. Границы устойчивости для сателлитов с  $s=\pm 2$  и  $s=\pm 4$ , очевидно, совпадают с границами

для  $s=\pm 1$  и  $s=\pm 2$  при  $\Delta_0 = 0.2$ . Отметим, что лишь в области относительно низких токов потеря устойчивости связана с возбуждением мод, ближайших к основной ( $s=\pm 1$ ), тогда как при более высоких токах происходит возбуждение более удаленных пар сателлитов. Похожее поведение ранее отмечалось в литературе (см., например, [66]).

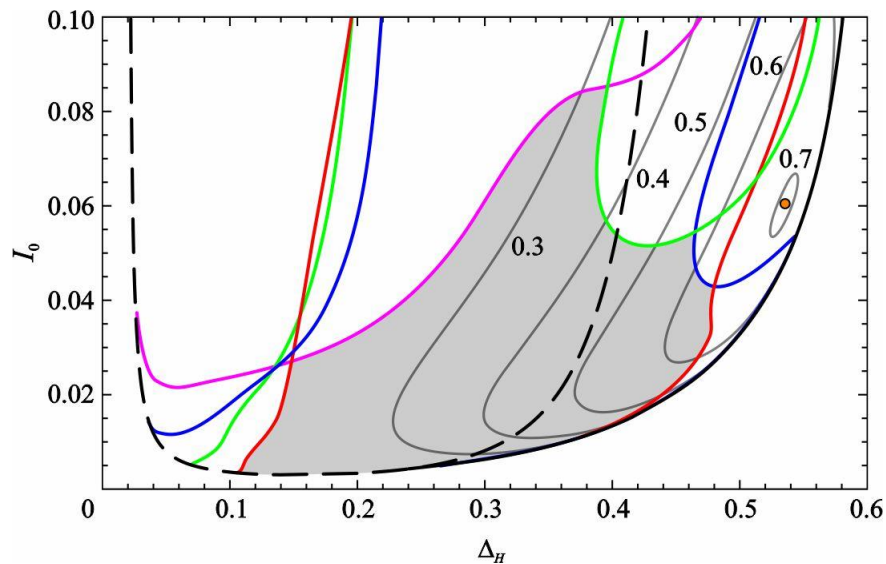


Рис. 2.7. Область устойчивости рабочей моды в многомодовом гиротроне (серый цвет) при параметре плотности спектра мод  $\Delta_0 = 0.1$ . Показаны границы возбуждения мод с  $s=\pm 1$  (красный цвет),  $s=\pm 2$  (синий),  $s=\pm 3$  (зеленый) и  $s=\pm 4$  (фиолетовый).

Учет таких факторов, как холодная расстройка собственных частот и неидентичность добротностей и параметров тока для различных мод, также не представляет сложности. В частности, на рис. 2.8 показано, как трансформируется граница устойчивости при уменьшении параметра тока для высокочастотного сателлита  $I_+$ . При этом считается, что параметр тока для низкочастотного сателлита не изменяется,  $I_- = I_0$ . Из рис. 2.8 видно, что при уменьшении  $I_+$  зона устойчивости увеличивается и граница стремится к соответствующей границе возбуждения низкочастотного сателлита при двухмодовом взаимодействии ( $\sigma_- = 0$ ), которая показана синей линией. При  $I_+/I_0 = 0.3$  точка, в которой КПД достигает максимума, становится устойчивой. Действительно при  $I_+ \rightarrow 0$  параметрическая связь между сателлитами

пропадает и мы, по сути, переходим к случаю несинхронного двухмодового взаимодействия.

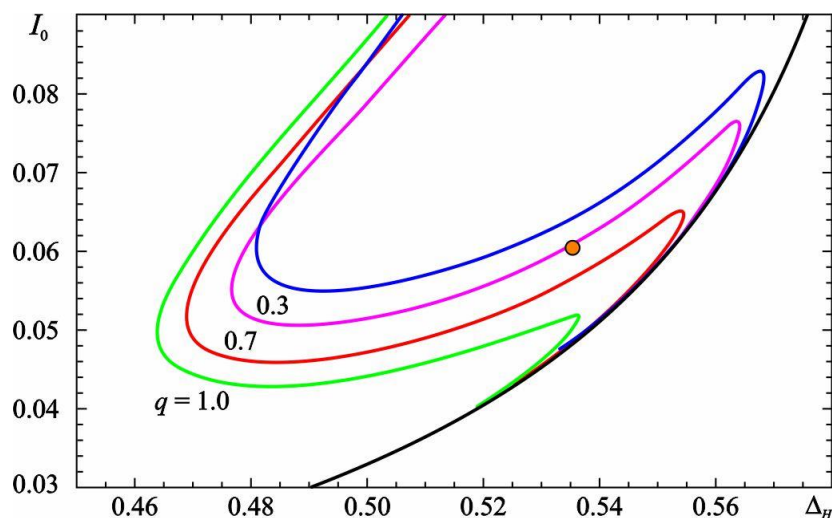


Рис. 2.8. Фрагмент границы устойчивости при  $\Delta_0 = 0.2$  и различных значениях параметра тока высокочастотного спутника:  $I_+/I_0 = 1.0$  (зеленая линия), 0.7 (красная) и 0.3 (фиолетовая). Синей линией показана граница устойчивости при двухмодовом взаимодействии ( $\sigma_- = 0$ ), штриховой линией — граница срыва колебаний основной моды при жестком возбуждении (1.29).

Как уже отмечалось, теоретические результаты хорошо согласуются с результатами непосредственного численного моделирования на основе приведенных выше многомодовых уравнений (2.6), (2.7). На рис. 2.9 приведены характерные зависимости амплитуд мод от времени в различных точках плоскости параметров, рассчитанные при учете пяти взаимодействующих мод ( $\Delta_0 = 0.2$ ). Соответствующие точки, в которых проводилось моделирование, отмечены на рис. 2.6. Рис. 2.9а иллюстрирует ситуацию, когда мы находимся внутри зоны устойчивости. Хорошо видно, как амплитуды паразитных мод затухают.

При увеличении расстройки циклотронного резонанса  $\Delta_H$  мы выходим из зоны устойчивости (рис. 2.9б), причем потеря устойчивости обусловлена возбуждением спутников  $A_{\pm 1}$ . Переходный процесс завершается установлением режима многомодовых колебаний, причем наибольшую амплитуду имеет рабочая мода. При дальнейшем увеличении  $\Delta_H$  мы вновь

попадаем в зону устойчивости (рис. 2.9в). Наконец, при  $\Delta_H = 0.54$ , когда мы находимся правее границы жесткого возбуждения, происходит срыв генерации рабочей моды и установление колебаний моды  $A_{-1}$  (рис. 2.9г).

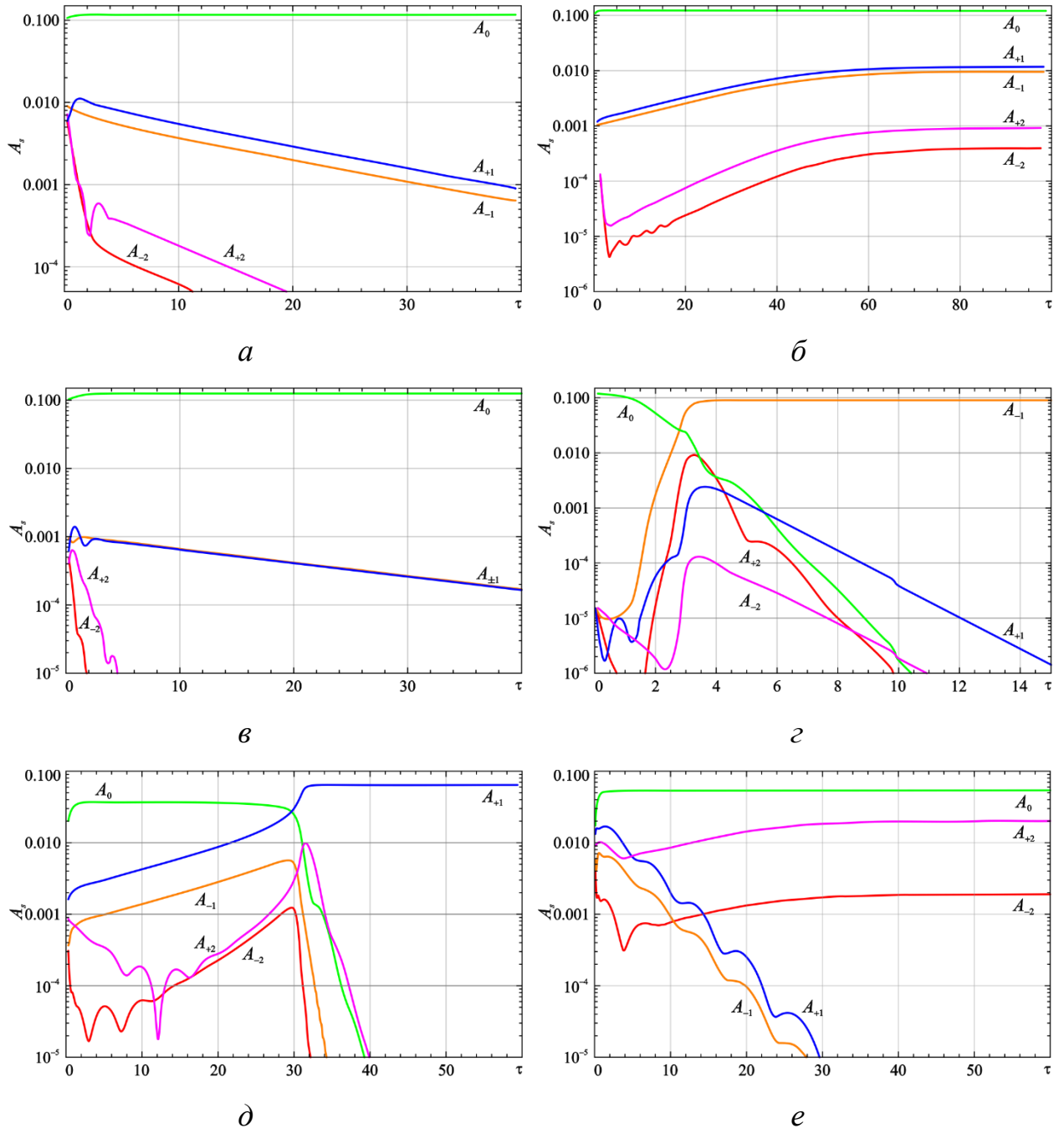


Рис. 2.9. Зависимости амплитуд мод от времени в процессе установления колебаний: *a* –  $I_0 = 0.046, \Delta_H = 0.46$ ; *б* –  $I_0 = 0.046, \Delta_H = 0.49$ ; *в* –  $I_0 = 0.046, \Delta_H = 0.52$ ; *г* –  $I_0 = 0.046, \Delta_H = 0.54$ ; *д* –  $I_0 = 0.02, \Delta_H = 0.11$ ; *е* –  $I_0 = 0.03, \Delta_H = 0.16$ .

При пересечении левой границы зоны устойчивости возможны два сценария. В одном случае (рис. 2.9д) неустойчивость обусловлена нарастанием ближайшей пары сателлитов. Переходный процесс завершается подавлением рабочей моды и установлением колебаний моды  $A_{+1}$ . Во втором случае нарастает удаленная пара сателлитов, а моды  $A_{\pm 1}$  затухают (рис. 2.9е). В итоге устанавливается многомодовый режим с генерацией трех мод.

## **2.4. Анализ устойчивости синхронизованных колебаний рабочей моды многомодового гиротрона**

В главе 1 был представлен анализ режимов синхронизации одномодовой модели гиротрона внешним сигналом. Исследуем, как на эту картину повлияет наличие паразитных мод, используя методику анализа устойчивости, представленную в предыдущем разделе. Рассмотрим по отдельности случаи двухмодового несинхронного взаимодействия и многомодового с эквидистантным спектром мод. Как и выше, будем основываться на модели гиротрона с фиксированной гауссовой структурой поля с нормированной длиной пространства взаимодействия  $\mu = 15.0$ , а расстройку частоты внешнего воздействия выберем равной  $\Omega = -0.75$ , аналогично разделу 1.4.

### **2.4.1. Двухмодовое взаимодействие**

Хотя в гиротронах с рабочими модами типа «шепчущей галереи» основную опасность представляет распадная неустойчивость, приводящая к возбуждению пар сателлитов, симметрично отстоящих от основной частоты, несинхронное двухмодовое взаимодействие также может играть важную роль, так как этот механизм может приводить к паразитному возбуждению мод встречного вращения. Например, в гиротроне с рабочей модой  $TE_{28,12}$  это могут быть моды  $TE_{-25,13}$  и  $TE_{-26,13}$  (знак « $\leftarrow$ » означает моду встречного вращения). Моды встречного вращения, очевидно, не могут участвовать в процессах четырехфотонного распада, поскольку для них не выполняется второе из условий (2.23).



В разделе 1.4 представлены зависимости амплитуды колебаний (рис. 1.14а) и поперечного электронного КПД (рис. 1.14б) от расстройки циклотронного резонанса  $\Delta_H$  при различных значениях параметра  $I_0$ . Наложим на эти рисунки границы возбуждения паразитных мод (рис. 2.10).

На рис. 2.10а, в, д, ж показаны зависимости амплитуды колебаний от  $\Delta_H$  при различных значениях амплитуды внешнего сигнала  $F$ , на которые темно-серым цветом нанесены области неустойчивости при двухмодовом взаимодействии при безразмерной расстройке  $\Delta_0 = 0.2$ . Внутри левой области выполняется условие  $\sigma_+ > 0$ , т.е. происходит возбуждение высокочастотного сателлита ( $s=+1$ ), справа —  $\sigma_- > 0$ , соответствующее возбуждению низкочастотной моды ( $s=-1$ ).

Видно, что в дополнение к уже имеющимся областям неустойчивости, которые закрашены светло-серым цветом, появляются новые неустойчивые участки резонансных кривых, показанные пунктирными линиями. Они расположены либо в области малых амплитуд и малых  $\Delta_H$  ( $\sigma_+ > 0$ ), либо в области  $0.4 < \Delta_H < 0.6$ , примыкая к участкам резонансных кривых которые неустойчивы уже в одномодовой модели (штриховые линии). С увеличением параметра  $I_0$  области возбуждения паразитных мод расширяются, а также появляется отдельная замкнутая область неустойчивости, лежащая несколько левее максимумов резонансных кривых (рис. 2.10ж).

На рис. 2.10б, г, е, з приведены соответствующие зависимости для КПД. Следует отметить, что на них возбуждение паразитных мод не оказывает заметного влияния. Участки, где достигается наиболее высокий КПД, по-прежнему остаются устойчивыми. Наиболее сильно сказывается возбуждение низкочастотного сателлита при больших значениях безразмерного параметра тока.

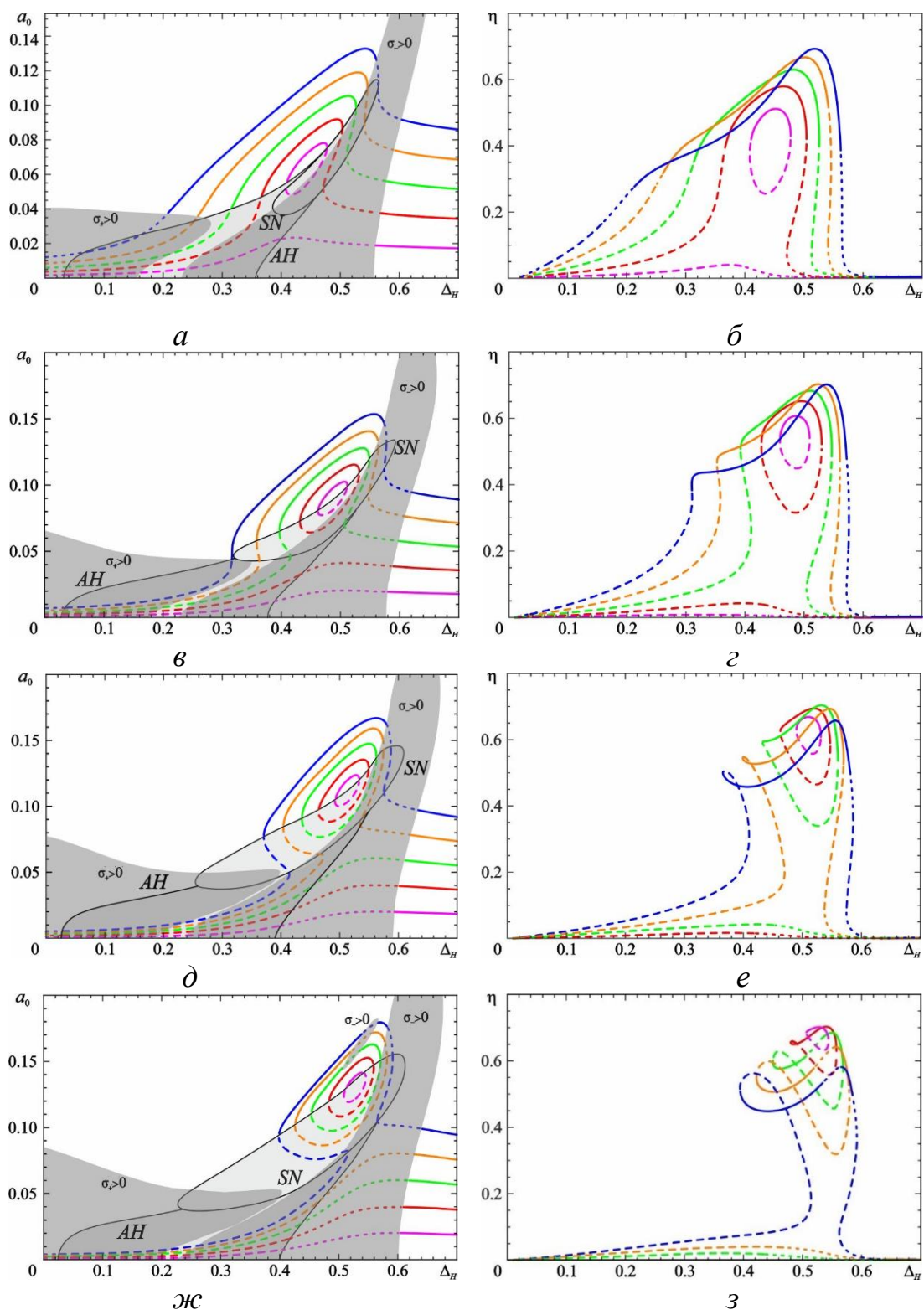


Рис. 2.10 Зависимости амплитуды (слева) и поперечного КПД (справа) от расстройки циклотронного резонанса для неавтономного гиротрона при  $\Omega = -0.75$ ,  $I_0 = 0.02$  (*а, б*),  $I_0 = 0.03$  (*в, г*),  $I_0 = 0.04$  (*д, е*),  $I_0 = 0.05$  (*ж, з*) и различных значениях  $F$ : розовая кривая –  $F = 0.01$ , красная –  $0.02$ , зеленая –  $0.03$ , оранжевая –  $0.04$ , синяя –  $0.05$ . Темно-серым цветом показаны области, где выполняются условия  $\sigma_+ > 0$  и  $\sigma_- > 0$ . Устойчивые состояния показаны сплошными линиями, неустойчивые – штриховыми и пунктирными.

