

ЭЛЕКТРОННАЯ ЭМИССИЯ И ЗАКОНЫ ДВИЖЕНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ПОЛЯХ

Общие теоретические замечания

В металлах, как известно, атомы закреплены в узлах кристаллической решетки, однако валентные электроны этих атомов можно считать «свободными», что позволяет ввести понятие об «электронном газе». Слово «свободные» нельзя понимать в абсолютном смысле. Между валентными электронами и ионами, расположенными в узлах решетки, существует определенная связь. Однако в модели электронного газа этой связью пренебрегают.

Плотность электронного газа в металлах порядка 10^{22} — 10^{23} 1/см³. Для сравнения укажем, что плотность частиц воздуха при температуре 20°C и нормальном давлении порядка 10^{19} 1/см³. Электронный газ плотнее воздуха примерно в 10^3 — 10^4 раз.

Свободные электроны при обычной температуредерживаются внутри металла. Это свидетельствует о существовании вблизи поверхности металла электрического поля, не позволяющего свободным электронам покинуть металл. Иными словами, на границе металл — окружающая среда существует потенциальный барьер, препятствующий выходу электронов из металла.

Существование такого барьера можно объяснить следующим образом. Пусть в результате теплового движения часть электронов покинула металл. Вылетевшие электроны индуцируют на поверхности последнего заряда противоположного знака. В результате возникает сила, притягивающая электроны к поверхности металла. Кроме того, вылетевшие и удалившись на расстояние порядка размеров атома электроны и оставшиеся в узлах решетки вблизи поверхности ионы образуют двойной электрический слой, после которого препятствует выходу электронов из металла.

Для выхода из металла электроны должны совершать работу, которую принято называть работой выхода. Величина работы выхода определяет высоту потенциального барьера на поверхности металла и служит индивидуальной характеристикой для каждого металла.

При нагревании металла увеличивается кинетическая энергия свободных электронов. Часть электронов приобретает энергию, достаточную для преодоления потенциального барьера. Явление испускания электронов телами при их нагревании в результате теплового возбуждения электронов в этих телах называется термоэлектронной эмиссией. Для большинства тел термоэлектронная эмиссия наблюдается лишь при достаточно высоких температурах. Например, для получения термоэлектронной эмиссии заметной величины большинство тугоплавких металлов следует нагревать до температуры порядка 2000—2500 K.

Число эмиттированных электронов, а следовательно, и плотность тока термоэлектронной эмиссии j_e могут быть теоретически рассчитаны в рамках модели идеального электронного газа с учетом статистического закона распределения электронов по скоростям (по энергиям). Для расчета величины j_e можно использовать как классическую максвелловскую статистику, так и квантовую статистику Ферми—Дирака. Экспериментальные исследования показывают, что более последовательным является использование квантовой статистики. Принципиальное отличие модели электронного газа, подчиняющегося квантовой статистике, от модели, подчиняющейся классической статистике, состоит в том, что при абсолютном нуле в классическом рассмотрении все электроны имеют кинетическую энергию, равную нулю, а в квантовом рассмотрении распределение электронов по энергиям при $T=0\text{K}$ имеет вид, показанный на рис. 1 сплошной кривой (dn — число свободных электронов в единице объема металла с энергией от ε до $\varepsilon+d\varepsilon$). Величина ε_f определяет наибольшую возможную энергию электронов при абсолютном нуле. Как следует из приведенной кривой, этой энергией обладает при $T=0\text{ K}$ наибольшее число электронов. Величину ε_f называют энергией (или уровнем) Ферми. При $T=0\text{ K}$ не существует электронов с энергией, большей ε_f . Пунктирной кривой на рис. 1 показано распределение электронов в металле при $T \approx 2500\text{ K}$.

Сравнение кривых на рис. 1 показывает, что повышение температуры металла приводит к незначительным изменениям в распределении электронов по энергиям. Тем не менее существенным является то, что появляется относительно небольшое число электронов, энергия которых больше ε_f . С ростом температуры число таких электронов возрастает. За счет электронов со сравнительно большой кинетической энергией и осуществляется термоэлектронная эмиссия.