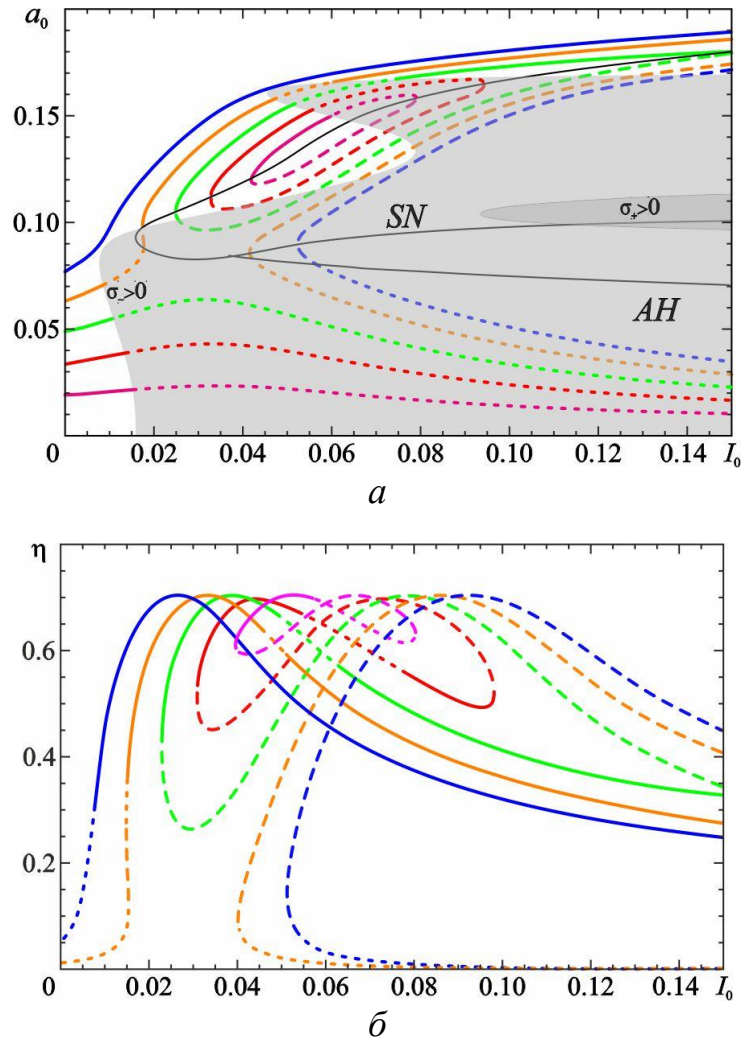


Рис. 2.11. Зависимости амплитуды ( $a$ ) и поперечного КПД ( $b$ ) от нормированного тока при  $\Delta_H = 0.534$ ,  $\Omega = -0.75$  и различных значениях амплитуды внешнего сигнала (выбраны те же значения  $F$ , что и на рис. 2.10). Устойчивые состояния показаны сплошными линиями, неустойчивые – штриховыми и пунктирными. Серым цветом показаны области, где выполняются условия  $\sigma_+ > 0$  и  $\sigma_- > 0$ .

Полезно также построить аналогичные границы устойчивости на плоскости зависимостей амплитуды колебаний и КПД от нормированного тока пучка. Как и в разделе 1.4, выберем значение расстройки циклотронного резонанса  $\Delta_H = 0.534$ , при котором достигается максимальный КПД. Сравнивая рис. 1.15 и рис. 2.11, видим, что исчезает мультистабильность: ветви кривых с меньшими значениями амплитуды и КПД становятся неустойчивыми относительно возбуждения низкочастотного сателлита. Также появляются неустойчивые участки с большими значениями амплитуды при  $I_0 > 0.04$ . Однако верхняя ветвь при  $F = 0.05$  остается полностью устойчивой.

Высокочастотная мода не оказывает существенного влияния на устойчивость рабочей моды.

Далее рассмотрим структуру области устойчивости рабочей моды на плоскости параметров  $\Delta_H, I_0$  при различных значениях амплитуды внешнего сигнала (рис. 2.12). Область устойчивости на рисунке закрашена серым.

На рис. 2.12 границы мягкого возбуждения для автономного гиротрона для центральной моды ( $s=0$ ) и сателлитов ( $s=\pm 1$ ), показаны штриховыми линиями. Зоны генерации на плоскости  $\Delta_H, I_0$  для соседних мод идентичны по форме, однако сдвинуты вдоль горизонтальной оси на величину  $\Delta_0$ . Также на рисунках нанесены границы устойчивости режима синхронизации для одномодовой модели (линии бифуркации Андронова-Хопфа и седлоузловой бифуркации). Стоит отметить, что при малых  $F$ , линии бифуркации Андронова-Хопфа при увеличении параметра  $I_0$  стремятся к линиям мягкого возбуждения основной моды. Заштрихована область, в которой в одномодовой модели реализуется режим биений.

Также на рис. 2.12 нанесены границы возбуждения сателлитов, на которых обращаются в нуль величины  $\sigma_{\pm}$ , которые определяются соотношениями (2.19). Зеленой кривой показана линия, на которой выполняется условие  $\sigma_+ = 0$ , фиолетовыми — линии, на которых выполняется условие  $\sigma_- = 0$ . При пересечении этих линий в направлении увеличения тока возбуждается высокочастотный или низкочастотный сателлит соответственно. Однако следует отметить, что внутри области биений пересечение линий  $\sigma_{\pm} = 0$ , вообще говоря, не означает, что происходит возбуждение паразитной моды, поскольку в этой области нет устойчивого режима синхронизации рабочей моды.

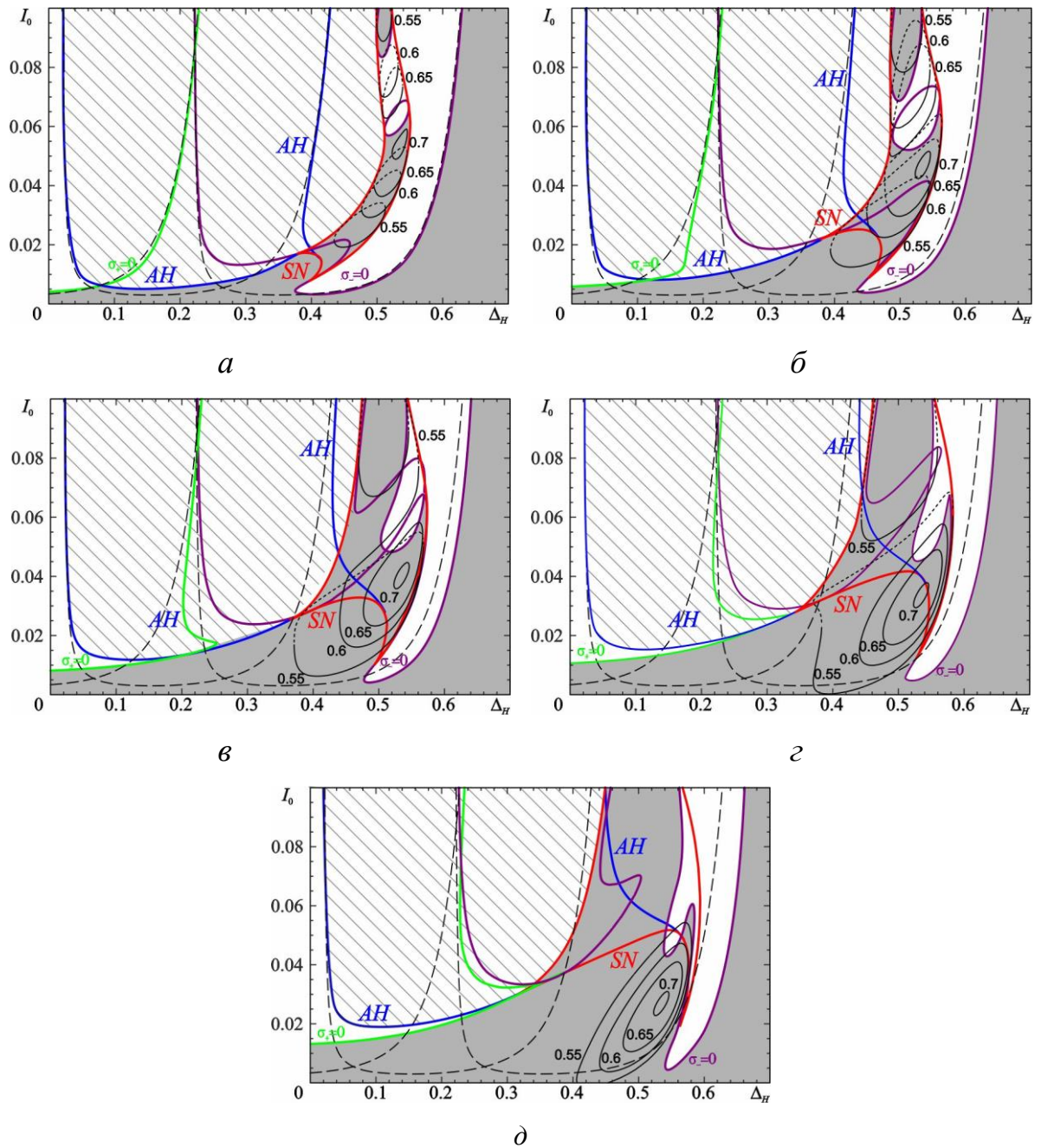


Рис. 2.12. Границы устойчивости рабочей моды при двухмодовом взаимодействии при  $\Delta_0 = 0.2$ ,  $\Omega = -0.75$  и различных значениях амплитуды внешнего сигнала:  $F=0.01$  (*a*),  $0.02$  (*б*),  $0.03$  (*в*),  $0.04$  (*г*),  $0.05$  (*д*). Серым показана область устойчивости рабочей моды, штриховкой — область биений. Черными сплошными и пунктирными кривыми показаны линии равного КПД, штриховыми — границы мягкого самовозбуждения для мод с  $s=0, \pm 1$ . Красными линиями показаны границы седлоузловой бифуркации (SN), синими — Андронова-Хопфа (AH). Зеленая кривая отвечает условию  $\sigma_+ = 0$ , фиолетовая —  $\sigma_- = 0$ .

Наиболее сложная ситуация имеет место внутри области, ограниченной линией седлоузловой бифуркации. Как было отмечено в разделе 1.4, в одномодовой модели в этой области имеет место бистабильность. Поверхность  $\eta(\Delta_H, I_0)$  имеет вид перекрученного «рукава» (см. рис. 1.17), причем одна сторона этой поверхности соответствует устойчивым состояниям, другая — неустойчивым. Остальная часть поверхности  $\eta(\Delta_H, I_0)$  отвечает режимам с малым КПД. На рис. 2.12 нанесены линии равного КПД, около которых подписаны соответствующие значения. Участки, которые в одномодовой модели являются устойчивыми, показаны сплошными линиями, неустойчивые — пунктирными.

Разумеется, основной интерес представляет вопрос об устойчивости режима с высоким КПД. В этой области возможно возбуждение низкочастотного сателлита ( $s = -1$ ). С увеличением амплитуды внешнего воздействия граница, на которой выполняется условие  $\sigma_- = 0$ , изменяется. При малых  $F$  (рис. 2.12а, б) она состоит из кривой, которая в основном проходит практически по границе самовозбуждения соответствующего сателлита и располагается на той части поверхности  $\eta(\Delta_H, I_0)$ , где КПД мал, а также из двух замкнутых кривых, которые опираются на линии седлоузловой бифуркации. При  $F=0.03$  эти две замкнутые кривые смыкаются (рис. 2.12в) и далее происходит трансформация границы  $\sigma_- = 0$ : теперь она состоит из двух частей, которые при увеличении  $F$  удаляются друг от друга (рис. 2.12г, д). Правая из них частично заходит в область режимов с высоким КПД.

Линия  $\sigma_+ > 0$  пролегает в основном в области биений или слева от нее, причем по крайней мере при малых  $F$  она близка к соответствующей границе мягкого самовозбуждения. Поскольку в этой области нет режимов синхронизации с высоким КПД, возбуждение высокочастотного сателлита не оказывает существенного влияния.

Как видно из рис. 2.12, хотя часть режимов с высоким КПД становится неустойчивой, даже при малых  $F$  имеется область устойчивых режимов синхронизации с КПД, близким к максимальному (рис. 2.12 а, б). Однако полоса синхронизации (по параметру  $\Delta_H$ ) является довольно узкой, фактически

она ограничена линиями седлоузловой бифуркации. С увеличением  $F$  область режимов с высоким КПД расширяется и смещается в область меньших токов. На рис. 2.12г, д эти режимы в основном расположены ниже линии седлоузловой бифуркации, т.е. вне области мультистабильности. Как уже было отмечено в разделе 1.4, такая ситуация более благоприятна с точки зрения синхронизации. Таким образом, в области параметров  $F=0.04 \div 0.05$ ,  $I_0 = 0.02 \div 0.03$  имеется широкая полоса синхронизации, в которой режим с высоким КПД является устойчивым.

#### 2.4.2. Многомодовое взаимодействие с эквидистантным спектром мод

Большой интерес представляет вопрос об устойчивости режимов синхронизации в многомодовом гиротроне с эквидистантным спектром мод. В этом случае следует рассмотреть условие возникновения распаднoй неустойчивости (2.26). На рис. 2.13а, в, д, ж границы распаднoй неустойчивости при  $\Delta_0 = 0.2$  на плоскости  $\Delta_H, a_0$  наложены на картину резонансных кривых при различных значениях параметра  $I_0$ . Области неустойчивости показаны темно-серым цветом, участки резонансных кривых, которые неустойчивы относительно возбуждения паразитных мод, показаны пунктирными линиями.

Видно, что область неустойчивости имеет структуру, похожую на случай двухмодового взаимодействия (рис. 2.10), однако за счет параметрического взаимодействия сателлитов она несколько увеличивается в размерах. На рис. 2.13б, г, е, з приведены соответствующие зависимости для поперечного электронного КПД. Также отметим, что с ростом параметра  $I_0$  область неустойчивости увеличивается. Если при малых  $I_0$  распадная неустойчивость не оказывает существенного влияния (неустойчивыми становятся в основном участки с низким КПД), то на рис. 2.13ж, з хорошо заметно, что неустойчивыми становятся режимы с высокими КПД.