Плотность эмиттированных электронов составляет, как правило, величину порядка 10^{11} 1/cm^3 , т. е. в 10^{10} — 10^{12} раз меньше плотности электронного газа в металле. Относительно малое число покидающих металл электронов обеспечивает

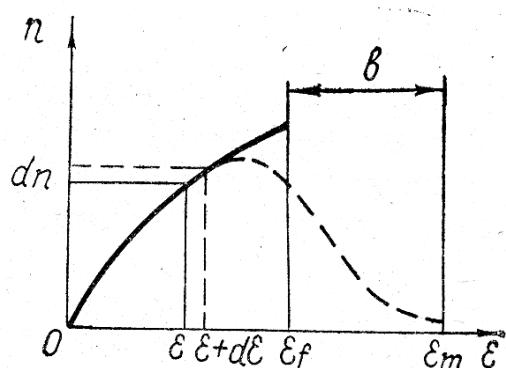


Рис. 1

сохранение кристаллической решетки металла при термоэлектронной эмиссии.

Уточним ранее введенное понятие работы выхода. Чтобы покинуть металл, как уже отмечалось, электрон должен обладать энергией, превышающей некоторое значение ϵ_m , характерное для каждого металла. Под работой выхода принято понимать величину, равную разности $b = \epsilon_m - \epsilon_f$, т. е. работу, которую должен совершить электрон, чтобы с уровня Ферми выйти из металла.

Применяя к модели идеального электронного газа статистику Ферми—Дирака, можно показать, что плотность термоэмиссионного тока определяется следующей формулой⁶:

$$j_e = AT^2 e^{-b/(kT)}, \quad (1)$$

где $A = (4\pi meK^2)/h^3 = 120 \text{ A}/\text{см}^2$, K^2 —постоянная величина, T —температура металла, b — работа выхода, m и e — масса и заряд электрона, k —постоянная Больцмана, h —постоянная Планка. Соотношение (1) обычно связывают с именами ученых, внесших значительный вклад в исследование явления термоэлектронной эмиссии, и называют формулой Ричардсона—Дэшмана. Из (1) следует, что плотность тока термоэмиссии определяется только температурой и работой выхода металла.

Если (1) прологарифмировать, а затем вычислить производную d/dT , то можно получить соотношение

$$\frac{dj_e}{j_e} = 2 \frac{dT}{T} + \frac{b}{kT^2}, \quad (2)$$

определенное относительное изменение тока эмиссии при изменении температуры. Первое слагаемое в правой части (2) соответствует множителю T^2 в формуле (1), а второе слагаемое — экспоненциальному множителю в (1). Отношение первого слагаемого в (2) ко второму равно $(2kT)/b$. Для тугоплавких металлов эта величина мала. Например, для вольфрама, имеющего $b = 4,5$ эВ, $(2kT)/b = 0,1$ при $T = 2500$ К. Отсюда можно сделать вывод, что зависимость тока j_e от температуры T определяется в основном экспоненциальным множителем, который при изменении температуры меняется значительно сильнее, чем множитель T^2 .

Явление термоэлектронной эмиссии и управляемое движение электронов в электрических и магнитных полях со-

⁶ См.: Сивухин Д. В. Общий курс физики. М., 1977, т. 3, § 101.

ставляют принципиальную основу работы подавляющего большинства вакуумных электронных ламп.