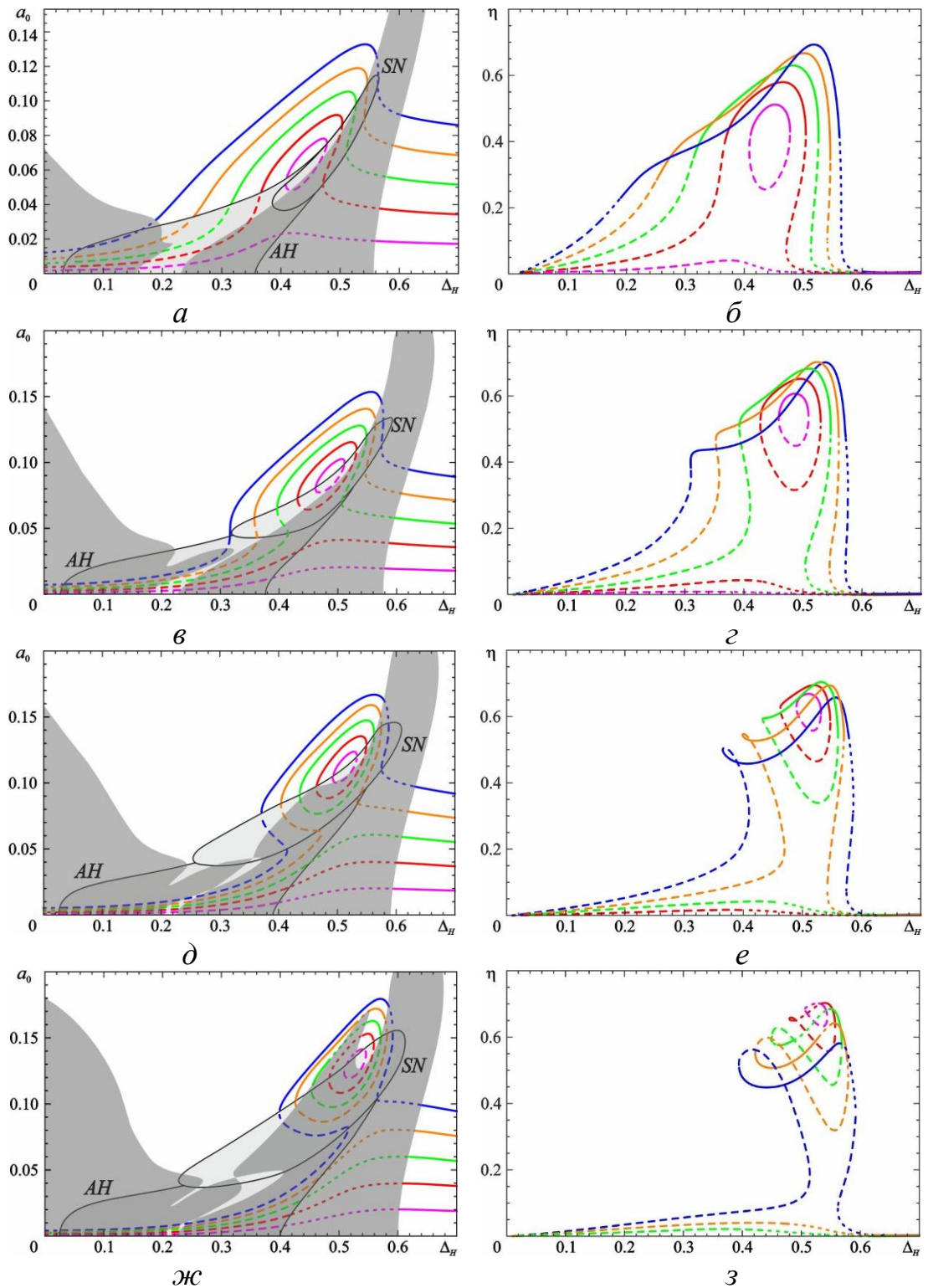


Рис. 2.13 Зависимости амплитуды (слева) и поперечного КПД (справа) от расстройки циклотронного резонанса для неавтономного гиротрона при  $\Omega = -0.75$ ,  $I_0 = 0.02$  (а,б),  $I_0 = 0.03$  (в,в),  $I_0 = 0.04$  (д,е),  $I_0 = 0.05$  (ж,з) и различных значениях  $F$ : розовая кривая –  $F = 0.01$ , красная – 0.02, зеленая – 0.03, оранжевая – 0.04, синяя – 0.05. Устойчивые состояния показаны сплошными линиями, неустойчивые – штриховыми и пунктирными. Темно-серым цветом показаны области, где имеет место распадная неустойчивость.



Отметим, что для автономного гиротрона режим с максимальным КПД при  $\Delta_0 = 0.2$  является неустойчивым (см. рис. 2.5). При  $I_0 = 0.05$  и амплитуде внешнего воздействия  $F=0.01$  на верхней ветви резонансной кривой граница области распадной неустойчивости проходит практически через точку максимального КПД (рис. 2.12з). При  $F > 0.01$  режим с максимальным КПД становится устойчивым, т.е. воздействие внешним сигналом достаточно большой амплитуды стабилизирует его. Такое поведение хорошо согласуется с результатами, полученными в работах [17,28-31] при помощи численного моделирования.

Однако, как следует из результатов разд. 2.3, в гиротроне с эквидистантным спектром мод необходимо рассмотреть устойчивость рабочей моды относительно не только ближайшей, но и следующих пар сателлитов. В данном случае это сателлиты с нормированной расстройкой  $\Delta_0 = 0.4$ , т.е. с  $s = \pm 2$ . Границы распадной неустойчивости для этого случая, наложенные на картину резонансных кривых, показаны на рис. 2.14, области неустойчивых состояний заштрихованы. В основном возбуждение этой пары сателлитов происходит при больших значениях расстройки циклотронного резонанса, где режимы генерации рабочей моды имеют малый КПД (или для достижения режима с высоким КПД требуются слишком высокие значения амплитуды внешнего сигнала, сравнимые с амплитудой колебаний рабочей моды).

Таким образом, в отличие от автономного случая, учет других пар сателлитов не принципиален для построения зоны устойчивости рабочей моды. Однако число учитываемых мод существенным образом влияет на режим, который устанавливается при потере устойчивости рабочей моды. Как уже отмечалось выше, развиваемая методика позволяет лишь ответить на вопрос об устойчивости рабочей моды, а для выяснения характера установившегося режима необходимо прибегать к численному решению системы уравнений многомодовой нестационарной теории гиротрона.

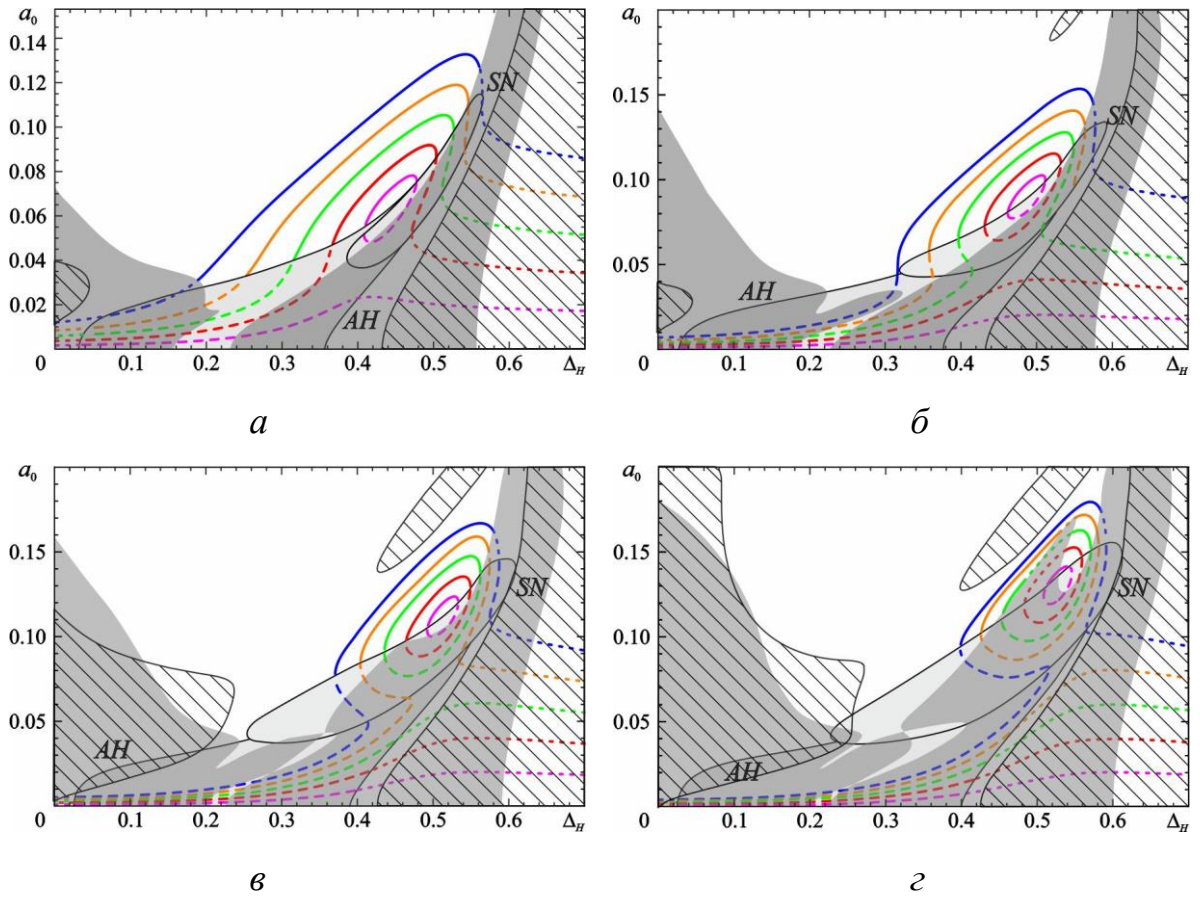


Рис. 2.14 Зависимости амплитуды от расстройки циклотронного резонанса для неавтономного гиротрона при  $\Omega = -0.75$ ,  $I_0 = 0.02$  (*a*),  $I_0 = 0.03$  (*б*),  $I_0 = 0.04$  (*в*),  $I_0 = 0.05$  (*г*) и различных значениях  $F$ : розовая кривая –  $F=0.01$ , красная – 0.02, зеленая – 0.03, оранжевая – 0.04, синяя – 0.05 с учетом пятимодового взаимодействия. Устойчивые состояния показаны сплошными линиями, неустойчивые – штриховыми и пунктирными. Серым цветом показана область, где возбуждаются  $s = \pm 1$  моды. Штриховкой показана область, где возбуждаются  $s = \pm 2$  моды.

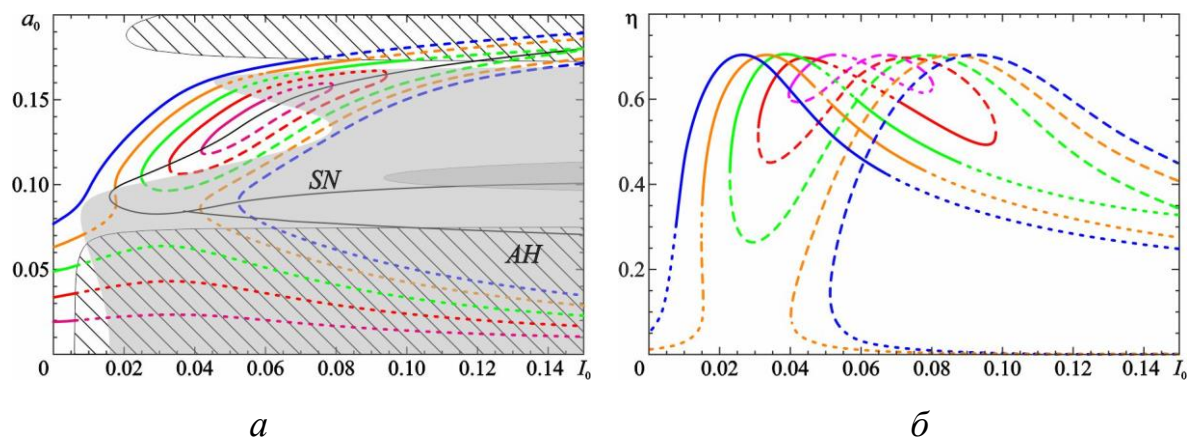


Рис. 2.15. Зависимости амплитуды (*a*) и поперечного КПД (*б*) от нормированного тока при  $\Delta_H = 0.534$ ,  $\Omega = -0.75$  и различных значениях амплитуды внешнего сигнала (выбраны те же значения  $F$ , что и на рис. 2.10). Устойчивые состояния показаны сплошными линиями, неустойчивые – штриховыми и пунктирными. Серым цветом показана область, где возбуждаются  $s = \pm 1$  моды. Штриховкой показана область, где возбуждаются  $s = \pm 2$  моды.

На рис. 2.15а построены аналогичные границы устойчивости при учете пяти мод, наложенные на зависимости амплитуды  $a_0$  от параметра  $I_0$  при  $\Delta_H = 0.534$ . На рис. 2.15б показаны соответствующие зависимости КПД от  $I_0$ . Из них также видно, что возбуждение сателлитов с  $s = \pm 2$  происходит в области амплитуд либо существенно меньших, либо существенно больших тех, при которых достигаются высокие значения КПД.

Наконец, рассмотрим, как трансформируется область устойчивости синхронизованных колебаний рабочей моды на плоскости  $\Delta_H, I_0$  в случае параметрического взаимодействия сателлитов при различных значениях амплитуды внешнего сигнала. Рассмотрим вначале случай трех взаимодействующих мод, по-прежнему выбирая расстройку собственных частот  $\Delta_0 = 0.2$ . На рис. 2.16 области устойчивости закрашены серым, область биений заштрихована. Фиолетовыми линиями показаны границы распадной неустойчивости. Также на этом рисунке нанесены линии равного КПД, линии бифуркации Андронова-Хопфа и седлоузловой бифуркации, а также границы мягкого возбуждения различных мод, которые, очевидно, не изменились по сравнению с рис. 2.12.

Таким образом, область устойчивости рабочей моды ограничена линиями бифуркации Андронова-Хопфа, линиями седлоузловой бифуркации и границами возбуждения ближайшей пары эквидистантно отстоящих сателлитов с  $s = \pm 1$ .

Напомним, что в области, ограниченной линиями  $SN$ , имеет место мультистабильность. В этом случае серым цветом показаны области устойчивости тех состояний, которые имеют более высокий КПД, так как они представляют основной интерес. В целом область устойчивости по структуре остается похожей на ту, что имеет место в случае несинхронного взаимодействия (см. рис. 2.12), однако она несколько уменьшается в размерах.

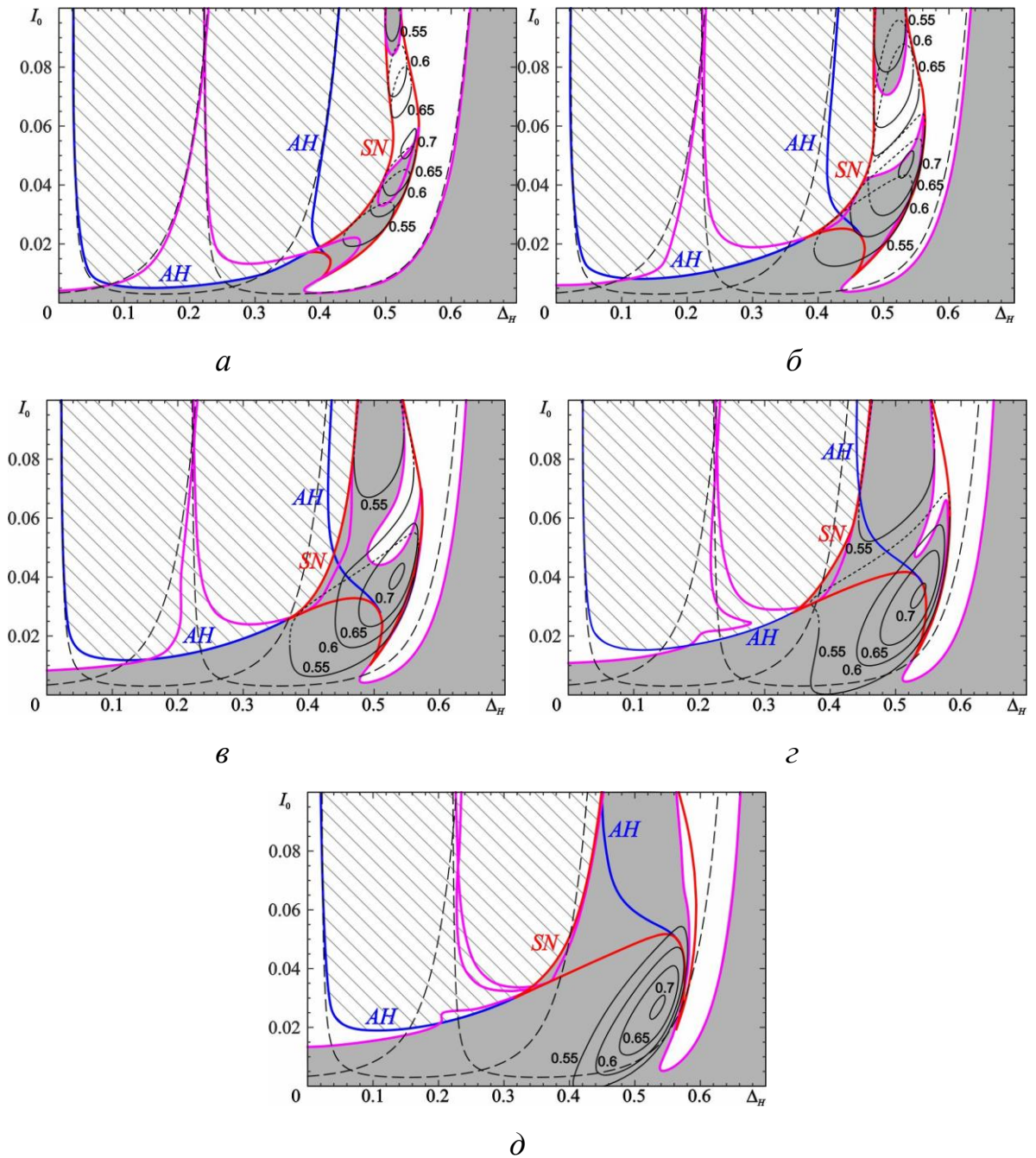


Рис. 2.16. Границы устойчивости рабочей моды при трехмодовом взаимодействии при  $\Delta_0 = 0.2$ ,  $\Omega = -0.75$  и различных значениях амплитуды внешнего сигнала:  $F = 0.01$  (*a*),  $0.02$  (*б*),  $0.03$  (*в*),  $0.04$  (*г*),  $0.05$  (*д*). Серым показана область устойчивости рабочей моды, штриховкой — область биений. Черными сплошными и пунктирными кривыми показаны линии равного КПД, штриховыми — границы мягкого самовозбуждения для мод с  $s=0, \pm 1$ . Красными линиями показаны границы седлоузловой бифуркации (SN), синими — Андронова-Хопфа (AH). Фиолетовыми кривыми показаны границы, где происходит возбуждение ближайшей пары сателлитов.