Одним из основных элементов в таких приборах является катод—источник термоэмиссионных электронов. Если катод изготовлен из тугоплавких металлов, имеющих большую работу выхода (обычно $b > 4$ эВ), то получить сильные термоэмиссионные токи можно лишь при очень высоких температурах накала. Например, при рабочей температуре вольфрамовых катодов 2500 К может быть достигнута плотность тока $j_e \sim 0,1$ А/см². На практике часто необходимо иметь большую плотность термоэмиссионного тока, к тому же для уменьшения затрат энергии на накал и увеличения срока службы катода желательно снизить рабочую температуру катода. С этой целью используют так называемые оксидные катоды, представляющие собой сложные образования. При изготовлении таких катодов на металлическую подложку наносят соединения щелочноземельных металлов и путем специальной обработки добиваются образования на поверхности катода моноатомного слоя ионов щелочноземельных металлов, приводящего к существенному снижению работы выхода. Рабочая температура оксидных катодов около 1000 К, а плотность термоэмиссионного тока достигает 1 А/см². Накаливание катодов осуществляется либо пропусканием тока через металлическое основание—подложку («прямонакальные катоды»), либо с помощью специальной спирали, помещенной внутрь полого катода и электрически изолированной от самого катода («подогревные катоды»).

Наиболее простой электровакуумной лампой является диод, представляющий собой стеклянный герметический сосуд с высокой степенью разрежения атмосферы, внутрь которого помещены два электрода: катод и анод. Как правило, анод представляет собой полый металлический цилиндр, на оси симметрии которого располагается катод.

При холодном катоде ток через вакуумный диод не проходит. При нагревании катод испускает электроны, которые образуют вокруг него отрицательный объемный заряд. Электрическое поле этого заряда препятствует вылету из катода электронов и создает обратное движение эмиттированных электронов к катоду. Отрицательный объемный заряд нарастает до установления динамического равновесия, когда ток эмиттированных электронов компенсируется током электронов, возвращающихся на катод.

Если на анод подать положительный по отношению к катоду потенциал, то появится направленное движение электронов к аноду, и в анодной цепи появится ток. Если бы не было объемного отрицательного заряда между катодом и анодом, то все эмиттированные электроны достигали бы анода при любых величинах потенциала на аноде. С ростом потенциала анода объемный заряд рассасывается постепенно. Электроны, двигаясь к аноду, испытывают воздействие двух полей: поля, существующего за счет разности потенциалов между электродами, и поля, создаваемого совокупностью всех заряженных частиц в межэлектродном промежутке прибора. Характер движения электронов в этих полях таков, что закон Ома не выполняется.

Определим зависимость плотности тока в анодной цепи от потенциала анода в простейшем случае, когда анод и катод представляют собой бесконечно протяженные параллельные плоскости. Пусть катод находится под нулевым потенциалом ($\phi_k = 0$), а потенциал анода обозначим ϕ_a , при этом разность потенциалов между анодом и катодом (анодное напряжение) равно $V_a = \phi_a - \phi_k = \phi_a$. Координатную ось x направим перпендикулярно поверхности электродов и начало координат совместим с катодом.

Предположим, что скорости всех эмиттированных электронов на поверхности катода равны нулю ($v=0$ при $x=0$), а распределение объемного заряда в межэлектродном пространстве при всех рассматриваемых значениях V_a таково, что напряженность электрического поля у поверхности катода обращается в нуль, т. е.

$$\left(\frac{d\phi}{dx} \right)_{x=0} = 0.$$

Распределение потенциала в межэлектродном пространстве описывается уравнением Пуассона

$$\nabla^2\phi = -4\pi\rho, \text{ где } \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

ρ — объемная плотность пространственного заряда. При сделанных допущениях это уравнение принимает вид

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = -4\pi\rho. \quad (3)$$

Скорость электронов, покинувших катод с нулевой начальной скоростью, удовлетворяет соотношению

$$(mv^2)/2 = e\phi, \quad (4)$$

где m — масса электрона.