Как видно из рис. 2.16, граница, отвечающая возбуждению пары сателлитов, имеет сложную структуру. При малых  $F$  (рис. 2.16а) она состоит из двух кривых, причем левая кривая примерно совпадает с границей самовозбуждения высокочастотного сателлита, а правая — низкочастотного. Они в основном лежат в областях, где КПД мал. Также имеются две замкнутые кривые, опирающиеся на линии седлоузловой бифуркации. Они соответствуют пересечениям «рукава», где лежат состояния с высоким КПД (см. рис. 1.17), с поверхностью, которую задает уравнение (2.26). Отметим, что, в отличие от рис. 2.12а, состояние с максимальным КПД в данном случае неустойчиво.

По мере увеличения  $F$  границы возбуждения сателлитов испытывают трансформацию, аналогичную той, что имеет место для случая несинхронного взаимодействия и была описана выше в разделе 2.4.1. При увеличении  $F$  область устойчивости увеличивается в размерах и уже начиная с  $F = 0.02$  практически все состояния с КПД 70% являются устойчивыми. Однако при малых  $F$  ширина полосы расстройки  $\Delta_H$ , в которой реализуются режимы синхронизации с высоким КПД, очень узкая. Увеличение  $F$  приводит к ее расширению. Также, как уже было отмечено в разделе 1.4, режимы с высоким КПД смещаются в область меньших токов и при  $F > 0.04$  находятся в области регенеративного усиления.

Далее, по аналогии с разделом 2.3, нанесем на плоскость  $\Delta_H, I_0$  границу, где происходит возбуждение следующей пары сателлитов  $s = \pm 2$  с нормированной расстройкой  $\Delta_0 = 0.4$ . На рис. 2.17 она показана зеленым цветом. При малых  $F$  эти границы примерно соответствуют областям мягкого самовозбуждения соответствующих мод. В основном эта пара сателлитов возбуждается в области, где КПД рабочей моды далек от оптимального, поэтому большой роли они не играют. Такое поведение согласуется с рис. 2.14 и 2.15. Кроме того, при увеличении  $F$  (рис. 2.17в-д) появляется еще одна граница, опирающаяся на линии седлоузловой бифуркации, где неустойчивыми становятся режимы с достаточно высоким КПД. По мере увеличения амплитуды внешнего воздействия эта линия смещается в область меньших токов.

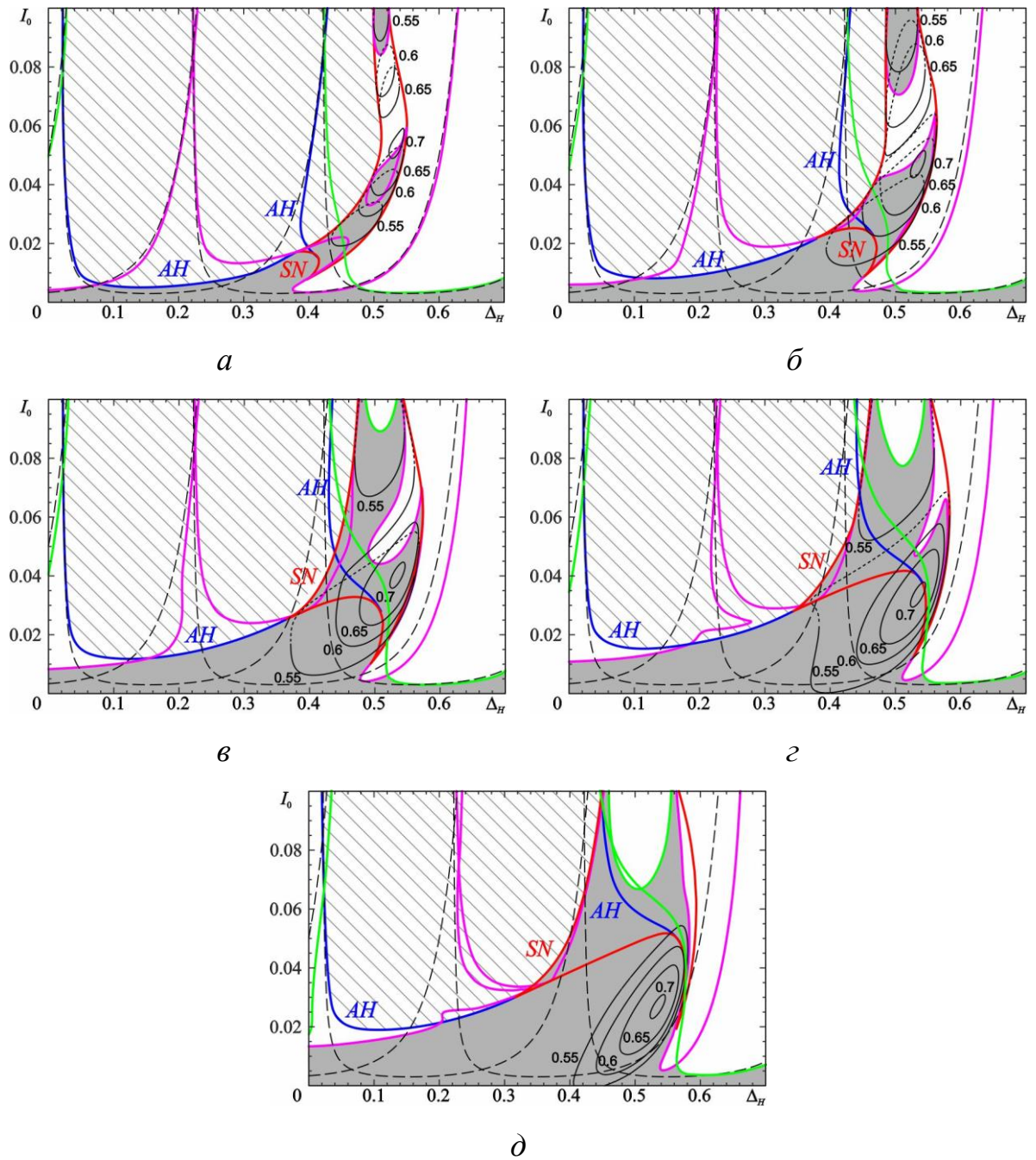


Рис. 2.17. Границы устойчивости рабочей моды при пятимодовом взаимодействии при  $\Delta_0 = 0.2$ ,  $\Omega = -0.75$  и различных значениях амплитуды внешнего сигнала:  $F = 0.01$  (*a*),  $0.02$  (*б*),  $0.03$  (*в*),  $0.04$  (*г*),  $0.05$  (*д*). Штриховыми линиями показаны границы мягкого самовозбуждения для мод с номерами  $s = 0, \pm 1, \pm 2$ . Черными кривыми показаны линии равного КПД. Красными линиями показаны границы седлоузловой бифуркации (SN), синими — Андронова-Хопфа (AH). Фиолетовыми кривыми показаны границы, где происходит возбуждение моды с  $s = \pm 1$ , зелеными — возбуждение мод с  $s = \pm 2$ . Серым показана область устойчивости рабочей моды.

Таким образом зона устойчивости синхронизованных колебаний рабочей моды в многомодовом гиротроне с эквидистантным спектром мод имеет сложную конфигурацию. Она ограничена линиями седлоузловой бифуркации и бифуркации Андронова–Хопфа, а также границами распадной неустойчивости сателлитов с  $s = \pm 1$  и  $s = \pm 2$ . Учет следующих пар мод не оказывает существенного влияния на зону устойчивости. Их границы примерно совпадают с границами мягкого возбуждения соответствующих мод.

## 2.5. Выводы

В данной главе методика анализа автомодуляционной неустойчивости в гиротроне, разработанная в [62-64], адаптирована на случай многомодового гиротрона, синхронизируемого внешним сигналом.

На примере гиротрона с фиксированной гауссовой структурой поля проведен анализ устойчивости рабочей моды в автономном случае. Построены границы области устойчивости на плоскости параметров  $\Delta_H, a_0$  и  $\Delta_H, I_0$  при различных значениях параметра плотности спектра мод  $\Delta_0$ , для случаев синхронного и несинхронного взаимодействия мод. В целом полученные зависимости имеют сходную структуру, однако в случае трехмодового синхронного взаимодействия параметрическая связь между паразитными модами приводит к тому, что область устойчивости уменьшается в размерах.

Наиболее опасными с точки зрения возбуждения паразитных мод являются значения расстройки  $\Delta_0 \sim 0.2 - 0.3$ . При этом в случае двухмодового взаимодействия граница возбуждения низкочастотного сателлита подходит вплотную к области режимов с высоким КПД, однако при любом значении плотности спектра мод имеем устойчивый режим. Для трехмодового случая уже начиная с  $\Delta_0 = 0.1$  точка, в которой достигается максимальный КПД, оказывается в зоне неустойчивости.

Для многомодового гиротрона с эквидистантным спектром мод область устойчивости рабочей моды имеет сложную конфигурацию и образуется границами возбуждения различных пар сателлитов. Область устойчивости

увеличивается с ростом параметра  $\Delta_0$ , поскольку уменьшается количество мод, частоты которых лежат в полосе циклотронного резонанса.

Проведено аналогичное исследование для гиротрона, синхронизируемого внешним сигналом, при нормированной расстройке  $\Delta_0 = 0.2$  (что примерно соответствует гиротрону диапазона 170 ГГц с рабочей модой  $TE_{28,12}$ ) и при различных параметрах внешнего сигнала. Как и в одномодовой модели (гл. 1), оптимальной является ситуация, когда параметр тока значительно (в 2-3 раза) меньше того, при котором в автономном гиротроне достигается максимальный КПД. При этом режимы с высоким КПД являются устойчивыми и на плоскости  $\Delta_H, I_0$  лежат ниже области мультистабильности.

В случае двухмодового взаимодействия наибольшее влияние на область устойчивости рабочей моды вносит возбуждение низкочастотного сателлита. Наиболее благоприятная ситуация с точки зрения синхронизации реализуется при параметрах  $F = 0.04 \div 0.05$ ,  $I_0 = 0.02 \div 0.03$ , когда режимы с высоким КПД реализуются в широкой полосе синхронизации по параметру  $\Delta_H$ , а возбуждение паразитной моды не оказывает существенного влияния на область устойчивости. Однако даже при достаточно малых значениях амплитуды внешнего сигнала можно получить устойчивый режим синхронизации с КПД  $\sim 70\%$ .

В неавтономном многомодовом гиротроне с эквидистантным спектром мод возбуждение ближайшей пары сателлитов  $s=\pm 1$  уменьшает в размерах область устойчивости рабочей моды по сравнению с двухмодовым случаем, однако качественно эти области похожи. При выбранной расстройке  $\Delta_0 = 0.2$ , увеличение амплитуды внешнего сигнала приводит к тому, что режим с максимальным КПД становится устойчивым, что согласуется с результатами численного моделирования, представленными в работах [17,28-31]. В отличие от автономного случая (раздел 2.3), учет следующей пары мод  $s=\pm 2$  не оказывает принципиального влияния на устойчивость режимов рабочей моды в области высоких КПД.



Проведенный в данной главе анализ позволяет уточнить структуру зоны устойчивости и значительно облегчает интерпретацию численных результатов, что в случае большого числа взаимодействующих мод является непростой задачей, в особенности в области, где имеет место мультстабильность и длительность переходных процессов велика. Не представляет принципиальной сложности дальнейшее уточнение представленной картины путем учета реального распределения поля в резонаторе, холодной расстройки собственных частот, влияния мод встречного вращения и т.д.

Полученные результаты хорошо согласуются с результатами численного моделирования на основе приведенных многомодовых уравнений, а также с результатами, представленными в литературе [29-31, 44, 61]. Однако следует отметить, что развиваемая методика позволяет лишь ответить на вопрос об устойчивости рабочей моды. Для выяснения характера установившегося режима необходимо прибегать к численному решению системы уравнений многомодовой нестационарной теории гиротрона.

### ГЛАВА 3. ПОДАВЛЕНИЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ ПАРАЗИТНЫХ МОД НА ФРОНТЕ ИМПУЛЬСА УСКОРЯЮЩЕГО НАПРЯЖЕНИЯ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ВНЕШНЕГО СИГНАЛА

Как уже отмечалось во Введении, для проектов установок УТС необходимы гиротроны, работающие в непрерывном режиме при мегаваттном уровне мощности [13,14]. В частности, в ИПФ РАН ведется разработка гиротронов с мощностью 1.5-2.0 МВт и частотой генерации 230-250 ГГц. В качестве первого варианта гиротрона с рабочей частотой 250 ГГц в ИПФ РАН испытывается гиротрон с рабочей модой  $TE_{19,8}$  и выходной мощностью около 0.3 МВт [16].

Поскольку в мощных гиротронах максимальный КПД, как правило, достигается в режиме жесткого возбуждения рабочей моды, важным является вопрос о сценарии включения (т.е. о подборе зависимости тока и напряжения от времени в процессе включения) [49]. Однако на практике может произойти выброс тока и(или) напряжения на переднем фронте импульса, срыв генерации рабочей моды и, соответственно, возбуждение паразитной моды, для которой выполняются условия мягкого возбуждения [69], что, в частности, наблюдалось экспериментально [50]. В работе [51] исследовалась конкуренция мод в гиротроне диапазона 250 ГГц при различных сценариях включения тока и напряжения. Было показано, что при выбросе напряжения, превышающем 5% от рабочего напряжения, происходит срыв генерации рабочей моды  $TE_{19,8}$  и возбуждение паразитной моды  $TE_{18,8}$ . Наличие выброса тока не оказывает существенного влияния.

Очевидный интерес представляет вопрос о том, как предотвратить возбуждение паразитных мод при выбросе импульса на фронте напряжения в процессе установления колебаний. В данной главе предлагается для этой цели использовать воздействие внешним сигналом. Очевидно, что, в отличие от задачи о синхронизации, в данном случае достаточно подавать внешний сигнал только до тех пор, пока не установится постоянное значение напряжения. В качестве конкретного примера рассматривается многомодовая модель

гиротрона с параметрами, примерно соответствующими гиротрону диапазона 250 ГГц с рабочей модой  $TE_{19,8}$  [16,51].

### 3.1. Зона устойчивости рабочей моды автономного гиротрона

Рассмотрим модель гиротрона с эквидистантным спектром мод и гауссовой структурой ВЧ поля с безразмерной расстройкой собственных частот  $\Delta_0 = 0.33$ , примерно соответствующей параметрам гиротрона, который исследовался в [16,51]. Для выбранной расстройки конфигурация области устойчивости рабочей моды определяется границами возбуждения ближайшей пары сателлитов. Учет следующей пары мод не оказывает существенного влияния, поскольку частоты сателлитов располагаются вне полосы циклотронного резонанса.

На рис. 3.1 приведена карта режимов автономного гиротрона на плоскости параметров  $\Delta_H, I_0$ . Область устойчивости рабочей моды показана серым цветом. Штриховыми черными линиями показаны границы мягкого возбуждения, а сплошными — жесткого для трёх мод  $s=1, 0$  и  $-1$ <sup>5</sup> соответственно. Оранжевым кружком отмечена точка максимального КПД  $\eta_{\max} \approx 0.704$ . Видно, что она находится в зоне жесткого возбуждения рабочей моды ( $s = 0$ ) и мягкого — для низкочастотного сателлита ( $s = -1$ ).

Зеленым цветом показана граница, где происходит возбуждение пары мод  $s = \pm 1$ , рассчитанная по методике, описанной в главе 2 (формула (2.26)). Форма этой границы близка к границе устойчивости при  $\Delta_0 = 0.3$ , показанной на рис. 2.5. Она состоит из двух частей. В области малых расстроек граница устойчивости в основном практически совпадает с линией жесткого возбуждения высокочастотного сателлита. Также имеется область неустойчивости в области расстроек  $\Delta_H \approx 0.38 \div 0.54$  при достаточно высоких

---

<sup>5</sup> В принятых обозначениях  $s = 0$  фактически соответствует моде  $TE_{19,8}$ ,  $s = 1$  — моде  $TE_{20,8}$ ,  $s = -1$  — моде  $TE_{18,8}$ .