Плотность тока j связана с объемной плотностью пространственного заряда следующим соотношением:

$$j = -\rho v. \quad (5)$$

Исключая из (3), (4) и (5) величины ρ и v , находим

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = a\varphi^{-1/2}, \quad (6)$$

$$a = 4\pi j \sqrt{\frac{m}{2e}}.$$

Умножая (6) на $d\varphi/dx$, после несложных преобразований приходим к уравнению

$$\frac{d}{dx} \left[\left(\frac{d\varphi}{dx} \right)^2 \right] = 4a \frac{d}{dx} (\sqrt{\varphi}).$$

Интегрируя это уравнение и учитывая, что $d\varphi/dx = 0$ при $x = 0$, получим

$$\frac{d\varphi}{dx} = 2 \sqrt{a} \varphi^{1/4}.$$

Разделяя в последнем соотношении переменные и интегрируя полученное таким путем уравнение с учетом граничного условия ($\varphi = 0$ при $x = 0$), находим

$$\varphi^{3/2} = \frac{3}{2} \sqrt{a} x. \quad (7)$$

Соотношение (7) описывает распределение потенциала в анализируемой модели вакуумного диода. Если подставить значение a и положить $x = l$, то из (7) следует

$$j = CV_a^{3/2}, \quad (8)$$

где

$$C = \frac{1}{9\pi l^2} \sqrt{\frac{2e}{m}}.$$

Формула (8), связывающая плотность тока диода с анодным напряжением, называется «законом трех вторых»; иногда формулу (8) называют законом Богуславского—Ленгмюра.

Соотношение (8) получено для идеализированного частного случая, когда электроды представляют собой бесконечно протяженные параллельные плоскости. Тем не менее «закон трех вторых» справедлив для электродов произвольной конфигурации. От формы электродов зависит лишь выражение для коэффициента C .

Из соотношения (8) следует, что при $V_a \leq 0$ ток в анодной цепи диода отсутствует, а с ростом напряжения анодный ток неограниченно увеличивается. В реальных диодах зависимость тока от анодного напряжения (анодная характеристика) отличается от той, которая соответствует «закону трех вторых». На рис. 2 показана типичная анодная характеристика диода с подогревным катодом. Можно считать, что «закон трех вторых» выполняется только на участке 2—3. Нарушение «закона трех вторых» при малых (участок 1—2) и относительно больших (участок 3—4) анодных напряжениях связано с особенностями физических процессов в диоде, не учтенных при выводе формулы (8).

При термоэмиссии не все электроны покидают катод с нулевой скоростью, как предполагалось выше. Имеется некоторый тепловой разброс электронов по скоростям у поверхности катода. Часть эмиттируемых электронов имеет достаточно высокую начальную скорость, чтобы достигнуть анода даже при небольших отрицательных напряжениях V_a . При напряжениях V_a , величины которых соответствуют участку 2—3 (рис. 2), тепловой разброс электронов по скоростям существенной роли не играет и «закон трех вторых» выполняется с достаточно высокой степенью точности.

Если бы эмиссионная способность катода была бесконечно большой, то «закон трех вторых» выполнялся бы при сколь угодно больших значениях V_a . Однако при $T_k = \text{const}$ величина эмиссионного тока является ограниченной сверху. С ростом V_a облако пространственного заряда вблизи катода постепенно «рассасывается», и в конце концов электрическое поле становится настолько сильным, что отводит на анод все эмиттируемые с катода электроны. Дальнейший рост V_a не может привести к увеличению термоэмиссионного тока. Наступает насыщение, анодный ток равен току термоэмиссии.

Параметрами, характеризующими основные свойства диода в статическом режиме, являются крутизна анодной характеристики

$$S = \frac{dI_a}{dV_a}$$

или внутреннее (дифференциальное) сопротивление лампы

$$R_i = \frac{dV_a}{dI_a} = \frac{1}{S}.$$

Нетрудно видеть, что величина S численно равна тангенсу

угла наклона анодной характеристики к оси абсцисс. Так как анодная характеристика нелинейная, то крутизна для различных точек характеристики различна. Величина S обыч-