токах. Справа область устойчивости ограничена линией жесткого возбуждения. При ее пересечении происходит срыв колебаний рабочей моды.

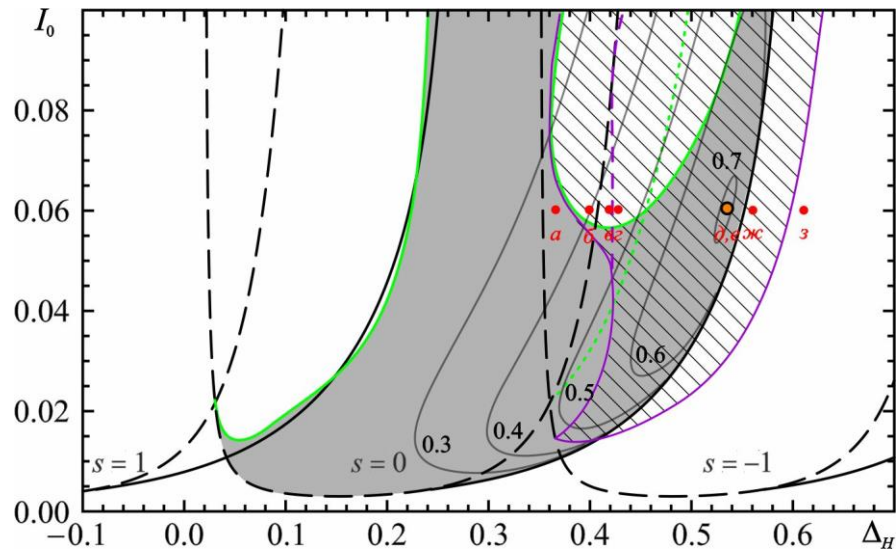


Рис. 3.1. Зоны генерации на плоскости  $\Delta_H, I_0$  для автономной трёхмодовой модели гиротрона с  $\mu = 15$ ,  $\Delta_0 = 0.33$ . Штриховыми черными линиями показаны границы мягкого возбуждения, а сплошными — жесткого для трёх мод  $s=0, \pm 1$ . Фиолетовыми кружками показана граница трехмодового режима, а соответствующая область заштрихована. Зелеными линиями показана граница, где возбуждаются  $s = \pm 1$  моды. Серым цветом показана область одномодовой генерации рабочей моды. Красными кружками  $a-z$  отмечены точки, в которых проведены расчеты процессов установления колебаний, показанные на рис. 3.2.

Также имеется еще одна граница, показанная зеленой пунктирной линией. Она проходит через область жесткого возбуждения основной моды и заканчивается на линии, соответствующей границе возбуждения низкочастотного сателлита. Однако эта линия соответствует неустойчивости стационарного состояния, для которого  $\partial \text{Re} \Phi_0(0, \Delta_H) / \partial a_0 > 0$ , см. рис. 1.2а. Поскольку этот режим является заведомо неустойчивым (см. п. 1.1), данная линия не оказывает влияния на границу зоны устойчивости.

Результаты анализа устойчивости проверялись при помощи численного решения системы уравнений многомодовой нестационарной теории гиротрона (разд. 2.1). В целом границы устойчивости хорошо согласуются с результатами моделирования. Однако, как было отмечено в главе 2, методика анализа устойчивости не позволяет выяснить характер установившегося режима. Как

показывает численное моделирование, на плоскости  $\Delta_H, I_0$  существует довольно обширная область, в которой устойчив режим трехмодовой генерации. Границы этой области показаны кружками и сплошными фиолетовыми линиями на рис. 3.1, область устойчивости трёхмодового режима заштрихована.

Как видно из рис. 3.1, режим максимального КПД в данном случае устойчив, в отличие от гиротрона с более высокой плотностью спектра мод, см. раздел 2.3. Однако в этой точке имеет место бистабильность, т.е. в зависимости от начальных условий возбуждаются либо одномодовые, либо трёхмодовые колебания.

При выходе из области трёхмодового режима через правую границу происходит переход к одномодовым колебаниям низкочастотного сателлита, через левую — к колебаниям рабочей моды. Однако следует отметить, что левая граница состоит из двух частей. В верхней части она фактически совпадает с границей распадной неустойчивости. Если уменьшать безразмерную расстройку циклотронного резонанса, приближаясь к этой границе, амплитуды сателлитов плавно уменьшаются до нуля. В нижней части при  $I_0 < 0.59$  переход от трёхмодовой генерации к одномодовой происходит жестким образом. Более того, линия жесткого перехода продолжается в область больших токов (на рис. 3.1 она показана фиолетовой пунктирной линией). При переходе через эту границу справа налево режим остается трехмодовым, однако амплитуда низкочастотного сателлита скачкообразно уменьшается (см. ниже рис. 3.2).

На рис. 3.2 приведены характерные зависимости амплитуд мод от времени, построенные при фиксированном параметре тока  $I_0 = 0.06$  и различных значениях расстройки циклотронного резонанса. Соответствующие точки, в которых проводилось моделирование, отмечены кружками красного цвета на рис. 3.1.

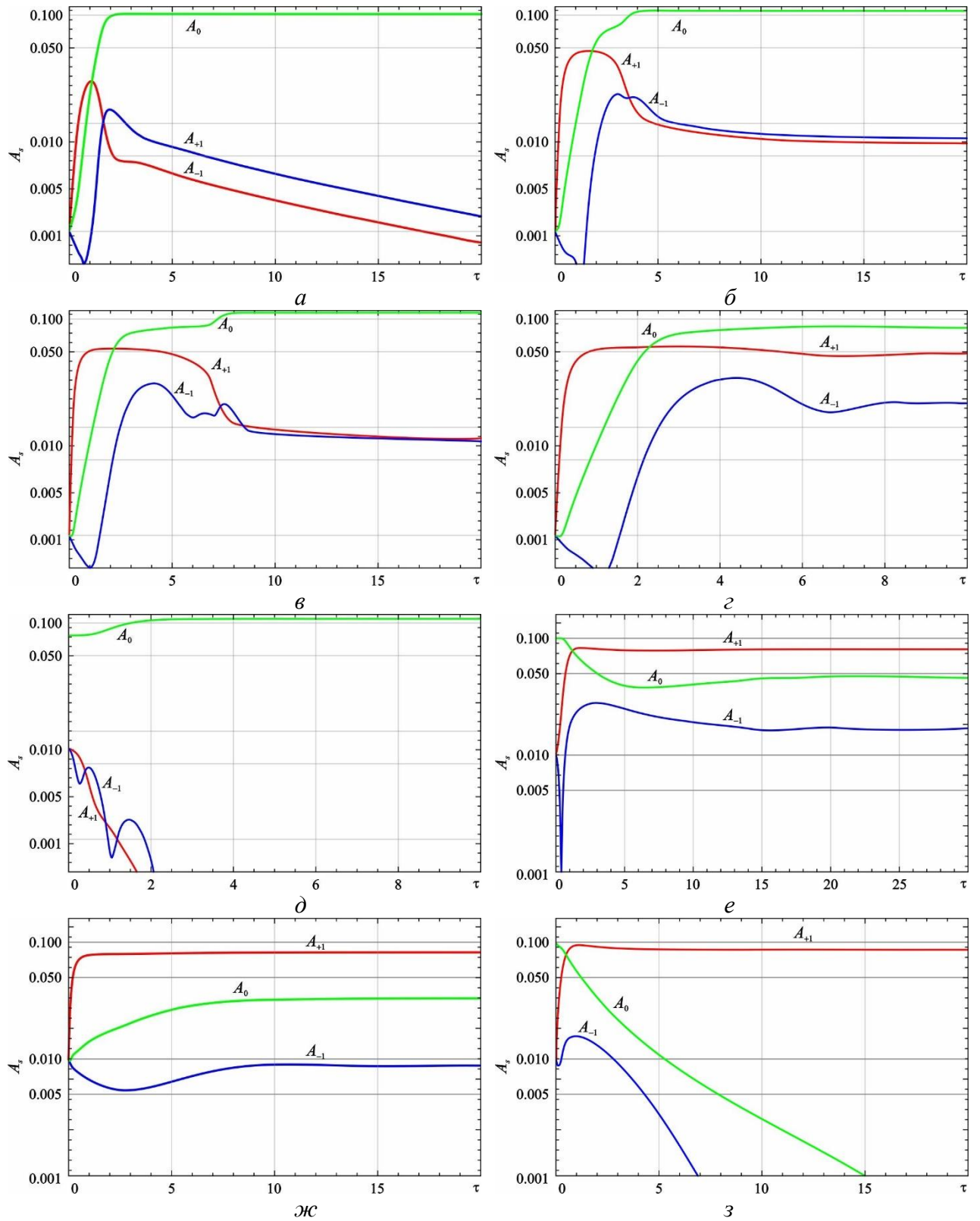


Рис. 3.2. Зависимости амплитуд мод от времени в процессе установления колебаний при  $I_0 = 0.06$  и различных значениях параметра расстройки циклотронного резонанса:  $\Delta_H = 0.37$  (а),  $0.40$  (б),  $0.42$  (в),  $0.425$  (г),  $0.53$  при различных начальных условиях (д,е),  $0.56$  (ж),  $0.61$  (з). Остальные параметры те же, что на рис. 3.1.

Будем двигаться по плоскости параметров в сторону увеличения расстройки циклотронного резонанса. На рис. 3.2а показана ситуация, когда мы находимся внутри зоны устойчивости. Хорошо видно, как амплитуды паразитных мод затухают и устанавливается режим генерации рабочей моды. При выходе из области устойчивости устанавливается трехмодовый режим с доминированием рабочей моды (рис. 3.2б). При переходе через фиолетовую пунктирную линию на рис. 3.1 происходит жесткий переход, в результате которого амплитуда сателлита увеличивается и становится практически равной амплитуде рабочей моды (рис. 3.2в, г).

Бистабильность в точке максимального КПД иллюстрируют рис. 3.2д, е. На рис. 3.2д начальная амплитуда рабочей моды значительно превышает начальные амплитуды паразитных мод, при этом устанавливается режим генерации основной моды. Однако при незначительном увеличении начальных амплитуд паразитных мод устанавливается режим генерации всех трёх мод, в котором наибольшую амплитуду имеет низкочастотный сателлит  $A_{-1}$  (рис. 3.2е).

При выходе из зоны устойчивости рабочей моды через правую границу происходит жесткий переход к трехмодовым колебаниям, причем наибольшую амплитуду имеет низкочастотный сателлит (рис. 3.2ж). Наконец, выход из зоны трехмодового режима сопровождается установлением одномодовых колебаний низкочастотного сателлита, а колебания других мод затухают, как видно из рис. 3.2з.

## **3.2. Воздействие внешним сигналом на многомодовый гиротрон диапазона 250 ГГц**

### **3.2.1. Структура зоны устойчивости неавтономного гиротрона**

Теперь рассмотрим динамику системы с учетом влияния внешнего сигнала. Выберем параметры внешнего сигнала  $F = 0.05$ ,  $\Omega = -1.41$ . Выбор параметров обусловлен следующими соображениями. Поскольку конечной целью в данном случае является использование внешнего сигнала для

подавления паразитных мод в ходе процесса установления колебаний, в конечном итоге воздействие будет осуществляться лишь на начальной стадии переходного процесса. Поэтому, во-первых, в рабочем режиме параметр тока должен принимать значение, при котором обеспечивается максимальный КПД в автономном гиротроне. Во-вторых, необходимо предотвратить появление нежелательных переходных процессов, которые могут возникнуть при выключении внешнего сигнала.

На рис. 3.3а приведена картина резонансных кривых при  $I_0 = 0.06$ ,  $\Omega = -1.41$  и различных значениях амплитуды внешнего сигнала. Обратим внимание, что структура областей устойчивости отличается от случая  $\Omega = -0.75$  (см. раздел 1.4). Это происходит потому, что при выбранном значении  $\Omega$  резонансные кривые при  $F \rightarrow 0$  стягиваются в точку, которая соответствует неустойчивому положению равновесия автономной системы, для которого  $\partial \text{Re} \Phi_0(a_0, \Delta_H) / \partial a_0 > 0$ .

На рис. 3.3б построены зависимости КПД от расстройки при трех значениях амплитуды внешнего сигнала:  $F = 0.04$ ,  $0.05$  и  $0.06$ . Также на этом рисунке показана зависимость для автономного гиротрона. Видно, что при выбранном значении  $\Omega$  максимальное значение КПД как в автономном режиме, так и при  $F = 0.05$  достигается при  $\Delta_H = 0.534$ . Таким образом, когда по окончании переходного процесса внешний сигнал будет выключен, значение амплитуды колебаний в резонаторе не изменится.

На рис. 3.4 показана карта режимов неавтономной одномодовой модели на плоскости параметров  $\Delta_H, I_0$ . На рисунке нанесены линии мягкого и жесткого возбуждения для автономного гиротрона, а также линии бифуркации Андронова-Хопфа и седлоузловой бифуркации, а также линии равного КПД при выбранных параметрах внешнего сигнала. Как и выше, сплошными кривыми показаны линии равного КПД для устойчивых состояний, пунктирными — для неустойчивых. Около них подписаны соответствующие значения КПД. Область биений показана серым цветом.



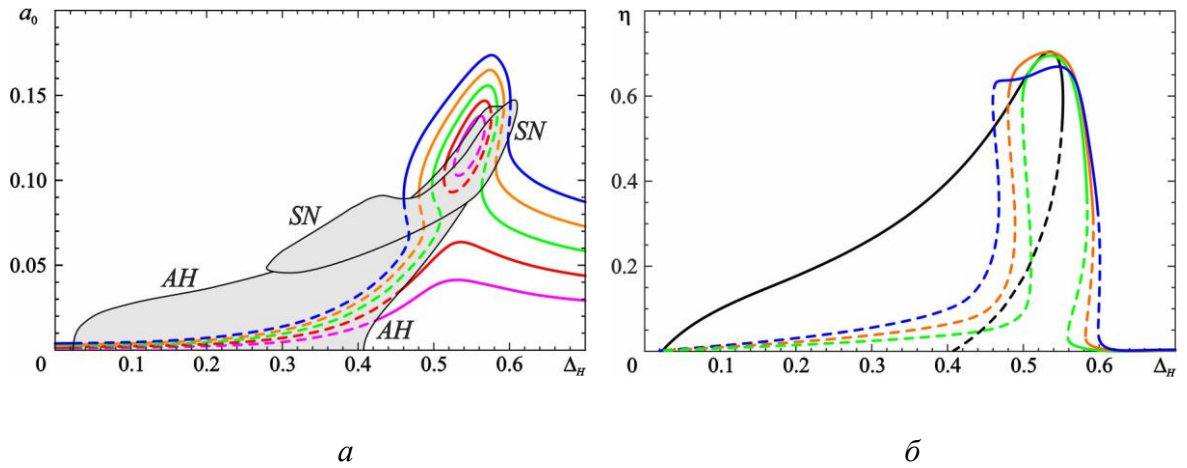


Рис. 3.3. Зависимости амплитуды ( $a$ ) и поперечного КПД ( $b$ ) от расстройки циклотронного резонанса для неавтономного гиротрона при  $\Omega = -1.41$ ,  $I_0 = 0.06$  и различных значениях  $F$ : фиолетовая кривая –  $F = 0.02$ , красная –  $0.03$ , зеленая –  $0.04$ , оранжевая –  $0.05$ , синяя –  $0.06$ . Устойчивые состояния показаны сплошными линиями, неустойчивые – пунктирными. На рис. ( $a$ ) неустойчивые области закрашены серым. Черным на рис. ( $b$ ) показана зависимость для автономного гиротрона.

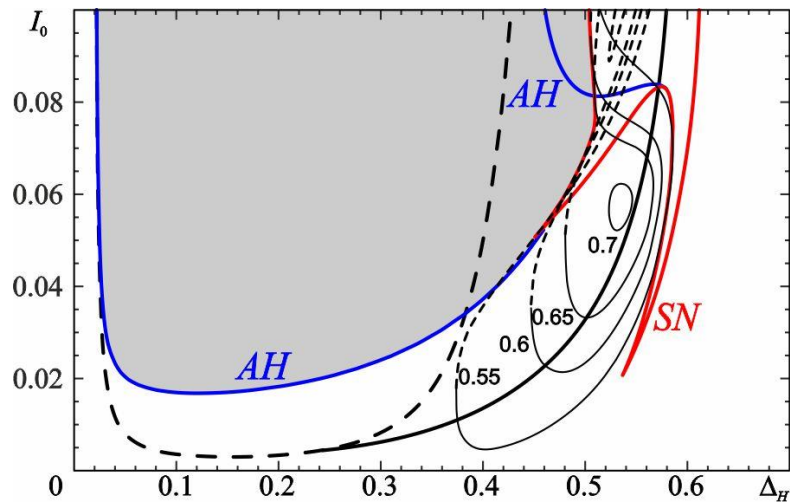


Рис. 3.4. Зоны генерации на плоскости  $\Delta_H, I_0$  для неавтономной одномодовой модели гиротрона ( $F = 0.05$ ,  $\Omega = -1.41$ ). Черной штриховой линией показана граница мягкого самовозбуждения, черной сплошной линией — жесткого. Красными линиями показаны границы седлоузловой бифуркации, синими — Андронова–Хопфа. Черными кривыми показаны линии равного КПД. Серым цветом показана область биений.

Видно, что максимально возможный КПД достигается при тех же значениях параметров, что и для автономного гиротрона ( $I_0 \approx 0.06$ ,  $\Delta_H \approx 0.53$ ).

Отметим, что эти параметры находятся в области, располагающейся ниже линии седлоузловой бифуркации, т.е. вне области бистабильности.

Рассмотрим, как трансформируется область устойчивости синхронизованных колебаний рабочей моды за счет параметрического взаимодействия сателлитов. На рис. 3.5 на плоскость параметров  $\Delta_H, I_0$  нанесены границы распадной неустойчивости, показанные зелеными линиями. Они построены по методике, описанной в главе 2. В результате область устойчивости приобретает конфигурацию, которая закрашена темно-серым цветом. Слева в области расстройек  $\Delta_H < 0.1$  ее граница проходит по границе распадной неустойчивости. Здесь, очевидно, доминирует возбуждение высокочастотного сателлита. Далее имеется участок, проходящий по линии бифуркации Андронова–Хопфа ( $0.1 < \Delta_H < 0.44$ ) и далее по линии седлоузловой бифуркации ( $0.44 < \Delta_H < 0.52$ ). Здесь потеря устойчивости связана с возникновением биений. В области высоких токов имеется еще одна граница, где возникает распадная неустойчивость, аналогично рис. 2.17 в-д. Наконец, в правой части также имеется обширная область, где имеет место распадная неустойчивость. Она располагается в основном в области, где КПД мал. При увеличении  $\Delta_H$  ее граница примерно совпадает с границей мягкого возбуждения низкочастотного сателлита. Из рис. 3.5 видно, что режимы с высоким КПД устойчивы.

Обсудим, какие еще режимы колебаний, помимо режима синхронизации, возможны в рассматриваемом случае. В автономной системе могут возбуждаться либо одномодовые колебания каждой из мод, либо трёхмодовые. При наличии внешнего сигнала, воздействующего на основную моду, одномодовые режимы генерации сателлитов в принципе невозможны. Таким образом, реализуются либо одномодовые колебания рабочей моды, либо трёхмодовые. Однако и в том, и в другом случае это могут быть как стационарные режимы, в которых амплитуды мод постоянны, так и режимы биений, когда амплитуды периодически осциллируют во времени.



Нанесем на приведенную выше карту режимов области, в которых устойчивы трехмодовые колебания (рис. 3.6). На рис. 3.6 они показаны штриховкой. Границы этих областей получены в результате численного моделирования. Видно, что в значительной части плоскости параметров (где перекрываются заштрихованные и закрашенные серым области) имеет место бистабильность.

Как уже говорилось выше, наибольший интерес представляет случай  $I_0 = 0.06$ , так как при этом значении тока достигается максимальный КПД. Рассмотрим подробнее, что происходит в этом случае при изменении расстройки циклотронного резонанса. При выходе из области устойчивости через правую границу происходит срыв генерации рабочей моды. Однако, как уже отмечалось выше, поскольку на рабочую моду воздействует внешний сигнал, ее амплитуда не падает до нуля и в итоге устанавливаются трёхмодовые режимы, в которых доминирует мода  $A_{-1}$ . Это подтверждает рис. 3.7а, на котором приведены зависимости амплитуд от времени при  $I_0 = 0.06$  и  $\Delta_H = 0.60$ .

Слева граница области синхронизации в основном совпадает с границей области биений для одномодовой модели. Однако, как видно из рис. 3.6, в определенной области параметров имеет место бистабильность. На рис. 3.7б, в приведены зависимости амплитуд от времени при  $I_0 = 0.06$  и  $\Delta_H = 0.46$ , которые показывают, что в зависимости от начальных условий возможны либо режим биений рабочей моды, либо трехмодовый режим биений, в котором наибольшую амплитуду имеет рабочая мода.

В левой части плоскости параметров по мере уменьшения расстройки циклотронного резонанса вначале режим биений основной моды мягко сменяется режимом биений всех трех мод. Доминирующей по-прежнему является основная мода (рис. 3.7г). При дальнейшем уменьшении  $\Delta_H$  постепенно доминирующим становится высокочастотный спутник, а биения затухают. Происходит переход к стационарному трехмодовому режиму (рис. 3.7д).

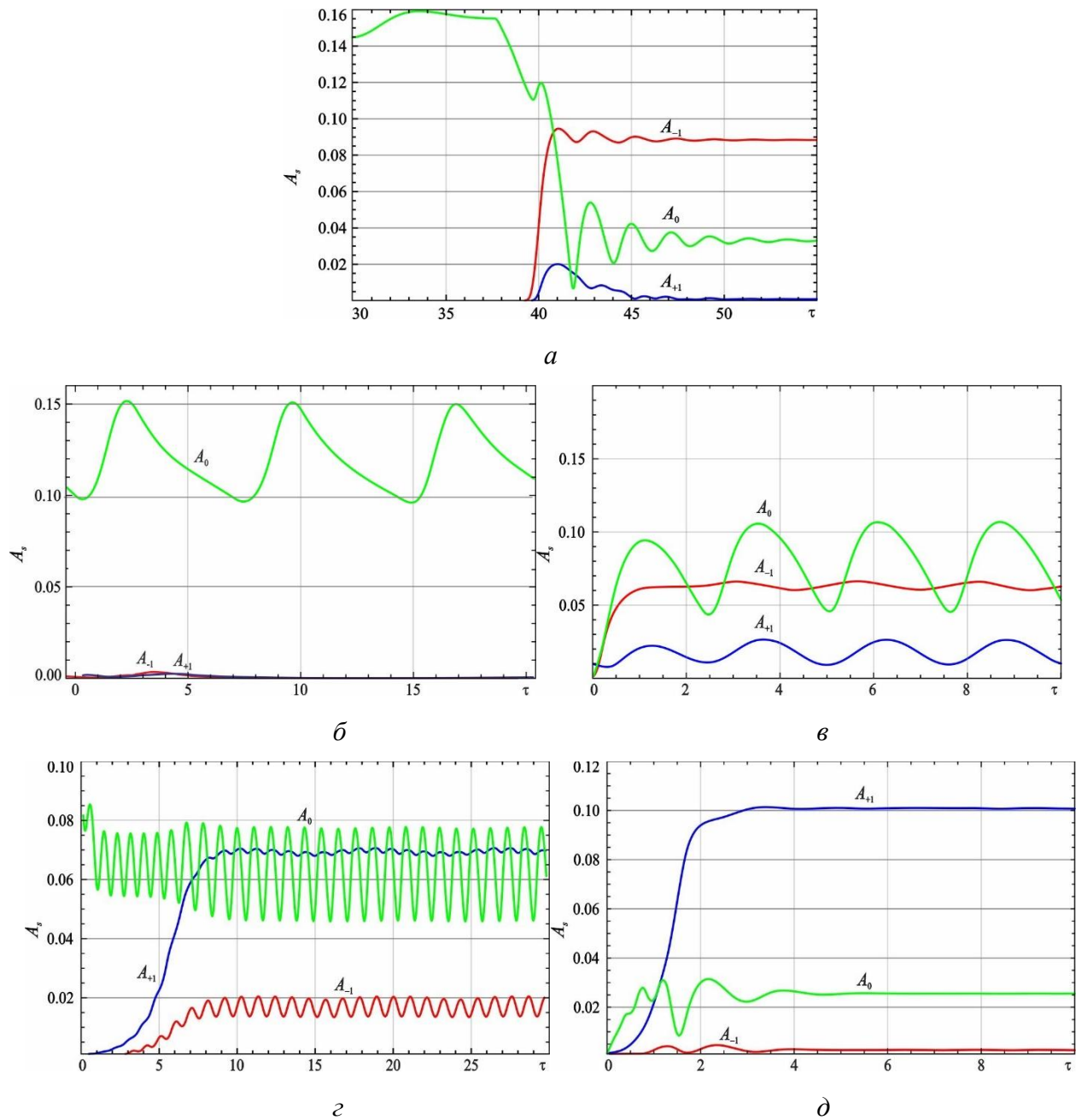


Рис. 3.7. Зависимости амплитуд мод от времени в процессе установления колебаний при  $F=0.05$ ,  $\Omega=-1.41$ ,  $I_0=0.06$ ,  $\Delta_H=0.6$  (а), 0.46 (б,в) при различных начальных условиях, 0.14 (д), 0.04 (е),  $I_0=0.08$ ,  $\Delta_H=0.5$  (з). Остальные параметры те же, что на рис. 3.5.

### 3.2.2. Подавление паразитных колебаний при выбросе на фронте импульса ускоряющего напряжения

Исследуем, как на процессы конкуренции мод влияет выброс параметров на фронте импульса в процессе установления колебаний. Согласно [51], основную опасность представляет выброс напряжения. Он, в первую очередь, приводит к изменению циклотронной частоты за счет релятивистской зависимости массы электрона от энергии. Зависимость расстройки циклотронного резонанса от времени аппроксимируем следующим образом:

$$\Delta_H(\tau) = \Delta_{H0} \frac{1 + \alpha(\tau/\tau_0 - 1)\exp(1 - \tau/\tau_0)}{1 + \exp(1 - \tau/\tau_0)}, \quad (3.1)$$

где  $\Delta_{H0} = 0.53$  — значение, приблизительно соответствующее максимуму КПД, параметр  $\alpha$  регулирует максимальное значение расстройки, а параметр  $\tau_0$  — характерное время ее изменения. Если  $\tau_0 \gg 1$ , т.е. расстройка изменяется достаточно медленно, конкретное значение этого параметра не влияет на характер установившегося режима. На рис. 3.8 показана зависимость расстройки циклотронного резонанса от времени, рассчитанная по формуле (3.1) при  $\alpha = 0.9$  и  $\tau_0 = 20$ . При выбранных значениях параметров вначале  $\Delta_H$  увеличивается до максимального значения 0.58, а затем возвращается к номинальному значению  $\Delta_{H0} = 0.53$ . При токе  $I_0 = 0.06$  максимальное значение  $\Delta_H$  превышает значение  $\Delta_H \approx 0.55$ , при котором происходит срыв генерации основной моды.

На рис. 3.9а приведены зависимости амплитуд от времени. В процессе установления колебаний мы последовательно проходим зоны генерации мод  $s=1$  и  $s=0$ , после чего происходит срыв генерации рабочей моды и установление трёхмодового режима, в котором доминирует амплитуда низкочастотного сателлита  $A_{-1}$ . В этом режиме поперечный электронный КПД составляет порядка 30% (рис. 3.9б). Такое поведение находится в полном соответствии с картиной зон генерации, представленной на рис. 3.1, а также хорошо согласуется с результатами работы [51].

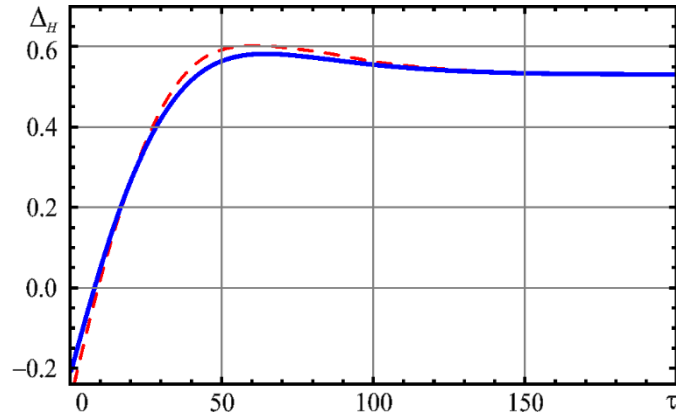
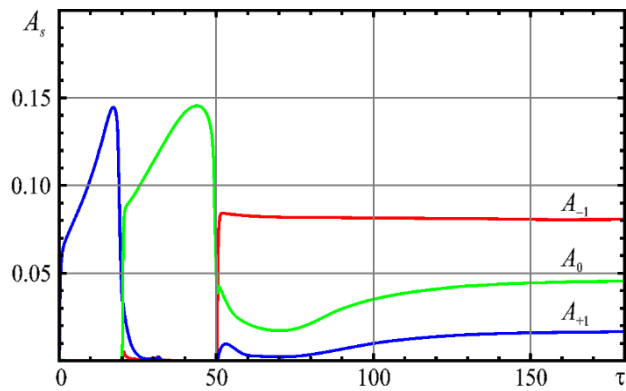
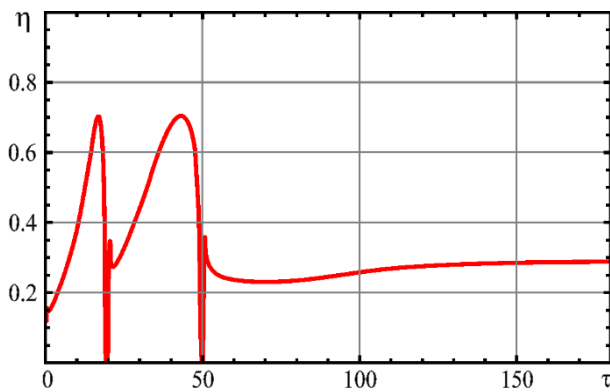


Рис. 3.8. Зависимость расстройки циклотронного резонанса от времени при  $\tau_0 = 20$ ,  $\alpha = 0.9$  (сплошная линия) и  $\alpha = 1.1$  (пунктир).



*a*



*б*

Рис. 3.9. Зависимости амплитуд мод (*a*) и поперечного электронного КПД (*б*) от времени в автономном гиротроне при  $I_0 = 0.06$ . Расстройка циклотронного резонанса меняется, как показано на рис. 3.8.

На рис. 3.10 показаны аналогичные зависимости в случае, когда на рабочую моду действует внешний сигнал с  $F = 0.05$ ,  $\Omega = -1.41$ . Видно, что в этом случае мы вначале ( $\tau < 15$ ) проходим зону генерации +1-й моды. При  $\tau \sim 15 \div 40$  мы проходим область биений, о чем свидетельствуют осцилляции амплитуды рабочей моды и КПД. Одновременно наблюдается полное подавление паразитных мод. Далее мы попадаем в область синхронизации. При  $\tau \approx 45$  амплитуда рабочей моды достигает оптимального значения, которому соответствует КПД около 70%. Однако, поскольку расстройка продолжает расти (см. рис. 3.8), амплитуда также увеличивается. Теперь она становится больше оптимальной, а КПД начинает уменьшаться. При  $\tau \approx 65$  расстройка достигает максимального значения  $\Delta_H = 0.58$ , а КПД падает примерно до 50%. После этого расстройка начинает уменьшаться (см. рис. 3.8). Соответственно, уменьшается и амплитуда, а КПД плавно нарастает и выходит на оптимальное значение.

Можно оценить, насколько внешнее воздействие позволяет увеличить максимальный выброс напряжения, при котором еще происходит установление рабочей моды. В автономном гиротроне максимальное значение КПД достигается при  $\Delta_H = 0.534$  а срыв генерации рабочей моды — при  $\Delta_H \approx 0.553$ . В случае воздействия внешнего сигнала, как видно из рис. 3.6, область устойчивых одномодовых колебаний расширяется и срыв генерации происходит при  $\Delta_H \approx 0.591$ , т.е. диапазон расстроек увеличивается в три раза. Соответственно, в три раза увеличится допустимый выброс напряжения. Разумеется, с ростом мощности внешнего сигнала это значение будет увеличиваться.