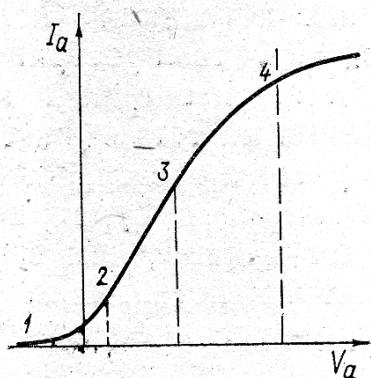


Рис. 2

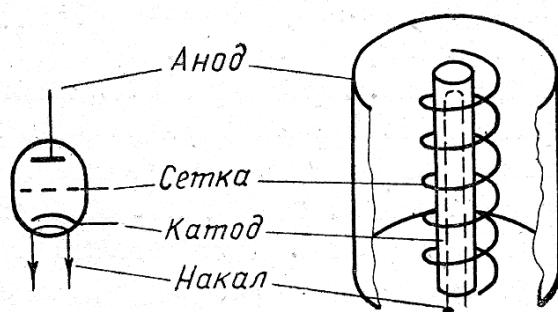


Рис. 3

чино выражается в миллиамперах на вольт и для различных типов диодов лежит в пределах от одного до нескольких десятков миллиампер на вольт.

Крутизна в каждой точке A анодной характеристики диода может быть определена приближенно, как отношение приращения анодного тока вблизи точки A к соответствующему приращению анодного напряжения:

$$S = (\Delta I_a) / (\Delta V_a). \quad (9)$$

В диоде управление анодным током может быть осуществлено лишь путем изменения потенциала анода. Более эффективное управление анодным током в электровакуумной лампе может быть реализовано, если между катодом и анодом ввести дополнительный электрод в форме металлической сетки или спирали из тонкой проволоки. Трехэлектродную электровакуумную лампу называют триодом, а дополнительный электрод — управляющей сеткой. Схематическое изображение и устройство триода показаны на рис. 3.

Управляющая сетка располагается значительно ближе к катоду, чем анод. Поэтому изменение сеточного напряжения сильнее влияет на напряженность электрического поля, а следовательно, и на пространственный заряд вблизи катода, и на электронный ток в лампе, чем равное по величине изменение анодного напряжения.

В триоде часть электронов может попасть на сетку, что нежелательно, так как приводит к бесполезному расходо-

ванию электрической энергии в цепи сетки. Однако в большинстве ламп сетку делают достаточно редкой, так что сеточный ток пренебрежимо мал по сравнению с анодным током.

Если на сетку подать положительный потенциал (положительное напряжение $V_c = \phi_c$ при $\phi_k = 0$), то пространственный заряд вблизи катода уменьшится, а анодный ток увеличится. При отрицательном напряжении на сетке ($V_c < 0$) пространственный заряд вблизи катода увеличивается, вследствие чего часть термоэмиссионных электронов будет возвращаться на катод и анодный ток будет меньше, чем в отсутствие сетки. Увеличение отрицательного потенциала на управляющей сетке в конце концов приведет к запиранию триода, когда анодный ток отсутствует. Очевидно, что запирающий отрицательный потенциал сетки будет тем больше, чем выше положительный потенциал анода.

Из сказанного ясно, что в триоде легко управлять электронным током путем изменения потенциала сетки. Так как масса (инерция) электронов мала, то управляющее действие сетки сохраняется даже при очень быстрых изменениях напряжения V_c . Это свойство триодов используется для усиления электрических сигналов. Слабый сигнал, подаваемый на сетку (небольшое по амплитуде переменное напряжение), приводит к значительным изменениям величины анодного тока I_a . Если в анодной цепи триода включена некоторая нагрузка R_a , то падение напряжения $I_a R_a$ на этой нагрузке будет пропорционально электрическому сигналу на сетке, но значительно больше по величине.

Электрическое поле вблизи катода, от которого зависит величина пространственного заряда и, следовательно, величина электронного тока, определяется как напряжением управляющей сетки V_c , так и напряжением анода V_a . Так как анод частично экранирован сеткой, то влияние потенциала анода слабее, чем влияние потенциала сетки. Можно ввести понятие управляющего напряжения

$$V_y = V_c + DV_a,$$

которое определяет характер физических процессов вблизи катода. Величину D называют проницаемостью сетки, она меньше единицы и всегда положительная. Чем гуще сетка и чем ближе расположена она к поверхности катода, тем меньше проницаемость сетки.