Если выброс напряжения превышает максимально допустимое значение, то будет устанавливаться трехмодовый режим генерации. На рис. 3.11 показаны результаты моделирования для случая, когда в формуле (3.1) параметр, характеризующий максимальное значение расстройки,  $\alpha = 1.1$ , так что максимальное значение расстройки  $\Delta_H = 0.6$  (см. пунктирную кривую на



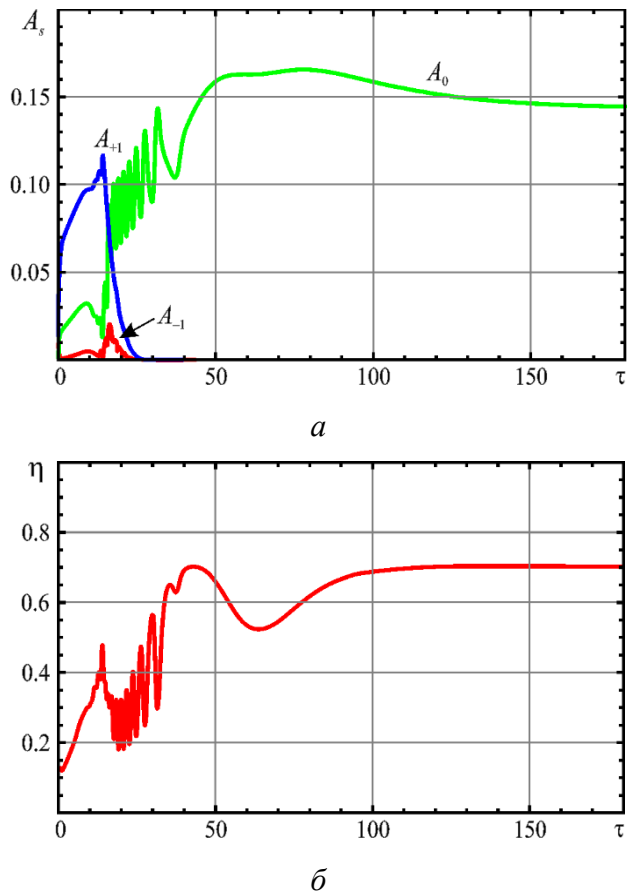
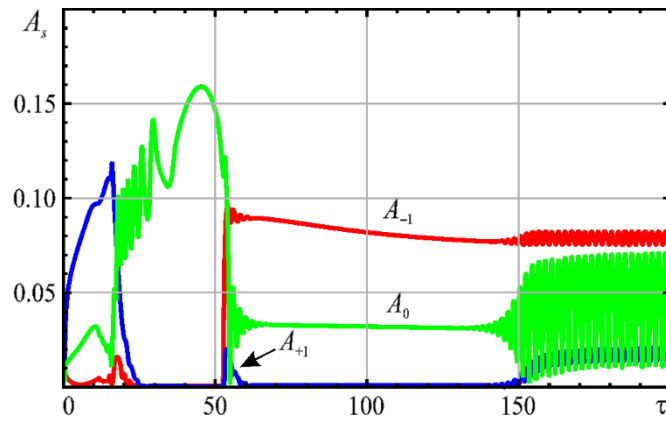
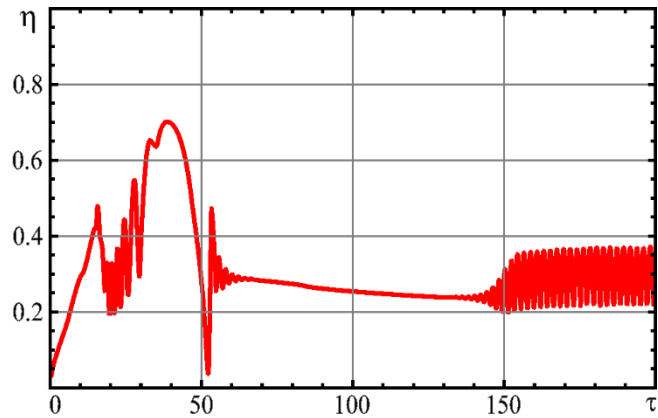


Рис. 3.10. Зависимости амплитуд мод (а) и поперечного электронного КПД (б) от времени при воздействии внешним сигналом с  $F = 0.05$ ,  $\Omega = -0.45\pi$ . Остальные параметры те же, что на рис. 3.7.

рис. 3.8), т.е. лежит правее границы устойчивости синхронного режима на рис. 3.6. Видно, что при  $\tau \approx 50$  происходит срыв генерации рабочей моды. Устанавливается трехмодовый режим, в котором максимальную амплитуду имеет высокочастотный сателлит  $A_{+1}$ . Отметим, что при уменьшении расстройки стационарный трёхмодовый режим сменяется режимом биений ( $\tau \approx 140$ ). Амплитуды мод и поперечный КПД начинают осциллировать. Среднее значение КПД составляет около 30%, как и в автономном случае.



*a*



*б*

Рис. 3.11. Зависимости амплитуд мод (*a*) и поперечного электронного КПД (*б*) от времени при воздействии внешним сигналом, когда расстройка циклотронного резонанса увеличивается до  $\Delta_H \approx 0.6$ , а затем возвращается к номинальному значению  $\Delta_{H0} = 0.53$ . Остальные параметры те же, что на рис. 3.7.

### 3.3. Выводы

В данной главе влияние внешнего сигнала на процессы конкуренции мод исследовано на примере гиротрона с параметрами, примерно соответствующими мощному гиротрону диапазона 250 ГГц для диагностики и нагрева плазмы. В отличие от примеров, рассмотренных в главе 2, в данном случае в автономном гиротроне режим с максимальным КПД устойчив. Однако при соответствующих ему значениях параметров наблюдается бистабильность, т.е. в зависимости от выбранных начальных условий возможны как

стационарные колебания на частоте рабочей моды, так и трехмодовые колебания.

Найдены параметры внешнего сигнала, при которых максимальный КПД достигается примерно при тех же параметрах  $\Delta_H$  и  $I_0$ , что и в автономном гиротроне. При воздействии внешним сигналом область, где достигается максимально возможный КПД, располагается ниже линии седлоузловой бифуркации, т.е. находится вне области бистабильности.

В рамках трёхмодовой модели гиротрона с эквидистантным спектром мод показано, что воздействие внешним сигналом на начальной стадии переходного процесса позволяет расширить область устойчивости рабочей моды и полностью подавить паразитные колебания при выбросе на фронте импульса напряжения. При выбросе напряжения порядка 5.5% от рабочего требуемая мощность внешнего сигнала составляет примерно 10 % мощности генерации в автономном режиме. При большей величине выброса напряжения потребуется также более высокая мощность внешнего сигнала. Однако отметим, что в данном случае внешнее воздействие требуется только на начальной стадии переходного процесса (для обсуждаемого гиротрона диапазона 250 ГГц — до 500 нс [51]), а после установления колебаний внешнее воздействие можно прекратить.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертации развита модель гиротрона с фиксированной структурой поля под воздействием внешнего гармонического сигнала, использующая интерполяцию предварительно рассчитанной электронной восприимчивости как функции амплитуды колебаний и расстройки циклотронного резонанса. Данная модель позволяет анализировать динамические режимы в зависимости от различных управляющих параметров, не прибегая к численному решению системы дифференциальных уравнений, описывающих взаимодействие электронного пучка с ВЧ полем в резонаторе гиротрона. С ее помощью построена достаточно полная картина синхронизации гиротрона внешним сигналом, включая анализ структуры зоны устойчивости в многомодовом гиротроне. Полученные результаты полностью согласуются с результатами численного моделирования на основе теории гиротрона с фиксированной структурой поля.

На основе развитой модели в диссертации были получены следующие основные результаты:

1. Подробно исследована синхронизация в ситуации, когда автономный гиротрон находится в режиме жесткого возбуждения. Показано, что в этом случае наблюдается мультистабильность: существует режим синхронизации с высоким КПД и режим вынужденных колебаний с малой амплитудой и низким КПД. Картина синхронизации качественно аналогична представленной в работе [42] для упрощенной квазилинейной модели генератора с жестким возбуждением в случае большой неизохронности.

2. Показано, что установлению режимов синхронизации предшествует сложная последовательность бифуркаций, включая нелокальные бифуркации столкновения устойчивого и неустойчивого предельных циклов (либо цикла и инвариантного многообразия седла), а также бифуркации рождения пары циклов из сгущения фазовых траекторий, либо рождения цикла из сепаратрисы седла. При частоте внешнего сигнала, близкой к собственной частоте автономного гиротрона, в результате бифуркации исчезновения неустойчивого

предельного цикла структура бассейнов притяжения трансформируется таким образом, что при определенных значениях параметров режим синхронизации оказывается чрезвычайно чувствительным к начальной фазе колебаний: существует диапазон начальных фаз, в котором фазовая траектория всегда стремится к особой точке, соответствующей режиму вынужденных колебаний, независимо от того, какова была начальная амплитуда.

3. Проанализирована устойчивость режимов синхронизации при изменении нормированного тока пучка  $I_0$  и расстройки циклотронного резонанса  $\Delta_H$ . Установлено, что в случае, когда рабочий ток значительно (в 2-3 раза) ниже того, при котором в автономном гиротроне достигается максимальный КПД, воздействие внешнего сигнала с мощностью, не превышающей 10% мощности генерации, позволяет получить режимы синхронизации с КПД, близкими к оптимальному, которые как правило наблюдаются в области регенеративного усиления. Также в этом случае режим синхронизации существует в широком диапазоне изменения расстройки циклотронного резонанса, сопоставимом с шириной зоны генерации автономного гиротрона.

4. Методика анализа автомодуляционной неустойчивости в гиротроне, разработанная в [62-64], адаптирована на случай многомодового гиротрона, синхронизируемого внешним сигналом. С ее помощью построены границы области устойчивости на плоскости параметров  $\Delta_H, a_0$  и  $\Delta_H, I_0$  при различных значениях параметра плотности спектра мод  $\Delta_0$ , для случаев синхронного и несинхронного взаимодействия мод в автономном случае. Выявлена сложная конфигурация границы области устойчивости рабочей моды, которая образуется границами возбуждения различных пар сателлитов, причем в зависимости от параметра плотности спектра мод необходимо учитывать до четырех пар сателлитов. При типичных значениях параметра плотности спектра мод, характерных для современных мощных гиротронов со сверхразмерными резонаторами, режим с максимальным КПД является неустойчивым.

5. Проведено аналогичное исследование для гиротрона, синхронизируемого внешним сигналом. Обнаружено, что зоны устойчивости режимов синхронизации на плоскости  $\Delta_H, I_0$  в случае двух- и трехмодового взаимодействия имеют сходную структуру, однако во втором случае зона устойчивости уменьшается. Увеличение амплитуды внешнего сигнала способствует подавлению паразитных мод и приводит к тому, что режим с максимальным КПД становится устойчивым. Такое поведение согласуется с результатами, представленными в работах [17,28-31]. При оптимальных параметрах, которые были найдены при исследовании синхронизации одномодовой модели, возбуждение сателлитов не оказывает существенного влияния на устойчивость режимов синхронизации рабочей моды в области высоких КПД. Полученные результаты хорошо согласуются с результатами численного моделирования на основе уравнений многомодовой теории гиротрона с фиксированной структурой поля.

6. На примере гиротрона с параметрами, примерно соответствующими мощному гиротрону диапазона 250 ГГц для диагностики и нагрева плазмы, исследована возможность использования воздействия внешним сигналом для подавления паразитных мод, возникающих за счет выброса ускоряющего напряжения в ходе переходного процесса. В отличие от задачи о синхронизации, в данном случае воздействие внешним сигналом осуществляется лишь на начальном этапе, в процессе установления колебаний. В рамках трёхмодовой модели гиротрона с эквидистантным спектром мод показано, что воздействие внешним сигналом позволяет расширить область устойчивости рабочей моды и полностью подавить паразитные колебания при выбросе на фронте импульса напряжения. Требуемая мощность внешнего сигнала составляет примерно 10 % мощности генерации.

В заключение хочу выразить искреннюю благодарность и признательность моему научному руководителю Никите Михайловичу Рыскину за многолетнее научное руководство, всестороннюю поддержку и неоценимую помощь при работе над диссертацией. Также хочу выразить благодарность моим соавторам, результаты совместных исследований с которыми вошли в настоящую диссертацию: Адиловой Асель Булатовне и Рожневу Андрею Георгиевичу. Отдельную благодарность хочу выразить профессорско-преподавательскому составу института физики и бывшего факультета нелинейных процессов СГУ.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Nusinovich G.S. Introduction to the Physics of Gyrotrons. / Baltimore: Johns Hopkins University Press, 2004. 335 p.
2. Трубецков Д.И., Храмов А.Е. Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков. Т. 2. М.: Физматлит, 2004.
3. Thumm M. State-of-the-art of high-power gyro-devices and free electron masers // J. Infrared Millim. Terahertz Waves. 2020. Vol. 41. P. 1-140.
4. Nusinovich G.S., Thumm M.K.A., Petelin M.I. The gyrotron at 50: historical overview // J. Infrared Millim. Terahertz Waves. 2014. Vol. 35, No. 4. P. 325–381.
5. Цимринг Ш.Е. Мазеры на циклотронном резонансе. Горький, 1988. 92 с.
6. Glyavin M., Sabchevski S., Idehara T., Mitsudo S. Gyrotron-based technological systems for material processing – current status and prospects // J. Infrared Millim. Terahertz Waves. 2020. Vol. 41, No. 8. P. 1022-1037.
7. Idehara T., Sabchevski S.P., Glyavin M., Mitsudo S. The gyrotrons as promising radiation sources for THz sensing and imaging // Appl. Sci. 2020. Vol 10, No. 3. P. 980.
8. Sabchevski S., Glyavin M. Development and application of THz gyrotrons for advanced spectroscopic methods // Photonics. 2023. Vol. 10, No. 2. P. 189.
9. Idehara T., Saito T., Ogawa I., Mitsudo S., Tatematsu Y., Sabchevski S. The potential of the gyrotrons for development of the sub-terahertz and the terahertz frequency range. A review of novel and prospective applications // Thin Solid Films. 2008. No. 517. P. 1503–1506.
10. Kumar N., Singh U., Bera A., Sinha A.K. A review on the sub-THz/THz gyrotrons // Infrared Phys. Technol. 2016. Vol. 76. P. 38-51.
11. Sabchevski S., Glyavin M., Mitsudo S., Tatematsu Y., Idehara T. Novel and emerging applications of the gyrotrons worldwide: current status and prospects. // J. Infrared Millim. Terahertz Waves. 2021. Vol. 42, No. 7. P. 715-741.
12. Applications of High Power Microwaves // Eds. A.V. Gaponov-Grekhhov and V.L. Granatstein. Artech House, Boston, London, 1994.



13. Thumm M. Recent advances in the worldwide fusion gyrotron development // IEEE Trans. Plasma Sci. 2014. Vol. 42, No. 3. P. 590-599.
14. Thumm M.K.A., Denisov G.G., Sakamoto K., Tran M.Q. High-power gyrotrons for electron cyclotron heating and current drive // Nucl. Fusion. 2019. Vol. 59, No. 7. 073001.
15. Jelonnek J., Aiello G., Alberti S., Avramidis K., et al. Design considerations for future DEMO gyrotrons: A review on related gyrotron activities within EUROfusion // Fusion Engineering and Design. 2017. Vol. 123. P. 241-246.
16. Denisov G.G., Glyavin M.Y., Fokin A.P., Kuftin A.N., Tsvetkov A.I., Sedov A.S. First experimental tests of powerful 250 GHz gyrotron for future fusion research and collective Thomson scattering diagnostics // Rev. Sci. Instrum. 2018. Vol. 89, No. 8. 084702.
17. Бакунин В.Л., Денисов Г.Г., Новожилова Ю.В. Стабилизация частоты и фазы многомодового гиротрона мегаваттного уровня мощности внешним сигналом // Письма в ЖТФ. 2014. Т. 40, № 9. С. 41-47.
18. Пиковский А., Розенблюм М., Куртс Ю. Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление. М.: Техносфера, 2003.
19. Рабинович М.И., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука. 1984.
20. Ланда П.С. Нелинейные колебания и волны, М.: Физматлит, 1997.
21. Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Рыскин Н.М. Нелинейные колебания М.: Физматлит, 2005.
22. Ергаков В.С., Моисеев М.А. К теории синхронизации МЦР-монотрона внешним сигналом // Изв. вузов. Радиофизика. 1975. Т. 18, № 1. С. 120-131.
23. Зарницына И.Г., Нусинович Г.С. Об устойчивости синхронизованных одномодовых колебаний в многомодовом гиромонотроне // Изв. вузов. Радиофизика. 1975. Т. 18, № 3. С. 459-462.
24. Ергаков В.С., Моисеев М.А., Хижняк В.И. К теории синхронизации МЦР-монотрона // Радиотехника и электроника. 1978. Т. 23, № 12. С. 2591-2599.

25. McCurdy A.H., Armstrong C.M. Mode selection by application of an external signal in an overmoded gyrotron oscillator // *Phys. Rev. Lett.* 1988. Vol. 61, No. 20. P. 2316-2319.
26. McCurdy A.H., Ganguly A.K., Armstrong C.M. Operation and theory of a driven single-mode electron cyclotron maser // *Phys. Rev. A.* 1988. Vol. 40, No. 3. P. 1402-1421.
27. Ginzburg N.S., Sergeev A.S., Zotova I.V. Time-domain self-consistent theory of frequency-locking regimes in gyrotrons with low-Q resonators // *Phys. Plasmas.* 2015. Vol. 22, No. 3. 033101.
28. Бакунин В.Л., Денисов Г.Г., Новожилова Ю.В. Зоны захвата частоты многомодового гиротрона мегаваттного уровня мощности внешним сигналом // *Изв. вузов. Радиофизика.* 2015. Т. 58, № 12. С. 999-1011.
29. Бакунин В.Л., Денисов Г.Г., Новожилова Ю.В., Фокин А.П. Влияние конкуренции мод на режим захвата частоты многомодового гиротрона внешним монохроматическим сигналом // *Изв. вузов. Радиофизика.* 2016. Т. 59, № 8. С. 709-720.
30. Новожилова Ю.В., Денисов Г.Г., Глявин М.Ю., Рыскин Н.М., Бакунин В.Л., Богдашов А.А., Мельникова М.М., Фокин А.П. Стабилизация частоты гиротрона под влиянием внешнего монохроматического сигнала или отраженной от нагрузки волны: обзор // *Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика.* 2017. Т. 25, № 1. С. 4-11.
31. Bakunin V.L., Denisov G.G., Novozhilova Y.V. Principal enhancement of THz-range gyrotron parameters using injection locking // *IEEE Electron Device Lett.* 2020. Vol. 41. No. 5. No. 5. P. 777-780.
32. Bakunin V.L., Glyavin M.Yu., Denisov G.G., Novozhilova Yu.V. Effect of non-ideal electron beam characteristics on the performance of a megawatt-power gyrotron with an external monochromatic signal // *J. Infrared Millim. Terahertz Waves.* 2023. Vol. 44.
33. Бакунин В.Л., Гузнов Ю.А., Денисов Г.Г., Зайцев Н.И. Экспериментальное исследование влияния внешнего сигнала на режим генерации гиротрона

- мегаваттного уровня мощности // Письма в ЖТФ. 2018. Т. 44, № 11. С. 38-45.
34. Бакунин В.Л., Гузнов Ю.М., Денисов Г.Г., Зайцев Н.И., Запевалов С.А., Куфтин А.Н., Новожилова Ю.В., Фокин А.П., Чирков А.В., Шевченко А.С. Экспериментальное исследование влияния внешнего сигнала на режим генерации гиротрона мегаваттного уровня мощности // Изв. вузов. Радиофизика. 2019. Т. 62, № 7. С. 539-548.
  35. Chirkov A.V., Denisov G.G., Kuftin A.N. Perspective gyrotron with mode converter for co- and counter-rotation operating modes // Appl. Phys. Lett. 2015. Vol. 106. No. 26. P. 263501.
  36. Denisov G.G., Kuftin A.N., Manuilov V.N., Zavolsky N.A., Chirkov A.V., Soluyanov E.A., Tai E.M., Bakulin M.I., Tsvetkov A.I., Fokin A.P., Novozhilova Y.V., Movshevich B.Z., Glyavin M.Y. Design of master oscillator for frequency locking of a complex of megawatt level microwave sources // Microw. Opt. Technol. Lett. 2020. Vol. 62. No. 6. P. 2137-2143.
  37. Kuftin A.N., Denisov G.G., Chirkov A.V., Shmelev M.Yu., Belousov V.I., Ananichev A.A., Movshevich B.Z., Zotova I.V., Glyavin M.Yu. First demonstration of frequency-locked operation of a 170 GHz/ 1 MW gyrotron // IEEE Electron Device Lett. 2023. Vol. 44, No. 9. P. 1563-1566.
  38. Denisov G., Kuftin A., Manuilov V., Chirkov A., Popov L., Zapevalov V., Zuev A., Sedov A., Zheleznov I., Glyavin M. Concept design of the megawatt power level gyrotron stabilized by a low-power signal for DEMO project // Nucl. Fusion. 2022. Vol. 62, No. 3. P. 036020.
  39. Королев В.И., Постников Л.В. К теории синхронизации генератора автоколебаний. I // Изв. вузов. Радиофизика. 1969. Т. 12, № 3. С. 406-414.
  40. Кузнецов А.П., Милованов С.В. Синхронизация в системе с бифуркацией слияния устойчивого и неустойчивого предельных циклов// Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2003. Т. 11. № 4-5. С. 16-30.

41. Милованов С.В. Синхронизация систем с сосуществующими устойчивым и неустойчивым предельными циклами и бифуркацией их слияния и исчезновения. Дисс. ... к.-ф.-м.н. Саратов, СГУ, 2005. 209 с.
42. Yakunina K.A., Kuznetsov A.P., Ryskin N.M. Injection locking of an electronic maser in the hard excitation mode // *Phys. Plasmas*. 2015. Vol. 22, No. 11. 113107.
43. Nusinovich G.S. Review of the theory of mode interaction in gyrodevices // *IEEE Trans. Plasma Sci.* 1999. Vol. 27, No. 2. P. 313-326.
44. Бакунин В.Л., Денисов Г.Г., Завольский Н.А., Моисеев М.А. Зоны устойчивой одномодовой генерации в гиротроне со сверхразмерным резонатором // *Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика*. 2012. Т. 20. № 6. С. 67-81.
45. Запевалов В.Е., Нусинович Г.С. К теории амплитудно-фазового взаимодействия мод в электронных лазерах // *Изв. вузов. Радиофизика*. 1989. Т. 32, № 3. С. 347–355.
46. Nusinovich G.S. Mode interaction in gyrotrons // *Int. J. Electronics*. 1981. Vol. 51, № 4. P. 457.
47. Bakunin V.L., Glyavin M. Yu., Denisov G.G, Novozhilova Yu.V. Investigation of mode interaction for a gyrotron with dense mode spectrum // *J. Electromag. Waves Appl*. 2021. Vol. 35, No. 1. P. 19-26.
48. Sabchevski S.P., Glyavin M. Yu., Nusinovich G.S. The progress in the studies of mode interaction in gyrotrons // *J. Infrared, Millim. Terahertz Waves*. 2022. Vol. 43, No. 1-2. P. 1-47.
49. Nusinovich G.S., Sinitsyn O.V., Velikovich L., Yeddulla M., Antonsen T.M., et al. Startup scenarios in high-power gyrotrons // *IEEE Trans. Plasma Sci.* 2004. Vol. 32, No. 3. P. 841-852.
50. Zhao Q., Yu S., Zhang T. Startup and mode competition in a 420 GHz gyrotron // *Phys. Plasmas*. 2017. Vol. 24, No. 9. 093102.
51. Бакунин В.Л., Глявин М.Ю., Новожилова Ю.В., Седов А.С. Теоретическое исследование нелинейного взаимодействия мод на фронте импульса

- ускоряющего напряжения в мощном гиротроне с рабочей частотой 250 ГГц // Электромагнитные волны и электронные системы. 2018. Т. 23, № 6. С. 36-45.
52. Моисеев М.А., Нусинович Г.С. К теории многомодовой генерации в гиромонотроне // Изв. вузов. Радиофизика. 1974. Т. 17, № 11. С. 1709-1717.
53. Nusinovich G.S., Chen X., Dumbrajs O., Xiao H, Han X. Zones of soft and hard self-excitation in gyrotrons: generalized approach // Phys. Plasmas. 2020. Vol. 27. No. 7. 073103.
54. Адилова А.Б., Рыскин Н.М. Исследование синхронизации в системе двух гиротронов с запаздыванием в канале связи на основе модифицированной квазилинейной модели // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2018. Т. 26, № 6. С. 68–81.
55. Адилова А.Б., Рыскин Н.М. Влияние запаздывания на взаимную синхронизацию двух связанных гиротронов // Изв. вузов. Радиофизика. 2020. Т. 63, № 9. С. 781–795.
56. Adilova A.B., Ryskin N.M. Theory of peer-to-peer locking of high-power gyrotron oscillators coupled with delay // Electronics. 2022. Vol. 11, No. 5. P. 811.
57. Арнольд В.И. Теория катастроф. М: Наука, 1990. 128 с.
58. Мишагин К. Г., Матросов В. В., Шалфеев В. Д., Шохнин В. В. Генерация хаотических колебаний в экспериментальной схеме трех каскадно связанных фазовых систем // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2007. Т. 15, № 2. С. 55-61.
59. Кузнецов А.П., Савин А.В., Седова Ю.В. Бифуркация Богданова–Такенса: от непрерывной к дискретной модели // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2009. Т. 17, № 6. С. 139-158.
60. Неймарк Ю.И., Ланда П.С. Стохастические и хаотические колебания. М.: Наука, 1987. 424 с.

61. Melnikova M.M., Ryskin N.M. Influence of reflections on mode-competition processes in a high-power multimode gyrotron // *Phys. Plasmas*. 2022. V. 29, No. 1. 013104.
62. Зарницына И.Г., Нусинович Г.С. Об устойчивости одномодовых автоколебаний в гиромонотроне // *Изв. вузов. Радиофизика*. 1974. Т. 17, № 12. С. 1858-1867.
63. Нусинович Г.С., Запевалов В.Е. Автомодуляционная неустойчивость излучения гиротронов // *Радиотехника и электроника*. 1985. Т.30, №3. С. 563-570.
64. Глявин М.Ю., Нусинович Г.С. Устойчивость одномодовых колебаний в гиротроне с синхронным взаимодействием мод // *Радиотехника и электроника*. 1991. Т. 36, № 3. С. 512-520.
65. Fokin A.P., Bakunin V.L., Glyavin M.Yu., Nusinovich G.S. Automodulation instability in gyrotrons operating at the second cyclotron harmonic // *Phys. Plasmas*. 2021. Vol. 28, No. 4. 043303.
66. Sinitsyn O.V., Nusinovich G.S., Antonsen T.M. Stability of gyrotron operation in very high-order modes // *Phys. Plasmas*. 2012. Vol. 19, No. 6. 063114.
67. Nusinovich G.S., Sinitsyn O.V., Velikovich L., Yeddulla M., Antonsen T.M., Vlasov A.N., Cauffman S.R., Felch K. Startup scenarios in high-power gyrotrons // *IEEE Trans. Plasma Sci*. 2004. Vol. 32, No. 3. P. 841-852.
68. Chen X., Nusinovich G.S., Dumbrajs O., Xiao H., Han X., Xia D., Peng T. Mode excitation in gyrotrons with triode-type electron guns // *IEEE Trans. Electron Devices*. 2022. Vol. 69, No. 2. P. 785-793.
69. Глявин М.Ю., Запевалов В.Е., Куфтин А.Н. Конкуренция мод в нестационарных режимах мощных гиротронов // *Изв. вузов. Радиофизика*. 1998. Т. 41, № 6. С. 803-812.
70. Петелин М.И. Электронная селекция мод в гиротроне // В сб. «Гиротрон». Горький: ИПФ АН СССР, 1981. С. 77-85.
71. Григорьева Н.В. Исследование синхронизации гиротрона внешним гармоническим сигналом на основе модифицированной квазилинейной

- теории // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2021. Т. 29, № 6. С. 905-914.
72. Григорьева Н.В., Рыскин Н.М., Денисов Г.Г., Новожилова Ю.В., Глявин М.Ю., Бакунин В.Л. Динамика многомодовых процессов на фронте импульса ускоряющего напряжения в гиротроне при воздействии внешнего сигнала // Изв. вузов. Радиофизика. 2020. Т. 63. №5-6. С. 422-433.
73. Григорьева Н.В., Рыскин Н.М. Исследование синхронизации гиротрона в режиме жёсткого возбуждения на основе модифицированной квазилинейной модели // Изв. вузов. Радиофизика. 2022. Т. 65, № 5. С. 406–419.
74. Адилова А.Б., Григорьева Н.В., Рожнев А.Г., Рыскин Н.М. Теоретический анализ устойчивости одномодового режима генерации в гиротроне // Изв. вузов. Радиофизика. 2023. Т. 66, № 2. С. 161–175.
75. Григорьева Н.В., Рожнев А.Г., Рыскин Н.М. Теоретический анализ синхронизации гиротрона внешним гармоническим сигналом // ЖТФ. 2024. Т. 94, № 3. С. 507-514.
76. Адилова А.Б., Преображенская (Григорьева) Н.В., Рыскин Н.М. К теории синхронизации двухмодового электронного мазера с жестким возбуждением // Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер. Сер. Физика. 2019. Т. 19, № 1. С. 19–27.
77. Melnikova M.M., Grigorieva N.V., Ryskin N.M. Influence of reflected or external signal on gyrotron operation // Proc. SPIE. Vol. 11582, Fourth International Conference on Terahertz and Microwave Radiation: Generation, Detection, and Applications. Art. no. 115820M. DOI:10.1117/12.2580073.
78. Novozhilova Y.V., Bakunin V.L., Preobrazhenskaya (Grigorieva) N.V., Ryskin N.M., Leshova K.A., Manuilov V.N., Glyavin M.Y. Pulsed gyrotron start-up scenario in presence of voltage/current surge front // 44<sup>th</sup> International Conference on Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves (IRMMW-THz 2019). Paris, France. DOI: 10.1109/IRMMW-THz.2019.8874116.

79. Grigorieva N.V., Ryskin N.M. Study of injection locking of a gyrotron by using the modified quasilinear theory // 14th UK-Europe-China Workshop on Millimetre-Waves and Terahertz Technologies (UCMMT 2021) Lancaster, UK. DOI: 10.1109/UCMMT53364.2021.9569876.
80. Grigorieva N.V., Adilova A.B., Rozhnev A.G., Ryskin N.M. Study of mode-competition processes in a high power multimode gyrotron using modified quasilinear model // 24<sup>th</sup> International vacuum electronics conference, April 26-28 2023, Chengdu, China, DOI: 10.1109/IVEC56627.2023.10157624.
81. Adilova A.B., Melnikova M.M., Preobrazhenskaya (Grigorieva) N.V., Ryskin N.M. Influence of mode competition on synchronization in a gyrotron. 2018 International Conference on Actual Problems of Electron Devices Engineering, APEDE 2018. 2018. C. 201-205. DOI: 10.1109/APEDE.2018.8542250.
82. Adilova A.B., Melnikova M.M., Preobrazhenskaya (Grigorieva) N.V., Rozhnev A.G., Ryskin N.M. Influence of mode competition on phase locking in gyrotrons // 7<sup>th</sup> International Workshop on Far-Infrared Technol. 2019 (IW-FIRT 2019). March 5-6, 2019, Fukui, Japan. P. 48.
83. Grigorieva N.V., Adilova A.B., Rozhnev A.G., Ryskin N.M. Theoretical analysis of the nonlinear dynamics of the gyrotron based on a modified quasilinear model // The 5-th International Conference “Terahertz and Microwave Radiation: Generation, Detection and Applications” (TERA-2023), 27 February – 2 March 2023, Moscow, Russia, p. 135. DOI: 10.59043/9785604953914\_135.
84. Григорьева Н.В., Новожилова Ю.В., Рыскин Н.М. Теоретический анализ синхронизации гиротрона в режиме жесткого возбуждения под действием внешнего сигнала // Диагностика высокотемпературной плазмы. Тезисы докладов XX Всероссийской конференции. 18–22 сентября 2023 г. Сочи: Изд-во АО «Т8 Издательские технологии», 2023. С. 284-286.
85. Преображенская (Григорьева) Н.В., Рыскин Н.М., Глявин М.Ю., Новожилова Ю.В. Влияние внешнего сигнала на процессы установления колебаний в многомодовом гиротроне. // XII Международная школа-



- конференция «Хаотические автоколебания и образование структур», 1–6 октября 2019 г. Саратов. С. 92.
86. Преображенская (Григорьева) Н.В., Рыскин Н.М. Исследование влияния внешнего сигнала на работу многомодового гиротрона // Нанoeлектроника, нанофотоника и нелинейная физика. Тезисы докладов XIV конференции молодых ученых. 17–19 сентября 2019 г. Саратов: Изд-во «Техно-Декор», 2019. С. 194-195.
87. Григорьева Н.В., Рыскин Н.М. Исследование синхронизации гиротрона внешним сигналом на основе модифицированной квазилинейной теории // Нанoeлектроника, нанофотоника и нелинейная физика. Тезисы докладов XV конференции молодых ученых. 8 – 10 сентября 2020 г. Саратов: Изд-во «Техно-Декор», 2020. С. 69-70.
88. Григорьева Н.В., Модифицированная квазилинейная модель под воздействием внешнего сигнала // Нанoeлектроника, нанофотоника и нелинейная физика. Тезисы докладов XVI конференции молодых ученых. 7 – 9 сентября 2021 г. Саратов: Изд-во «Техно-Декор», 2021. С. 32 -33.
89. Григорьева Н.В., Рыскин Н.М. Теоретический анализ устойчивости колебаний рабочей моды в многомодовом гиротроне // Нанoeлектроника, нанофотоника и нелинейная физика. Тезисы докладов XVII конференции молодых ученых. 13 – 15 сентября 2022 г. Саратов: Изд-во «Техно-Декор», 2022. С. 63 - 64.
90. Григорьева Н.В., Рыскин Н.М. Теоретический анализ синхронизации гиротрона при воздействии внешнего гармонического сигнала // Нанoeлектроника, нанофотоника и нелинейная физика. Тезисы докладов XVIII конференции молодых ученых. 12–13 сентября 2023 г. Саратов: Изд-во «Техно-Декор», 2023. С. 52-53.
91. Григорьева Н.В., Рыскин Н.М. Исследование синхронизации гиротрона внешним сигналом на основе модифицированной квазилинейной теории // XIX научная школа «Нелинейные волны–2020», 29 февраля – 6 марта 2020 г. Нижний Новгород. С. 91.

92. Григорьева Н.В., Рыскин Н.М. Бифуркационный анализ режимов синхронизации гиротрона внешним гармоническим сигналом // XX научная школа «Нелинейные волны–2022», 7 – 13 ноября 2022 г. Нижний Новгород. С. 72-73.
93. Адилова А.Б., Григорьева Н.В., Рожнев А.Г., Рыскин Н.М. Теоретический анализ нелинейной динамики гиротрона на основе модифицированной квазилинейной модели // XX научная школа «Нелинейные волны–2022», 7 – 13 ноября 2022 г. Нижний Новгород. С. 224-225.
94. Григорьева Н.В., Рыскин Н.М. Исследование синхронизации гиротрона внешним сигналом на основе модифицированной квазилинейной теории // Материалы XXIX Всероссийской научной конференции «Нелинейные дни для молодых» 26–29 апреля 2021, Саратов. Вып. 29. С. 78-79.
95. Григорьева Н.В., Рыскин Н.М. Исследование синхронизации гиротрона внешним сигналом на основе модифицированной квазилинейной модели // Тезисы докладов XII всероссийского семинара по радиофизике миллиметровых и субмиллиметровых волн и IV школы для молодых ученых «Актуальные проблемы мощной вакуумной электроники СВЧ: источники и приложения». 28 февраля – 4 марта 2022 г. Нижний Новгород: Институт прикладной физики РАН, 2022. С. 32-33.