Введение понятия управляющего напряжения позволяет применить «закон трех вторых» к трехэлектродной лампе. Если справедливы ограничения, которые были сделаны при выводе формулы (8), то для триода «закон трех вторых» можно записать в следующем виде:

$$I_a = C' V_y^{3/2} = C' (V_c + DV_a)^{3/2}, \quad (10)$$

где коэффициент C' зависит только от формы и взаимного расположения электродов в лампе. Напомним, что сеточный ток предполагается пренебрежимо малым.

Продифференцируем соотношение (10):

$$dI_a = \frac{3}{2} \cdot C' V_y^{1/2} (dV_c + DdV_a). \quad (11)$$

Здесь dV_c и dV_a — независимые приращения сеточного и анодного напряжений.

Уменьшая сеточное напряжение на величину dV_c , можно получить изменение анодного тока dI_a , которое затем можно скомпенсировать изменением анодного напряжения dV_a так, что в конечном итоге анодный ток примет прежнее значение, т. е. $dI_a = 0$. Тогда в соответствии с (11) необходимо, чтобы

$$dV_c + DdV_a = 0,$$

откуда

$$D = - \left(\frac{dV_c}{dV_a} \right)_{I_a=\text{const.}} \quad (12)$$

Из (12) следует, что проницаемость сетки характеризует сравнительное воздействие анодного и сеточного напряжений на анодный ток. Знак минус в формуле (12) показывает, что для сохранения анодного тока постоянным приращения напряжений на аноде и на сетке должны быть различных знаков.

Величину, обратную величине проницаемости сетки,

$$\mu = \frac{1}{D} = - \left(\frac{dV_a}{dV_c} \right)_{I_a=\text{const.}} \quad (13)$$

называют статическим коэффициентом усиления триода.

На практике триоды принято характеризовать двумя семействами кривых, которые называются сеточными и анодными характеристиками. Сеточные характеристики представляют собой зависимости анодного тока от напряжения на управляющей сетке при различных значениях анодного напряжения. Анодные характеристики представляют собой за-

вистимости анодного тока от напряжения на аноде при различных значениях напряжения на управляющей сетке. Характеристики триода отличаются от аналогичных зависимостей, устанавливаемых «законом трех вторых» (10). Это отличие имеет место в силу тех же причин, что и отличие реальной анодной характеристики диода (рис. 2) от соответствующей зависимости, определяемой формулой (8).

Триод в статическом режиме характеризуется рядом параметров. Сюда относятся ранее введенные статический коэффициент усиления (13) или проницаемость сетки (12). Важным параметром триода является крутизна сеточной характеристики

$$S = \left(\frac{dI_a}{dV_c} \right)_{V_a=\text{const}}, \quad (14)$$

определяющая быстроту изменения анодного тока при изменении напряжения на сетке и при постоянстве анодного напряжения. Используется также параметр

$$R_i = \left(\frac{dV_a}{dI_a} \right)_{V_c=\text{const}},$$

называемый внутренним сопротивлением триода и характеризующий быстроту измерения анодного напряжения в зависимости от изменения анодного тока при неизменном потенциале управляющей сетки.

Параметры S , R_i , μ не являются независимыми. Нетрудно видеть, что они связаны соотношением

$$(SR_i)/\mu = SR_i D = 1. \quad (15)$$

Рассмотренные характеристики и параметры триода являются статическими, они относятся к случаю, когда в анодной цепи отсутствует нагрузочное сопротивление. При наличии в анодной цепи нагрузки режим работы триода называется динамическим и ему соответствуют динамические характеристики и параметры.

Параметры S , R_i , μ можно определить приближенно, заменяя в соответствующих формулах дифференциалы dV_a , dV_c , dI_a конечными приращениями ΔV_a , ΔV_c и ΔI_a , которые в свою очередь определяются из характеристик триода.

Если электровакуумную лампу поместить в магнитное поле, то характер движения электронов в ней существенно меняется. Рассмотрим цилиндрический диод, помещенный в однородное магнитное поле, как показано на рис. 4. В та-

ком диоде на электроны, вылетевшие из катода, действуют одновременно электрическое и магнитное поля, векторы напряженности которых взаимно перпендикулярны. Основные особенности движения заряженной частицы в этом случае можно выяснить, не прибегая к полному решению уравнений движения. Прежде всего рассмотрим действие однородного

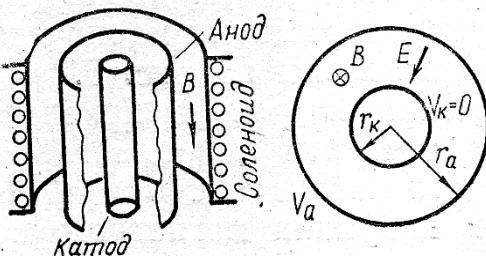


Рис. 4

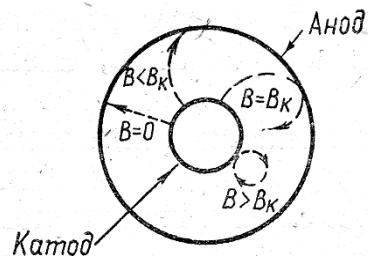


Рис. 5

магнитного поля на заряженную частицу, движущуюся со скоростью \bar{v} перпендикулярно вектору магнитной индукции \bar{B} . На частицу действует сила Лоренца

$$\bar{F} = e[\bar{v}\bar{B}], \quad (16)$$

которая перпендикулярна вектору скорости. Работа, совершаемая этой силой, всегда равна нулю, и, следовательно, абсолютное значение скорости частицы остается постоянным. Для случая однородного магнитного поля величина силы Лоренца, как это следует из соотношения (16), также постоянная. Такая сила, как известно из механики, является центростремительной. Под ее действием частица равномерно движется по окружности, радиус которой r определяется из условия

$$(mv^2)/r = evB. \quad (17)$$

В цилиндрическом диоде, при отсутствии магнитного поля, электроны движутся по радиусу и, подходя к аноду, имеют скорость

$$v_a = \sqrt{2 \frac{e}{m} V_a}. \quad (18)$$

При наличии магнитного поля траектория электронов искривляется. Радиус кривизны траектории электрона у анода в соответствии с (17) равен

$$r = \frac{v_a}{\frac{e}{m} B}. \quad (19)$$

Используя (18), получаем из (19)

$$r^2 = \frac{2V_a}{\frac{e}{m} B^2}. \quad (20)$$

Из последнего соотношения видно, что при заданном анодном напряжении увеличение индукции магнитного поля ведет к уменьшению радиуса траектории электронов. Несколько типичных траекторий, соответствующих различным значениям индукции B , схематически представлены на рис. 5.

При достаточно высоком значении B радиус кривизны становится настолько малым, что электрон описывает кривую, которая касается поверхности анода лишь в одной точке. Соответствующее значение индукции магнитного поля, при котором имеет место такое движение электронов, называется критическим ($B = B_k$, рис. 5).

Если $r_a \gg r_k$, то траекторию электрона в цилиндрическом магнетроне при критическом магнитном поле можно считать окружностью с радиусом $r = r_a/2$.

Полагая в формуле (20) $B = B_k$ и $r = r_a/2$, получим

$$B_k^2 = \frac{8V_a}{\frac{e}{m} r_a^2}. \quad (21)$$

Соотношение (21) при заданном потенциале анода V_a определяет критическое значение индукции магнитного поля. Если $B > B_k$, то термоэмиссионные электроны не попадают на анод; анодный ток равен нулю, несмотря на то, что анод находится под положительным потенциалом.